



**LA ACTIVIDAD COGNITIVA DE CONVERSIÓN DE LAS
REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS EN LA RESOLUCIÓN AUTÉNTICOS
RELACIONADOS CON EL CONCEPTO DE FRACCIÓN DESDE LA RELACIÓN
PARTE – TODO.**

SANDRA MELIZA PÉREZ GÓMEZ

EFRAÍN JOSÉ REYES RANGEL.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2018

**LA ACTIVIDAD COGNITIVA DE CONVERSIÓN DE LAS
REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS EN LA RESOLUCIÓN AUTÉNTICOS
RELACIONADOS CON EL CONCEPTO DE FRACCIÓN DESDE LA RELACIÓN
PARTE – TODO.**

SANDRA MELIZA PÉREZ GÓMEZ

EFRAIN JOSÉ REYES RANGEL.

**PROYECTO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE MAGISTER EN
ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS**

TUTOR

DRA. DELMA OSPINA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2018

DEDICATORIA

Dedico esta tesis inicialmente a Dios y la virgen maría por darme la fortaleza necesaria para poder culminarla con éxito. A mi madre quien me dio la vida, y todo su apoyo para seguir adelante. A mi hijo y mi esposo, por ser la parte fundamental en este proceso. A mi compañero de estudio, a mi tutora muchas gracias por creer en mí y apoyarme en este proceso. A todos ellos se los agradezco desde el fondo de mi alma. Para ellos esta dedicatoria.

Meliza Pérez Gómez

Dedico este trabajo principalmente a Dios y a nuestra señora de las Lajas, por haberme permitido alcanzar este logro en mi formación profesional. A mi madre, por sus consejos e impulso ante las adversidades y darme fuerza para avanzar con lo que me había propuesto. A mi esposa por su apoyo y comprensión incondicional. A mis hijos porque son el motivo más importante por el cual quiero ser cada día mejor. A mi compañera por el equipo de trabajo que formamos en pro de esta meta.

Efraín José Reyes Rangel

AGRADECIMIENTOS

Inicialmente agradecemos a Dios por darnos vida y salud para poder culminar con éxito este proceso, a nuestra familia y amigos por su apoyo incondicional en cada momento, a nuestra tutora por su apoyo incondicional y a la universidad por brindarnos las herramientas suficientes para crecer en nuestra formación académica, a todos ellos muchas gracias

CONTENIDO

1	PRESENTACIÓN	12
2	INTRODUCCIÓN	13
3	ANTECEDENTES.....	16
4	ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	21
5	JUSTIFICACIÓN.....	24
6	REFERENTE TEÓRICO.....	25
6.1	TEORÍA DE LAS REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS	25
6.1.1	Semiótica y Noética.....	26
6.1.2	Actividades cognitivas fundamentales de la representación ligadas a la semiosis.....	27
6.1.3	Conversión de las representaciones semióticas y cambio de registro.	28
6.1.4	Criterios de congruencia entre representaciones semióticas.	29
6.2	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	30
6.2.1	Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática.	30
6.2.2	Resolución de problemas auténticos (o realistas) y aprendizaje de las matemáticas.	31
6.3	EL OBJETO MATEMÁTICO FRACCIÓN DESDE LA RELACIÓN PARTE-TODO	32
6.3.1	La Utilización de la Interpretación Parte-Todo en la Enseñanza de las Fracciones.....	33
6.3.2	Atributos del concepto de fracción potenciados con la interpretación parte – todo del objeto matemático fracción.....	35
6.3.3	Contextos de la relación parte-todo.....	36
7	OBJETIVOS	38
7.1	OBJETIVO GENERAL.....	38

7.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	38
8	METODOLOGIA	39
8.1	CATEGORÍAS	39
8.2	DISEÑO METODOLÓGICO.....	40
8.3	PROCEDIMIENTO.....	42
8.4	UNIDAD DE ANÁLISIS	42
8.5	UNIDAD DE TRABAJO	42
8.6	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS.....	43
8.7	UNIDAD DIDÁCTICA. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS AUTÉNTICOS CONSIDERANDO LA RELACIÓN PARTE-TODO.....	43
8.8	DESCRIPCIÓN DE LOS CRITERIOS CON QUE SE ABORDARON LA UNIDAD DIDÁCTICA.....	44
8.9	HISTORIA DE LAS FRACCIONES	44
8.10	DESCRIPCIÓN DE OBJETIVOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE:.....	45
8.11	MOMENTOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	46
8.11.1	Momento de Ubicación:.....	46
8.11.2	Momento de desubicación:.....	49
8.11.3	Momento de reenfoque.....	54
8.12	MATERIALES Y RECURSOS.....	57
9	RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	58
9.1	HALLAZGOS DEL INSTRUMENTO DEL MOMENTO DE UBICACIÓN.	58
9.2	HALLAZGOS DEL INSTRUMENTO EN EL MOMENTO DE DESUBICACIÓN	62

9.3	HALLAZGOS DEL INSTRUMENTO EN EL MOMENTO DE REENFOQUE	68
10	CONCLUSIONES	70
11	RECOMENDACIONES	72
12	REFERENCIAS	73

TABLA DE TABLAS

Tabla 1 Hallazgos del instrumento de Ubicación.....	58
Tabla 2 Resultados de la Actividad 2.....	59
Tabla 3 Actividad 3 Resultados Guía de trabajo.....	63
Tabla 4 Resultados de la actividad 4.....	66
Tabla 5 Resultados actividad 5.....	68

TABLA DE FIGURAS

Figura 1 Aprendizajes a mejorar en la competencia de Resolución. Pruebas saber 2015 I.E Gabriela Mistral.....	22
Figura 2 Aprendizajes a mejorar en la competencia de Comunicación. Pruebas saber 2015 I.E Gabriela Mistral.....	22
Figura 3 Traslaciones entre las representaciones semióticas.....	37
Figura 4 Diseño metodológico de la investigación.	40
Figura 5 Ejemplos de la fracción como una relación entre parte y todo	50
Figura 6 Imagen representando una fracción en asociación con una figura.....	50
Figura 7 Imagen representando las etapas de resolución de un problema.....	51
Figura 8 Imágenes representativas del software “Pedazitos”	51
Figura 9 Actividades realizadas con el software Pedazzitos.....	64

RESUMEN

En la presente investigación se busca establecer como las actividades cognitivas de conversión de las representaciones semióticas benefician a la resolución de problemas auténticos relacionados con el concepto de fracción desde la relación parte todo, haciendo uso de una unidad didáctica la cual permitirá desarrollar los aprendizajes de los estudiantes en torno a las fracciones considerando la relación parte todo. Para la solución de dichos problemas los estudiantes necesitan realizar una transformación inicial del lenguaje verbal hacia un tipo de representación que les facilite la actividad matemática para hallar la solución a situaciones problema. El análisis de esta investigación se realizó a partir de lo cualitativo en cual me permite tener una imagen clara sobre el aprendizaje del concepto a traves de la observación de las actividades de la unidad didáctica y cuestionarios. Con la investigación se concluye que la actividad cognitiva de conversión de representaciones semióticas fortalece el proceso de aprendizaje del objeto matemático fracción y los problemas asociados a la relación parte-todo.

Palabras Clave: Fracciones, Representaciones semióticas, resolución de problemas, relación parte todo, conversión

ABSTRACT

In the present investigation we seek to establish how the cognitive activities of conversion of semiotic representations benefit the resolution of authentic problems related to the concept of fraction from the whole part relationship, making use of a didactic unit which will allow to develop the learning of the students around the fractions considering the relationship part all. For the solution of these problems students need to make an initial transformation of the verbal language towards a type of representation that facilitates the mathematical activity to find the solution to problem situations. The analysis of this research was made from the qualitative in which I can have a clear picture about the learning of the concept through the observation of the activities of the didactic unit and questionnaires. With the research it is concluded that the cognitive activity of conversion of semiotic representations strengthens the learning process of the mathematical object fraction and the problems associated with the part-whole relationship.

Keywords: Fractions, semiotic representations, problem solving, part-part relationship, conversion

1 PRESENTACIÓN

El informe de esta investigación se presenta mediante cuatro capítulos. En el primero se plantean el problema, la justificación y los objetivos del estudio.

En el segundo capítulo se exponen los referentes conceptuales, tales como los antecedentes y los referentes teóricos que involucran la teoría de las representaciones semióticas, aspectos fundamentales acerca del objeto matemático fracción y también acerca de la resolución de problemas auténticos. A partir de los referentes conceptuales se llevó a cabo el diseño de los instrumentos y su respectivo análisis.

El tercer capítulo muestra la metodología implementada para la investigación, detallando los instrumentos de investigación en cada uno de los momentos propuestos para este estudio.

El último capítulo muestra el análisis de los resultados que se obtuvieron en la aplicación de los instrumentos y las conclusiones que se derivan de dicho ejercicio, a la luz de los referentes teóricos que soportan esta investigación. Igualmente, en este último capítulo y con base en el análisis realizado, se proponen algunas recomendaciones para estudios posteriores.

2 INTRODUCCIÓN

El papel que juega la resolución de problemas en los currículos se reconoce como esencial en la enseñanza de las matemáticas, dado que permite que los estudiantes relacionen los objetos matemáticos en su contexto. Al respecto Doorman (como se citó en Santos, 2007) afirma que la correcta selección de problemas contextualizados brinda la oportunidad para que los estudiantes desplieguen habilidades de solución que se alejan de la formalidad, pero que están muy relacionadas con el contexto y son utilizadas en la construcción de los objetos matemáticos.

Por otra parte, los objetos matemáticos no están al alcance de forma directa a través de los sentidos, lo que hace necesario representaciones de los mismos para realizar la actividad matemática. Con respecto a lo anterior algunos autores afirman que:

El aprendizaje de las matemáticas constituye, evidentemente, un campo de estudio privilegiado para el análisis de actividades cognitivas fundamentales como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas, e incluso, la comprensión de textos. La particularidad del aprendizaje de las matemáticas hace que estas actividades cognitivas requieran de la utilización de sistemas de expresión y de representación distinta a los del lenguaje natural o de las imágenes. (Duval, 1999, p. 13)

Es importante señalar que la implementación de la resolución de problemas contextualizados, conlleva en la mayoría de los casos, el uso de las palabras para la descripción de las situaciones que en ellos se planteen. Por tal razón, para la solución de dichos problemas los estudiantes necesitan realizar una transformación inicial del lenguaje verbal hacia un tipo de representación que les facilite la realización de alguno u otra operación matemática para hallar las posibles soluciones.

Esa transformación inicial, es definida en términos de Duval (1999) como la actividad cognitiva de la conversión y la cual consiste en “la transformación de la representación de

un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de este mismo objeto, esta misma situación o de la misma información en otro registro”.

Así, cuando la estudiante se enfrenta a la resolución de un problema debe realizar una transformación del lenguaje verbal a otro tipo de representación, en otro registro. Por ejemplo si en el problema se habla de los tres cuartos de la cosecha, es posible que recurra a representar el total de la misma con un rectángulo y lo divida en cuatro partes iguales, de las cuales tomaría tres.

Obando (2003), resalta la pertinencia de un acercamiento inicial a las fracciones desde la relación parte-todo basada en las siguientes razones:

- La relación parte-todo constituye un eje a través del cual se hace posible acceder a otros conceptos de los números racionales. Las medidas, las fracciones decimales, los números decimales no enteros, los cocientes, algunos tipos de razones, la recta numérica, entre otros, encuentran en la relación parte-todo una fuente importante para iniciar su proceso de conceptualización.
- A través de la relación parte-todo se tiene un puente de entrada a la conceptualización de la unidad como un todo divisible en partes más pequeñas, sin que por esto deje de ser unidad. Por lo tanto, se inicia un trabajo en la noción del continuo real. Pero, además, lo anterior hace necesario un análisis de las relaciones entre la unidad aritmética y la unidad geométrica, proceso indispensable en la construcción conceptual de las fracciones de unidad como números.
- La relación parte-todo es un camino natural para la conceptualización de algunas propiedades (como la que conduce a la denominación “fracción propia” e “impropia”), algunas relaciones (como la de equivalencia), y algunas operaciones (como la suma y la resta).

- La relación parte-todo constituye un contexto importante a partir del cual se conceptualiza la unidad en sus dos características básicas: tipo de unidad (simple o compuesta) y tipo de magnitud (continua o discreta) (p.164-165).

Este trabajo busca identificar y analizar la actividad cognitiva de conversión de las representaciones semióticas usadas por las estudiantes en la resolución de problemas auténticos que demandan el uso de las fracciones desde la relación parte – todo y determinar cómo dichas representaciones contribuyen en la actividad matemática de los estudiantes para la solución de los problemas y a la comprensión del objeto matemático en cuestión.

3 ANTECEDENTES

Los diferentes estudios realizados alrededor de la enseñanza del concepto de fracción indican la importancia que, a nivel de la didáctica de las matemáticas, tiene dicho concepto. A continuación, se referencian los siguientes resultados derivados de investigaciones en torno al concepto de fracción.

En primer lugar, la investigación de Ruiz (2013) “La Fracción como Relación Parte-todo y como Cociente: Propuesta Didáctica para el Colegio los Alpes IED”, muestra un recorrido histórico del concepto de fracción en varias culturas antiguas y el desarrollo matemático del mismo, para después, introducirnos en una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto, desde la relación parte – todo y como cociente.

La misma, nace del interés de mejorar los desempeños en las pruebas Saber de los estudiantes de grado 6° del Colegio Los Alpes IED, en el área de matemáticas y en cada uno de sus componentes. Cabe resaltar, que en el caso particular del colegio en mención, se encontró que los estudiantes de grado 5° habían obtenido el resultado más bajo, en el componente numérico variacional y por el contrario, un buen desempeño en la competencia de comunicación.

Este trabajo investigativo se orientó hacia el planteamiento de una propuesta didáctica que hiciera uso de la fortaleza en lo comunicativo y privilegiara lo numérico, específicamente el concepto de fracción desde la relación parte - todo y como cociente.

Las conclusiones a las que llegó la investigación de Ruiz (2013) fueron las siguientes:

- Es necesario conocer la historia de las matemáticas para poder tener claridad de la evolución de los conceptos y por ende, poder entender las dificultades que se presentan en el aula y fortalecer el proceso de planeación de las clases.

- Un conocimiento a profundidad del área de matemáticas, por parte de quienes la orienta, se convierte en una necesidad para el mejoramiento de la calidad de la educación.
- Se reconoce la dificultad que presentan los procesos en el aula alrededor del concepto de fracción y la necesidad de generar propuestas didácticas encaminadas a mejorar dichos procesos.

La propuesta citada anteriormente aporta a la presente investigación, un interesante bagaje histórico de las fracciones y la evolución conceptual de la misma, lo cual se convierte en insumo importante para el diseño de la unidad didáctica a través de la cual se hará intervención en el aula. Además, muestra un aspecto muy importante en el diseño didáctico que contempla los diferentes contextos, continuo y discreto, desde los cuales se pueden abordar las fracciones desde la relación parte – todo.

Campusano (2014), en su investigación “Representaciones Semióticas sobre el Número Racional”, plantean, que el aprendizaje de las matemáticas y sus particularidades como campo de estudio, permite que los procesos como son la resolución de problemas y la conceptualización, por ejemplo, necesiten de un sistema de representación diferente del lenguaje natural.

Así mismo, (Campusano, 2014) plantea, desde la perspectiva de Duval (1999), la necesidad de lograr la distinción entre el objeto matemático y su representación para lograr la comprensión de los conceptos en matemáticas.

Es decir, que los objetos matemáticos como por ejemplo, los números, no deben ser confundidos con representaciones de los mismos, tales como la escritura fraccionaria, decimal o algún tipo imagen del mismo. Para el caso en particular, la investigación fue de carácter cualitativo – interpretativo y orientada hacia las representaciones semióticas que poseen los niños de 2º, 3º y 4º grado, previo al aprendizaje de los números racionales. Además, la búsqueda de la información y las conclusiones se realizaron a través de la implementación de talleres y actividades en clase.

En cuanto a la relación parte – todo, la investigación evidenció las diferentes representaciones que realizan los estudiantes de una misma situación que involucra el concepto de fracción. Lo cual se convierte en un insumo importante para el objetivo de la presente investigación, dado que muestra el manejo que dichos estudiantes hacen del todo y de las partes que de forma implícita o explícita, se enuncian en un texto.

Por su parte, Morales (2014) en la investigación “Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales”, reconoce la problemática que subyace alrededor de la enseñanza de los números racionales en la básica primaria, especialmente en la enseñanza del concepto en sí y en la resolución de situaciones problema donde se involucra dicho concepto, dado el hecho de la mecanización de algoritmos sin tener en cuenta el razonamiento y la comprensión alrededor del mismo.

La misma, tuvo como objetivo general el reconocimiento de las dificultades que, a la hora de resolver problemas que involucran el concepto de número racional, presentan los estudiantes. Esto, teniendo en cuenta aspectos tales como son la conversión del lenguaje natural al lenguaje simbólico, después de la comprensión del enunciado que describe la situación planteada en el problema y la identificación del concepto matemático inmerso en él.

La investigación fue de tipo cualitativo-interpretativo y la recolección de la información se realizó a través del planteamiento de situaciones problemas que debían tratar de resolver los estudiantes en el aula, con el fin de identificar y clasificar los errores observados en dicha actividad.

Dentro de las conclusiones a las que llegó Morales (2014) en su investigación se resaltó que:

- A la hora de que los estudiantes se enfrentan a la resolución de un problema, la comprensión del mismo se encuentra ligada a la identificación del dato cuantitativo

en el texto, lo cual genera una dificultad para el estudiante al momento de que dicho dato no está en forma explícita.

- Otra dificultad que se presenta en la comprensión del problema es el no poder relacionar en forma coherente los datos que en él se presentan.
- En cuanto a la interpretación de la fracción desde la relación parte-todo se evidencian dificultades en cuanto a la identificación del todo o de sus partes y también en la forma inequitativa en la que se realizan las particiones de ese todo que se toma como referencia.

El artículo referenciado anteriormente guarda relación con los objetivos que proponemos, dado que identifica y clasifica los errores y dificultades que se presentan cuando los estudiantes se enfrentan a la resolución de problemas con números racionales. Más aún cuando se plantea la dificultad que tienen para pasar del lenguaje natural al lenguaje simbólico, que en el caso de nuestra investigación vendría a tener relación con lo que Duval (1999) define como la actividad cognitiva de conversión de las representaciones semióticas.

Finalmente, Vallejo & Tamayo-Alzate (2008) reportaron los resultados de una investigación en el que buscaron identificar las dificultades de alumnos de grado octavo en los procesos relacionados con el tratamiento y conversión de los números racionales, y su relación con los sistemas semióticos textual, fraccionario y gráfico. Tras realizar un análisis a 27 estudiantes de tres instituciones educativas colombianas, se encontró que hay dificultades en la representación del objeto de estudio en sus diferentes formas (fraccionario, gráfico y textual), nociones elementales del aprendizaje matemático y accesibles a través de representaciones semióticas que se utilizan en el estudio de un contenido (Duval, 1999).

La búsqueda de la información se hizo a través de un taller que pretendía identificar las representaciones que poseen los niños alrededor de la relación parte-todo y la actividad en clase planteaba una serie de situaciones que tenían como objeto, identificar las representaciones que empleaban los estudiantes para resolver las actividades propuestas.

Entre las conclusiones a las que llegó esta investigación y que guardan relación con el presente trabajo, encontramos:

- La posibilidad de fracaso aumenta cuando existe la necesidad de realizar tratamiento en el registro p/q, antes de realizar conversión al registro gráfico.
- Se evidenció facilidad en la representación y evocación del objeto matemático en diferentes formas, en los estudiantes que tuvieron un buen desempeño en los procesos de tratamiento y conversión; confirmándose así, la afirmación de Duval (1999) : “un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones diferentes”.
- Se facilita la identificación de unidades significantes cuando hay que pasar de un registro X a un registro Y, cuando no existe una condición previa como el tratamiento

Esta investigación guarda relación con la presente investigación, ya que se aborda desde la perspectiva de las representaciones semióticas (Duval, 1999) y la interpretación desde la relación parte – todo del concepto de fracción. Así mismo, con los objetivos planteados en lo que se refiere a la incidencia que tienen dichas representaciones en el proceso de aprendizaje.

4 ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

Los lineamientos curriculares para el área de matemáticas propuestos por Ministerio de Educación Nacional (MEN) plantean que el pensamiento numérico es desarrollado de forma gradual y que evoluciona en la medida en que los estudiantes tienen la oportunidad de relacionar los números en contextos que tienen sentido y se relacionan con su realidad. De ahí que, sea necesario facilitar problemas que estén cargados de significado para los estudiantes (MEN, 1988).

Así mismo, los lineamientos curriculares del MEN (1988), para el área de matemáticas proponen como esencial para el desarrollo del pensamiento numérico, el conocimiento de las diferentes representaciones de los números y el tener claro que algunas representaciones son de mayor utilidad que otras en determinadas situaciones de resolución de problemas.

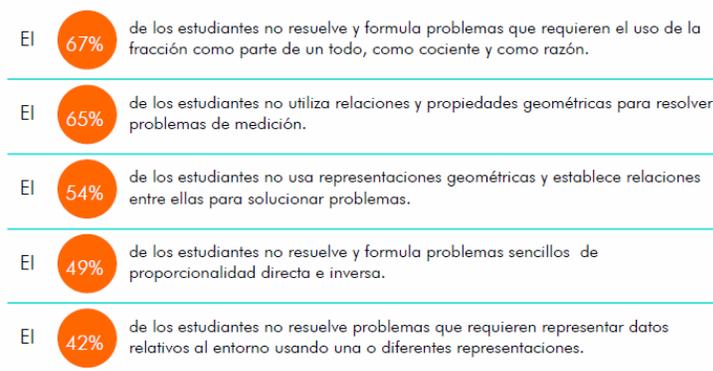
En este sentido, el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (Icfes), en la guía de orientación “saber 5° - 2017” hace una descripción de las competencias evaluadas en el área de matemáticas: Comunicación, representación y modelación; razonamiento y argumentación; y por último, planteamiento y resolución de problemas.

En cuanto a las competencias de comunicación, representación y modelación, descritas en dicho documento, el icfes hace referencia, entre otros aspectos, a la capacidad que tienen los estudiantes de hacer uso de diferentes tipos de representación de un mismo objeto matemático en la descripción de diferentes situaciones problema, realizando traducciones, como por ejemplo, del lenguaje natural al lenguaje icónico o al simbólico numérico.

Para el caso de la competencia de planteamiento y resolución de problemas, la guía la describe como la capacidad del estudiante para formular problemas en diferentes contextos, dentro y fuera de las matemáticas. En el caso particular de la institución educativa Gabriela Mistral, los resultados de las pruebas saber 5° del año 2015, evidenciaron dificultades en la resolución de problemas que involucran el concepto de fracción desde diferentes representaciones como lo muestra la figura 1.

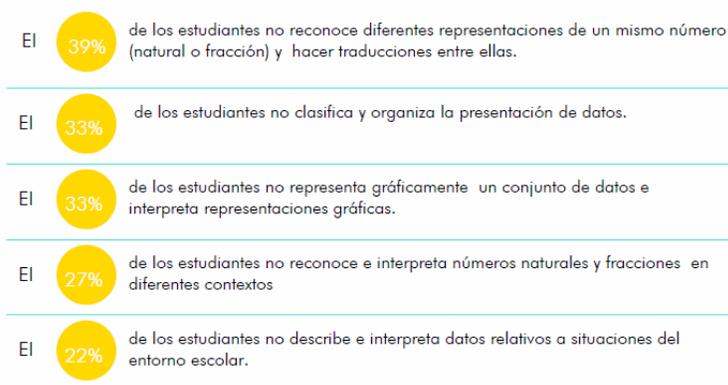
En el caso de la competencia de comunicación la institución educativa Gabriela Mistral, en los mismos resultados, evidencia dificultades en las estudiantes al momento de reconocer diferentes tipos de representación de una fracción y al realizar traducciones entre ellas (ver figura 2).

Figura 1 Aprendizajes a mejorar en la competencia de Resolución. Pruebas saber 2015 I.E Gabriela Mistral.



Fuente: Informe Día-E

Figura 2 Aprendizajes a mejorar en la competencia de Comunicación. Pruebas saber 2015 I.E Gabriela Mistral.



Fuente: Informe Día-E

Por consiguiente, se plantea analizar, lo que en términos de Duval (1999) se define como la actividad cognitiva de conversión de las representaciones semióticas, usadas por las estudiantes al momento de enfrentarse a la resolución de problemas auténticos que involucran el objeto matemático fracción desde la relación parte – todo, determinando así, el papel que dichas representaciones desempeñan en el aprendizaje del concepto y cómo estas pueden facilitar la resolución de problemas alrededor del mismo.

Por tanto, se promueve el desarrollo de destrezas que no se limita únicamente a lo teórico, sino que se la aproxima a que se aplique el concepto aprendido en un contexto real. A la par, construye su comprensión del concepto desde la interacción social con sus compañeros y es viable que mejore su atención, debido a que es posible que tenga una mayor preferencia por resolver ese problema que siente tangible, vs, la falta de interés que le puede resultar la resolución de un problema netamente teórico (Reigosa y Jiménez, 2000).

Por lo expuesto anteriormente se define la siguiente pregunta: ¿Cómo la actividad cognitiva de conversión de las representaciones semióticas favorecen la resolución de problemas auténticos relacionados con el concepto de fracción desde la relación parte-todo?

5 JUSTIFICACIÓN

Teniendo en cuenta las dificultades que presentan las estudiantes de básica secundaria en el aprendizaje del objeto matemático fracción y en el planteamiento y la resolución de problemas que involucran dicho objeto matemático, como lo evidencian los resultados de las pruebas saber 2015 en el grado 5° de la institución educativa Gabriela Mistral del municipio de orito (figura 1 y figura 2), surge la necesidad de plantear investigaciones acordes a los retos que propone la calidad de la educación acerca de la contextualización de los saberes matemáticos, las competencias de Comunicación, representación y modelación y el planteamiento y resolución de problemas.

Además, el quehacer en el aula de matemáticas ha mostrado las dificultades que presentan las estudiantes al momento de enfrentarse a situaciones problema que son presentadas en el lenguaje cotidiano y requieren de otro tipo de representación para poder ser resueltas. Así, por ejemplo, si el problema facilita el uso de un dibujo que lo represente, es normal encontrar que faltan datos relevantes en el mismo, lo cual lleva a una solución errada del problema.

Con la investigación se busca contribuir al análisis de los procesos que llevan a cabo los estudiantes al momento de plantear y resolver problemas auténticos, que involucran el objeto matemático fracción desde la relación parte – todo y sus diferentes representaciones. Busca el desarrollo de las habilidades en las estudiantes para efectuar diferentes representaciones del objeto matemático en cuestión y la solución exitosa de los problemas.

Así mismo, esta investigación sirve de referente para nuevas investigaciones que pretendan describir los procesos de construcción y aprendizaje de los objetos matemáticos para el diseño de estrategias de enseñanza en básica secundaria.

6 REFERENTE TEÓRICO

6.1 TEORÍA DE LAS REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS

Según Duval (1999) en el aprendizaje de las matemáticas es necesario el uso de diferentes sistemas de representación de los objetos que la conforman, para el desarrollo de procesos fundamentales en dicho campo de estudio, como por ejemplo la resolución de problemas. Este proceso, requiere que estas representaciones sean diferentes a las del lenguaje natural o de las imágenes.

De acuerdo a lo anterior, surge la pregunta acerca de que si es necesario o no el uso de diversos sistemas de representación para el desarrollo de procesos íntimamente relacionados con el aprendizaje de las matemáticas, como lo es la resolución de problemas.

Duval (1999) plantea entorno al anterior interrogante, la importancia de no confundir los objetos matemáticos con sus representaciones; como por ejemplo, cuando se trata de los números y sus diferentes representaciones, escritura decimal o fraccionaria. Así que, al confundirse el objeto con su representación, deriva a futuro en que no se pueda hacer uso del aprendizaje en otros contextos, ya sea por no recordarlos o porque aparecen como representaciones que no dan cabida algún tipo de transformación productiva.

Pero Duval (1999) también señala que las representaciones semióticas, más que cumplir funciones de comunicación al ser vistas como el medio a través del cual un individuo puede exteriorizar aquellas concepciones e imágenes que posee de un objeto, son esenciales para el desarrollo de la actividad matemática en sí.

En consecuencia, el poder o no realizar transformaciones sobre los objetos matemáticos, según Duval (1999), depende del sistema semiótico utilizado. Para prueba de lo anterior, bastaría considerar el caso del cálculo numérico, en donde la labor que demanda los procedimientos depende del sistema de escritura que se escoja, como por ejemplo la escritura binaria, la escritura fraccionaria o la escritura decimal.

Duval propone la existencia de dos características del accionar cognitivo involucrado en las habilidades matemáticas. En primer lugar, tiene en cuenta los diferentes registros de representación semiótica, que en algunos casos, han sido desarrollados para la realización de tratamientos matemáticos. Y en segundo lugar, la imposibilidad de acceder a los objetos matemáticos mediante su visualización, tal y como sucede en otras disciplinas (Duval, 1999).

6.1.1 Semiótica y Noética.

En las matemáticas existen diferentes vías de acceso a un problema propuesto que, sumado a las múltiples formas de conocimiento de los alumnos de un salón de clase, se requiere analizar, entre ellas las condiciones de organización de los cambios de registro (conversión) hacia los fines del aprendizaje. Cuando los investigadores se refieren a la didáctica de las matemáticas, es decir, al aprendizaje del concepto matemático por parte de los alumnos, se habla del concepto de “noética”. Sin embargo, se sabe que la noética requiere de la semiótica, siendo ésta última la que determina las condiciones de posibilidad y ejercicio de la primera y viceversa, esto lo especifica D`Amore (2009) cuando expresa esta paradoja; dicho de otra forma, no hay aprendizaje sin el recurso de varios sistemas semióticos de representación, requiriendo de coordinación entre los mismos por parte de los alumnos (Oviedo, Kanashiro, Bnzaquen & Gorrochategui, 2012).

El paso de un sistema de representación a otro, o el poner en uso de forma simultánea varias formas de representación no es espontáneo entre los alumnos que aprenden un concepto, puesto que a los mismos les cuesta el reconocimiento del objeto a través de sus representaciones en diferentes registros semióticos. Cada concepto matemático (“objeto matemático”, estrictamente hablando), al no ser un objeto real y necesitar de representaciones de distinta naturaleza, implica una dificultad para acceder al objeto como tal, puesto que lo que se debe conceptualizar no es un objeto real y no es accesible de forma objetiva a la percepción, necesitando el uso de signos concretos para su representación (Oviedo, Kanashiro, Bnzaquen & Gorrochategui, 2012).

Las representaciones semióticas ayudan a la actividad sobre los objetos matemáticos pero el aprendizaje de los mismos es conceptual, por lo que puede haber confusión de estos con sus representaciones semióticas. Duval (1999) consideraba que “la adquisición conceptual de un objeto matemático se basaba en características como el uso de más de un registro de representación semiótica y la creación y desarrollo de nuevos sistemas semióticos”.

6.1.2 Actividades cognitivas fundamentales de la representación ligadas a la semiosis.

Duval (1999) plantea la existencia de tres actividades cognitivas de representación relacionadas a la semiosis. Encontramos en primer lugar la actividad cognitiva de la formación de representaciones en un registro semiótico específico, con el fin de expresar una representación mental o en su defecto, para evocar un objeto real.

Dicha formación conlleva a que dentro de un conjunto de caracteres se realice una selección al igual que de las determinaciones que constituyen lo que se desea representar. Es decir que formar una representación semiótica es hacer uso de signos para actualizar o reemplazar la perspectiva que se tiene de un objeto.

En cuanto a las otras dos actividades cognitivas, están relacionadas con la propiedad que poseen las representaciones semióticas de transformarse en otras representaciones que conservan todo el contenido de la representación inicial o Parte de él (Duval, 1999). Ahora, dependiendo de que si dicha transformación se realice dentro del mismo registro o derive en un cambio de registro, las actividades cognitivas serían diferentes.

Cuando la transformación genera otra representación en el mismo registro, se habla de tratamiento. Pero si por el contrario, la transformación produce una representación en un registro diferente al inicial, se denomina conversión.

6.1.3 Conversión de las representaciones semióticas y cambio de registro.

Teniendo en cuenta los objetivos de la presente investigación y la importancia de la actividad cognitiva de la conversión de las representaciones semióticas en las tareas de comprensión de un objeto (Duval, 1999), se hizo necesario hacer énfasis en la misma, dado que la transferencia de los conceptos aprendidos de uno a otro contexto, implica dicha actividad cognitiva.

A diferencia del tratamiento, la conversión no se reduce a una codificación (Duval, 2006), implica un salto cognitivo marcado por el cambio de la representación de objetos o relaciones matemáticas de un sistema semiótico a otro.

En cuanto a la comprensión de los objetos matemáticos por parte de los estudiantes, la mayor dificultad que se presenta es la posibilidad de “transferir lo aprendido a diferentes contextos, dentro y fuera de las matemáticas” (Duval, 2006). Lo cual, teniendo en cuenta lo expuesto hasta el momento, involucra la conversión de las representaciones.

Sin embargo, esta actividad cognitiva demanda que sea percibida la diferencia entre el contenido de una representación y el objeto que se está representando. Sin esta diferenciación, la actividad de conversión no podría ser realizada o no sería comprendida.

Como ejemplo podríamos mencionar una de las situaciones que frecuentemente se presenta en el aula cuando los estudiantes se enfrentan a cálculos numéricos en sus cuadernos no obstante en muchos casos se evidencia que no son capaces de realizarlos por ejemplo en contextos cotidianos.

Esto muy a pesar de que, estando en un grado de escolaridad donde ya pueden realizar sumas con números en escritura fraccionaria y escritura decimal, algunos estudiantes no optan por la posibilidad de convertir la escritura decimal de un número en su escritura fraccionaria, cuando el éxito en el desarrollo del cálculo numérico lo requiere.

Este tipo de dificultades encontradas de manera recurrente y sistemática por los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, se encuentra relacionada con “la incapacidad de la mayoría de ellos para cambiar el registro de representación” (Duval, 2006), puesto que en el aprendizaje y aprehensión del concepto, en este caso el de fracción, la conversión resulta ser una actividad fundamental.

6.1.4 Criterios de congruencia entre representaciones semióticas.

Según Duval (1999) la congruencia entre dos representaciones semióticas se puede determinar primero que todo segmentando las unidades significantes de cada una de ellas, de tal forma que se puedan colocar en correspondencia. Con esto se puede determinar si dichas unidades significantes son unidades simples o combinación de unidades simples, en sus respectivos registros semióticos.

En este sentido, se definen tres criterios para establecer la congruencia entre representaciones semióticas en sus respectivos registros. En primer lugar encontramos la correspondencia semántica, la cual consiste en la posibilidad de asignar una “unidad significativa elemental” (Duval, 1999) a cada unidad significativa simple de una representación.

En segundo lugar encontramos el criterio de la univocidad semántica terminal, en el cual “a cada unidad significativa elemental de las representación de salida, no le corresponde más que una única unidad significativa elemental en el registro de la representación de llegada” (Duval, 1999). Ejemplo de ello lo podemos evidenciar comparando las unidades significantes del registro pictográfico (o icónico) de las fracciones y las unidades significantes del registro gráfico de dicho objeto matemático.

Es así como el número de partes en que se encuentra dividido el todo en el registro pictográfico del objeto matemático fracción, le corresponde un único significado en el registro gráfico.

El último criterio, tiene que ver con la organización de las unidades significantes de las representaciones semióticas que son objeto de comparación, y cómo dicha organización, tiene como consecuencia a que las unidades en correspondencia semántica, puedan ser aprendidas en el mismo orden. Es así como el estudiante al realizar la conversión del lenguaje natural al lenguaje geométrico, por ejemplo, primero representa el todo en un rectángulo; luego, lo divide en partes iguales y por último, señala las partes que toma de dicha partición.

6.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

6.2.1 Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática.

La resolución de problemas es considerada una de las actividades de mayor importancia en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático (MEN, 1998). Este reconocimiento que se le ha dado a dicha actividad ha originado algunas propuestas acerca de la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas.

Al respecto, Obando & Múnera (2003) consideran que:

Una situación problema se puede interpretar como un contexto de participación colectiva para el aprendizaje, en el que los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos. Así, ella debe permitir la acción, la exploración, la sistematización, la confrontación, el debate, la evaluación, la autoevaluación, la heteroevaluación. (p.185)

Desde esta perspectiva, las situaciones problemas ofrecen la posibilidad de que los estudiantes desarrollen los objetos matemáticos inmersos en dichas situaciones, enriqueciendo la comprensión de los mismos. Pero a su vez, son una manera de “simular” la actividad científica del matemático con la autonomía que dicha actividad le permite.

Del mismo modo, los autores muestran como la visión curricular tradicional en la que toma como fundamento la enseñanza de los conceptos matemáticos, para luego buscar la

posibilidad de aplicarlos en diferentes contextos, se ha visto afectada en los últimos años. Puesto que lo que se pretende actualmente es que en la medida que se resuelven las situaciones, paralelamente se vayan construyendo los conceptos.

Esto está relacionado con la dificultad que presentan los estudiantes para transferir lo que aprenden en la escuela a las actividades cotidianas que requieren el uso de conocimientos matemáticos.

Por tanto, las situaciones problema permiten que se genere una reorganización dentro del currículo de matemáticas, siendo eje articulador del mismo. En este sentido, los lineamientos curriculares del MEN (1988), advierten de la necesidad de que las situaciones problemas sean utilizadas como contexto desde el cual tenga lugar el aprendizaje y no como espacio de aplicación final de dicho proceso.

De esta manera, las situaciones problemas, pasan a ser el punto de partida para desencadenar los procesos de aprendizaje en los alumnos y favorecer una visión del conocimiento matemático como proceso, que admite diversidad de procedimientos, que se transforma, que se adapta a las diferentes situaciones y contextos.

Por otro lado, la implementación de las situaciones problema en el aula demanda una “labor detallada de planeación por parte del docente y el estricto seguimiento del trabajo de los estudiantes” (Obando & Muñera, 2003). De esta manera, el docente podrá brindarles un mejor apoyo, convirtiéndose en la persona que ofrece las condiciones necesarias para que a través de las situaciones problema, se posibilite el aprendizaje.

6.2.2 Resolución de problemas auténticos (o realistas) y aprendizaje de las matemáticas.

Santos (2007) resalta el papel que tienen los problemas auténticos en la enseñanza de las matemáticas e identifica la resolución de problemas como una actividad cognitiva en la

cual, los estudiantes y el docente, indagan diferentes formas de dar solución a la situación y justifican con argumentos sus respuestas.

Esto guarda estrecha relación con lo planteado por los lineamientos curriculares del MEN (1988), en el sentido de la relevancia e importancia que se le da a la resolución problemas en el proceso de aprendizaje y los roles que cumplen tanto docentes como estudiantes.

Además, en esta perspectiva se identifica la importancia que representa el hecho de que los estudiantes obtengan las estrategias, recursos, caminos y la disposición para adentrarse en actividades en las que se encuentre reflejado el quehacer matemático.

Por otro lado, es reconocida en algunos países, como Holanda, la importancia de la implementación de un currículum, que desde la perspectiva de la “educación matemática realista” (Santos, 2007), esté orientado hacia la resolución de situaciones problema. Es decir, partir del reconocimiento de que el mundo real es un insumo o inicio para la construcción de los conceptos matemáticos (Santos, 2007).

Desde esta perspectiva es importante que las situaciones problema que se planteen en el aula, estén relacionadas con el contexto de los estudiantes y encaminadas a resolver situaciones reales del mismo.

6.3 EL OBJETO MATEMÁTICO FRACCIÓN DESDE LA RELACIÓN PARTE-TODO

La interpretación del objeto matemático fracción desde la relación parte-todo se caracteriza, según Llinares y Sánchez (1988), por el hecho de tomar un todo (continuo o discreto) y dividirlo en partes; en consecuencia, pasa la fracción a describir la relación entre las partes que se están considerando y el número de partes en las que el todo había sido dividido.

Desde temprana edad los niños tienen cierto contacto con esta interpretación del objeto matemático fracción; expresiones tales como “media panela”, “dame un pedazo de torta”,

“media pizza”, forman parte de su cotidianidad. Estas primeras aproximaciones realizadas por los niños alrededor de la noción de fracción, son netamente cualitativas; precisamente, algunos investigadores resaltan que:

“Este hecho ha apoyado la idea de introducir la “estimación” (aproximaciones cualitativas) en el proceso de enseñanza de las nociones iniciales en relación a la fracción, como una forma de ayudar al niño a anticipar la formación de “estructuras operativas” necesarias para crear (buscar) procesos de solución en situaciones problemáticas que conlleven de forma implícita la noción de fracción” (Llinares y Sánchez, 1988, p.80).

Teniendo en cuenta el objetivo de esta investigación, se realizará un recorrido por aspectos fundamentales de la conversión de las representaciones semióticas, desde la relación parte – todo, del objeto matemático fracción; en efecto, se abordó la utilidad de dicha interpretación en la enseñanza de las fracciones, sus características, atributos y contextos apropiados para el proceso de enseñanza.

6.3.1 La Utilización de la Interpretación Parte-Todo en la Enseñanza de las Fracciones.

La interpretación de la fracción desde la relación parte – todo, suele ser la de más amplio uso en la enseñanza de dicho objeto matemático dado que, habitualmente se contextualiza a través de diferentes libros de texto y puesto que es una forma conceptual que se utiliza en muchas áreas del conocimiento. Sin embargo, es importante reconocer que dichos libros sólo son un medio y quien debe dominar el saber es el docente. También se nota alguna tendencia a establecer secuencias didácticas para abordar este significado en el país, lo cual se observa en los trabajos de Vallejo y Tamayo-Alzate (2008) y Martínez y Lazcano (2001).

En el trabajo de investigación de Vallejo y Tamayo-Alzate (2008), plantean como objetivo identificar dificultades de los estudiantes de grado octavo, en los procesos de tratamiento y conversión de los números naturales, a través de los sistemas semióticos, textual,

fraccionario y gráfico, llegando a varias conclusiones que encierran entre ellas la dificultad para representar el objeto de estudio de diferentes formas (Fraccionario, gráfico y textual). Mientras de Martínez y Lazcano (2001) ponen en manifiesto la dificultad para el reconocimiento y la apropiación de algunos atributos que están presentes en la interpretación de la fracción como relación parte -todo, en particular el que considera las partes como totalidad y el que considera las subdivisiones equivalentes, todo lo anterior en el marco del desarrollo de una experiencia en el aula que tuvo como propósito diseñar, aplicar y analizar una secuencia didáctica para la enseñanza de la fracción desde dicha interpretación.

La interpretación del objeto matemático fracción desde la relación parte – todo, es considerada por Llinares y Sánchez (1988) como la “piedra angular” en la que se desarrollará otras interpretaciones; además, comparte la idea de que es conveniente realizar la introducción del objeto matemático fracción desde esa interpretación, dada la naturalidad con que los niños podrían abordarla en contextos de área continuo.

En efecto, dichos contextos de área continua pueden ser materializados de manera tangible en actividades muy simples, como por ejemplo tomar una hoja de block y doblarla en partes iguales o si es posible para el docente, llevar a la clase una pizza y hacer particiones equitativas de la misma.

Es necesario recalcar que Llinares y Sánchez (1988) hacen un llamado a tener especial cuidado en el hecho de que estos preámbulos enfocados en la interpretación parte – todo del objeto matemático fracción, deben ser completados en el proceso de enseñanza con otras interpretaciones; precisamente, la idea fundamental es poder evitar “limitaciones conceptuales” derivadas del uso exclusivo de un solo tipo de interpretación.

Como limitaciones conceptuales se refiere a la incapacidad que tienen los alumnos de trasladar una definición hacia un contexto determinado debido a la falta de enseñanza de actividades de relación entre lo que aprenden y el modo como pueden aplicarlo.

6.3.2 Atributos del concepto de fracción potenciados con la interpretación parte – todo del objeto matemático fracción.

Piaget, Inhelder y Szeminska (citados en Llinares y Sánchez, 1988) realizaron estudios referentes a las habilidades requeridas para el dominio de la relación parte – todo, tales como son la capacidad de dividir un todo en partes, reconocer el todo, realizar divisiones congruentes y reconocer las partes del todo.

Como resultado, se indicó que la noción de fracción desde la interpretación parte-todo que tienen los niños, en contextos continuos de área, se apoya en siete atributos, los cuales se tendrán en cuenta para el desarrollo del proceso investigativo frente a la situación planteada:

- Un todo está compuesto por elementos separables. Una región o superficie es vista como divisible; precisamente, en este aspecto se evidencia el uso de representaciones semióticas relacionadas con el registro geométrico de las fracciones.
- La separación se puede realizar en un número determinado de partes. El “todo” se puede dividir en el número de partes pedido.
- Las subdivisiones cubren el todo.
- El número de partes no coincide con el número de cortes.
- Los trozos (partes) son iguales. Las partes tienen que ser del mismo tamaño (congruentes).
- Las partes también se pueden considerar como totalidad.
- El “todo” se conserva.

Posteriormente Payne (como se citó en Llinares y Sánchez, 1988), propuso una ampliación de dichos atributos que él consideraba esenciales para el aprendizaje desde dicha interpretación:

- Control simbólico de las fracciones, es decir, el manejo de los símbolos relacionados a las fracciones.
- Las relaciones parte todo en contextos continuos y discretos.
- Las fracciones mayores que la unidad.
- Subdivisiones equivalentes.

6.3.3 Contextos de la relación parte-todo.

Con respecto al desarrollo de secuencias de enseñanza del objeto matemático fracción y la influencia que podrían tener determinados contextos en las mismas, se sugiere que:

“Para diseñar secuencias de enseñanza (actividades de clase) debemos optar por un contexto continuo, en primer lugar, e ir integrando posteriormente actividades en las que se utilicen como fase intermedia objetos articulados para utilizar finalmente situaciones en las que el “todo” (la unidad) esté formado por elementos discretos. En este caso el objetivo de la secuencia de enseñanza (objetivo a corto plazo) será desarrollar-potenciar los atributos del concepto de fracción (asumiendo en este caso los señalados por PIAGET et al y los añadidos por PAYNE)”. (Llinares y Sánchez, 1988, p.82).

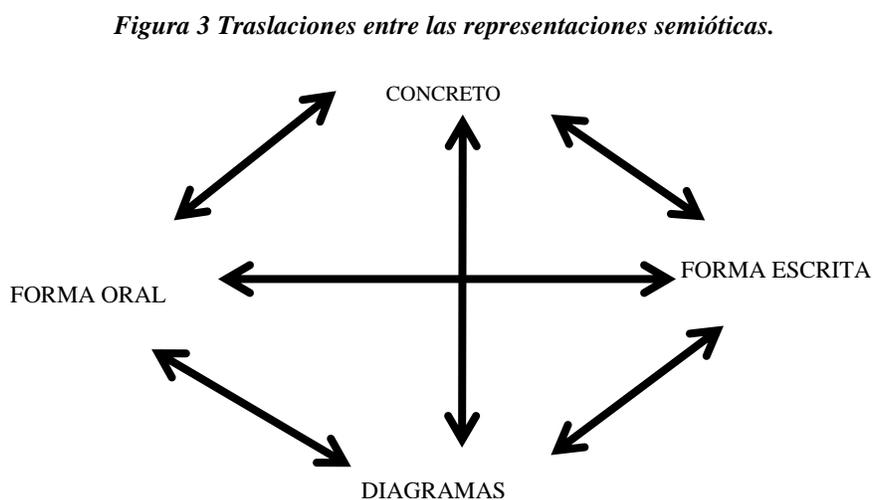
Las consideraciones anteriormente expuestas por Llinares y Sánchez (1988) son de vital importancia en el diseño de secuencias de enseñanza; dado que, no todos los contextos presentan el mismo nivel de dificultad; además, la experiencia en los procesos de enseñanza muestra como la interpretación desde la relación parte – todo es “básica e inicial” para adentrarse en la noción de número racional; en consecuencia, los materiales “concretos” que se utilicen, estarán condicionados al contexto desde el cual se aborde el proceso de enseñanza.

Al respecto, Obando (2003) resalta la pertinencia de una aproximación a las fracciones desde la relación parte-todo, teniendo en cuenta que esta constituye un contexto a partir del cual se puede conceptualizar la unidad. Es decir, se convierte en una oportunidad para caracterizarla como tipo de unidad (simple o compuesta) y tipo de magnitud (continua o discreta).

Llinares y Sánchez (1988) proponen inicialmente trabajar con material manipulativo que permitan realizar una traslación hacia representaciones orales y escritas, que a su vez

permitan que este proceso se haga de forma inversa, es decir, a partir del planteamiento de una representación oral y escrita de fracciones en el significado parte-todo puedan los estudiantes realizar la traslación a una representación concreta con material manipulativo. Posteriormente, estas traslaciones (o conversiones, en términos de Duval(1999)) entre las representaciones orales, escritas y concretas que se llevan a cabo con representaciones graficas haciendo uso de diagramas y dibujos.

Por último, se pasa a un tipo especial de diagrama, la recta numérica, el cual pertenece a un nivel más abstracto y aquí culminaría esta fase de la enseñanza con el significado parte - todo. En la Figura 1 se esquematizan las traslaciones que se realizan entre las representaciones utilizadas en la relación parte todo.



Fuente: Adaptado de Llinares & Sánchez (1988), p. 97.

7 OBJETIVOS

7.1 OBJETIVO GENERAL

Establecer cómo la actividad cognitiva de conversión de las representaciones semióticas favorece la resolución de problemas auténticos relacionados con el concepto de fracción desde la relación parte-todo.

7.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar los obstáculos que las estudiantes de grado 6° de la institución educativa Gabriela mistral presentan al realizar la conversión de las representaciones semióticas al momento de resolver problemas auténticos relacionados con el concepto de fracción desde la relación parte-todo.
- Categorizar las representaciones semióticas que utilizan las estudiantes al momento de resolver una situación problema relacionada con el concepto de fracción desde la relación parte – todo.
- Registrar la incidencia que tienen las representaciones semióticas del concepto de fracción, desde la relación parte – todo, y su actividad cognitiva de conversión en la resolución de problemas auténticos.

8 METODOLOGIA

El estudio se llevó a cabo mediante la metodología de investigación cualitativa la cual se hace mediante la recolección de información basada en la observación de situaciones que no son simplemente medibles ni comparables de forma cuantitativa (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). Se orienta más a averiguar cómo piensa y responde la estudiante ante una situación problema en su contexto; en el caso particular de la investigación permite identificar los diferentes obstáculos que se presentan el proceso de aprendizaje del objeto matemático fracción, como también el proceso de transformación entre representaciones y la solución de problemas.

El objetivo de esta investigación incluye conceptos relacionados con las representaciones semióticas de la fracción desde la relación parte-todo y cómo a través de la actividad cognitiva de conversión se fortalece las competencias en la resolución de problemas que necesitan para su desarrollo, el planteamiento de algunos registros de representación de dicho objeto matemático, traducción entre representaciones y conversión entre diferentes sistemas de representación.

Los investigadores desempeñaron un papel importante en el presente estudio, dado que fueron ellos los que intervinieron de forma directa en el aula, a través de la ejecución de la unidad didáctica en dos grupos de grado 6° de la institución educativa Gabriela Mistral del municipio de orito.

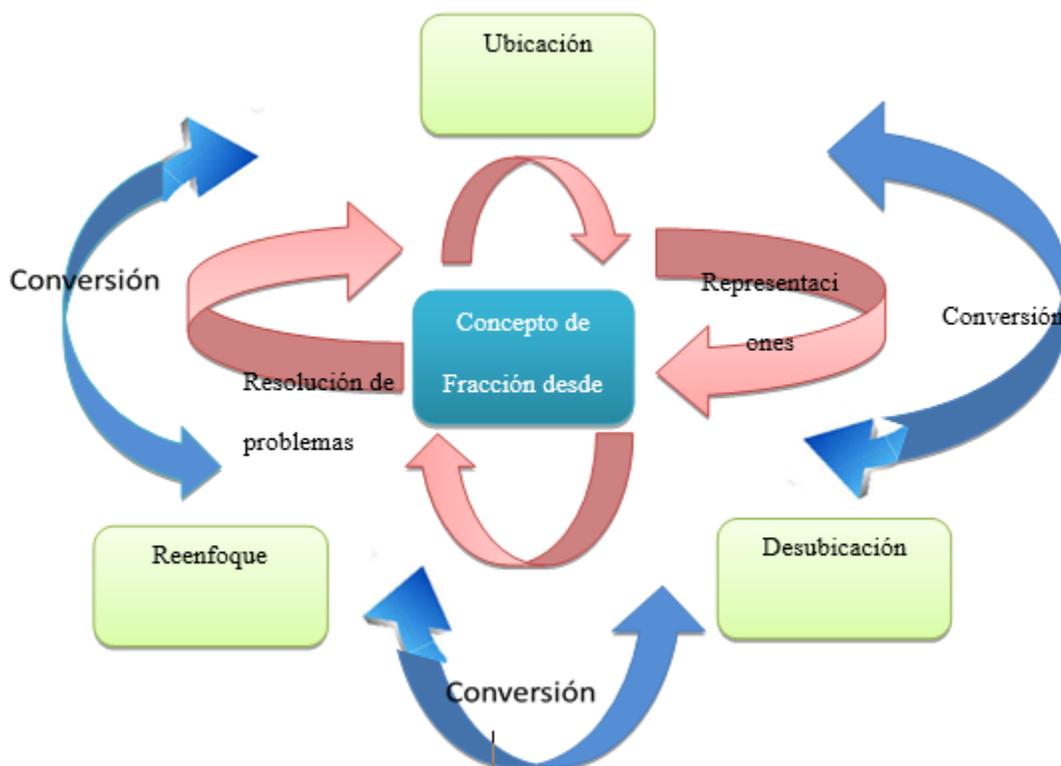
8.1 CATEGORÍAS

A partir de la problemática que se aborda surgen tres categorías; Actividad cognitiva de conversión entre representaciones semióticas, Solución de problemas Auténticos y Fracción considerando la relación parte- todo.

La categoría Fracción considerando la relación parte- todo se asume como interviniente.

8.2 DISEÑO METODOLÓGICO

Figura 4 Diseño metodológico de la investigación.



Fuente: investigadores

La propuesta de diseñar una Unidad Didáctica se basa en la generación de tareas de aprendizaje que contiene actividades que involucra la conversión entre representaciones de la fracción desde la relación parte-todo, en los contextos continuo y discreto, con el propósito de dinamizar el proceso de aprendizaje. En este trabajo se realiza a continuación una descripción de la secuencia didáctica aplicada en un grupo de estudiantes de Grado Sexto de la Institución Educativa “Gabriela Mistral” (Orito, Putumayo – Colombia) mostrando adicionalmente un análisis de resultados de las pruebas aplicadas a este grupo de estudiantes.

El tipo de investigación es cualitativa-descriptiva, ya que la misma pretende la descripción de los procesos de conversión de representaciones semióticas que dan cuenta

del proceso de aprendizaje del concepto de fracción como relación parte-todo en un grupo de estudiantes. Este tipo de investigación se basa en un marco exploratorio que busca generar un significado social, permitiendo capturar conceptos y contrastarlos con la teoría existente para generar interpretaciones a partir de las descripciones realizadas (Martínez-Rodríguez, 2011).

El objetivo de este estudio implica hacer una caracterización de los tratamientos (estructuración a través de los momentos planteados en la teoría de Tamayo et al. (2011)) y en especial de las conversiones de las representaciones semióticas en la resolución de problemas que realizan los estudiantes del concepto de fracción desde la relación parte - todo, los cuales se hacen explícitos en la búsqueda del conocimiento y entendimiento de las representaciones semióticas a través de la conversión que darán cuenta de un proceso de aprendizaje en el objeto matemático propuesto.

Con el fin de alcanzar los objetivos planteados en la siguiente investigación, se realizaron diferentes actividades, las cuales son explicadas a continuación:

- Identificación de la actividad cognitiva de conversión de las representaciones semióticas que realizan los estudiantes al resolver problemas auténticos sobre el concepto de fracción como relación parte-todo.
- Reconocimiento de la actividad cognitiva de conversión de las representaciones semióticas mediante el planteamiento de situaciones problemas que relacionen el concepto de fracción como parte –todo, donde el estudiante en una primera aproximación identifique y relacione los conceptos presentados en clase y los contraste con su cotidianidad. Dando así respuestas a situaciones problemas planteadas en clase y en otros contextos.

Diseño y aplicación de una unidad didáctica basada en la solución de problemas auténticos sobre el concepto de fracción como relación parte-todo, donde al considerar la información recolectada a partir de los resultados obtenidos de la realización de la guía didáctica por parte de las estudiantes, la socialización de sus resultados y el análisis de los mismos a la

luz de las teorías explicadas, se generaron una primera aproximación de lo que fue. La unidad didáctica, basada en la solución de problemas auténticos que nos llevaran a la identificación de la actividad cognitiva de conversión que realizan los estudiantes en la resolución de problemas enfocados en el concepto de fracción como parte-todos.

8.3 PROCEDIMIENTO

La investigación se llevó a cabo a través de la ejecución de una unidad didáctica en tres momentos: el primer momento (ubicación), se aplicó un instrumento de ideas previas para la identificación de obstáculos relacionados con el concepto de fracción desde la relación parte – todo. En el segundo momento (desubicación) se desarrollaron los contenidos correspondientes al concepto de fracción desde la relación parte – todo, incorporando para dicho fin el uso de un software libre y videos que les permitieron a las estudiantes complementar lo visto en clase. Por último, se desarrolló el momento de reenfoque, en el cual, se desarrollaron actividades enfocadas en la resolución de problemas auténticos que involucraban el objeto matemático en cuestión.

8.4 UNIDAD DE ANÁLISIS

La unidad de análisis de esta investigación fue la relación establecida por 10 productos de 10 estudiantes de la institución educativa Gabriela mistral escogidas aleatoriamente, a través de un sistema de balotas, para analizar las representaciones semióticas que ellas producen en la actividad matemática de la unidad didáctica, la fracción desde la relación parte todo en la resolución de problemas auténticos.

8.5 UNIDAD DE TRABAJO

Estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Gabriela Mistral del municipio de Orito putumayo entre las edades de 10 a 12 años. Para finalidad de esta investigación este trabajo se realizó con 50 estudiantes que demostraron disposición para el trabajo a desarrollar.

8.6 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

El instrumento que se utilizó para la recolección de la información en la presente investigación, fue la unidad didáctica. En esta se implementaron las técnicas de observación directa en el aula y los cuestionarios.

8.7 UNIDAD DIDÁCTICA. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS AUTÉNTICOS CONSIDERANDO LA RELACIÓN PARTE-TODO

INTRODUCCIÓN.

El propósito de esta unidad didáctica es diseñar una serie de actividades para comprender el modo que los estudiantes se aproximan a problemas que les permite resolver situaciones problema teniendo en cuanto a la relación parte- todo, además nos permitirá observar como a partir de estas desarrollen capacidades y potencialicen su propio aprendizaje.

Estas actividades permitirán desarrollar en las estudiantes su conocimiento pasando por una serie de momentos (Ubicación, desubicación y renfoque) desde la perspectiva de una clase multimodal (Tamayo, O, 2013). En cada uno de los siguientes momentos se tendrá en cuenta las siguientes características:

- Indagación de ideas previas u Obstáculos: Permite identificar a manera de diagnóstico los conocimientos previos que se tienen respecto al concepto de fracción y de la parte-todo con el fin de establecer estrategias didácticas y de contenido que refuercen las principales dificultades.
- Historia y epistemología de las ciencias: Es una de las principales ramas del saber científico, permitiendo explicar los límites del conocimiento, así como su fundamentación y evaluación (Parra-Murillo, 2005).
- Múltiples modos semióticos y TIC.
- Reflexión Metacognitiva.

8.8 DESCRIPCIÓN DE LOS CRITERIOS CON QUE SE ABORDARON LA UNIDAD DIDÁCTICA

Los siguientes criterios fueron seleccionados de acuerdo a lo considerado por Tamayo-Alzate et al. (2011):

- Epistemológicos: Desarrollo de actividades de ideas previas que permitan, identificar aquellos obstáculos que se presentan las estudiantes en torno al concepto de fracción considerando la relación parte todo.
- Cognitivos: Como producto de las experiencias previas, que han tenido las estudiantes con relación al aprendizaje del concepto de fracción considerando la relación parte todo.
- Historia y epistemología: Desarrollo de actividades que lleven al estudiante a elaborar una exploración histórica y epistemológica del concepto de fracción considerando la relación parte todo.

El uso de la historia, en el caso concreto de las matemáticas es importante, puesto que permite a las estudiantes comprender de la forma más adecuada, los diferentes conceptos que en ellas se implementan, estrategias que promueve un cambio de perspectiva frente a las mismas, además de incentivar una actitud crítica en las estudiantes.

8.9 HISTORIA DE LAS FRACCIONES

En el Antiguo Egipto se calculaba utilizando fracciones cuyos denominadores son enteros positivos; son las primeras fracciones utilizadas para representar las “partes de un entero”, por medio del concepto de recíproco de un número entero.

Los babilonios utilizaban fracciones cuyo denominador era una potencia de 60. El sistema chino de numeración con varillas permitía la representación de fracciones. Los griegos y romanos usaron también las fracciones unitarias, cuya utilización persistió hasta la época medieval. Diofanto de Alejandría (siglo IV) escribía y utilizaba fracciones. Posteriormente, se introdujo la raya horizontal de separación entre numerador y denominador, y el

numerador dejó de restringirse al número uno solamente, dando origen a las llamadas fracciones vulgares o comunes. Finalmente, se introducen las “fracciones decimales”, en donde el denominador se escribe como una potencia de diez.

Khwarizmi introduce las fracciones en los países islámicos en el siglo IX. La forma de representar las fracciones provenía de la representación tradicional china, con el numerador situado sobre el denominador, pero sin barra separadora. Leonardo de Pisa en su Liber Abaci (Libro del Ábaco), escrito en 1202, expone una teoría de los números fraccionarios. Las fracciones se presentan como fracciones egipcias, es decir, como suma de fracciones con numeradores unitarios y denominadores no repetidos.

8.10 DESCRIPCIÓN DE OBJETIVOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE:

- Objetivo General: Conocer, evidenciar y evaluar por medio de la unidad didáctica planteada el concepto de fracción desde la relación parte-todo, analizando las actividades cognitivas de conversión de representaciones semióticas.
- Objetivos Específicos
- Plantear a los estudiantes diferentes situaciones problemas, utilizando el concepto de fracción considerando la relación parte- todo.
- Establecer una enseñanza en contexto, a través de actividades reales de manera colaborativas, que propicien a las estudiantes a afianzar los aprendizajes relacionados con el concepto de fracción considerando la relación parte- todo.
- Verificar que la actividad de enseñanza realizada favorezca a los alumnos en un mayor entendimiento del concepto de fracción considerando la relación parte- todo.
- Comprobar que las situaciones que se propongan a través de la resolución de actividades y problemas den una primera pauta para que los estudiantes puedan tener mayor riqueza en la construcción de significados del concepto de fracción considerando la relación parte-todo.
- Tiempo de Ejecución: La unidad didáctica tendrá una duración de cinco semanas dentro del calendario escolar.

ACTIVIDAD	SEM 1	SEM 2	SEM 3	SEM 4	SEM 5
1. Explicación de la temática de números fraccionarios y su relación con la parte-todo.	Abril de 2017				
2. Presentación y explicación de la guía didáctica. Reconocimiento e indagación de ideas previas (Momento de Ubicación).		Abril de 2017			
3. Realización de las actividades de la guía didáctica			Mayo 2017		
4. Revisión y socialización de resultados de la guía didáctica entre los alumnos.				Julio de 2017	
5. Análisis de resultados obtenidos y relación con teorías. Presentación de informe final.					Septiembre de 2017

Grado de Enseñanza: 50 Estudiantes de grado sexto (primero de bachillerato) de la Institución Educativa Gabriela Mistral (Orito, Putumayo - Colombia), separados en dos grupos: 25 estudiantes de dos grupos de género femenino, identificados como Femenino 1 y Femenino 2.

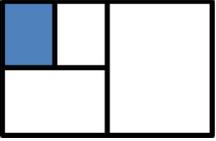
8.11 MOMENTOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

8.11.1 Momento de Ubicación:

Teniendo en cuenta la evolución conceptual a la que se quiere llegar, se hará inicialmente una indagación de ideas previas.

- **Actividad 1 (Individual):** Complete en cada casilla con la representación que sea equivalente a la dada de acuerdo con el ejemplo. Justifique cada respuesta.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN PARA EL CONCEPTO DE FRACCIÓN DESDE LA RELACIÓN PARTE-TODO			
GRÁFICO (Continuo o Discreto)	NUMÉRICO	VERBAL	JUSTIFICACIÓN
	$\frac{2}{8}$	Dos octavos.	
			
Cantidad de triángulos respecto al total de figuras 		Tres quintos	

			
<p>Número de peras con respecto al total de frutas</p> 			

- **Actividad 2 (grupo):** Organizados en grupos de cinco estudiantes, diseñar una forma de representación de la siguiente situación para dar solución al problema planteado en ella.

Un aljibe es un estanque de agua que se encuentra instalado a nivel subterráneo. Por lo general, los aljibes posibilitan el almacenamiento de agua potable. Su estructura requiere de materiales que permiten evitar que el agua se contamine y que impidan que se produzcan filtraciones. En Orito, los aljibes son construidos a una profundidad de 4 metros por debajo del nivel del suelo y en verano sólo logran alcanzar un cuarto de su capacidad. En cambio, en invierno alcanzan su máxima capacidad.

1. Daniela desea saber con qué cantidad de agua contará para la época de invierno; ¿podría saber con exactitud cuántos litros de agua habrá en el aljibe para entonces, sabiendo que en verano hay 250 litros?
2. Si en el aljibe de Daniela hay exactamente 750 litros de agua después haber llenado un tanque elevado, ¿qué fracción representa esa cantidad de agua contenida en él con respecto a su máxima capacidad?

Respondan las siguientes preguntas teniendo en cuenta el desarrollo de la actividad planteada anteriormente:

- **Reflexión Metacognitiva:**

1. ¿Se entiende adecuadamente el problema?
2. ¿Son capaces de describir el problema en sus palabras?
3. ¿Creen que el procedimiento que hicieron es el correcto?
4. ¿En qué se equivocaron?

- **Preguntas estratégicas:**

1. ¿Qué estrategias utilizaron para resolver el problema?
2. ¿Por qué esta estrategia es apropiada para resolver el problema?
3. ¿Cómo pueden organizar las estrategias para resolver el problema?
4. ¿Cómo pueden sugerir un plan para llevarlo a cabo?

- Preguntas reflexivas

1. ¿Qué dificultades tuviste para resolver el problema?,
2. ¿Cómo puedo verificar la solución del problema?

8.11.2 Momento de desubicación:

- **Conceptos Básicos:**

Inicialmente se presentan una serie de videos que presentan de forma lúdica el concepto de fracción desde la relación parte-todo y las etapas que se deben tener en cuenta para la resolución de problemas. Los cuales permitirán a las estudiantes visualizar el concepto de fracción desde la relación parte todo, haciendo énfasis en sus características y aplicabilidad. Esto ayuda a que los alumnos faciliten la conceptualización de la idea y la asociación de

ideas específicas a la relación parte-todo. Asimismo, se ha evidenciado que el video es una herramienta muy pertinente para enseñar puesto que las nuevas generaciones se han criado en un ambiente a través de animaciones, colores llamativos, música y otros elementos que no eran comunes en décadas pasadas (Morales-Ramos & Guzmán-Flores, 2015)

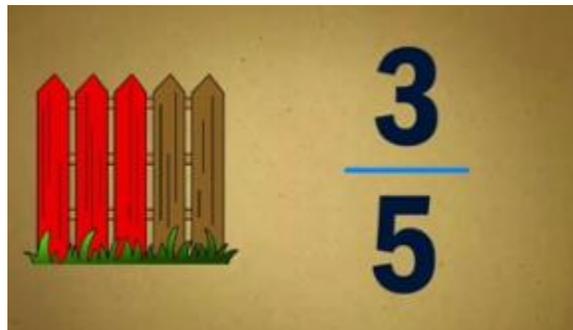
- Concepto de fracción desde la relación parte – todo.

Figura 5 Ejemplos de la fracción como una relación entre parte y todo



Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=Lx9ze2I0cd0>

Figura 6 Imagen representando una fracción en asociación con una figura.



Fuente: https://www.youtube.com/watch?v=wtar1G2TM_w

- Resolución de problemas

Figura 7 Imagen representando las etapas de resolución de un problema



Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=-rjuCQB1MV8>

- Actividad 3 (Software Interactivo – Pedazitos): Mediante esta actividad las estudiantes reforzaran el concepto de fracción desde la relación parte –todo, pasando del registro representacional gráfico al numérico y viceversa.

Figura 8 Imágenes representativas del software “Pedazitos”



Tomado de: Software libre Pedazzitos

El trabajo con la figura 9 sería a través de la representación gráfica de fracciones. Actividades sugeridas a realizar son las siguientes (instrucciones y preguntas):

1. Pinchando en el signo (+) del denominador, haz que color azul represente las siguientes fracciones: $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/6$, $1/7$; ¿Qué le pasa al círculo de la figura inferior cuando cambiamos el denominador de 2 a 3, 4, 5, 6 y 7?

Respuesta:

2. ¿Qué crees que sucederá cuando el denominador sea 9? Compruébalo.

Respuesta:

- Pinchando en los signos (+) y (-) del numerador y del denominador, representa las siguientes fracciones en los colores que se te indican y completa el siguiente cuadro:

Azul	$1/2$		$3/5$		$1/8$		$3/6$
Blanco		$1/3$		$2/7$		$2/9$	

3. En la figura superior, si pinchas sobre el color azul, se cambia a blanco y viceversa (solamente en la figura superior). Utilizando este recurso, coloca en la figura superior $3/3$ de color azul. ¿Qué pasa con el color del círculo?

Respuesta:

4. Pincha en los trozos de azul y verás que pasan a ser blancos.
5. ¿Qué fracción figura ahora a la derecha? Respuesta:
6. ¿Te parece correcta la respuesta del ordenador? Razona tu contestación.

Respuesta:

(Para trabajar con cualquiera de las dos figuras.)

1. Representa en una de las figuras $\frac{4}{3}$. ¿Cuántos círculos tenemos ahora? ¿A qué crees que es debido?

Respuesta:

2. Representa $\frac{5}{2}$ y verifica cuantos círculos necesitas. Si tuvieses que representar $\frac{9}{2}$, ¿cuántos círculos serían necesarios?
3. Juego por parejas: Tu compañero o compañera de juego ha de situarse en un lugar en el que no pueda ver la pantalla. Ahora representa en una de las dos figuras una fracción cualquiera. Se trata de que le digas a tu pareja de juego la fracción que hayas representado, sin utilizar el lenguaje matemático, es decir, no valen expresiones como por ejemplo “Dos tercios”, “Un cuarto”, “Tres quintos”, etc.

Respuesta:

Preguntas reflexivas

1. ¿Cuáles fueron las dificultades que presentaron a la hora de interactuar con el software?,
2. ¿Cuáles son los sentimientos que les produjo la interacción presentada desde el software?,
3. ¿Cómo te sentiste al realizar la actividad con tu compañero?
4. ¿Qué fue lo más difícil del trabajo realizado?
5. ¿Cómo puedes mejorar el trabajo presentado?

Actividad 4 (“Pon a prueba tus conocimientos”): Teniendo en cuenta lo visto anteriormente en los videos, las estudiantes pondrán en práctica lo aprendido en diferentes situaciones problema.

En el municipio de Orito, una de las actividades económicas de mayor representación es la cría de peces, Camila tiene una piscina con un número total de 360 peces, de los cuales en la primera semana de ventas vendió $\frac{1}{3}$ del total y en la segunda semana $\frac{3}{4}$ de lo que quedaba. Si después se le mueren 27 peces, ¿CUANTOS LE QUEDAN TODAVÍA?

8.11.3 Momento de reenfoque

En este momento se hará uso de situaciones problemas auténticos de mayor complejidad que las anteriormente mencionadas, que llevarán al estudiante a un nivel de reflexión acerca de la evolución del concepto matemático planteado.

Actividad 5: La cantidad de alimentos que consume una persona a diario varía dependiendo de la región en la que ella vive y de las costumbres alimenticias de su comunidad. Pero a pesar de estas diferencias, todas las personas requieren de una dieta equilibrada que brinde al organismo la cantidad de calorías adecuadas para desarrollar todas sus funciones.

En la siguiente tabla se muestran algunos alimentos y la cantidad de calorías que estos contienen:

ALIMENTO	CANTIDAD	CALORÍAS
Leche	1 taza.	140
Queso	50 gramos.	105
Carne	100 gramos.	243

Pan	1 tajada.	70
Papa	100 gramos.	76
Manzana	1 unidad.	80
Lechuga	100 gramos.	14

	LO QUE SÉ:	LO QUE AHORA SÉ:
¿Cómo logras identificar la fracción que representa la región sombreada de cada figura?		
¿Cómo logras identificar el denominador de la fracción que representa la región sombreada de cada figura?		
¿Cómo logras identificar el numerador de la fracción que representa la región sombreada de la figura?		
¿Cuál sería el procedimiento a seguir para dividir la figura a partir de las fracciones dadas?		
¿Qué elementos tuviste en cuenta para determinar a partir de la fracción, la división de la figura?		

A partir de la información de la tabla resolver:

- Luisa consume en un día dos porciones de papa, una porción y media de carne y dos manzanas. ¿Cuántas calorías consume Luisa a diario?

- Si la nutricionista le recomienda a Luisa consumir 2000 calorías diarias de la siguiente manera: tres décimos del total al desayuno, nueve veintavos al almuerzo y el resto a la comida. ¿Cuántas calorías debe consumir en cada comida?
- ¿Qué alimentos podría consumir Luisa al desayuno para consumir 800 calorías?

8.12 MATERIALES Y RECURSOS

- Textos guías
- Imágenes
- Software interactivo
- Gráficos.

9 RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

9.1 HALLAZGOS DEL INSTRUMENTO DEL MOMENTO DE UBICACIÓN.

Actividad 1

Tabla 1 Hallazgos del instrumento de Ubicación

Identificador	Imagen del Hallazgo	Identificador	Imagen del Hallazgo
E1		E6	
E2		E7	
E3		E8	
E4		E9	
E5		E10	

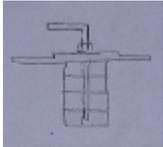
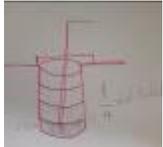
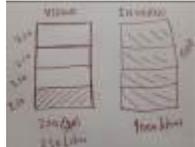
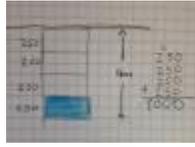
Aspectos Recurrentes en la actividad 1

Las estudiantes realizan la conversión de la representación semiótica de las fracciones entre el registro pictográfico y el registro numérico, encontrándose congruencia entre las unidades significantes de cada representación, dado que se evidencia que hay correspondencia semántica, univocidad semántica terminal y organización de las unidades significantes (Duval, 1999). Dado que como se observa las estudiantes pueden asociar en el registro pictográfico, el número de partes en que se divide el todo, con el denominador de la fracción en el registro numérico de la misma.

En el caso en donde la unidad no fue dividida en partes iguales y ellas debían realizar una partición equitativa de la misma presentaron dificultades para convertir la representación de la fracción desde el registro pictográfico al registro numérico.

Actividad 2 del momento de ubicación.

Tabla 2 Resultados de la Actividad 2

Preguntas	Equipo1	Equipo2	Equipo3	Equipo4	Equipo5
Representación usada para resolver el problema					
¿Se entiende adecuadamente el problema?	Si claro aunque en la primera leída no lo entendimos muy bien	Un poco no pero otro poco si o sea regular	Se entiende adecuadamente el problema porque tiene palabras comprensibles	Si claro, ya que se trabajan operaciones que ya hemos visto en grados anteriores	Se entiende, aunque al principio nos tocó volver a leer, no entendíamos pero ahora ya

¿Son capaces de describir el problema con sus palabras?	Si, con la ayuda del grupo	Si porque describir es otra cosa que resolver el problema	Se trata de encontrar la cantidad de agua que le cabe al aljibe en el invierno	Sí, porque se asemeja a la realidad que vivimos en nuestra casa, ya que también tenemos aljibe	Si, entre las del grupo logramos describirlo
¿Creo que el procedimiento que hice es el correcto?	Sí, porque podemos aprender un poco más.	Si porque confiamos en nosotras mismas	Si porque tuvimos en cuenta que las partes eran iguales	Sí, porque ya habíamos visto algo de problemas en clase y no fue complicado	Al principio no sabíamos cómo iniciar, pero le pedimos al profesor que nos explicara y logramos hacerlo
¿En qué se equivocaron?	Pues la verdad no	Nos equivocamos en el principio del problema	Al principio no tuvimos en cuenta que $\frac{1}{4}$ significa la cuarta parte	Cuando no tomamos en cuenta el valor de $\frac{1}{4}$ que se planteaba	En la parte de las operaciones con fracciones
¿Qué estrategias utilizaron para resolver el problema?	Buena memoria ante las lecturas y las gráficas	Fueron las fracciones	Nos dimos cuenta que sumando íbamos a encontrar el resultado	Utilizamos el gráfico y el significado de las partes de las fracciones	Una fue que a medida que íbamos sumando nos iba dando el resultado y la otra observamos bien los datos
¿Por qué esta estrategia es apropiada para resolver el problema?	Porque por medio de las fracciones nos guiamos y	Porque estamos seguras y además cada cuadro mide 4 metros	Porque debemos identificar bien los datos para así entenderlo y hacerlo bien	Porque con el gráfico y la medida de la fracción pudimos	Porque al sumar fracciones con el mismo denominador solo

	respondemos más fácil			saber cuánto se había llenado	se deja y se suma el numerador
¿Cómo pueden organizar las estrategias para resolver el problema?	Primero mirando la cantidad de toda la gráfica, después organizándolo por numérico tanto como numerador como denominador	Las podemos organizar haciendo pruebas	Teniendo en cuenta los datos del problema	Preguntándole a mis compañeras como entendían y anotando lo que decían	Observando la gráfica y los resultados que nos daban
¿Cómo pueden sugerir un plan para llevarlo a cabo?	Lo sugerimos estando atentas a lo que vamos a hacer	Se puede sugerirlo poniendo seriedad a las cosas	Un plan para llevarlo a cabo puede sugerirse planteándolo bien	Estando atentas a lo que nos da el problema	Lo que sugerimos es que hay que escuchar lo que digan nuestras compañeras y decidir cuál fue la mejor
¿Qué dificultades tuvieron para resolver el problema?	Al principio no entendíamos lo que pedía el problema	Las dificultades que tuvimos fue en el problema pero en las preguntas	Al principio confundimos las partes en que se tenía que dividir el aljibe	Que no teníamos en cuenta el valor de la fracción que nos daban y pues demorábamos en entender	Al principio entender el problema de ahí ya
¿Cómo pueden verificar la solución del problema?	La verificación la haremos cuando ya revisemos con el profesor y así mismo tener	Lo podemos verificar resolviendo en el tablero o sino	Preguntándole al maestro si estamos bien o no en el problema	Preguntándole al profesor si lo hicimos bien	Comparando con otro grupo y preguntándole a l profesor

en cuenta lo	corrigiendo lo
que está mal	que está mal

Fuente: Investigadores

Aspectos Recurrentes en la actividad 2

Los equipos de trabajo conformados por las estudiantes, al momento de realizar la conversión del lenguaje verbal al lenguaje pictográfico de la información que les brinda en la situación expuesta en el problema, dejan ver una correspondencia semántica entre las unidades significantes de dichas representaciones, en cuanto a la expresión “cuartos” puesto que en las figuras realizan una división en cuatro partes de la misma. Además, son capaces de determinar a partir de la expresión “un” que debe señalar una de las partes de las cuatro en que fue dividido el todo (numerador).

De igual forma se observa en algunos grupos la identificación del contexto del problema, puesto que en algunas de las figuras dejan ver que está relacionadas con lo que es un aljibe. Esto en términos de Santos (2007) se experimenta como real el contexto del problema por parte de las estudiantes, convirtiéndose en un espacio en el cual dan sentido a la actividad matemática que realizan para resolver el problema.

9.2 HALLAZGOS DEL INSTRUMENTO EN EL MOMENTO DE DESUBICACIÓN

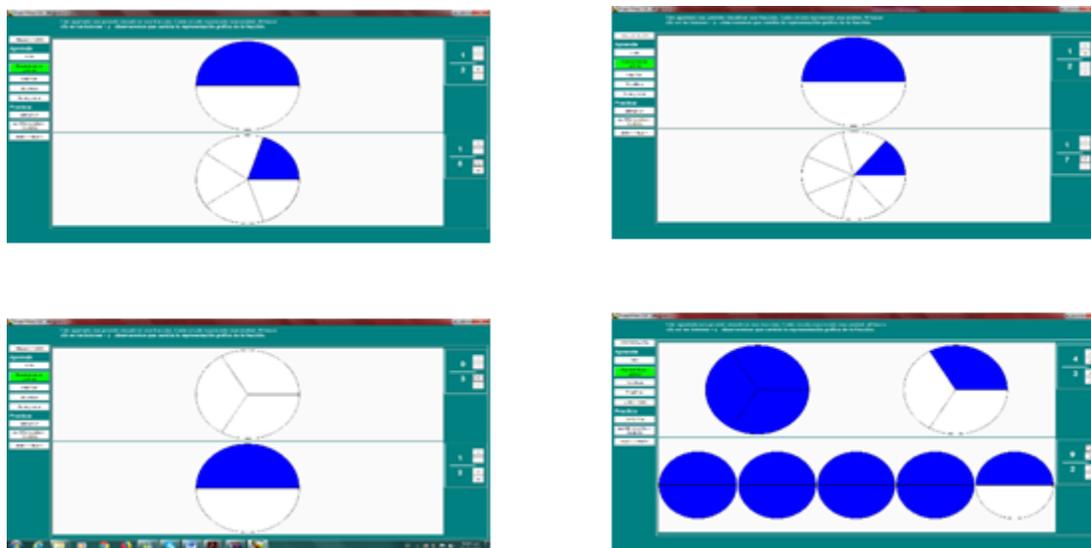
En este momento se hace uso del software “Pedazzitos” como herramienta que permite una “percepción dinámica” (Duval, 2006) de la transformación del registro pictográfico al registro numérico y viceversa.

Tabla 3 Actividad 3 Resultados Guía de trabajo

Estudiante	Parte 1	Parte 2		
E1			E3	 
E2			E4	 
E9			E5	 
E10			E6	 
			E7	 
			E8	 

Fuente: Investigadores

Figura 9 Actividades realizadas con el software Pedazzitos.



Tomado de: Software libre Pedazzitos

Aspectos recurrentes de la actividad 3

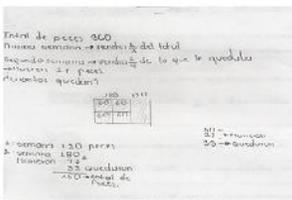
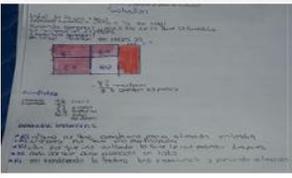
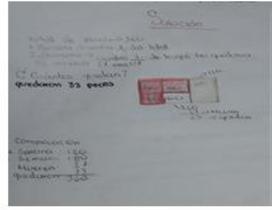
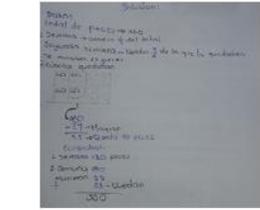
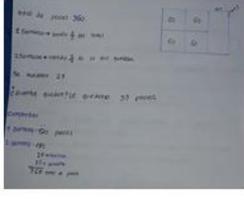
Las estudiantes al tener la oportunidad de interactuar con dos tipos de representación del objeto matemático fracción desde la relación parte – todo, pueden asociar las unidades significantes de cada representación.

Es así como a lo largo de su desarrollo, se pudo evidenciar aspectos recurrentes como son:

- Lograron identificar la relación que hay entre la variación del denominador y el número y tamaño de partes en que se divide el todo.
- Que si no se toma ninguna de las partes en que se dividió el todo, el numerador de la fracción es cero, lo que implica un reconocimiento de lo que indica el numerador en una fracción.
- Se evidencia una congruencia entre las representación pictográfica que arroja el software y la representación numérica introducida por las estudiantes (Duval, 1999).

Es decir, hay una correspondencia semántica, cuando se contrasta el denominador de la fracción con el número de parte en que se divide el todo y entre el numerador y las partes que se toman en azul. De igual manera, una univocidad semántica terminal, dado que no es posible que a cada valor designado en el denominador, por ejemplo, le corresponde una única forma de dividir el todo en partes iguales. Y por último, las unidades significantes de las dos representaciones son construidas en el mismo orden.

Tabla 4 Resultados de la actividad 4

<p>Estudiante</p> <p>En el municipio de Orto, una de las actividades económicas de mayor representación es La cría de peces, Camila tiene una piscina con un número total de 360 peces, de los cuales en la primera semana de venta 1/3 del total y en la segunda semana 3/4 de lo que quedaba. Si después se le mueren 27 peces, ¿Cuántos le quedan todavía?</p>			
E1		E4	
E2		E5	
E6		E9	
E7		E10	
E8			

Fuente: Investigadores

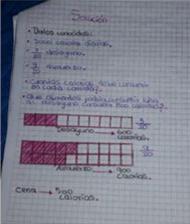
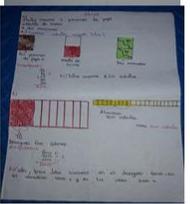
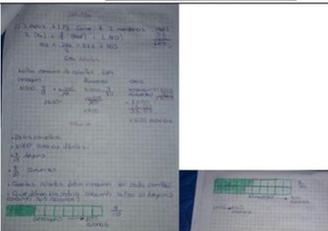
Aspectos recurrentes de la actividad 4

Se observa que las estudiantes, a pesar de que proponen una representación pictográfica de la situación planteada en el problema, no se cumple en su totalidad los criterio de congruencia entre ésta y la de partida en lenguaje natural. Esto se evidencia en los cálculos desarrollados por ellas al obviar el hecho de que había que restar la cantidad de peces muertos.

Por otro lado, se evidencia la dificultad que presentan las estudiantes para transferir los conceptos adquiridos en contextos matemáticos hacia contextos cotidianos (Obando y Muñera, 2003). Pues a pesar de que ellas a pesar de que en años anteriores ya habían resuelto problemas que involucran la resta, no se percataron de que era necesaria la para dar una respuesta correcta del problema planteado.

9.3 HALLAZGOS DEL INSTRUMENTO EN EL MOMENTO DE REENFOQUE

Tabla 5 Resultados actividad 5

Estudiante	Resultados de la actividad implementada en el momento de reenfoque
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
E7	
E8	
E9	
E10	

Fuente: Investigadores

Aspectos recurrentes de la actividad 5

Las estudiantes establecen una posible solución del problema proponiendo una representación pictográfica y una representación numérica de la misma. Aunque se observa que no todas las estudiantes propusieron una representación pictográfica y de las que la propusieron, no todas eligieron como el “todo” la misma figura. Es posible que las

estudiantes estén asociando un significado diferente a las unidades significantes del lenguaje natural, asociado, tal vez a las figuras con las que más se sientan cómodas o hayan manipulado anteriormente.

En este momento se evidencia el cumplimiento de uno de los criterios de congruencia entre la representación en lenguaje natural y la representación pictográfica, propuestos en la teoría de Duval (1999): correspondencia semántica de las unidades significantes simples que conforman la representación en lenguaje natural, “tres décimos” , “nueve veinteavos” y las unidades significantes de la representación de llegada al ver que los rectángulos dibujados por ellas se encuentran divididos en diez y veinte partes iguales respectivamente.

De igual manera, se evidencia una transferencia del aprendizaje del concepto de fracción desde la relación parte – todo en cada una de las posibles soluciones propuestas por las estudiantes. Aunque es importante señalar las estudiantes que optaron por realizar la conversión hacia el registro simbólico numérico, presentaron dificultades en el tratamiento de dichas representaciones, esto a causa de que no se dio univocidad semántica entre las unidades significantes de los dos registros.

10 CONCLUSIONES

- Al momento de resolver una situación problema, las estudiantes son capaces de identificar las unidades significantes del registro verbal y las colocan en correspondencia con otros registros, pero, privilegiando el uso de rectángulos o círculos (registro geométrico) para resolverla. Esto podría ser consecuencia de la congruencia entre estos dos tipos de representaciones, al cumplirse en su totalidad los criterios de que plantea Duval (1999): correspondencia semántica, univocidad semántica terminal y la organización de las unidades significantes de las representaciones semióticas.
- Las estudiantes muestran dificultades en la conversión del registro verbal al registro simbólico - numérico, al no cumplirse en su totalidad los criterios de congruencias entre las representaciones. Dado que algunas unidades significantes del registro simbólico no se encuentran de forma explícita. En efecto, al tratar de realizar la conversión la unidad significativa “el todo” no es explícita para ellas, mientras que las unidades significantes, “las partes en que se divide la unidad” y “las partes que se toman”, sí lo están.
- Se evidencia como los estudiantes usan representaciones semióticas en el registro geométrico para lograr una mayor comprensión del concepto de fracción desde la relación parte – todo y su aplicación en la resolución de problemas auténticos. Primero, haciendo corresponder la unidad significativa “el todo” con el rectángulo, por ejemplo, las “partes” con las particiones que realizan de la figura y por último, “las partes que se toman” con las particiones que son coloreadas o sombreadas.
- Se posibilita a partir de las apreciaciones de Duval (2006), el potencial representacional que, con algunas adaptaciones, podría ofrecer la implementación del software Pedazzitos. Una de esas adaptaciones podría darse si a los estudiantes se les entrega en el registro verbal, la fracción que deben representar. Esto sería necesario, dado que la herramienta en cuestión, privilegia sólo la conversión entre dos tipos de registros, el geométrico y el simbólico numérico.
- Las situaciones auténticas (santos, 2007) planteadas en la unidad didáctica, se convirtieron en una oportunidad para que las estudiantes encontraran sentido al trabajo realizado en el aula. De esta manera, tuvieron la oportunidad de hacer uso de

unos procedimientos y un objeto matemático (la fracción), para resolver una situación que muy posiblemente se podría presentar en su contexto.

11 RECOMENDACIONES

- Es importante que en los procesos de enseñanza los docentes incluyan situaciones auténticas que les permitan vincular diferentes registros de representación semiótica de las fracciones desde la relación parte todo, para así lograr una aproximación a un aprendizaje significativo.
- Es importante que los docentes privilegien el uso de múltiples representaciones semióticas de un mismo objeto matemático, en el proceso de enseñanza, realizando traducciones ya sea en un mismo registro (tratamiento) o de un registro a otro (conversión). Así como también, la modelación constante a través de ejemplos que muestren a los estudiantes el uso de dichas representaciones en la resolución de problemas.
- Es primordial continuar con las investigaciones alrededor de las representaciones semióticas de los objetos matemáticos, dado que ellas permiten el acceso a dichos objetos teniendo en cuenta su naturaleza abstracta, a la vez que su influencia en la resolución de problemas auténticos.
- Es importante que dentro del uso de las herramientas se abogue por la inclusión de las TIC, puesto que estamos en una era de la globalización y donde la tecnología puede facilitar a muchos docentes el logro de llevar a las estudiantes mejores propuestas de desarrollo cognitivo acerca de la comprensión y el aprendizaje en el área de las matemáticas, además del gran potencial representacional que tienen.

12 REFERENCIAS

- D'Amore, B. (2009). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Revista científica*, (11), 150-164.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. Cali, Colombia. Universidad del Valle. Equipo de Educación Matemática.
- Duval, R. (2006). Un tema Crucial en la Educación Matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La gaceta del RSME*, 143-168.
- García, L. and Campuzano, C. (2014). Representaciones semióticas sobre el número racional. *Magistro*, 8(15), 157-181.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación: Roberto Hernández Sampieri, Carlos Fernández Collado y Pilar Baptista Lucio*. (6a. ed. --.). México D.F.: McGraw-Hill.
- Llinares, S. & Sánchez, M. V. (1988). *Fracciones: la relación parte-todo*. Madrid: Editorial Síntesis S.A.
- Martinez, C. & Lascano, M. (2001). Acerca de dificultades para la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones. En *EMA*, 6(2), 159-179. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1127/1/75_Mart%C3%ADnez2001Acerca_RevEMA.pdf
- Martínez-Rodríguez, J. (2011). Métodos de investigación cualitativa. Silogismo – *Revista de la Corporación Internacional para el Desarrollo Educativo*, (8), 1-34.

- Ministerio de Educación Nacional. (1988). Lineamientos curriculares. Matemáticas. Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-89869_archivo_pdf9.pdf.
- Morales, R. (2014). Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Manizales, Manizales, Colombia.
- Morales-Ramos, L.A. & Guzmán-Flores, T. (2015). El vídeo como recurso didáctico para reforzar el conocimiento. Recuperado de: <http://www.udgvirtual.udg.mx/encuentro/encuentro/anteriores/xxii/168-427-1-RV.htm>
- Obando, G. & Múnera, J. (2003). Las situaciones Problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Revista Educación y Pedagogía*, 15(35),
- Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. *Revista EMA*, 8(2), 157-182.
- Oviedo, L. M., Kanashiro, A. M., Bnzaquen, M., & Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Revista Aula Universitaria*, (13), 29-36.
- Parra-Murillo, L.E. (2005). Epistemología de las ciencias. Recuperado de: http://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/32276148/EPISTEMOLOGIA_DE_LAS_CIENCIAS.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1500168546&Signature=z3FFetZtpixsiWLLNp5xYFGZ7QY%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DEPISTEMOLOGIA_DE_LAS_CIENCIAS.pdf

- Reigosa, C., y Jimenez, A. (2000). La cultura científica en la resolución de problemas en el laboratorio. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, (18), 275-284. Recuperado de: <https://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v18n2/02124521v18n2p275.pdf>
- Ruiz, C. (2013). La fracción como relación Parte -todo y como cociente: Propuesta Didáctica para el Colegio Los Alpes IED. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.
- Santos, M. (2007). La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. Recuperado de: <https://www.uv.es/puigl/MSantosTSEIEM08.pdf>
- Tamayo, O. (2013). Las unidades didácticas en la enseñanza de las Ciencias Naturales, Educación Ambiental y Pensamiento Lógico Matemático. *Itinerario educativo*. XXVII (62), 115 – 135.
- Tamayo, O. (2008) Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Educación y Pedagogía*, XVIII(45).
Recuperado de:
<https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/viewFile/6085/5491>
- Vallejo, F. A. & Tamayo-Alzate, O. E. (2008). Dificultades de los estudiantes de grado octavo en los procesos de tratamiento y conversión de los números racionales. *Revista latinoamericana de estudios educativos*, 4 (2), 151-182.