



PROCESOS DE REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS, PARA EL APRENDIZAJE DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

MELISSA DÍAZ RUIZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2018

PROCESOS DE REGULACIÓN METACOGNITIVA EN LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS, PARA EL APRENDIZAJE DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

MELISSA DÍAZ RUIZ

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias

Tutor

SANDRA MARÍA QUINTERO CORREA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2018

## **DEDICATORIA**

A mi madre, que hoy no está físicamente conmigo, pero que permanece en mi corazón por su ejemplo de vida, su apoyo, amor incondicional y su persistencia influenciada en búsqueda de la creencia en un único Dios, superación personal y académica.

A mi padre, que también está en su descanso eterno por ser ejemplo de amor, paciencia, tolerancia y trabajo.

A mis hermanos, por su acompañamiento, comprensión y sacrificios, siendo el motor que me motiva a salir cada día adelante para que vean en mí su fuente de apoyo y ejemplo.

A mi compañero, por entenderme en todos los espacios de estudio y servirme de apoyo para vencer obstáculos.

## **AGRADECIMIENTOS**

A la Institución Educativa El Nacional, su rector y compañeros, por brindarme el espacio y apoyo para realizar la intervención de la presente investigación.

A mi profesora Sandra Quintero, por acompañarme en todo el proceso del proyecto, su calidez humana, disciplina, paciencia, experiencia y compromiso.

A mi compañero Raúl Lobo, porque por medio de su ejemplo e influencia como docente egresado de éste mismo programa de maestría fue un motivador hacia la búsqueda de superación profesional.

A Edupol Sahagún y la profesora Nubia Solano por la oportunidad brindada en sus espacios de interacción virtual.

A mi familia, tías, tíos y primos que aunque algunos no entienden muy bien lo que hice, me dan ánimo y deseos de bendiciones, demostrándome su amor.

## RESUMEN

Este trabajo presenta los resultados de la investigación cuyo objetivo consistió en analizar los efectos que tiene los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) en la resolución de problemas que involucren razones trigonométricas. El trabajo se llevó a cabo con estudiantes de grado décimo, en la IED el Nacional, ubicada en Sahagún, Córdoba. La metodología utilizada fue abordada bajo un estudio cualitativo. Dentro de los instrumentos utilizados se encuentra un taller de indagación de ideas previas, una unidad didáctica bajo el enfoque de Tamayo (2011) y una entrevista semiestructurada. Inicialmente se encontró que la mayoría de los estudiantes no realizan un proceso de planeación secuencial en la resolución de problemas, se muestra una forma algorítmica de solución y poseen dificultades en las estrategias que utilizan; adicionalmente se evidenció que al tener en cuenta procesos de regulación metacognitiva aplicando la heurística de Miguel de Guzmán facilitó en los estudiantes sus procesos de resolución porque tienen en cuenta acciones de familiarización con el problema, búsqueda de diferentes estrategias, la ponen en práctica y la revisan. Finalmente se comprobó que los procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas fueron empleados exitosamente, mediante las fases que ofrece el modelo de Miguel de Guzmán, adaptadas de manera que respondieron al contexto escolar del estudiante, a sus necesidades y fundamentos teóricos del aprendizaje de razones trigonométricas.

**PALABRAS CLAVES:** Regulación metacognitiva, resolución de problemas, heurística, razones trigonométricas.

## ABSTRACT

This research work presents the results of the research whose objective was to analyze the effects of the processes of metacognitive regulation (planning, monitoring and evaluation) in the resolution of problems involving trigonometric ratios. The research work was carried out with tenth grade students, in the IED El Nacional, located in Sahagún, Córdoba. The methodology used was approached under a qualitative study. Among the instruments used is a workshop to investigate previous ideas, a didactic unit under the Tamayo approach (2011) and a semi-structured interview. Initially it was found that the majority of students do not perform a sequential planning process in problem solving, they show an algorithmic solution and have difficulties in the strategies they use; additionally it was evidenced that when taking into account metacognitive regulation processes applying the heuristic of Miguel de Guzmán facilitated in the students their resolution processes because they take into account familiarization actions with the problem under study, the search of different strategies, they put into practice and they review it. Finally, it was found that the processes of metacognitive regulation in problem solving were successfully used, through the phases offered by the Miguel de Guzmán model, adapted in a way that responded to the student's school context, to their needs and theoretical principles of learning trigonometric ratios

**KEYWORDS:** Metacognitive regulation, problem solving, heuristics, trigonometric ratios

## CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN .....	12
2. ANTECEDENTES .....	14
3. ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN .....	22
4. JUSTIFICACIÓN .....	25
5. REFERENTE TEÓRICO .....	28
5.1. Regulación metacognitiva .....	28
5.2. Resolución de problemas.....	31
5.2.1. Modelo para la resolución de problemas de Miguel de Guzmán.....	34
5.3. Relación entre la regulación metacognitiva y la resolución de problemas .....	38
5.4. Categorías, subcategorías e indicadores .....	39
6. OBJETIVOS .....	41
6.1. Objetivo General .....	41
6.2. Objetivos Específicos .....	41
7. METODOLOGÍA .....	42
7.1. Contexto .....	42
7.2. Unidad de trabajo .....	43
7.3. Unidad de análisis .....	43

7.4. Instrumentos de investigación .....	43
7.4.1 Taller de indagación de ideas previas .....	43
7.4.2. Unidad didáctica. ....	44
8. RESULTADOS Y DISCUSIONES.....	48
8.1 Momento uno (ubicación) .....	49
8.1.1 Análisis del momento uno. ....	53
8.2 Momento dos (desubicación) .....	54
8.2.1. Análisis del momento dos.....	66
8.3. Momento tres (Reenfoque).....	70
8.3.1 Análisis del momento tres.....	79
9. CONCLUSIONES .....	82
10. RECOMENDACIONES .....	84
11. REFERENCIAS.....	85

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Cuadro de Categorías, subcategorías e indicadores .....	40
Tabla 2. Instrumento 1. Identificación de ideas previas sobre la forma de resolver problemas en conceptos básicos de las razones trigonométricas .....	50
Tabla 3. Instrumento 2. Medida de ángulos, lados e identificación de razones trigonométricas.....	55
Tabla 4. Instrumento 3. Determinar evolución conceptual en la heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán).....	60
Tabla 5. Instrumento 5. Utilicemos el software Geogebra para resolver problemas con razones trigonométricas .....	63
Tabla 6. Entrevista Semiestructurada.....	70

## LISTA DE ANEXOS

ANEXO 1. Formato de unidad didáctica .....	91
ANEXO 2. Instrumento 1. Identificación de ideas previas respecto a la forma como los estudiantes resuelven problemas, aplicando el concepto de razones trigonométricas. ....	96
ANEXO 3. Instrumento dos. Medida de ángulos, lados e identificación de razones trigonométricas.....	98
ANEXO 4. Instrumento tres. Determinar evolución conceptual en la heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán) .....	101
ANEXO 5. Instrumento cuatro. Preguntas generadoras y orientaciones en torno a los procesos de Regulación metacognitiva al resolver problemas con ángulos de elevación y depresión. ....	103
ANEXO 6. Instrumento 5. Utilicemos el software Geogebra para resolver problemas con razones trigonométricas .....	106
ANEXO 7. Entrevista semiestructurada .....	110
ANEXO 8. Aplicación del instrumento 1; identificación de ideas previas sobre la forma de resolver problemas en conceptos básicos de las razones trigonométricas. ....	111
ANEXO 9. Aplicación del instrumento 2; medida de ángulos, lados e identificación de razones trigonométricas .....	112

ANEXO 10. Aplicación del instrumento tres; resolución de problemas con razones trigonométricas.....	113
ANEXO 11. Aplicación del instrumento cuatro; preguntas generadoras y orientaciones por parte del docente en torno a los procesos de regulación metacognitiva al resolver problemas con ángulos de elevación y depresión.....	114
ANEXO 12. Aplicación del instrumento cinco; utilicemos el software Geogebra para resolver problemas con razones trigonométricas. ....	115
ANEXO 13. Aplicación de la entrevista semiestructurada.....	116

## 1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación tuvo el propósito de analizar los efectos que tiene el desarrollo de procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) en la resolución de problemas para el aprendizaje de las razones trigonométricas en estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa el Nacional, de Sahagún, Córdoba. Para lo cual se identificaron fortalezas y dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas, además se conceptualizó los elementos que intervienen en los procesos de regulación metacognitiva y se vinculó dicho proceso para la resolución de problemas, en el aprendizaje de las razones trigonométricas.

La investigación se hizo con el fin de aportar en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, especialmente a través de la resolución de problemas, teniendo en cuenta los procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas, teniendo presente el concepto de razones trigonométricas e incluir la propuesta investigativa al currículo de la institución.

Para el cumplimiento del objetivo investigativo, se diseñó una unidad didáctica según el modelo de Tamayo (2011), basada en tres momentos secuenciales (ubicación, desubicación y reenfoque). Inicialmente se indagó acerca de la forma como los estudiantes resuelven problemas, posteriormente se realizaron diferentes actividades con resolución de problemas, en las cuales se implementó la heurística de Miguel de Guzmán, teniendo en

cuenta los procesos de regulación metacognitiva, planeación monitoreo y evaluación para resolverlos.

Finalmente se aplicó una entrevista semiestructurada, que permitió evidenciar la efectividad de los diferentes actividades realizadas durante la aplicación de la Unidad Didáctica para el logro de los objetivos propuestos en la presente investigación, con la vinculación de procesos de regulación metacognitiva como planeación, monitoreo y evaluación en la resolución de problemas. También se evidenció que los estudiantes tuvieron mejores procesos de resolución y contrastación de lo aprendido, desde el concepto de razones trigonométricas con otros aspectos importantes para ellos, como lo es la generación de pensamiento crítico para resolver problemas en su contexto social, observado desde sus manifestaciones escritas.

## 2. ANTECEDENTES

En los últimos años, en la educación matemática se ha observado interés por el aprendizaje de las razones trigonométricas. Como soporte a ello Bravo, González y Paz (2014), utilizaron una investigación de tipo cualitativo por medio de diálogo con los estudiantes, diálogo con los profesores, un test y entrevistas. Los autores concluyeron que las secuencias didácticas para el aprendizaje de las razones trigonométricas, contribuye en el fortalecimiento del currículo institucional en la parte metodológica, puesto que permite mitigar los bajos niveles en la comprensión de las matemáticas, además brindar al docente herramientas innovadoras como medios de enseñanza. Y con el apoyo de las estrategias didácticas se logra la comprensión y asimilación en la enseñanza de las razones trigonométricas, por lo que fue una experiencia muy significativa ya que le permitió integrar a todo el grupo objeto de estudio con las secuencias aplicadas en el salón de clases.

Atendiendo al aprendizaje de la trigonometría Fernández (2010), tuvo como objetivo llevar a cabo una planificación completa del currículo de trigonometría, de acuerdo a la normativa de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (L.O.E) de Granada España, para lo cual trabajó con un grupo de 4º de E.S.O (Educación, Secundaria Obligatoria). El autor utilizó como instrumentos, anotaciones del cuaderno, una prueba de evaluación inicial, trabajo en grupo, prueba final y lectura de libros. El investigador pretendió comprobar la capacidad de desarrollar estrategias para calcular magnitudes desconocidas a partir de otras conocidas, utilizar los instrumentos de medida disponibles, aplicar las fórmulas apropiadas

y desarrollar las técnicas y destrezas adecuadas para realizar la medición propuesta. A partir de la investigación, el autor concluye que la Unidad Didáctica implementada a la población objeto de estudio permitió obtener en los estudiantes mayor capacidad para planificar el camino hacia la resolución de un problema, los estudiantes comprendieron las relaciones matemáticas de los problemas, confiando en su propia capacidad e intuición. También, se mejoró el lenguaje utilizado para expresar informaciones que contenían cantidades, medidas, relaciones numéricas y espaciales, así como estrategias y razonamientos utilizados en la resolución de un problema en el contexto de la trigonometría.

Teniendo en cuenta las tecnologías de la información y la comunicación en el aprendizaje de la trigonometría, Ríos y Oyola (2016), analizaron la comprensión de las razones trigonométricas, en el contexto del modelo de Van Hiele, utilizando el software Geogebra, en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Simón Bolívar del Municipio de Sahagún – Córdoba. Los autores utilizaron un enfoque cualitativo a través de entrevistas, observación y análisis documental, con el fin de recolectar la información necesaria para determinar avances o dificultades en el desarrollo de actividades contenidas en un módulo de aprendizaje. Y la conclusión primordial de dicho estudio fue que comprobaron que los estudiantes logran la comprensión de muchos conceptos relacionados con las razones trigonométricas, con base en la visualización de elementos elaborados en el software GeoGebra; su aporte a la Educación Matemática, en especial a la trigonometría, se centró, básicamente, en las actividades del módulo de aprendizaje, fueron, en su mayoría, de su autoría. Adicionalmente, los descriptores de nivel les permitieron estructurar las

actividades y caracterizar el proceso de comprensión de cada uno de los estudiantes del estudio de casos; por lo tanto, también son un aporte a la Educación Matemática.

La relación existente de las anteriores investigaciones con el proyecto de investigación es que así como los autores brindaron estrategias metodológicas para abordar el aprendizaje del concepto de razones trigonométricas obteniendo buenos resultados, de la misma forma en este estudio se utilizará una unidad didáctica, basada en la resolución de problemas, como elemento mediador en el proceso de aprendizaje identificando el desarrollo de habilidades metacognitivas en los estudiantes.

Se destacan también estudios relacionados en cuanto a la resolución de problemas. En este sentido Boscán y Klever (2012), tuvieron como objetivo favorecer el aprendizaje de la resolución de problemas en alumnos de séptimo grado de Educación Básica en Sabanalarga, Atlántico, con un estudio de caso en la Institución Educativa Máximo Mercado. Los autores realizaron un estudio hipotético-deductivo con diseño pre experimental de medición inicial y medición final. Por tanto concluyeron que una de las mayores dificultades presentadas por los estudiantes consistía en la poca comprensión de los enunciados. Así, al propiciar la metodología, aumentó el número de estudiantes que comprendieron los enunciados de los problemas, y estuvo relacionado con el aumento del número de respuestas correctas. Demostraron, que después de la intervención, el proceso realizado por los estudiantes, fue reflexivo, ya que concibieron un plan, y al ejecutarlo, no se preocuparon solo en obtener una respuesta sino que se detuvieron a verificar cada paso

realizado. Hubo comprensión de la importancia de revisar el resultado obtenido, lo que les permitió que tuvieran mayores aciertos al resolver los problemas. Muchos estudiantes al revisar nuevamente el procedimiento que habían realizado, detectaron sus propios errores. Lo cual desde el paradigma constructivista devuelve a las evaluaciones su verdadero sentido dentro un proceso cíclico y no como final de un proceso.

Matute (2014), pretendieron demostrar la importancia de la resolución de problemas a partir de estrategias constructivas para el aprendizaje significativo de las Matemáticas en la Educación General Básica. Por lo que utilizaron la realización de una monografía, a través de la búsqueda y recopilación de información bibliográfica, por medio de diversas fuentes como: bases digitales, libros, artículos de revistas, entre otras. Concluyendo entonces que la investigación que realizaron constituyó una recopilación y análisis de información bibliográfica respecto a una serie de estrategias para la enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos desde el enfoque constructivista para promover el aprendizaje significativo de este tema central dentro de la actualización y fortalecimiento curricular 2010 ya que se pretendieron que los estudiantes desarrollaran el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida.

Ascencio (2013), propuso una metodología de enseñanza de álgebra en 1° de E.S.O consistente en la adaptación del modelo de Guzmán para la resolución cooperativa de problemas. La investigación utilizó como instrumento dos encuestas una antes y otra después de implementada la metodología, al igual que diferentes actividades

contextualizadas. Por consiguiente la aplicación de la metodología les permitió conseguir un rendimiento máximo de aprendizaje y propició una iniciativa de los estudiantes en la consecución de los objetivos, así como también les permitió constatar las ventajas proporcionadas por la metodología al resolver problemas de forma cooperativa.

Los anteriores antecedentes se relacionan con la presente investigación, porque utilizaron una metodología de resolución de problemas, generando resultados de aprendizaje cuando los estudiantes se enfrentaban a un problema. Por tanto en ésta investigación se utilizará la heurística de Miguel de Guzmán, con el fin de que los estudiantes conozcan las características de su modelo y las ventajas que pueda traer al aprendizaje de razones trigonométricas. Se toma este modelo guardando relación con la investigación, puesto que el fin de estas investigaciones fue identificar los procesos de pensamiento de los estudiantes al solucionar problemas, reflejado en el desarrollo de habilidades metacognitivas y capacidad de análisis, reflexión y debate con aprendizaje cooperativo al desarrollar un problema matemático.

El desarrollo de habilidades metacognitivas también es referencia importante para la investigación; por tal razón llama la atención el estudio realizado por Iriarte y Sierra (2011) quienes determinaron la influencia de la implementación de estrategias didácticas con enfoque metacognitivo en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos en estudiantes de 5° de la institución educativa Normal Superior de Sincelejo.

Los autores utilizaron pretest y postest seleccionando por grupos a la muestra, también utilizaron una prueba caracterizada por el planteamiento de situaciones basadas en la competencia específica de resolución de problemas y en sus componentes de la siguiente manera: tres problemas pertenecientes al componente aleatorio, tres problemas del componente geométrico – métrico y cuatro problemas del componente numérico – variacional. Llegaron entonces a la conclusión que el diseño y aplicación de propuestas didácticas que tengan como objetivo mejorar el proceso y las estrategias para resolver problemas de matemática, tienen una incidencia positiva cuando se trabaja en las habilidades cognitivas y metacognitivas de los estudiantes. A su vez, que se tengan en cuenta parámetros tales como: contextualizar el problema planteado, sea desde la matemática o desde la vida cotidiana, dándose entonces un aprendizaje significativo; aplicar métodos de enseñanza en los cuales se haga explícito el o los modelos de resolución de problemas que se aplican, con el fin de que no quede de manera implícita, sino que se explicita el proceso cognitivo y metacognitivo que se desarrolla en el tiempo que se le dedica a resolver el problema; diseñar diferentes tipos de materiales didácticos y construcciones de ambientes de aprendizaje que permitan que el estudiante seleccione, organice y controle diferentes procedimientos a la hora de enfrentarse a la resolución de problemas matemáticos contextualizados.

Del mismo lado Rodríguez (2005) donde se planearon como objetivo estudiar cómo mejorar la instrucción en matemáticas de modo que facilite la capacidad de resolución de problemas de los alumnos y se centra especialmente en la educación secundaria. El autor

llevó a cabo un análisis de la bibliografía más relevante relativa a las dificultades que se presentan en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas y al modo de mejorar la instrucción con el objetivo de lograr este aprendizaje en los alumnos.

Trayendo como conclusión que el autor constató el papel fundamental que se asigna a la metacognición en la resolución de problemas en general y matemáticas en particular, así como la gran cantidad de cuestiones que se mantienen abiertas en torno a qué es la metacognición, qué otros componentes están implicados en la resolución de problemas, qué papel concreto juega cada uno de ellos en la resolución de problemas y cómo se relacionan todos ellos. También observó en esta revisión una gran ambigüedad terminológica relativa a gran número de cuestiones como por ejemplo: ¿qué es un problema?, ¿qué es un problema en matemáticas?, ¿todos los problemas en matemáticas implican modelización?, ¿es lo mismo metacognición que calibración?, ¿qué relación existe entre la reflexión y la metacognición?, ¿existen procedimientos algorítmicos o heurísticos por naturaleza ?.

Buitrago y García (2011), indagaron acerca de la existencia y la forma en que se dan procesos de regulación metacognitiva en los estudiantes al momento de resolver situaciones problema en matemáticas, al igual que identificaron las acciones de planeación, control y evaluación presentes en la resolución de problemas matemáticos. El estudio lo realizaron en un grupo de grado once de Educación Media de la Institución Educativa Las Colinas en Armenia Quindío, conformado por 20 estudiantes. Utilizaron como instrumentos una

prueba de entrada y talleres con problemas de contexto. A lo que concluyeron que la selección de las situaciones que conforman los instrumentos de análisis es la que determina en gran medida la riqueza de los hallazgos, también que los procesos de regulación metacognitiva, principalmente las acciones de verificación y replanteamiento de la estrategia generan un impacto positivo sobre la resolución de problemas, ya que quienes logran un mayor acercamiento a la solución son los estudiantes que presentan mayor fortaleza en tales acciones, también que el desempeño de los estudiantes en matemáticas tiene un impacto directo sobre las acciones metacognitivas que realizan, entre otras conclusiones.

Son importantes las anteriores investigaciones y guardan relación con el objeto de estudio de ésta investigación al identificar procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas, por lo que se pretende observar dicho proceso en problemas asociando el concepto de razones trigonométricas. En este sentido indagar acerca de la forma como los estudiantes planean, controlan y evalúan al enfrentarse a situaciones problema.

### 3. ÁREA PROBLEMÁTICA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

Desde la práctica de aula la resolución de problemas es una actividad importante en el aprendizaje de las matemáticas, partiendo de un adecuado diseño de los enunciados y preguntas que se pretendan formular al estudiante. De esta forma se observa el procedimiento llevado a cabo para resolverlos con las diferentes actividades de aprendizaje que el docente incorpore en su proceso de enseñanza. Por tanto se crea la necesidad de incluir **procesos de regulación metacognitiva como la planeación, monitoreo y evaluación en la secuencia de pasos al resolver un problema, adquiriendo aprendizaje del concepto de forma profunda.**

En la Institución Educativa el Nacional, ubicada en Sahagún (Córdoba), se ha identificado que los estudiantes del grado décimo tienen dificultades para comprender los conceptos relacionados con las razones trigonométricas, **particularmente en seguir una metodología en la resolución de problemas.** En este sentido, poseen dificultades al recordar y relacionar conceptos previos de las razones trigonométricas, como lo es en la identificación de triángulos según la medida de sus ángulos, confunden los catetos de un triángulo rectángulo, no comprenden el uso de las diferentes razones trigonométricas en un problema. Además cuando se les plantean situaciones problema en el campo de la trigonometría, algunos estudiantes realizan una gráfica que no apunta a las variables del problema y siguen procesos algorítmicos sin ninguna reflexión y conclusión.

Esta problemática se ha podido confirmar con la propia experiencia en el aula, por lo que se puede formular que en su mayoría los estudiantes tienen dificultades para realizar una

resolución de problemas al aplicar las razones trigonométricas. Las causas de las dificultades pueden ser de diferentes tipos, ya sea por el desconocimiento de una heurística que les permita resolverlos, así como tampoco se les ha enseñado qué deben hacer en el momento de enfrentar estos problemas, en cuanto a procesos de regulación metacognitiva de planeación, monitoreo y evaluación, donde se verifique si sus planes de resolución son de forma eficiente.

De acuerdo con lo anterior, se plantea una investigación enfocada en la necesidad de desarrollar en los estudiantes procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas

Ahora bien, en relación con el desarrollo de habilidades de regulación metacognitiva se tiene en cuenta que:

“La metacognición, es decir, el conocimiento que tiene uno mismo sobre su cognición, permite al sujeto identificar y trabajar con las tres partes del problema (estado inicial, proceso y estado final), de modo que al tener un conocimiento acerca de la resolución de problemas en general, así como de los propios procesos mentales en particular, permite a los sujetos resolver mejor los problemas (Davidson y Sternberg, citado por Doménech, 2004)

Al hablar de metacognición es válido decir, que se hace necesario desarrollar un proceso de investigación en el aula, que describa la evolución que presentan en los estudiantes al enfrentar situaciones problemas sobre razones trigonométricas, utilizando estrategias

metacognitivas, como lo es la regulación, siendo importante revisar la planeación, monitoreo o verificación y evaluación de sus estrategias.

**Pregunta de investigación.**

**De acuerdo a lo anterior se plantea la siguiente pregunta de investigación ¿ Qué efectos tiene la implementación de una Unidad Didáctica que involucre procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) en la resolución de problemas con razones trigonométricas en estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa el Nacional ?.**

#### 4. JUSTIFICACIÓN

Esta investigación pretende aportar en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, especialmente en la resolución de problemas, teniendo en cuenta los procesos de regulación metacognitiva que realice el estudiante mientras los resuelve, de éste modo se busca contar con una producción importante en la adquisición de conceptos relacionados con las razones trigonométricas.

Dentro de los procesos de regulación metacognitiva que realicen los estudiantes en su resolución de problemas se pueden obtener ventajas que los conlleven a mejores procesos de planeación, control y evaluación para tomar decisiones de su propio aprendizaje. Es por ello destacar como procesos la regulación metacognitiva, en donde el estudiante sigue una serie de etapas, las cuales se pueden definir por Tamayo (2006) como planeación, monitoreo y evaluación.

En la planeación el estudiante contará con la selección de la mejor o mejores estrategias de resolución, ya sea por medio de una secuencia de pasos, realización de esquemas, gráficas, figuras, utilización de ecuaciones, entre otras, que lo conlleven a anticipar sus resultados.

En el monitoreo el estudiante podrá verificar, revisar y autoevaluar su estrategia, o también sustituir la que escogió inicialmente, monitorear el tiempo, la secuencia de pasos, entre otras acciones. Y en la evaluación el estudiante se enfrentará con actividades al finalizar la tarea, es decir evaluar sus resultados, si llegó o no a la respuesta, como llegó, porqué lo

hizo, si acertó o no acertó a la pregunta del enunciado del problema, apuntando de esta forma a procesos de regulación metacognitiva al resolver problemas.

Otra de las causas que hace necesaria la presente investigación se da cuando la población objeto de estudio desconoce heurísticas al momento de abordar un problema, lo que permita estructurarlo de forma secuencial y sea comprensible su solución. Es interesante por tanto como lo plantea Polya (1987) citado en D'Amore (2010) considerando que:

Resolver problemas significa encontrar un camino para salir de una dificultad, para sortear un obstáculo, para alcanzar un objetivo que no sea inmediatamente alcanzable. Resolver problemas es una empresa específica de la inteligencia y la inteligencia es el don específico de los humanos: se puede considerar la resolución de problemas como la actividad más característica del ser humano (p. 20).

Schoenfeld (1992) citado en Santos (2007), también presenta una caracterización de las dimensiones o categorías que explican el éxito o fracaso de los estudiantes en la resolución de problemas.

Es importante de este modo que el docente sea el mediador de los procesos de resolución de problemas de sus estudiantes, por tanto se convierte en un observador en el aula. “La observación de nuestro propio modo de proceder en cada uno de los problemas con que nos enfrentamos y la comparación con los de los expertos suplirán las correcciones que nuestro experto habría de hacernos si estuviera presente en nuestro entrenamiento” (De Guzmán, 1995).

Esta investigación es relevante además, ya que al utilizar una heurística de resolución de problemas basada en la metodología de Guzmán, aportaría de forma positiva en la práctica de aula, puesto que se aportaría a la educación matemática en la población objeto de estudio y en la institución educativa en general, siendo ésta heurística una metodología que se divide en diferentes fases para poder trabajar los diferentes aspectos de un problema. El estudiante considerará con la metodología de Miguel de Guzmán etapas como, familiarizarse con el problema, búsqueda de estrategias, llevar adelante la estrategia, revisar el proceso y sacar conclusiones.

Con base a lo antes mencionado, la propuesta investigativa estará mediada por una Unidad Didáctica construida a partir de tres momentos (ubicación, desubicación y reenfoque), donde inicialmente se indagará la forma de resolver problemas en el contexto de las razones trigonométricas por parte de los estudiantes, posteriormente se intervendrá hacia la aplicación de procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas cuando cuentan con una heurística como la de Miguel de Guzmán y finalmente se observará y evidenciará que tan efectiva fue la implementación de la Unidad Didáctica.

## **5. REFERENTE TEÓRICO**

En este apartado del trabajo se muestra la contribución de diferentes autores, referentes para esta investigación. Se inicia con la conceptualización de categorías como regulación metacognitiva y resolución de problemas, como categorías de investigación, al igual que la relación entre la regulación metacognitiva y la resolución de problemas.

### **5.1. Regulación metacognitiva**

A continuación se presentan algunos referentes teóricos importantes sobre las habilidades de regulación metacognitiva, que se han tenido en cuenta para el diseño de la investigación.

En el campo de la didáctica de las ciencias, la metacognición es de gran importancia debido que permite la adquisición, comprensión, retención y aplicación de lo que se aprende en los cursos (Tamayo, 2009).

Esta comprensión de lo que se aprende está relacionada con el diseño de estrategias, incluso, Buitrago y García (2011) plantean que;

“la regulación metacognitiva es el aspecto de la metacognición que le permite al estudiante controlar su aprendizaje. Dicho proceso metacognitivo favorece al estudiante en cuanto a sus procesos cognitivos de atención, comprensión y diseño de estrategias, además de potenciar aspectos afectivos y actitudinales de su aprendizaje como son la autovaloración

de sus capacidades, la responsabilidad dentro de las actividades y la autonomía tanto en el aprendizaje como en el cumplimiento de sus tareas”.

Los procesos de regulación metacognitiva particularmente potencian el desempeño de los estudiantes al determinar el proceso que sigue antes, durante y después de la resolución de un problema. Estos procesos son:

**Antes: planificar la estrategia de acuerdo con la cual desarrollará el proceso de búsqueda de la solución del problema. En esta etapa de la resolución de problemas se contemplan múltiples estrategias para decidir cuáles se adaptan más a la situación específica, diseñando así el rumbo a seguir para llegar del estado inicial al hallazgo de la solución.**

**Durante: controlar la ejecución de la estrategia. Durante la etapa de control, el resolutor realiza actividades de verificación, rectificación y revisión de la estrategia planeada.**

**Después: evaluar el desarrollo de la estrategia diseñada, a fin de detectar la pertinencia, contrastando los resultados con los propósitos, tanto de la estrategia en sí como de los resultados obtenidos para determinar su eficacia (Buitrago y Garcia, 2011).**

En la resolución de problemas los procesos metacognitivos generan aprendizajes profundos, autonomía del estudiante, capacidad de evaluar sus propias estrategias de resolución y explorar el camino que debe tomar para solucionar dichos problemas.

Al considerar las estrategias metacognitivas, Brown (1987) citado por Curotto, (2010) “son aquellas que intervienen en la regulación y control de la actividad cognitiva del individuo, optimizando los recursos cognitivos disponibles; se destacan tres principales: la planificación, la regulación y la evaluación. Se trata de tres procesos altamente interactivos, superpuestos y recurrentes.”

Son ejemplo de dichas estrategias metacognitivas la identificación de las propias dificultades durante el aprendizaje y su explicitación como problema, la autoevaluación del grado actual de comprensión de un texto, el autocuestionamiento para comprobar en qué medida se domina un tema concreto, la evaluación de las probables dificultades al responder las preguntas de un examen (Campanario y otros, 2000 citado por Curotto, 2010).

Para desarrollar la regulación metacognitiva se debe tener en cuenta las características de cada proceso, por lo que Mateos (2001) sustenta que:

“la planificación implica descomponer el problema en sub-problemas y diseñar una secuencia de pasos para resolverlos. El mismo autor distingue entre sujetos con dominio de la planificación en que suelen descomponer el problema cuando se enfrentan a nuevos problemas; en cambio los sujetos menos experimentados en planificación dedican menos tiempo a la planificación global de la solución del problema. El control o supervisión es el componente procedimental que se establece desde el momento en que se inicia la ejecución de las acciones o tareas y que puede manifestarse en actividades de verificación,

rectificación y revisión de la estrategia empleada. La evaluación permite contrastar los resultados con los propósitos definidos previamente”.

## **5.2. Resolución de problemas**

La importancia de la resolución de problemas según Díaz y Poblete (citado por Gómez 2013); es reconocida internacionalmente como un aspecto central del proceso de aprendizaje en matemáticas y sigue siendo la principal preocupación de educadores e investigadores en educación matemática.

Gómez (2013), manifiesta que el reconocimiento dado a la actividad de resolución de problemas en el desarrollo de la matemática, ha originado diversas propuestas para la enseñanza de la disciplina. Existen interpretaciones sobre la resolución de problemas, por lo que algunos consideran éste proceso como una meta, como un proceso y como una habilidad básica. Al considerarla como una meta se plantea la necesidad de aprender a resolver problemas, ya que se considera que esta habilidad ayudará a solucionar distintas situaciones de diversa naturaleza. En el segundo caso, lo que importa es el método, el proceso, la estrategia, ya que ésta debería ser el foco del currículo de matemáticas. En la tercera interpretación, la resolución de problemas puede plantearse como una habilidad básica que se considera conjuntamente con otras, lo que haría necesario distinguir los contenidos de los problemas, la clasificación que pudiera hacerse o distintos métodos para encontrar la solución. Del mismo modo, en un intento por modificar los contenidos matemáticos para considerar las necesidades de una sociedad inserta en el siglo XXI, se

debe reconocer que la resolución de problemas es la principal razón para estudiar matemáticas, considerándola como un proceso de aplicación de conocimientos previamente adquiridos a situaciones nuevas y desconocidas.

El aporte cognitivo de la resolución de problemas Según Godino, Batanero y Font (2003); es que la resolución de problemas matemáticos involucra la idea de interacción de varios procesos cognitivos. Es característica de la resolución de problemas la capacidad para transformar elementos de un problema de una modalidad a otra, solicitándoles que traduzcan y transformen un enunciado verbal en expresiones matemáticas sin resolver aun el problema. Esto conlleva seguir una adecuada línea de razonamiento en la que finalmente surge el lenguaje matemático.

Es así como la resolución de problemas aproxima la matemática a las situaciones cotidianas vinculadas a diferentes contextos, y pone de manifiesto el tipo de control intelectual que el alumno puede realizar sobre cada situación. Por ello, la resolución de problemas constituye no solo una buena estrategia metodológica, sino que supone una forma de acercamiento más real al trabajo en esta disciplina.

Un ejercicio en matemáticas, en cambio, es una situación donde al alumno le viene rápidamente a su mente un modo de responder la pregunta formulada, es decir, encuentra de forma espontánea la solución, porque resulta ser la práctica de una rutina en la cual ya ha sido iniciado. No obstante, los problemas o situaciones problemáticas y los ejercicios o

situaciones no problemáticas, conserva su importancia en el proceso de enseñanza aprendizaje cumpliendo papeles complementarios, pero claramente diferentes.

**En particular Godino, Batanero y Font (2003) consideran que la resolución de problemas no es sólo uno de los fines de la enseñanza de las matemáticas, sino el medio esencial para lograr el aprendizaje.** Los estudiantes deberán tener frecuentes oportunidades de plantear, explorar y resolver problemas que requieran un esfuerzo significativo. Mediante la resolución de problemas matemáticos, los estudiantes deberán adquirir modos de pensamiento adecuados, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza ante situaciones no familiares que les serán útiles fuera de la clase de matemáticas. Incluso en la vida diaria y profesional es importante ser un buen resolutor de problemas.

“La resolución de problemas es una parte integral de cualquier aprendizaje matemático, por lo que consideramos que no debería ser considerado como una parte aislada del currículo matemático. En consecuencia, la resolución de problemas debe estar articulada dentro del proceso de estudio de los distintos bloques de contenido matemático. Los contextos de los problemas pueden referirse tanto a las experiencias familiares de los estudiantes así como aplicaciones a otras áreas. Desde este punto de vista, los problemas aparecen primero para la construcción de los objetos matemáticos y después para su aplicación a diferentes contextos” (Godino, Batanero y Font 2003)

### **5.2.1. Modelo para la resolución de problemas de Miguel de Guzmán.**

Miguel de Guzmán ha desarrollado un trabajo extenso donde explica los diferentes bloqueos que se dan en los estudiantes cuando se enfrentan a problemas. Por tal razón las características de su trabajo inician desde los procesos de pensamiento, la actitud adecuada ante un problema. Los bloqueos del estudiante y las estrategias de pensamiento para proponer una metodología de resolución de problemas.

**De Guzmán (1995) plantea que “el pensamiento eficaz incluye aspectos como la memoria, la agudeza y la capacidad de observación, la percepción psicológica de matices finos, la capacidad de síntesis...Pensar es una actividad enormemente compleja” (p. 21).**

Por ésta razón el pensamiento será la guía para la acción cuando el estudiante se enfrente a un problema grande o pequeño. Además menciona que la mejor manera de perfeccionar los procesos de pensamiento consiste en tener un experto junto a la persona que está resolviendo el problema, ya que ésta promueve un mayor conocimiento de todos los movimientos de su propio pensamiento.

Del mismo lado como elemento importante en la resolución de problemas, de Guzmán, (1995) indica que:

“las estrategias de pensamiento son eficaces para abordar y resolver un problema y reflejan la manera que tienen los expertos de resolver los problemas. Esta actuación de los expertos se caracteriza por una actitud inicial sana, preparación adecuada para afrontar el problema, la disponibilidad de estrategias variadas de entre las que se pueda decidir, cierta capacidad

de incubación, constante atención a la posible iluminación, inspiración o intuición, una juiciosa evaluación de la situación del proceso, y perseverancia tenaz hacia la resolución del objetivo”

Teniendo en cuenta todo lo mencionado, a continuación se explicarán las características de cada etapa del proceso de resolución de problemas propuesto por de Guzmán (1995):

#### ***5.2.1.1. Familiarización con el problema.***

Esta fase consiste en adquirir información sobre el problema, es decir, sobre los elementos que **intervienen y sobre las conexiones que existen entre esos elementos**. Además, se debe adquirir una posición de partida y tener clara la posición de llegada, pero siempre sin apresurarse ya que las prisas acarrearán malas consecuencias.

Para conseguir el objetivo de esta primera fase es necesario indagar con el problema. Para ello, de Guzmán menciona una serie de pautas, a saber: mirar el problema pausadamente, imaginarse los elementos que intervienen, considerar las conexiones que hay entre los elementos, asegurarse de cuál es la situación de partida y la de llegada, manipular el problema, etc.

Cuando se habla de manipular el problema, se puede hablar sobre diferentes formas de explorar y analizar el mismo. Podemos indicar las siguientes: esquemas, procesos de ensayo y error, utilizar un lenguaje adecuado, etc. Todas ellas se analizan en la fase de búsqueda de estrategias.

### ***5.2.1.2. Búsqueda de estrategias diversas.***

Cuando se enuncia un problema, normalmente nos viene a la cabeza una primera idea para solucionar el mismo, pero no debemos conformarnos con esa primera idea para buscar la solución. Por eso, se debe procurar diseñar varias estrategias posibles pero sin llevarlas a cabo, puesto que cuando se tengan todas definidas se decidirá la más adecuada. Este paso es de gran relevancia, por lo que aun teniendo una idea muy clara para solucionar el problema y uno esté seguro de que esa es la adecuada, no se debe olvidar que la fase consiste en buscar varias estrategias posibles.

### ***5.2.1.3. Lleva adelante tu estrategia.***

D Guzmán, (1995) en este paso considera que tras haberse familiarizado con el problema y haber seleccionado la o las estrategias que se utilizarán para la resolución de éste, el siguiente paso consiste en poner a funcionar alguna de las estrategias. En ocasiones ocurre que el problema al que nos enfrentamos nos resulta sencillo. En esos casos, es clara la estrategia que nos conduce directamente a la solución del problema. **Sin embargo, cuando se tiene que resolver un problema difícil**, tras realizar la fase de familiarización y buscar estrategias, el estudiante siente que ninguna de las estrategias posibles va a conducirlo a la solución. En estos momentos lo más apropiado es dejar jugar a la incubación.

Para entender qué es la incubación, se debe saber que tradicionalmente el proceso de resolución de problemas también llamado proceso creativo, se analiza en cuatro etapas: preparación, incubación, iluminación y verificación. La etapa de preparación y verificación admite una estructura sistemática, pero la fase de preparación no. La incubación y la

iluminación son el resultado de una intensa actividad subconsciente que siempre nos acompaña, son procesos que no se pueden estructurar con reglas. Además, se puede hablar sobre la iluminación repentina, que según Guzmán es muy frecuente ya que todas las personas tienen constantemente acceso a esta experiencia.

#### ***5.2.1.4. Revisa el proceso y saca consecuencias.***

**Una vez finalizada la fase anterior, de Guzmán, (1995) plantea que se puede encontrar en cualquiera de estas dos situaciones; haber conseguido resolver el problema o no, a pesar del esfuerzo realizado para ello. No obstante, esto no significa que no se hayan mejorado los procesos de pensamiento.** Lo verdaderamente importante para conseguir el objetivo, es reflexionar sobre las acciones y el proceso realizado, para lo cual se realiza el protocolo.

La reflexión sobre el proceso se debe realizar desde dos perspectivas diferentes; una de ellas se refiere solo al problema en concreto que se ha solucionado o intentado solucionar. La otra, se debe de realizar desde una perspectiva general que profundice; examinando los bloqueos, las aptitudes, tendencias, etc. Dicha reflexión se puede concentrar en dos actividades: “Examinar el camino seguido” o “Extraer más provecho de este problema”.

### 5.3. Relación entre la regulación metacognitiva y la resolución de problemas

Acerca de la relación entre los procesos de regulación metacognitiva y la resolución de problemas, Domènech (2004), concluye en su tesis que:

**“los participantes con alta eficacia metacognitiva han sido más exitosos en la resolución de problemas, puesto que éstos han evaluado y regulado su procesos con mayor frecuencia, lo que les ha permitido cometer menos errores y evitar las posibles interferencias”. (p. 408)**

En esta relación entre metacognición y resolución de problemas Buitrago y García (2011) indican que siendo así el proceso cognitivo de resolución de problemas la actividad de pensamiento **por excelencia, también es el escenario más propicio para indagar sobre los procesos de regulación metacognitiva**, dado que el estudiante deberá pasar por etapas de exploración y sistematización antes, durante y después de intentar resolver el problema. En estas etapas se presenta la posibilidad de formular, reformular y validar estrategias, donde estaría implícitamente involucrada la eficacia metacognitiva, más que la misma capacidad intelectual.

Esta exploración y sistematización inmersa dentro del proceso de resolución de problemas, mediada por la regulación metacognitiva, debe permitir que el alumno reconstruya el saber teórico matemático, haga uso de las habilidades para resolver problemas y las estructuras conceptuales que ha ido configurando en su pensamiento.

Un concepto no logra transferirse a otra situación, a menos que el estudiante lo considere parte de la solución de un problema, en este sentido no es posible pensar en la formación de conceptos de forma mecánica.

#### **5.4. Categorías, subcategorías e indicadores**

Para el desarrollo de la propuesta en el aula se tienen en cuenta como categorías centrales la regulación metacognitiva en la resolución de problemas y la resolución de problemas en razones trigonométricas. Teniendo en cuenta respectivamente, las subcategorías de planeación, control o monitoreo y evaluación; y en la segunda categoría la heurística de resolución de problemas. Para cada una de las subcategorías se asignan los indicadores observados en la tabla 1.

Tabla 1 Cuadro de Categorías, subcategorías e indicadores

CATEGORIAS	SUBCATEGORIAS	INDICADORES
<b>Regulación metacognitiva en la resolución de problemas</b>	<b>Planeación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificación y definición del problema</li> <li>- Elaboración de planes</li> <li>- Representación mental del problema</li> </ul>
	<b>Control o Monitoreo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Seguimiento y verificación de la estrategia</li> <li>- Reevaluación del plan</li> </ul>
	<b>Evaluación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprobar la solución</li> <li>- Verificar si el plan es coherente con la solución</li> </ul>
<b>Resolución de problemas de razones trigonométricas.</b>	<b>Heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Familiarizarse con el problema</b></li> <li>- <b>Búsqueda de estrategias diversas</b></li> <li>- <b>Lleva adelante la estrategia</b></li> <li>- <b>Revisa el proceso y saca consecuencias</b></li> </ul>

## **6. OBJETIVOS**

### **6.1. Objetivo General**

Analizar los efectos que tiene los procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) en la resolución de problemas que involucren razones trigonométricas en estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa el Nacional.

### **6.2. Objetivos Específicos**

- Identificar fortalezas y dificultades que presentan los estudiantes, para resolver problemas del contexto utilizando el concepto de razones trigonométricas.
- Analizar los elementos que intervienen en el desarrollo de procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) para la resolución de problemas en el área de matemáticas.
- Vincular procesos de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) en la resolución de problemas, hacia el aprendizaje de las Razones Trigonómicas en estudiantes de grado décimo.

## **7. METODOLOGÍA**

Esta investigación se aborda bajo un estudio cualitativo, por lo que se trata de analizar los efectos que tiene el proceso de regulación metacognitivas en la resolución de problemas para el aprendizaje de las razones trigonométricas en los estudiantes, teniendo en cuenta el contexto en donde interacciona: el aula de clase, el patio de la institución y cuando se usa un software de geometría, todo ello particularmente en la clase de trigonometría al momento de resolver situaciones problemas. En este sentido Osses, Sánchez e Ibañez (2006) consideran que la investigación cualitativa posibilita estudiar de manera profunda la compleja realidad social.

### **7.1. Contexto**

La propuesta de investigación se llevará a cabo con estudiantes de décimo grado de la institución educativa en Nacional de Sahagún Córdoba, sede central, ubicada en el municipio de Sahagún Córdoba. La cuál cuenta actualmente con una población estudiantil de 3499 estudiantes, comprendidos en estratos 1 y 2, con distintas problemáticas sociales, resaltando las familias disfuncionales y falta de recursos económicos.

En los últimos dos años se viene implementando la jornada única en los grados décimos y once, con algunas dificultades tales como; alimentación escolar deficiente, hacinamiento escolar, falta de capacitación docente por parte de las entidades estatales, entre otras dificultades.

## **7.2. Unidad de trabajo**

En la investigación se tendrá en cuenta el curso 10°B el cual cuenta con 44 estudiantes, con diferentes rendimientos académicos cuyas edades oscilan entre 14 y 17 años, a los cuales se les aplicará los diferentes instrumentos.

## **7.3. Unidad de análisis**

Para la propuesta investigativa se considerará como unidad de análisis cinco estudiantes a los que se les aplicará la unidad didáctica, analizando las transcripciones de sus respuestas en los diferentes instrumentos y toda evidencia observable en la evolución de sus conceptos.

## **7.4. Instrumentos de investigación**

### **7.4.1 Taller de indagación de ideas previas.**

Se aplicará un taller de indagación de ideas previas, el cual consiste en la presentación de algunos problemas contextualizados, donde el estudiante manifestará la forma como aborda los problemas, qué metodología sigue y como llega a la respuesta. De esta forma se evidenciará las fortalezas y dificultades que poseen los estudiantes antes de implementar la unidad didáctica.

Acerca de la resolución de problemas, Maloney (1994) citado Becerra, Gras y Martínez (2011) considera que “el éxito de los estudiantes para resolver problemas pasa por la

elaboración de una estrategia de solución, por un análisis cualitativo del problema (haciendo un bosquejo del problema y reconstruyendolo con sus propias palabras) y, por sus capacidades de relacionar el problema con las ecuaciones y leyes que se ajusten a su solución.

#### **7.4.2. Unidad didáctica.**

Se tendrá en cuenta el diseño de una unidad didáctica según el modelo de Tamayo (2011), puesto que se pueden enseñar conceptos matemáticos teniendo en cuenta en el diseño de la unidad la evolución conceptual y las ideas previas, las cuáles cumplen un papel fundamental en la evolución del concepto.

En la unidad didáctica mostrada en el anexo 1 se realizaran diferentes instrumentos asociados con la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán y sobre los procesos de regulación metacognitiva de planeación monitoreo y evaluación al resolver problemas.

La forma de desarrollar y ejecutar la unidad didáctica se basa en un modelo lineal conformado por tres momentos específicos secuenciales estructurando paso a paso la evolución de los conceptos. Los tres momentos estarán constituidos por actividades que permiten que el estudiante construya su propio conocimiento y a medida que van desarrollando las diferentes actividades evolucionar conceptualmente.

#### ***7.4.2.1. Momento uno (Ubicación).***

En el primer momento se desarrollará un instrumento basado en un taller de ideas previas, como se expuso anteriormente, considerando la identificación de las ideas previas que poseen los estudiantes, evidenciando la forma en que los estudiantes resuelven problemas, en el aprendizaje de razones trigonométricas, cuando se involucran conceptos como; conversión de ángulos en el sistema sexagesimal y cíclico, clasificación de triángulos según sus ángulos y lados y aplicación del teorema de Pitágoras.

#### ***7.4.2.2. Momento dos (Desubicación).***

En éste momento se introduce a la unidad didáctica, utilizando tres instrumentos basados en actividades con situaciones problemas de contexto real y uno utilizando el software Geogebra, los cuáles permitirán rastrear la heurística de resolución de problemas orientada con la metodología de Miguel de Guzmán, evolucionando en el aprendizaje del concepto de razones trigonométricas. Los problemas de cada instrumento irán avanzando en un grado de complejidad, permitiendo que el estudiante interiorizara en la metodología de solución y pueda trabajar individual y grupalmente de una forma más elaborada. Del mismo modo al finalizar cada instrumento, se plantearan preguntas que permitan identificar la planeación, revisión y reflexión metacognitiva en los problemas abordados.

Es importante tener en cuenta como componente, la historia y epistemología del concepto estudiado, múltiples representaciones y reflexión metacognitiva. Al finalizar este momento se identificará si los estudiantes evolucionaron conceptualmente.

El componente de evolución conceptual dentro de la unidad didáctica facilita las labores del profesor y del estudiante según Tamayo (2011) por las siguientes razones:

Permite que tanto la unidad didáctica como cada uno de sus componentes sean evaluados constantemente, logrando de esta forma conseguir e identificar la evolución conceptual alcanzada con la unidad didáctica.

Los modelos mentales tanto del profesor como de los estudiantes adquiridos por el conocimiento común y cotidiano de los fenómenos científicos son transformados.

Conlleva a que el estudiante logre desarrollar la capacidad de decisión para inclinarse por una teoría que le permita dar solución a las preguntas iniciales.

Favorece el desarrollo de la creatividad con el fin de lograr una evolución conceptual por parte de los estudiantes de acuerdo con una serie de actividades propuestas por el profesor.

La unidad didáctica se fortalece a partir de los modelos mentales diferentes identificados por el maestro en el aula.

Las fronteras existentes entre el conocimiento científico y el conocimiento cotidiano son reducidas, aterrizando la ciencia a una actividad cotidiana y sacándola del contexto de doctrina idealizada.

Finalmente el aula es transformada desde la evolución conceptual, tomando como punto de partida el aprendizaje cooperativo.

#### **7.4.2.3. Momento tres (reenfoque).**

##### *Entrevista semiestructurada.*

Al final de la unidad didáctica que se implementará en la presente investigación, se aplicará una entrevista semiestructurada, permitiendo indagar la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas con razones trigonométricas, teniendo en cuenta los procesos de regulación metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, de acuerdo a la metodología de Miguel de Guzmán. Dicha entrevista se realizará a cinco estudiantes que participaron en el proceso, con cinco preguntas iniciales que pueden ser reestructuradas, de acuerdo a sus respuestas. Las preguntas estarán basadas según el cuadro de categorías subcategorías e indicadores.

López y Deslauriers, (2011), tienen en cuenta que “La entrevista tiene un enorme potencial que nos permite acceder a la parte mental de las personas, de esta manera podemos descubrir su cotidianidad y las relaciones que mantienen” Esta permite una conversación que conduce a un intercambio de información, con la cual se puede cuestionar al estudiante, acerca de sus pensamientos y las estrategias que utiliza a la hora de resolver un problema.

## 8. RESULTADOS Y DISCUSIONES

Para presentar los resultados de la información obtenida luego de implementar la unidad didáctica se organizaron las respuestas de los estudiantes, arrojadas durante la intervención de los instrumentos diseñados en los diferentes momentos, por medio de una matriz que identifica las preguntas intencionadas con las respuestas. Identificándose para el análisis los estudiantes como E1, E2, E3, E4 y E5.

Posteriormente se analizaron éstos instrumentos, triangulando las respuestas de los estudiantes con el referente teórico, para determinar el desarrollo de habilidades metacognitivas en la resolución de problemas para el aprendizaje de las razones trigonométricas en alumnos de grado décimo de la Institución Educativa el Nacional.

Por lo anterior, se identificaron fortalezas y dificultades que presentan los estudiantes, para resolver problemas de contexto real aplicando el concepto de razones trigonométricas. Del mismo modo se conceptuó los elementos y procesos que intervienen en el desarrollo de habilidades metacognitivas desde la resolución de problemas como metodología dentro de los procesos de aprendizaje.

El análisis comprende los resultados por cada momento de la unidad, identificando las categorías y subcategorías, como se muestran a continuación:

### **8.1 Momento uno (ubicación)**

En este momento se identificaron las ideas previas que poseen los estudiantes respecto a la forma de resolver problemas. De esta forma se evidenció la forma en que los estudiantes resuelven problemas, en el aprendizaje de razones trigonométricas, cuando se involucran conceptos como; conversión de ángulos en el sistema sexagesimal y cíclico, clasificación de triángulos según sus ángulos y lados y aplicación del teorema de Pitágoras.

Se realizó la aplicación del instrumento uno el cuál comprendió la resolución de un problema que involucra un triángulo rectángulo, un triángulo isósceles y una situación contextualizada donde un ingeniero deseaba saber si una pared apoyada al piso, forma un ángulo recto.

Después de que los estudiantes resolvieron las situaciones se indagó mediante preguntas sus ideas previas, por lo que se obtuvo las siguientes respuestas:

**Tabla 2. Instrumento 1. Identificación de ideas previas sobre la forma de resolver problemas en conceptos básicos de las razones trigonométricas**

PREGUNTA	RESPUESTAS	ANÁLISIS
<p><b>1- ¿Qué fue lo primero que tuvo en cuenta para resolver los problemas?</b></p>	<p>E1: lo primero que tuve en cuenta es identificar qué es lo que me están preguntando, sacando los datos que me proporciona el problema y buscando una fórmula que me ayude a encontrar la pregunta</p> <p>E2: lo primero que tuve en cuenta para resolver los problemas es el tema del cual me están hablando</p> <p>E4: analizar el problema y entender lo que me preguntan</p>	<p>En este primer momento algunos estudiantes siguen una secuencia de pasos para abordar un problema pero en su mayoría sacan los datos, aplican la ecuación característica del concepto según el planteamiento del problema de forma desorganizada, mostrándose procedimientos algorítmicos y mecánicos al resolver las situaciones dadas.</p> <p>Manifiestan seguir un procedimiento que los conlleven a las respuestas pero sin tener claro la explicación de la secuencia que aplican.</p>
<p><b>2- Describa la estrategia que se le ocurre para resolver los problemas</b></p>	<p>E1: la estrategia que usé fue acordarme de la regla de los ángulos de los triángulos en los cuales deben sumar <math>180^\circ</math> y el teorema de Pitágoras, pues es la forma que se acomoda mejor al problema</p> <p>E2: la estrategia que utilice fue ver los datos que me daban y lo que este me pide que halle</p> <p>E3: pues aplicar Teorema de Pitágoras y razones trigonométricas</p>	<p>Presentan dificultades también, al afirmar que los planteamientos están mal redactados, demostrando con ello una inadecuada lectura de los enunciados.</p> <p>Se presentaron errores en los resultados de sus respuestas por no recordar conocimientos previos como lo son las conversiones de ángulos en los diferentes sistemas de medición, el desconocimiento de términos y operaciones de despeje sobretodo en la aplicación del teorema de Pitágoras al hallar un cateto en un</p>

<p><b>3- Describa los pasos que utilizó para resolver cada problema.</b></p> <p><b>¿Por qué la secuencia de pasos resuelve el problema planteado?</b></p>	<p>E2: problema 1. Detectar el tema del cual me hablan haciendo una lectura detenida, analizar los datos que me dan, ver lo que me pide el problema, hacer un gráfico, ubicar los datos en el esquema, desarrollar el Teorema de Pitágoras para hallar el lado restante, pasar radianes a grados y hacer diferencia de ángulos.</p> <p>Problema 2. Apliqué la estrategia anterior</p> <p>Problema 3. Apliqué la estrategia anterior.</p> <p>La secuencia responde los problemas porque es la que me ha servido para responder este tipo de problemas.</p> <p>E3: problema 1. Conversión, aplicando Teorema de Pitágoras, descomponiendo.</p> <p>Problema 2. Aplicando Teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo, aplicando la fórmula del área del triángulo, descomponiendo.</p> <p>Problema 3. Graficar el problema, aplicar razones trigonométricas, racionalizar.</p> <p>Las secuencias dan solución a cada problema porque sí.</p> <p>E4: problema 1. Hallar el resto de los ángulos internos, utilizar el Teorema de Pitágoras para encontrar la hipotenusa, comprobar los resultados de cada operación.</p> <p>Problema: 2. Representar gráficamente el problema para entenderlo mejor, hallar la altura del triángulo y hallar el área.</p> <p>Problema 3. Hacer una gráfica de la situación, ubicar los datos, hacer lo que me están pidiendo.</p> <p>La secuencia para todos los problemas es la que más se me facilita.</p>	<p>triángulo rectángulo. Estos obstáculos son causados por la ausencia de significado y que pueden deberse a la complejidad del concepto de razones trigonométricas, detectándose de esta forma incoherencia en sus respuestas y desacierto en el resultado de los problemas.</p> <p>Por lo indagado anteriormente se está de acuerdo con De Guzmán (1995), haciendo referencia al tipo de bloqueos que presenta un estudiante al enfrentarse a un problema cuando se desconoce métodos heurísticos de solución como en éste caso, citando los bloqueos de tipo cognoscitivo:</p> <p>“Dentro de este tipo de bloqueos se encuentran los siguientes: Incapacidad de desglosar el problema, bloqueos en el ataque al problema, visión estereotipada, tendencia al juicio crítico y rigidez mental. Todos los bloqueos mencionados se refieren a las dos fases distintas de nuestro tratamiento del problema: la percepción del problema y el ataque al problema” (p. 27).</p> <p>Otra dificultad presentada es la inadecuada utilización de la calculadora, sobretodo al no tener claridad los sistemas de medición angular ya sea en grados o radianes como los propuestos en las situaciones. De igual modo dejar de lado la escritura de símbolos importantes en las expresiones trigonométricas, lo que se infiere que se tiene dificultad para manejar un lenguaje funcional de la trigonometría.</p> <p>En el mismo sentido en este primer momento, los estudiantes hacen pocas representaciones gráficas y se evidencia poco manejo en la red semántica del vocabulario propio del concepto de</p>
---	---	---

<p><b>4- ¿Le parece interesante o indiferente resolver las situaciones mostradas? Describa la percepción para cada problema</b></p>	<p>E2: problema 1. Me parece muy poco llamativo debido a que ya hemos resuelto ejercicios similares, entonces no me gusta mucho que digamos.</p> <p>Problema 2. Este problema no me gustó por la sencillez</p> <p>Problema 3. Me encantó por la forma como se encuentra planteado.</p> <p>E3: Resolver las preguntas son interesantes ya que nos permiten utilizar nuestros conocimientos de trigonometría</p> <p>E5: la verdad me parecen interesantes ya que coloco en práctica mis conocimientos previos</p>	<p>razones trigonométricas como lo es catetos adyacente, opuestos e hipotenusa. Al igual que en la identificación de los diferentes tipos de triángulos y sus características.</p> <p>Es así como se puede contrastar que: “En ocasiones el ser capaz de resolver un problema depende del estilo de pensamiento que se aplique. En ocasiones es el adecuado pero muchas veces no lo es. Para que el pensamiento sea el adecuado, es muy importante utilizar un lenguaje correcto, entre los cuales destacan: lenguaje imaginativo, pictórico, esquemas, diagrama, etc. En matemáticas se puede utilizar lenguaje geométrico, algebraico, analítico, probabilístico, etc.”. (De Guzmán, 1995)</p>
<p><b>5- ¿Por qué cree que la respuesta que eligió para cada problema fue la correcta? Justifique su respuesta</b></p>	<p>E1: Creo que es lo correcto, porque utiliza las fórmulas necesarias y aplicadas en clase, permitiéndome encontrar los datos deseados.</p> <p>E2: creo que fue la correcta debido a que la metodología que apliqué es la más indicada</p> <p>E5: lo creo porque creo que los pasos que utilice me ayudaron a dar el resultado</p>	<p>De las ideas previas que expusieron los estudiantes, es importante destacar la planeación que realizaron antes de resolver las situaciones o los planes que elaboraron, por lo que en su mayoría no presentan planes secuenciales sino de forma algorítmica. Es así como Brown (citado por Tamayo, 2006, p. 3), establece que la planeación implica “Selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento; la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos”.</p>
<p><b>6- ¿Conoce otra forma de solucionar los problemas aparte de la que describió?</b></p>	<p>E1: sí, también existen las razones trigonométricas que me permiten hallar el resultado</p> <p>E2: sí, podría plantear una solución mental y plasmarla</p> <p>E5: la verdad sí pero son más complejas, siempre utilizo las más fáciles de usar para mí</p>	<p>En dicha planeación, los estudiantes identifican el problema pero no lo definen. En su mayoría no lo representaron sino que comenzaron a solucionar. No se observa selección de estrategias claras y no todos tienen en cuenta una secuencia de pasos para atacar la situación. Y por lo evidenciado en sus</p>
<p><b>7- ¿Considera que se necesitan conocimientos de trigonometría y en general de matemáticas para resolver las situaciones mostradas?</b></p>	<p>E1: sí, porque los problemas planteados corresponden a la base de la trigonometría y se resuelven con un conocimiento previo de matemáticas</p> <p>E2: si se necesita conocimientos previos del tema y un razonamiento</p> <p>E3: obvio, ya que para estos problemas fueron creadas las matemáticas.</p>	<p>En dicha planeación, los estudiantes identifican el problema pero no lo definen. En su mayoría no lo representaron sino que comenzaron a solucionar. No se observa selección de estrategias claras y no todos tienen en cuenta una secuencia de pasos para atacar la situación. Y por lo evidenciado en sus</p>

<p><b>8- ¿Cuál considera que ha sido la principal dificultad en la comprensión de los conceptos previamente estudiados? Explique su respuesta.</b></p>	<p>E1: la principal dificultad fue en el punto tres porque pienso que el problema está mal planteado porque el valor de la hipotenusa puede ser cualquier valor que sea mayor a 4cm.</p> <p>E2: no tuve dificultad al hacer los ejercicios de este tema, aunque no me acordaba de algunas cosas pero después sí.</p> <p>E3: pues en el primero la conversión, en el segundo los conceptos de congruencia y en el tercero los pocos datos que nos dan.</p>	<p>respuestas no hay seguimiento de sus estrategias en la secuencia de pasos que describen ni procesos de verificación, además son muy llevados a utilizar la calculadora y poco manejo de las operaciones matemáticas de forma manual.</p> <p>Finalmente en éste primer momento los estudiantes no comprueban la solución de sus respuestas, al no contextualizar por medio de la realidad y no manifestar si las medidas son ajustadas al modelo de problema que realizan.</p>
--	---	--

### **8.1.1 Análisis del momento uno.**

De éste primer momento se evidencia que no hay un proceso de planeación secuencial, por lo que no se está realizando la actividad propuesta de forma apropiada, se muestra una resolución de forma algorítmica y se deja de lado el proceso de pensamiento que requiere la resolución de problemas.

Los estudiantes carecen de argumentos válidos y se nota poca comprensión de los problemas. Además, aunque logran decir que la estrategia que utilizan es apropiada, no la verifican y no tienen en cuenta el tiempo que gastan en ejecutarla. Es así como presentan dificultades en la estrategia que utilicen, porque sólo manifiestan que puede ser buena pero no existen procesos de verificación. Sin embargo expresan no acordarse de los conceptos previos lo que conlleva a dificultades cognoscitivas, pero no proponen estrategias que les permitan recordar el concepto que tienen que utilizar.

En síntesis en el taller de indagación de ideas previas que se les aplicó no se tiene en cuenta la regulación metacognitiva en la resolución de problemas que tienen los estudiantes porque desconocen la heurística de Miguel de Guzmán y las características de los procesos de planeación, monitoreo y evaluación cuando resuelven problemas.

## **8.2 Momento dos (desubicación)**

En el momento dos se diseñó actividades direccionadas a la resolución de problemas desde la heurística de Miguel de Guzman, a partir de procesos de planeación, monitoreo y evaluación asociados al desarrollo de habilidades de regulación metacognitiva para el aprendizaje de razones trigonométricas.

Se aplicó el instrumento dos llamado “medida de ángulos, lados e identificación de razones trigonométricas”. De esta forma se abordó la solución de los obstáculos epistemológicos presentados por los estudiantes, respecto a la forma de hallar la medida de ángulos y lados de un triángulo rectángulo usando las razones trigonométricas.

En la planeación se indagó cómo los estudiantes representan el problema, como plantean sus objetivos, si reconocen o no las variables y como se pueden utilizar.

En el monitoreo si hay contrastación de lo planteado con las estrategias llevadas a cabo, del mismo modo la verificación de presencia o ausencia de recursos cognitivos propios, selección de estrategias adecuadas, reconocer la utilidad de las variables o elementos que ofrece la situación, replanteamiento o cambio de estrategias.

En la evaluación se verificaron nuevos conocimientos, identificación de estrategias específicas para la resolución de problemas y cumplimiento del objetivo al finalizar la actividad.

En este instrumento inicialmente de forma colaborativa en grupos los estudiantes presentaron procedimientos sobre la construcción de triángulos a partir de la medida de ángulos y longitudes y la forma de hallar las razones trigonométricas en la construcción de un triángulo rectángulo a partir de dos cuerdas.

Posteriormente de forma individual debían responder a una serie de interrogantes mostradas a continuación:

**Tabla 3. Instrumento 2. Medida de ángulos, lados e identificación de razones trigonométricas.**

PREGUNTA	RESPUESTAS	ANÁLISIS
1- ¿Qué le piden hacer en la situación problema mostrada?	E1: me piden encontrar la medida del lado de la cuerda c y a  E2: lo que nos están pidiendo es que respondamos las incógnitas que nos presenta el problema  E3: pues hallar el perímetro, área y la amplitud de cada uno de sus ángulos	<p><b>Categoría Resolución de problemas</b></p> <p><b>Subcategoría heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán)</b></p> <p>En este instrumento se pudo notar inicialmente que los estudiantes de forma colaborativa construyen triángulos identificando en ellos sus características principales como lo es identificar ángulos y lados, así mismo su clasificación según ángulos y lados. De este modo construir a través de las cuerdas que se les solicitaron, el triángulo rectángulo notando en él cuál es el cateto opuesto, cateto adyacente e hipotenusa. Y con las respectivas medidas que sugirieron en sus construcciones, se notó la aplicación conceptual del teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas. Expresando como se define el seno, coseno, tangente,</p>
2- ¿Qué debe tener en cuenta para dar la respuesta?	E1: responder lo que me están pidiendo, verificar si está correcto el resultado  E2: responder las incógnitas  E3: los datos	

<p><b>3- ¿Qué le hace entender el problema?</b></p>	<p>E1: lo entiendo a través de un dibujo que resume toda la información que está en el enunciado</p> <p>E2: el esquema que he planteado anteriormente</p> <p>E5: lo que me hace entender el problema es que puedo utilizar las razones trigonométricas y conceptos previos para la resolución de este</p>	<p>secante, cosecante y cotangente en un triángulo rectángulo.</p> <p>A ellos les pareció interesante construir triángulos a partir de cuerdas de forma autónoma, así mismo para Hernández et al., (2009), citado por Matute (2014):</p> <p>“Las nuevas estrategias didácticas deben apuntar hacia el pensador crítico, para que éste pueda fundamentar, argumentar y reconocer la validez y las limitaciones de sus productos, para ello, la resolución de problemas debe apuntar a este fin a través de la presentación de situaciones que permitan indagar y crear a los propios educandos, solamente así se logrará que el estudiante a través de las explicaciones logre demostrar el por qué eligió tal situación o metodología de resolución”.</p>
<p><b>4- ¿Qué conocimientos de la trigonometría o de las matemáticas son necesarios para abordar la situación planteada?</b></p>	<p>E1: conocer todas las razones trigonométricas y conocer como despejar una incógnita en ecuaciones de primer grado</p> <p>E2: razones trigonométricas, ángulos especiales</p> <p>E3: razones trigonométricas usadas en ángulos especiales, teorema de Pitágoras</p>	<p>De esta forma se comienza a notar la solución de los obstáculos epistemológicos presentados por los estudiantes, cuando se tienen ángulos y lados de un triángulo rectángulo usando razones trigonométricas.</p> <p>En la forma de resolver problemas en este instrumento se nota que aún falta lectura en los enunciados de las situaciones sobretodo cuando se les pide que hacer en la situación problema que se muestra. Esto se debe a la poca familiarización con el problema siguiendo el modelo de Miguel de Guzmán, el cual propone como pasos familiarizarse con el problema, búsqueda de estrategias diversas, llevar adelante la estrategia, revisar el proceso y sacar consecuencias.</p>
<p><b>5- ¿Qué imagen puede representar del problema?</b></p>	<p>E1: un triángulo rectángulo unido por vértices cuyos lados son los segmentos</p> <p>E2: una persona que está en un octavo piso que está mirando el pie del poste de luz</p> <p>E4: a una subida o a la sombra de una pared.</p>	<p>En este sentido para abordar el problema es importante manipular el problema. Para tal efecto De Guzmán (1995), plantea que:</p>
<p><b>6- ¿Alguna vez se había enfrentado a este tipo de problemas?</b></p>	<p>E2: claro que si ya que hacemos muchos ejemplos en clase</p> <p>E3: si los he realizado en clase y casa</p> <p>E4: si</p>	<p>“se puede hablar sobre diferentes formas de explorar y analizar el mismo. Podemos indicar las siguientes: esquemas, procesos de ensayo y error, utilizar un lenguaje adecuado, etc. Todas ellas se analizan en la fase de búsqueda de estrategias” (p. 29).</p>
<p><b>7- ¿Qué estrategias puede</b></p>	<p>E1: buscar una fórmula, en este caso las razones trigonométricas seno o coseno o el teorema de Pitágoras</p> <p>E2: realizar esquemas, recordar</p>	<p>Así mismo, cuando se les pregunta que deben tener en cuenta para dar sus respuestas manifiestan de forma general los datos o incógnitas, pero no se detalla contextualización con la situación real ni una</p>

<p><b>organizar para encontrar la solución?</b></p>	<p>conocimientos asociándolo con el problema</p> <p>E4: plantear una gráfica con base en lo que me dan en el problema.</p>	<p>estrategia clara de solución.</p>
<p><b>8- ¿Considera que la forma de plantear el problema le ayudará a encontrar la respuesta?</b></p>	<p>E1: sí, porque pude llegar a la respuesta que me preguntan y la fórmula se adecua al problema</p> <p>E2: claro porque si se realiza un mal planteamiento puede que no llegue a una respuesta correcta</p> <p>E3: prefiero hacerlo de forma directa, y algunas veces con los conocimientos que tengo.</p>	<p>Sin embargo en esta intervención, se comienza a notar dominio en el lenguaje gráfico puesto que entienden el problema a través de esquemas, dibujos y tienen en cuenta los conocimientos previos como razones trigonométricas, identificación de ángulos especiales, teorema de Pitágoras y despeje de ecuaciones. Aunque la escogencia de razones en algunos casos observada en sus procedimientos no concuerde con la adecuada y se presente errores en las respuestas.</p> <p><b>Categoría Proceso de regulación metacognitiva en la resolución de problemas con razones trigonométricas</b></p> <p><b>Subcategoría Planeación</b></p>
<p><b>9- Describa el paso a paso de la estrategia que llevó a cabo para la solución del problema</b></p>	<p>E3: revisar mis conocimientos, aplicarlos al problema y revisarlo</p> <p>E4: utilice la razón adecuada con lo que me dan y llegar a la solución completa del triángulo</p> <p>E5: llenar la gráfica con los datos, ver que hace falta y por medio de ellas dar valor a los faltantes.</p>	<p>En la planeación como primer componente de la regulación metacognitiva, tienen en cuenta la forma de plantear el problema y esto les ayudará con la respuesta, pero no argumentan el porqué de una adecuada planeación.</p> <p>Cuando se trata de describir el paso a paso que les permita la solución de los problemas se nota aún un procedimiento algorítmico de solución, donde sólo les interesa aplicar el concepto de razones trigonométricas. Es decir se les dificulta utilizar todos los recursos que puedan tener para resolver la situación. Se tuvo en cuenta desde luego al avanzar en la unidad y se les instruyó acerca de las representaciones mentales del problema, puesto que:</p>
<p><b>10- ¿Habrá otros caminos para hallar la respuesta? ¿Cuáles?</b></p>	<p>E1: sí, puedo encontrar los lados con otras razones o usar el teorema de Pitágoras</p> <p>E2: claro que sí, razones trigonométricas</p> <p>E3: sí, usando la lógica que es una forma muy directa de responder el problema infiriendo y deduciendo</p>	<p>“Las representaciones e intentos por comprender el problema y diseñar una estrategia de resolución a partir de los conocimientos metacognitivos, hacen parte de la planeación como proceso de regulación metacognitiva. Dentro de tales acciones de planeación, se habla de las representaciones mentales que hacen los estudiantes del problema” (Kapa, (2002) citado por Buitrago y García, (2011).</p>
<p><b>11- ¿Considera que el camino que tomó es el mejor para</b></p>	<p>E1: sí, porque es una manera rápida y didáctica para la solución de este tipo de problemas</p> <p>E2: sí porque es el más rápido y</p>	<p><b>Subcategoría Control o Monitoreo</b></p> <p>El segundo componente de la regulación metacognitiva es el relacionado con acciones de</p>

<b>resolver el problema?</b> <b>¿Por qué?</b>	sencillo  E3: sí, ya que no es muy mecánico pero tampoco es muy deductivo, como una mezcla	control y monitoreo.  “El monitoreo se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución” (Tamayo, 2006).
<b>12- ¿Tiene en cuenta el tiempo cuando soluciona el problema?</b>	E1: si porque el tiempo es limitado  E2: claro, por eso no me demoré  E3: si, entre más rápido y correcto, más eficiencia	De este modo se observó que en las acciones de monitoreo los estudiantes ya tiene en cuenta el tiempo pero el que le da el profesor, más no se tiene conciencia del tiempo de resolución de su problema.  <b>Subcategoría evaluación</b>  Este proceso, realizado al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; quien evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia (Tamayo, 2006)
<b>13- ¿Qué fortalezas e inconvenientes cree que tuvo en la solución del problema?</b>	E1: la fortaleza es el conocimiento previo acerca del tema y el inconveniente que tuve es que mi silla no tenía brazo y era muy difícil de escribir  E3: fortalezas: manejo muy bien conceptos previos para resolver el problema. Inconvenientes: no tengo.  E5: fortaleza en la vista previa del tema y un poco de inconvenientes al recordar.	De ahí que, se identificó regulación en la evaluación cuando los estudiantes se autoevalúan en cuánto a sus fortalezas donde tienen capacidad de ser conscientes al manifestar que tienen más evolución conceptual en sus conocimientos previos lo que les permite más seguridad a la hora de enfrentarse a los problemas. Pero no argumentan las razones de si el resultado que esperaban era el correcto y si responde a la pregunta, es decir son conscientes que están realizando una secuencia, pero no proponen alternativas del porqué de sus resultados.
<b>14- ¿El resultado del valor de las longitudes desconocida era el que esperaba?</b> <b>¿Responde a la pregunta del problema?</b>	E1: si, porque se puede comprobar sabiendo que el opuesto a $30^\circ$ es la mitad de la hipotenusa (60 cm) y dio 30 cm. Y el adyacente es el opuesto por raíz de 3 y dio treinta por raíz de tres, por lo tanto está bien.  E2: si era el que esperaba  E3: a la vista sí, porque son longitudes que satisfacen estos ángulos notables.	

También se aplicó el instrumento tres y cuatro donde se tuvo evidencia en la evolución conceptual de los estudiantes aplicando la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, así como se identificó el desarrollo de los procesos de regulación metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación para resolver problemas.

En el análisis del instrumento tres se tuvo en cuenta que los estudiantes aplicaran la heurística instruida de Miguel de Guzmán al resolver problemas que involucraron razones trigonométricas. Para tal fin se notó cómo los estudiantes hallaron los catetos e hipotenusa de un triángulo rectángulo; la forma como calculan el valor de las razones trigonométricas en ángulos notables ( $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$ ) y la identificación de la relación exacta para aplicar ya sea el seno, coseno, tangente, cosecante, cotangente y secante en éstos ángulos notables. Todo ello a partir de las medidas adecuadas al utilizar una escalera.

Durante la aplicación de este instrumento se cambió de ambiente de aula llevando a los estudiantes al patio, se hizo un ejercicio de tomar del entorno los elementos con los cuáles contaban (reglas, transportador de madera grande, compás) para diseñar por grupos un problema diferente al planteado de la escalera y que ellos lo socializarán. Es así como diseñaron problemas con las gradas de la cancha, con árboles, con las alquerías, entre otros. Posteriormente se desarrolló el instrumento propuesto cuyas respuestas fueron clasificadas a continuación:

**Tabla 4. Instrumento 3. Determinar evolución conceptual en la heurística de resolución de problemas**

(Miguel De Guzmán)

PREGUNTA	RESPUESTAS	ANÁLISIS
<p><b>1- ¿Cómo identifica el problema que le plantean?</b></p>	<p>E1: leyéndolo varias veces hasta comprenderlo, observando la imagen y reafirmando conceptos</p> <p>E2: haciendo una lectura minuciosa acerca de lo que me están diciendo con las incógnitas y las variables</p> <p>E3: primero leo lo que me piden y dependiendo a ello, resuelvo el problema buscando una estrategia</p>	<p><b>Categoría Resolución de problemas</b></p> <p><b>Subcategoría heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán)</b></p> <p>Al evolucionar conceptualmente en la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, se evidencia que los estudiantes dominan de mejor forma la manera de hallar los catetos e hipotenusa de un triángulo rectángulo; del mismo modo la forma como calculan el valor de las razones trigonométricas en ángulos notables (<math>30^\circ</math>, <math>60^\circ</math>, <math>45^\circ</math>) y la identificación de la relación exacta para aplicar ya sea el seno, coseno, tangente, cosecante, cotangente y secante en éstos ángulos notables. Como también tienen claridad en los conceptos de ángulos de elevación y depresión.</p> <p>Se puede citar entonces que “la enseñanza a través de la resolución de problemas es actualmente el método más invocado para poner en práctica el principio general de aprendizaje activo”. En esta teoría se define un problema como una situación dificultosa para la que debe darse una solución que no es evidente para el individuo que se encuentre ante ella. Para que sea un problema el docente debe plantear una situación a la que el estudiante puede llegar con los conocimientos que posee, pero que implica cierto grado de abstracción, de lo contrario se convierte en un ejercicio más. (De Guzmán, 2001, p.7)</p>
<p><b>2- ¿Qué estrategia llevó a cabo para solucionar el problema?</b></p>	<p>E1: la ley de triángulos especiales de <math>30^\circ</math>, <math>60^\circ</math> y <math>45^\circ</math></p> <p>E2: el uso de ángulos especiales que es más fácil y no gasto mucho tiempo</p> <p>E3: la estrategia que llevé a cabo para solucionar el problema es ordenar mis conocimientos trigonométricos y mis conocimientos previos de matemáticas, además del que la profesora nos recomendó</p>	<p>Se evidencia también que la regulación metacognitiva al resolver problemas que realizaron los estudiantes estuvo influenciada por el cambio de ambiente de aula al sacar los estudiantes al patio y contextualizarlos con la realidad, lo que permitió adquirir en ellos más profundidad en sus argumentos, además que son capaces de generar pensamiento crítico en sus respuestas, diseñando, planteando y buscando estrategias para nuevos problemas con lo que les proporciona el medio. De esta forma la heurística recomendada generó buenos resultados de aprendizaje. Por lo dado en sus respuesta se familiarizan con el problema con una lectura más minuciosa del enunciado, lo analizan y lo ajustan a sus conocimientos, es decir</p>

<p>3- ¿Describe la secuencia de pasos que tuvo en cuenta para resolver el problema?</p>	<p>E1: familiarizarme con el problema, comprendiendo lo que preguntan, busqué la estrategia de triángulos especiales (<math>30^\circ</math> y <math>60^\circ</math>) y los puse en práctica para llegar a la respuesta</p> <p>E2: leer el problema, identificar incógnitas, analizar y llegar a la respuesta</p> <p>E3: me familiaricé con el problema, busqué una estrategia, aplique la estrategia y observe las consecuencias</p>	<p>existe conciencia en sus procesos de pensamiento.</p> <p>En sus estrategias de regulación metacognitiva al resolver problemas la contextualización con su ambiente escolar fue fuente de aprendizaje y medio de asimilación para mejor estudio de las razones trigonométricas. Bajo esta tesis De Guzmán (2001), “manifiesta que una preocupación general que se observa en el ambiente conduce a la búsqueda de la motivación del alumno desde un punto de vista más amplio, que no se limite al posible interés intrínseco de la matemática y de sus aplicaciones. Se trata de hacer patentes los impactos mutuos que la evolución de la cultura, la historia, los desarrollos de la sociedad, por una parte, y la matemática, por otra, se han proporcionado” (p. 10)</p> <p>Para la búsqueda de estrategias y ponerlas en marcha ya se tiene mayor claridad de los conocimientos previos, aunque no utilicen una red semántica del concepto de razones trigonométricas de forma verbal bien elaborada, se entiende en sus apreciaciones los conceptos que involucran el tema central. También se observa comodidad en su secuencia de pasos, porque les ha gustado la metodología. Aunque en este instrumento se note poco dominio gráfico o modelización del fenómeno, lo cual se debió a que tienen el fenómeno de la escalera a su vista, pero no está demás modelar la situación.</p>
<p>4- Qué tiene en cuenta para revisar la secuencia de pasos que llevó a cabo para resolver el problema. A partir de ésta revisión saca tus propias conclusiones y reflexiones de la situación mostrada</p>	<p>E1: que las operaciones estén bien hechas, el despeje esté bien, también el tiempo que me gasté.</p> <p>Puedo concluir que las medidas son acordes a la realidad</p> <p>E2: puedo decir que el método que la profe nos enseñó es bueno y nos facilita la solución de los ejercicios</p> <p>E3: me familiaricé con el problema cuando leo y busco los datos que nos dan y los datos desconocidos; busco una estrategia para resolver los datos desconocidos, estos se hallan aplicando los conocimientos de</p>	<p>Se infiere que los estudiantes verifican su estrategia y sacan consecuencias al manifestar que las operaciones estén bien hechas, el despeje de las ecuaciones sea el correcto, por tanto tienen más facilidad en la solución de sus ejercicios con el método propuesto. De manera que, generalmente dieron medidas acordes a la realidad y fueron capaces de identificar el porqué de sus valores, sobretodo en el uso del ángulo de inclinación de la escalera para utilizarla de mejor forma.</p> <p><b>Categoría Proceso de regulación metacognitiva en la resolución de problemas con razones trigonométricas</b></p> <p><b>Subcategoría Planeación</b></p> <p>Se observó una estructura mejorada en la secuencia de pasos que plantean para resolver los problemas, los estudiantes consideran que los pasos que describen le ayudaran a encontrar sus respuestas, además ya identifican otra estrategia de planificación por medio del teorema de Pitágoras o razonamientos para hallar sus respuestas.</p> <p><b>Subcategoría Control o Monitoreo</b></p> <p>Evolucionaron en este componente, cuando tienen en cuenta el tiempo que se gastan en resolver problemas no por el que lo limita el</p>

	<p>razones trigonométricas y ángulos notables y mis conocimientos como despejar, racionalizar y multiplicar; seguir aplicando la estrategia con base a conocimientos y rectificando con ensayo y error; observé las consecuencias, buscando otras formas de hacerlos tales como seno de <math>30^\circ</math>, coseno de <math>60^\circ</math> y teorema de Pitágoras</p>	<p>docente sino porque ya han aprendido el concepto de forma más estructurada y tienen un poco más dominio al enfrentarse a este tipo de problemas.</p> <p>Además identifican dificultades que tienen como lo es el uso de la calculadora, conversiones de ángulos y en algunos casos la racionalización, pero son conscientes que al controlar estos conceptos pueden mejorar sus respuestas para tener acciones al momento de superar las dificultades, como recordar, esquematizar, relacionar variables y utilizar las estrategias conceptuales en los temas estudiados.</p> <p>De igual forma en este momento los estudiantes ya revisan sus procedimientos en cuanto a la forma como resuelven los problemas, y por lo observado esta revisión hace que el mismo se dé cuenta si cometió o no errores.</p> <p>“Dado que la regulación es consecuencia de la supervisión, quien más hace uso de esta etapa son también los expertos. Con mayor flexibilidad de pensamiento los expertos al detectar errores en el proceso, de pronto ajustan o modifican, cuando es necesario, las estrategias planificadas con el objeto de alcanzar la meta” (Mateos, 2001, p.85-6).</p> <p><b>Subcategoría Evaluación</b></p> <p>Se puede decir que los estudiantes presentaron procesos evaluativos, puesto que tienen presente que los procedimientos que realizaron fueron los correctos para resolver los problemas, eran los que esperaban y manifiestan estar de acuerdo con la realidad y con las medidas del fenómeno que se les plantean.</p>
--	---	--

Al finalizar el momento de desubicación se aplicó el instrumento cinco llamado “aplicación del software Geogebra para la resolución de problemas con razones trigonométricas”. Cuya intervención se basó en conformar grupos de dos o tres estudiantes, introduciendo a la utilización del software por medio de una actividad acerca del manejo de las herramientas principales en la construcción de puntos, segmentos, rectas semirectas y construcciones

geométricas. Luego individualmente se construyó triángulos rectángulos en el programa y se determinó las razones trigonométricas, considerando los dos ángulos agudos de cada uno. De igual forma formularon un problema de aplicación de las razones trigonométricas en situaciones de la vida diaria, lo resolvieron, con el uso del software, siguiendo los conocimientos adquiridos de la heurística de Miguel de Guzmán e identificación de estrategias de planeación, monitoreo y evaluación que obtengan a partir de su orientación libre. Es así como respondieron a lo siguiente:

**Tabla 5. Instrumento 5. Utilicemos el software Geogebra para resolver problemas con razones trigonométricas**

PREGUNTA	RESPUESTAS	ANÁLISIS
<p><b>1- A partir del problema que formuló y resolvió, mediante el software Geogebra, responde: ¿Qué tuvo en cuenta para identificar las variables conocidas y desconocidas del problema?</b></p>	<p>E1:tuve en cuenta las variables, el tiempo y el concepto previo sobre razones trigonométricas y la habilidad de plasmar el dibujo en mi hoja</p> <p>E3: tuve en cuenta la hipotenusa y los catetos, como también los ángulos, estos teniendo en cuenta los conocimientos trigonométricos</p> <p>E4:lo que tuve en cuenta fue lo que conocía del tema para ser ejecutado</p>	<p><b>Categoría Resolución de problemas</b></p> <p><b>Subcategoría heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán)</b></p> <p><b>En este instrumento existió clara evidencia de identificación de variables, el tiempo de resolución de los problemas, la aplicación del concepto de razones trigonométricas y la habilidad para representar gráficamente la situación. Además los educandos comprenden mejor la relación de catetos cuando hay que identificar seno, coseno, tangente, cosecante y cotangente en un triángulo rectángulo.</b></p> <p><b>Contextualizan la representación visual de la interfaz del programa con lo que ya conocían como lo es el dibujo del triángulo rectángulo, un árbol, un niño en un barco sabiendo cuál es el ángulo de depresión que forma al observar el suelo.</b></p> <p><b>La manipulación del programa facilitó organizar estrategias para resolver el problema, actuó de este modo como medio en la búsqueda de estrategias adaptando el modelo de Miguel de Guzmán ya instruido.</b></p>

<p><b>2- ¿Cómo representa el problema que eligió?</b></p>	<p>E1: lo representé con un gráfico que resume toda la información dada, que tenga todos sus ángulos establecidos</p> <p>E2: lo represente mediante un dibujo de un niño y el barco con su ángulo de depresión desde la vista del niño hacia el otro lado</p> <p>E3: lo represento por medio de un dibujo en forma de triángulo rectángulo.</p>	<p>La utilización del software es una estrategia didáctica más, puesto que es un medio que facilita la comprensión de los conceptos. En tanto se está de acuerdo con Rios (2016), donde concluye que:</p> <p>“el software Geogebra permite la interacción de los estudiantes con la herramienta, el diseño de elementos geométricos, el reconocimiento visual y el establecimiento de propiedades y relaciones. Además, le aporta un componente de tipo experimental, pues el estudiante puede realizar y visualizar sus propias construcciones y, con base en ellas, llegar a la comprensión de un concepto (p. 176)</p> <p>Así mismo los educandos encontraron otro medio que les aportara información, no sólo del concepto que estaban estudiando sino de otros conceptos como construcción de puntos, segmentos, rectas semirrectas y construcciones geométricas, los cuáles fueron útiles en el área de trigonometría. Se puede referenciar de este modo a Sierra y Giraldo (2016) donde expresan que:</p>
<p><b>3- ¿Cuáles fueron las diversas estrategias que organizó para resolver el problema?</b></p>	<p>E1: busqué una ecuación, despejé la incógnita, dibujé el problema, coloqué los datos en el dibujo</p> <p>E2: fueron más bien siempre de realizar la figura, resolver las incógnitas y revisarlas</p> <p>E4: las estrategias las hice con lo que la profesora me enseñó y los pasos que ya he practicado para este tipo de problemas, la diferencia que es que me ayudé con el software</p>	<p>“GeoGebra es un software que permite realizar construcciones que para los estudiantes realizar con “papel” y “lápiz” parecen ser difícil y por tanto no les resulta agradable, es aquí donde actúa el software como diferencia, como un software dinámico, lo cual, permite al estudiante visualizar en un aspecto “prácticamente” simultáneo infinitud de casos o representaciones de un teorema, permitiendo visualizar la generalidad de las relaciones entre los objetos que se ponen en juego, otorgando un dinamismo en este tipo de nociones tan generales, dejando así de lado la rigidez que constaría representar caso por caso en el papel, ayudando así que el estudiante deje de ver las matemáticas como la materia más aburrida, sino que con la incorporación de las TICS observen las matemáticas desde otro punto de vista” (P. 60).</p> <p><b>Categoría Proceso de regulación metacognitiva en la resolución de problemas con razones trigonométricas</b></p> <p><b>Subcategoría Planeación</b></p>
<p><b>4- ¿Cómo llevó a cabo la estrategia que</b></p>	<p>E1: la llevé a cabo en el programa Geogebra y</p>	<p>Se evidenció una planificación motivante al utilizar el software Geogebra, el cual les facilitó entender mejor el concepto de razones trigonométricas, planearon desde lo manipulativo y modelaron con interés porque les gustó el uso del software. Por tanto adquieren la habilidad de forma más rápida de planeación</p>

<p><b>elegiste para resolver el problema?</b></p>	<p>dibujando el triángulo</p> <p>E3:aplicando los saberes trigonométricos con lo aprendido en clase como despejes, operaciones, razones y utilizar el programa Geogebra que es una herramienta muy buena</p> <p>E4:la estrategia la llevé a cabo poniendo en práctica lo que dibuje, ahora si con Geogebra y llegando a la respuesta en menos tiempo</p>	<p>de problemas al tener la orientación libre que ellos mismos realizan, buscan mejores estrategias al tener un concepto más evolucionado de razones trigonométricas y comprenden la relación existente entre catetos e hipotenusa sobretodo en la identificación de variables conocidas y desconocidas. En sus diseños ya descomponen el problema, lo representan mentalmente y utilizan el software como medio de ayuda.</p> <p>“La planificación de la solución de un problema implica descomponer el problema en subproblemas y diseñar una secuencia de pasos a seguir para acometer cada subproblema. La planificación es una etapa que marca la diferencia entre expertos y novatos y, normalmente son los expertos que dedican más tiempo a esta fase cuando se enfrentan, por ejemplo, con problemas nuevos. En cambio, los novatos tienden a lanzarse directamente a una acción sin planificarla previamente” (Mateos, 2001, p.85-6).</p> <p>En consecuencia el trabajar con Geogebra permitió desarrollar habilidades metacognitivas en la resolución de problemas porque sus representaciones ya fueron planeadas de acuerdo a las herramientas que ofrece el software, por lo que manifestaron que es una forma más práctica y fácil de llegar a la respuesta, además de utilizar una forma diferente para aprender sus conceptos convirtiéndose así en una ventaja didáctica al realizar planes elaborados de mejor forma.</p>
<p><b>5- ¿Revisó el proceso llevado para resolver el problema? SI__, NO__. Si su respuesta es afirmativa; ¿qué conclusiones saca con respecto a ésta revisión?</b></p>	<p>E1: si, concluyo que al revisar es posible identificar errores y estar más seguro de la respuesta, también que sirve en problemas de la vida diaria</p> <p>E2: si, pero creo que todo estaba muy bien, además en el programa los resultados son más confiables.</p> <p>E4:si, concluyo que el procedimiento que hice fue el indicado</p>	<p>De este modo es importante destacar que “en el campo de la investigación de la didáctica de las matemáticas se admite, desde hace décadas el interés de utilizar software matemáticos, ¿por las ventajas pedagógicas que se observan desde el punto de vista educativo: la gran capacidad de almacenamiento, la propiedad de simular fenómenos naturales difíciles de observar en la realidad, la interactividad con el usuario o la posibilidad de llevar a cabo un proceso de aprendizaje y evaluación individualizada, entre muchas aplicaciones educativas que estos software proporcionan” (López, etc. (2005), citado por Ruiz, K y Rendón, C (2014), p. 3).</p> <p><b>Subcategoría Control o Monitoreo</b></p>
<p><b>6- ¿Comprobó la solución del problema? SI__ NO__. Si respondió</b></p>	<p>E1: si, tuve en cuenta que los valores estuvieran acorde con la realidad</p> <p>E2: sí, comparé con las ecuaciones de</p>	<p>Se revisó el proceso llevado a cabo al resolver los problemas, puesto que se tiene la ventaja de que el programa Geogebra arroja resultados más exactos por tanto ellos se sienten más confiados en las respuestas. Además justificaron que parte de la facilidad en la resolución del problema es por el menor tiempo que gastan en resolución lo que conlleva a su satisfacción.</p>

<p><b>afirmativamente, ¿que tuvo en cuenta para comprobar la solución del problema?</b></p>	<p>razones trigonométricas el valor que daba el programa.</p> <p>E4:si comprobé con calculadora para ver si Geogebra estaba dando lo correcto</p>	<p><b>Subcategoría Evaluación</b></p> <p>La evaluación como una actividad final permite evaluar los resultados del plan (Brown &amp; Sullivan, 1987, citado por Cadavid, 2013) y los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia (Tamayo, 2007).</p> <p>Es así como los educandos, evaluaron el proceso llevado a cabo comprobando sus respuestas de forma manual no utilizando la calculadora sino el uso del concepto de razones trigonométricas y la relación adecuada que se debe tener al aplicarla en un problema, además racionalizan de mejor forma, lo cual era una debilidad que presentaba este grupo. Sin embargo aún debe fortalecerse el manejo hábil en las operaciones básicas, sobre todo en el uso de fraccionarios y decimales.</p>
---	---	---

### 8.2.1. Análisis del momento dos.

Del segundo momento se analiza que los estudiantes adquieren procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas, cuando tienen un referente teórico por medio del Modelo de Miguel de Guzmán donde logran acoplarse con la metodología, tienen por tanto acciones de familiarización con el problema, búsqueda de diferentes estrategias, la ponen en práctica y la revisan. En este sentido, los estudiantes adquieren una evolución notable al regular metacognitiva cuando realizan planeación, monitoreo y evaluación de sus procedimientos para resolver problemas de una forma más elaborada.

En contraste, partiendo de lo que es una estrategia metacognitiva, la regulación metacognitiva en la resolución de problemas contribuye en el desarrollo de la metacognición del estudiante ya que permite reflexionar sobre los procesos llevados a cabo

durante la construcción de los conocimientos y a la vez brinda oportunidades para discutir ese conocimiento con otros, en relación a este proceso se estará desarrollando la metacognición entendiéndose ésta como “el conocimiento sobre nuestros procesos y productos de conocimiento” (Díaz y Hernández, 2003,p. 244, citado por Matute, 2014).

Se comienzan a vencer las dificultades identificadas en el primer momento, por lo que se adquiere un poco más de confianza para abordar las situaciones problemas presentadas, además reflexionan un poco más acerca de los pasos que deben planificar para escoger un camino de solución. De lo que se está de acuerdo con De Guzmán 1995 quien manifiesta que:

“una vez superadas las malas actitudes se ha de adquirir confianza, paz, tranquilidad y sin prisas, disposición de aprender y curiosidad, gusto en actividad mental y por el reto y atención a los posibles bloqueos (p. 31).”

En cuanto a la manera como los estudiantes fueron desarrollando habilidades de regulación metacognitivas (planeación, monitoreo y evaluación) se les facilitó la resolución de problemas para el aprendizaje de las razones trigonométricas, especialmente cuando tuvieron más claridad en el concepto propiamente dicho y su red semántica (conversión de ángulos, triángulos, teorema de Pitágoras, ángulos de elevación, ángulos de depresión, congruencia, semejanza, longitud, área, perímetro...), todo esto ajustado al modelo de Miguel de Guzmán. Es así como se fundamenta Según lo citado por Matute (), para autores como Iriarte (2011), Díaz y Hernández (2003) y González (2012), quienes manifiestan que:

“las estrategias metacognitivas requieren de tareas que permitan la planeación, predicción, monitoreo, revisión continua y evaluación en los momentos en los que un aprendiz aprende a solucionar un problema utilizando sus conocimientos previos juntamente con la información brindada por el docente para la resolución de un problema de cualquier contenido. Por lo tanto el docente debe cumplir su rol de guía en donde las posibilidades para aprender a aprender sean construidas a partir del andamiaje con la participación de los estudiantes”.

Del mismo lado las actividades de planeación de los diferentes problemas tuvieron un impacto positivo, ya que los estudiantes son más conscientes acerca de la forma como abordar el problema teniendo en cuenta las variables que se les proporciona y estableciendo estrategias de solución de una forma más secuencial, con mayor atención en comparación con el primer momento, que lo hacían de una forma más algorítmica.

Las acciones de monitoreo se ven influenciadas mientras resuelven problemas puesto que se evidencia un proceso cognitivo mejor estructurado cuando resuelven las actividades, teniendo en cuenta el tiempo que gastan y verificación de las estrategias utilizadas.

Verifican también los objetos de medición como reglas, compás, calculadora y que el uso del software Geogebra en la aplicación del instrumento cinco estuviera arrojando respuestas confiables, en relación a sus conocimientos.

En cuanto a la evaluación se observan procesos de autoevaluación y coevaluación en el grupo. Justifican además las razones por las cuáles sus respuestas son acordes con lo

preguntado y con la realidad, además presentan contextualizaciones con fenómenos reales, lo que hace una mayor comprensión en el concepto de razones trigonométricas.

Por tanto se está de acuerdo con Flavell (citado en Tamayo, 2001), quien concluye que:

“un estudiante que conozca en forma adecuada sus procesos cognitivos puede “hablar” o “reflexionar” sobre sus procesos de pensamiento propios y/o de los demás” (p. 50).

De este momento se analiza también el vínculo existente entre la regulación metacognitiva y el entorno virtual de aprendizaje, empleado específicamente en el instrumento cinco, puesto que el estudiante no estuvo sometido al tradicional entorno físico del texto y el cuaderno, sino que es consciente al regular metacognitivamente en la resolución de sus problemas a través del uso del software geogebra, adaptándose más fácilmente a estrategias que lo conlleven a sus objetivos cognitivos. Por consiguiente y de acuerdo con Gil (2000, párr.22), las estrategias de regulación metacognitiva;

“permiten que el estudiante desarrolle una actividad autorregulada con el objetivo de planificar el proceso de búsqueda en las nuevas fuentes de información y de solucionar problemas, en un proceso controlado y evaluado permanentemente, de forma tal que le permita medir su éxito o su posible fracaso, para establecer los correctivos apropiados en la acción cognitiva, de acuerdo a los resultados obtenidos”.

### 8.3. Momento tres (Reenfoque)

Al finalizar la unidad didáctica se implementó una entrevista semiestructurada donde se analizó acerca de la efectividad en la implementación de los procesos de regulación metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación en la resolución de problemas hacia el aprendizaje de las razones trigonométricas en triángulos rectángulos. También la entrevista permitió identificar la superación de los obstáculos epistemológicos que presentaron los estudiantes antes de la implementación de la Unidad Didáctica asociados a la resolución de problemas que vinculan razones trigonométricas en triángulos rectángulos.

Las respuestas de los estudiantes y el análisis respectivo se observa a continuación:

**Tabla 6. Entrevista Semiestructurada**

PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANÁLISIS
<p><b>1. ¿Considera que es necesario estar familiarizado con el enunciado de los problemas mostrados al momento de resolverlo? Sí__ No__ ¿Por qué? _____</b></p>	<p>E1: obvio, porque para aplicar los conocimientos previos tenemos que tener en cuenta leer el enunciado, saber que nos preguntan, tenerlo claro y analizarlo bien.</p> <p>E2: Es necesario, debido que si nos estamos familiarizando se nos hará más fácil y si estamos identificando sabemos</p>	<p>Ante las respuestas de los estudiantes en esta primera pregunta de la entrevista, se refleja procesos de familiarización con el problema dentro de la heurística de Miguel de Guzmán tomada como subcategoría, puesto que son capaces de argumentar la forma como deben enfrentarse a las actividades que se les planteó de tal forma que tienen en cuenta</p>

<p><b>(Indicador 1)</b></p>	<p>cómo atacar el problema.</p> <p>Los conceptos previos que debo tener entonces son triángulos rectángulos, ángulos, Pitágoras, razones trigonométricos entre otros.</p> <p>E3: mayoritariamente si es necesario porque si no se familiariza por ejemplo se nos presentan preguntas no sabemos que responder, tenemos más facilidad de equivocarnos.</p> <p>E4: si, ya que al momento de realizar el problema es importante mirar errores, si no sabemos que me piden y desarrollar más eficazmente el ejercicio. Tengo en cuenta operaciones matemáticas las básicas y los despejes</p> <p>E5: si, ya que si no se analiza y entendemos simplemente no hacemos nada, no sabremos porque y para qué. Cuando me familiarizo con algo lo analizo y llego con mis conocimientos previos a un planteamiento para desarrollarlo</p>	<p>elementos como los conocimientos previos acerca del concepto abordado, analizar las situaciones e identificar la estrategia que debe seguirse para generarles facilidad y poder llegar a la respuesta. Como lo sustenta De Guzmán (1995), citado por Asencio (2013) que “cuando se habla de manipular el problema, se puede hablar sobre diferentes formas de explorar y analizar el mismo. Podemos indicar las siguientes: esquemas, procesos de ensayo y error, utilizar un lenguaje adecuado, etc. Todas ellas se analizan en la fase de búsqueda de estrategias” (p. 28)</p>
<p><b>2. ¿Cree que es</b></p>	<p>E1: es muy importante por ejemplo en un</p>	<p>En las manifestaciones generadas por los</p>

<p><b>importante buscar una estrategia y llevarla a cabo para resolver un problema? Sí__ No__ ¿Por qué? ____</b> <b>(Indicador 2, 3)</b></p>	<p>partido de futbol, si no se tiene una estrategia así mismo se aplica a un problema no sabemos llegar a una precisión, también para estar de acuerdo con la pregunta, por eso muchos se enredan con esa parte, por ejemplo tener estrategias para hallar los catetos</p> <p>E2: Es importante la estrategia porque facilita las cosas, hacemos de una forma más sencilla más práctica, antes que iniciemos el problema debemos leer muy bien basándonos en la pregunta. La estrategia en general en los problemas que yo hice fue leer, hacer una imagen del problema, y colocando los datos y tener el conocimiento claro, no solo en matemáticas sino las demás áreas.</p> <p>E3: bueno, es importante porque así es una forma veraz de llegar a la respuesta, así no se haga con pasos como lo de Miguel de Guzmán debe tenerse lógica y sentido en lo que se hace y el conocimiento es lo más importante de acuerdo a como yo aprendo.</p> <p>En el contexto trato de tener en cuenta</p>	<p>educandos se percibe que buscan una estrategia y la llevan adelante porque argumentan que si no se escoge adecuadamente la estrategia de solución llegarían a respuestas erróneas. Es así como proporcionan diferentes estrategias de solución de las situaciones que realizaron, dentro de las cuáles es importante mencionar; empezar por lo que entienden o se les facilita, llevaron el concepto de razones trigonométricas a su realidad escolar, de lo que se infiere que experimentaron porque tomaron formas diferentes, realizaron esquemas, figuras, manipulación del programa Geogebra, dentro de su lenguaje identificaron variables e identificaron relaciones entre éstas y buscaron problemas semejantes cuando se les dio orientación libre para trabajar cooperativamente. Es importante de éste modo la puesta en marcha de las estrategias de los estudiantes dentro del contexto de investigación y bien como lo plantea De Guzmán (2001) “se trata de considerar como lo más importante en la resolución de problemas que el alumno</p>
--	---	---

	<p>los ángulos especiales ya que son más exactos y las razones trigonométricas aprendidas. Ya se hallar el seno y coseno teniendo en cuenta las características cuando tengo ángulos de 45, 30 y 60 según las propiedades que antes no recordaba y era muy difícil</p> <p>E4: pues si porque lo principal es limitarnos a lo que nos preguntan y no más allá sin salirme ni perderme, de acuerdo al tiempo que me gaste en resolver.</p> <p>E5: pienso que si ya que si no analizamos no asociamos perderíamos el tiempo ya que el tiempo es muy significativo ya que marca lo bueno o malo que somos para llegar rápidamente al problema. La habilidad mental también es muy buena en los conceptos de despeje, operaciones, racionalización, Pitágoras y trabajar con triángulos rectángulos</p>	<p>manipule los objetos matemáticos; que active su propia capacidad mental; que ejercite su creatividad; que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente; que, a ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental; que adquiera confianza en sí mismo; que se divierta con su propia actividad mental; que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana; que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia (p. 8)</p>
<p><b>3. ¿Cómo le pareció la</b></p>	<p>E1: me pareció bien el método que usamos, es práctico, ya que hago una</p>	<p>Al finalizar la unidad didáctica, la resolución de problemas que elaboraron</p>

<p><b>forma de planear y verificar la solución de las situaciones planteadas con respecto a cómo lo hacías antes de implementar la unidad didáctica? (Indicador 4, 5, 6 y 7)</b></p>	<p>muy buena planeación, verificamos con el tiempo que no hacía, yo veía de reojo, es mejor planear bien y estar seguro que antes no lo hacía, es efectivo porque vamos a lo seguro y no me arriesgo.</p> <p>E2: inicialmente a la hora de resolver yo iba directo a la pregunta y no verificaba y a veces tenía errores y me volaba cosas, lo que aprendí me queda de enseñanza es que Miguel de Guzmán es eficiente porque si vuelves tuyo el problema llegas a una respuesta más precisa, uno puede ser muy práctico, es muy fácil, porque planeo bien y verifico al tener en cuenta los errores</p> <p>E3: Me pareció nuevo porque no lo había escuchado, apunta a la verificación y me parece interesante y es vacano saber de muchos métodos para elegir el que nos gusta, ya conocía el de Polya por el libro, y si no entiendo de una manera lo entiendo de otra. Soy consciente de los conocimientos que aprendo porque me da seguridad.</p> <p>E4: a mi punto de vista antes yo resolvía</p>	<p>los estudiantes fue más efectiva en la etapa de revisión de los problemas y sacar consecuencias, ya que sus planeaciones estuvieron enfocadas a una mejor identificación, definición y representación mental del problema, en comparación a la forma algorítmica que venían realizando en sus procesos de planeación. En este sentido se está de acuerdo con Tamayo (2007) el cual señala que la planeación “Implica la atención selectiva antes de realizar la tarea”, (p.109). Es por tanto que adquieren más seguridad y confianza a la hora de resolver un problema y tienen presente el seguimiento y verificación de las estrategia que siguen siendo importante el tiempo de resolución, tienen presente una buena lectura de los enunciados, las operaciones matemáticas básicas, el concepto propiamente dicho de razones trigonométricas y la red semántica que involucra; además es novedoso la forma de abarcar las situaciones lo que los motiva hacia el aprendizaje aún más e identificar sus</p>
--	--	---

	<p>los problemas directamente reemplazando en las formulas, me limitaba, y con el método es más innovador con la temática, dependiendo el problema, yo acorto los pasos y si es más largos lo aplico de mejor forma. Tengo en cuenta ahora al verificar los valores con la realidad y antes era prueba y error</p> <p>E5: me pareció interesante porque analizo mejor, yo antes solo leía y lo que me saliera y es más nuevo porque sigo los pasos y es más estructurado por eso tengo más seguridad en los resultados.</p>	<p>propias dificultades para superarlas. En consecuencia de este grupo de estudiantes se infiere que la resolución de problemas generó estrategias metacognitivas de regulación sobretodo por la forma como se evolucionó en los diferentes instrumentos tomando consciencia en su aprendizaje. De allí que Angulo y Garcia (1997) citado por Cadavid (2013) “plantean la importancia de generar actividades donde los estudiantes puedan auto-evaluarse y co-evaluarse activando procesos autorreguladores” (p. 108)</p>
<p><b>4. ¿Le gustó la metodología empleada para resolver problemas? (Indicador 4, Indicador 8)</b> Si__ No__ <b>Porqué_____</b></p>	<p>E1: si me gusto la metodología porque es nueva y nos ayuda en la seguridad al hacer problemas, pensamos en estrategias de mejor forma y que nos rinda con el tiempo y sería bueno porque nos enseña hacer esquemas imágenes y posibles distintas soluciones y es chévere como los profesores tienen en cuenta el procedimiento y no solo las respuestas y que pueden haber diferentes caminos. De</p>	<p>Según las respuestas de los estudiantes sintieron gusto por la metodología empleada para resolver problemas, por lo que sus revisiones, conclusiones y evaluación de sus secuencias así lo evidenciaron. También tienen en cuenta el docente como propiciador de su aprendizaje por lo que los induce hacia la evaluación de sus procesos de resolución, generando a través de los</p>

	<p>los problemas que hice el que más me gusto fue el de hablar la profundidad de un pozo</p> <p>E2: en realidad me encanto mucho la metodología de Miguel de Guzmán porque los pasos aunque sean extensos son concisos, ya que usted nos explico con las diapositivas la importancia de cada paso de una buena manera y los entendí. Entonces yo los asocio con los problemas y me facilito comprender la realización del problema de forma estratégica y hacer nuestro el problema.</p> <p>La metodología me gusto más en la implementación de ángulos de elevación y depresión porque tenía que hacer una lectura minuciosa y me di cuenta de que lo que estaba haciendo estaba mal y después verifique y corregí</p> <p>E3: si me gusto porque yo no la conocía y a la vez es una manera segura de llegar a la respuesta sin perder el tiempo y también para ganar un examen. Se cumplió el objetivo al saber esta temática y lo podemos practicar en nuestra vida y</p>	<p>instrumentos diseñados pensamiento crítico, como bien lo expone Pifarré y Sanuy (2001), citado por Iriarte y Sierra (2001) quienes concluyen que “el diseño y aplicación de propuestas didácticas que tengan como objetivo mejorar el proceso y las estrategias para resolver problemas de matemática, tienen una incidencia positiva cuando se trabaja en las habilidades cognitivas y metacognitivas de los estudiantes. A su vez, que se tengan en cuenta parámetros tales como: contextualizar el problema planteado, sea desde la matemática o desde la vida cotidiana, dándose entonces un aprendizaje significativo; aplicar métodos de enseñanza en los cuales se haga explícito el o los modelos de resolución de problemas que se aplican, con el fin de que no quede de manera implícita, sino que se explicita el proceso cognitivo y metacognitivo que se desarrolla en el tiempo que se le dedica a resolver el problema; diseñar diferentes tipos de materiales didácticos y construcciones de ambientes de</p>
--	---	---

	<p>pude ver que lo que hago en clase no es mecánico sino que se aplica en una escalera, en la mesa, el campo, mi cuerpo, en un programa como Geogebra.</p> <p>E4: me gustó mucho porque pusimos en práctica la lógica también por ejemplo en la situación del avión y sabemos que las medidas están acorde y antes lo hacía por hacer sin verificar el resultado. Antes se me hacía difícil los conceptos anteriores de los ángulos pero aprendí a recordar y a aplicar adecuadamente.</p> <p>E5: en realidad si me gusto porque hice un cambio porque vi que lo que hace en el papel se puede hacer de una forma práctica en la realidad y entendí mejor el concepto. Me gustó mucho trabajar en grupo sobretodo cuando me dejo libertad de realizar un problema, es más chévere.</p> <p>Me sentí motivado al cambiar de ambiente y la incentivación a hacer más allá de lo que está de lo que posiblemente nos pueden preguntar.</p>	<p>aprendizaje que permitan que el estudiante seleccione, organice y controle diferentes procedimientos a la hora de enfrentarse a la resolución de problemas matemáticos contextualizados (p.17).</p> <p>Otra ventaja que manifiestan es que tienen la oportunidad de trabajar cooperativamente o grupalmente y el cambio de ambiente hace que su gusto por la metodología se aplique no sólo en las matemáticas sino en las demás áreas.</p> <p>Es importante de este modo contrastar lo expresado por Lopera (2011) donde cita que “en la situación de transformación vertiginosa del mundo de hoy, es claro que los procesos verdaderamente eficaces de pensamiento, que no se vuelvan obsoletos con tanta rapidez, es lo más valioso que podemos proporcionar a nuestros jóvenes. Así que es mucho más preponderante hacer acopio de procesos de pensamiento útiles que se conviertan en ideas que se puedan combinar con otras para formar redes dinámicas en pro de solucionar verdaderos problemas, de</p>
--	--	--

		manera autónoma, pero procurando a la vez el trabajo en equipo” (p. 15)
<p>5. ¿Piensas que es necesario que usted como estudiante siga y verifique una estrategia efectiva al resolver problemas ? (Indicador 7) Si__ No__ Porqué_____</p>	<p>E1: pienso que si porque es importante tener una estrategia para llegar a la conclusión en todos los problemas. Por medio de la solución tener una satisfacción y no hacerlo a la ligera y por pereza, es mejor sentar cabeza y analizar ahora en mi caso para la universidad en la ingeniería que quiero estudiar es muy buena estrategia y buscar más estrategias</p> <p>E2:pues claro que si porque las estrategias que nos ponemos día a día hacen más fácil el problema para no demorarnos, basarnos en que la persona se guiara en su problemas de su vida cotidiana, que no se enfrascara y aclarara su mente y viera que se puede hacer por varios pasos.</p> <p>E3:si, pues la estrategia es la forma más fácil de llegar a la solución</p> <p>E4:si porque siempre vamos a tener problemas y no lo resolvemos de mejor forma y no solo para las matemáticas sino para darle lógica a las cosas, es muy</p>	<p>Esta última pregunta se enfocó hacia el seguimiento y verificación de las estrategias en general que organizaron para resolver las situaciones, conllevando con ello procesos de regulación metacognitiva en cuánto al control o monitoreo. A lo que la mayoría expuso que es necesario verificar una estrategia efectiva al resolver problemas ya que se sienten satisfechos, pueden llegar a la solución de forma correcta y en menor tiempo, teniendo claro la contextualización del problema. Del mismo modo les parece interesante porque cuentan con una herramienta de resolución de problemas novedosa para su vida familiar y profesional. Por tal razón se articula la investigación realizada desde el enfoque e importancia de las Matemáticas, donde “los estudiantes requieren un desarrollo de habilidades en el área de matemáticas, que les permita lograr conocimientos esenciales para adquirir destrezas y así</p>

	<p>importante también tener en cuenta estos pasos, sobretodo en los problemas familiares, tratar de resolverlos pensando en la solución</p> <p>E5: si es importante por la facilidad de solución porque si nos verificamos lo que planeamos no la hacemos con sentido y es muy útil también en los conflictos o en las otras áreas. Es muy bueno tener en cuenta con el menor tiempo tener los resultados esperados.</p>	<p>enfrentarse a situaciones en su ámbito profesional y personal. De esta manera, el objetivo primordial del profesor es facilitar los espacios de aprendizaje, teniendo en cuenta las necesidades e intereses de los estudiantes y los ambientes favorables en torno a la utilización de materiales adecuados como integración de conocimientos a las diversas actividades y estrategias para el fortalecimiento de las prácticas de aula” (MEN, 1998).</p>
--	--	--

### 8.3.1 Análisis del momento tres.

Del momento tres se puede evidenciar que los diferentes instrumentos aplicados en la unidad didáctica fueron efectivos en la implementación de los procesos de regulación metacognitiva de planeación, monitoreo y evaluación en la resolución de problemas hacia el aprendizaje de las razones trigonométricas en triángulos rectángulos. Del mismo modo se superaron en gran parte obstáculos epistemológicos del concepto de razones trigonométricas junto con su red semántica conceptual.

Este grupo analizado consideró que es necesario estar familiarizado con el enunciado de los problemas al momento de resolverlos, buscar una adecuada estrategia, ponerla en práctica y verificarla sacando las respectivas consecuencias. Todo ello porque les parece interesante y

efectiva la metodología proporcionada en comparación como habitualmente resolvían situaciones problema.

De igual forma se infiere que los estudiantes tuvieron en cuenta el papel motivador del profesor hacia la consecución de la meta, pues fue el mediador ante los objetivos de la investigación. Se cumple de este modo lo referenciado por Salanova (2008) citado por Lobo (2016) donde expone que:

“el profesor debe plantearse un triple objetivo en su acción motivadora: Suscitar el interés, dirigir y mantener el esfuerzo, y lograr el objetivo de aprendizaje prefijado. Esto indica que toda motivación debe culminar en un logro, entendiéndose como logro alcanzar el objetivo propuesto” (p.10).

En general se analiza que los procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas fueron empleadas exitosamente, mediante las fases que ofrece el modelo de Miguel de Guzmán, adaptadas de manera que respondieron al contexto escolar del estudiante, a sus necesidades y fundamentos teóricos del aprendizaje de razones trigonométricas.

En tanto que el desarrollo de habilidades metacognitivas empleando el modelo de Miguel de Guzmán en la resolución de problemas, favoreció la planeación, monitoreo y control en el educando, al no ser un método algorítmico, ofreciendo diferentes caminos en la resolución de problemas con razones trigonométricas, de este modo los estudiantes a partir de las necesidades de las diferentes actividades, planearon y tomaron una decisión para armar su estrategia particular, lo que los conllevó a evaluación permanente de sus procesos.

Como consecuencia lo que se logró es verificar si los planes que realizaron eran coherente con la solución propuesta, dentro de los procesos evaluativos de los educandos desde dos perspectivas, porque verificaron el camino seguido y dentro de sus argumentos está el aprovechamiento que se puede hacer al realizar éste tipo de problemas en su vida como ser social, analizando las dificultades que se tienen que superar para alcanzar sus objetivos. Por consiguiente se está de acuerdo con De Guzmán (1995), citado por Asensio (2013), puesto que:

“La reflexión sobre el proceso se debe realizar desde dos perspectivas diferentes; una de ellas se refiere solo al problema en concreto que se ha solucionado o intentado solucionar. La otra, se debe de realizar desde una perspectiva general que profundice; examinando los bloqueos, las aptitudes, tendencias, etc. Dicha reflexión se puede concentrar en dos actividades: “Examinar el camino seguido” o “Extraer más provecho de este problema”.

La actividad de “Examinar el camino seguido” consiste en responder a preguntas como las siguientes: ¿Cuáles han sido los cambios en el proceso de resolución del problema?, ¿Qué es lo que te ha motivado para seguir?, ¿Has acertado con las estrategias utilizadas?, ¿Por qué no acertaste con las estrategias seleccionadas?, ¿Cómo te surgieron las nuevas ideas?, etc.

La actividad de “Extraer más provecho de este problema” trata de entender por qué los elementos que actúan en el problema son válidos y se entrelazan hasta obtener la solución. También es aconsejable analizar si se podría realizar todo de una manera más simple. Es decir, consiste en explorar hasta dónde alcanzan las ideas que han surgido. (p. 33)

## 9. CONCLUSIONES

La investigación que se realizó permite llegar a las siguientes conclusiones, en relación a las ventajas que ofrece la regulación metacognitiva, utilizando como concepto las razones trigonométricas, para la resolución de problemas como proceso didáctico:

- ✓ Es importante la concepción de las ideas previas de los educandos puesto que se pueden identificar fortalezas y dificultades de aprendizaje. Es importante destacar que al **resolver problemas los obstáculos de mayor relevancia son los que tienen que ver con el desconocimiento del concepto y su red semántica conceptual**, como también la habitual forma de resolver situaciones problemas mediante procesos algorítmicos.
- ✓ El desarrollo de los procesos de regulación metacognitiva facilita la resolución de problemas para el aprendizaje de las razones trigonométricas, utilizando procedimientos heurísticos, los cuales permiten desarrollar procesos de pensamiento y adquisición del concepto en profundidad de forma organizada.
- ✓ Se logró la vinculación del desarrollo de procesos de regulación metacognitiva de planeación, monitoreo y evaluación en la resolución de problemas, teniendo mejores procesos de resolución y contrastación de lo aprendido desde el concepto de razones trigonométricas con otros aspectos importantes para ellos, como lo es la generación de pensamiento crítico para resolver problemas en su contexto social y en su futura vida profesional, evidenciado en sus manifestaciones.

- ✓ El trabajo en grupo se fortaleció con la adquisición de destrezas para realizar representaciones mentales, reconociendo la búsqueda de estrategias efectivas en equipo, con procesos de reflexión en forma cooperativa que conllevaron a comprender mejor los problemas y supervisar lo que planeaban, considerando éste aspecto poco trabajado en el aula de clase y positivo desde la investigación realizada.

## 10. RECOMENDACIONES

- ✓ Es importante ampliar el estudio de la metacognición al resolver problemas teniendo en cuenta analizar con mayor profundidad otras categorías de suma importancia como la conciencia, conocimiento declarativo y conocimiento procedimental, siendo esencial en los procesos heurísticos que realicen los estudiantes.
  
- ✓ Es necesario que dentro del diseño curricular del área de matemáticas, se tenga en cuenta los procesos de regulación metacognitiva de planeación, monitoreo y control al resolver problemas, puesto que se debe conocer a profundidad la manera como aprenden los estudiantes partiendo de su reflexión y evaluar la forma como estamos enseñando desde las diferentes estrategias didácticas planeadas.
  
- ✓ Es conveniente que las Instituciones Educativas generen procesos en las diferentes áreas del conocimiento, hacia el desarrollo de conceptos en el campo de las matemáticas. De tal forma que se diseñen unidades didácticas partiendo del diseño de instrumentos que favorezcan la resolución de problemas de una forma motivante en los educandos.

## 11. REFERENCIAS

- Asensio, C. (2013). *Adaptación del modelo de Miguel de Guzmán para la resolución cooperativa de problemas para alumnos de 1º de la ESO*. (Tesis de Maestría). Universidad Internacional de La Rioja, Bilbao.
- Becerra, C., Gras, A., y Martínez, J. (2011). *Efectos sobre la capacidad de resolución de problemas de “lápiz y papel” de una enseñanza-aprendizaje de la física con una estructura problematizada*. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 32, n. 2, 2401.
- Boscán, M., y Klever, K.(2012) *Metodología basada en el método heurístico de polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos*. (Tesis de Maestría). Universidad Simón Bolívar, Atlántico.
- Bravo, M., González, N., y Paz, A. (2014). *Secuencias didácticas para el aprendizaje de las razones trigonométricas*. (Tesis de maestría). Universidad católica de Manizales, Santiago de Cali.
- Buitrago, S., y García, L. (2011). *Procesos de Regulación Metacognitiva en la Resolución de problemas*. (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Manizales, Caldas.
- Cadavid, V (2013). *Relaciones entre la metacognición y el pensamiento viso-espacial en el aprendizaje de la estereoquímica*. (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Manizales, Caldas.

- Curotto, M. (2010). La metacognición en el aprendizaje de la matemática. Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología, 12-18.
- Davidson, J. E.; Sternberg, R (1998). Smart problem solving: how metacognition helps. In: HACKER, D. J.; GRAESSER, A. C.; DUNLOSKEY, J. (Ed.). Metacognition in educational theory and practice. The educational psychology series Mahwah: Lawrence Erlbaum, 1998. p. 47-69.
- D'Amore, B. (2010). *Problemas Pedagogía y psicología de la matemática en actividad de resolución de problemas*. Madrid: Síntesis.
- De Guzmán. (1995). *Para pensar mejor, desarrollo de la creatividad a través de procesos matemáticos*, ediciones Pirámide, Madrid, España. Recuperado de <https://es.slideshare.net/drimachi/para-pensar-mejor-miguel-de-guzmn-47664249>
- De Guzmán, (2001). *Tendencias actuales de la Educación Matemática*.
- Sigma revista de matemáticas = matematikaaldizkaria. ISSN 1131-7787, N°. 19, 2001, págs. 5-25
- Domenech, M, (2004). *El papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas*. (Tesis doctoral). Universidad Rovira I Virgili, Tarragona.
- Fernández, M. (2010). *Unidad didáctica: Trigonometría*. (Tesis de maestría). Universidad de Granada, Granada.

- Gil Ramírez, H. (2000). Aproximaciones a la educación virtual. *Revista De Ciencias Humanas*, 24, 129-134. Recuperado a partir de <http://www.utp.edu.co/~chumanas/revistas/revistas/rev24/gil.htm>
- Godino, J, Batanero, C & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada
- Gómez, R. (2013). *Resolución de triángulos rectángulos y problemas en contexto*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional, Medellín.
- Iriarte, A., y Sierra, I. (2011). *Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos*. (Tesis de maestría). Universidades Estatales del Caribe Colombiano-SUE Caribe, Montería.
- Lobo, R (2016). Desarrollo de la motivación intrínseca a través de la implementación de situaciones problema acerca de la densidad. (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Manizales, Manizales, Colombia
- Lopera, G (2011). Taller con énfasis en resolución de situaciones problema: *una estrategia para abordar conceptos de ecuaciones, con estudiantes universitarios de primer semestre*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional, Antioquia, Colombia.
- López, A. (2007). Las fases de van Hiele para el teorema de *Pitágoras* (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- López, R y Deslauriers, J. (2011). La entrevista cualitativa como técnica para la investigación en trabajo Social. *Revista Margen 61*.

- Mateos, M. (2001). *Metacognición y educación*. Serie Psicología Cognitiva y Educación. Buenos Aires, Argentina: Aique Grupo Editor.
- Matute, M. (2014). *Estrategias de resolución de problemas para el aprendizaje significativo de las matemáticas en educación general básica*. (Tesis de licenciatura). Universidad de Cuenca, Cuenca
- MEN (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. *Serie lineamientos Curriculares*. Bogotá: Editorial Magisterio. Recuperado de [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975\\_matemáticas.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975_matemáticas.pdf).
- Osses, S., Sánchez, I, e Ibáñez, F.M. (2006). *Investigación cualitativa en educación. Hacia la generación de teoría a través del proceso analítico*. *Estudios pedagógicos*. XXXII (pp. 119-133).
- Pérez, D, Dumas, A, Caillot, M, Martínez, J y Ramírez, L (1988). La resolución de problemas de lápiz y papel como actividad de investigación. *Revista Investigación en la Escuela* 6.
- Ríos, R., y Oyola, A. (2016). *Comprensión de las razones trigonométricas mediante el software Geogebra en el contexto del modelo de van hiele*. (Tesis de Maestría). Universidad de Antioquía, Medellín
- Rodríguez, E. (2005). *Metacognición, Resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico*. (Tesis de doctorado). Universidad complutense de Madrid, Madrid.

- Ruiz, K, Córdoba y Rendón, C (2014). *La comprensión del concepto de derivada mediante el uso de Geogebra como propuesta didáctica*. Congreso Iberoamericano de ciencia, tecnología innovación y educación, Buenos Aires, Argentina.
- Runza, G (2013). *Las razones trigonométricas en el planteamiento y resolución de problemas*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Santos, M. (2007). *La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN , págs. 1-27
- Sierra, I., & Iriarte, A. (2011). *Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos Alberto Jesús Iriarte Pupo*. (Tesis de Maestría). Universidades Estatales del caribe colombiano - SUE CARIBE. Sincelejo, Sucre.
- Sierra, M & Giraldo, L (2016). *Implementación del software (Geogebra) en el aula de clase como herramienta de representación para el teorema de Pitágoras* (Tesis de pregrado). Universidad Distrital Francisco José de Caldas facultad ciencias y educación. Bogotá Colombia
- Tamayo, A. O. (2006). Los bordes de la pedagogía: del modelo a la ruptura. *La metacognición y los modelos para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias*. Universidad Pedagógica Nacional. Primera edición. Pp. 275 -306

Tamayo, O. (2011). Las unidades didácticas en la enseñanza de la Ciencias Naturales. Educación Ambiental y pensamiento lógico matemático. Bogotá Colombia.

Tamayo, O. (2013). Las unidades didácticas en la enseñanza de la Ciencias Naturales. Educación Ambiental y pensamiento lógico matemático. Artículo de Investigación, Bogotá, Colombia. Itinerario Educativo ISSN 0121-275.

## ANEXOS

### ANEXO 1. Formato de unidad didáctica

Momento	Objetivos	Actividades	Propósito	Descripción de las actividades	Tiempo
<b>1. Ubicación</b>	Identificar las ideas previas que poseen los estudiantes respecto a la forma de resolver problemas.	<b>Actividad 1:</b> Identificación de ideas previas sobre la forma de resolver problemas en conceptos básicos de las razones trigonométricas.	Evidenciar la forma en que los estudiantes resuelven problemas, en el aprendizaje de razones trigonométricas, cuando se involucran conceptos como; conversión de ángulos en el sistema sexagesimal y cíclico, clasificación de triángulos según sus ángulos y lados, aplicación del teorema de Pitágoras.	Se realiza aplicación del instrumento uno el cuál comprende lo siguiente: Situación 1. Resolución de problema en un triángulo rectángulo.  Situación 2. Resolución de problema en un triángulo isósceles.  Situación 3. Resolución de un problema contextualizado, donde un ingeniero desea saber si una pared con el piso forma un ángulo recto. Ver Anexo 1.	2 horas de clase (120 minutos)
<b>2. Desubicación</b>	Ilustrar a los estudiantes respecto a la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán y cómo su aplicación influye en habilidades de regulación metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación asociados al aprendizaje de razones trigonométricas.	<b>Actividad 1:</b> Medida de ángulos, lados e identificación de razones trigonométricas.	Abordar la solución de los obstáculos epistemológicos presentados por los estudiantes, respecto a la forma de hallar la medida de ángulos y lados de un triángulo rectángulo usando las razones trigonométricas.  Este instrumento también permite investigar el proceso de regulación metacognitiva que siguen los estudiantes con base en la heurística de Miguel de Guzmán, identificando actividades de planeación, monitoreo y evaluación al resolver problemas al inicio de la unidad didáctica. En la planeación se indaga como los	Se realiza a través del Instrumento dos llamado “Medida de ángulos, lados e identificación de razones trigonométricas.” donde el estudiante presente procedimientos sobre la construcción de triángulos a partir de la medida de ángulos y longitudes, la Identificación de los elementos de un triángulo y la forma de hallar las razones trigonométricas en la construcción de un triángulo rectángulo a partir de dos	3 horas de clases (180 minutos)

			<p>estudiantes representan el problema, como plantean sus objetivos, sí reconocen o no las variables y como se pueden utilizar.</p> <p>En el monitoreo si hay contrastación de lo planteado con las estrategias llevadas a cabo, del mismo modo la verificación de presencia o ausencia de recursos cognitivos propios, selección de estrategias adecuadas, reconocer la utilidad de las variables o elementos que ofrece la situación, replanteamiento o cambio de estrategias.</p> <p>En la evaluación se verifican nuevos conocimientos, identificación de estrategias específicas para la resolución de problemas y cumplimiento del objetivo al finalizar la actividad</p>	<p>cuerdas. (Ver anexo 2)</p>	
		<p><b>Actividad 2:</b> Resolución de problemas con razones trigonométricas</p>	<p>Tener evidencia en la evolución conceptual de los estudiantes aplicando la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, así como identificar el avance de las habilidades de regulación metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación al resolver problemas</p>	<p>Se hará uso del instrumento tres llamado “Resolución de problemas con razones trigonométricas” donde el estudiante aplique la heurística instruida de Miguel de Guzmán al resolver problemas que involucren razones trigonométricas. Para tal fin se debe tener en cuenta cómo los estudiantes hallan los catetos e hipotenusa de un triángulo rectángulo; la forma como calculan el valor de las razones trigonométricas en ángulos notables (<math>30^\circ</math>, <math>60^\circ</math>, <math>45^\circ</math>) y la identificación de la relación exacta para aplicar ya sea el seno, coseno, tangente,</p>	<p>3 horas de clase (180 minutos)</p>

				<p>cosecante, cotangente y secante en éstos ángulos notables. Todo ello a partir de las medidas adecuadas al utilizar una escalera. Ver anexo 3</p>	
		<p><b>Actividad 3:</b> Preguntas generadoras y orientaciones por parte del docente en torno a los procesos de Regulación metacognitiva al resolver problemas con ángulos de elevación y depresión</p>	<p>Identificar los cambios en las habilidades metacognitivas de planeación monitoreo y evaluación presentes en los estudiantes al resolver problemas con ángulos de elevación y depresión.</p>	<p>Se realiza el instrumento 4 llamado “Preguntas generadoras y orientaciones por parte del docente en torno a los procesos de Regulación metacognitiva al resolver problemas con ángulos de elevación y depresión”, mostrando cuatro problemas que involucran situaciones con ángulos de elevación y depresión como conceptos básicos en el estudio de razones trigonométricas. Cada estudiante contará con una fotocopia donde trabajará individualmente, teniendo conocimiento de la heurística de Miguel de Guzmán y orientaciones de estrategias de regulación metacognitiva al planear, monitorear y evaluar la resolución de un problema Ver anexo 4</p>	<p>2 horas de clase (120 minutos)</p>

		<p><b>Actividad 4.</b> Aplicación del software Geogebra para la resolución de problemas con razones trigonométricas.</p>	<p>Mostrar una actividad dirigida a profundizar el concepto de razones trigonométricas aplicando el software Geogebra.</p> <p>También indagar la forma de resolución de problemas a partir de la formulación libre por parte del estudiante y las estrategias que siguen de planeación, monitoreo y evaluación con el problema que se les ocurra.</p>	<p>Se realiza el instrumento 5 llamados “Aplicación del software Geogebra para la resolución de problemas con razones trigonométricas”.</p> <p>En grupos de dos o tres estudiantes, se introducirá a la utilización del software por medio de una actividad acerca del manejo de las herramientas principales en la construcción de puntos, segmentos, rectas semirectas y construcciones geométricas</p> <p>Posteriormente Individualmente construirán triángulos rectángulos en el programa y determinaran las razones trigonométricas, considerando los dos ángulos agudos de cada uno.</p> <p>De igual forma Formularán un problema de aplicación de las razones trigonométricas en situaciones de la vida diaria, lo resolverán, con el uso del software, siguiendo los conocimientos adquiridos de la heurística de Miguel de Guzmán e identificación de estrategias de planeación, monitoreo y evaluación que obtengan a partir de su orientación libre.</p>	<p>4 horas de clase (240 minutos)</p>
--	--	--	---	---	---------------------------------------

<p><b>Reenfoque</b></p>	<p>Analizar la efectividad de las actividades planteadas en la unidad didáctica respecto de la resolución de problemas, la superación de los obstáculos epistemológicos asociados a las razones trigonométricas y el avance en los procesos de regulación metacognitiva de planeación, monitoreo y evaluación al resolver problemas.</p>	<p>Entrevista semiestructurada</p>	<p>Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la forma de regular metacognitivamente al resolver problemas en los estudiantes</p>	<p>Se realiza entrevista a 5 estudiantes a quienes se les cuestiona respecto a la efectividad de las actividades enfocadas hacia la resolución de problemas , la forma como lograron superar los obstáculos epistemológicos que presentaban al inicio de las actividades y las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación al resolver los problemas.</p>	<p>2 horas de clase (120 minutos)</p>
-------------------------	--	------------------------------------	--	--	---------------------------------------

**ANEXO 2. Instrumento 1. Identificación de ideas previas respecto a la forma como los estudiantes resuelven problemas, aplicando el concepto de razones trigonométricas.**

**Descripción de las actividades.** A continuación, se presentan una serie de situaciones, por medio de las cuáles se pretende conocer la forma de resolver problemas llevada a cabo en el estudiante. En cada situación se debe contestar una serie de preguntas cortas, en el tiempo estipulado, teniendo en cuenta la orientación del docente:

**Materiales:** Fotocopias, hoja de papel milimetrado, lápiz, borrador, regla, transportador, calculadora científica

**Nombre:**

**Fecha:**

**Edad:**

**Situación problema 1. Triángulo rectángulo.** Se tiene un triángulo rectángulo, el cual mide 15 cm en uno de sus catetos, el ángulo opuesto a éste es de 0,4 radianes y el otro cateto mide 10 cm.

Con base en el enunciado responde:

¿Qué medida en grados tienen los demás ángulos del triángulo?

¿Qué medida tiene la hipotenusa?

**Situación problema 2. Triángulo isósceles.** Determina el área de un triángulo isósceles cuyos lados congruentes miden 14 cm y su base 22 cm.

**Situación problema 3.** Un ingeniero desea saber si una pared con el piso forma un ángulo recto. Para tal fin mide con un metro la altura de la pared y ubica un punto del piso que está a una distancia de 4m de la pared. Finalmente, mide la diagonal. ¿Cuál debe ser aproximadamente la diagonal para poder asegurar que la pared con el piso forma un ángulo de  $90^\circ$ ?

Con base en los problemas planteados responda las siguientes preguntas:

2. ¿Qué fue lo primero que tuvo en cuenta para resolver los problemas?
3. Describa la estrategia que se le ocurre para resolver los problemas.
4. Describa los pasos que utilizó para resolver cada problema:

<p><b>Problema 1:</b></p> <p>Paso 1:</p> <p>Paso 2:</p> <p>Paso 3:...</p> <p>¿Por qué la secuencia de pasos resuelve el problema planteado?</p>
<p><b>Problema 2:</b></p> <p>Paso 1:</p> <p>Paso 2:</p> <p>Paso 3:...</p> <p>¿Por qué la secuencia de pasos resuelve el problema planteado?</p>
<p><b>Problema 3:</b></p> <p>Paso 1:</p> <p>Paso 2:</p> <p>Paso 3:...</p> <p>¿Por qué la secuencia de pasos resuelve el problema planteado?</p>

5. ¿Le parece interesante o indiferente resolver las situaciones mostradas? Describa su percepción para cada problema.
6. ¿Por qué cree que la respuesta que eligió para cada problema fue la correcta? Justifique su respuesta
7. ¿Conoce otra forma de solucionar los problemas aparte de la que describió?
8. ¿Considera que se necesitan conocimientos de trigonometría y en general de matemáticas para resolver las situaciones mostradas?
9. ¿Cuál considera que ha sido la principal dificultad en la comprensión de los conceptos previamente estudiados? Explique su respuesta.

### ANEXO 3. Instrumento dos. Medida de ángulos, lados e identificación de razones trigonométricas.

**Materiales:** Fotocopias, lápiz, borrador, regla, transportador, calculadora científica, cuerdas de diferente material

**Nombre:**

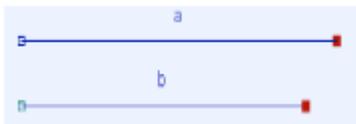
**Fecha:**

**Edad:**

#### Construyamos un triángulo rectángulo

Para la siguiente actividad los estudiantes formados en grupo de cuatro deben traer cuerdas de cualquier material y seguir las indicaciones.

Si se tiene cuerdas de distinta o igual longitud como las mostradas en la siguiente figura:



Construyan triángulos rectángulos. Hallen el perímetro y la amplitud de cada uno de sus ángulos, utilizando los elementos de medición.

Posteriormente tomen dos cuerdas más, construyan un triángulo y calculen las razones trigonométricas para los ángulos agudos, teniendo en cuenta las siguientes especificaciones:

La cuerda  $c$  forma la hipotenusa de las cuerdas  $a$  y  $b$ . Y es opuesta al ángulo recto ( $90^\circ$ ).

La cuerda  $b$  mide 30 cm y su ángulo opuesto es  $30^\circ$ .

No se conoce la medida de la cuerda  $c$  y  $a$ .

No se conoce la medida del ángulo opuesto a la cuerda  $a$ .

A partir de la situación planteada, responda individualmente los siguientes interrogantes:

1. Familiarización del problema

¿Qué le piden hacer en la situación problema mostrada?

---

---

---

¿Qué debe tener en cuenta para dar la respuesta?

---

---

---

¿Qué le hace entender el problema?

---

---

---

¿Qué conocimientos de la trigonometría o de las matemáticas son necesarios para abordar la situación planteada?

---

---

---

¿Qué imagen puede representar del problema?

---

---

---

¿Alguna vez se había enfrentado a este tipo de problemas?

2. Búsqueda de estrategias diversas:

¿Qué estrategias puede organizar para encontrar la solución?

---

---

---

¿Considera que la forma de plantear el problema le ayudará a encontrar la respuesta?

---

---

---

3. Lleva adelante tu estrategia

Describe el paso a paso de la estrategia que llevó a cabo para la solución del problema:

---

---

---

¿Habrá otros caminos para hallar la respuesta? ¿Cuáles?

---

---

---

4. Revisión y sacar consecuencia

¿Considera que el camino que tomó es el mejor para resolver el problema? ¿Por qué?

---

---

---

¿Tiene en cuenta el tiempo cuando soluciona el problema?

---

---

---

¿Qué fortalezas e inconvenientes cree que tuvo en la solución del problema?

---

---

---

¿El resultado del valor de las longitudes desconocida era el que esperaba? ¿Responde a la pregunta del problema?

---

---

---

**ANEXO 4. Instrumento tres. Determinar evolución conceptual en la heurística de resolución de problemas**

(Miguel De Guzmán)

**Materiales:** Fotocopias, hoja de papel milimetrado, lápiz, borrador, regla de 100 cm, transportador de madera graduado grande, escalera, calculadora científica

**Nombre:**

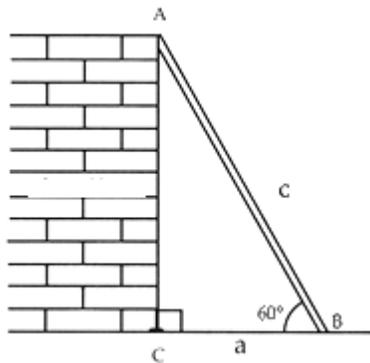
**Fecha:**

**Edad:**

**Aprendamos a utilizar una escalera**

En esta actividad nos dirigimos al patio del colegio, llevando los elementos de medición. En grupo de cinco realice la situación planteada.

Observen la siguiente figura que se muestra a continuación y lee detenidamente el siguiente problema:



Según las indicaciones de seguridad, al usar una escalera, esta debe formar un ángulo de  $60^\circ$  con el suelo. Por tal razón;

- ¿Hasta qué altura podremos llegar, siguiendo la indicación con una escalera de 3 metros de largo?
- ¿A qué distancia de la pared deberíamos apoyar el pie de la escalera para que se cumpla la indicación?

NOTA: Para resolver este ejercicio, debe realizar la experiencia con la escalera del patio, siguiendo las indicaciones descritas y no se debe hacer uso de la calculadora, sino aplicar sus conocimientos para búsqueda de longitudes y ángulos notables.

A partir de la situación planteada y lo visto en la realidad, individualmente aplica el método de Miguel de Guzmán sugerido. Tenga en cuenta:

¿Cómo identifica el problema que le plantean?

---

---

---

¿Qué estrategia llevó a cabo para solucionar el problema?

---

---

¿Describa la secuencia de pasos que tuvo en cuenta para resolver el problema?

---

---

Qué tiene en cuenta para revisar la secuencia de pasos que llevó a cabo para resolver el problema. A partir de ésta revisión saca tus propias conclusiones y reflexiones de la situación mostrada.

---

---

---

**ANEXO 5. Instrumento cuatro. Preguntas generadoras y orientaciones en torno a los procesos de Regulación metacognitiva al resolver problemas con ángulos de elevación y depresión.**

**Materiales:** Fotocopias, hoja de papel milimetrado, lápiz, borrador, regla, transportador, calculadora científica

**Nombre:**

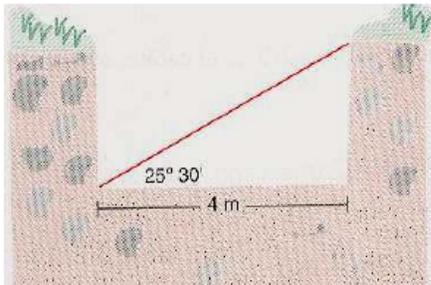
**Fecha:**

**Edad:**

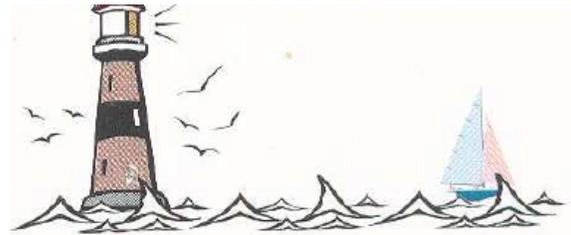
**Apliquemos las razones trigonométricas en nuestro entorno.**

En esta actividad los estudiantes se enfrentarán con los conceptos vistos en clase acerca de ángulos de depresión y elevación haciendo uso de las razones trigonométricas, para lo cual se desarrollará de forma individual. Deben leer detenidamente cada situación problema. Finalmente responda los interrogantes.

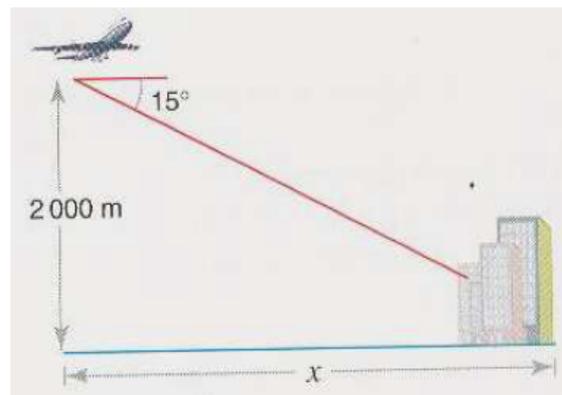
1. Un topógrafo que se encuentra en el fondo de una zanja determina que el ángulo de elevación a uno de los bordes de dicha zanja es de  $25^{\circ}30'$ . Si la zanja tiene 4 m de ancho, ¿cuál es la profundidad de la zanja?



2. Desde un faro puesto a 40 m sobre el nivel del mar se observa un barco con un ángulo de depresión de  $55^{\circ}$ . ¿A qué distancia se halla el faro del barco?



3. El piloto de un avión que vuela a 2000 m de altura divisa la ciudad de destino con un ángulo de depresión de  $15^{\circ}$ . A qué distancia está esa ciudad?



A partir de las situaciones planteadas responde los siguientes interrogantes:

1. Qué pasos o secuencia sigue para resolver los problemas planteados. Justifique su respuesta para cada situación

Paso1. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Paso2. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Paso3. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

2. ¿Considera que los pasos descritos para resolver los problemas le ayudaran a encontrar la respuesta? Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3. ¿Habrá otra estrategia de planificación para resolver las situaciones problema mostradas? ¿Cuál?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

4. ¿Cuándo resolvía los problemas, tuvo en cuenta el tiempo que demora para resolver la situación? SI\_\_\_ NO\_\_\_ ¿Por qué?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

5. Qué dificultad se le presentó al utilizar la estrategia que eligió para dar solución a los problemas?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

6. ¿Cuáles fueron las acciones que llevó a cabo para superar las dificultades presentadas?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

7. En algún momento hizo una revisión de cómo estaba resolviendo los problemas con la estrategia que llevó a cabo? Si\_\_ NO\_\_ ¿Por qué?

---

---

8. Por qué cree que el procedimiento que tuvo en cuenta para resolver los problemas es el correcto? ¿Justifique su respuesta?

---

---

9. ¿Cuál era el resultado que esperaba? ¿Cree que el resultado es correcto para la pregunta que se hace del problema? ¿está a gusto con la respuesta?

---

---

---

**ANEXO 6. Instrumento 5. Utilicemos el software Geogebra para resolver problemas con razones trigonométricas**

**Materiales:** Fotocopias, Computador, software Geogebra, Internet

**Nombre:**

**Fecha:**

**Edad:**

**1. Introducción al Software Geogebra (Actividad grupal)**

En la siguiente actividad en grupos de dos o tres se identificará algunas herramientas del software Geogebra. Las acciones de las herramientas se asemejan a las que se realizan con regla, compas y calculadora. Este programa permite realizar de manera fácil figuras geométricas.

**Herramientas del software Geogebra**

Barra de menú

Botones: Barra de herramientas

Pantalla



- a. Construcción de puntos en el plano:** pulsa el botón punto de la barra de herramientas. Haz clic sobre la pantalla para que aparezca un punto. Mueve el cursor y marca otros puntos de la misma forma.

¿Cuántos puntos puedes marcar en un plano?

---

- b. Construcción de segmentos:** construye un segmento: presiona el cursor sobre el botón segmento y no lo sueltes. Haz clic en un lugar de la pantalla y mueva el cursor a otro punto y haz clic.

¿Cuántos puntos se necesitan para definir un segmento?

---

**c. Construcción de semirrectas:** haz clic en semirrecta, luego en un punto de la pantalla, mueve el cursor a otro punto y haz clic

¿Cuántos puntos se necesitan para definir una semirrecta?

---

**d. Construcción de rectas:** pulsa en el botón recta, haz clic en un punto, mueve el cursor hacia otro punto y haz clic.

¿Cuántos puntos se necesitan para definir una recta?

---

¿Qué diferencias encuentras entre una recta, semirrecta y segmento?

---

**e. Construcciones geométricas**

✓ **Construir un triángulo equilátero:** Elige el comando polígono regular. Haz clic en la pantalla, mueve el cursor un poco, haz clic, mueve el cursor hasta que aparezca el número 3 y haz clic.

✓ **Construir un cuadrado:** Elige el comando polígono regular, haz clic en la pantalla, mueve el cursor un poco, haz clic, mueve el cursor hasta que aparezca el número 4, haz clic

✓ **Construir un polígono:** Elige el comando polígono, haz clic en la pantalla, este será un vértice del polígono, construye de igual manera los otros vértices. Para terminar el polígono cerrarlo haciendo clic en el primer vértice que construiste.

**2. Construcción de triángulos rectángulos e identificación de razones trigonométricas (Actividad Individual)**

2.1 Con previo manejo del software, construya en GeoGebra tres triángulos rectángulos semejantes y nombre cada uno de los ángulos internos. Explique el procedimiento para su construcción e identifique las características de cada uno.

2.2 Encuentre las siguientes razones, considerando el mismo ángulo congruente en cada uno de los triángulos.

Triángulo 1	Triángulo 2	Triángulo 3
$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \text{-----}$	$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \text{-----}$	$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \text{-----}$
$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \text{-----}$	$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \text{-----}$	$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \text{-----}$
$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \text{-----}$	$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \text{-----}$	$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \text{-----}$
$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \text{-----}$	$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \text{-----}$	$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \text{-----}$
$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \text{-----}$	$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \text{-----}$	$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \text{-----}$
$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \text{-----}$	$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \text{-----}$	$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \text{-----}$

- 2.3. Teniendo en cuenta los datos de la tabla anterior, ¿qué puede concluir al respecto?  
Socialice sus conclusiones con el grupo en general.
- 2.4. Describa los pasos, de forma analítica, que considere necesarios para calcular la altura de un triángulo equilátero de 18 cm de lado. Apóyese en el software GeoGebra.
- 2.5. Formule un problema de aplicación de las razones trigonométricas en situaciones de la vida diaria y resuélvalo. Apóyese en el software Geogebra para la solución del problema

A partir del problema que formuló y resolvió, responde:

1. ¿Qué tuvo en cuenta para identificar las variables conocidas y desconocidas del problema?

---

---

2. ¿Cómo representa el problema que eligió?

---

---

3. ¿Cuáles fueron las diversas estrategias que organizó para resolver el problema?

---

---

4. ¿Cómo llevó a cabo la estrategia que eligió para resolver el problema?

---

---

5. ¿Revisó el proceso llevado para resolver el problema? SI\_\_, NO\_\_. Si su respuesta es afirmativa; ¿qué conclusiones saca con respecto a ésta revisión?

---

---

6. ¿Comprobó la solución del problema? SI\_\_ NO\_\_\_. Si respondió afirmativamente, ¿que tuvo en cuenta para comprobar la solución del problema?

**ANEXO 7. Entrevista semiestructurada**

1. ¿Considera que es necesario estar familiarizado con el enunciado de los problemas mostrados al momento de resolverlo?

Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

2. ¿Cree que es importante buscar una estrategia y llevarla a cabo para resolver un problema?

Sí\_\_ No\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

3. ¿Cómo le pareció la forma de planear y verificar la solución de las situaciones planteadas con respecto a cómo lo hacías antes de implementar la unidad didáctica?

4. ¿Le gustó la metodología empleada para resolver problemas?

Si\_\_ No\_\_ Porqué\_\_\_\_\_

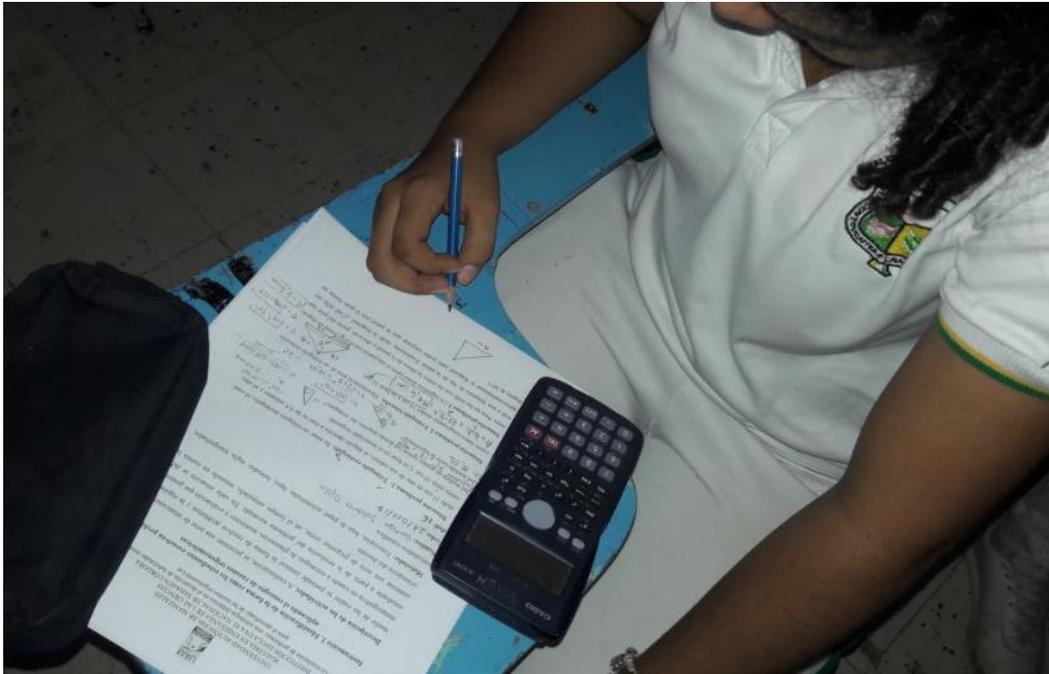
5. ¿Piensas que es necesario que usted como estudiante siga y verifique una estrategia efectiva al resolver problemas?

Si\_\_

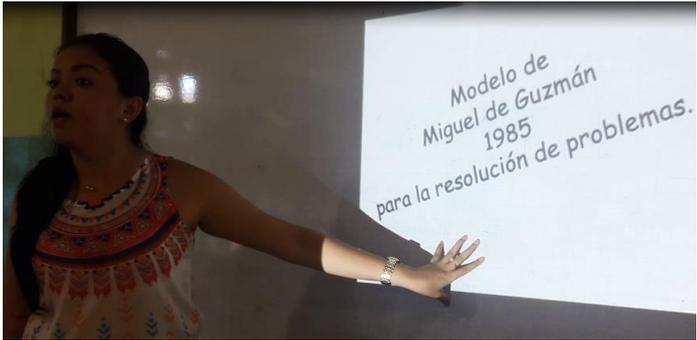
No\_\_

Porqué\_

**ANEXO 8. Aplicación del instrumento 1; identificación de ideas previas sobre la forma de resolver problemas en conceptos básicos de las razones trigonométricas.**



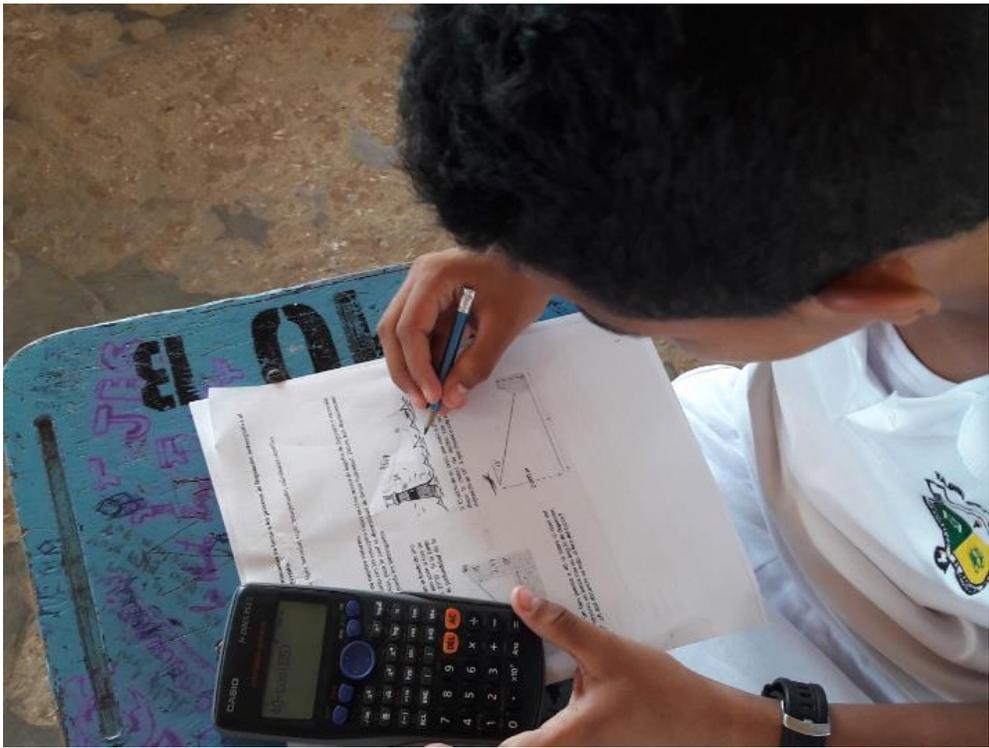
**ANEXO 9. Aplicación del instrumento 2; medida de ángulos, lados e identificación de razones trigonométricas**



**ANEXO 10. Aplicación del instrumento tres; resolución de problemas con razones trigonométricas**



**ANEXO 11. Aplicación del instrumento cuatro; preguntas generadoras y orientaciones por parte del docente en torno a los procesos de regulación metacognitiva al resolver problemas con ángulos de elevación y depresión**





**ANEXO 13. Aplicación de la entrevista semiestructurada**

