



TEKNILLINEN TIEDEKUNTA

**RISTIKKORAKENTEET JA NIIDEN
ANALYSOINTI ERI MENETELMILLÄ**

Jani Tervonen

YMPÄRISTÖTEKNIIKAN TUTKINTO-OHJELMA

Kandidaatintyö 2020



TEKNILLINEN TIEDEKUNTA

RISTIKKORAKENTEET JA NIIDEN ANALYSOINTI ERI MENETELMILLÄ

Jani Tervonen

Ohjaaja: Hannu Liedes

YMPÄRISTÖTEKNIIKAN TUTKINTO-OHJELMA

Kandidaatintyö 2020

TIIVISTELMÄ

Ristikkorakenteet ja niiden analysointi eri menetelmillä

Jani Tervonen

Oulun yliopisto, Ympäristötekniikan tutkinto-ohjelma

Kandidaatintyö 2020, 37 s.

Työn ohjaaja: Hannu Liedes

Tämän kandidaatintyön aiheena on ristikkorakenteen analysointi ja tarkastelu. Työssä käytetään analyttistä menetelmää, graafista menetelmää sekä tietokoneohjelmaa ristikon sauvavoimien määrittämiseksi. Sauvavoimat lasketaan siis kolmella eri tavalla, ja jokaisessa menetelmässä käytetään samaa ristikkorakennetta. Eri menetelmillä saatuja tuloksia verrataan keskenään.

Työssä käytetään kirjallista tutkimusta teoriaosioissa ja kokeellista tutkimusta laskuesimerkkiä tarkasteltaessa. Analyttisellä menetelmällä ja graafisella menetelmällä laskiessa käytetään piirtotyökaluna Autodeskin AutoCad -ohjelmaa. Tietokoneohjelmana sauvavoimien laskemiseksi käytetään Autodeskin Robot Structural Analysis Professional -ohjelmaa.

Ristikon sauvavoimien määrittäminen kullakin menetelmällä toivat samat tulokset, joka oli työn tavoitteenakin. Tulosten yhtäsuuruus todistaa, että ilman sen suurempia apuvälineitä on mahdollista päästä oikeisiin tuloksiin.

Asiasanat: ristikko, sauvavoima, statiikka, analyttinen, graafinen

ABSTRACT

Truss systems and their analysis by different methods

Jani Tervonen

University of Oulu, Degree Programme of Environmental Engineering

Bachelor's thesis 2020, 37 p.

Supervisor: Hannu Liedes

The subject of this bachelor's thesis is analysis and review of the truss system. In this thesis there is used analytical and graphical method and also the computer program to determine member axial forces of the truss system. The results are compared with each other.

In this thesis literary research and empirical research is used. Autodesk AutoCad and Robot Structural Analysis Professional programs are used by graphical and calculatory tools.

The results of the axial forces are the same by every method which was the target of this research. Because the results are same by every method it is not necessary to use lots of aids to get the right results.

Keywords: truss, axial force, statics, analytical, graphical

ALKUSANAT

Tämä tutkielma on tehty osana Oulun yliopiston tekniikan kandidaatin tutkintoa. Työ on aloitettu 2019 vuoden lokakuussa. Kiitokset tämän tutkielman ohjaamisesta kuuluvat Hannu Liedekselle.

Oulu,

Jani Tervonen

SISÄLLYSLUETTELO

TIIVISTELMÄ

ABSTRACT

ALKUSANAT

SISÄLLYSLUETTELO

1 Johdanto	7
2 Ristikot rakennusteollisuudessa	8
2.1 Yleisimpiä NR-ristikkomalleja	8
2.2 Kattoristikon rakenne	9
3 Ristikkorakenteiden määrittäminen	11
3.1 Ristikoiden staattinen määrättävyys	11
3.1.1 Staattisesti määrättyt ristikot	12
3.1.2 Staattisesti määräämättömät ristikot	12
3.2 Ristikoiden määrittämistä helpottavat säännöt	12
3.3 Nollasauvat	14
4 Esimerkkitapauksen esittely	16
5 Analyttinen menetelmä	18
5.1 Ulkoisten voimien ratkaiseminen	18
5.2 Leikkausmenetelmä	19
5.3 Nivelten tasapainoehtojen menetelmä	21
5.3.1 Nivel C	22
5.3.2 Nivel B	23
5.3.3 Nivel E	25
5.4 Analyttisen menetelmän tulosten yhteenveto	25
6 Graafinen menetelmä	27
6.1 Voimamonikulmiomenetelmä	28
6.1.1 Solmu E	28
6.1.2 Solmu D	29
6.1.3 Solmu C	30
6.1.4 Solmu B	31
6.2 Voimamonikulmiomenetelmän tulosten yhteenveto	32
7 Tietokoneohjelmalla analysointi	34
8 Tulokset	35
9 Yhteenveto	36

LÄHDELUETTELO

LIIKTEET

1 JOHDANTO

Ristikkorakenteet ovat olennainen osa talonrakennusteollisuutta. Niitä käytetään muun muassa pientaloissa, kerrostaloissa sekä erilaisissa halli- ja teollisuusrakennuksissa. Pääasiassa niiden käyttö rajoittuu kattorakenteisiin ja tukirakenteisiin, ja materiaalina on yleisesti ottaen puu tai teräs.

Tämän tutkimuksen aiheena on ristikkorakenteet sekä niiden analysointi. Tutkimuksessa käydään läpi puuristikoiden eri rakennetyyppejä ja ominaisuuksia sekä laskentatapoja, joita voidaan soveltaa ristikkorakenteisiin.

Tavoitteena tällä tutkimuksella on vertailla erityyppisiä ristikkorakenteisiin sovellettavia laskentamenetelmiä, joiden pohjalta saatuja tuloksia vertaillaan ja analysoidaan keskenään. Tarkemman analysoinnin kohteeksi valitaan yksinkertainen harjaristikko, mikä toimii käytännössä kattorakenteena. Tutkimus rajataan puisiin kaksikulotteisiin ristikkorakenteisiin.

2 RISTIKOT RAKENNUSTEOLLISUUDESSA

Ristikkorakenteilla on useita eri käyttötarkoituksia, mutta pääasiassa ne toimivat kattokannattimina eli yläpohjan tukirakenteina rakennuksissa. Kattokannattimia on monia eri malleja, joiden valinta riippuu rakennuksen käyttötarkoituksesta sekä ulkonäöstä. Nämä kattokannattimet valmistetaan useimmiten, puusta mutta myös teräksisiä kattoristikkoita käytetään esimerkiksi teräksisissä teollisuushalleissa. Tässä tutkimuksessa tarkemman tarkastelun kohteeksi otetaan puiset kattoristikot.

Puisille kattoristikkoille on useita eri kokoamistapoja liitostavan suhteen. Suomessa 1950-luvulla yleistyivät yksikerroksisten pientalojen rakentaminen, joiden katon kaltevuuskulma on pieni. Kyseisten talojen kattokannattimeksi valikoitui naulattu ristikko. Naulatun ristikon etuja on se, että se on helposti koottava työmaalla sekä siihen voi käyttää poikkileikkaukseltaan pientä puutavaraa. (Kähkönen 1982)

Ristikoita on myös koottu pultein ja hammaslevyin tehdyillä liitoksilla. Niitä on käytetty muun muassa varastorakennuksissa. Niiden valmistaminen on jäämässä pois valmistamisen suuriteisyyden sekä niiden suurten muodonmuutosten takia. (Kähkönen 1982)

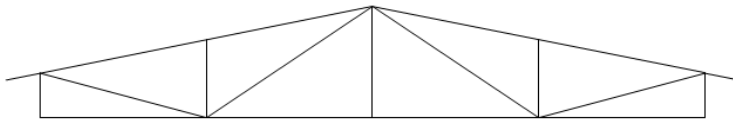
Tänä päivänä yleisimmin käytetty ristikkotyyppeä on naulalevyristikko eli NR-ristikko. Naulalevyristikot valmistetaan teollisesti, joten niiden valmistaminen on nopeaa, mikä mahdollistaa pitkien ristikkosarjojen nopean rakentamisen. (Kähkönen 1982)

2.1 Yleisimpiä NR-ristikkomalleja

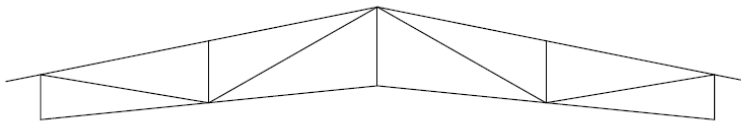
Puiset kattoristikot ovat pääasiassa tänä päivänä NR-ristikoita, jotka valmistetaan mitallistetusta tai höylätystä tai lujuuslajitellusta sahatavarasta. Sahatavarasta valmistetut lankut kiinnitetään toisiinsa sinkitetyllä teräslevyllä, jonka toisella puolella on levystä meistettyjä piikkejä. Näitä teräslevyjä kutsutaan naulalevyiksi. Yleisimmät NR-ristikkomallit ovat harjaristikko, saksiristikko ja pulpettiristikko. (Sepa Group 2020)

Harjaristikko on yleisimmin käytetty kattokannatin. Pääasiassa sitä käytetään auto- ja teollisuushalleissa mutta myös liike- ja asuinrakennuksissa. Saksiristikkoa käytetään

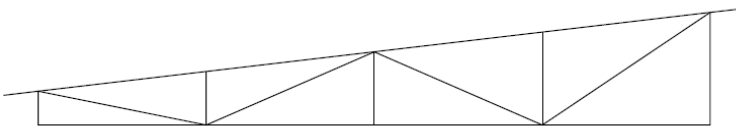
pääasiassa omakotitaloissa ja konesuojissa. Vinon alapaarten ansiosta saadaan enemmän tilaa korkeussuunnassa. Pulpettiristikkoja käytetään varastorakennuksissa, halleissa ja omakotitaloissa. Etuna pulpettiristikolla on se, että sen avulla katolta putoava lumi ei putoa rakennuksen eteen eli kulkuväylälle, sillä pulpettiristikossa yläpaarre laskeutuu rakennuksen takapuolelle. (Sepa Group 2020; Kosken puujalostus 2019) Kuvassa yksi on rakennekuva harjaristikossa, kuvassa 2 saksiristikosta ja kuvassa 3 pulpettiristikosta.



Kuva 1. Rakennekuva harjaristikosta



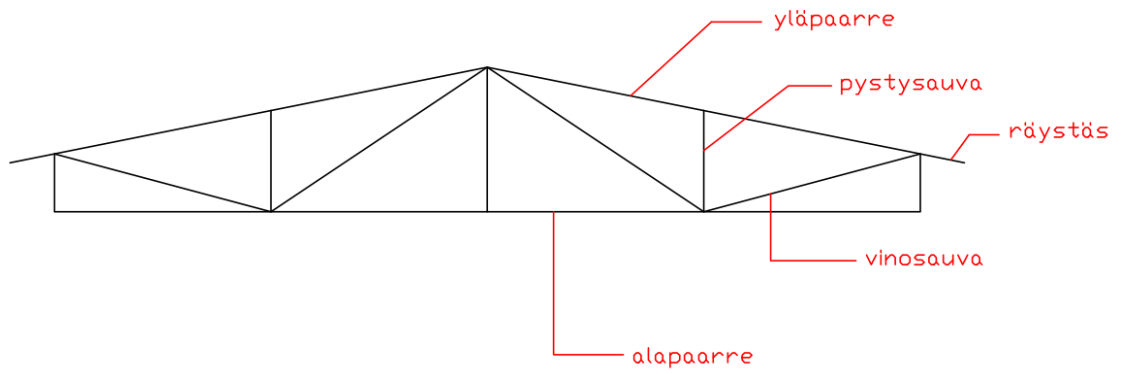
Kuva 2. Rakennekuva saksiristikosta



Kuva 3. Rakennekuva pulpettiristikosta

2.2 Kattoristikon rakenne

Kattoristikko koostuu pääsääntöisesti alapaarteesta, yläpaarteesta, pystysauvoista, vinosauvoista sekä räystästä kuvan 4 tavoin. (Rakennustieto 1993.)



Kuva 4 Ristikön rakenneosat (mukaillen Rakennustieto 1993)

3 RISTIKKORAKENTEIDEN MÄÄRITYS

Ristikko on suorien sauvojen systeemi, jossa sauvat, jotka muodostavat kantavan rakenteen, liittyvät toisiinsa nurkkapisteissä. Nämä nurkkapisteet oletetaan laskuissa niveliksi. Sauvassa vaikuttavat voimat ovat aina kyseisen sauvan akselin suuntaisia. Sauvaan vaikuttavat voimat ovat joko puristusrasitusta tai vetorasitusta. (Kuokkanen & Pontén 1970, s. 865.) Puristusrasitetuille sauvoille tehdään stabiiliteettitarkastelu nurjahduskestävyyden suhteen.

Ristikoita on olemassa kahdenlaisia; tasoristikoita sekä avaruusristikoita. Tasoristikossa kaikki sauvat ovat samassa tasossa, avaruusristikossa ristikon sauvat ovat useammassa kuin yhdessä tasossa eli toisin sanoen avaruusristikot ovat kolmiulotteisia. (Kuokkanen & Pontén 1970, s. 865; Salmi 2005 s. 245.) Tässä tutkimuksessa perehdytään tasoristikoihin, joissa kaikki sauvat ovat samassa tasossa.

Ristikoiden laskennallisen tarkastelun kohdalla tehdään seuraavanlaisia laskuolettamuksia:

1) Sauvojen painopisteakselit liittyvät ristikon akseleihin, jotka leikkaavat teoreettisissa nurkkapisteissä toisensa. 2) Nurkkapisteet oletetaan ominaisuuksiltaan samanlaisiksi kuin kitkattomat nivelet. 3) Ulkoiset voimat vaikuttavat ainoastaan sauvojen akseleita pitkin ja nurkkapisteisiin. 4) Tasoristikoissa kuormitukset vaikuttavat vain kyseisen ristikon tasossa. (Kuokkanen & Pontén 1970, s. 865)

3.1 Ristikoiden staattinen määrättävyys

Jäykällä ristikolla tarkoitetaan ristikkoa, johon syntyy vain kimmoisista muodonmuutoksista johtuvia nurkkapisteiden ja sauvojen siirtymiä. Tasoristikot voidaan jakaa staattisesti määrättyihin ja staattisesti määräämättömiin ristikoihin. Tämä määrää sen, voidaanko ristikon sauvojen voimat ratkaista käyttäen statiikan perusyhtälöitä vai täytyykö niihin soveltaa kimmoyhtälöitä. Ristikon staattista määrättävyyttä voidaan laskennallisesti tarkastella yhtälöllä $2 * n \geq s + r$. (Kuokkanen & Pontén 1970, s. 866)

3.1.1 Staattisesti määrätyt ristikot

Pääsääntöisesti ristikko on staattisesti määrätty, kun sen tukireaktioiden ja sauvavoimien määrittämiseen riittävät yksinkertaiset tasapainoyhtälöt. Tällöin pätee sauvojen lukumäärään yhtälö $s = 2 * n - r$, jossa $r = 3$. Yhtälössä r kuvaa riippumattomien tukikomponenttien lukumäärää eli tuennan ollessa staattisesti määrätty, täytyy ristikolla olla kolme tukireaktiota. n on nurkkapisteiden eli nivelien/solmujen lukumäärä ja s on niiden sauvojen lukumäärä, jotka voivat saada jännityksiä samanaikaisesti. Edellä mainittu yhtälö on johdettu yhtälöstä: $2 * n \geq s + r$. (Kuokkanen & Pontén 1970, s. 866)

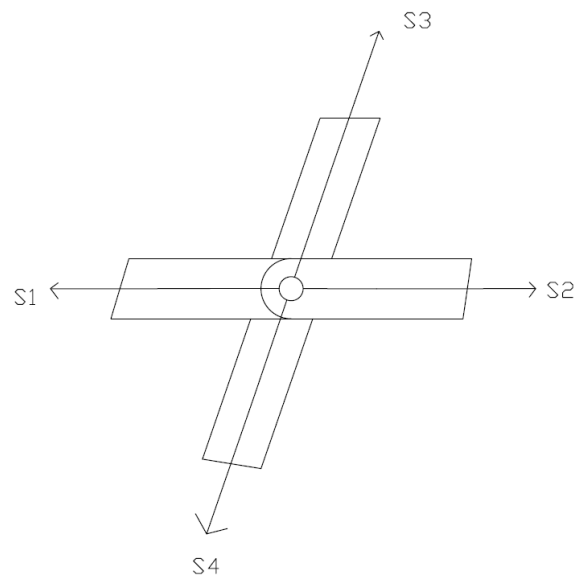
3.1.2 Staattisesti määräämättömät ristikot

Staattisesti määräämättömään ristikkoon pätee puolestaan yhtälö $2 * n < r + s$. Tällöin sauvavoimien ja tukireaktioiden ratkaisemiseen ei riitä pelkät yksinkertaiset tasapainoyhtälöt vaan täytyy myös soveltaa kimmoyhtälöitä. Ristikko voi olla joko ulkoisesti staattisesti määräämätön tai sisäisesti staattisesti määräämätön. Jos ristikko on ulkoisesti staattisesti määräämätön, sillä on liikaa tukireaktioita. Jos ristikko on puolestaan sisäisesti staattisesti määräämätön, tarkoittaa tämä sitä, että sillä on liikaa sauvoja. (Kuokkanen & Pontén 1970, s. 877)

3.2 Ristikon määrittämistä helpottavat säännöt

Ristikkorakennetta tarkasteltaessa on mahdollista löytää laskemista helpottavia tekijöitä. Esimerkiksi jos kuormittamattomaan niveleen yhtyy neljä sauvaa, jotka ovat pareittain vastakkain eli sauvojen akselit ovat samalla suoralla pareittain kuvan 5 tavoin. Tällöin voidaan olettaa että:

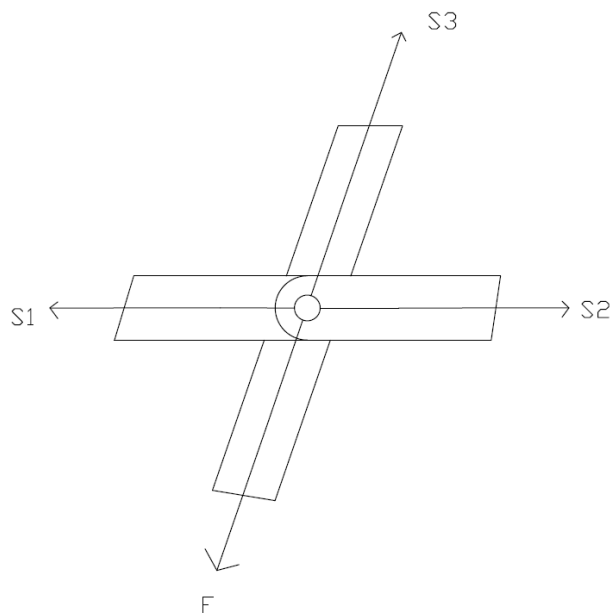
$$S_1 = S_2 \text{ ja } S_3 = S_4.$$



Kuva 5.

Jos niveleen kohdistuu kuormittava voima, joka on yhden niveleen kohdistuvan sauvan kanssa samansuuntainen sekä kaksi muuta niveleen tulevaa sauvaa ovat keskenään samalla suoralla kuvan 6 tavoin, voidaan olettaa, että:

$$S_1 = S_2 \text{ ja } S_3 = F.$$



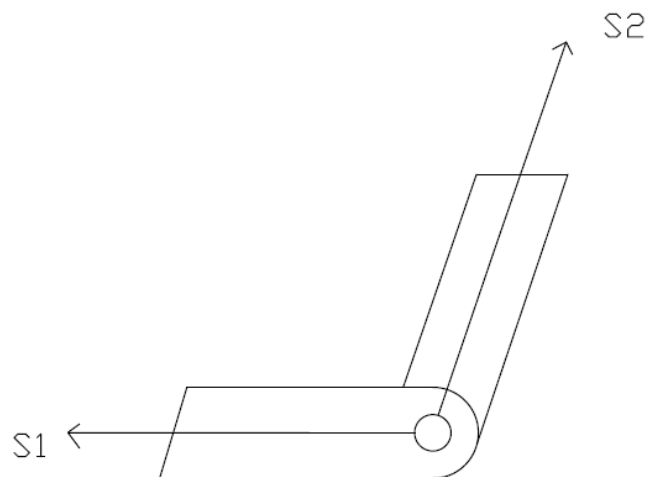
Kuva 6.

3.3 Nollasauvat

Ristikoidissa on mahdollista olla sauvoja, joihin kohdistuvan rasituksen suuruus on eräällä kuormituksella nolla. Tällaiset sauvat ovat nimeltään nollasauvoja. Tämä ei kuitenkaan tarkoita, että nämä sauvat olisivat ristikkorakenteessa turhia, sillä toisenlaisella kuormituksella niihin mahdollisesti kohdistuu rasitusta, jolloin nämä sauvat ovat tarpeellisia. (Salmi 2005, s. 254)

On mahdollista, että kuormittamattomaan niveleen yhdistyy kaksi sauvaa kuvan 7 tavoin, joiden akselit eivät kulje samalla suoralla. Tällöin molemmat sauva ovat nollasauvoja, joten:

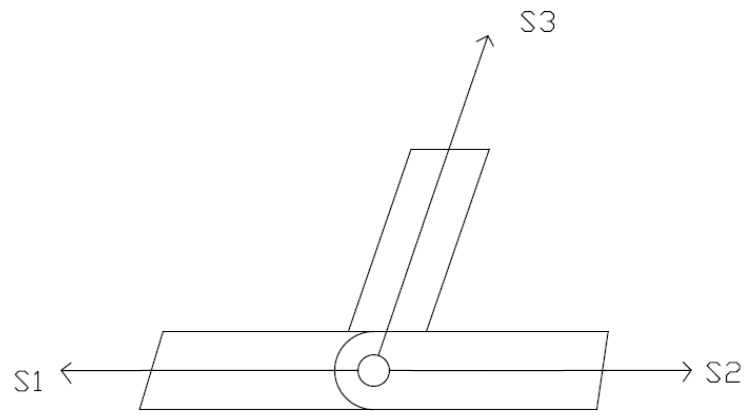
$$S_1 = S_2 = 0.$$



Kuva 7.

Jos niveleen, johon ei kohdistu kuormitusta, yhtyy kolme sauvaa kuvan 8 tavoin, joista kahden sauvan akselit kulkevat samalla suoralla ja kolmannen sauvan akseli on näiden kahden sauvan kanssa erisuuntainen niin:

$$S_1 = S_2 \text{ ja } S_3 = 0.$$



Kuva 8.

4 ESIMERKKITAPAUKSEN ESITTELY

Ristikon sauvavoimien määrittämiseksi voidaan käyttää graafisia, analyttisiä ja niiden yhdistelmämenetelmiä sekä vaikutusviivoja. Tämän lisäksi on myös erilaisia tietokoneohjelmia, joiden avulla sauvavoimat on mahdollista määrittää.

Tässä tutkimuksessa käytetään eri laskentamenetelmiä sauvavoimien laskemiseksi, joiden tuloksia verrataan keskenään, pyritään kuitenkin pääsemään samanlaisiin tuloksiin. Ensimmäisenä lasketaan analyttisesti käyttäen leikkausmenetelmää sekä nivelten tasapainoehtojen menetelmää. Nämä menetelmät ovat yksinkertaisia analyttisiä laskutapoja, eivätkä vaadi sen kummemmin apuvälineitä. Havainnollistavien kuvien piirtämiseksi käytetään AutoCad –ohjelmaa.

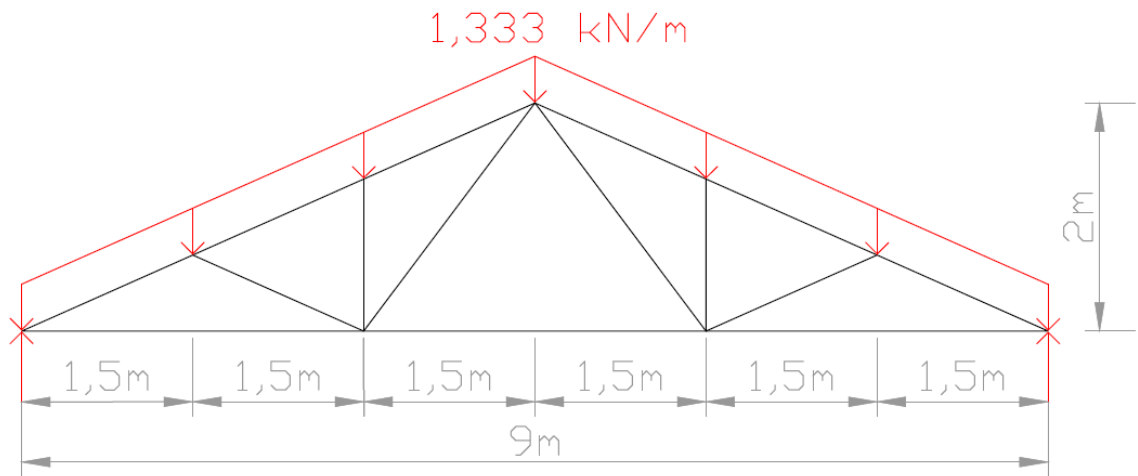
Graafisena menetelmänä käytetään voimamonikulmiomenetelmää, jonka apuvälineenä toimii Autodesk AutoCad-ohjelmisto. Tämän menetelmän perusperiaate on muodostaa tiettyyn pisteeseen, toisin sanoen solmuun vaikuttavista voimista monikulmio, jonka sivujen mitat kertovat voimien suuruudet.

Viimeisenä menetelmänä käytetään tietokoneohjelmaa, tarkemmin sanottuna Autodesk Robot –ohjelmaa, joka määrittää ristikon sauvavoimat.

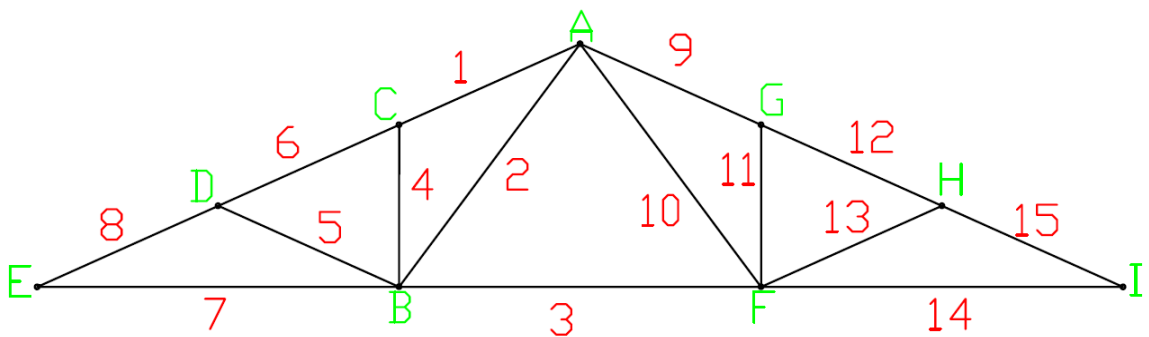
Laskuesimerkissä ristikkoon vaikuttaa tasaisesti jakautunut viivakuorma ja yhteensä kolme tukireaktiota, joista pisteeseen E vaikuttaa sekä pysty- että vaakasuuntainen tukireaktio ja pisteeseen I pystysuuntainen tukireaktio kuvan 9 tavoin. Pisteeseen E vaikuttava vaaka- eli x-suuntainen tukireaktio on nolla, sillä muita ulkoisia vaakasuuntaisia voimia ei vaikuta ristikkoon. Se on jätetty kuvasta 9 pois, jotta kuva olisi mahdollisimman selkeä.

Viivakuorman suuruus on 1,5 kN/m, ristikon pituus on 9 metriä ja korkeus 2 metriä. Sauvat liittyvät yläpaarteeseen 1,5 metrin välein. Tämä kyseinen ristikko voidaan pituuden suhteen siis jakaa kuuteen 1,5 metrin osaan. Laskuissa käytetään mitoille seuraavanlaisia kirjaintunnuksia: $x = 1,5 m, L = 9 m, h = 2 m$.

Tarkoituksena on määrittää tukireaktiot sekä jokaisen sauvan sauvavoimat. Kuvassa 10 ristikon jokainen piste/solmu on nimetty kirjaimin A:sta I:hin ja sauvat on numeroitu numeroin 1-15.



Kuva 9. Laskuesimerkin ristikko



Kuva 10. Nivelet kirjaimittain ja sauvat numeroin

5 ANALYYTTINEN MENETELMÄ

Harjaristikon analyyttisena menetelmänä käytetään leikkausmenetelmää ja nivelten tasapainoehtojen menetelmää. Ensin lasketaan kolmen eri sauvan voimat leikkausmenetelmällä tehden yksi leikkaus vapaakappalekuvaan, ja tämän jälkeen käytetään nivelten tasapainoehtojen menetelmää loppujen sauvavoimien laskemiseksi. Käsin laskiessa tuntemattomat sauvavoimat oletetaan aina vetorasitukseksi, sillä tämän oletuksen avulla on helppo päätellä, onko sauvavoima puristus vai vetorasitusta. Kun ratkaisuksi tulee negatiivinen arvo, sauvavoima on puristusrasitusta, ja kun tulee positiivinen arvo, niin sauvavoima on vetorasitusta.

Leikkausmenetelmässä nimensä mukaisesti ristikko leikataan sellaisesta kohdasta, jossa sauva, minkä voimat halutaan selvittää, tulee leikatuksi. Poikkileikkauksessa saa kuitenkin olla enintään kolme tuntematonta sauvaa, koska käytössä on kolme eri tasapainoyhtälöä: x- ja y-suuntaiset voimatasapainoyhtälöt sekä momenttiyhtälö. Ristikon jokaisen osan on toteutettava jäykän kappaleen tasapainoehdot. Tätä ennen on kuitenkin suositeltavaa laskea koko ristikon tukireaktiot. (Salmi 2005, s. 257)

Nivelten tasapainoehtojen menetelmässä jokaiselle nivelelle piirretään vapaakappalekuvat, ja niistä ratkaistaan sauvavoimat sopivassa järjestyksessä. Niveliin sovelletaan partikkelin tasapainoehtoja, joten yhtä niveltä kohden saa olla enintään kaksi tuntematonta voimaa. Käytössä siis on vaaka- ja pystysuuntaiset voimatasapainoyhtälöt. Tätä ennen ratkaistaan koko ristikon vapaakappalekuvasta tukireaktiot. (Salmi 2005, s.253)

5.1 Ulkoisten voimien ratkaiseminen

Laskuun pätee tasapainoyhtälöt:

$$\Sigma F_x = 0 , \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0, \quad (2)$$

$$\Sigma M = 0. \quad (3)$$

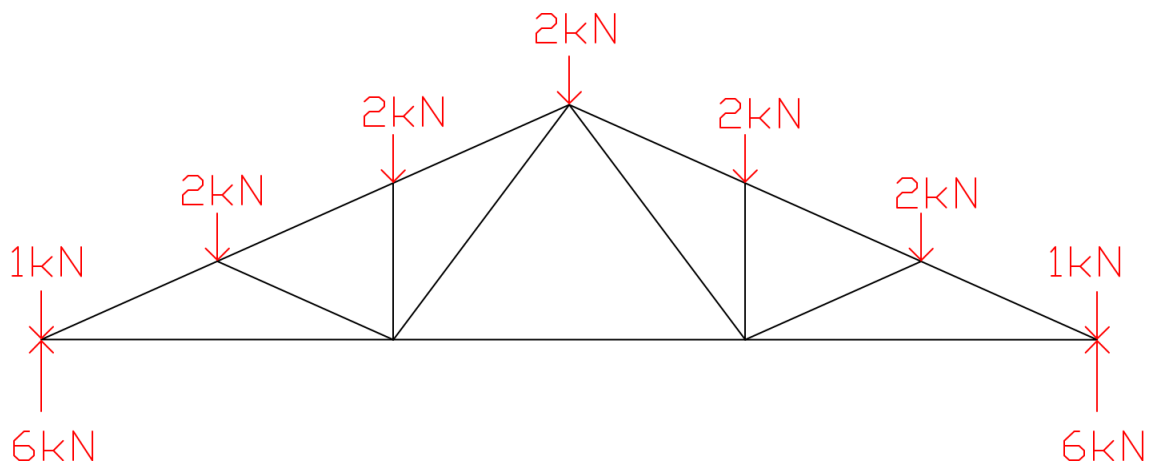
Laskun ensimmäinen vaihe on ratkaista tukireaktiot, joten ensiksi lasketaan viivakuorman resultanttivoima:

$$R = f * l = 1,333 \frac{kN}{m} * 9 m = 12 kN$$

Sillä ristikko on symmetrinen ja siihen kohdistuva kuorma on tasaisesti jakautunut, voidaan päätellä, että molemmat pystysuuntaiset tukireaktiot ovat yhtä suuria, joten:

$$F_A + F_B = R \rightarrow F_A + F_B = 12 kN \rightarrow F_A = F_B = F = 6 kN$$

Viivakuorma jaetaan pistekuormiksi, ristikon yläpaarteeseen niihin pisteisiin, joissa risteytyy vähintään kaksi eri sauvaa kuten kuvassa 11 on esitetty. Rakenteessa ei ole



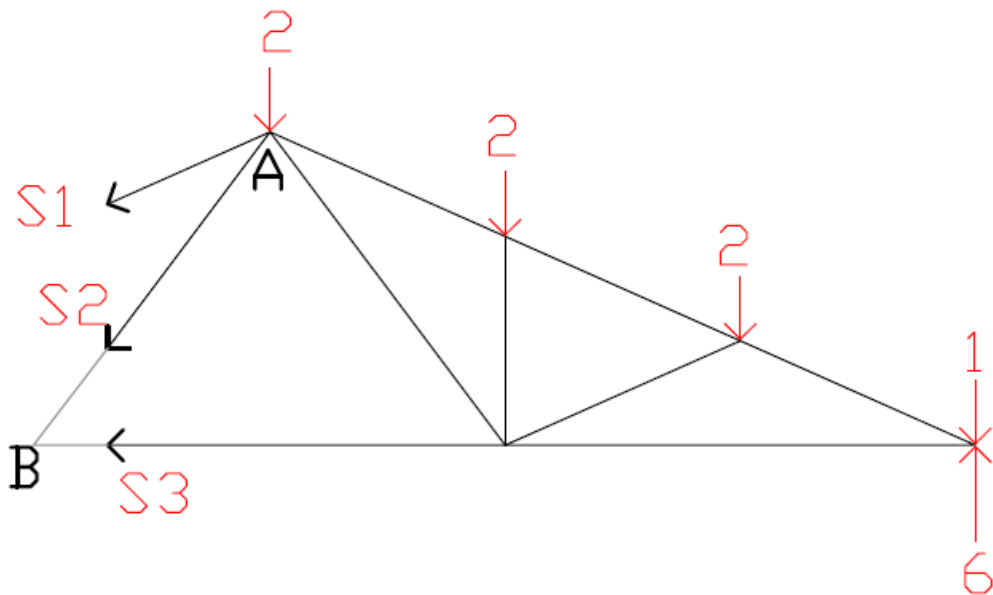
Kuva 11. Vapaakappalekuva

nollasauvoja, joten niiden määrittämistä ja poistamista laskuista ei tarvitse tehdä.

5.2 Leikkausmenetelmä

Seuraavaksi siirrytään varsinaisesti leikkausmenetelmän käyttöön. Tehdään sopivaan kohtaan vapaakappalekuva leikkaus kuvan 12 tavoin, jotta saadaan kolme tuntematonta sauvavoimaa ratkaistavaksi. Tässä laskuesimerkissä tehdään leikkaus siten että

ratkaistavaksi tulee sauvavoimat S_1 , S_2 ja S_3 . Leikkauksen ulkopuolelle jäänyttä vapaakappalekuvan osaa ei tarvitse huomioida leikkauskuvasta sauvavoimia laskiessa.



Kuva 12. Vapaakappalekuvan leikkaus

Sauvavoimien määrittämiseen käytetään apuna tasapainoyhtälöitä. Sauvavoima S_3 saadaan määritettyä momenttiyhtälöstä pisteen A suhteen:

$$M_A: 6 \text{ kN} * (1,5 \text{ m} * 3) - 1 \text{ kN} * (1,5 \text{ m} * 3) - 2 \text{ kN} * (1,5 \text{ m} * 2) - 2 \text{ kN} * 1,5 \text{ m} - S_3 * 2 \text{ m} = 0$$

$$\rightarrow S_3 = 6,75 \text{ kN}$$

Sauvavoimaksi saadaan ratkaisemalla yhtälöstä suuruudeksi $6,75 \text{ kN}$. Sillä voiman suuruus on positiivista, sauvavoima on vetorasitusta.

Koska S_1 ja S_2 ovat ”vinoja” eli ne eivät ole pysty- eikä vaakasuuntaisia, täytyy niille määrittää x- ja y-suuntaiset voimakomponentit:

$$S_{1x} = S_1 * \frac{4,5}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}}, S_{1y} = S_1 * \frac{2}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}},$$

$$S_{2x} = S_2 * \frac{1,5}{\sqrt{1,5^2 + 2^2}}, S_{2y} = S_2 * \frac{2}{\sqrt{1,5^2 + 2^2}}$$

Seuraavaksi lasketaan sauvavoima S_1 , joka saadaan ratkaistua muodostamalla momenttiyhtälö pisteen B suhteen:

$$\begin{aligned}
 M_A: & 6 \text{ kN} * (1,5 \text{ m} * 4) - 1 \text{ kN} * (1,5 \text{ m} * 4) - 2 \text{ kN} * (1,5 \text{ m} * 3) - \\
 & 2 \text{ k} * (1,5 \text{ m} * 2) - 2 \text{ kN} * 1,5 \text{ m} + S_1 * \frac{4,5}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}} * 2 \text{ m} - S_1 * \frac{2}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}} * \\
 & 2 \text{ m} = 0 \\
 \rightarrow & S_1 = -9,85 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Sauvavoima $S_1 = -9,85 \text{ kN}$, joten se on puristusrasitusta.

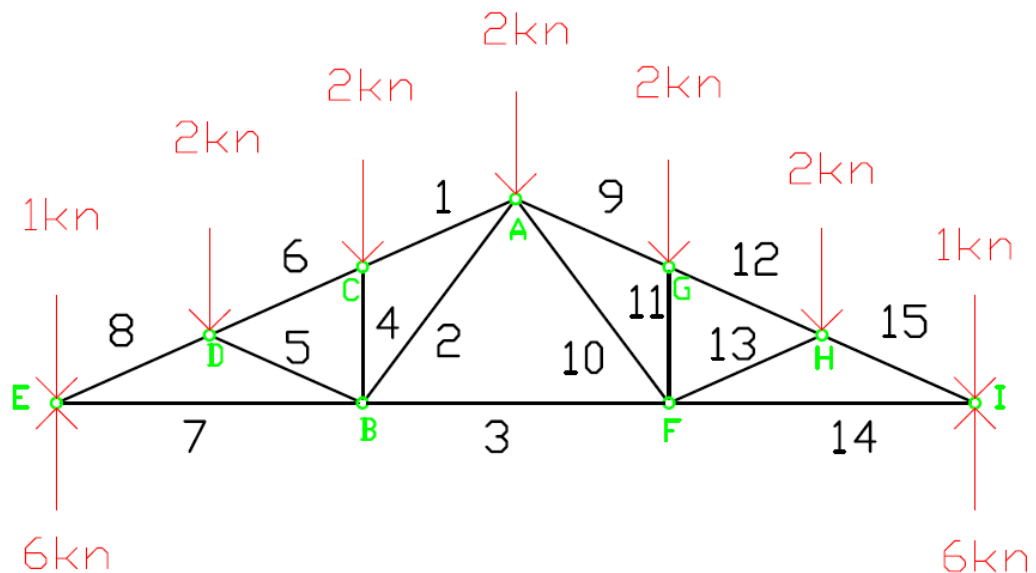
Sauvavoima S_2 voidaan ratkaista y-suuntaisesta voimatasapainoyhtälöstä (yhtälöön on sijoitettu $S_1 = -9,85 \text{ kN}$):

$$\begin{aligned}
 y: & 6 \text{ kN} - 1 \text{ kN} - 2 \text{ kN} * 3 + 9,85 * \frac{2}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}} - S_2 * \frac{2}{\sqrt{1,5^2 + 2^2}} = 0 \\
 \rightarrow & S_2 = 3,75 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Sauvavoima $S_2 = 3,75 \text{ kN}$, joten se on vetorasitusta.

5.3 Nivelten tasapainoehtojen menetelmä

Kuvassa 13 on nimetty nivelet ja sauvat, sekä ulkoiset voimat ja niiden suuruudet on määritetty, jotta nivelten hahmottaminen olisi helpompaa seuraavassa vaiheessa.



Kuva 13. Vapaakappalekuva

Jatketaan sauvavoimien laskemista nivelten tasapainoehtojen menetelmällä. Nivelien vapaakappalekuva piirtäessä on tärkeää muistaa olettaa, että vetorasitusta kuvaava voimanuoli on suunnaltaan poispäin nivelestä ja puristusrasitus on niveleen päin. Ensimmäisenä määritetään tuntemattomien sauvavoimien pysty- ja vaakasuuntaiset komponentit, mikäli se on tarpeen:

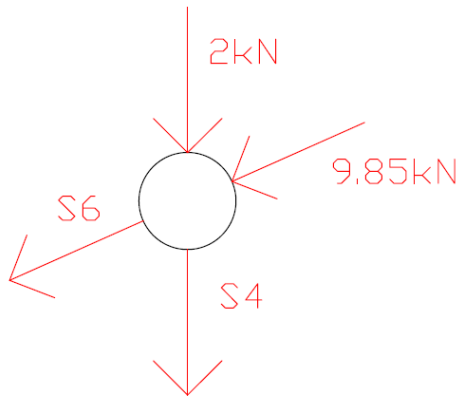
$$S_{5x} = S_5 * \frac{4,5}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}}, S_{5y} = S_5 * \frac{2}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}}$$

$$S_{6x} = S_6 * \frac{4,5}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}}, S_{6y} = S_6 * \frac{2}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}}$$

$$S_{8x} = S_8 * \frac{4,5}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}}, S_{8y} = S_8 * \frac{2}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}}$$

5.3.1 Nivel C

Seuraavaksi ratkaistaan pisteeseen C vaikuttavat sauvavoimat, jossa tuntemattomia voimia ovat S_4 ja S_6 . Vapaakappalekuvassa 9,85 kN sauvavoima on S_1 . Muodostetaan Nivelen C vapaakappalekuva kuvan 14 tavoin:



Kuva 14. Nivel C

Vapaakappalekuvan perusteella muodostetaan voimatasapainoyhtälöt. Sauvavoima S_6 saadaan vaakasuuntaisesta tasapainoyhtälöstä:

$$x: -S_{6x} - S_{1x} = 0 \leftrightarrow -S_6 * \frac{4,5}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}} = 9,85 * \frac{4,5}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}}$$

$$\leftrightarrow S_6 = -9,85 \text{ kN}$$

Sauvavoima S_6 on siis suuruudeltaan $9,85 \text{ kN}$, ja koska se sai negatiivisen arvon, se on puristusrasitusta. Seuraavaksi käytetään pystysuuntaista tasapainoyhtälöä voiman S_4 ratkaisemiseksi:

$$y: -2 - S_{1y} - S_{6y} - S_4 = 0$$

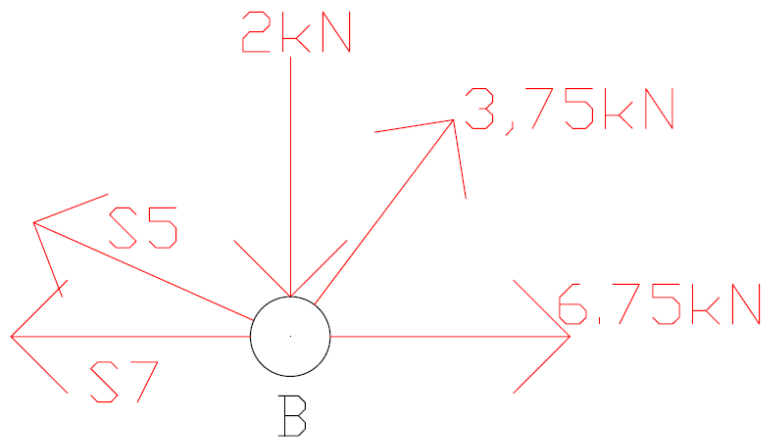
$$\leftrightarrow S_4 = -2 - 9,85 * \frac{2}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}} + 9,85 * \frac{2}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}}$$

$$\leftrightarrow S_4 = -2 \text{ kN}$$

Vastaukseksi saatiin $S_4 = -2 \text{ kN}$, joten se on puristusta.

5.3.2 Nivel B

Seuraavaksi muodostetaan vapaakappalekuva nivelelle B kuvan 15 tavoin, jonka avulla ratkaistaan sauvavoimat S_5 ja S_7 :



Kuva 15. Nivel B

Nivelen B vapaakappalekuvassa $3,75 \text{ kN} = S_2$, $6,75 \text{ kN} = S_3$ ja $2 \text{ kN} = S_4$. Muodostetaan pystysuuntainen tasapainoyhtälö, josta saadaan ratkaistua sauvavoima S_5 :

$$y: S_{5y} - 2 + S_{2y} = 0 \leftrightarrow S_5 * \frac{2}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}} - 2 + 3,75 * \frac{2}{\sqrt{1,5^2 + 2^2}} = 0$$

$$\leftrightarrow S_5 = 2 * \frac{\sqrt{4,5^2 + 2^2}}{2} - 3,75 * \frac{2}{\sqrt{1,5^2 + 2^2}} * \frac{\sqrt{4,5^2 + 2^2}}{2} \leftrightarrow S_5 = -\frac{\sqrt{97}}{4}$$

$$S_5 = -2,46 \text{ kN}$$

Sauvavoima S_5 on puristusta ja sen suuruus on $2,46 \text{ kN}$. Voiman S_7 ratkaisemiseksi muodostetaan x-suuntainen voimatasapainoyhtälö:

$$x: -S_7 - S_{5x} + S_3 + S_{2x} = 0$$

$$\leftrightarrow -S_7 + \frac{\sqrt{97}}{4} * \frac{4,5}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}} + 6,75 + 3,75 * \frac{1,5}{\sqrt{1,5^2 + 2^2}} = 0$$

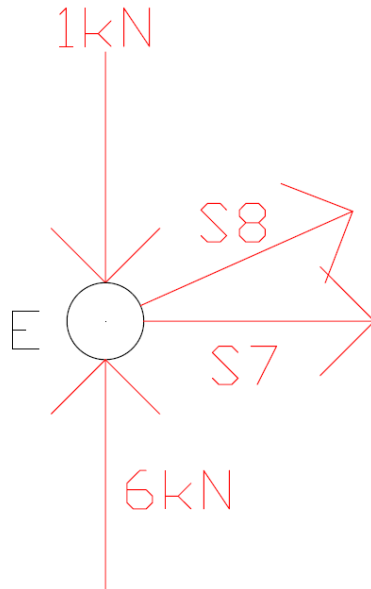
$$\leftrightarrow S_7 = \frac{\sqrt{97}}{4} * \frac{4,5}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}} + 6,75 + 3,75 * \frac{1,5}{\sqrt{1,5^2 + 2^2}}$$

$$\leftrightarrow S_7 = 11,25 \text{ kN}$$

Sauvavoiman S_7 ratkaisu on $11,25 \text{ kN}$ ja se on vetorasitusta.

5.3.3 Nivel E

Viimeisen tuntemattoman sauvavoiman ratkaisemiseksi tehdään kuvan 16 mukainen vapaakappalekuva nivelestä E. Ratkaistaan sen avulla siis sauvavoima S_8 :



Kuva 16. Nivel E

S_8 voidaan ratkaista käyttämällä vapaakappalekuvan pohjalta muodostettua y-suuntaista voimatasapainoyhtälöä:

$$\begin{aligned}
 y: -1 + 6 + S_{8y} &= 0 \leftrightarrow S_8 * \frac{2}{\sqrt{4,5^2 + 2^2}} = -5 \\
 \leftrightarrow S_8 &= -\frac{5}{2} * \sqrt{4,5^2 + 2^2} \\
 \leftrightarrow S_8 &= -12,31 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Sauvavoima S_8 on puristusrasitusta, jonka suuruus on 12,31 kN.

5.4 Analyttisen menetelmän tulosten yhteenveto

Leikkausmenetelmää sekä nivelten tasapainoehtojen menetelmää käyttäen laskettiin ristikon sauvavoimat S_1 - S_8 . Sauvavoimia S_9 - S_{15} ei tarvitse erikseen laskea, sillä ristikon sekä siihen vaikuttavien voimien nähdään olevan symmetrisiä kummallakin puolen ristikköä. Voidaan siis päätellä, että:

$$S_1 = S_9, S_2 = S_{10}, S_4 = S_{11}, S_5 = S_{13}, S_6 = S_{12}, S_7 = S_{14}, S_8 = S_{15}.$$

Myös sauvavoimien rasiustyytit ovat samat eli ratkaistujen sauvavoimien kanssa vastaavat sauvavoimat ovat myös vetorasitusta, mikäli ratkaistu sauvavoimakin on ja toisinpäin. Seuraavaksi alla olevaan taulukkoon 1 on koottu ratkaistujen sauvavoimien suuruudet.

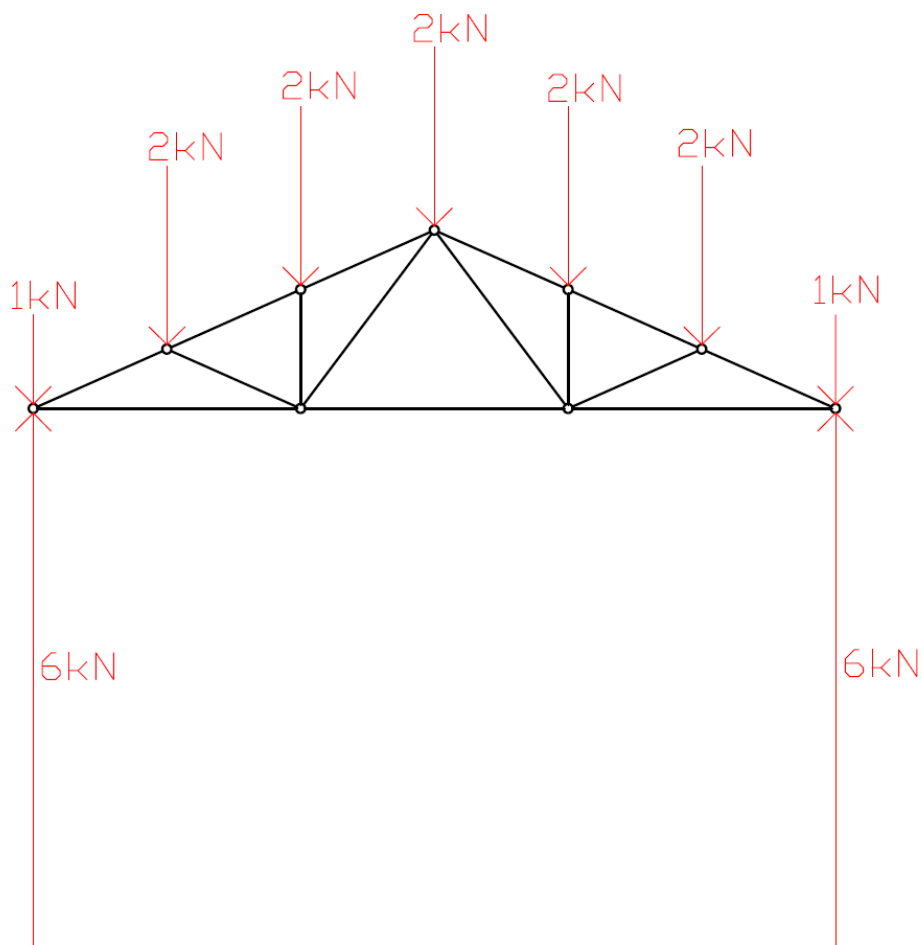
Taulukko 1. Analyttisen menetelmän tulokset

SAUVA	VOIMAN SUURUUS
SAUVA 1	-9,85 kN
SAUVA 2	3,75 kN
SAUVA 3	6,75 kN
SAUVA 4	-2 kN
SAUVA 5	-2,46 kN
SAUVA 6	-9,85 kN
SAUVA 7	11,25 kN
SAUVA 8	-12,31 kN

6 GRAAFINEN MENETELMÄ

Graafiseen sauvavoimien ratkaisumenetelmään käytetään Autodesk AutoCAD-ohjelmistoa. Ensimmäisenä vaiheena on muodostaa teoreettinen ristikko todellisen ristikon pohjalta. Tästä lasketaan solmuihin eli niveliin vaikuttavat voimat. Sauvavoimat ratkaistaan voimamonikulmioperiaatteen mukaisesti.

Seuraavaksi piirretään ulkoisesti vaikuttavat voimat kuvan 17 tavoin. Molempien tukivoimien voidaan päätellä olevan 6 kN , sillä ristikkoon vaikuttava kuorma on yhteensä 12 kN . Ja kun kuorma on tasaisesti jakautunut, niin molemmat tukireaktiot on oltava keskenään yhtä suuria. Tukivoimien ratkaiseminen voidaan tehdä myös graafisesti vaikutusviivojen avulla. Voimaviivojen täytyy olla keskenään suhteellisesti oikean mittaisia. Esimerkiksi suuruudeltaan 6 kilonewtonia oleville tukireaktioille käytetään AutoCAD-ohjelmistolla piirtäessä pituutena 6000 pituusyksikköä. (Liedes 2010)



Kuva 17. Voimien suuruudet suhteutettuina viivojen pituuksiin

6.1 Voimamonikulmiomenetelmä

Voimamonikulmiomenetelmän ideana on muodostaa tarkasteltavaan solmuun vaikuttavien ulkoisten voimien sekä sauvavoimien perusteella sulkeutuva voimamonikulmio. Voimien suuruudet saadaan monikulmion sivujen pituuksista. Tässä laskuesimerkissä 1 kN vastaa 1000 pituusyksikköä AutoCad-piirroksissa. Voimamonikulmiossa sauvavoimien suunta on sama kuin sauvojen suunta todellisessa ristikossa. (Liedes 2010)

Kun selvitetään, onko sauvavoima puristusrasitusta vai vetorasitusta, käytetään apuna kiertosääntöä. Kun voimamonikulmioon piirretään sauva eri puolelle, kuin se on todellisessa ristikossa, on sauvavoima puristusrasitusta. Ja puolestaan jos todellisessa ristikossa ja voimamonikulmiossa sauva on samalla puolella, niin voima on vetorasitusta. Voimia piirtäessä on tärkeää muistaa valita kiertosuunta piirtojärjestystä varten. (Liedes 2010) Tässä tutkimuksessa käytetään kiertosuuntana myötäpäiväistä. Ristikon sauvojen numeroinnin sekä nivelten/solmujen kirjaintunnukset nähdään kuvasta 13.

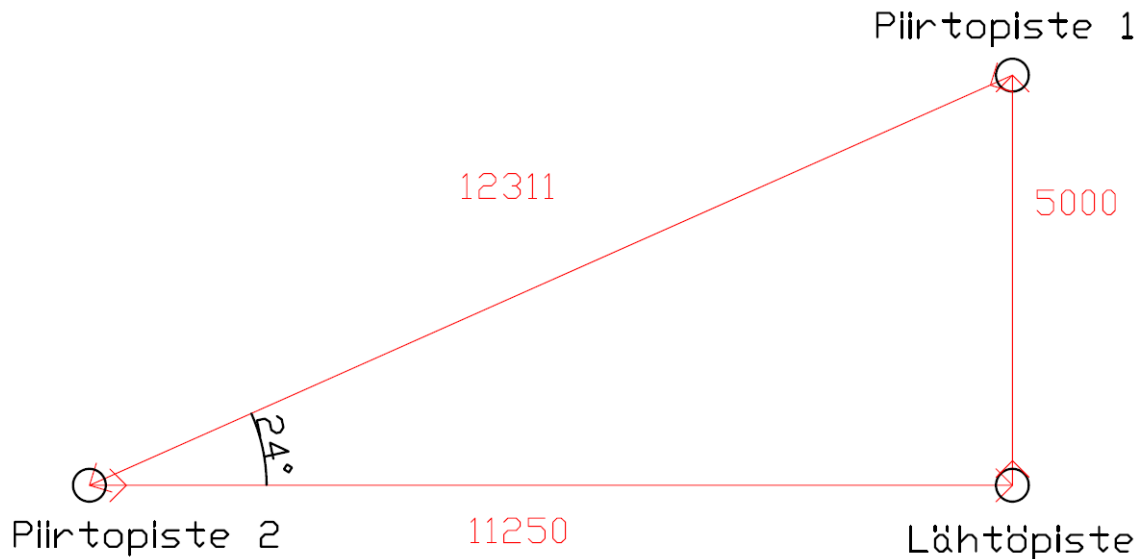
6.1.1 Solmu E

Aloitetaan sauvavoimien ratkaiseminen solmusta E. Sillä Solmuun E vaikuttaa kaksi vastakkaisuuntaista ulkoista voimaa, piirretään lähtöpisteestä $-1\text{ kN} + 6\text{ kN} = 5\text{ kN}$ suuruinen voima, joka vastaa 5000 pituusyksikköä. Kun tämä pystysuuntainen voimaviiva on piirretty, piirretään seuraavaksi piirtopisteestä 1 sauvan 8 sauvavoima S_8 . Sauvavoiman suunta on sama kuin todellisessakin ristikossa, joten se saadaan ratkaistua seuraavasta yhtälöstä:

$$\tan \theta = \frac{2}{4,5} \leftrightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{2}{4,5} \leftrightarrow \theta \approx 24 \text{ astetta}$$

Piirretään viiva siis 24 asteen kulmassa alaviistoon siihen asti, kun se saavuttaa y-suunnassa lähtöpisteen tason. Voimaviivan pituudeksi saadaan 12311 pituusyksikköä, joten $S_8 = 12,311\text{ kN}$. Koska piirtopisteestä 1 piirrettynä voimaviiva tulee eri puolelle kuin todellisessa ristikossa sauva 8 on solmun E suhteen, voidaan päätellä, että sauvavoima S_8 on puristusrasitusta.

Seuraavaksi piirretään piirtopisteestä 2 voimaviiva lähtöpisteeseen, jotta voimamonikulmio sulkeutuu. Pituudeksi saadaan 11250, joten sauvavoima $S_7 = 11,25 \text{ kN}$. Sauvavoima on vetorasitusta, sillä voimaviiva on piirtopisteen 2 oikealla puolella sekä todellisessa ristikossa sauva 7 on solmun E oikealla puolella. Kuvassa 18 on voimamonikulmio solmusta E.

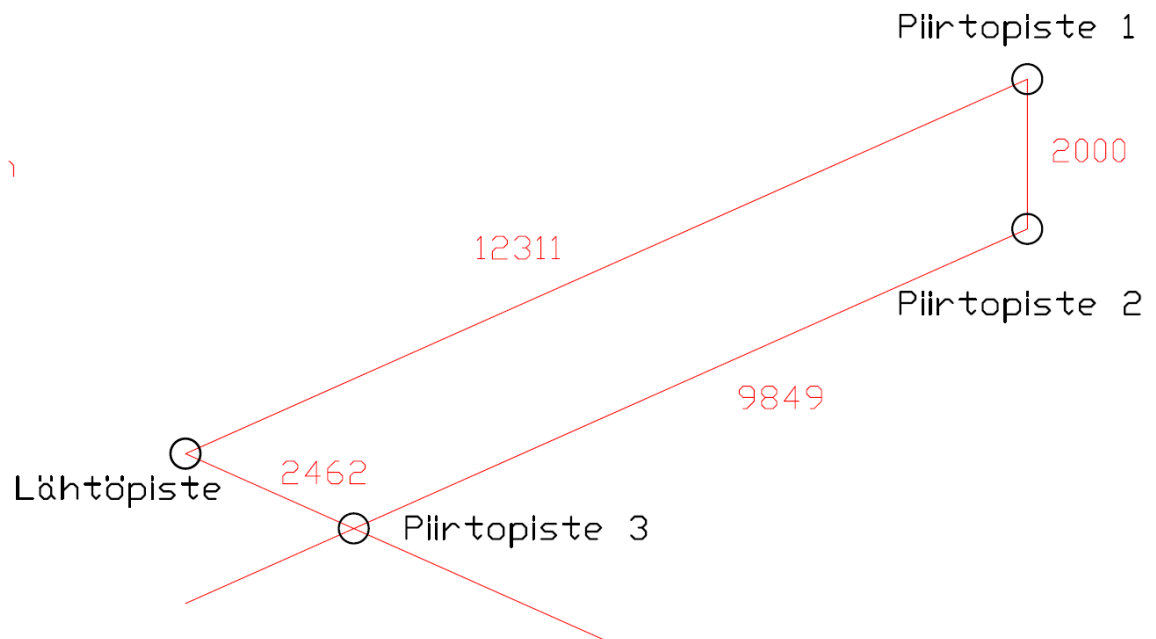


Kuva 18. Voimamonikulmio solmusta E

6.1.2 Solmu D

Seuraavaksi piirretään voimamonikulmio solmusta D. aloitetaan piirtämällä edellisestä voimamonikulmiosta ratkaistu sauvavoima $S_8 = 12,311 \text{ kN}$, ja jonka jälkeen edetään myötöpäivään piirtäen solmuun vaikuttavat voimat. Piirtopisteestä 1 piirretään ulkoinen voima, jonka suuruus on 2 kN , ja seuraavaksi piirretään sauvavoiman S_6 suuntainen viiva. Sillä sauvavoima S_6 on vielä tässä vaiheessa tuntematon, sitä kuvaavaan viivan pituus täytyy määrittää toisen tuntemattoman sauvavoiman S_5 avulla. Piirretään sauvavoiman S_5 suuntainen viiva lähtöpisteestä. Nimetään näiden kahden viivan risteyskohta piirtopiste 3:ksi. Nyt saadaan Sauvavoiman S_6 suuruudeksi $9,849 \text{ kN}$ ja S_5 suuruudeksi $2,462 \text{ kN}$.

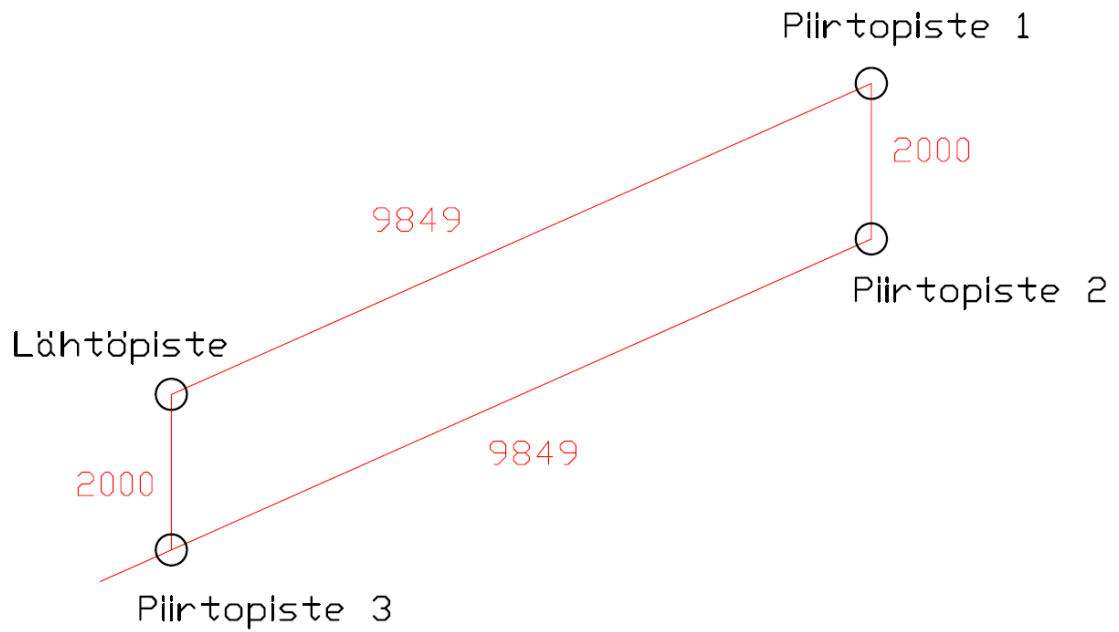
Solmusta E saatiin ratkaistua S_8 puristusrasitukseksi. Sauvavoimat S_5 ja S_6 ovat myös puristusrasitusta, sillä ne molemmat ovat piirtopisteestä piirrettynä eri puolella kuin ovat todellisessa ristikossa kyseisen solmun D suhteen. Kuvassa 19 on solmun D voimamonikulmio.



Kuva 19. Voimamonikulmio solmusta D

6.1.3 Solmu C

Seuraavaksi ratkaistaan sauvavoimat S_1 ja S_4 solmun C voimamonikulmiosta. Aloitetaan piirtämällä tunnetut voimat ensimmäisenä eli aloitetaan sauvavoimasta S_6 . Seuraavaksi piirtopisteestä 1 piirretään 2 kN suuruinen pystysuuntainen ulkoinen kuorma. Sauvavoiman S_1 suuntainen viiva piirretään piirtopisteestä 2. Seuraavaksi piirretään pystysuuntainen, sauvavoimaa S_4 kuvaava viiva piirtopisteestä 3 siten, että se sulkee voimamonikulmion. Saadaan sauvavoimaa S_1 kuvaavan viivan pituudeksi 9849, joten $S_1 = 9,849\text{ kN}$ ja sauvavoimaa S_4 kuvaavan viivan pituudeksi 2000, joten $S_4 = 2\text{ kN}$. Molemmat ovat puristusrasitusta kiertosuuntasäännön perusteella. Solmun C voimamonikulmio on piirretty kuvassa 20.



Kuva 20. Voimamonikulmio solmusta C

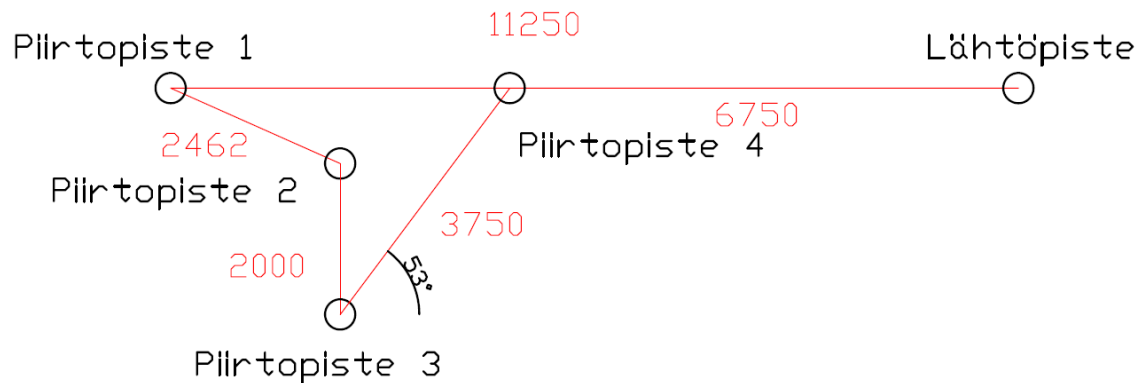
6.1.4 Solmu B

Ratkaistaan vielä ristikon vasemman puolen tuntemattomat sauvavoimat S_2 ja S_3 , ja käytetään siihen solmun B voimamonikulmiota. Aloitetaan piirtämällä sauvavoimaa S_7 kuvaava viiva, jonka pituus on 11250. Edetään solmulla myötäpäivään, joten seuraavaksi piirretään sauva voimaa S_5 kuvaava viiva ja sen jälkeen sauvavoimaa S_4 kuvaava viiva. Tunnettuja sauvavoimia piirtäessä täytyy huomioida kiertosuuntasääntö, jotta niiden rasiustyyppi pysyy oikeana. Sauvavoima S_7 on vetorasitusta ja sauvavoimat S_5 ja S_4 ovat puristusrasitusta. Ratkaistaan sauvavoiman S_2 suunta seuraavasta yhtälöstä:

$$\tan \theta = \frac{2}{1,5} \leftrightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{2}{1,5} \leftrightarrow \theta \approx 53 \text{ astetta}$$

Seuraavaksi piirretään sauvavoiman S_2 suuntainen viiva piirtopisteestä 3. Koska toinen tuntematon sauvavoima S_3 on vaakasuuntainen, voidaan päätellä, että sauvavoimaa S_2 kuvaava viiva päättyy S_7 kuvaavaan vaakasuuntaiseen viivaan. Pituudeksi saadaan 3750, joten $S_2 = 3,75 \text{ kN}$. Lopuksi piirretään piirtopisteestä 4 viiva lähtöpisteeseen, jonka pituudeksi saadaan 6750. Sauvavoiman S_3 suuruus on siis $6,75 \text{ kN}$. Kiertosuuntasäännön perusteella molemmat ovat vetorasitusta, sillä molemmat

piirretään piirtopisteestä samalle puolelle kuin todellisessa ristikossa. Kuvassa 21 näkyy somun B voimamonikulmio.



Kuva 21. Voimamonikulmio solmusta B

6.2 Voimamonikulmiomenetelmän tulosten yhteenveto

Voimamonikulmiomenetelmää käyttäen ratkaistiin ristikon sauvavoimat S_1-S_8 . Sauvavoimien S_9-S_{15} ratkaisemiseksi ei tehdä vastaavanlaisia voimamonikulmia, sillä ristikon sekä siihen vaikuttavien voimien nähdään olevan symmetrisiä kummallakin puolen ristikköä. Voidaan siis päätellä, että:

$$S_1 = S_9, S_2 = S_{10}, S_4 = S_{11}, S_5 = S_{13}, S_6 = S_{12}, S_7 = S_{14}, S_8 = S_{15}.$$

Myös sauvavoimien rasiustyypit ovat samat eli ratkaistujen sauvavoimien kanssa vastaavat sauvavoimat ovat myös vetorasitusta, mikäli ratkaistu sauvavoimakin on ja toisinpäin. Taulukossa 2 on voimamonikulmiomenetelmän tulokset koottuna

Taulukko 2. Graafisen menetelmän tulokset.

Sauva	Pituus	Voima	rasitustyyppi
Sauva 1	9849	9,85 kN	puristusrasitus
Sauva 2	3750	3,75 kN	vetorasitus
Sauva 3	6750	6,75 kN	vetorasitus
Sauva 4	2000	2 kN	puristusrasitus
Sauva 5	2462	2,46 kN	puristusrasitus

Sauva 6	9849	9,85 kN	puristusrasitus
Sauva 7	11250	11,25 kN	vetorasitus
Sauva 8	12311	12,31 kN	puristusrasitus

7 TIETOKONEOHJELMALLA ANALYSOINTI

Ristikon sauvavoimien määrittämiseen tietokoneohjelmalla käytetään Autodeskin Robot Structural Analysis Professional –ohjelmaa. Kattoristikoiden analysointiin kyseinen tietokoneohjelma soveltuu hyvin, sillä Robot –ohjelmistossa on valmiita kattoristikkopohjia, joten niiden mallintaminen erikseen ei ole välttämättä välttämätöntä. Tässä tutkimuksessa käytettävää vastaavanlaista ristikköä ei kuitenkaan ole valmiina, joten se täytyy mallintaa itse. Piirretään kuvan 13. kanssa vastaavanlainen ristikko.

Kun ristikko on mallinnettu, täytyy siihen lisätä tukireaktiot sekä ulkoiset kuormat. Tässä esimerkissä lisätään ulkoiset kuormat pistevoimina yllä olevan kuvan tavoin. Seuraavaksi valitaan komento, joka määrittää jokaisen sauvan sauvavoimat molemmissa kyseisen sauvan solmuissa.

Saadaan ristikön sauvavoimille alla olevan taulukon 3 mukaiset tulokset. Tarkemmat tulokset löytyvät liitteestä 1. Jätetään taulukosta sauvojen 9-15 voimat pois tulosten selkeyttämiseksi, sillä symmetrian takia:

$$S_1 = S_9, S_2 = S_{10}, S_4 = S_{11}, S_5 = S_{13}, S_6 = S_{12}, S_7 = S_{14}, S_8 = S_{15}.$$

Taulukko 3. Robot Structural Analysis Professional -ohjelmalla saadut tulokset.

SAUVA	VOIMAN SUURUUS
SAUVA 1	-9,85 kN
SAUVA 2	3,75 kN
SAUVA 3	6,75 kN
SAUVA 4	-2 kN
SAUVA 5	-2,46 kN
SAUVA 6	-9,85 kN
SAUVA 7	11,25 kN
SAUVA 8	-12,31 kN

8 TULOKSET

Kootaan eri laskentamenetelmien sauvavoimien tulokset taulukkoon 4 vertailun helpottamiseksi.

Taulukko 4. Eri menetelmillä saadut tulokset.

SAUVA	ANALYYTTINEN MENETELMÄ	GRAAFINEN MENETELMÄ	MÄÄRITYS ROBOT - OHJELMALLA
SAUVA 1	-9,85 kN	-9,85 kN	-9,85 kN
SAUVA 2	3,75 kN	3,75 kN	3,75 kN
SAUVA 3	6,75 kN	6,75 kN	6,75 kN
SAUVA 4	-2 kN	-2 kN	-2 kN
SAUVA 5	-2,46 kN	-2,46 kN	-2,46 kN
SAUVA 6	-9,85 kN	-9,85 kN	-9,85 kN
SAUVA 7	11,25 kN	11,25 kN	11,25 kN
SAUVA 8	-12,31 kN	-12,31 kN	-12,31 kN

Kaikilla kolmella eri laskumenetelmällä saatiin siis sauvavoimille saman suuriset arvot, joten tavoitteisiin päästiin.

9 YHTEENVETO

Analyttisesti laskemalla saatiin tarkat tulokset. Jos nivelten tasapainoehdotmenetelmää ja leikkausmenetelmää vertailee keskenään erikseen käytettyinä, niin nivelten tasapainoehtojen etuna on sen helppous, sillä tarvitaan vain kahta tasapainoyhtälöä: pystysuuntaista sekä vaakasuuntaista voimayhtälöä. Leikkausmenetelmän etuna on puolestaan se, että sen avulla on nopeampi ratkaista haluttu sauvavoima, sillä muita sauvavoimia ei tarvitse määrittää sitä ennen. Nivelten tasapainoehtojen menetelmässä puolestaan täytyy ratkaista muutkin tuntemattomat pisteeseen vaikuttavat sauvavoimat, jotta yksikin saadaan ratkaistua. Haittapuolena muihin menetelmiin verrattuna näillä analyttisillä menetelmillä on niiden hitaus. Myös merkkisääntöjen ja matemaattisten yhtälöiden muistaminen sekä huomioiminen vaativat paljon keskittymistä ja riski virheiden tapahtumiselle on suuri.

Myös graafista menetelmää käyttämällä AutoCad-ohjelmalla tuotti tarkat tulokset sauvavoimille. AutoCad ohjelmalla viivojen suunnan ja pituuden määrittäminen on nopeaa ja helppoa. Voimamonikulmiomenetelmän käyttäminen ei vaadi myöskään kovin perusteellista tietämystä ristikoiden sauvojen ratkaisemisesta. Kiertosäännön apuna käyttäminen rasiustyypin ratkaisemiseksi on myös suhteellisen yksinkertaista ja helppoa. Tämä voimamonikulmiomenetelmän soveltaminen ilman tietokoneohjelmia kuitenkin johtaa helposti tulosten tarkkuuden heikentymiseen, sekä ratkaisuihin pääseminen hidastuu huomattavasti.

Autodeskin Robot-ohjelmaa käyttämällä sauvavoimien ratkaiseminen on todella nopeaa ja vaivatonta, eikä tasoristikoiden sauvavoimien määrittäminen vaadi kovin syvää perehtymistä kyseiseen ohjelmaan eikä myöskään vaadi paljoakaan matemaattista osaamista.

Vaikka tietokoneohjelmilla oikeisiin ratkaisuihin pääseminen on helppoa ja vaivatonta, niin silti on tärkeää pystyä tarvittaessa ratkaisemaan ilman apuvälineitä, ja tämä tutkimus osoittaaakin, että se on täysin mahdollista. Myös ennen tietokoneita on pystytty vastaaviin laskuihin, joten aina ei ole välttämätöntä käyttää kaikkia mahdollisia apuvälineitä- ja ohjelmia. Kun hallitsee useita menetelmiä, virheiden tapahtumisen todennäköisyys pienenee.

LÄHDELUETTELO

Kosken puujalostus, 2019. Kattoristikot kotimaiselta valmistajalta. Saatavissa: <https://www.puunjalostus.fi/tuotteet/>. [19.11.2019]

Kuokkanen P. & Pontén R., 1970. Ristikot. Teoksessa: Rakennustekniikan käsikirja, pääjakso 1, Yleiset perusteet osa 2. Helsinki: KK:n kirjapaino, S. 865-881

Kähkönen L., 1982, Kantavat puurakenteet. Helsinki: Rakentajain kustannus, 134 s.

Liedes H., 2010, Rakennesuunnittelun perusteet, Ristikon laskenta voimamonikulmiomenetelmällä. Oulun yliopisto, Luentomateriaali.

Rakennustieto, 1993. RT tietoväylä, kortistot, RT 85-10495. Saatavissa: <https://kortistot.rakennustieto.fi/kortit/RT%2085-10495>. [21.1.2020]

Salmi T., 2005. Satiikka. 3. painos. Tampere: Pressus Oy, 400 s.

Sepa Group, 2020. Kattoristikot, harjaristikko. Saatavissa: <http://www.sepa.fi/kattoristikot/harjaristikko>. [20.1.2020]

Sepa Group, 2020. Kattoristikot, pulpettiristikko. Saatavissa: <http://www.sepa.fi/kattoristikot/pulpettiristikko>. [20.1.2020]

Sepa Group, 2020. Kattoristikot, saksiristikko. Saatavissa: <http://www.sepa.fi/kattoristikot/saksiristikko>. [20.1.2020]

Sepa Group, 2020. NR-rakenteiden asennus- ja käsittelyohjeet. Saatavissa: https://www.sepa.fi/uploads/pdf/ply_nrohjeet_uusi.pdf. [20.1.2020]

LIITTEET

Liite 1. Autodesk Robot-ohjelmalla saadut tulokset.

Bar/Node/Case	FX (kN)
1/ 6/ 1	-9,85
1/ 7/ 1	-9,85
2/ 6/ 1	3,75
2/ 2/ 1	3,75
3/ 2/ 1	6,75
3/ 3/ 1	6,75
4/ 2/ 1	-2,00
4/ 7/ 1	-2,00
5/ 2/ 1	-2,46
5/ 9/ 1	-2,46
6/ 7/ 1	-9,85
6/ 9/ 1	-9,85
7/ 1/ 1	11,25
7/ 2/ 1	11,25
8/ 9/ 1	-12,31
8/ 1/ 1	-12,31
9/ 6/ 1	-9,85
9/ 10/ 1	-9,85
10/ 6/ 1	3,75
10/ 3/ 1	3,75
11/ 3/ 1	-2,00
11/ 10/ 1	-2,00
12/ 10/ 1	-9,85
12/ 12/ 1	-9,85
13/ 3/ 1	-2,46
13/ 12/ 1	-2,46
14/ 3/ 1	11,25
14/ 4/ 1	11,25
15/ 12/ 1	-12,31
15/ 4/ 1	-12,31

Kuva 22. Robot-ohjelmalla saadut sauvavoimien suuruudet.

