



## YÜZEN BİR YAPININ DÜZENLİ DALGALARDA HİDROELASTİK ANALİZİ

Salim Tamer<sup>1</sup>, Barış Barlas<sup>1</sup> ve Ömer Belik<sup>2</sup>

<sup>1</sup>İstanbul Teknik Üniversitesi, Gemi İnş. Ve Deniz Bil. Fakültesi, İstanbul

<sup>2</sup>Piri Reis Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İstanbul

### ABSTRACT

This study bases on modal analysis principles which means structural response considered as sum of motions and deformations at principal coordinates. Structural and hydrodynamic problems are coupled weakly by depending on linear hydroelasticity theory where structural and hydrodynamic problems regarded under the linear behavior and potential flow theory respectively. Finite element method is used for free vibration analysis of structure. Boundary element method is used to determine sea loads arise from coming and scattering waves around the floating structure as well as to determine wave loads arise from radiating waves due to ship motion. Excitation forces which effect the floating structure, can be determined by using distribution of velocity potential and radiation originated distributed velocity potential takes the effect of deep water. In this approach the structure response can be calculated under the condition of small wave steepness for regular waves.

### ÖZET

Bu çalışmada, modal analiz prensiplerini temel alan lineer hidroelastisite teorisi konteyner tipi bir gemi için uygulanmıştır. Lineer hidroelastisite teorisinde, yapısal ve hidrodinamik problemler lineer davranış ve potansiyel akım kabulleri altında ilişkilendirilebilir. Modal süperpozisyon teknikleri serbest titreşim ve zorlamalı titreşim problemlerini verimli bir şekilde çözebilmemizi sağlar. Bu yöntem sayesinde yapısal tepki, asal titreşim şekillerindeki hareketlerin, şekil değiştirmelerin, vs. birleşimi olarak alınabilir. Bu çerçevede, öncelikle yapısal sönüm ve dış kuvvetlerin yokluğunda kuru yapının dinamik karakteristikleri yani doğal frekanslar ve karşılık gelen asal titreşim şekilleri standart sonlu elemanlar programı ile belirlenebilir. Problemin ikinci aşamasında, her bir asal titreşim şekline karşılık gelen akışkan kuvvetlerinin hareket denklemine dâhil edilmesi gerekir. Akışkanın yapıya uyguladığı hidrodinamik atalet, sönüm, geri getirme ve zorlayıcı kuvvetlerinin bulunabilmesi için sınır elemanları metodu kullanılabilir. Akışkanın ideal ve hareketinin döngüsüz olduğu kabul edilmesi halinde, potansiyel akımı tanımlayan Laplace denklemi, gerekli sınır koşullarını sağlayan bir sınır integral denklemine dönüştürülebilir. Böylelikle problem sadece geminin ıslak yüzeyi olan arayüzde tanımlı hale gelir.

### GİRİŞ

Geminin dalgalara verebileceği yanıtlar, elastik olmayan katı bir cisim olarak gerçekleştirilecekleri rijid cisim hareketleri olabileceği gibi, şekil değişikliklerini içeren elastik

hareketler de olabilir. Denizcilik problemleri gemiyi rijit yapı kabulüyle incelse de gemi gerçekte elastik bir yapıdır. Elastik yapının akışkan ortamındaki davranışlarıyla hidroelastisite ilgilenir. Hidroelastisite, akışkan içerisinde yüzen esnek cismin davranışlarının incelenmesidir. Esnek bir gemi ya da açık deniz yapısı için hidroelastisite teorisi uygulanarak yapıdaki gerilmeler, hareketler ve yer değiştirmeler bulunabilir.

Bu çalışmanın ilk kısmında, düzenli sinüzoidal dalgalar etkisinde yüzen konteynır tipi bir geminin hidroelastik analizi lineer hidroelastisite teorisi kullanılarak yapılmıştır. Lineer hidroelastisite teorisi modal analiz prensiplerini temel alır ve iki farklı analize dayanır. Bunlardan ilki serbest titreşim analizidir. Serbest titreşim analizi, yapısal sönüm ve dış zorlayıcı kuvvetlerinin olmadığı durum için hareket denklemini sadeleştirip, yapısal dinamik karakteristikler olan doğal frekanslar ve karşılık gelen asal modların belirlenmesidir. İkinci analizin amacı ise akışkan etkilerinin dâhil edilmesidir. Vakum ortamında yapılan analizden ıslak ortamdaki analize geçebilmek için yapının akışkanla etki halindeyken asal modlarında hareket ettiği düşünülür. Bu hareketlerin yapı ıslak yüzeyinde basınç dağılımına sebep olduğu kabulü ile akışkan problemi çözülerek, hidrodinamik kuvvetler hesaplanır. Akışkan kuvvetlerinin genelleştirilmiş hareket denklemine dâhil edilmesiyle akışkan-yapı sistemi bir araya getirilmiş olur. İlk olarak vakum ortamında yapılan analiz, yüzen yapının üç boyutlu modelinin standart sonlu elemanlar programıyla gerçekleştirilir. Analizin ikinci kısmı, akışkan yapı arayüzünde akışkan hareketlerinin tanımlandığı sınır integral denkleminin çözümünden oluşmaktadır.

Akışkanın ideal (viskoz olmayan ve sıkıştırılmaz) ve hareketinin döngüsüz kabul edilmesi halinde akım Laplace denklemini sağlar. Potansiyel akımı tanımlayan Laplace denklemi gerekli sınır koşullarını sağlayan bir sınır integral denkleme dönüştürülür. Böylelikle problem sadece sınırdaki tanımlı hale gelir. Serbest su yüzeyi şartını sağlayan Green fonksiyonu sınır integral denkleminin temel çözümünü oluşturur. Laplace denkleminin sınıra indirgenmesi ile elde edilen sınır integral denkleminin çözümü için temel çözüme ihtiyaç vardır. Çözümek istenen problem için uygun sınır şartlarını sağlayan temel çözüm seçilmelidir. Bu bağlamda Green fonksiyonu geliştirilmiştir. Green fonksiyonunun oluşturulmasının en önemli sebebi serbest yüzey şartını ve problemin denklemlerini sağlıyor olmasıdır.

Yapısal hareketlenmelerden kaynaklanan dalga kuvvetlerinin ve yapıya etki eden dalga kuvvetlerinin belirlendiği çözümün ikinci kısmında sınır eleman metodundan yararlanılmasının amacı sadece yapı-akışkan arayüzündeki hız potansiyelinin dağılımının bulunmasının yeterli olmasıdır. Potansiyel alanı ifade eden Laplace denkleminin sınır integral denkleme dönüştürülmesi ile akışkan probleminin sadece sınır değerlerinin araştırıldığı forma indirgenmesi, yüzey geometrisinden bağımsız genel bir çözüm için etkin bir yol olduğu söylenebilir. Böylelikle, yapısal hareketlerin akışkan ortamında neden olduğu pertürbasyonları tanımlayan sınır integral denklemi akışkan-yapı ara yüzü üzerinde yani yapı ıslak yüzeyinde tanımlı hale gelir. Sınır integral denkleminin tanımlandığı arayüz sabit ya da lineer elemanlara ayrıştırılarak kaynak/potansiyel dağılımı ile çözülmesi mümkün olur.

Tüm sınır koşullarını, serbest su yüzeyi, sonsuza yayılım şartı, kinematik şartı sınır integral ifadesine uyarlandıktan sonra, sınır elemanları metodu kullanılarak, yapısal titreşimin yapı etrafındaki akım üzerindeki etkisi ve akışkan kaynaklı tahrik kuvveti hesaplanır. Her bir asal mod için akım potansiyeli sınır integral denklemi ile bulunur. Yüzen elastik yapının, sakin su yüzeyinde oluşturduğu potansiyel, radyasyon potansiyelidir. Radyasyon potansiyeli yapının hareket denklemindeki ek su kütlesine, hidrodinamik sönüm ifadelerine katkı yapar. Difraksiyon potansiyeli ise gemi hareketlerinin sınırlandığı ve duran gemiye etkiyen düzenli dalga kuvvetlerini oluşturan potansiyeldir. Haskind bağıntısı vasıtasıyla radyasyon ve

difraksiyon problemleri ilişkilendirilerek, benzer bir sınır eleman denkleminin difraksiyon problemi için de ele alınması gereği ortadan kaldırılabilir.

Bernoulli denklemiyle potansiyel alan cinsinden ifade edilen akışkan basıncı kullanılarak, genelleştirilmiş akışkan-yapı etkileşim kuvvetleri, ek-su kütlesi, hidrodinamik sönüm ve hidrodinamik rijitlik hesaplanabilir. Cisim etrafındaki akım potansiyelinin hesaplanmasıyla birlikte düzenli dalgalarda yüzen yapı için hareket denklemi çözülebilir hale gelir.

### MATEMATİK MODEL

Sonlu elemanlarda ayrıklaştırılmış yapının dış kuvvet etkisinde davranışını tanımlayan hareket denklemi;

$$M\ddot{U} + C_V\dot{U} + KU = P.$$

$M$ ,  $C_V$ ,  $K$  sırasıyla kütle, yapısal sönüm ve rijitlik matrislerini ifade etmektedir [1].  $U$ ,  $\dot{U}$  ve  $\ddot{U}$  vektörleri yapısal şekil değiştirme, hız ve ivmelenmeleri,  $P$  vektörü dış yükü temsil etmektedir. Sonlu elemanlardaki bir yapı için, şekil değiştirmeler;

$$U^T = [U_1 \ U_2 \ \dots \ U_j \ \dots \ U_n].$$

$j$ 'ninci düğüm noktasındaki şekil değişimini  $U_j$  temsil etmektedir ve  $n$  ayrıklaştırmada kullanılan düğüm noktası sayısıdır. Global  $xyz$ -koordinat sisteminde, kabuk eleman için, her düğüm noktası 6 serbestlik derecesine sahiptir, üç öteleme  $u_x$ ,  $u_y$  ve  $u_z$  ve üç dönme  $\theta_x$ ,  $\theta_y$  ve  $\theta_z$ . Böylelikle  $j$ 'ninci düğüm noktasındaki yer değiştirmeler;

$$U_j^T = [u_x \ u_y \ u_z \ \theta_x \ \theta_y \ \theta_z].$$

Vakum ortamındaki analizlerde, yapısal sönüm ve dış kuvvetlerin etkisi olmadan yapının titreştiği varsayılır,

$$M\ddot{U} + KU = 0.$$

$U = de^{i\omega t}$  formundaki deneme çözümü denklemde yerine konulup,  $e^{i\omega t}$  ortak terimi sadeleştirilirse,

$$(-\omega^2 M + K)d = 0$$

hareket denklemi serbest titreşimi ifade eden forma indirgenir. Bu denklem sönüm olmayan yapılar için basit harmonik salınımları tanımlar ve vakum ortamındaki asal modları  $d$ , ve doğal frekanslar  $\omega$  bu denklemden elde edilir.

Yapıdaki yer değiştirmeler asal modlardaki şekil değiştirmeleri toplamı olarak ifade edilebilir,

$$U = Dp(t).$$

$D$  modal matrisinin kolonları, sönümsüz durumdaki modal vektörlerden ( $d$ ) oluşur,  $p$  ise asal koordinatların vektörüdür. Denklemi  $M\ddot{U} + C_V\dot{U} + KU = P$ . denklem  $U = Dp(t)$ . yerine yazarsak ve  $D^T$  ile çarparsak, genelleştirilmiş hareket denklemini, asal koordinatlar cinsinden elde edilir.

$$a\ddot{p}(t) + b\dot{p}(t) + cp(t) = Q(t)$$

İfadede  $a$ ,  $b$ ,  $c$  genelleştirilmiş kütle, sönüm ve rijitlik matrislerini tanımlar.

$$a = D^T M D, \quad b = D^T C_v D, \quad c = D^T K D, \quad Q = D^T P.$$

Genelleştirilmiş kütle matrisi  $a$ , rijitlik matrisi  $c$  diyagonaldır. Fakat genelleştirilmiş sönüm matrisi  $b$  diyagonal olmak zorunda değildir. Genelleştirilmiş dış kuvvet matrisi  $Q(t)$  akışkan-yapı etkileşimini ve diğer tüm dış kuvvetleri temsil eder. Şu ifade ile açıklanabilir,

$$Q(t) = -(A\ddot{p}(t) + B\dot{p}(t) + Cp(t)) + \Xi(t),$$

$A$ ,  $B$  ve  $C$  sırasıyla genelleştirilmiş ek su kütlesi, genelleştirilmiş hidrodinamik sönümü, ve genelleştirilmiş hidrodinamik rijitliğine karşılık gelir.  $\Xi(t)$  ise genelleştirilmiş dış tahrik kuvvetlerini ifade eder.

Böylelikle hareket denklemi;

$$(a + A)\ddot{p}(t) + (b + B)\dot{p}(t) + (c + C)p(t) = \Xi(t)$$

şeklinde yazılabilir.

## SAYISAL SONUÇLAR

Esnek yüzen yapı olarak belirlenen ve ana boyutları çizelge 1'de verilen konteynır gemisinin ilk önce serbest titreşim analizi ardından ıslak ortamda yapı için geçerli olan hareket denklemi çözülerek yapısal davranışları hakkında fikir sahibi olmamızı sağlayan tepki genlik fonksiyonları bulunmuştur.

Çizelge 1. Analizi yapılan geminin ana boyutları.

Tipi	Konteynır Gemisi
DWT	32000 t
NT	11200 t
LOA	180 m
LBP	174 m
B	28 m
D	14.15 m
T	9.8 m

### Genelleştirilmiş Ek-Su Kütlesi Ve Hidrodinamik Sönüm Katsayıları

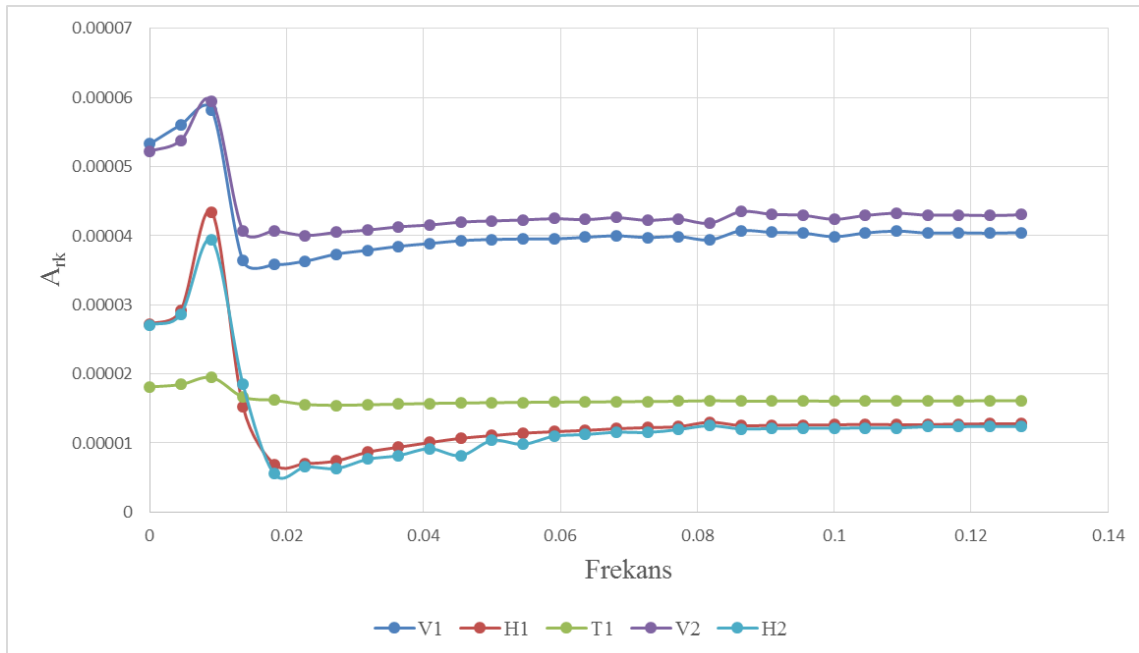
Düzenli dalgalardaki esnek yapı davranışını hesaplayabilmek için akışkan-yapı etkileşiminin dâhil edildiği hareket denklemini çözmemiz gerekir. Hareket denklemini çözebilmek için sınır elemanları programını kullanarak hesapladığımız, her bir elastik moda karşılık gelen genelleştirilmiş ek-su kütlesi ve hidrodinamik sönüm katsayılarına ihtiyacımız vardır.

Elastik modlar standart sonlu elemanlar programı kullanılarak, serbest titreşim analizi ile hesaplanmıştır. Her bir asal moda karşı bir asal frekans denk gelmektedir. Hesaplanan asal modların her biri genelleştirilmiş hareket denklemine farklı oranlarda katkı yapar. Çizelge 2'de bilgileri verilen konteynır gemisi için asal modlar ve karşılık gelen asal frekanslar sunulmuştur.

Çizelge 2. Serbest titreşim analizi

Asal Mod Numaraları	Asal Modlar	Asal Frekanslar
1	Düşey Eğilme Modu (V1)	1.285Hz
2	Yatay Eğilme Modu (H1)	1.553Hz
3	Burulma Modu (T1)	1.833Hz
4	Düşey Eğilme Modu (V2)	2.919Hz
5	Yatay Eğilme Modu (H2)	3.263Hz
6	Düşey Eğilme Modu (V3)	4.539Hz
7	Düşey Eğilme Modu (V4)	6.576Hz
8	Yatay Eğilme Modu (H3)	5.538Hz
9	Burulma Modu (T2)	6.214Hz
10	Eksenel Mod (A1)	5.574Hz

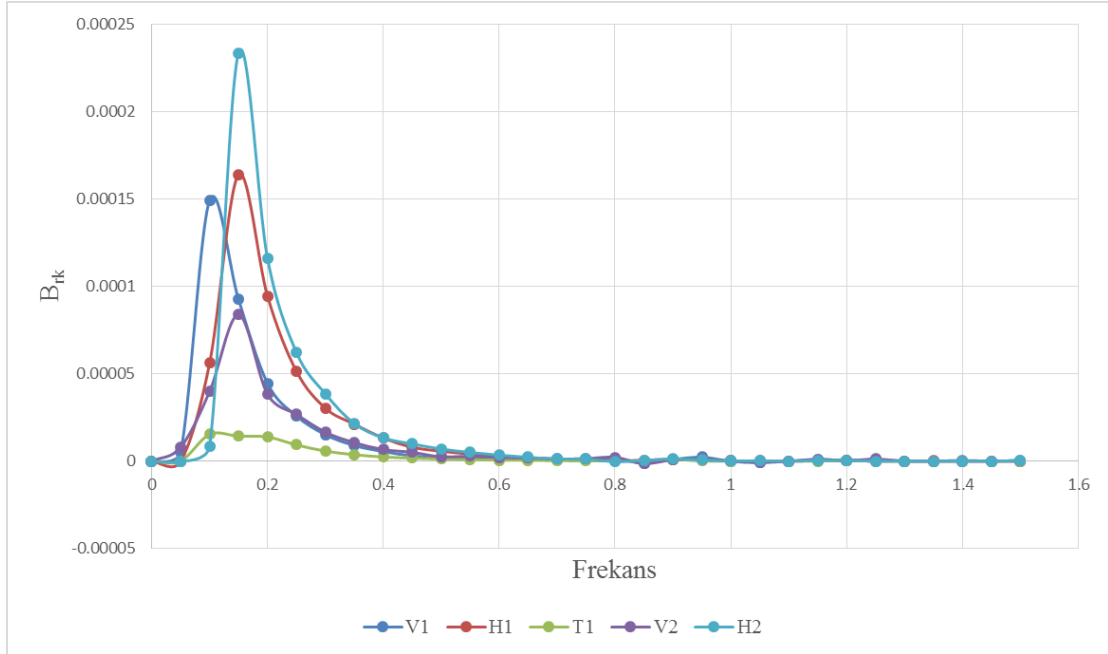
Genelleştirilmiş ek-su kütlesi katsayılarının,  $A_{rk}$ , frekansa bağlı değişimi tabloda belirtilen asal modlar için şekil 1 ve 2 'de gösterilmiştir. Grafiklerin genel karakteristiği küçük frekanslarda yüksek değerlere ulaşması, ilerleyen yüksek frekanslarda bir değerde sabitlenmesidir. Hesaplanan ek-su kütlesi ve hidrodinamik sönüm katsayıları matrislerinin köşegen değerleri şekillerde sunulmuştur çünkü köşegen değerler daha baskındır. Ek-su kütlesi ve hidrodinamik sönüm terimleri için köşegen değerler her bir mod ile ilgilidir ve aynı moddaki birim genlik salınımına bağlı etkileri temsil eder.



Şekil 1. Mod 1-5 için Genelleştirilmiş Ek-su Kütlesi Matrisinin Köşegen Değerleri

Grafiklerden açıkça görülebileceği üzere düşey ve yatay eğilme modları küçük değerlerde yüksek değerlere ulaşmakta, yüksek frekanslarda sabitlenmektedir.

Yapılan analizlerde ek-su kütlelerinin birimi *ton*'dur. Boyutsuzlaştırma yapılması ile başka yüzen yapılar ile kıyaslama yapılması mümkün olur.



Şekil 2. Mod 1-5 için Genelleştirilmiş Hidrodinamik Sönüm Matrisinin Köşegen Değerleri

### Asal Koordinatların Hesaplanması

Her bir moda karşılık gelen ek-su kütlesi katsayısı ve hidrodinamik sönüm katsayısı belirlendikten sonra yapının zorlamalı titreşimi için geçerli olan asıl hareket denklemi çözülebilir hale gelir.

$$(a + A)\ddot{p}(t) + (b + B)\dot{p}(t) + (c + C)p(t) = \Xi_r(t)e^{i\omega_\varepsilon t}$$

$p(t) = pe^{i\omega_\varepsilon t}$ , deneme çözümü, zaman bölgesinde tanımlı hareket denklemini frekans bölgesinde tanımlı hale getirmemizi sağlar. Genelleştirilmiş hareket denklemi yapının ve akışkanın kütlesi, hızı ve rijitliği ile ilgili terimleri içerir. Genelleştirilmiş hareket denkleminin çözülmesiyle her bir asal mod için asal koordinatlar( $p_r$ ) elde edilir.

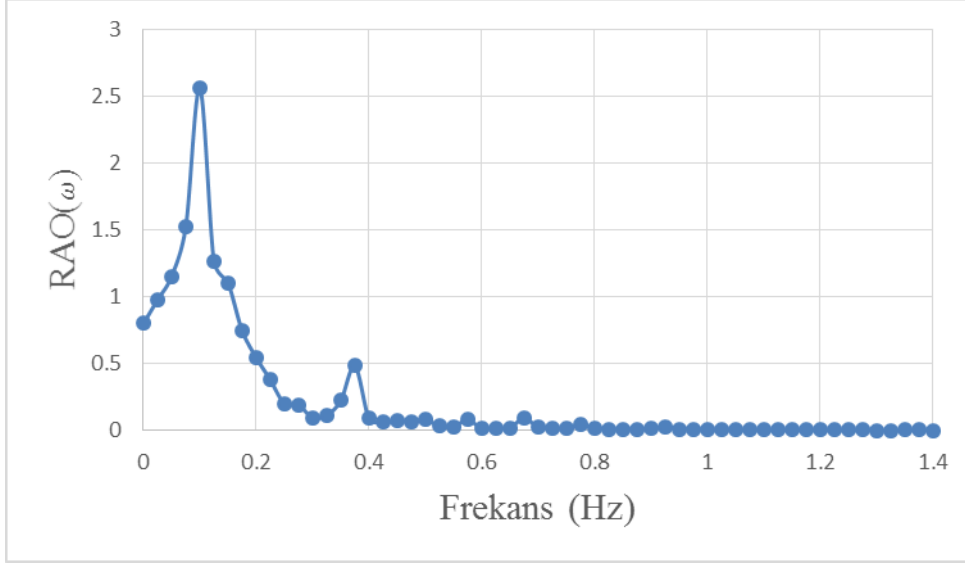
$$D = [-\omega_\varepsilon^2(a + A) + i\omega_\varepsilon(b + B) + (c + C)] p_r$$

Böylelikle, kuru yapının asal mod şekillerini ve asal koordinatlarını kullanılarak yapı üzerindeki herhangi bir noktadaki şekil değiştirme bulunabilir. Benzer şekilde, eğilme momentleri, kesme kuvvetleri, dönme momentleri, ve gerekli diğer tepkiler, transfer fonksiyonları kullanılarak hesaplanabilir.

### Tepki Genlik Fonksiyonunun (RAO) Hesaplanması

Her bir mod için yapının davranışı hesaplandıktan sonra yapısal sistemin tümünün dinamik davranışı modal süperpozisyon prensipleri kullanılarak hesaplanır. Şekil 3'de ilk on asal modal koordinatın süperpozisyonu ile incelenen konteynır gemisi için elde edilen transfer fonksiyonu diğer adıyla tepki genlik fonksiyonu sunulmuştur.

Yapısal analizlerde yapının doğal frekansı ile dış kuvvetin frekansının eşleşmesi durumunda büyük yapısal hareketler meydana gelir. Tepki genlik fonksiyonunun maksimum değeri rezonansın gerçekleşeceği dalga frekansını işaret eder. Gemi inşaatı mühendisi için tepki genliği fonksiyonu eğrisinin tepe noktaları yapısal güvenlik açısından önemlidir ve dikkatle incelenmelidir.



Şekil 3. Tepki genliği fonksiyonu - RAO.

## SONUÇLAR

Etkileşim kuvvetlerinin hesaplanması için akışkan-yapı arayüzü üzerindeki potansiyel dağılımının yeterli olması, akışkan probleminin salt sınır değerlerinin araştırıldığı bir forma indirgenerek problem boyutunun azaltıldığı sınır eleman metodunu etkin bir tercih olarak öne çıkarmaktadır. Bu şekilde sınırsız akışkan ortamları için yayılım şartları da doğrudan sağlanabilmektedir. Ayrıca, elastik sistemin serbest titreşim analizinin sonlu eleman metoduyla yerine getirilmesiyle, yapı ve akışkan davranışları için bağımsız modellerin kullanılabilmesi, etkileşiminin kurulduğu arayüzün her iki ayrıklaştırmada uygun bir yapıda olması gerekliliğine rağmen, çözüme esneklik kazandırmaktadır.

Akışkan problemi, elastik sistemin modal karakteristiklerine bağlı olarak tanımlanmış olmakla birlikte etkileşim kuvvetleri vasıtasıyla normal modlar arasında meydana getirdiği hidrodinamik etkileşimler göz önüne alınarak, dinamik davranış yeterli sayıda moda dayanan analizlerle araştırılmalıdır.

Hidroelastik metodun çizilen sınırlar içindeki geçerliliği gösterilmiş olmakla birlikte, akışkan-yapı dinamik etkileşim problemlerinin gerektirebileceği daha kapsamlı çözümlere ulaşılması bakımından bazı önerilerde bulunulabilir.

Bu önerilerden ilki, akışkan davranışıyla ilişkilidir. Akışkan davranışı değerlendirilirken yapılan kabuller doğrultusunda ihmal edilen etkilerin değerlendirmeye alınmasıyla daha doğru bir matematik model elde edilebilir.

## KAYNAKLAR

- [1] Uğurlu, B, Ergin, A, A hydroelasticity method for vibrating structures containing and/or submerged in flowing fluid, *Journal of Sound and Vibration* 290 (2005) 572-596 doi: 10.1016/j.jsv.2005.04.028