



FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ TABAKADA SÜREKLİ TEMAS PROBLEMİNİN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE ANALİZİ

Alper POLAT¹, Yusuf KAYA², Talat Şükrü ÖZŞAHİN³

¹ Munzur Üniversitesi, İnşaat Teknolojisi Programı, Tunceli

² Gümüşhane Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Gümüşhane

³ Karadeniz Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Trabzon

ABSTRACT

In this study, a continuous contact problem is analyzed by Finite Element Method (FEM). The problem is consist of functionally graded layer loaded with two rigid blocks resting on an elastic semi-infinite plane. The external loads P and Q are transmitted to the plate through two rigid blocks. It is assumed that all surfaces are frictionless. The finite element model of the functionally graded layer is created using the ANSYS software and a two-dimensional analysis of the problem is performed. The results of homogeneous layer analysis compared to the results In case of material properties of functionally graded layer variation parameters too close to zero. Also in this problem the effect of varying Poisson's ratio on functionally graded layer has been studied. The results of the analysis of the finite elements are shown as the graphics and tables.

ÖZET

Bu çalışmada, bir sürekli temas probleminin sonlu elemanlar yöntemi (SEM) ile analizi gerçekleştirilmiştir. Problem, elastik yarı sonsuz düzleme oturan ve rijit iki blok ile yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş bir tabakadan oluşmaktadır. Dış yükler P ve Q, tabakaya iki rijit blok vasıtasıyla iletilmiştir. Tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu kabul edilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sonlu elemanlar modeli ANSYS programı kullanılarak oluşturulmuş ve problemin 2 boyutlu analizi gerçekleştirilmiştir. Homojen tabaka çözümünden elde edilen sonuçlar, fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaya ait malzeme özelliklerinin değişim parametrelerinin sıfıra çok yakın olması durumunda elde edilen sonuçlarla kıyaslanmıştır. Problemden ayrıca fonksiyonel derecelendirilmiş tabakada Poisson oranının değişiminin etkisi incelenmiştir. Sonlu elemanlar analizinin sonuçları grafik ve tablolar halinde gösterilmiştir.

GİRİŞ

Yapı ya da mekanik sistem elemanları genellikle birbirleriyle temas halindedir. Yol ve havaalanı üst yapıları, temeller, demiryolları, tahıl siloları, akaryakıt tankları, silindirik miller, şaftlar temas içeren uygulama alanlarından bazılarıdır. Temas mekaniği konusu, ilk olarak 1882 yılında Heinrich Hertz tarafından ortaya atılmıştır [1]. Hertz temas halindeki iki elastik cismin dengesini, temas bölgesinin eliptik olduğunu kabul ederek incelemiş, temas gerilmesi ve şekil değiştirmeler için formülasyon geliştirmiştir. Tabakalı malzemelerde, malzeme özelliğinin

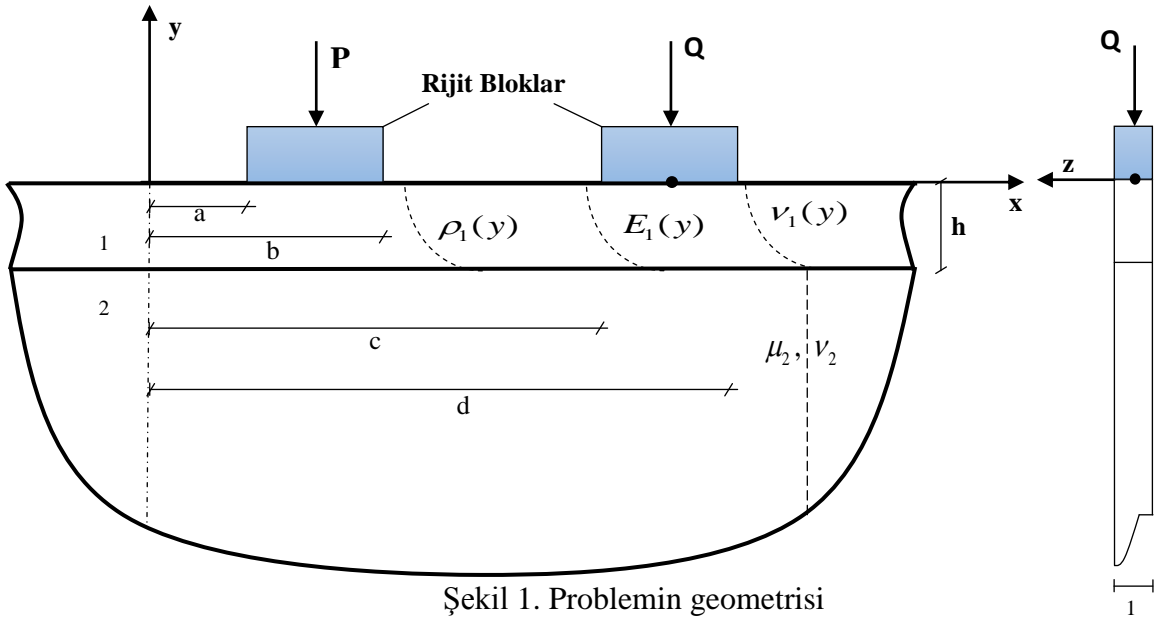
bağlanma yüzeyinde aniden değişmesi, bağlanma yüzeyinden başlayarak her iki malzemeye de zarar verir ve zamanla malzemelerin birbirlerinden ayrılmasına sebep olur. Bu nedenle mühendislik çalışmalarında Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemeler (Functionally Graded Materials) adıyla yeni bir sınıf ortaya çıkmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM), tanımlanmış bir fonksiyona bağlı olarak malzeme özelliğinin, malzeme üzerinde bir yüzeyden diğer yüzeye farklılık gösterdiği heterojen kompozitlerdir. Yüzey gerilmelerini azaltma özelliklerinden dolayı FDM'ler, ortaya çıktıklarından itibaren havacılık, elektronik, enerji, kimya mühendisliği, optik malzemeler ve biyomedikal mühendisliği olmak üzere çok geniş çerçevede uygulama alanı bulmuşlardır. Koizumi [2] bu malzemelerin özellikleri, kullanım alanları ve avantajları konusunda detaylı bir çalışma yapmıştır. Ke ve Wang [3] ince bir tabakayla kaplanmış elastik yarım düzleme, elastik pançla tekil kuvvet ve buna dik doğrultuda sürtünme kuvvetleri etki etmesi durumunda oluşan temas problemini incelemişlerdir. Fonksiyonel derecelendirilmiş tabakalarda temas problemi ile ilgili çalışmalar hızlanarak artmıştır [4-9]. Temas problemlerinin çözümünde sonlu elemanlar yönteminin kullanıldığı çeşitli çalışmalar literatürde bulunmaktadır. Schwarzer vd.[10], küresel bir çentik bulunan katmanlı tabakada temas probleminin analitik ve sonlu eleman çözümünü yapmışlardır. Kaman ve Cetişli [11] fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ile kaplı silindirde çatlak problemini sayısal olarak incelemişlerdir. Yapılan çalışmada ANSYS paket programı kullanılarak, farklı iç ve dış silindir malzemeleri ve yarıçaplarında, çatlak boylarının değişimi için gerilme şiddet faktörleri hesaplanmıştır. Abhilash ve Murthy [12] fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ile kaplanmış ve bir panç ile yüklenmiş yarı sonsuz düzlemin iki boyutlu elastik temasını sonlu elemanlar yöntemi kullanarak belirlemiştir. Yaylacı vd. [13], ayrılmalı bir temas problemini elastisite teorisine ve sonlu elemanlar metoduna göre çözerek sonuçları karşılaştırmışlardır. Öner vd. [14], rijit dairesel bir pançla yüklenmiş ve yarı sonsuz düzleme oturan iki elastik tabakanın sürekli temas problemini hem analitik hem de sonlu elemanlar yöntemi kullanarak incelemişlerdir. Turan vd. [15] elastik bir düzlem üzerinde bulunan ve düzgün yayılı yüklenmiş FD tabakada temas problemini analitik ve sonlu eleman metoduna göre çözmüşlerdir. FD tabaka 10 homojen tabakanın ayrı ayrı tanımlanmasıyla oluşturulmuştur. Sonlu elemanlara bölme işlemi homojen tabaka için otomatik yapılmış ancak FD tabakada manuel olarak tanımlanmıştır. Güler vd. [16] silindirik fonksiyonel dereceli ortotropik bir ortam üzerinde kayan silindirik rijit pançın sürtünmeli temas problemini incelemişlerdir. Yaptıkları bu çalışmada temas gerilmelerini elde etmek için hem analitik hem de sayısal yöntemler geliştirmişlerdir.

Bu çalışmada sürekli bir temas probleminin SEM ile analizi gerçekleştirilmiştir. Problem, elastik yarı sonsuz düzleme oturan ve rijit iki blok ile yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş bir tabakadan oluşmaktadır. Dış yükler P ve Q, tabakaya iki rijit blok vasıtasıyla iletilmiştir. Tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu kabul edilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sonlu elemanlar modeli ANSYS paket programı kullanılarak oluşturulmuş ve problemin 2 boyutlu analizi gerçekleştirilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) tabakada malzeme özelliklerindeki değişim derinlik boyunca fonksiyonel olarak tanımlanmıştır. Problemin analitik çözümüne literatürde rastlanmamıştır. Bu nedenle, değişim parametrelerinin (β, α, γ) sıfıra çok yakın olması halinde tabaka homojen davranış göstereceğinden elde edilen sonuçlar homojen tabakaya göre yapılan analitik çözümle [17] kıyaslanmıştır. Ayrıca değişim parametrelerinin farklı değerleri için FD tabakada meydana gelen gerilmeler incelenmiştir. Tabaka altı ile elastik

yarı sonsuz düzlem arasında ve bloklar altında oluşan gerilmeler her iki çözüm için de elde edilmiştir.

PROBLEMİN TANIMI

Elastik yarım düzlem üzerine oturan ve malzeme özelliklerinin değişim fonksiyonları $E_1(y) = E_0 e^{\beta y}$, $\rho_1(y) = \rho_0 e^{\gamma y}$, $\nu_1(y) = \nu_0 e^{\alpha y}$ olan h yüksekliğindeki tabaka Şekil 1’de verilmiştir. Tabaka $(-\infty, +\infty)$ aralığında uzanmaktadır. E , ρ ve ν ifadeleri sırasıyla elastisite modülü, yoğunluk ve Poisson oranını ifade etmektedir. E_0, ρ_0, ν_0 eksen takımına göre tabakanın üst yüzeyindeki malzeme özellikleridir. Simetrik olmayan bu sistemde, blokların rijit olduğu ve temas yüzeylerinin sadece basınç gerilmeleri aktardığı kabul edilmiştir. Bu nedenle kritik yükün aşılması durumunda tabaka ile yarım düzlem arasında ayrılmalar meydana gelir. Problemden tüm yüzeylerin sürtünmesiz ve z eksenini doğrultusundaki kalınlığın birim olduğu kabul edilmiştir.



Şekil 1. Problemin geometrisi

Fonksiyonel derecelendirilmiş tabakada kütle kuvvetleri çözüme dahil edilirken, elastik düzlemde ihmal edilmiştir. FD malzeme, metal-seramik ve seramik-metal olarak 2 farklı durum için ayrı ayrı düşünülmüştür ve malzeme özellikleri Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Metal ve seramik fazların malzeme özellikleri

| Malzeme | Elastisite Modülü (E) (MPa) | Poisson Oranı (ν) | Yoğunluk (ρ) (t/m^3) |
|--------------|------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|
| Metal Matris | 70×10^3 | 0.3 | 2.8 |
| Seramik | 420×10^3 | 0.17 | 3.2 |

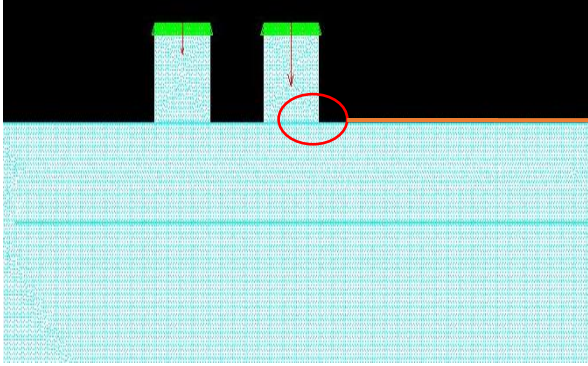
SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE ANALİZ

Gelişen teknoloji ile birlikte uzun ve karmaşık ifadelerden oluşan analitik çözümler yerini kısa sürede etkili sonuçların alınabildiği çözüm metotlarına bırakmıştır. Karmaşık bir mühendislik problemini basite indirgeyerek çözüm arayan SEM son yıllarda sıklıkla tercih edilen çözüm yöntemlerinden biri olmuştur. Bu yöntem, çözüm alanının çok sayıda sonlu bölgeye ayrılması prensibine dayanır. Ağlara bölme (mesh) denilen bu işlemde problemin bütünü yerine çok sayıda küçük alt parçalar üzerinde işlem yapılarak problem basite indirgenir. Çok fazla sayıda ağ oluşturma problemin kesin çözümüne yaklaşılmaması bakımından önemli olsa da, çözüm süresini artırdığından dolayı dezavantaj olarak görülebilir. SEM tabanlı bilgisayar programlarının kullanımı günümüzde oldukça yaygındır. Bu çalışmada problemin sonlu elemanlar modeli ve analizi ANSYS [18] paket programı kullanılarak yapılmıştır. Bloklar ve homojen düzleme ait tüm işlemler standart ANSYS menüleri ile yapılmıştır. FD tabakaya ait malzeme özelliklerinin tanımlanması ve sonlu elemanlara bölme işlemi, programa eklenen özel bir makro ile gerçekleştirilmiştir. Geliştirilen kod, **set* komutu kullanılarak geometri ve malzeme özellikleri gibi problem parametrelerini tanımlayarak başlar. Problemin basit geometrisine bağlı olarak, FD tabaka ve homojen elastik düzlem için iki boyutlu (2D) düzlem geometrik model kullanılır ve BLC4 komutu tarafından oluşturulmuştur. Homojen elastik yarı-sonsuz düzlemin ve blokların malzeme özellikleri lineer, elastik-izotropik olarak seçilmiştir. Eleman tipinin belirlenmesi problemin çözümünde doğru sonuçlar alma bakımından önem arz etmektedir. Bu çalışma, statik ve 2 boyutlu düzlem problem olduğundan eleman tipi olarak 8 düğüm noktalı PLANE183 kullanılır. Bu eleman her düğüm noktasında *x* ve *y* doğrultularında serbestlik derecesine sahiptir. Bu elemanda dönme serbestliği yoktur. Bu aşamada belirlenen materyalin sadece ağ oluşturmak için kullanıldığı ve daha sonra bir *doloop* kullanılarak değiştirileceği ve makroda derecelendirilmiş tabaka özelliklerinin üstel olarak değiştirildiği programa tanımlanmıştır. Çalışmada 418.860 düğümlü serbest üçgen ağ kullanılmıştır (bkz. Şekil 3). Eksponansiyel değişime göre malzeme özelliklerini hesaplamak için kullanılan makro;

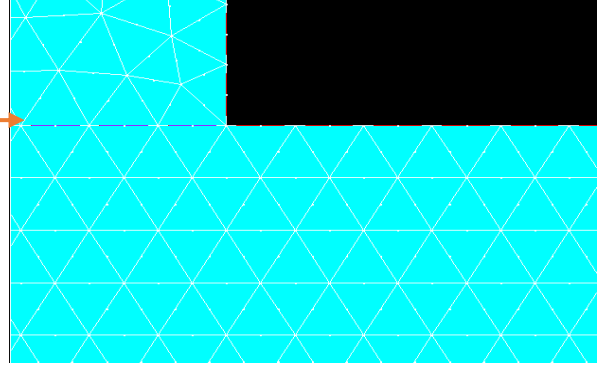
```
*create, fgm_material
/nopr
y_coord = arg1
E_fgm=E_t*EXP(B*y_coord)      !!! B (Beta)
nu_fgm=nu_t*EXP(A*y_coord)    !!! A (Alfa)
den_fgm = dens_t*EXP(G*y_coord) !!! G (Gama)
/gopr
*end
```

şeklindedir. Burada **create* komutu, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedan oluşan tabaka için bir makro oluşturmak için kullanılmakta ve *y_coord = arg1* adlı bir değişkeni ayarlamaktadır. Ayrıca blok-tabaka ve tabaka-elastik düzlem arasında yüzeyden yüzeye (surface to surface) temas çiftleri tanımlanmıştır. Bu çiftler temas ve hedef elemanları olarak ikiye ayrılır. Temas CONTA172, hedef ise TARGE169 elemanları olarak seçilmiştir. Hedef eleman olarak temas elemana göre yüzeyi büyük olan, daha rijit ya da düz yüzeyli elemanlar seçilmesi uygun

olacaktır. Bunun yanında temas bölgesinde kullanılacak formülasyon seçilirken uygun temas koşullarını sağlayacak olan matematiksel yöntem de karar verilir. ANSYS’de problem tipine bağlı olarak çeşitli temas algoritmaları mevcuttur. Temas algoritması olarak toplam potansiyel enerji teoremini kullanan hızlı sonuçlar veren Augmented Lagrangian Method tercih edilmiştir. Problemin ANSYS modeli Şekil 2 ve 3’te gösterilmiştir.

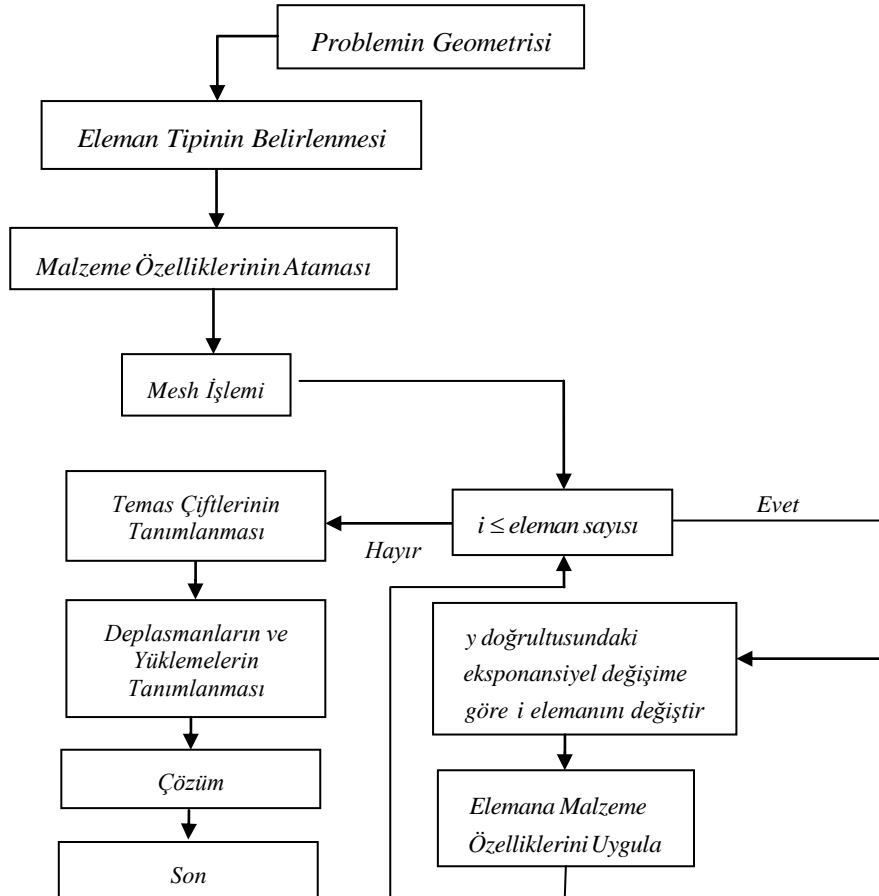


Şekil 2. Sonlu elemanlar modeli



Şekil 3. Serbest üçgen mesh

Sonlu eleman modeline ait akış şeması Şekil 4’te verilmiştir.



Şekil 5. Problemin algoritması

SONUÇLAR

Bu çalışmada sürekli bir temas probleminin sonlu elemanlar yöntemi ile analizi gerçekleştirilmiştir. Çalışmada rijitlik parametrelerinin (β, α, γ) sıfıra çok yakın olması halinde tabaka homojen davranış göstereceğinden elde edilen ilk ayrılma yükleri (λ_{cr}) , ilk ayrılma uzaklıkları (x_{cr}) ve temas gerilmeleri homojen tabakaya göre yapılan analitik çözümle [17] kıyaslanmıştır. Ayrıca fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sonlu eleman analizi iki farklı durum için incelenmiştir. İlk olarak, Elastisite modülü ve yoğunluğun fonksiyonel olarak değiştiği ancak Poisson oranının sabit kaldığı durum için gerilme analizleri yapılmıştır. İkinci durumda tüm malzeme özelliklerinin fonksiyonel olarak değiştiği kabul edilerek elde edilen ilk ayrılma yükü, ilk ayrılma uzaklığı ve temas gerilmeleri tablo ve grafiklerle sunulmuştur. İlk ayrılma yükü (λ_{cr}) aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\lambda_{cr} = P_{cr} / \rho_1 g h^2$$

Ayrıca kayma modülü;

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Düzlem şekil değiştirme halinde Kolosov sabiti;

$$\kappa = 3 - 4\nu$$

olarak tanımlanmıştır. Tabaka yüksekliği analizlerde $h=1$ olarak alınmıştır. Farklı yüklemeler altında, homojen tabakanın metal ya da seramik olması durumlarına ait λ_{cr} ve x_{cr} değerlerinin teorik çözümle karşılaştırılması Tablo 2 ve Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 2. Homojen Tabakanın Metal Olması Durumuna Ait İlk Ayrılma Yükleri ve Uzaklıkları
($a/h=3$, $b/h=4$, $c/h=5$, $d/h=6$, $\kappa_1=\kappa_2=1.8$, $\mu_2/\mu_1=1$)

| Yöntem | Q=P | | Q=2P | | Q=3P | |
|---|----------------|----------|----------------|----------|----------------|----------|
| | λ_{cr} | x_{cr} | λ_{cr} | x_{cr} | λ_{cr} | x_{cr} |
| SEM Çözüm $\alpha = \beta = \gamma = 0.0001$ | 363.571 | 8.55 | 198.948 | 8.55 | 136.932 | 8.55 |
| Özşahin[17] | 365.656 | 8.55 | 200.113 | 8.55 | 138.026 | 8.55 |
| Homojen Çözüm | | | | | | |
| Hata (%) | 0.57 | 0.00 | 0.58 | 0.00 | 0.79 | 0.00 |

Tablo 3. Homojen tabakanın seramik olması durumuna ait ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h=3$, $b/h=4$, $c/h=5$, $d/h=6$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2.32$, $\mu_2/\mu_1=1$)

| Yöntem | Q=P | | Q=2P | | Q=3P | |
|---|----------------|----------|----------------|----------|----------------|----------|
| | λ_{cr} | x_{cr} | λ_{cr} | x_{cr} | λ_{cr} | x_{cr} |
| SEM Çözüm $\alpha = \beta = \gamma = 0.0001$ | 409.143 | 8.55 | 222.948 | 8.55 | 153.356 | 8.55 |
| Özşahin[17] | 412.467 | 8.55 | 225.129 | 8.55 | 156.029 | 8.55 |
| Homojen Çözüm | | | | | | |
| Hata (%) | 0.81 | 0.00 | 0.97 | 0.00 | 1.08 | 0.00 |

Tablo 2 ve 3 birlikte incelendiğinde analitik çözümle sonlu eleman çözümünden elde edilen sonuçların oldukça uyumlu olduğu görülmektedir. Homojen tabakanın seramik ya da metal olması ilk ayrılma uzaklığını değiştirmezken, ilk ayrılma yüklerinde farklılıklar bulunmaktadır. Tabakanın seramik olması halinde elastik yarı düzlemde ayrılma, tüm yükleme durumlarına bakıldığında daha zordur. Hem metal hem de seramik şartlarında 2. blok yükünün artması ilk ayrılma uzaklıklarını değiştirmezken, ilk ayrılma yüklerini azaltmıştır. Bu durum ayrılmanın daha kolay olduğu anlamını taşır.

Tablo 4 ve Tablo 5’de fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaya ait ilk ayrılma yükü ve uzaklıklarının yükleme durumlarına göre değişimleri verilmiştir. Bu tablolarda FD tabakanın üstü metal altı seramik ve üstü seramik altı metal olması durumları incelenmiştir. Rijitlik parametrelerinin değişimi Tablo 1’deki malzeme özelliklerine göre verilmiştir. Tüm analizlerde elastik yarı sonsuz düzlem tabaka üstü ile aynı seçilmiştir. Rijitlik parametrelerinin değişimi seramik ve metalin malzeme özelliklerine bağlı olarak tanımlanmıştır. Ayrıca bu tablolarda Poisson oranının etkileri de incelenmiştir.

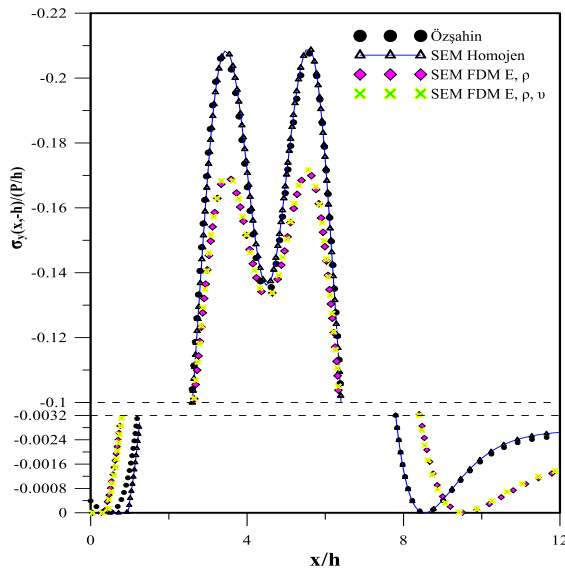
Tablo 4. FD tabakanın üstü metal altı seramik olması durumuna ait ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h=3$, $b/h=4$, $c/h=5$, $d/h=6$, $\mu_2/\mu_0=1$)

| Parametrelerin Değişimi | Q=P | | Q=2P | | Q=3P | |
|---|----------------|----------|----------------|----------|----------------|----------|
| | λ_{cr} | x_{cr} | λ_{cr} | x_{cr} | λ_{cr} | x_{cr} |
| $\beta = 1,7918$ $\gamma = 0,1335$ $\alpha = 0,0001$ | 564.662 | 9.60 | 325.385 | 9.60 | 227.988 | 9.60 |
| $\beta = 1,7918$ $\gamma = 0,1335$ $\alpha = -0,5679$ | 558.364 | 9.55 | 321.520 | 9.55 | 227.454 | 8.55 |

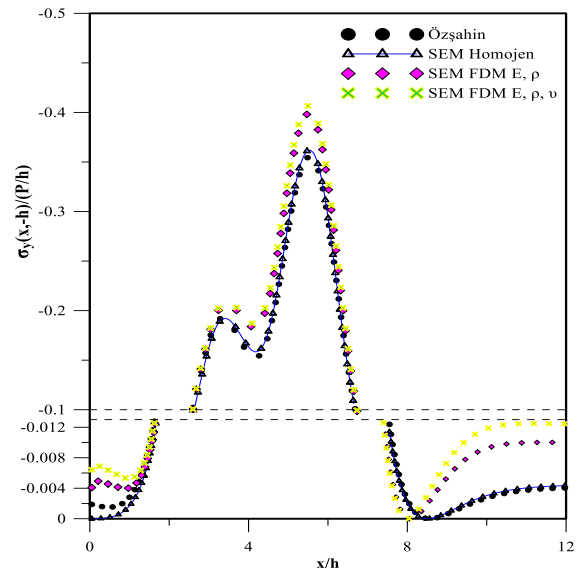
Tablo 5. FD tabakanın üstü seramik altı metal olması durumuna ait ilk ayrılma yükleri ve uzaklıkları ($a/h=3$, $b/h=4$, $c/h=5$, $d/h=6$, $\mu_2/\mu_0=1$)

| Parametrelerin Değişimi | Q=P | | Q=2P | | Q=3P | |
|-------------------------|----------------|----------|----------------|----------|----------------|----------|
| | λ_{cr} | x_{cr} | λ_{cr} | x_{cr} | λ_{cr} | x_{cr} |
| $\beta = -1,7918$ | | | | | | |
| $\gamma = -0,1335$ | 187.560 | 8.05 | 98.472 | 8.05 | 66.935 | 8.05 |
| $\alpha = 0,0001$ | | | | | | |
| $\beta = -1,7918$ | | | | | | |
| $\gamma = -0,1335$ | 152.490 | 8.00 | 79.693 | 8.00 | 53.931 | 8.00 |
| $\alpha = 0,5679$ | | | | | | |

Tablo 4'te FD tabaka metal-seramik olarak düşünülmüş elastik düzlem ise metal özellikleri taşımaktadır. Homojen tabakaya kıyasla ilk ayrılma yükleri ve uzaklıklarında ciddi bir artış gözlenmiştir. Elastisite modülü ve yoğunluğun fonksiyonel olarak değişip Poisson oranının sabit kalması ile malzeme özelliklerinin tümünün fonksiyonel olarak değişmesi arasında önemli bir fark meydana gelmemiştir. Bir başka ifadeyle Poisson oranının değişimi metal-seramik-metal durumunda etkili olmamıştır. Ancak bu durum Tablo 5 için geçerli değildir. Poisson oranının fonksiyonel değişimi sistemin seramik-metal-seramik olması durumunda ilk ayrılma uzaklığını çok fazla etkilemezken, tüm yükleme durumlarında ilk ayrılma yüklerinde % 20'ye yakın bir azalmaya sebep olmuştur. Ayrıca tabakanın elastik düzlemde ayrılması, metal-seramik yapıda daha zordur.

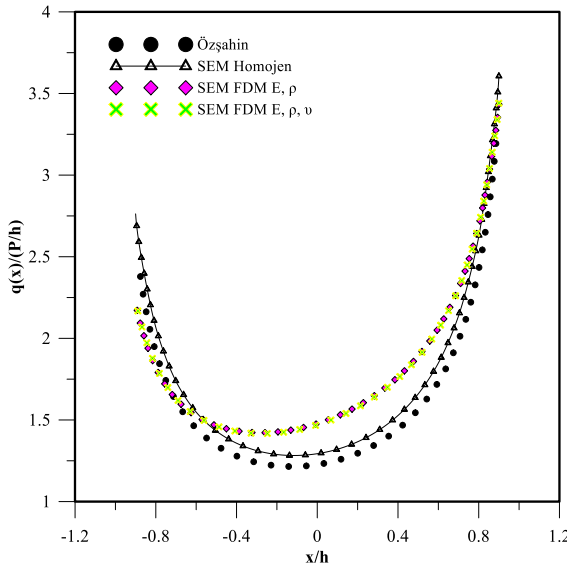


Şekil 5. Metal-Seramik-Metal durumuna ait tabaka eksen boyu gerilme dağılımı

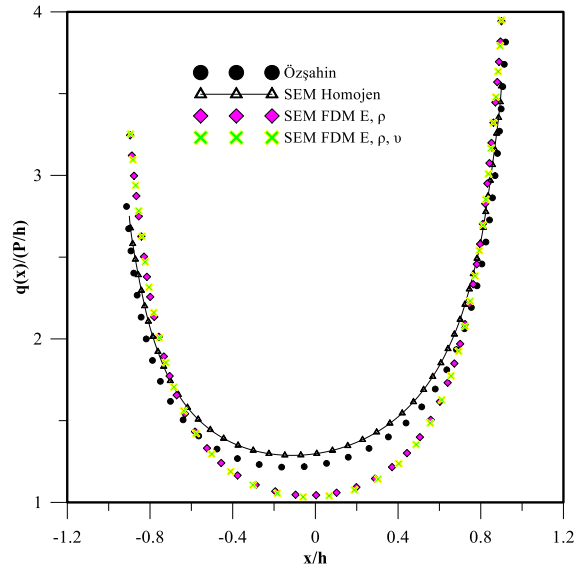


Şekil 6. Seramik-Metal-Seramik durumuna ait tabaka eksen boyu gerilme dağılımı

Şekil 5 ve 6'da tabaka ile elastik düzlem arasında eksen boyunca meydana gelen temas gerilmesi dağılımları verilmiştir. Şekil 5'de tabaka metalden seramiğe doğru değişim göstermektedir. Her iki blok yükü eşit alınmıştır. Şekil 6'da tabaka seramikten metale doğru değişim göstermekte ve ikinci blok yükü birincinin iki katı olarak alınmıştır. Ayrıca grafiklerde tabakanın homojen olması durumuna göre analitik çözümü ve rijitlik parametrelerinin sıfıra yakın değerler alması halinde SEM çözümü de verilmiştir. Gerilme değerleri incelendiğinde bloklara yaklaştıkça ve blok üstündeki yüklere bağlı olarak en büyük değerlere ulaşmış uzaklaştıkça giderek azalmıştır. Şekil 7 ve 8'de ise ikinci blok yükünün 2 kat fazla olması durumuna blok altı gerilmeler verilmiştir. Seramik-metal ve metal-seramik durumunda bloklar altındaki gerilme dağılımları ikinci blok için incelenmiştir. Tabaka üstünün seramik olması durumunda blok ortasında meydana gelen temas gerilmesi metale göre daha düşüktür. Bu şekillerde ayrıca blok altı temas gerilmelerinin tabakanın Poisson oranı değişiminden etkilenmediği görülmüştür. Homojen çözümün SEM homojen çözümle uyumlu olduğu tüm grafiklerde görülmüştür.



Şekil 7. Metal-Seramik-Metal durumuna ait 2. blok altı temas gerilmesi dağılımı (a/h=3, b/h=4, c/h=5, d/h=6, Q=2P, h=1, $\mu_2/\mu_0=1$)



Şekil 8. Seramik-Metal-Seramik durumuna ait 2. blok altı temas gerilmesi dağılımı (a/h=3, b/h=4, c/h=5, d/h=6, Q=2P, h=1, $\mu_2/\mu_0=1$)

KAYNAKLAR

- [1] H., Hertz, *Gessammelte Werke von Heinrich Hertz*, Leipzig, 1895.
- [2] M. Koizumi, FGM activities in Japan, *Composites Part B*, 28B (1997) 1-7.
- [3] L.L. Ke, Y.S. Wang, Two-dimensional contact mechanics of functionally graded materials with arbitrary spatial variations of material properties, *International Journal of Solids and Structures*, 43 (2006) 5779–5798.
- [4] M.A. Güler, F. Erdoğan, The frictional sliding contact problems of rigid parabolic and cylindrical stamps on graded coatings, *International Journal of Mechanical Sciences*, 49:2 (2007) 161-182.

- [5] S.P. Barik, M. Kanoria, P.K. Chaudhuri, Steady state thermoelastic contact problem in a functionally graded material, *International Journal of Engineering Science*, 46 (2008) 775–789.
- [6] T. Apatay, *Fonksiyonel derecelendirilmiş kaplamalarda çatlak ve temas problemi*, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 2010.
- [7] P.H. Wen, M.H. Aliabadi, Analysis of functionally graded plates by meshless method: A purely analytical formulation, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 36 (2012) 639–650.
- [8] İ. Çömez, Contact problem of a functionally graded layer resting on a winkler foundation, *Acta Mechanica*, 224:11 (2013) 2833-2843.
- [9] T.J. Lui, C. Zhang, Y.S. Wang, Y.M. Xing, The axisymmetric stress analysis of double contact problem for functionally graded materials layer with arbitrary graded materials properties, *International Journal of Solids and Structures*, 96 (2016) 229-239.
- [10] N. Schwarzer, H. Djabella, F. Richter, R.D. Arnell, Comparison between analytical and FEM calculations for the contact problem of spherical indenters on layered materials, *Thin Solid Films*, 270 (1995) 279-282.
- [11] M.O. Kaman, F. Çetişli, Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ile kaplı silindirde çatlak problemi, *Elektrik-Elektronik ve Bilgisayar Sempozyumu*. Elazığ, Türkiye, 2011: s. 27-32.
- [12] M. N. Abhilash, H. Murthy, Finite element analysis of 2-d elastic contacts involving Fgms. *International Journal of Computer Methods Engineering Science Mechanics*, 15:3 (2014) 253–7.
- [13] M. Yaylacı, E. Öner, A. Birinci, Comparison between analytical and ANSYS calculations for a receding contact problem, *Journal of Engineering Mechanics*, 140 (2014) 9.
- [14] E. Öner, M. Yaylacı, A. Birinci, Analytical solution of a contact problem and comparison with the results from FEM, *Structural Engineering and Mechanics*, 54, (2015) 4.
- [15] M. Turan, G. Adıyaman, V. Kahya, A. Birinci, Axisymmetric analysis of a functionally graded layer resting on elastic substrate, *Structural Engineering & Mechanics*, 58:3 (2016) 423.
- [16] M.A. Güler, A. Kucuksucu, K.B. Yilmaz, B. Yildirim, On the analytical and finite element solution of plane contact problem of a rigid cylindrical punch sliding over a functionally graded orthotropic medium, *International Journal of Mechanical Sciences*, 120 (2017) 12–29.
- [17] T.Ş. Özşahin, Frictionless contact problem for a layer on an elastic half plane loaded by means of two dissimilar rigid punches, *Structural Engineering and Mechanics* 25:4 (2007) 383-403.
- [18] ANSYS, Swanson Analysis Systems Inc., Houston PA, USA (2007).