



## AKUSTİK KAVİTASYON İÇİN İNDİRGENMİŞ GAZ BASINCI YASASI

Can Fuat Delale<sup>1</sup> ve Şenay Pasinlioğlu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>MEF Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, İstanbul

<sup>2</sup>İstanbul Teknik Üniversitesi, Matematik Mühendisliği Bölümü, İstanbul

### ABSTRACT

This investigation aims to obtain a reduced order gas pressure law of a spherical bubble. For this reason the thermal behavior of a spherical gas bubble excited by an acoustic pressure signal is studied by employing an iterative solution of the Prosperetti equation obtained through the energy balance between the gas bubble and the surrounding liquid. This iterative solution leads to the desired reduced order gas pressure law exhibiting power law dependence on the bubble wall temperature and bubble radius, with power indices depending on the isentropic exponent of the gas and on a parameter which is a function of the Peclet number. Moreover, it is shown that this reduced order gas pressure law reduces to the classical isothermal and adiabatic laws in the appropriate limits of the parameter. The bubble wall temperature entering this reduced order gas pressure law is obtained from the Plesset-Zwick solution of the temperature distribution of the liquid side in the thin boundary layer approximation. Results obtained by solving the Rayleigh-Plesset equation using this reduced order gas pressure law for acoustically driven air/water vapor cavitation bubbles show that the time variations of the bubble radius and of the bubble wall temperature lie between those obtained by the isothermal and adiabatic laws depending on the value of the parameter characterizing the Peclet number.

### ÖZET

Bu araştırmanın amacı küresel bir kabarcık için indirgenmiş gaz basıncı yasası elde etmektedir. Bu maksatla akustik bir basınç sinyali tarafından uyarlanmış bir sıvı içindeki küresel bir gaz kabarcığının ısıl davranışı, kabarcık ile onu çevreleyen sıvı arasındaki enerji dengesi gözönüne alınarak elde edilen Prosperetti denkleminin yinelemeli bir yöntemle çözülmesiyle belirlenmektedir. Kabarcığın büyüme ve büzülmesi esnasında, yinelemeli çözümden Peclet sayısının bir fonksiyonu olan bir parametreye bağlı olarak elde edilen gaz basıncı yasasının, kabarcık duvar sıcaklığı ve kabarcık yarıçapının politropik bir fonksiyonu olduğu gösterilmektedir. Bu politropik yasanın, uygun limitlerde klasik eşsıcaklık ve adyabatik gaz basıncı yasalarına indirgendiği gösterilmektedir. Elde edilen gaz basıncı yasasındaki duvar sıcaklığı, sıvı tarafındaki ısı denkleminin ince sınır tabakası yaklaşımı varsayılarak Plesset-Zwick çözümünden elde edilmektedir. Önerilen indirgenmiş gaz basıncı yasası Rayleigh-Plesset küresel kabarcık dinamiği yasasıyla birlikte tipik bir akustik basınç dalgası sinyali için çözüldüğünde, kabarcık yarıçapı ve duvar sıcaklığı için elde edilen sonuçlar, Peclet sayısına bağlı olarak eşsıcaklık ve adyabatik gaz yasaları arasında değişim göstermektedir.

## GİRİŞ

Akustik kavitasyon [1-3] ya da bir sıvıda akustik olarak uyarlanmış gaz kabarcıklarının titreşimi, sonokimya [4], sonoaydınlanma [5-6], ve medikal ultrason [7-8] gibi çeşitli alanlarda güncelliğini korumaktadır. Birkaç mikron boyutundaki kabarcıklar, özellikle ultrasonik frekanslarda, mertebeye büyük boyut değişimlerine uğrayarak genişler ve büzülürler. Bu durumda kabarcık içindeki gaz basınç ve sıcaklıkları birkaç mertebeye varan değişimler gösterebilir. Bu basınç ve sıcaklıkların hesabında kabarcık içindeki basınç dağılımının düzgün olduğu varsayımına dayanarak çeşitli karmaşık modeller inşa edilmiştir [9-16]. Bu modellerin sayısal çözüm zorluğu ve hesapları için gerekli bilgisayar zamanı gözönüne alındığında, gaz basıncı ve sıcaklığı için basitleştirilmiş ifadeler gereksinim duyulmaktadır. Hidrodinamik kavitasyon durumunda ise bu gereksinim daha büyük önem kazanmaktadır.

Bu çalışmada gaz ya da gaz/buhar karışımı içeren küresel bir kabarcığın ısı iletimi problemi düzgün basınç dağılımı yaklaşımında, Prosperetti [12] denkleminin yinelemeli yöntemiyle çözülmektedir. Özellikle ikinci yinelemeli yaklaşımda kabarcık gaz basıncı, kabarcık duvar sıcaklığı, kabarcık yarıçapı ve gazın izentropik üssü arasında Peclet sayısına bağlı olarak indirgenmiş bir politropik gaz yasası elde edilmektedir. Bu politropik yasanın, uygun limitlerde klasik eşsıcaklık ve adyabatik gaz basıncı yasalarına indirgeniği gösterilmektedir. Elde edilen gaz basıncı yasasındaki duvar sıcaklığı ise, sıvı tarafındaki ısı denkleminin ince sınır tabakası yaklaşımı varsayılarak Plesset-Zwick çözümünden [17] elde edilmektedir. Bu indirgenmiş gaz basıncı yasasını ve küresel kabarcık dinamiği yasasını baz alan bir akustik kavitasyon modeli inşa edilmekte ve tipik bir ultrason basınç sinyali ile elde edilen sonuçlar Peclet sayısına bağlı olarak eşsıcaklık ve adyabatik gaz basıncı yasaları arasında davranış sergilemektedir.

## KABARCİK DİNAMİĞİ İÇİN İNDİRGENMİŞ GAZ BASINCI YASASI

### Gaz Kabarcıkları için Isıl Sönümleme

Bu bölümde kabarcık içindeki ısı davranışı üzerinde yoğunlaşacağız. Düzgün basınç dağılımı yaklaşımında bir gaz kabarcığının içindeki sıcaklık alanını karakterize eden Prosperetti denklemi [12] normalize edilmiş halde [18]

$$\frac{p}{T} \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{(Pe)pR^2} \left[ \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} - y \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=1} \right] \frac{\partial T}{\partial y} \right\} = \frac{(\gamma-1)}{\gamma} \frac{dp}{dt} + \frac{1}{(Pe)R^2 y^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[ y^2 \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (1)$$

biçimindedir. (1) denkleminde  $T$ , bir  $T_0'$  sıvı sıcaklığına göre normalize edilmiş kabarcık içindeki sıcaklık alanını,  $p$  bir  $p_0'$  referans basıncına göre normalize edilmiş kabarcık gaz basıncını,  $R$  bir  $R_0'$  başlangıç kabarcık yarıçapına göre normalize edilmiş kabarcık yarıçapını,  $\lambda(T)$  kabarcık cidarındaki  $\lambda_r'$  değerine göre normalize edilmiş gazın ısı iletkenliğini,  $\gamma$  gazın izentropik üssünü,  $y$  kabarcık yarıçapının ani değerine göre normalize edilmiş kabarcık merkezinden ölçülen radyal koordinatı ve  $t$  bir  $\Theta'$  karakteristik zamanına göre normalize edilmiş zamanı göstermektedir.  $Pe$  Peclet sayısıdır ve

$$Pe = \frac{\gamma p_0' R_0'^2}{(\gamma-1) \lambda_r' T_0' \Theta'} \quad (2)$$

ifadesiyle tanımlanır. Düzgün basınç dağılımı yaklaşımında gaz basıncı

$$\frac{dp}{dt} = \frac{3\gamma}{R} \left[ \frac{1}{(Pe)R} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=1^-} - p \frac{dR}{dt} \right] \quad (3)$$

diferansiyel denklemi çözülerek bulunabilir. (1) ve (3) denklemleri sıcaklık için belirlenen

$$T(t=0, y) = 1 \quad ; \quad T(t, y=1^-) = T_R(t) \quad ; \quad (\partial T / \partial y)_{y=0} = 0 \quad (4)$$

başlangıç ve sınır koşullarıyla birlikte gaz basıncı için belirlenen bir başlangıç koşuluyla çözülür. Kabarcık cidarının yakınında kabarcık içindeki gazın sıcaklık alanı için ilk yaklaşım olarak

$$T(t, y) = T_R(t) + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=1^-} (y-1^-) + \frac{1}{2!} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)_{y=1^-} (y-1^-)^2 + O[(y-1^-)^3] \quad (5)$$

alınarak ve gazın ısı iletkenliği için benzer bir yaklaşım kabul ederek, yinelemeli bir çözüm yöntemi uyarlanabilir. Yukarıdaki açılım (1) denkleminde yerine koyulup  $y=1^-$  limiti alınır, kabarcık duvarındaki gazın sıcaklık gradyanı için

$$c(t) = \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=1^-} = \frac{(Pe)R^2}{2} \left[ \frac{p}{T_R} \frac{dT_R}{dt} - \frac{(\gamma-1)}{\gamma} \frac{dp}{dt} \right] - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)_{y=1^-} \quad (6)$$

ifadesi elde edilir.

### İndirgenmiş Gaz Basıncı Yasası

İlk yinelemeli çözümde (6) denklemindeki kabarcık duvar gaz sıcaklığının ikinci radyal türevinin etkisi ihmal edilir, yani  $(\partial^2 T / \partial y^2)_{y=1^-} = 0$  varsayımı yapılır. Bu varsayım, gaz basıncı denklemi (3)'ün sıcaklık alanı denklemi (1)'den dekuple olmasını sağlar. Cidardaki sıcaklık gradyanı  $c(t)$ 'nin ilk yinelemeli yaklaşımı (3) denkleminde yerine koyulur ve diferansiyel denklem integre edilirse, indirgenmiş gaz basıncı yarası için ilk yaklaşım

$$p = p_i \left( \frac{\sqrt{T_R}}{R} \right)^{3\kappa} \quad (7)$$

elde edilir. Burada  $p_i$ , kabarcığın başlangıçtaki mekanik dengesinden elde edilen başlangıç gaz basıncını,  $\kappa$  ise

$$\kappa = \frac{2\gamma}{(3\gamma-1)} \quad (8)$$

ifadesi ile verilen bir politropik indekstir. (7) denklemi ile belirlenen gaz basıncı yarasının  $\gamma=1$  ve  $T_R=1$  iken eşsıcaklık yarasına, kabarcık duvar sıcaklığı  $T_R = (p/p_i)^{(\gamma-1)/\gamma}$  izentropik bağıntıyı sağladığında adyabatik yasaya indirgendiği gösterilebilir. Bu durumda (7) denklemi ile verilen indirgenmiş gaz basıncı yarasının ilk yaklaşımının Peclet sayısından bağımsız olduğu görülür. Ancak (1) denkleminde anlaşılacağı üzere kabarcık içindeki sıcaklık dağılımı Peclet sayısına göre değişim göstereceğinden bu yinelemeli çözümden elde edilen indirgenmiş gaz yarası ifadesi doğru değildir. İkinci yinelemeli çözümde

$$\left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)_{y=1^-} = 2cf(Pe) \quad (9)$$

yaklaşımı yapılarak (5) denkleminde yerine koyulursa, kabarcık cidarındaki sıcaklık gradyanı  $c(t)$  için

$$c(t) = \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=1^-} = \frac{(Pe)R^2}{2[1+f(Pe)]} \left[ \frac{p}{T_R} \frac{dT_R}{dt} - \frac{(\gamma-1)}{\gamma} \frac{dp}{dt} \right] \quad (10)$$

ifadesi elde edilir. Yukarıdaki (10) denklemi (3) diferansiyel denkleminde yerine konular ve integre edilirse,

$$p = p_i \left[ \frac{(T_R)^{1/2(1+f)}}{R} \right]^{3\Gamma} \quad (11)$$

formunda indirgenmiş gaz basıncı yasası elde edilir. Burada  $\Gamma$  politropik üssü

$$\Gamma = \frac{2\gamma(1+f)}{(3\gamma-1+2f)} \quad (12)$$

ifadesi ile verilmekte ve  $f$  Peclet sayısına bağlı bir parametreyi göstermektedir. Gaz kabarcıkları için cidarda ısı akısının sürekliliği  $A = (\lambda'_R / \lambda'_{lR})$  gazın ısı iletkenliğinin sıvının ısı iletkenliğine oranı olmak üzere

$$\left( \frac{\partial T_\ell}{\partial y} \right)_{y=1^+} = \left( \frac{\lambda'_R}{\lambda'_{lR}} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=1^-} = Ac(t) \quad (13)$$

koşulunu verir. Bu durumda cidar sıcaklığı için Plesset-Zwick [17] çözümü

$$T_R(t) = 1 - \left( \frac{\alpha'_{l0} \Theta'}{\pi R_0^2} \right)^{1/2} \int_0^t \frac{R(\xi) A(\xi) c(\xi) d\xi}{[\int_\xi^t R^4(\tau) d\tau]^{1/2}} \quad (14)$$

şeklini alır. (10)-(14) denklemleri, kabarcık cidar sıcaklığı  $T_R(t)$  ve kabarcık içindeki gaz basıncı  $p(t)$  için küresel kabarcık dinamiği denklemi ile birlikte bir integro-diferansiyel denklem sistemi oluşturur. Bu sistem küresel kabarcık dinamiği için Rayleigh-Plesset tipi denklem kullanılarak yinelemeli olarak çözülebilir.

## AKUSTİK KAVİTASYON MODELİ

Bu bölümde akustik kavitasyon (gaz/buhar) kabarcıkları için bir önceki bölümde çıkarılan indirgenmiş gaz basıncı yasası kullanılarak bir model inşa edilecektir. Kabarcık içindeki gaz/buhar karışımının ideal gazlardan oluştuğu varsayılırsa, normalize edilmiş toplam kabarcık basıncı  $p_b$

$$p_b = p_v + p_g = p_{v,sat}(T_R) + p_{g0} \left[ \frac{(T_R)^{1/2(1+f)}}{R} \right]^{3\Gamma} \quad (15)$$

olarak yazılabilir. Burada  $p_v$  normalize edilmiş kısmi buhar basıncını,  $p_g$  normalize edilmiş kısmi gaz basıncını,  $p_{g0}$  ise başlangıçtaki değerini göstermekte olup kısmi gaz basıncı için indirgenmiş gaz basıncı yasası kullanılmıştır. Akustik kavitasyon kabarcıkları için kabarcık cidarındaki buharlaşma/yoğuşma ısısının sıvının yüksek iletim katsayısı gözönüne alındığında

ısı iletiminin sıvı tarafına olacağı varsayıldığında, normalize edilmiş kabarcık cidar sıcaklığı  $T_R$  için Plesset-Zwick denklemi

$$T_R(t) = 1 - B \int_0^t \frac{L(\xi) \rho_v(\xi) R^2(\xi) (dR/d\xi)}{[\int_{\xi}^t R^4(\tau) d\tau]^{1/2}} d\xi \quad (16)$$

şeklini alır [1]. Burada

$$B = \left( \frac{L'}{T_0' c'_{p,0}} \right) \left( \frac{\rho'_{v,0}}{\rho'_{l,0}} \right) \frac{R'_0}{(\pi \Theta' \alpha'_{l,0})^{1/2}} \quad (17)$$

ile verilmekte olup  $c'_{p,0}$  ve  $\rho'_{l,0}$  sırasıyla, sıvının özgül ısısı ve sıvı sıcaklığındaki yoğunluğunu,  $L = L'/L'_0$  ve  $\rho_v = \rho'_v/\rho'_{v,0}$ ,  $L'_0$  ve  $\rho'_{v,0}$  sıvı sıcaklığındaki yoğunlaşma ısısı ve doymuş buhar yoğunluğu olmak üzere, sırasıyla normalize edilmiş yoğunlaşma ısısını ve kabarcık duvarındaki normalize edilmiş buhar yoğunluğunu,  $\alpha'_{l,0}$  ise sıvının ısı difüzyon katsayısını göstermektedir. Kısmi gaz basıncı için indirgenmiş gaz basıncı yasası kullanılıp sıvı sıkıştırılmaz alındığında, tek bir akustik kaviteasyon kabarcığının dinamiği için normalize edilmiş klasik Rayleigh-Plesset denklemi

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 + \frac{4}{\text{Re}} \frac{\dot{R}}{R} + \frac{2}{\text{We}} \left\{ \frac{1}{R} - \left[ \frac{(T_R)^{1/2(1+f)}}{R} \right]^{3\Gamma} \right\} + \frac{\sigma}{2} \left\{ 1 - \left[ \frac{(T_R)^{1/2(1+f)}}{R} \right]^{3\Gamma} \right\} + \frac{C_p}{2} = 0 \quad (18)$$

kullanılabilir. Burada kaviteasyon sayısı  $\sigma$ , Reynolds sayısı  $\text{Re}$  ve Weber sayısı  $\text{We}$

$$\sigma = \frac{p'_0 - p'_v}{\frac{1}{2} \rho'_l U_0'^2}, \quad \text{Re} = \frac{\rho'_l U_0' R'_0}{\mu'}, \quad \text{and} \quad \text{We} = \frac{\rho'_l U_0'^2 R'_0}{S'} \quad (19)$$

biçiminde tanımlanır.  $C_p(t)$  basınç katsayısı,  $p'_\infty(t') - p'_0$  tetikleyici akustik basıncı göstermek üzere,

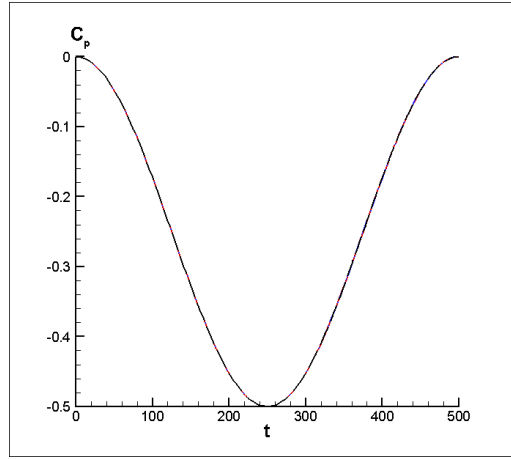
$$C_p(t) = \frac{p'_0 - p'_\infty(t')}{\frac{1}{2} \rho'_l U_0'^2} \quad (20)$$

olarak tanımlanır. Burada  $p'_0$  ve  $p'_v$  sırasıyla referans sıvı basıncını ve kısmi buhar basıncını,  $S'$  yüzey gerilim katsayısını,  $\mu'$  sıvı viskozitesini ve  $U'_0 = R'_0/\Theta'$  karakteristik hızı göstermektedir. (16) ve (18) denklemleri indirgenmiş gaz basıncı yasasıyla birlikte akustik kaviteasyon modelini tanımlamaktadır.

## SONUÇLAR

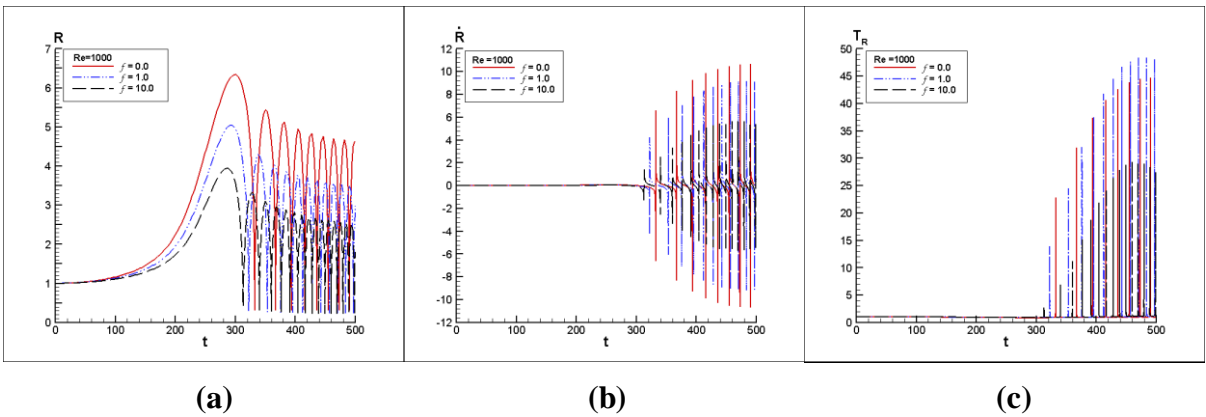
Uygulama olarak  $T_0' = 20^\circ\text{C}$  sıcaklığındaki suda, su-buhar/hava kabarcıklarının akustik kaviteasyonunu göz önüne alacağız. Bu durumda doymuş buhar basıncı  $p'_v = 0.0234$  bar, yüzey gerilim katsayısı  $S' = 0.071$  N/m, suyun viskozitesi  $\mu'_l = 10^{-3}$  kg/m-s, kaviteasyon sayısı  $\sigma = 0.492$ , başlangıç denge kabarcık yarıçapı  $R'_0 = 100$   $\mu\text{m}$  ve karakteristik zaman  $\Theta' = 10^{-5}$  s olarak alınmaktadır. Bu veriler altında Reynolds sayısı  $\text{Re} = 1000$  ve Weber sayısı  $\text{We} = 137$  değerindedir. Tetikleyici akustik basınç katsayısı olarak Şekil 1'de gösterilen

$$C_p(t) = -0.25 \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{500}\right) \right]; \quad 0 < t < 500 \quad (21)$$

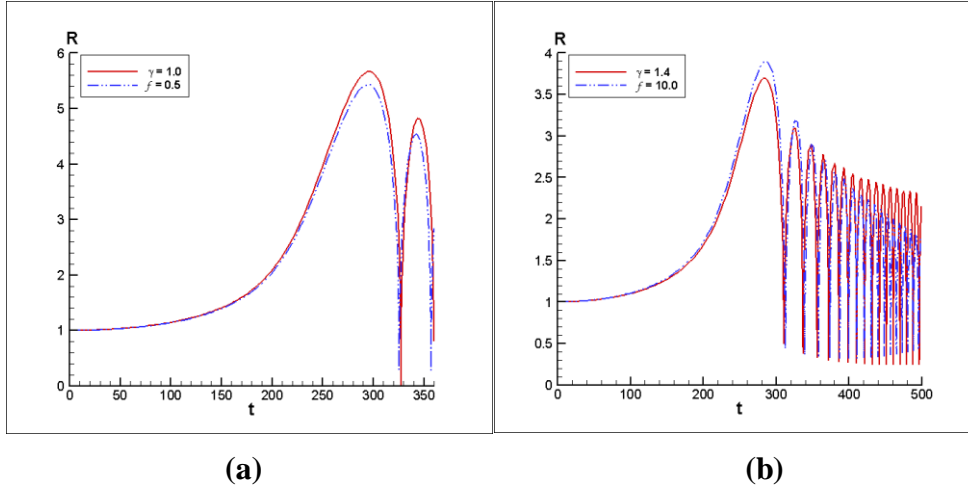


Şekil 1. Basınç katsayısının normalize edilmiş zamana göre değişimi.

ifadesi kullanılmaktadır. Kabarcık dinamiği için Rayleigh-Plesset (18) denkleminin başlangıç değer problemi, indirgenmiş gaz basıncı yasası ve Simpson 3/8 sayısal integrasyon kuralı ile hesaplanan (16) denkleminin çözümü ile birlikte Runge-Kutta-Fehlberg yöntemi kullanılarak çözülmektedir. Şekil 2(a)-(c) sırasıyla bu koşullar altında indirgenmiş basıncı yasası kullanılarak bulunan kabarcık yarıçapı, kabarcık duvarının büyüme ya da büzülme hızı ve kabarcık duvar sıcaklığının zamanla değişimini Peclet sayısının değişik değerlerine tekabül eden  $f$  parametresinin değişik değerleri için ( $f=0,1$  ve  $10$ ) göstermektedir. Burada  $f=0.0$  durumunda (7) denkleminle verilen ilk yinelemeli yaklaşımdaki indirgenmiş basınç yasasının sonuçları gözlemlenmektedir [19]. Özellikle,  $f$  arttıkça (Peclet sayısı arttıkça) kabarcık yarıçapındaki titreşmelerin genliğinin düştüğü, kabarcığın büyüme ve büzülme hızlarının şiddetinin azaldığı ve kabarcık duvar sıcaklıklarının düştüğü görülmektedir. Şekil 3 (a) ve (b)'de ise indirgenmiş gaz basıncı yasası kullanılarak elde edilen kabarcık yarıçapının zamanla değişimi, klasik eşsıcaklık ve adyabatik gaz yasalarıyla bulunanlarla karşılaştırılmaktadır. Bu durumda sonuçların  $f=0.5$  durumunun eşsıcaklık yasasına ve  $f=10.0$  durumunun adyabatik yasaya yaklaştığı gözlemlenmektedir.



Şekil 2. Su buharı/hava kabarcığının, (21) denkleminle verilen akustik basınç sinyali altında indirgenmiş gaz basıncı yasasıyla  $f$  parametresinin farklı değerleri için (a) normalize yarıçapın, (b) normalize kabarcık duvar hızının ve (c) normalize kabarcık cidar sıcaklığının zamanla değişimi.



Şekil 3. Su buharı/hava kabarcık yarıçapının (21) denklemi ile verilen akustik basınç sinyali altında zamanla değişiminin, indirgenmiş gaz basıncı yasasının (a)  $f = 0.5$  değerinin eş sıcaklık yasasıyla, (b)  $f = 10.0$  adyabatik yasayla karşılaştırılması.

### KAYNAKLAR

- [1] C.E. Brennen, *Cavitation and Bubble Dynamics*, Oxford University Press, Oxford, 1995: s. 47-67.
- [2] M.S. Plesset, A. Prosperetti, Bubble Dynamics and Cavitation, *Annu.Rev.Fluid Mech.* 9 (1977) 145.
- [3] T.G. Leighton, *The Acoustic Bubble*, Academic Press, London, 1994: s. 84-86.
- [4] K.S. Suslick, Sonochemistry, *Science* 247 (1990) 1439.
- [5] D.F. Gaitan, L.A. Crum, C.C. Church, R.A. Roy, Sonoluminescence and Bubble Dynamics for a Single, Stable, Cavitation Bubble, *J. Acoust. Soc. Am.* 91 (1992) 3166.
- [6] L.A. Crum, Sonoluminescence, *Phys.Today* 47 (1994) 22.
- [7] K. Ferrara, R. Polard, M. Borden, Ultrasound microbubble contrast agents: Fundamentals application to gene and drug delivery, *Annu. Rev. Biomed. Eng.* 9 (2007) 415-447.
- [8] S. Qin, C.F. Caskey and K.W. Ferrara, Ultrasound contrast microbubbles in imaging and therapy: Physical principles and engineering, *Phys. Med. Biol.* 54 (2009) R27-R57.
- [9] R.I. Nigmatulin, N.S. Khabeev, F.B. Nagiev, Dynamics, Heat and Mass Transfer of Vapour-Gas Bubbles in a Liquid, *Int. J. Heat Mass Transfer.* 24 (1981) 1033.
- [10] Y. Matsumoto, F. Takemura, Influence of Internal Phenomena on Gas Bubble Motion, *JSME Int. J. Ser. B* 37 (1994) 288.
- [11] A. Prosperetti, L.A. Crum, K.W. Commander, Nonlinear Bubbly Dynamics, *J. Acoust. Soc. Am.* 83 (1988).
- [12] A. Prosperetti, The thermal behavior of oscillating gas bubbles, *J. Fluid Mech.* 222 (1991) 587-615.
- [13] R. Toegel, B. Gompf, R. Pecha, D. Lohse, Does Water Vapor Prevent upscaling sonoluminescence? *Phys. Rev. Lett.* 85 (2000) 3165.
- [14] A. T. Preston, T. Colonius, C. E. Brennen, A Reduced-Order model of diffusive effects on the dynamisc of bubbles, *Phys. Fluids* 19 (2007) Art. No. 123302.
- [15] L. Stricker, A. Prosperetti, and D. Lohse, Validation of an approximate model for the thermal behavior in acoustically driven bubbles, *J. Acoust. Soc. Am.* 130 (2011) 3243.

- [16] W. Kreider, L.A. Crum, M. Bailey and O.A. Sapozhnikov, A reduced-order, single-bubble cavitation model with applications to ultrasound, *J. Acoust. Soc. Am.* 130 (5) (2011) 3511-3530.
- [17] M. S. Plesset, and S. A. Zwick, A Nonsteady Heat Diffusion Problem with Spherical Symmetry, *J. Appl. Phys.* 23 (1952) 95.
- [18] C. F. Delale, Thermal damping in cavitating nozzle flows, *J. Fluids Eng.* 124 (2002) 969-976.
- [19] C. F. Delale and Ő. Pasinlioğlu, First Iterative Solution of the Thermal Behaviour of Acoustic Cavitation Bubbles in the Uniform Pressure Approximation, *J. Physics: Conf. Ser.* 656 (2015) 012016.