UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté d'éducation

Numération de position décimale : Le principe d'échange et la valeur du zéro, que du fil à retordre

Par

Daniela Fernandes

Essai présenté à la Faculté d'éducation en vue de l'obtention du grade

Maître en éducation, M. Éd.

Maîtrise en adaptation scolaire et sociale

Décembre, 2019

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté d'éducation

Numération de position décimale : Le principe d'échange et la valeur du zéro, que du fil à retordre

par

Daniela Fernandes

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes :

____
Jeanne Koudogbo — Directrice de la recherche
Université de Sherbrooke

____
Adriana Patricia Falappa — Membre du jury
Université de Sherbrooke

Essai accepté le ____________________________

SOMMAIRE

Cette étude porte sur les difficultés lors de l’apprentissage du système de numération de position décimale (NPD), plus spécifiquement sur les principes du sens du zéro et d'échange lors de la réalisation des opérations d’addition et de soustraction. La compréhension de notre système de numération est fondamentale pour l’apprentissage de l’arithmétique (Koudogbo, 2013, 2017). La NPD intervient dans les quatre opérations sur les nombres : calcul posé, calcul mental ou multiplications et divisions par 10, 100, etc. (Tempier, 2013). Une spécificité de l’écriture dans notre système de numération vient du fait que l’enchainement de chiffres occulte le fait que ces chiffres n’ont pas tous la même valeur et surtout qu’il y a un lien décimal entre les valeurs de ces chiffres (Koudogbo, 2013; Tempier, 2013). L’objectif de cette étude est de documenter les erreurs et stratégies employées par les élèves du primaire afin de dégager et d'interpréter leurs connaissances quant aux principes du zéro et d’échange de la NPD. S’inscrivant dans une recherche qualitative, ce mini-mémoire recourt à un échantillon de 11 élèves de la 3e année du primaire. La collecte des données, faite au cours de l'année scolaire 2018-2019, comprend de diverses activités papier-crayon composé de problèmes à résoudre et de calculs. Les résultats ont permis d’observer que tous les élèves ont eu des difficultés lors de transcodage de nombres, au moins une erreur et plusieurs élèves ne comprennent pas le sens du zéro et le concept d'échange. Conséquemment, une erreur dans un des principes de la NPD engendre l'échec de l'opération. Ces résultats ont été discutés finalement selon le cadre conceptuel et des questionnements ont été introduits à propos des limites de l’étude et de l’importance de la formation initiale des enseignants.

TABLE DE MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES

NPD	Numération de position décimale
MELS	Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport
PISA	Programme international pour le suivi des acquis des élèves
OCDE	Organisation de coopération et de développement économiques
PFEQ	Programme de formation de l'école québécoise

REMERCIEMENTS

Quand je suis partie de mon pays d’origine, j’avais l'idée de faire une maitrise et d’y retourner pour devenir professeure dans mon ancienne université. Mais, 20 ans se sont écoulés avant que je réalise le rêve de faire une maitrise. Quelle belle aventure a été ce cours de maitrise où j’ai eu la chance d'échanger avec plusieurs enseignants qui, comme moi, cherchaient à s'améliorer en tant que professionnel pour mieux comprendre les problèmes et les difficultés des élèves.

Mais cette aventure, je ne l’ai pas vécue seule, premièrement je tiens à remercier ma directrice d’essai, madame Jeanne Koudogbo, professeure en didactique des mathématiques et orthopédagogie au département d'études sur l’adaptation scolaire et sociale, coresponsable du programme BASS et responsable pour le volet mathématique - Clinique Pierre-H. Ruel/clinique mobile, pour son appui inconditionnel, pour sa bonne humeur constante, pour son aspect humain et sa générosité, pour toujours avoir respecté mes choix tout en me guidant vers la bonne direction. En suivant un de ses cours en didactique des mathématiques à la maîtrise, cette professeure-chercheure m’avait déjà repérée, de par ma participation accrue aux interactions au sein du groupe-cours et m’avait signifiée que je « pouvais aller loin dans mes études si tel était mon désir et que j’en avais le plein potentiel ! » Je n’ai donc pas hésité un instant de recourir à sa direction lorsque j’ai décidé d’entreprendre cet essai. Merci, Jeanne, mon parcours a été plus plaisant en travaillant avec toi, et tu m’as donné le gout de continuer. Je tiens aussi à remercier les deux enseignantes qui m'ont ouvert les portes de leurs classes et m'ont permis de réaliser la collecte des données pour cette étude. Et finalement, un gros merci à ma petite famille. À mes deux adorables enfants, Cédric et Laurent, d'avoir, pendant la plupart du temps, compris que maman avait beaucoup d'études à faire et qu'elle ne pouvait pas aller jouer avec eux, nonobstant son désir ardent de le faire. Et, à mon mari, Claude, merci pour ta grande patience, ta générosité débordante pour toutes les relectures de mes travaux et les corrections de français, pour prendre soin de nos deux enfants pendant que j'étudiais ces dernières années. Merci infiniment !

INTRODUCTION

L'enseignement des mathématiques présente plusieurs changements dans la plupart des pays du monde (Ministério da Educação do Brasil, 2013; Ministério de educación, ciencia y tecnologia, 2005; Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, 2001; U.S. Department of Éducation, 2015). Partout, cette matière est reconnue comme étant difficile, pouvant même être traumatisante. La pression sociale et les difficultés ressenties par les élèves pendant leur parcours scolaire en mathématiques créent beaucoup de stress lié à cet apprentissage (PISA, 2015).

Les mathématiques selon le MELS (2009), recouvre plusieurs domaines, dont, par exemple, l'arithmétique, la géométrie et la mesure, et les probabilités et les statistiques. Dans le cadre de ce projet d'essai, nous avons retenu le domaine de l'arithmétique. C'est un domaine qui traite des nombres et des opérations sur les nombres. Ces derniers sont des savoirs indispensables à l'apprentissage en mathématiques (MELS, 2009). Nous limitons le sujet de cet essai à la numération de position décimale (NPD), un savoir incontournable à la base de l'enseignement de l'arithmétique au primaire, voire au-delà (Koudogbo, 2013).

La réalisation de cet essai émerge de mon expérience en enseignement auprès des élèves au niveau primaire au Québec, et comme psychopédagogue, au Brésil. Pendant mon parcours, j'ai pu observer que plusieurs enfants avaient de la difficulté à relier les nombres dans différents et les manipuler en suivant les règles de la NPD. Dans ce sens, l'objectif de cet essai est celui de répondre à la question suivante : quelles sont les connaissances des élèves du primaire concernant les principes du zéro et d'échange de la NPD?

Cette recherche est de type qualitatif et suit le modèle mini-mémoire selon les *Directives et informations relatives au projet et à l'essai* (2016) de l'Université de Sherbrooke, car l'étude prend la même forme qu'un mémoire réalisé dans un cours de maitrise de type recherche.

Dans ce projet d'essai, nous présentons d'abord la problématique et la question de recherche, ensuite, le cadre théorique qui traitera de plusieurs enjeux sur l'enseignement de cette discipline, les objectifs général et spécifiques de la recherche et, finalement, la méthodologie où nous allons exposer le type de recherche, la population participante, la méthode de collecte des données ainsi que le traitement des données.

PREMIER CHAPITRE. LA PROBLÉMATIQUE

Cette section se décline en trois parties. Premièrement, nous allons présenter le contexte général de l'étude pour faire état de la place des mathématiques en Amérique, et plus spécifiquement, au Québec. Deuxièmement, nous allons soulever la problématisation de l'enseignement de la NPD et ses cinq principes. Finalement, nous introduirons le problème de recherche et nous traiterons de la question générale.

1. CONTEXTE GÉNÉRAL DE LA RECHERCHE

1.1 Les mathématiques en Amérique

La société actuelle requiert des individus capables d'avoir une pensée critique, de résoudre des problèmes, de s'adapter et d'analyser différentes situations. « *The study of mathematics equips students with knowledge, skills, and habits of mind that are essential for successful and rewarding participation in such a society* » (Ministère de l'éducation de l'Ontario, 2005, p.3).

Plusieurs pays de l'Amérique (Argentine, Brésil, Canada, États-Unis et Mexique) sont passés par des changements dans leurs curriculums de mathématiques dans les dix dernières années (Ministère de l'Éducation de l'Argentine, 2012; Ministère de l'Éducation du Brésil – MEC, 2013; Ministère de l'Éducation de l'Alberta, 2016 ; Ministère de l'Éducation du Québec, MELS, 2006; Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005; Ministère de l'Éducation des États-Unis, 2015; Ministère de l'Éducation du Mexique, 2011).

Selon les résultats du rapport de PISA (2015) sur la performance en sciences, lecture et mathématiques, parmi ces cinq pays, seulement le Canada est placé entre les premiers et le Québec est le troisième mieux placé entre les pays participants de l'OCDE (2016). Les États-Unis, l'Argentine, le Brésil et le Mexique sont en dessous de la moyenne des pays participants de l'OCDE, et les trois derniers sont très en bas de la moyenne. Selon ce rapport, l'Argentine et le Brésil « affichent les niveaux le plus élevés d'anxiété vis-à-vis des mathématiques » (p. 1). Ces différences peuvent s'expliquer par plusieurs différences culturelles et régionales, mais malgré le fait que ces informations sont intéressantes et nous aident à avoir une vue plus élargie des mathématiques dans notre continent, cette étude se concentrera sur les apprentissages mathématiques au Québec d'autant plus que notre pratique professionnelle actuelle est dans cette province. Donc, la prochaine partie abordera les mathématiques au Québec ainsi que la place de cette discipline dans le programme de l'école québécoise.

1.2 La place des mathématiques dans le programme de l'école québécoise

L'apprentissage des mathématiques est un des enjeux centraux de la scolarité (Thevenot, Barrouillet et Fayol, 2015). Cette discipline est considérée comme une des matières de base de toute scolarisation élémentaire ici comme ailleurs. Au Québec, le programme éducatif en vigueur destiné au préscolaire et à l'enseignement primaire confirme ceci en affirmant que « La mathématique, source importante de développement intellectuel, est un élément déterminant de la réussite scolaire. Sa maitrise constitue également un atout significatif pour l'insertion dans une société où ses retombées pratiques sont aussi nombreuses que diversifiées. » (MELS, 2006, 124).

La façon de travailler les mathématiques a évolué à travers les années au Québec. Dans les années 80, le programme éducatif fixait des objectifs et tous les élèves devaient atteindre un même point d'arrivée (Riveros, 2010). Le programme actuel est axé sur le développement des compétences. Une compétence est « un savoir agir fondé sur la mobilisation et l'utilisation efficaces d'un ensemble de ressources » (MELS, 2006, p. 4). Cette approche « vise au développement d'habiletés complexes jugées essentielles à l'adaptation ultérieure de l'individu à un environnement changeant » (Koudogbo, 2013, p. 6). En privilégiant les compétences, on cherche « à établir un rapport différent aux savoirs et à se recentrer sur la formation de la pensée » (MELS, 2006, p. 4).

Ainsi, le programme est structuré autour de trois compétences disciplinaires qui sont interreliées (MELS, 2006) : « résoudre une situation problème », « raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques » et « communiquer à l'aide du langage mathématique ».

Selon le programme éducatif, « Raisonner en mathématique consiste à établir des relations, à les combiner entre elles et à les soumettre à diverses opérations pour créer de nouveaux concepts et pousser plus loin l'exercice de la pensée mathématique » (MELS, 2006, p. 124). Pour ce faire, l'enfant doit, entre autres, avoir une très bonne compréhension du nombre. Au Québec, selon le document, *Progression des apprentissages* du *Programme de formation de l'école québécoise* (MELS, 2009), « le sens du nombre se développe dès la petite enfance et se raffine tout au long du cheminement scolaire » (p. 5). La fin de l'apprentissage de ce concept n'est pas définie, elle est constante pendant tout le parcours scolaire. Son apprentissage est graduel et varie selon la fréquence d'exposition aux nombres par chaque enfant (Yalmaz, 2017).

Dans le prolongement de l'apprentissage du concept de nombre, la numération de position décimale (NPD) occupe un statut très important à l'école primaire et ce savoir tient un rôle central dans le domaine de l'arithmétique (Koudogbo, 2013). Et, pour sa part, l'arithmétique «

constitue des éléments de base en mathématique » (MELS, 2009). La NPD soulève des savoirs essentiels que l'école doit enseigner aux élèves et selon Koudogbo (2013) « la NPD est ainsi un fil conducteur, du préscolaire à la fin de l’ordre du primaire, dans le domaine mathématique, ce qui amplifie son intérêt en tant qu’objet d'étude didactique » (p. 8).

2. PROBLÉMATISATION

En mathématique, chaque concept est interrelié et une difficulté d’apprentissage concernant un concept peut avoir des répercussions sur les apprentissages subséquents. Plusieurs études (Bednarz et Janvier, 1984; Baroody, 1991; Powell et Fuchs, 2012; Sinnakaudan et al. 2016; Yalmaz, 2017), démontrent que les difficultés d’apprentissage de la NPD peuvent entraver sérieusement le progrès en mathématiques. En ce sens, des difficultés dans l’apprentissage du concept du nombre peut avoir des répercussions non seulement sur le sens des opérations sur les nombres, mais également sur l’apprentissage des mathématiques en général.

Pour mieux contextualiser, le sujet d’étude, la prochaine partie abordera la pertinence d’avoir un système de numération, la définition de notre système de numération et les principes liés à ceci.

2.1 Le système de numération de position décimale (NPD)

Le système de numération a été développé par l’homme à travers l’histoire pour combler leurs besoins, soit le dénombrement des troupeaux, de la récolte, pour effectuer le calcul d’achat et vente des produits, etc. (Koudogbo, 2013). Ainsi, « les méthodes de numération se sont développées en fonction des besoins des utilisateurs » (Ross et Charbonneau, 2002, p. 48).

Il existe différents systèmes de numération, mais la nécessité de recourir à un système de numération qui puisse être le plus précis possible pour combler les besoins s’est imposée. Le système qui a le mieux joué ce rôle est le système arabe, c'est-à-dire celui que nous utilisons actuellement en occident, la numération de position décimale.

D’emblée, Bednarz et Janvier (1986 dans Koudogbo, 2013) définissent notre système de numération ainsi : « Par numération, on entend généralement un système cohérent de symboles régi par certaines règles (regroupement par 10, valeur positionnelle …) permettant d'écrire les nombres, de les lire. » (p.1). Plus spécifiquement, la numération est un « mode de représentation des nombres lié à un système d'écriture en chiffres précis » (Koudogbo, 2013, p.1).

La compréhension de notre système de numération est fondamentale pour l’apprentissage des quatre opérations sur les nombres : calcul posé, calcul mental ou multiplications et divisions par 10, 100, etc. (Tempier, 2013). Une spécificité de l’écriture dans notre système de numération vient du fait que l’enchainement de chiffres occulte le fait que ces chiffres n’ont pas tous la même valeur et surtout qu’il y a un lien décimal entre les valeurs de ces chiffres (Tempier, 2013). Pour s’approprier la NPD, il faut comprendre la notion d’unité à la base, avoir l’idée que dix « peut former un tout, une nouvelle unité, la dizaine » (Tempier, 2013, p. 23). L’apprentissage du principe décimal est un enjeu fondamental pour l’apprentissage de la numération. Par exemple, le nombre 234 peut être considéré à la fois comme 234 unités ou 2 centaines, 3 dizaines et 4 unités ou 23 dizaines et 4 unités. Avoir cette flexibilité d’interprétation est important pour le calcul, mais le dernier type de décomposition est le plus difficile à acquérir (Brissiaud, 2005). Pour que l’élève puisse avoir cette flexibilité, il a besoin de comprendre les cinq principes qui régentent notre système de numération. Dans la partie suivante, nous les expliciterons.

2.2 Les principes du système de numération de position décimale

Notre système de numération est régi par certaines règles qui nous permettent d'écrire et de lire les nombres (Bednarz et Janvier, 1986). Ce sont des principes qui sont cohérents, ils ne suivent pas une hiérarchie et ensemble, forment notre système de numération.

Ce système utilise seulement dix chiffres ou symboles qui nous permettent de représenter tout nombre entier (Ifrah, 1994 cité dans Koudogbo, 2013). Selon Fayol (1985), nommer chaque nombre individuellement (la lexicalisation directe) est très dispendieux et d’une grande surcharge pour la mémoire. Ces dix nombres sont :

Tableau 1
Représentation symbolique de dix chiffres

Chiffres ou symboles	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Lire	Zéro	Un	Deux	Trois	Quatre	Cinq	Six	Sept	Huit	Neuf

Inspiré de Koudogbo, (2013)

Chacun de ces chiffres se réfère à un nombre inférieur à la base (0 à 9), dans le cas de notre système c’est la base dix. Les emplacements où les positions des nombres sont basées sur des puissances de 10, des unités de groupement. Chaque nombre est 10 fois la valeur à sa droite. Dépendamment de la position que chacun de ces chiffres occupe à la gauche de la virgule décimale, sa valeur changera. Ces positions sont exprimées comme suit :

Tableau 2
Valeur selon la position décimale

Unités de mille	Centaines	Dizaines	Unités
1000	100	10	1

Donc, la valeur d'un chiffre n'est pas constante, elle varie selon la position occupée dans le nombre (Koudogbo, 2013). Dans ce sens, le zéro a un rôle essentiel pour conserver la cohérence du système et éviter d'avoir confusion, par exemple la différence entre les nombres 201 et 21 réside dans la présence du zéro entre le 2 et le 1 démontrant ainsi un manque de groupement dans la position des dizaines. Pour finaliser, le principe d'échange permet de faire et de défaire les regroupements des chiffres, ainsi que de réaliser des opérations d'addition et de soustraction en changeant la valeur de chaque position lors des emprunts et des retenues.

En approfondissant l'apprentissage de ces principes à la troisième année du primaire (Progression des apprentissages, 2006), plusieurs études ont soulevé certaines difficultés vécues par les élèves lors de cet apprentissage. La partie suivante traitera cet aspect plus en détail.

2.3 Les difficultés liées à l'apprentissage de la NPD

Plusieurs recherches démontrent les difficultés liées à l'apprentissage de la numération, en général, et de la NPD, en particulier (Bednarz et Janvier, 1984; DeBlois, 2001; Otalora et Orozco, 2006; Barreto, 2012; Tempier, 2013; Koudogbo, 2013, 2017a et b, à paraître). Bien que certains de ces travaux soient datés, au Québec, Bednarz et Janvier continuent à être la référence en ce qui concerne l'apprentissage et l'enseignement de la numération, et Koudogbo et DeBlois, de la NPD. Par exemple, Bednarz et Janvier ont réalisé une étude longitudinale où elles ont pris en charge l'enseignement des mathématiques à un groupe d'enfant de la première année jusqu'à la troisième année. Les résultats de cette étude révèlent les principales difficultés et erreurs liées à l'apprentissage de la numération: difficulté à voir les groupements et leur rôle conventionnel dans l'écriture des nombres; difficulté à voir la pertinence de ces groupements; difficulté à opérer avec ces groupements; difficulté à travailler simultanément avec deux groupements; difficulté à interpréter les procédures de calcul en termes de groupement (Bednarz et Janvier, 1984, p.30).

D'autres études (Otalora et Orozco, 2006; Orozco, 2005) se sont aussi intéressées aux difficultés à propos du transcodage numéral-digital. Selon les résultats de ces recherches, les erreurs des enfants peuvent varier en fonction de leur année scolaire. Orozco (2005) constate que les erreurs commises en première année ne sont pas les mêmes qu'en deuxième année. Les erreurs commises en première année, au moment du transcodage des nombres de trois chiffres ne se répètent pas en deuxième année, néanmoins, en deuxième année, les élèves font des erreurs semblables aux élèves de première année au moment du transcodage des nombres avec quatre chiffres. Par exemple, en première année les élèves peuvent représenter le nombre trois-cent-vingt-cinq de cette façon: 300205 ou 3100205 ou encore 310025. Cependant, les élèves de deuxième année transcriraient ce nombre sans erreurs, comme ce nombre fait partie de leur domaine numérique (Koudogbo, 2013), étant enseigné à ce niveau scolaire et donc connu et appris par les élèves. Mais, en deuxième année les élèves peuvent représenter le nombre deux-mille et cinquante et six de cette manière : 200056 ou 20056. Ces erreurs portant sur les connaissances factuelles (mot-nombre exact à reproduire) et procédurales (règles d'écriture des nombres selon la chaîne numérique) (Koudogbo, 2013; Giroux et Lemoyne, 1993) qui sont fréquentes au premier cycle du primaire, voire au deuxième, lorsque les nombres à transcoder ne font pas partie de leur domaine numérique enseigné (Koudogbo, 2013).

La connaissance de la position de chaque chiffre dans un nombre facilite la réalisation des opérations arithmétiques (Deblois, 2011), mais également la lecture et l'écriture des nombres (Koudogbo, 2013). Par conséquent, il semble fondamental de susciter des discussions sur les procédures des élèves pour mieux cerner leur raisonnement et comprendre leurs erreurs. Deblois, 2011 cite les travaux de Robert Madell (1986) lorsque celui-ci a fait un inventaire des procédures des élèves âgés de huit ans lors de la réalisation des opérations d'addition et de soustraction avec deux chiffres. Il a observé plusieurs procédures et, il a constaté que certains élèves additionnaient et/ou soustrayait les dizaines avant les unités où ils comptaient à rebours par bonds de dix ou d'un. Également, il a observé que les élèves n'opèrent pas toujours par colonnes, mais qu'« ils opèrent de gauche à droite pour éviter les nombres supérieurs à dix dans les retenues ou les emprunts » (Deblois, 2011, p. 76). Selon Koudogbo (2013), la réalisation des opérations avec la retenue (faire des groupements), l'emprunt (défaire des groupements) et l'absence de groupement (le zéro) causent plusieurs difficultés chez les élèves. Connaitre les difficultés des élèves nous permet d'ajuster l'enseignement de la NPD pour les aider à bien manipuler les nombres et comprendre leurs relations.

Pour finaliser notre problématique, dans la prochaine partie nous soulevons le problème de cette recherche ainsi que la question qui nous guidera dans ce travail.

3. PROBLÈME DE RECHERCHE

Les études plus anciennes comme celles de Bednarz et Janvier (1984) ont constaté plusieurs difficultés vécues par les élèves lors de l'apprentissage de la NPD. À cette époque, le programme éducatif québécois était axé sur les objectifs. Aujourd'hui, depuis 2001 nous avons un programme différent centré sur les compétences et qui prétend être plus dynamique et interdisciplinaire. Malgré cela, plusieurs études (Tempier, 2013; Koudogbo, 2013, 2017; Koudogbo et al., 2017; Deblois, 2011) ont montré que les enfants continuent à éprouver des difficultés en lien direct avec ce sujet mathématique.

Cela nous fait penser que plusieurs des difficultés des élèves peuvent être le résultat d'une compréhension partielle ou d'une incompréhension des principes de notre système de numération. De plus, le surinvestissement de l'enseignement d'un seul principe de la NPD, celui de la valeur positionnelle décimale des chiffres dans un nombre au détriment des quatre autres (Koudogbo, 2013, 2017; Tempier, 2013) peut provoquer un apprentissage incomplet concernant le fonctionnement de notre système de numération et les opérations.

Le principe de la NPD privilégié par l'enseignement dans les écoles, tant au Québec (Bednarz et Janvier, 1984; Deblois, 2011; Koudogbo, 2013, 2017) comme ailleurs (Tempier, 2013; Barreto, 2011; Otálora et Orozco, 2006) est celui de la valeur positionnelle du chiffre dans le nombre, laissant les autres principes à l'écart. Cela soulève notre intérêt sur ces autres principes peu étudiés, car nous constatons empiriquement que plusieurs élèves ont des difficultés avec le sens du zéro et le principe d'échange.

Plusieurs études (Deblois, 2011; Koudogbo, 2013; Merritt et Brannon, 2012; Russell et Chernoff, 2011) appuient notre constat empirique en relation aux apprentissages de ces deux principes. Ainsi, en se basant sur le portrait présenté, ma question générale de recherche est la suivante : quelles sont les connaissances des élèves du primaire concernant les principes du zéro et d'échange de la NPD ? Dans le prochain chapitre, nous allons nous approfondir sur certains concepts liés à l'apprentissage de la NPD.

DEUXIÈME CHAPITRE. CADRE CONCEPTUEL ET OBJECTIFS DE LA RECHERCHE

Pour mener notre étude, nous sommes persuadés que le cadre conceptuel est le plus adéquat au type de recherche. Par conséquent, la définition de certains concepts et construits est importante pour faire comprendre au lecteur notre compréhension de ces concepts. Notre cadre conceptuel rejoint la définition proposée par Fortin et Gagnon (2016) lorsqu’elles affirment qu’un « cadre conceptuel est une brève explication fondée sur l’agencement logique d’un ensemble de concepts et de sous-concepts liés entre eux et réunis en raison de leur affinité avec le problème de recherche » (p. 109). Dans ce chapitre, nous allons considérer certains concepts qui permettent de mieux comprendre l’apprentissage de la NPD. Ces concepts concernent la distinction entre connaissances et savoirs, les difficultés et erreurs.

1. DISTINCTION ENTRE SAVOIRS ET CONNAISSANCES

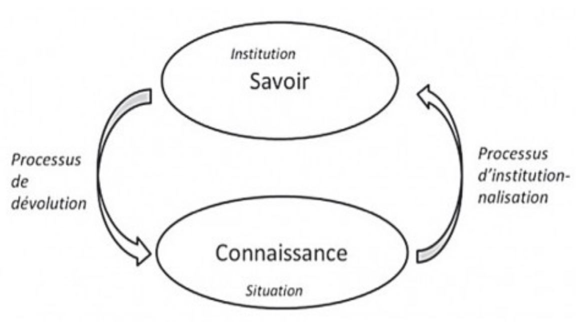
Dans cette étude, nous essayons de comprendre et d’analyser les connaissances des élèves sur les deux principes de la NPD déjà mentionné auparavant. Pour cela, nous croyons nécessaire définir ce que nous comprenons être savoir et connaissance, ainsi que leurs différences pour mieux pouvoir interpréter la production des élèves.

La relation entre savoir et connaissance sous un regard pédagogique est : l’enseignant enseigne et l'élève apprend. Dans une autre vision, la didactique porte un regard sur ce que l’enseignant enseigne et ce que l'élève apprend (Laparra et Margolinas, 2010). Dans ce sens, nous nous identifions avec la vision de la didactique et la définition de ces deux concepts sera déroulé selon cette ligne de pensée.

Brousseau (1978) propose dans la théorie des situations didactiques une distinction entre savoir et connaissance. Cela permet de mieux comprendre ce que sont les mathématiques (Margolinas, 2014) et de permettre l'élaboration de « situations qui favorisent le développement des connaissances mathématiques et leur conversion en savoirs mathématiques » (Koudogbo, 2013, p. 112). Dans cette perspective, les connaissances s'acquièrent surtout en contexte scolaire (Koudogbo, 2013) ; elles sont l'« objet d'action du sujet » (Koudogbo, 2013, p. 112). Selon Brousseau (1978, p. 2), « les connaissances n'existent et n'ont de sens chez un sujet que parce qu'elles représentent une solution optimale dans un système de contraintes ». Ce sont les moyens qui ont les élèves de prendre des décisions ou de choisir une action (Koudogbo, 2013) lors qu'il investit une situation.

Quant au savoir, il est une « connaissance institutionnalisée » (Brousseau 1997, p.10 dans Koudogbo, 2013, p. 112), c'est-à-dire, le savoir vit dans l'institution, c'est un processus d'enseignement, « il faut déterminer l'institution qui le produit et le légitime, ce qui conduit parfois à considérer plusieurs institutions et leurs éventuels conflits » (Margolinas, 2014, p. 15). Dans ce sens, une connaissance vit dans une situation (le travail de l'élève) et le savoir vit dans une institution (produit culturel) (Magolinas, 2014).

Figure 1. Savoir et connaissance (Margolinas, 2014, p. 15)



En somme, selon Laparra et Margolinas (2010) :

> Les savoirs sont accumulés par la culture, mais ils sont issus de connaissances, de rencontres avec des situations. Si les savoirs ne sont « que du texte » et qu'ils ne se constituent pas en connaissances en situation alors ils sont inutiles, comme peut l'être un texte ânonné dont la fonction s'est perdue. Ainsi la transmission des savoirs implique l'acquisition de connaissances et donc l'investissement de situations qui permettent leur rencontre (c'est le processus de dévolution) (p. 146).

Dans un autre sens, pour Conne (1992), « la situation est inductrice de connaissance […] et la connaissance permet d'agir sur la situation » (p, 234). Ce qui veut dire que les connaissances sont déployées en une situation. Lorsque l'élève reconnaît l'utilité de ces connaissances, elles sont identifiées comme un savoir, c'est-à-dire « une connaissance utile » (Conne, 1992, p. 235). Ainsi les connaissances utiles (ou savoirs) permettent à l'élève d'agir sur une situation et de la contrôler. Lorsque l'élève ne réussit pas à avoir le contrôle de la situation, les connaissances mobilisées sont reconnues comme étant inefficaces, en d’autres termes, « non utiles » (Koudogbo, 2013, p. 113). Elles engendrent ainsi des difficultés et l'échec. Cependant, Conne soulève que la même connaissance qui est inutile dans une situation donnée peut être utile dans d’autres.

Koudogbo (2013) ressort deux avantages de la distinction entre savoir et connaissance proposée par Conne par rapport à celle de Brousseau. Selon elle, la vision de Conne permet une meilleure interprétation des actions des élèves en situations car il est possible de distinguer les connaissances que ces derniers utilisent pour contrôler ou non la situation. Une autre avantage est qu’« elle permet de bonifier l'analyse des situations d'enseignement » car il est possible pour l’enseignant d’observer les connaissances utiles investies dans la situation par les élèves.

Il importe maintenant de considérer dans la prochaine partie, la distinction entre erreur et difficulté chez l'élève car, lors de l’analyse des activités proposées dans le cadre de cet essai, nous allons pouvoir mieux les catégoriser.

2. DIFFÉRENCE ENTRE LES ERREURS ET LES DIFFICULTÉS

D’emblée, notre conception de l’erreur se joint à la vision constructiviste qui voit l’erreur comme étant une connaissance partielle, en construction et non comme un échec (Proulx et Savard, 2016). Dans ce sens, l’erreur n’a pas un statut négatif, mais il est perçu comme un indicateur des opérations et tâches intellectuelles des élèves, une aide pour analyser quels sont les obstacles auxquels se confronte leur pensée (Astolfi, 1997). Ainsi, les erreurs ne résultent pas du hasard ; mais plutôt des relations construites en situation par l'élève. De plus, aucun savoir ne se construit sans des erreurs (Brousseau, 2009). Une erreur est, selon Brousseau (2009, p. 4), « une déclaration ‘‘contradictoire’’ avec un certain contexte accepté au préalable. Le contexte est celui d'une culture ou plus généralement celui d'une action en cours ».

En ce qui concerne les difficultés, Brousseau (2011) commente qu'« qu'une difficulté est une caractéristique d'un système précis : telle situation proposée dans telles conditions à des actants qui disposent de tel 'répertoire' de conceptions, de techniques présente plus de difficultés que telle autre proposée dans telles autres conditions à des actants qui disposent de tel autre répertoire » (p. 1). Dit autrement, les difficultés relèvent des situations et des connaissances des élèves.

Nous considérons sous la prochaine rubrique le transcodage des nombres, considérant les relations qu'entretient le nombre avec la NPD.

3. LA TRANSCODAGE DE NOMBRES

Pour construire le concept de NPD, l'élève doit maîtriser le concept du nombre. Pour cela, le comptage est une des premières connaissances numériques acquises par les enfants (Giroux et Lemoyne, 1993). D'après Baroody (1991), le comptage permet de maîtriser la suite des nombres, et d'en comprendre le caractère infini.

D'après Deloche et Seron (1987), il y a trois différents codes de représentation du nombre. Le premier fondé sur le langage oral grâce auquel le nombre peut être codé phonologiquement et morphologiquement. Le deuxième concerne la forme écrite basée sur l'utilisation du système de numération positionnel décimal (exemple, 2019) ou le système alphabétique (deux mille dix-neuf). Et finalement, le transcodage du nombre qui concerne le processus du passage d'un code à l'autre. Notons que les enfants acquièrent des connaissances sur la numération écrite à partir des connaissances de la numération orale. Pour pouvoir écrire des nombres, les enfants utilisent cette connaissance et l'articulent avec des symboles qu'ils connaissent dans l'ordre indiqué par la numération parlée (Moreno, 2006).

En écrivant des nombres, les élèves rencontrent parfois des difficultés de transcodage. Par exemple, pour transcoder 17, les enfants représentent «107 », c'est-à-dire 10 et 7. Pour écrire, 1080, certains enfants utilisent la représentation suivante «1000420 ». Cela arrive, car l'enfant se base sur l'hypothèse que la numération écrite corresponde à la numérotation orale. Il finit par produire des écritures numériques non conventionnelles, comme la numération parlée n'est pas positionnelle. L'écriture du nombre mille trois cent soixante-trois est : « 1363 » ; donc si la numération parlée correspond à la numération écrite, alors nous devrions dire « un, trois, six, trois » (Freitas, Butcke et Carvalho, 2013).

La représentation écrite conventionnelle de nombres est un apprentissage important et aussi laborieux pour les enfants (Giroux et Lemoyne, 1993). Selon ces mêmes auteures, les codes digitaux (l'écriture du nombre) et les codes numéraux (lecture du nombre) des nombres sont « considérés comme des outils symboliques pouvant contribuer à la conceptualisation de l'organisation de la suite numérique et de la signification des éléments de cette suite » (p. 512).

Un autre point fondamental est que les propriétés de la numération écrite sont impliquées dans les opérations. Par exemple, dans le nombre 3460, nous avons 3 x 1000 + 4 x 100 + 6 x 10. Donc, la structure même du nombre implique à la fois la multiplication et l'addition. Cependant, ces propriétés sont un obstacle à la compréhension du système de numération, puisqu'un changement dans l'énoncé des mots produit également un changement dans l'opération arithmétique impliquée, par exemple : sept mille est 7 x 1000, déjà mille sept est 1000 + 7 (Giroux et Lemoyne, 1993).

Il est donc nécessaire d'avoir des règles pour assurer le passage du code verbal au code digital, car « il n'y a pas de correspondance entre un mot-nombre et l'écriture chiffrée du nombre » (Koudogbo, 2013, p.82). Il est important que l'élève ait des connaissances factuelles (connaissance du nom de mots nombres) et des connaissances procédurales (connaissances de règles de la suite numérique) pour éviter des problèmes de transcodage.

Seron, Deloche et Noël (1991) ont distingué deux principaux types d'erreurs commis par les élèves : les erreurs lexicales et les erreurs syntaxiques. Les erreurs lexicales ne modifient pas radicalement le nombre. Par exemple, cent trente s'écrit 103. Dans ce cas, le nombre conserve sa grandeur en termes de nombres de chiffres (Koudogbo, 2013). En ce qui concerne les erreurs syntaxiques, le nombre est complètement modifié. Ainsi cinq mille s'écrit 51000. À part ces deux erreurs, Seron, Deloche et Noël (1991) ont observé d'autres types d'erreurs commises au moment du transcodage :

Tableau 3

Typologie d’erreurs de transcodage

Type d’erreur	Nombre à écrire	Nombre écrit
Orientation	81	18
Omission	92	12
Segmentation	73	6013
Répétition	85	825

Tableau inspiré de Koudogbo (2013)

Dans la prochaine section, nous développons la numération de position décimale en mettant en exergue les règles de ce système de numération que les élèves doivent savoir pour éviter ces types d’erreurs au moment d'écrire un nombre, voire lors de l’effectuation des opérations sur les nombres.

4. LA NUMÉRATION DE POSITION DÉCIMALE

Le système de numération actuel possède cinq principes qui le composent : il y a dix symboles (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9) qui selon Otálora et Orozco, (2006) « sont appelés lexiques primitifs, car ils s’agencent entre eux pour former une infinité de nombres possibles » (p. 2, traduction libre); les groupements sont faits de dix par dix : base dix; il est positionnel, c’est-à-dire les mêmes neuf symboles représentent différentes valeurs selon la position occupée dans le nombre – valeur de position décimale (VPD); il utilise le zéro pour indiquer l’absence de groupement; et il suit le principe d’échange qui nous permet de faire et de défaire des groupements (emprunts et retenues) (Koudogbo, 2013).

La NPD a aussi quelques caractéristiques : elle est multiplicative, cela veut dire que la valeur attribuée à un chiffre dans un nombre a une relation multiplicative, car dans un nombre chaque chiffre représente un nombre qui est multiple d'une potence de base dix (Da Costa et Pavanello, 2015, Koudogbo, 2013). Également, il est additif, car la valeur numérique est obtenue par l'addition des valeurs positionnelles qu'occupent les chiffres dans le nombre (Barreto, 2011; Koudogbo, 2013b, Otálora et Orozco, 2006). Par exemple, la représentation du nombre 324 :

Tableau 4

Caractéristiques de la NPD

Nombre	324		
Puissance de 10 selon la position	3	2	4
Valeur de position – caractéristique multiplicative	10^2	10^1	10^0
Valeur du chiffre selon sa position	3x100	2x10	4x1
Composition additive des produits	300	20	4

Inspiré de Koudogbo, (2013).

Le système de position décimal est un apprentissage incontournable au primaire, « puisqu'il constitue la base de l'arithmétique » (Koudogbo, 2013, 2017). Plusieurs études ont démontré que dès le préscolaire les élèves construisent la conservation des unités lorsqu'ils reconnaissent le dernier mot-nombre récité lors d'un dénombrement – le principe de cardinalité. Selon Deblois (2011), pouvoir reconnaitre que les unités se conservent dans les dizaines, les dizaines dans les centaines, etc. va permettre aux élèves de comprendre la relation entre les nombres au moment de la réalisation des opérations arithmétiques.

Dans cet essai, nous nous concentrons sur les connaissances des élèves de troisième année en relation à la NPD, plus précisément sur le sens du zéro et le principe d'échange. Dans les deux prochaines parties, nous nous retenons sur ces deux principes.

4.1 Le zéro

Le zéro a été un nombre difficile à concevoir pour certaines civilisations (Kaplan, 1999). Les Babyloniens étant les premiers à employer un symbole pour représenter l’absence d'unités vers les années 200-300 av. J.-C. (Kaplan, 1999). Plus tard en Inde, selon Gundlach (1992), les hindous utilisaient un mot pour l'absence de quantité, de vide appelé sanya ou sunya. Et il s'est transformé vers l'arabe comme sifr, vers le latin comme zephyrum ou zephirum, autour du XIII^{e} siècle d. C., en préservant le son, mais pas son sens. Avec cela, il y a eu des changements ultérieurs, tels que zeuero, zepiro et cifre, qui se sont transformés aux mots zéro et chiffre. Les hindous ont eu une avancée conceptuelle majeure qui est devenue un grand événement mathématique de tous les siècles, ce qui signifie qu'ils ont commencé à reconnaître le zéro comme un nombre, permettant ainsi des analyses pour l'algèbre (Berlingooff et Gouvêa, 2008 cité par Araújo, 2010).

Le zéro a une fonction très importante dans notre système de numération, il est un chiffre presque comme les autres, qui s'additionne, se multiplie et se soustrait. Sa présence dans un nombre permet de garder la cohérence de ce nombre et de souligner l’absence de groupement, cela peut éviter de mauvaises interprétations (Koudogbo, 2013). « Par exemple, dans le nombre 201, la position des dizaines est représentée par le chiffre 0. Le ‘ 0 ’ signifie l'absence de groupement à cette position ; sans le 0 le nombre pourrait être confondu avec 21 » (Koudogbo, 2013, p. 73). Donc, il est très important de cerner la signification du zéro dans l'écriture d'un nombre pour éviter des erreurs.

Mais, quelle est la nature du zéro? Plusieurs étudiants et enseignants répondront que cela ne signifie « rien » (Wheeler, 1987; Leeb-Lundberg, 1977; Wilcox, 2008; Crespo et Nicol, 2006; Wheeler et Feghali, 1983 cité dans Russell et Chernoff (2011). Plusieurs élèves confondent la lettre « O » avec le zéro, ils croient que le zéro n'est pas un nombre, ou qu'il est seulement une partie d'un nombre (Russell et Chernoff, 2011).

Dans l'étude de Russell et Chernoff (2011), ils examinent l'enseignement et les conceptions sur le zéro de deux enseignantes primaires. Les résultats ont démontré que les deux enseignantes avaient de mauvaises compréhensions sur le zéro.

Malgré l'importance de cette connaissance, il y a peu d'étude sur la compréhension du zéro chez l'enfant, et ce savoir est incontournable. Plusieurs enfants présentent des difficultés à effectuer des opérations arithmétiques avec la présence du zéro (Nantais, 1991), aussi, il y a plusieurs malentendus dans l'apprentissage. Par exemple, le zéro n'est pas un chiffre ou le zéro ne signifie rien (Wheeler et Feghali, 1983). Ces malentendus peuvent amener les élèves à avoir des difficultés en mathématiques. Selon l'étude de Wheeler et Feghali (1983), plusieurs enseignants ont aussi une mauvaise conception du chiffre zéro et cela se reflète dans la qualité de leur enseignement.

Ainsi que le concept de zéro, le principe d'échange cause plusieurs difficultés aux enfants lors de l'opération arithmétique, nous l'approfondirons dans la prochaine session.

4.2 Le principe d'échange

Lors de la réalisation des opérations arithmétiques, les élèves doivent pouvoir manipuler les chiffres dans le nombre et suivre les principes de la NPD, soit respecter la position des chiffres en relation à sa valeur décimale lors de l'écriture d’une opération arithmétique, par exemple d’une addition. Placer le zéro, si c’est le cas, pour assurer la cohérence interne du nombre, transcrire correctement les chiffres compris entre 0-9. Par exemple, lors de l’addition des nombres : 495+305, l'élève ne peut pas écrire : 49015+3005. Cette erreur changera complètement la valeur des nombres, occasionnant une erreur de calcul.

Le principe d'échange joue un rôle fondamental lors des opérations arithmétiques, car l'élève doit pouvoir gérer les retenues et les emprunts, surtout si le zéro est présent dans le nombre. Par exemple, dans l'opération 450+75, l'élève doit savoir placer les chiffres à la bonne place, soit le cinq en dessous du zéro et le sept en dessous du cinq.

$$\begin{array}{r} 4\,5\,0 \\ \underline{+\quad 7\,5} \end{array}$$

De plus, il doit savoir que lorsqu’on additionne un chiffre au chiffre zéro, on obtient le même nombre, dans ce cas le cinq. Lors de l’addition de cinq et sept, nous obtenons douze comme résultat, mais il n’est pas possible de placer le chiffre douze entier, nous devons respecter la valeur positionnelle de chaque chiffre. Donc, il faudra placer le chiffre un de douze avec le quatre.

L'élève doit procéder de la même façon lors de la soustraction, sauf qu'au lieu d'envoyer le un (1) de douze au chiffre suivant, l'élève doit emprunter une dizaine du cinq s'il fait la soustraction de 450 - 75, par exemple, car il doit savoir que nous ne pouvons pas enlever cinq de zéro.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 4\,5\,0 \\ -\ \underline{\ \ \ 7\,5} \end{array}$$

Les procédés de l'arithmétique ne sont pas simples pour l'enfant. Si l'élève ne comprend pas tous les principes de la NPD, cela peut provoquer plusieurs malentendus et erreurs de calcul (Koudogbo, 2013). Plusieurs études (Van Lehn, 1983, Robert Madell, 1986; Nantais, 1991; De Kee, 1997, Deblois, 2011, Koudogbo, 2013) soulèvent une variété d'erreurs commises par les élèves au moment d'opérer sur les emprunts et les retenues. Cela inclut les difficultés et compréhensions du sens du zéro. Voici dans le tableau qui suit certaines erreurs commises par les élèves :

$\begin{array}{r} 7\,4\,8 \\ \underline{+\ \ 5\,9} \\ 7\,9\,17 \end{array}$	Les erreurs de juxtaposition (Madell, 1986), dans ce type d'erreur l'élève ne respecte pas la valeur positionnelle des chiffres, donc il va placer deux chiffres pour la même position.

1 7 4 8 + 5 9 1 3 3 8	La difficulté avec les espaces vides, placer l'algorithme de la gauche vers la droite (Madell, 1986).
1 7 4 8 + 5 9 7 9 7	Une autre erreur qui amène l'élève à une erreur de calcul est l'oubli de comptabiliser la retenue (Madell, 1986).
4 5 6 + 8 9	La transcription de l'écriture couchée à l'écriture debout peut poser des problèmes (De Kee, 1997). Ce qui amène l'élève à poser erronément l'algorithme.
5 9 + 7 2 1	L'élève additionne tous les chiffres comme s'ils occupaient la même position de numération. Il ne conçoit pas le nombre globalement – 59 ≠ 5+9 (De Kee, 1997).
5 9 + 7 5 6	N'utilisa pas de retenue. N'associe pas de sens à la retenue et à son application (procédure moins évoluée) (De Kee, 1997).
5 9 +7 0 1 2 0	Un nombre ajouté à 0 donne 0. Le sens du zéro n'a pas été acquis; il n'est pas perçu comme élément neutre, mais comme élément absorbant (De Kee, 1997).
5 4 5 4 + 3 + 1 3 5 7 6 7	Met une retenue pour combler le vide. L'élève vient peut-être d'apprendre la notion de retenue et croit devoir l'appliquer partout (De Kee, 1997).

1 5 9 + 7 1 3 6 Additionne les unités (9+7=16), écrit 6, retient 1, 5+7+1=13	La numération positionnelle et l'application de la retenue n'ont pas été assimilées. Il y a confusion entre les additions et les multiplications (De Kee, 1997).
6 0 8 1 + 3 2 + 1 6	Zéro ajouté à un nombre donne zéro, un ajouté à un nombre donne ce nombre. Il y a confusion entre l'élément neutre dans l'addition et dans la multiplication (Nantais, 1991).
5 2 4 - 4 2 8 1 4 4	Erreur d'inversion : soustraire le plus petit chiffre du plus grand chiffre au lieu d'emprunter (Koudogbo, 2013).
2 0 7 - 1 6 9 1 0 0	Zéro comme résultat au lieu d'emprunter (Van Lehn, 1983 cité par Fayol, 1990).
2 0 7 - 1 6 9 4 2	Enlever le plus petit du plus grand plutôt que d'emprunter à zéro (Van Lehn, 1983 cité par Fayol, 1990).
2 0 7 - 1 6 9 4 0	Mettre zéro plutôt que d'emprunter à zéro (Van Lehn, 1983 cité par Fayol, 1990).
2 3 1 4 - 1 7 8 6 6	Omission de retrancher le chiffre qui a emprunté une dizaine, dans ce cas le trois (trois dizaines) conduisant à des erreurs dans le calcul (13-7 = 6, au lieu de 12-7 = 5) (Koudogbo, 2013).

Selon Koudogbo (2013), les différentes erreurs révèlent une absence de contrôle sur les emprunts. Également, une absence de connaissance sur le principe de position décimal et du zéro.

Les erreurs présentées dans ce tableau sont fréquentes, nous les observons dans notre pratique en tant qu'enseignante, mais peu d'études actuelles portent sur l'apprentissage des principes de la NPD et les stratégies employées par les élèves au moment des opérations arithmétiques. Pour mieux comprendre les erreurs et les difficultés, ainsi que les stratégies employées par les élèves, nous établissons les objectifs de cette recherche.

5. OBJECTIFS DE RECHERCHE

L'objectif général de recherche est le suivant:

Documenter les erreurs et stratégies employées par les élèves du primaire afin de dégager et d'interpréter leurs connaissances quant aux principes du zéro et d'échange de la NPD.

Objectifs spécifiques :

- Identifier les erreurs commises et les stratégies employées par les élèves lors la résolution des activités d'opérations d'addition et de soustraction en relation au sens du zéro et le principe d'échange.

- Caractériser les connaissances et les difficultés des élèves dans des tâches liées aux principes du zéro et d'échange de la NPD.

TROISIÈME CHAPITRE. INDICATIONS MÉTHODOLOGIQUES

Dans cette partie, nous allons expliciter en détail la façon dont nous allons procéder pour collecter et analyser les données de cette étude.

1. DESCRIPTION DU DEVIS DE RECHERCHE ET DU TYPE D'ESSAI

L'objectif général de cette étude est celui de documenter les stratégies employées par les élèves du primaire afin de dégager et d'analyser leurs connaissances quant aux principes du zéro et d'échange de la NPD. Pour y arriver, deux objectifs spécifiques ont été formulés : 1) caractériser les connaissances des élèves dans des tâches liées aux principes du zéro et d'échange de la NPD ; et 2) analyser les stratégies employées par les élèves lors des opérations d'addition et de soustraction en relation aux principes du zéro et d'échange. Ainsi, les objectifs formulés correspondent à une méthode de recherche de type qualitative (Fortin et Gagnon, 2016). De nature interprétative, la recherche vise à comprendre la dynamique du phénomène à étudier (Karsenti et Savoie-Zajc, 2004, p. 115). Elle est également constructiviste, car nous croyons qu'il y a plusieurs réalités et que chacun construit sa propre vision du monde (Privitera et Ahlgrim-Delzell, 2019).

Selon le document de directives et informations relatives au projet et à l'essai (2016), cette recherche correspond à un mini-mémoire : elle présente la même forme qu'un mémoire réalisé dans une maitrise de type recherche, mais se distingue par l'ampleur de son projet.

2. OPÉRATIONNALISATION DE LA RECHERCHE

2.1 L'échantillon

L'échantillon est non probabiliste, car la population est choisie arbitrairement (Fortin et Gagnon, 2016). Il est raisonné (Dufour et Larivière, 2012), car l'étude vise à mieux documenter l'objet d'étude et à répondre aux objectifs de recherche; en plus d'être volontaire (Dufour et Larivière, 2012), car les participants choisissent de participer sur une base volontaire.

2.1.1 Sélection du niveau scolaire

Pour cette recherche, nous avons retenu la première année du 2e cycle du primaire, soit la 3e année, ce qui correspond à des élèves âgés entre 8-9 ans. Ce niveau scolaire a été choisi à la suite de l'examen de la prise en compte de la NPD dans le Programme de Formation de l'École Québécoise (2001). En effet, nous constatons que pendant les deux premiers cycles du primaire les élèves étudient le système de numération, ce qui constitue la base de l'arithmétique (Koudogbo, 2013). Mais, c'est au 2e cycle du primaire que, sous la rubrique *Arithmétique : sens et écriture des nombres*, les élèves commencent à réaliser l'étude des grands nombres, avec les opérations sur ces nombres. C'est alors que ces élèves ont besoin dans les calculs d'appliquer leurs connaissances dans des situations où sont convoqués les principes d'échange et du zéro (0).

Aussi, nous avons examiné la place de la NPD, dans le cadre d'une recherche subventionnée (FRQSC 2017-2021) menée par la directrice de cet essai, la professeure Jeanne Koudogbo, certaines collections didactiques mathématiques (Tam-Tam, Adagio, Clicmaths et Défi mathématique) utilisées dans plusieurs écoles au Québec. Les premières analyses des résultats concernant les contenus en lien avec ce concept révèlent que les deux principes retenus dans cet essai, soit le principe d'échange et le sens du zéro, sont plus travaillés en 3e année du primaire. Ainsi, le choix de la 3e année primaire est justifié; en plus d'être appuyé par les difficultés que posent l'enseignement et l'apprentissage de ces deux principes à ce niveau scolaire.

Pour des raisons pratiques (proximité géographique, connaissance de l'école ainsi que des enseignantes) nous avons choisi deux classes de 3e année (3A et 3B) ayant 22 élèves chacune. Premièrement, nous avons précisé aux enseignantes et à la direction de l'école notre intention de recherche ainsi que nos objectifs. Après l'approbation de la direction d'école et l'acceptation des enseignantes, nous avons rencontré les élèves des deux classes identifiées pour leur parler de notre projet. Ensuite, nous leur avons distribué le formulaire de consentement pour une prise de décision éclairée des parents ou tuteurs des élèves (voir annexe 1) à propos de l'approbation de la participation de l'élève concerné.

Au terme de ce processus, 13 élèves ont rapporté leurs formulaires de consentement signés, dont deux ont été refusés. Plusieurs élèves ont commenté que la recherche ne les intéressait pas, d'autres ont mentionné qu'ils avaient peur de faire les activités, certains ont dit être gênés de participer en raison de l'enregistrement. Au total, 11 élèves provenant de 2 classes différentes ont participé à cette recherche. Ce groupe d'élèves, selon les enseignants, remplissait le critère « d'hétérogénéité didactique (élèves forts, moyens et faibles) » (Koudogbo, 2013, p. 123).

2.2 Méthodes de collecte des données

La collecte de données a eu lieu au cours de l'année scolaire 2018-2019. La collecte de données a été réalisée par une activité papier-crayon (annexe 2).

Cette méthode de collecte de données vise à caractériser les connaissances et les stratégies employées par les élèves en ce qui concerne le principe d'échange et le sens du zéro, ainsi que sur les autres principes de la NPD.

Les activités proposées dans le cadre de cette recherche touchent à différentes catégories du savoir essentiel en jeu. La première catégorie traite des opérations, deux exercices sont présentés en forme de problèmes additifs (Vergnaud, 1981), et trois autres en forme de calculs. La résolution de problèmes nous permettra d'observer si l'élève parvient à comprendre le sens du problème et s'il est capable de poser la bonne opération et effectuer adéquatement le calcul. Les calculs nous permettront de vérifier les connaissances des élèves quant aux deux principes soulevés par cette étude ainsi que sur la valeur positionnelle. Les élèves devront poser des opérations qui leur sont présentées à l'horizontale pour les résoudre. La deuxième catégorie traite de l'écriture du nombre. Nous avons dicté dix nombres aux élèves afin qu'ils puissent les transcrire. Ceci nous démontrera les connaissances des élèves en ce qui concerne les principes d'écriture de la NPD. Ces activités ont eu une durée de passation de 40 minutes, et elles ont été administrées par la chercheuse de cette étude.

2.3 Méthodes de traitement et d'analyse des données

Le procédé concerne le traitement des données issues du test écrit administré aux 11 élèves. La quantité de données à traiter est considérable (N=308). Rappelons que chacun des 11 élèves a réalisé six activités, dont deux de ces activités contiennent chacune 6 opérations d'addition et 6 opérations de soustraction, une autre activité contient 4 exercices, et la dictée de nombres contient dix éléments. Ce qui fait un total de 308 éléments à considérer. Pour documenter et caractériser les connaissances des élèves, nous avons créé une grille pour les activités d'addition, et une autre pour les activités de soustraction. Cette grille nous permettra de déterminer l'erreur commise par les élèves.

Grille d'erreurs commises par les élèves - addition

Addition	**Élèves**										
Type d'erreur	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	**E5**	**E6**	**E7**	**E8**	**E9**	**E10**	**E11**
Calcul relationnel											
Calcul numérique											
Juxtaposition											
Aliénation de la gauche à la droite (NPD)											
Espaces vides											
Transcription de l'algorithme											
Oubli de compter la retenue											
Ne fait pas la retenue											
Erreur d'échange liée au zéro											
Sens du zéro											
Emprunte du chiffre le plus grand – erreur d'inversion											
Utilise la retenue dans l'opération											
Total :											

Grille d'erreurs commises par les élèves - soustraction

Soustraction	**Élèves**										
Type d'erreur	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	**E5**	**E6**	**E7**	**E8**	**E9**	**E10**	**E11**
Calcul relationnel											
Calcul numérique											

Fait l'emprunt du plus grand chiffre											
Sens du zéro											
Aliénation de la gauche à la droite (NPD)											
Soustraction du plus grand nombre											
Soustraction du plus grand chiffre pour éviter l'emprunt du zéro											
Oubli de biffer le nombre emprunté											
Pose la mauvaise opération											
Total :											

Pour la construction de ces deux grilles nous nous sommes basés sur les travaux de Van Lehn (1983); Madell (1986); Nantais (1991); De Kee (1997) et Koudogbo (2013).

QUATRIÈME CHAPITRE. ANALYSE DES ACTIVITÉS PROPOSÉES

Dans ce chapitre, nous procéderons à l'analyse des activités proposées aux élèves en lien avec les savoirs sous-jacents à chaque tache. Nous soulignons que pour résoudre les activités, les connaissances employées par les élèves pourront les amener à la réussite comme à l'échec, et leurs stratégies sont le résultat de leurs connaissances.

Tenant compte des objectifs de cette recherche qui visent à documenter les connaissances des élèves à propos du principe d'échange et du sens du zéro, il nous semble pertinent et nécessaire de proposer des activités pour répondre à cet objectif. Les connaissances convoquées dans les activités proposées concernent les éléments dégagés dans le cadre théorique et dans la problématique de l'étude.

1. ACTIVITÉ 1: RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ADDITIFS

Une des entrées pour la collecte de données est la résolution de problèmes. Selon le PFEQ (2001), la résolution de problème « s'avère un outil intellectuel puissant au service du raisonnement et de l'intuition créatrice » (p. 126). Plusieurs études ont montré que la représentation construite lors de la lecture du problème est fortement contrainte par les connaissances du sujet associées à la situation décrite dans l'énoncé (Richard et Sander, 2000 cité par Gamo, Nogry et Sander, 2014). Un problème mathématique est constitué d'un ensemble d'informations qui peut être présenté par un texte, un tableau, un graphique. Ces informations font l’objet d’un questionnement qui est souvent explicite, générant ainsi la nécessite d’une recherche ou du traitement des informations pour tracer le chemin du raisonnement et parvenir à une solution. Pour aboutir à la solution, l'élève a besoin d’utiliser les notions mathématiques qu’il connait.

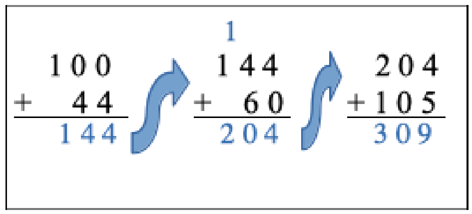
Dans ce sens, notre but en présentant la résolution de problème est celui de vérifier les connaissances des élèves sur les deux principes de la NPD choisis pour cette étude, dans différents contextes. Nous voulons voir si le contexte interfère dans l’application de leurs connaissances. Car selon Bautier et Goigoux (2004 cité dans Gamo et *al*., 2014) certains élèves « réduisent souvent leur visée à une réalisation d’une tâche, guidés par la recherche de la réussite immédiate, sans en appréhender la signification » (p. 217). Voici les deux problèmes en question :

1. Chad a cueilli des fraises. Il en donne 100 à Damien, 44 à Sasha, 60 à Camilia. Il lui reste 105. Combien de fraises Chad a-t-il cueillies?

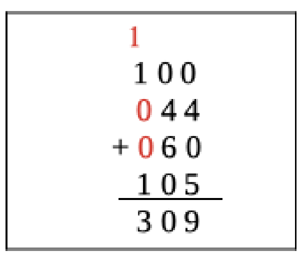
2. Layla a utilisé 104 crayons feutres pour faire son dessin. Son amie, Cynthia, a eu besoin de 48 crayons feutres de moins que Layla. De combien de crayons feutres Cynthia a-t-elle eu besoin?

Les deux problèmes sont de type additif, et ils sont basés sur la typologie des problèmes de Gérard Vergnaud (1981). Dans le premier problème, on retrouve quatre parties et un tout. Il n’y a pas d’état initial ou final et les quatre parties jouent un rôle équivalent : elles ne sont pas ordonnées. Ici, l'élève doit additionner les quatre parties pour pouvoir répondre à la question : combien de fraises Chad a-t-il cueillies?

Pour que l'élève puisse arriver au bon résultat, il peut additionner deux parties dans un premier temps, ensuite ajouter au résultat la troisième partie, et finalement, ajouter à ce dernier résultat la quatrième partie, arrivant ainsi à la réponse.



Une autre stratégie est que l'élève additionne tous les chiffres dans un seul algorithme. L'élève peut (ou non) placer le zéro avant les nombres 44 et 60 pour l'aider à positionner ces nombres selon la valeur positionnelle et pouvoir arriver au bon résultat. Par contre, nous n'avons aucune étude traitant de cette stratégie, mais nous avons observé dans notre pratique que plusieurs enseignants enseignent cela à ses élèves.



Selon le PFEQ (2001), les nombres proposés font partie du domaine numérique de la troisième année du primaire. Ce problème comporte certains défis : 1) comprendre le problème pour poser la bonne opération; 2) poser correctement l'opération en colonne en respectant la valeur positionnelle des chiffres et 3) gérer la retenue du calcul.

Il est possible que certains élèves utilisent le calcul mental, en totalité ou partiellement, pour résoudre l'addition, mais cela exige d'eux une certaine organisation de la pensée pour arriver au bon résultat. Par exemple, si l'élève fait 60 + 40 =100, il ne peut pas oublier de compter le 4 de 44 après.

Dans un autre sens, certains élèves peuvent avoir des difficultés liées au calcul relationnel, c'est-à-dire, les relations que l'élève établit entre les données du problème. Le calcul relationnel renvoie aux « opérations de pensée nécessaires pour effectuer les mises en relations pertinentes et utiliser les procédures adéquates » (Brun, 1990, p. 4 cité par Koudogbo, 2018). Dans ce type d'erreur, les élèves peuvent se faire une mauvaise représentation du problème en cause des mots inducteurs. Par exemple, «il en donne » qui peut l'amener à soustraire et «il lui reste » fait penser à la réponse alors que la question porte sur l'état initial. Également, d'autres élèves peuvent avoir des difficultés liées au calcul numérique, l'élève ne présente pas des difficultés liées au calcul relationnel, mais il éprouve des difficultés en opérant sur les nombres. Conséquemment, il fait des erreurs de calcul.

Quant aux erreurs possibles lors de la résolution du problème, certains élèves peuvent placer erronément les nombres dans l'algorithme.

```
  100
  44
 +60
   105
 ------
 1245
```

Ils peuvent également, oublier de compter la retenue.

$$\begin{array}{r} {\color{red}1} \\ 100 \\ 044 \\ +060 \\ \underline{105} \\ 209 \end{array}$$

Ces deux types d’erreurs correspondent aux difficultés liées au calcul numérique. Celles liées au calcul relationnel pourraient amener l'élève à réaliser une soustraction au lieu d’une addition, car l’utilisation du mot « donne » pourrait les amener à penser à une soustraction.

Le deuxième problème, du type composition d'états, on retrouve deux états distincts, mais pas d'états initial et final, on s'intéresse à ce qui différencie les deux états.

Pour le résoudre et avoir le bon résultat, l'élève a besoin de faire une soustraction.

$$\begin{array}{r} {\color{red}9} \\ 0\ \cancel{1}\ 1 \\ \cancel{1}\cancel{0}4 \\ \underline{-\ 48} \\ 056 \end{array}$$

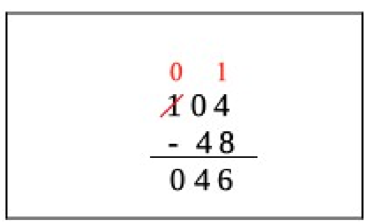
Certains élèves pourront réaliser la soustraction par décomposition du nombre.

$$\begin{array}{r} 100 \\ \underline{-\ 40} \\ 60 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8 \\ \underline{-\ 4} \\ 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 60 \\ \underline{-\ 4} \\ 56 \end{array}$$

Comme pour le problème antérieur, l'élève peux placer le zéro avant le nombre 48 pour l’aider à bien placer le nombre dans l’algorithme et respecter la valeur positionnelle de chaque chiffre. Il est important, dans les deux problèmes que l'apprenant place le zéro avant le nombre et non après celui-ci, sinon les valeurs de ces nombres seront altérées.

044	440
060	600
048	480

Certaines erreurs peuvent apparaître, comme celles liées au calcul relationnel ou au calcul numérique. Dans celles concernant le calcul relationnel, l'élève a besoin de comprendre que l'opération à poser est une soustraction, les mots « de moins », dans ce cas, nous permet de comprendre que nous avons besoin de soustraire. Mais si l'élève ne voit pas cela, il pourrait procéder à une addition il est écrit « Cynthia a eu besoin de 48 crayons feutres ». Quant aux erreurs concernant le calcul numérique, l'élève pourrait avoir des difficultés à gérer les emprunts. Il peut emprunter directement du chiffre 1 et l'affecter au chiffre 4 au lieu de passer par le zéro, car le zéro « ne vaut rien ».



Ou encore, inverser la soustraction car 0 – 4 = 0, l'élève va faire 4 – 0 = 4, le même peut arriver à 4 – 8 =, l'élève peut effectuer 8 – 4 = 4 et éviter de faire l'emprunt.

Les stratégies et erreurs présentées précédemment peuvent arriver ou non chez certains élèves au moment de la résolution de problèmes, mais il est possible que d'autres élèves créent d'autres stratégies de résolution et fassent d'autres erreurs que la chercheuse n'a pas prévues.

2. ACTIVITÉ : DICTÉ DE NOMBRES

Les nombres dictés aux élèves sont les suivants :

a) 1 020	b) 100 010	c) 180	d) 290	e) 1 006
f) 1 404	g) 80	h) 4 405	i) 3 8072	j) 98

En nous référant au PFÉQ (MELS, 2006), la lecture et l'écriture des nombres au 2$^{\text{éme}}$ cycle primaire portent sur des nombres naturels inférieurs à 100 000 (p 136). Donc, nous avons pris cette information en considération lors de la préparation de la dictée.

Les deux systèmes de représentation de quantités sont le système digital (écriture chiffrée) et le système numéral (nom du nombre). Les différences entre ces systèmes font que l'apprentissage de transcodage des nombres dictés oralement à l'écriture en chiffres de ces nombres s'avère un processus pouvant présenter des difficultés à certains élèves (Otálora et Orozco, 2006).

Donc, pour cette recherche les nombres que nous avons proposés présentent certains défis lors du transcodage. La plupart d'entre eux contiennent un ou plusieurs zéros, ce qui nous permettra de vérifier si les élèves respectent les règles de transcription du nombre et de constater leurs connaissances en relation au zéro pour cette tache ainsi que la valeur de chaque position dans le nombre.

Pour l'item « b », le nombre à transcrire (100 010) est supérieur au domaine numérique considéré en 3$^{\text{e}}$ année primaire. Cela nous permet de vérifier si les élèves appliqueront les règles de transcriptions déjà acquises jusqu'à ce moment dans ce contexte-ci.

3. ACTIVITÉ 3 : OPÉRATIONS D'ADDITION ET DE SOUSTRACTION EN COLONNE

Les opérations présentées aux élèves sont les suivantes :

- Addition

3 0 0 + 3 0	4 8 1 0 + 3 2 2 1	3 8 4 + 6 0
3 2 5 7 + 1 2 7 8	3 0 0 + 5 0 0	2 0 9 8 + 1 2 3 5

- Soustraction

3 0 0 - 3 0	4 8 1 0 - 3 2 2 1	3 8 4 - 6 0
3 2 5 7 - 1 2 7 8	7 4 8 - 5 9	6 0 4 - 2 3 6

Pour les deux prochaines activités, les savoirs en jeu sont la NPD ainsi que le principe d'échange dans les techniques de calcul. Les calculs d'addition peuvent poser des problèmes au moment de gérer les retenues lors de la résolution de sommes partielles (Koudogbo, 2013). Également, les calculs de soustraction peuvent poser de difficultés au moment de gérer les emprunts. Selon Koudogbo, (2013) « la nécessité d'emprunter peut entraîner des difficultés et cela est d'autant plus vrai pour la dernière opération où il faudra emprunter d'abord sur les centaines, ensuite de procéder aux échanges sur les dizaines pour enfin opérer avec les unités ce qui exige un grand contrôle des différentes étapes de l'algorithme » (p.166). Pareillement avec la présence du zéro, qui est reconnue comme étant un facteur de difficultés.

4. ACTIVITÉ 4 : OPÉRATIONS D'ADDITION ET DE SOUSTRACTION À L'HORIZONTALE

Les opérations présentées aux élèves sont les suivantes :

234 + 22=	2850 + 361=
790 - 89=	2611 - 590=

Les élèves peuvent se déparer avec les mêmes difficultés rencontrées dans l'activité antérieure. Mais, dans cette activité, on s'attend à ce que l'élève la pose, par exemple, verticalement avant de la résoudre; compte tenu de la stratégie enseignée en classe. C'est à ce moment que nous allons pouvoir observer comment les élèves placent les chiffres et s'ils respectent les principes de la NPD. Car, pour respecter l'algorithme, un seul chiffre doit occuper une position, ce qui justifie l'emploi de la retenue. Par exemple, une erreur d'addition possible est la suivante :

$$\begin{array}{r} 2850 \\ \underline{+\ \ 361} \\ 211111 \end{array}$$

En ce qui concerne les soustractions, lors des soustractions partielles, l'élève peut soustraire le plus petit du plus grand sans égard pour éviter l'emprunt. Ce sont quelques exemples d'erreurs anticipées qui peuvent être commises par certains élèves. L'analyse des stratégies utilisées par les élèves permettra de mieux décrire leurs erreurs effectives au moment de la présentation du résultat et de la discussion.

CINQUIÈME CHAPITRE. RÉSULTATS

Ce chapitre expose les résultats issus de l'analyse des données réalisées avec 11 élèves de 3e année du primaire. Cette analyse vise l'objectif général de la recherche, celui de documenter les stratégies employées par les élèves afin de dégager et d'analyser leurs connaissances quant aux principes du zéro et d'échange de la NPD. Pour y arriver, nous allons répondre aux deux objectifs spécifiques de la recherche. Pour ce faire, nous analyserons d'abord les résultats des activités papier/crayon, et ensuite, identifier les stratégies employées par les élèves lors des opérations d'addition et de soustraction. Puis nous caractériserons les connaissances et les difficultés des élèves par rapport à ces tâches, ce qui correspond au premier objectif de l'étude. Aussi, nous allons caractériser les connaissances et les difficultés des élèves dans des tâches liées aux principes du zéro et d'échange de la NPD, ce qui correspond au deuxième objectif de l'étude.

Pour compiler et analyser les résultats des activités, nous avons créé un tableau pour vérifier la fréquence et l'endroit où se concentrent les difficultés des élèves. Pour garder l'anonymat des participants, nous avons identifié chacun des 11 élèves par un nombre entre 1 et 11, et pour alléger le texte nous avons employé la forme masculine pour tous les élèves. Les variables observées dans cette grille (voir la page suivante) sont les erreurs de transcodage survenues lors de la dictée de nombres, ainsi que les erreurs lors des opérations d'additions et de soustractions.

Tableau 5
Compilation de résultat de l'activité papier-crayon

Élève	Transcodage N=10	Addition	Soustraction
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	0
4	1	1	1
5	1	0	1
6	1	1	1
7	1	1	1
8	1	1	1
9	1	1	1
10	1	0	1
11	1	1	1
Total	**11/11**	**9/11**	**10/11**

À l'aide de ce tableau, nous pouvons observer que tous les 11 élèves présentent des difficultés par rapport aux opérations d'addition et de soustraction. Précisément, neuf sur onze élèves présentent des difficultés en addition et dix sur onze en soustraction. Les activités liées à la soustraction posent plus des difficultés. Les opérations de soustraction avec zéro révèlent six erreurs sur onze. Les emprunts posent plus de difficultés que les retenues.

Le premier problème demandait une opération d'addition, l'élève devait effectuer une addition de tous les nombres contenus dans le problème (100, 44, 60, 105) pour arriver à la bonne réponse. Donc, premièrement nous avons vérifié si les élèves ont réussi à poser la bonne opération et à compléter le problème. Nous avons séparé les élèves qui ont tout réussi, c'est-à-dire ceux qui ont compris le sens du problème (voir le calcul relationnel) et qui l'ont résolu sans erreur (voir le calcul numérique). Ceux qui ont réussi en partie, c'est-à-dire, ceux qui ont résolu une partie du problème sans erreur, mais qui n'ont pas complètement compris le sens du problème et n'ont pas donné la réponse complète. Et finalement, les élèves qui n'ont pas réussi à résoudre le problème, soit par des erreurs du type de calcul relationnel ou de calcul numérique.

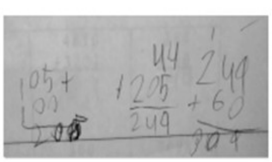
Tableau 6

Réussite du problème 1

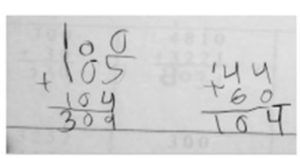
Élèves →	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	**E5**	**E6**	**E7**	**E8**	**E9**	**E10**	**E11**
Tout réussi		X								X	X
Réussi en partie	X						X				
Pas réussi			X	X	X	X		X	X		

En nous basant sur ce tableau, nous remarquons que les élèves E2, E10 et E11, soit 3 sur 11 élèves, ont réussi à compléter le problème 1 sans erreur ni de calcul numérique ni de calcul relationnel. Nous vous rappelons ici ce problème : « Chad a cueilli des fraises. Il en donne 100 à Damien, 44 à Sasha, 60 à Camilia. Il lui reste 105. Combien de fraises Chad a-t-il cueillies? ».

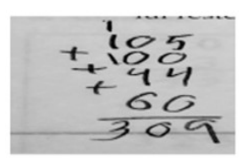
Nous observons que les élèves E2 et E10 ont utilisé comme stratégie le procédé des additions partielles, ils ont segmenté la tâche, ceci peut réduire les chances d'erreurs.[1]



E2



E10

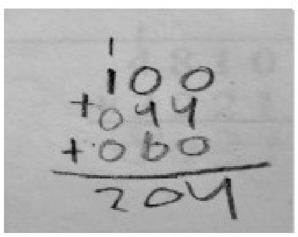
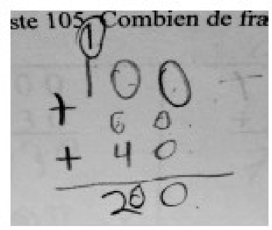


E11

1 Le procédé de l'élève E2 est intéressant, mais comme l'image manque de clarté, nous le spécifions ici : 105+100=205 / 44+205=249 / 249+60=309.

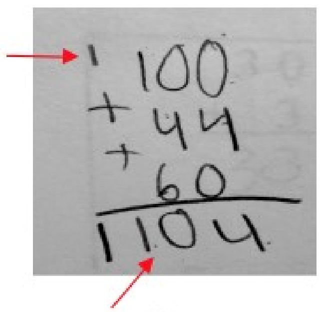
Quant à l'élève E11, il a tout additionné. Si l'élève a une bonne compréhension de la valeur positionnelle décimale des nombres, il parviendra de façon plus rapide à résoudre le problème.

Les élèves E1 et E7, soit 2 sur11 élèves, ont réussi à poser la bonne opération, mais ont commis une erreur de calcul relationnel, car ils n'ont pas compris la totalité du sens du problème et non pas été en mesure de répondre à la question « Combien de fraises Chad-a-t-il cueillies? ». Peut-être si la question avait été formulée autrement, ces élèves auraient réussi. Par exemple, si l'on avait ajouté les mots en tout à la fin de la question cela aurait pu faciliter la compréhension.

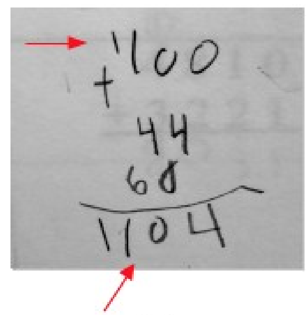
	
E1	E7

Comme stratégie, l'élève E1 a mis des zéros avant les nombres 44 et 60 pour faciliter l'alignement dans l'algorithme. Cette stratégie a été enseignée par leur enseignante en classe. Quant à l'élève E7, nous avons considéré qu'il a résolu ce problème partiellement, car nous considérons qu'il a pu arrondir le nombre 44 pour faciliter une première addition, et ensuite ajouter le quatre (4) de 44 dans la deuxième opération, mais il a arrêté à ce point-ci. Une autre stratégie utilisée par l'élève E7 a été d'encercler la retenue pour ne pas oublier de la compter.

Les élèves E3, E4, E5, E6, E8 et E9, soit 6 sur 11 élèves, n'ont pas réussi à résoudre le problème. L'élève E3 et E9 ont commis la même erreur, ils ont bien aligné l'opération, mais ils ont commis une erreur de calcul numérique en lien avec la retenue et la juxtaposition de nombres (Madell, 1986), et une erreur de calcul relationnel, car ils ont complété seulement la moitié du problème, ils n’ont pas additionné le nombre 105. Dans leur calcul, ils ont bien placé la retenue en haut du chiffre un (1), mais ils ont aussi écrit le nombre complet dix (10), pour ensuite baisser le chiffre un (1) du nombre 100, et ils ont oublié de comptabiliser la retenue.



E3



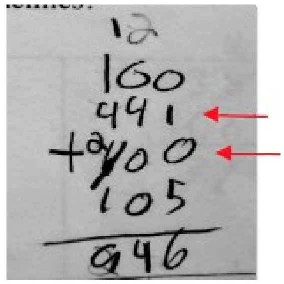
E9

L'élève E4 n’a pas réalisé l'opération.

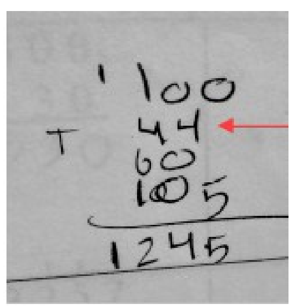
L'élève E5 a bien aligné l'opération. Comme stratégie, il a encerclé les retenues. Il a compris le sens du problème, car il a additionné toutes les données, mais au moment d’écrire les nombres, il a fait une erreur. Au lieu d'écrire 60 il a écrit 66, et subséquemment, il a fait une erreur de calcul numérique.

L'élève E6 a également compris le sens du problème et a additionné toutes les données, par contre, il a fait des erreurs de transcription au moment de poser l'opération. Pour combler le vide dans l’algorithme, l'élève a mis le chiffre un (1) à côté du chiffre quatre et le zéro à côté du

60. Ce fait a changé considérablement la valeur numérique de ces nombres, et a provoqué une erreur de calcul numérique.



L'élève E8 a commis une erreur d'alignement vers la droite, ceci amène à une erreur de calcul numérique car, malgré le fait que l'élève ait compris le sens du problème. Il n'a pas obtenu le bon résultat, car en changeant la position des chiffres, il altère la valeur du nombre. Le nombre 44 composé de 44 unités, dont quatre dizaines et quatre unités, a pris la valeur de quatre centaines et quatre dizaines, donc 440 unités, ceci change le résultat comme nous présenté ci-dessous :



Pour conclure l'analyse des résultats issus du problème d'addition, 6 sur 11 des élèves n'ont pas obtenu le bon résultat. Une des difficultés estimées de ce problème survient au moment de poser l'opération, l'élève doit prendre en considération les nombres à trois chiffres et ceux de deux chiffres pour pouvoir bien les aligner. Mais comme nous pouvons l'observer dans le tableau qui suit, seulement 2 sur 11 élèves ont commis ce type d'erreur. Ceci démontre que la plupart des élèves ont compris la valeur que chaque chiffre occupe dans le nombre ainsi que leur position occupée. Selon l'analyse de ce problème, nous avons remarqué qu'aucun élève n'a fait des calculs mentaux ou des calculs par décomposition du nombre, tous ont choisi l'algorithme traditionnel. Malgré le nombre d'erreurs de calcul numérique, 8 sur 11 élèves, seulement quatre (4) élèves ont eu des erreurs de calcul relationnel en oubliant d'ajouter le dernier nombre (105) à l'addition. Mais tous les élèves se sont très bien représenté le problème et ont réussi à poser la bonne opération.

Pour avoir une idée générale et repérer facilement les erreurs de chaque élève, nous avons créé un tableau pour compiler ces différentes erreurs.

Tableau 7
Type d'erreurs lors de la résolution du problème 1

Addition	**Élèves**										
Type d'erreur	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	**E5**	**E6**	**E7**	**E8**	**E9**	**E10**	**E11**
Calcul relationnel	**X**		**X**				**X**		**X**		
Calcul numérique	**X**		**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**		
Juxtaposition			**X**						**X**		
Aliénation de la gauche à la droite (NPD)						**X**		**X**			
Espaces vides						**X**					
Transcription de l'algorithme											
Oubli de compter la retenue											
Ne fais pas la retenue											
Erreur d'échange lié au zéro											
Sens du zéro						**X**					
Emprunte du chiffre le plus grand – erreur d'inversion											
Utilise la retenue dans l'opération			**X**						**X**		
Total :	**2**	**0**	**4**	**1**	**1**	**4**	**2**	**2**	**3**	**0**	**0**

Comme nous pouvons observer, les élèves qui ont plus de difficultés à résoudre ce problème ont été E3 et E6, tant au niveau du calcul relationnel qu'au niveau du calcul numérique.

Dans le deuxième problème, nous vous le rappelons ici : « Layla a utilisé 104 crayons feutres pour faire son dessin. Son amie, Cynthia, a eu besoin de 48 crayons feutres de moins que Layla. De combien de crayons feutres Cynthia a-t-elle eu besoin? ». Dans ce problème, l'élève cherche la différence entre les deux états, donc il a besoin d'effectuer une soustraction. Pour l'analyse de ce problème, nous avons procédé de la même façon que pour le problème antérieur. Premièrement, nous avons vérifié si les élèves ont réussi à poser la bonne opération et à compléter le problème. Nous avons séparé les élèves qui ont tout réussi, c'est-à-dire ceux qui ont compris le sens du problème et qui ont résolu sans erreur. Ceux qui ont réussi en partie, c'est-à-dire qu'ils ont résolu une partie du problème sans erreur, mais ils n'ont pas complètement compris le sens du problème et n'ont pas donné la réponse complète. Et finalement, les élèves qui n'ont pas réussi à résoudre le problème, soit par des erreurs du type de calcul relationnel ou de calcul numérique.

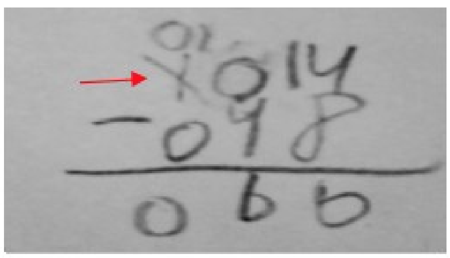
Tableau 8

Réussite du problème 2

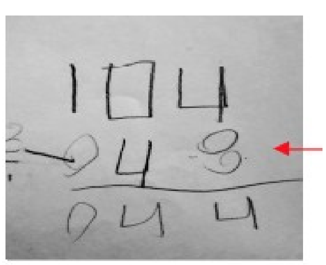
Élèves →	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	**E5**	**E6**	**E7**	**E8**	**E9**	**E10**	**E11**
Tout réussi			X		X						
Réussi en partie	X	X					X		X	X	X
Pas réussi				X		X		X			

Comme nous pouvons observer sur ce tableau, seulement deux élèves, E3 et E5, ont réussi à poser la bonne opération et à arriver au bon résultat, 3 sur 11 élèves ont eu de difficultés liées au calcul relationnel et ont effectués une addition au lieu d'une soustraction.

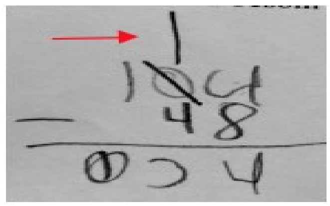
L'élève E1 a posé la bonne opération, il a utilisé le zéro avant le nombre 48 pour s'aider à aligner les nombres correctement, mais il a commis une erreur de calcul numérique concernant l'emprunt. Il a emprunté deux fois du même nombre, dans ce cas du chiffre un (1), ou il a oublié de biffer le chiffre suivant et d'enlever une dizaine de ce dernier comme nous pouvons l'observer :



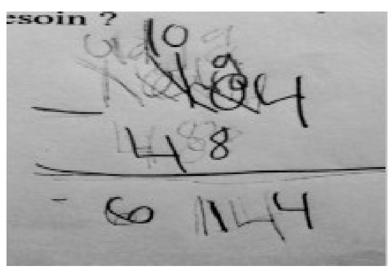
L'élève E2 a également posé la bonne opération, mais pour éviter de faire des emprunts, dans une des soustractions partielles il a soustrait du plus grand nombre et pour l'autre, il a fait l'abstraction du zéro et a répété le chiffre quatre (4), ou il a pu confondre le sens du zéro comme celui d'une addition et répéter le nombre à être soustrait. Cependant, il n'a pas comptabilisé le chiffre un (1) du nombre 104, cela nous laisse penser que l'élève sait qu'il faut faire un emprunt, mais il ne sait pas comment le faire.



L'élève E7 a commis la même erreur que l'élève E2, il a fait la soustraction du plus grand nombre, mais on peut remarquer également qu'il ne maitrise pas l'emprunt au moment de résoudre une opération. Il est conscient qu'il faut emprunter, car on ne peut pas enlever quatre (4) de zéro (0), mais dans ce cas, la dizaine empruntée prend la valeur d'une unité (1).



Dans le cas de l'élève E9, il a posé la bonne opération et il a démontré avoir compris le sens du problème, et il a démontré, également, des connaissances pour maitriser l'emprunt, car il a effectué les deux emprunts requis pour cette opération, mais il a aligné les nombres vers la gauche, changeant ainsi la valeur du nombre et par conséquent il n'a pas obtenu le bon résultat.



Les élèves E10 et E11ont posé la bonne opération, mais ils ont commis la même erreur en lien avec l'emprunt. Ils ont emprunté une dizaine au nombre zéro pour que celui-ci puisse enlever quatre (4), mais dans l'opération partielle 4 – 8 = ils ont fait la soustraction du plus grand nombre. Cela démontre qu'ils ne maitrisent pas encore le sens de l'emprunt et de la soustraction.

Dans le même sens que pour le problème 1, nous avons créé ce tableau pour mieux repérer les erreurs de chaque élève lors de la résolution du problème 2.

Tableau 9
Type d’erreurs lors de la résolution du problème 2

Soustraction	**Élèves**										
Type d’erreur	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	**E5**	**E6**	**E7**	**E8**	**E9**	**E10**	**E11**
Calcul relationnel				**X**		**X**		**X**			
Calcul numérique	**X**	**X**					**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
Fait l’emprunt du plus grand chiffre											
Sens du zéro		**X**									
Aliénation de la gauche à la droite (NPD)								**X**	**X**		
Soustraction du plus grand nombre		**X**					**X**			**X**	**X**
Soustraction du plus grand chiffre pour éviter l’emprunt du zéro										**X**	**X**
Oubli de biffer le nombre emprunté	**X**										
Pose la mauvaise opération				**X**		**X**		**X**			
Total :	**2**	**3**	**0**	**2**	**0**	**1**	**2**	**4**	**2**	**3**	**3**

En plus des erreurs, nous avons compilé les stratégies employées par ces élèves lors de la résolution de problèmes. Nous pouvons observer que pour le premier problème seulement deux élèves, E2 et E10 ont réalisé l’addition par étapes, le restant des élèves ont additionné tous les nombres. Cette façon peut être plus rapide, mais elle peut générer plus d’erreurs, soit au moment d’aligner les nombres, de gérer l'échange et de transcrire ces nombres dans l’algorithme. Nous pouvons observer également que deux élèves, E1 et E4, provenant de la même classe, ont ajouté le zéro avant le nombre pour faciliter l’alignement et combler l’espace vide dans l'algorithme. En utilisant cette stratégie, l'élève doit comprendre le sens du zéro, la valeur positionnelle des nombres et savoir que s'il place le zéro après le chiffre dans la position des unités, cela changera la valeur du nombre.

Tableau 10
Stratégies pour résoudre le problème 1

Stratégies	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11
Addition de toutes le nombres dans une seule fois	X		X	X	X	X	X	X	X		X
Addition de nombres par étapes		X								X	
Mets des zéros pour combler l'espace vide	X			X							

Pour le deuxième problème, nous observons moins de stratégie pour le résoudre. Tous les élèves ont utilisé l'algorithme traditionnel, les élèves E1 et E2, appartenant à la même classe, ont utilisé le zéro pour combler le vide dans l'opération. L'utilisation de cette stratégie pour mieux calculer peut-être dû à *l'effet classe*, c'est-à-dire, selon Koudogbo (2013) les stratégies, les procédures de résolutions, de calculs des élèves varient en fonction de la classe à laquelle l'élève appartient. Autrement dit, les élèves d'une même classe développent des manières de faire les mathématiques selon le type d'enseignement reçu.

Tableau 11
Stratégies pour résoudre le problème 2

Stratégies	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11
Soustraction en colonne, algorithme traditionnel	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Mets des zéros pour combler l’espace vide	X	X									

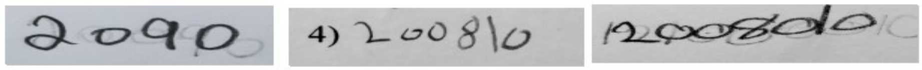
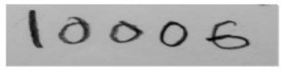
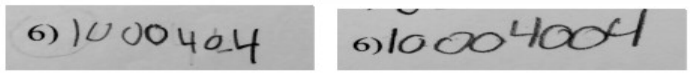
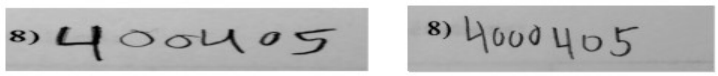
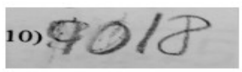
À la suite de l’analyse de ces deux problèmes, nous pouvons conclure que les 11 élèves retenus pour cette étude ont démontré plus de difficultés à comprendre le sens du problème un (1), car 3 sur 11 élèves ont réussi à résoudre entièrement ce problème. Pour le problème deux, 2 sur 11 élèves ont réussi à le résoudre entièrement. Aussi, 2 sur 11 ont réussi en partie à résoudre le problème un (1), et pour le deuxième problème, 6 sur11 ont réussi en partie. Mais, le résultat le plus significatif a été la différence entre le nombre d'élèves qui n’ont pas réussi le problème 1, 6 sur 11 élèves, et ceux qui n’ont pas réussi le problème 2, 3 sur11 élèves. Nous apercevons que le problème 1 était plus difficile à comprendre pour certains élèves, 4 sur 11 ont eu des erreurs de calcul relationnel pour le problème 1, et 3 sur 11 pour le problème 2. Nous pensons que la complexité du problème 1 a été de gérer la transcription de plusieurs nombres et de poser l'opération, car la plupart des erreurs sont en raison d'erreur de calcul numérique.

À la suite de l’analyse des problèmes, nous passons à l’analyse de la dictée de nombres. Les élèves ont commis au moins chacun une erreur de transcodage des nombres. Nous ferons l’analyse de ces erreurs en nous inspirant des études de Seron, Deloche et Noël (1991) :

Tableau 12
Types d’erreurs de transcodage

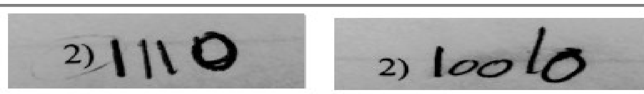
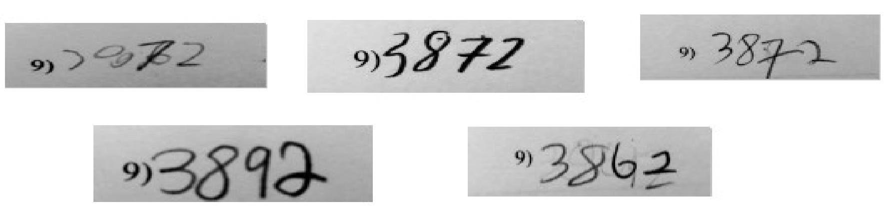
Erreur	Type d’erreur	Quantification
Type syntaxique	Orientation	0
	Omission	9
	Segmentation	19
	Répétition	3
Type lexical	Erreur de pile	1
	Position dans la pile	0

Le but de cette activité a été de voir le processus de transcodage des élèves et le passage du code oral au code écrit en respectant le système de numération. Selon ce tableau, nous remarquons que les élèves ont commis plusieurs erreurs, mais le plus récurrent est celui de la segmentation. Ce type d’erreur s’encadre dans les erreurs syntaxiques, car ils changent la quantité de chiffres dans le nombre. Selon Noël et Seron (1997 cité dans Koudogbo, 2013), ces erreurs résulteraient du manque de maitrise des règles syntaxiques lors de l'écriture du nombre, mais aussi d’une généralisation abusive des règles de base du système de numération. Dans la dictée des nombres 290, 1006, 1404, 4405, 38072 et 98, plusieurs élèves ont transcodé ces nombres en faisant des erreurs de syntaxiques. Les erreurs suivantes sont du type *segmentation*.

290	
1006	
1404	
4405	
38 072	
98	

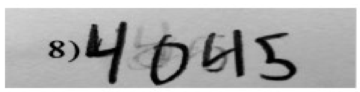
Les erreurs produites étaient plausibles, car les chiffres dictés présentent une certaine complexité au niveau de son aspect additif et multiplicatif, aussi en raison des décades complexes. Également, ces erreurs démontrent une non-maitrise du système de numération de position décimale.

Nous trouvons aussi des erreurs d'omission. Le nombre 100 010 a posé des difficultés, car il n'appartient pas au domaine numérique étudié en 3e année, donc plusieurs élèves n'ont pas été capables de transcrire correctement ce nombre en respectant le système de numération, le zéro dans ce contexte a peut augmenter le niveau de difficulté.

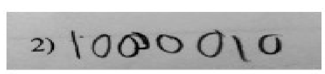
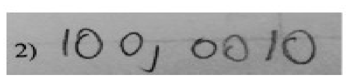
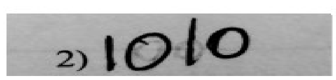
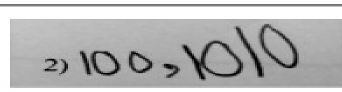
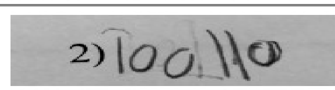
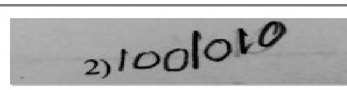
100 010	
38 072	

Quant au nombre 38072, la présence du zéro et d'une décade complexe a pu générer des difficultés. Nous pouvons remarquer également que deux des élèves en plus d'avoir commis des erreurs d'omission, ont commis des erreurs d'orientation en inversant 72 par 62 et 72 par 92. Cette erreur put être liée aux décades complexes.

Également, l'élève a commis des erreurs d'identification de pile qui sont, généralement, des erreurs d'inversions (Koudogbo, 2013), dans le cas du nombre 4405, il a inversé le zéro et le quatre, changeant ainsi la valeur de la position des centaines.

4405	

Le fait que le nombre 100 010 est plus grand que le domaine numérique des élèves de 3e année, pose difficultés au moment de la transcription.

Segmentation	
	
Omission	
Répétition	
	
	

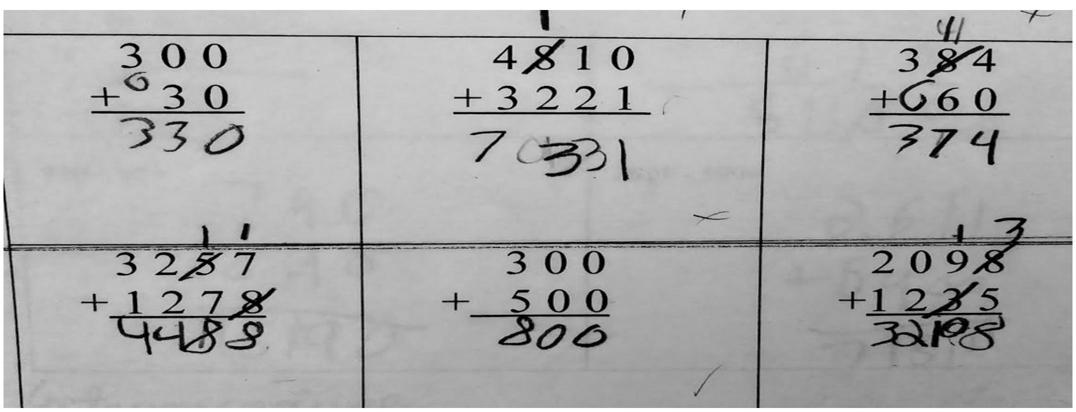
Ces erreurs de transcodage démontrent que les élèves ne sont pas capables ou ne maitrisent pas assez les principes du système de numération arabe, ce qui empêche la généralisation de leurs connaissances sur ce sujet et cette difficulté empêche la transcription correcte de ce nombre (Koudogbo, 2013).

Les deux prochaines activités concernent les opérations d'addition et de soustraction, il y a six opérations d'addition et six opérations de soustraction à résoudre. Les algorithmes sont présentés de façon verticale, de façon traditionnelle. Le tableau qui suit présente la compilation des erreurs commises par les élèves lors de la résolution des opérations d'addition.

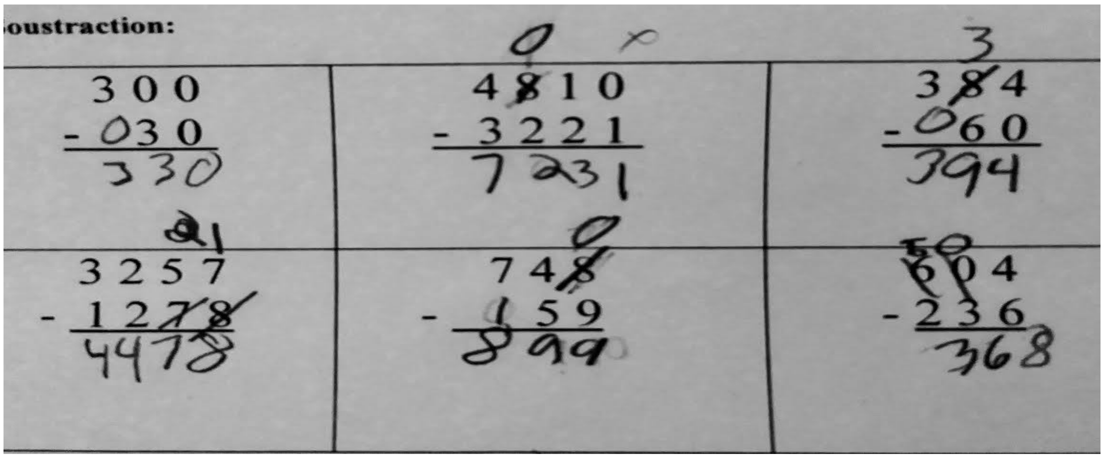
Tableau 13
Types d'erreurs sur les opérations d'addition

Type d'erreur	**Élèves**										
Addition	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	**E5**	**E6**	**E7**	**E8**	**E9**	**E10**	**E11**
Juxtaposition											
Placement de la retenue à la mauvaise position				X							
Abstraction du zéro											
Difficulté avec le sens du zéro						X					
Erreur d'échange lié au zéro											
Difficulté sur le concept de la retenue						X					
Oublie de compter la retenue		X		X			X				
Emprunte du chiffre le plus grand – erreur d'inversion											
Utilise la retenue dans l'opération											
Erreur de comptage				X			X				
Total :	**0**	**1**	**0**	**3**	**0**	**2**	**2**	**0**	**0**	**0**	**0**

Comme nous pouvons observer sur ce tableau, 4 sur 11 élèves (E2, E4, E6 et E7) ont eu des problèmes avec les opérations d'addition. Ces difficultés se concentrent surtout sur le principe d'échange. Dans le cas des élèves E2 et E7, ils ont oublié de compter la retenue, E2 a eu deux erreurs lors de la résolution de ces six opérations, et E7 a eu trois erreurs, ce qui a provoqué une erreur de calcul numérique. Pour l'élève E4, sa seule erreur a été dans le comptage, lors de la résolution d'une opération partielle, il a calculé 8+5=15 et ensuite il a oublié de compter la retenue, ce qui a donné à une erreur de calcul numérique. Par contre, l'élève E6 a eu 4 erreurs sur les six opérations. Le type d'erreur commis par l'élève a démontré qu'il ne maitrise pas encore ce concept.



Pour les opérations un et cinq, l'élève E6 a réussi à calculer correctement et sans problèmes les additions en lien avec le zéro. Par contre, pour les autres opérations, il sait qu'il doit faire des échanges, mais il ne sait pas de quel type, donc il effectue des emprunts. Comme il ne maitrise pas le procédé, il fait l'emprunt à partir du plus grand nombre, et il a simplement substitué ce nombre par un (1) pour la plupart des opérations. Il y aurait été pertinent de pouvoir avoir un entretien individuel avec cette élève pour qu'il puisse nous expliquer sa pensé au moment de résoudre ces opérations. Nous pouvons également observer que ce même élève présente les mêmes difficultés lors de la résolution des opérations de soustraction. Il biffe les nombres sans raison apparente et remplace plusieurs chiffres par zéro.



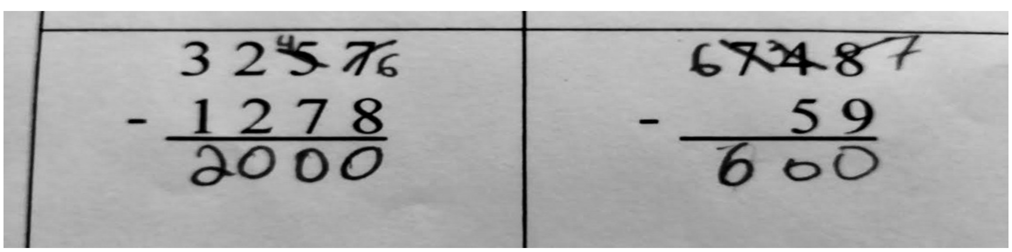
En ce qui concerne les opérations de soustractions, celles-ci ont causé plus de difficultés pour les élèves, 8 sur11 élèves (E1, E2, E4, E5, E6, E7, E8 et E9) ont eu des erreurs, et plusieurs de ces erreurs sont lies au principe d'échange, qui dans ce cas est l’emprunt.

Tableau 14
Types d’erreurs sur les opérations de soustraction

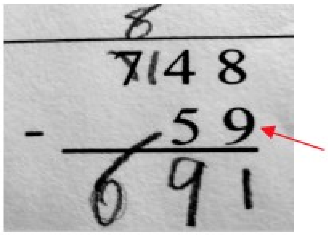
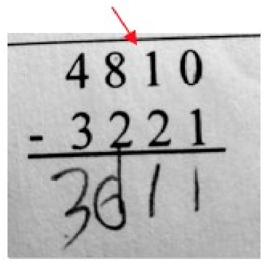
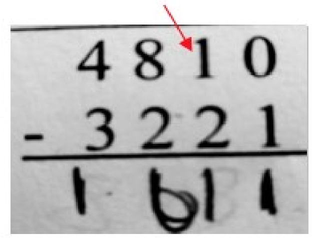
Type d’erreur	**Élèves**										
Soustraction	**E1**	**E2**	**E3**	**E4**	**E5**	**E6**	**E7**	**E8**	**E9**	**E10**	**E11**
Juxtaposition											
Omission de retrancher le chiffre qui a emprunté une dizaine.	**X**										
Difficulté à opérer avec le zéro.						**X**	**X**				
Erreur de calcul lié au zéro – le 0 ne vaut rien								**X**			
Erreur d’emprunt				**X**	**X**	**X**					
Zéro comme résultat au lieu d’emprunter.		**X**					**X**				

Oublie de compter la retenue											
Emprunter directement du plus grand chiffre car il y a un zéro	**X**							**X**			
Non compréhension de l'emprunt						**X**			**X**		
Soustraire le plus petit du plus grand (inversion)					**X**		**X**	**X**			
Erreur de transcodage	**X**										
L'élève n'a pas pris en considération le symbole de moins (-) et a effectué des additions.		**X**			**X**	**X**					
Erreur de comptage					**X**						
Total :	**3**	**2**	**0**	**1**	**4**	**3**	**3**	**3**	**1**	**0**	**0**

Les erreurs commises par l'élève E4 découlent d'une mauvaise compréhension du principe de l'emprunt.

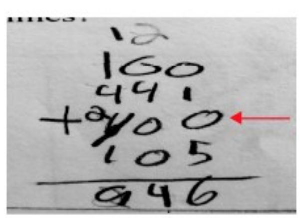


Comme nous pouvons observer dans cette image, l'élève enlève simplement un (1) de chaque chiffre sur la ligne supérieur et ajoute des zéros au résultat. Ce fait démontre qu'il n'a pas compris les principes, celui d'une soustraction et celui de zéro. Cela peut être observé aussi sur les activités des élèves E5, E7 et E8, au moment de l'opération, ces élèves soustraient le plus petit nombre du plus grand nombre.

 E5	 E7	 E8

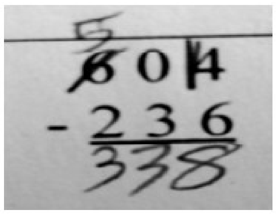
Nous remarquons aussi que certains élèves (E2, E5 et E6) n'ont pas pris en considération le symbole de moins (-) et ont effectué des additions, mais pas sur l'ensemble de six opérations. Le fait d'avoir fait cela seulement sur certaines des opérations démontre que l'élève ne maitrise pas le sens de la soustraction, et que pour lui c'est plus facile d'additionner que de soustraire.

Dans l'analyse de ces activités, nous trouvons peu d'erreurs en lien avec le zéro. Ce nombre est utilisé par certains (E1, E2 et E4) pour combler un espace vide dans l'opération, mais parfois son usage est mal interprété et l'élève ajoute le zéro à la place des unités changeant ainsi la valeur du nombre.

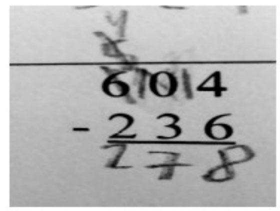


E1

L'élève E6 essaye d'utiliser le zéro pour l'aider à aligner l'opération, mais elle le place à la place des unités changeant ainsi la valeur du nombre de 60 unités à 600 unités. Une autre erreur observée en lien avec le zéro est, le fait que certains élèves, au moment d'emprunter, saute le zéro, car « il ne vaut rien ».



Dans ce cas, l'élève E8 a fait l'emprunt à partir du chiffre six en faisant abstraction du zéro. Dans la réponse, il a répété le chiffre trois car le zéro ne vaut rien.



L'élève E1 fait l'emprunt directement du plus grand chiffre (6). Il l'a emprunté pour le chiffre 4 en sautant le zéro. Ensuite, il l'emprunte encore du chiffre six (6) pour le zéro, mais il ne fait pas l'emprunt du zéro au quatre.

La dernière activité est également sur les opérations d'addition (2) et de soustraction (2), mais l'élève doit soit armer l'opération ou la résoudre par le calcul mental. Les élèves E2, E7 et E10 ont résolu seulement 2 sur 4 opérations, soit une d'addition et une de soustraction ; 5 sur11 élèves ont réussi à avoir le bon résultat pour les quatre opérations et 3 sur 11 élèves (E6, E8 et E9) n'ont pas réussi à avoir le bon résultat pour aucune opération.

Dans cette activité, nous trouvons les mêmes erreurs que pour les autres activités. Certains élèves (E1, E3, E5, E6) ont commis des erreurs de transcodage au moment d'armer l'opération, et E6 a également commis des erreurs de juxtaposition. Nous observons aussi des erreurs d'aliénation lors d'armer l'opération et aucun élève n'a résolu le problème par le calcul mental.

Selon le document Progression des apprentissages (2009), c'est en 3e année que les élèves apprennent à opérer sur les nombres ayant quatre chiffres ainsi que les échanges sur ces nombres au moment de l'opération. Ceci est un savoir nouveau pour cette année dont il n’est peut-être pas maîtrisé par tous. Par contre, cette collecte a été réalisée vers la fin de l'année scolaire et ce type d'activité a déjà été enseigné aux élèves, mais nous ne savons pas les particularités de cet enseignement.

Nous présentons la compilation des erreurs commises par chaque élève pour l’ensemble des activités proposées dans le cadre de cette étude dans le tableau suivant.

Tableau 15

Compilation des erreurs dans l’ensemble

Élève	Addition	Soustraction
E1	0	1- omission de retrancher le chiffre qui a emprunté une dizaine. 1- emprunter directement du plus grand chiffre car il y a un zéro (604) 1-erreur de transcodage
E2	2x- oublie de compter la retenue	1- soustraire le plus petit du plus grand (inversion) 6 – l'élève n’a pas pris en considération le symbole de moins (-) et a effectué des additions. 1- zéro comme résultat au lieu d’emprunter.
E3	1 – juxtaposition 1 – erreur de transcodage	0
E4	1 – placement de la retenue à la mauvaise position. 1 – erreur de calcul	2 – a effectué un emprunt du mauvais chiffre + erreur de calcul
E5	1-erreur de transcodage	1 – erreur de comptage 1 - soustraire le plus petit du plus grand (inversion) 1 – a effectue une addition sans prendre en considération que c’est une soustraction et que le chiffre a été emprunté donc sa valeur a été modifié.
E6	1 – mauvais placement des	4 – ne comprends pas le sens

	chiffres dans l'opération, mauvaise utilisation du zéro. 1 – difficulté avec le sens du zéro 4 – ne comprends pas le concept d'échange (retenue) l'élève fait des emprunts au lieu de retenus. 1 – juxtaposition de chiffres au lieu de faire la retenue	d'échange (emprunts) 1 – difficulté à opérer avec le zéro. 1 – transcodage, sens du zéro et erreur de calcul. 1 – additionné au lieu de soustraire, juxtaposition
E7	1 – erreur de calcul 2 – erreur de calcul – oublie de la retenue	3 – soustraction du plus grand nombre 2 – sens du zéro 1 – place des zéros pour éviter l'emprunt
E8	4 – mauvais placement des nombres=erreur de calcul	2 - soustraction du plus grand nombre 1 – sens du zéro 0-3=3 au lieu d'emprunter 1 – emprunt du plus grand nombre. 2 - mauvais placement des nombres=erreur de calcul
E9	1 - mauvais placement des nombres=erreur de calcul	1 - mauvais placement des nombres=erreur de calcul 1 – erreur de calcul 1 – non compréhension de l'emprunt
E10	1 – erreur liée à l'emprunt	1 - soustraction du plus grand nombre
E11	1 – erreur liée à l'emprunt	1 - soustraction du plus grand nombre

Après l'analyse des activités, nous pouvons conclure que la plupart de ces onze élèves trouvent des difficultés, surtout sur les opérations de soustraction, mais nous ne pouvons pas affirmer que les élèves maitrisent les opérations d'addition. Également, il y a plusieurs élèves qui ont de la difficulté en ce qui concerne le principe d'échange spécialement ceux en lien avec le zéro.

Dans cette situation les élèves faisaient abstraction du zéro, ils réalisaient une opération inverse ou ils empruntaient d'un nombre plus grand. Malgré cela, nous pouvons affirmer que la plus grande difficulté de certains de ces élèves est en lien avec le principe d'échange, ce qui nous amène à lier cette difficulté avec le principe de groupement et à la valeur positionnelle.

DISCUSSION ET CONCLUSION

L’objectif général de cette étude a été de documenter les erreurs et stratégies employées par les élèves du primaire afin de dégager et d'interpréter leurs connaissances quant aux principes du zéro et d’échange de la NPD. D'après Bloch (2006), « il est toujours délicat de proposer une explication d’une erreur: on peut souvent faire des hypothèses de causes, parfois on peut attribuer une erreur à un fonctionnement déterminé, mais attention, des causes multiples sont possibles, et il se peut aussi parfois qu’on ne sache pas dire la cause d’une erreur » (p. 4). Certains aspects du procédé des élèves nous échappent, et seulement par le questionnement individuel ils pourraient nous expliquer comment était leur raisonnement et nous confirmer si les hypothèses que nous avions émises quant à ces apprentissages et difficultés correspondent.

Comme soulevé dans la problématique et dans le cadre conceptuel, l’apprentissage des principes lié au système de numération de position décimale est fondamental pour que les élèves puissent opérer sur les nombres. Dans leurs recherches respectives, Koudogbo (2013), au Québec, et Tempier (2013), en France, ont soulevé le fait que le principe de la valeur positionnelle est surinvesti et donc travaillé davantage par les enseignants au niveau primaire au détriment des autres principes. Ce fait est aussi observé dans notre pratique enseignante. Également, certains enseignants de notre entourage voient les différents principes de la NPD comme un apprentissage en soi, sans nécessairement faire la liaison lors de la résolution de problèmes de ces cinq principes au moment de l’enseignement.

Avec notre étude, plusieurs points saillants émergent de notre analyse. Nous avons pu constater que 10 sur 11 élèves ont eu au moins une erreur en lien avec le zéro ou le principe d'échange. Ce fait soulève des questions sur l'enseignement de ces principes et sur l'importance donnée à cet apprentissage. Est-ce que les principes étudiés à l'école sont mis en lien entre eux pour donner à l'élève une compréhension globale sur le sujet? Ces questionnements sont en lien avec l'enseignement de la NPD. Les résultats issus de l'analyse des productions des onze élèves nous ont menés à soulever des questions sur l'enseignement de ces principes à l'école, comme l'ont d'ailleurs constaté certains chercheurs dans leurs études (Koudogbo, 2017, 2013 et accepté). Ces questionnements mériteraient d'être approfondis par d'autres recherches impliquant plus d'élèves participants.

Malgré le fait que l'enseignement de la valeur positionnelle décimale est surinvesti, et donc surexploité, nous avons pu observer que les élèves ont eu des difficultés lors de transcodage de nombres, car la totalité des élèves (11 sur 11 élèves) ont eu au moins une erreur. Néanmoins, nous observons que lors du transcodage des nombres dans l'algorithme, la plupart des élèves ont transcrit les nombres correctement, mais ils ont eu des difficultés lors du passage du code oral au code écrit. Ils n'ont pas généralisé leurs connaissances d'un code à l'autre à cette activité. Comme soulève Koudogbo (2017, 2013 et accepté), il y a eu une rupture entre la connaissance utile, car dans cette activité, les élèves n'ont pas pu contrôler la situation, dans ce sens, nous pouvons dire que ces connaissances sont inefficaces parce que ce manque de contrôle de la situation a amené les élèves à l'échec.

Un autre point soulevé par cette étude relative aux connaissances des élèves est que nous avons pu constater que plusieurs élèves présentent des difficultés liées au concept du principe de l'échange. Nous nous questionnons quant à savoir si les élèves comprennent le principe du groupement impliqué dans l'échange. Car certains élèves changent complètement la valeur du nombre au moment de faire des emprunts et certaines fois de gérer la retenue sans savoir que chaque échange a une valeur de dix unités (inférieures ou supérieures, selon la structure hiérarchique de la NPD et donc selon la position en question) et non d'une unité.

En ce qui concerne le zéro, selon Russell et Chernoff (2011), il est nécessaire d'avoir une bonne compréhension de ce nombre, tant de la part des étudiants que de la part des enseignants pour avoir une pensée habile et pouvoir manipuler la mathématique avec confidence et compétence. Araújo (2010), quant à lui, complète en disant que le « zéro est un nombre qui a des caractéristiques spéciales, mais ses concepts épistémiques sont oubliés et n'atteignent pas les étudiants. Avec cela, nous notons que les enseignants, en utilisant les manuels comme principaux matériels de référence dans la classe, parfois même comme unique, devraient avoir une connaissance plus détaillée des concepts mathématiques » (p.7). Ce même constat est partagé plus particulièrement en ce qui concerne l'usage des manuels scolaires pour enseigner les principes de la NPD par d'autres chercheurs en didactique des mathématiques (Koudogbo, 2013, 2017; Templier, 2013).

En outre, dans ce groupe de onze élèves, nous avons remarqué que plusieurs ne comprenaient pas le sens et le rôle du zéro, généralement, dans les mathématiques et plus spécifiquement dans les opérations sur les nombres naturels. Certains d'entre eux opèrent le zéro comme si ce dernier n'avait aucune valeur. Ce concept si peu exploité à l'école est difficile à être conceptualisé et donc à être construit et compris par l'élève, car c'est un concept abstrait, et la manipulation du zéro dans la vie est presque peu utilisée (Araújo, 2010). Lors des activités en classe, nous pouvons clairement observer ce fait, car plusieurs élèves emploient le zéro quand ils ne savent pas comment résoudre un calcul.

Finalement, cette étude présente certaines limites qui nous empêchent d'avoir un portrait complet de l'apprentissage de ces deux principes. La première est le manque d'information par rapport au raisonnement des élèves lors de la résolution des activités. Des entretiens individuels auraient été pertinents. Également, il aurait été important d'avoir eu un entretien avec les enseignants pour savoir plus en détail comment l'enseignement de ces principes se passe en classe, et pour avoir une idée de ce qu'elles pensent. Les enseignants ont-ils conscience de l'importance de ces principes pour l'apprentissage de l'élève ? Les enseignants font-ils des liens entre ces principes et la résolution de problèmes ou de situations problèmes en mathématiques ? La formation mathématique des enseignants au primaire est-elle suffisante pour qu'ils aient les connaissances requises et le savoir d'enseigner plus en profondeur certains concepts mathématiques ? Ce sont autant de questionnements qui peuvent être abordés lors d'autres études sur le sujet. En effet, les cinq principes de la NPD forment un ensemble de règles essentielles pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques et chacun de ces principes a son importance. Une erreur dans un des principes entraine l'échec de l'opération complète, voire dans la résolution des problèmes posés.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Araújo, T. de O. (2010). *A origem du zero e suas abordagens nos livros didáticos*. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática Comunicação Científica. Salvador, Brasil. (X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade).

Astolfi, J.P., Darot, É., Ginsburger-Vogel, Y et Toussaint, J. (1997). *Mots-clés de la didactique des sciences. Repères, définitions, bibliographies.* Pratiques pédagogiques. Paris-Bruxelles : De Boeck.

Barreto, D. (2011). *Como os alunos de 3e serie do ensino fundamental compreendem o sistema de numeraçao decimal.* Thèse de maitrise. Universidade Estadual de Maringa : Brésil.

Barrody, A.J. (1991). Remédier aux difficultés courantes du comptage. In bideaud, J., Meljac, C. et Fischer, J.P. (dir.). *Les chemins du nombre*. Presses universitaires de Lille, p. 377-400.

Bednarz, N. (1988). *Le jeune enfant et l'acquisition du concept de nombre*. UQAM : CIRADE.

Bednarz, N. et Dufour-Janvier B. (1988). *A constructivist approach to numeration in primary school: Results of a three-year intervention with the same group of children*. *Educational Studies in Mathematics, 19,* 299-331.

Bednarz, N. et Dufour-Janvier B. (1986). *Une étude des conceptions inappropriées développées par les enfants dans l'apprentissage de la numération au primaire*. *European Journal of Psycho/ogy of Education, 1* (2),17-33.

Brissiaud, R. (2005). *Comprendre la numération décimale : les deux formes de verbalisme qui donnent l'illusion de cette compréhension*. Rééducation Orthophonique, 223, 225- 238.

Brousseau, G. (1978). *L'observation des activités didactiques.* Revue française de pédagogie, p. 129-139, vol. 45. Didactique des Sciences et Psychologie – Paris, France.

Brousseau, G. (2009). *L'erreur en mathématiques du point de vue de la didactique.* Revue Tangente éducation N° 7, p 4-7.

Brousseau, G. (2011). *Erreurs, difficultés et obstacles*. Dans Guy Brousseau - didactique des mathématiques. Repéré à http://guy-brousseau.com/

Conne, F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. Dans Brun, J. (1996). *Didactique des mathématiques; coll. Textes de base en pédagogie.* Neuchâtel : Delachaux et Niestlé; p. 275-338.

Da Costa, L.P. et Pavanello, R.M. (2015). Vai e empresta: A relaçao entre o conceito e o procedimento entre o ensino e a aprendizagem. *In* Borda, R. et Guimaraes, G. (dir.). *Pesquisa e atividades para o aprendizado matemático na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental.* Brasilia : Sociedade Brasileira de Educacao Matematica (SBEM).

DeBlois, L. (2011). *Enseigner les mathématiques*. Presses de l'Université de Laval, Québec.

De Kee, S. (1997). L'analyse des erreurs appliquée *à* l'algorithme d'addition. Instantanés mathématiques, mai-juin-juillet. Université de Sherbrooke. Bulletin AMQ, p. 9-21.

Deloche G, Seron X. (1987). Numerical encoding: a general production model. Dans Deloche, G. et Seron, X. (dir.). *Mathematical Disabilities: a Cognitive Neuropsychological Perspective*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates; 137- 170.

Fayol, M. (1985). *Note de synthèse [Nombre, numération et dénombrement : que sait-on de leur acquisition ?]*. Revue française de pédagogie, volume 70, pp. 59-77;

Fernandes, D. et Koudogbo, J. (2019). Numeración de posición decimal: todo un rollo. Dificuldades en matemáticas. *Seminario Internacional Educación Y Convivencia: Miradas En El Siglo* XXI - Santa Marta 11 y 12 de abril 2019. (La numération de position décimale: Que du fil à retordre. *Seminario Internacional Educación Y Convivencia: Miradas En El Siglo* XXI - Santa Marta 11 y 12 de abril 2019.).

Fortin, M.-F et Gagnon, J. (2016). *Fondements et étapes du processus de recherche. Méthodes quantitatives et qualitatives* (3e éd.). Montréal, Québec: Édition la Chenelière.

Freitas, C.R. de, Butcke, D.A.P. et Carvalho, M.E.R.de F. (2013). Analise de erros da escrita de numerais: um estudo nas series iniciais do ensino fundamental. Congrès I Semana da Matematica da UTFPR – Toledo. Perspectivas do Ensino e da Pesquisa em Matematica. Toledo, Brasil.

Gamo, S., Nogry, S. et Sander, E. (2014). *Apprendre à résoudre des problèmes en favorisant la construction d'une représentation alternative chez des élèves scolarisés en éducation prioritaire.* Psychologie Française. 59. 10.1016/j.psfr.2014.02.002.

Giroux, J. et Lemoyne, G. (1993). La construction des connaissances sur les codes numéraux et digitaux des nombres : un processus de coordination de connaissances multiples. Revue des sciences de l’éducation, *19* (3), 511–535. https://doi.org/10.7202/031645ar

Gouvernement du Québec. Ministère de l'éducation. (2006). *Programme de formation de l'école québécoise*. Québec : Ministère de l’Éducation, du Loisir et du Sport.

Gouvernement du Québec. Ministère de l'éducation (2009). Progression des apprentissages. Mathématique. Programme de formation de l'école québécoise. Québec : Ministère de l’Éducation, du Loisir et du Sport, 1-24.

Kaplan, R. (1999). The nothing that is. A natural history of zero. Oxford University Press.

Karsenti, T. et Savoie-Zajc, L. (2000). *Introduction* à *la recherche en éducation.* Sherbrooke : Éditions du CRP.

Koudogbo, J. (2013). *Portrait actuel des connaissances d'élèves de troisième année de l'ordre primaire et de situations d'enseignement sur la numération de position décimale*. Thèse de doctorat. Université du Québec à Montréal.

Koudogbo, J. (2017). *Decimal number system: Knowledge of Quebec students educated under the 2001/1981 programs and teaching situations.* Journal of Mathematics Education, Education for All, 10(1), 17-35.

Koudogbo, J., Giroux, J. et Cotret, S.R. de. (2017). *La numération de position: où sont les connaissances des élèves québécois?* Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 17(3), 199-218.

Koudogbo, J. (2019). La investigación en didáctica de las matemáticas: Un apoyo para la enseñanza a los alumnos en dificultad de aprendizaje. *Seminario Internacional Educación Y Convivencia: Miradas En El Siglo* XXI - Santa Marta 11 y 12 de abril 2019. (La recherche en didactique des mathématiques, un levier pour l'enseignement aux élèves en difficulté ? *Seminario Internacional Educación Y Convivencia: Miradas En El Siglo* XXI - Santa Marta 11 y 12 de abril 2019.)

Koudogbo, J. (accepté). La recherche en didactique des mathématiques, un levier pour l'enseignement ? Vers une approche systémique pour développer le potentiel des élèves en difficulté. *In Marchand, P., Adihou, A., Koudogbo, J., et Gauthier, D. et C. Bisson (à* *paraître). La recherche en didactique des mathématiques et les élèves en difficulté : quels enjeux et quelles perspectives ?* Montréal : Éditions JFD.

Laparra, M. et Margolinas, C. (2010). *Milieu, connaissance, savoir. Des concepts pour l'analyse de situations d'enseignement*. Dans Pratiques – linguistique, littérature, didactique. Repéré à https://journals.openedition.org/pratiques/1534#quotation. DOI : 10.4000/pratiques.1534

Margolinas, C. (2012). Connaissance et savoir. Des distinctions frontalières ? Sociologie et didactiques: vers une transgression des frontières. Lausanne, Suisse. pp.17-44. HAL-00779070.

Merritt, D. J. et Brannon, E. M. (2012). Nothing to it: Precursors to a Zero Concept in Preschoolers. National Institutes of Health – HIH; 93: 91–97.

Ministry of Education (2005). *The Ontario Curriculum Grades 1-8.* Document téléaccessible sur l'adresse <http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/elementary/math18curr.pdf>

Ministério de educación, ciencia y tecnologia (2005). *Resolución de Problemas Entre la escuela media y los estudios superiores* – Argentina. Document téléaccessible à l'adresse <http://www.me.gov.ar/artisup/mat/mate_docente.pdf>

Ministério da educação (2013). *Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica.* Brésil. Document téléaccessible à l'adresse <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curiculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192>

Ministère de l'Éducation de l'Ontario (2005). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 3e année : numération et sens du nombre*. Ontario. Document téléaccessible à l'adresse <http://www.atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_M_3_NSN.pdf>

Moreno, B. R. de. O. (2006). Ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1a série. Dans Panizza, M. *Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análise e propostas*. Porto Alegre, Brasil : Artmed

Nantais, N. (1991). L'analyse d'erreurs appliquée à l'algorithme de multiplication. Université de Sherbrooke. Bulletin AMQ.

Otálora, Y. S. et Orozco, M. H. (2006). *¿Por qué 7345 se lee como "setenta y tres cuarenta y cinco"?* Revista latinoamericana d'investigation de matemática educativa. Vol.9 no.3. México. <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362006000300005>

Orozco, M. H. Os erros sintáticos das crianças ao aprender a escrita dos numerais. *In* Moro, M. L. F. et Soares, M. T.C. (Org.). Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2005. p. 77-105. *In* Barreto, D.C.M. (2011). *Como os alunos de terceira série do ensino fundamental compreendem o sistema de numeração decimal*. Thèse de maitrise. Maringá, Brésil.

PISA (2015). *PISA results in focus.* Document téléaccessible sur l'adresse <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf>

Powell, S.R. et Fuchs, L.S. (2012). Early numerical competencies and students with mathematics difficulty. Focus Except Child. 2012 January ; 44(5): 1–16

Proulx, J. et Savard, A. (2016). Regards sur l'erreur en mathématiques. Chroniques : fondements et épistémologie de l'activité mathématique. Montréal, Canada : Université de Montreal.

Riveros, L.M.P. (2010). *L'évaluation du sens du nombre : Élaboration d'un outil diagnostique des premiers et deuxièmes cycles du primaire*. Sherbrooke: Université de Sherbrooke.

Ross, A. et Charbonneau, L. (2002). Systèmes de numération : du concret à l'abstrait. Bulletin AMQ, XLII, 4, p. 48-56.

Russel, G. et Chernoff, E. (2011). Seeking More Than Nothing: Two Elementary Teachers' Conceptions of Zero. *The Montana Mathematics Enthusiast*, Vol. 8, numeros1 et 2, p.77- 112. ISSN 1551-3440. Saskatchewan, Canada.

Seron, X., Deloche, G., & Noel, M.-P. (1991). Le transcodage des nombres chez l'enfant : La production des chiffres sous dictée. Dans J. Bideaud, C. Meljiac, et J.-P. Fisher (dir.) *Les chemins du nombre.* (p. 303-327). Arras: Presses Universitaires de Lille.

Sinnakaudan, S., Kuldas, S., Hashim, S. et Ghazali, M. (2016). *Enabling pupils to conceive part-whole relations of numbers and develop number sense: year one of primary schools in Malaysia.* International Journal for Mathematics Teaching and Learning. ISSN: 1473-0111 (Online) Document téléaccessible sur l'adresse <http://www.cimt.org.uk/ijmtl/index.php/IJMTL>

Tempier, F. (2013). *La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Éducation. Université Paris-Diderot – Paris VII.

Thevenot, C., Barrouillet, P. et Fayol, M. (2015). De l'émergence du savoir calculer à la résolution des problèmes arithmétiques verbaux. Dans Chraray, M. et Dutrevis, M. (2015). *Psychologie des apprentissages scolaires*. De Boeck Supérieur.

Université de Sherbrooke (2016). Directives et informations relatives au projet et a l'essai. Sherbrooke: Université de Sherbrooke.

U.S. Department of Education (2015). Every Student Succeeds Act (ESSA) <https://www.ed.gov/essa?src=policy>

Vergnaud, G. (1991). *La théorie des champs conceptuels. Recherches en didactique des mathématiques,* 10 (2.3), 133-170.

Wheeler, M.M. et Feghali, I. (1983). *Much Ado about Nothing: Preservice Elementary School Teachers' Concept of Zero*. *Journal for Research in Mathematics Education* Vol. 14, No. 3, pp. 147-155

Yilmaz, Z. (2017). *Young children's number sense development: age related complexity across cases of three children.* International Electronic Journal of Elementary Education, 9(4), p. 891-902. Istanbul, Turquie.

ANNEXE 1. LETTRE DE CONSENTEMENT

Chers parents,

Je suis une étudiante à la maitrise en Adaptation Scolaire et Sociale à la faculté d'éducation de l'Université de Sherbrooke. Présentement, je commence à préparer la collecte de données pour ma recherche en vue de la réalisation de mon essai sous la direction de la professeure Jeanne Koudogbo. Le sujet abordé est l'acquisition du sens du nombre chez l'enfant. Pour cela, je vais réaliser plusieurs activités mathématiques avec les enfants. Les parents sont libres d'accepter que leur enfant participe aux activités prévues. Aucun test ne sera fait avec votre enfant et aucune note ne sera attribuée. Je cherche plutôt à saisir la compréhension de votre enfant et à l'aider dans son apprentissage des mathématiques. Au final, cela me permettra de voir comment les enfants de différents âges raisonnent face à une situation mathématique.

Pour cela, je vous demande votre autorisation pour réaliser des activités avec votre enfant autour de sa compréhension du nombre. L'activité, d'une durée d'environ 5-10 minutes, sera réalisée par moi-même, Daniela Fernandes. L'activité sera filmée pour que je puisse après l'analyser.

Je garantis l'anonymat total, car aucune donnée concernant votre enfant ne sera révélée. La participation est volontaire et le consentement est révocable en tout temps. Je vous remercie de votre compréhension et de votre collaboration. L'enregistrement pourra être utilisé ultérieurement dans le cadre de mon cours ou dans une autre activité pédagogique du département d'études sur l'adaptation scolaire et sociale.

Je vous remercie de votre compréhension et de votre collaboration.

Daniela Fernandes

PARTICIPATION

Par la présente:

☐ **J'accepte** que mon enfant ___________________________ participe à cette activité.

☐ **Je refuse** que mon enfant ____________________________ participe à cette activité.

Signature d'un parent: ______________________ Date: _________________

UTILISATION DE L'ENREGISTREMENT

☐ **J'accepte** que l'enregistrement soit utilisé dans le cadre d'activités de formation d'étudiantes et d'étudiants en adaptation scolaire et sociale.

☐ **Je refuse** que l'enregistrement soit utilisé dans le cadre d'activités de formation d'étudiantes et d'étudiants en adaptation scolaire et sociale.

Signature d'un parent: _______________________ Date: _________________

ANNEXE 2. ACTIVITÉS PAPIER-CRAYON

Nom : ____

Chad a cueilli des fraises. Il en donne 100 à Damien, 44 à Sasha, 60 à Camilia. Il lui reste 105. Combien de fraises Chad a-t-il cueillies?

Layla a utilisé 104 crayons feutres pour faire son dessin. Son amie, Cynthia, a eu besoin de 48 crayons feutres de moins que Layla. De combien de crayons feutres Cynthia a-t-elle eu besoin ?

2. Dictée de nombres:

1) 1020	2) 100 010
3) 180	4) 290 305
5) 1006	6) 1404
7) 80	8) 4405
9) 38 072	10) 98

3. Addition:

$$\begin{array}{r} 300 \\ +\ 30 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4810 \\ +3221 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 384 \\ +\ 60 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3\,2\,5\,7 \\ +\underline{1\,2\,7\,8} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\,0\,0 \\ +\underline{\;\;5\,0\,0} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\,0\,9\,8 \\ +\underline{1\,2\,3\,5} \end{array}$$

4. Soustraction:

$$\begin{array}{r} 3\,0\,0 \\ \underline{-\;\;\;3\,0} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\,8\,1\,0 \\ \underline{-\;3\,2\,2\,1} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\,8\,4 \\ \underline{-\;\;\;6\,0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3\,2\,5\,7 \\ -\;\underline{1\,2\,7\,8} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7\,4\,8 \\ -\;\underline{\;\;\;5\,9} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6\,0\,4 \\ -\;\underline{2\,3\,6} \end{array}$$

5. Trouve les résultats de ces opérations:

234 + 22=

2850 + 361=

790 - 89=

2611 - 590=