



CENTRO INTERNACIONAL DE ESTUDOS  
DE DOUTORAMENTO E AVANZADOS  
DA USC (CIEDUS)

**TESE DE DOUTORAMENTO  
O CONCEITO DE MÉDIA  
ARITMÉTICA:  
INTERPRETAÇÃO DO  
PROFESSOR E ANÁLISE DE  
LIVROS DIDÁTICOS**

Marcos Antonio Santos de Pinho

ESCOLA DE DOUTORAMENTO INTERNACIONAL  
PROGRAMA DE DOUTORAMENTO EN EDUCACIÓN

SANTIAGO DE COMPOSTELA

2019







CENTRO INTERNACIONAL DE ESTUDOS  
DE DOUTORAMENTO E AVANZADOS  
DA USC (CIEDUS)

**DECLARACIÓN DO AUTOR DA TESE**  
**O concepto de média aritmética:**  
**interpretação do professor e análise de libros didáticos**

*D. Marcos Antonio Santos de Pinho*

*Presento a miña tese, seguindo o procedemento axeitado ao Regulamento, e declaro que:*

- 1) A tese abarcao resultados da elaboración do meu traballo.*
- 2) De selo caso, na tese faise referencia ás colaboracións que tivo este traballo.*
- 3) A tese é a versión definitiva presentada para a súa defensa e coincide coa versión enviada en formato electrónico.*
- 4) Confirmo que a tese non incorre en ningún tipo de plaxio doutros autores nin de traballos presentados por min para a obtención doutros títulos.*

*En Santiago de Compostela, 28 de outubro de 2019.*

*Asdo: Marcos Antonio Santos de Pinho*





CENTRO INTERNACIONAL DE ESTUDOS  
DE DOUTORAMENTO E AVANZADOS  
DA USC (CIEDUS)

**AUTORIZACIÓN DO DIRECTOR  
DA TESE**  
**O concepto de média aritmética:  
interpretação do professor e análise de libros didáticos**

*Dna María Teresa Fernández Blanco*

**INFORMA:**

*Que a presente tese, correspóndese co traballo realizado por D. Marcos Antonio Santos de Pinho, baixo a miña dirección, e autorizo a súa presentación, considerando que reúne os requisitos esixidos no Regulamento de Estudos de Doutoramento da USC, e que como directora desta non incorre nas causas de abstención establecidas na Lei 40/2015.*

*En Santiago de Compostela, 28 de outubro de 2019.*

*Asdo: María Teresa Fernández Blanco*





CENTRO INTERNACIONAL DE ESTUDOS  
DE DOUTORAMENTO E AVANZADOS  
DA USC (CIEDUS)

## **AUTORIZACIÓN DO DIRECTOR DA TESE**

**O concepto de média aritmética:  
interpretação do professor e análise de libros didáticos**

*Dna: T nia Cristina Rocha Silva Gusmão*

**INFORMA:**

*Que a presente tese, correspóndese co traballo realizado por D. Marcos Antonio Santos de Pinho, baixo a miña dirección, e autoriza súa presentación, considerando que reúne os requisitos esixidos no Regulamento de Estudos de Doutoramento da USC, e que como directora desta non incorre nas causas de abstenci n establecidas na Lei 40/2015.*

*En Santiago de Compostela, 28 de outubro de 2019.*

*Asdo: Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão*



## AGRADECIMENTOS

À minha mãe e irmãos, por não fazerem objeção aos nossos projetos de vida.

Aos amigos Francisco Reis, Eduardo Reis, Reuvan Sodré, Cesar Leiro e aos ocultos, pela força que me deram de forma espiritual e material na conclusão desta tese.

Expresso meus agradecimentos sinceros ao meu primeiro tutor, prof. Jose Antonio Cajaraville, a minha atual orientadora, por ter me aceito já na fase final desta investigação, à prof.<sup>a</sup> Teresa Fernández Blanco, a minha coorientadora, Tânia Gusmão, por sua estimada contribuição na realização nas fases inicial e final da pesquisa, e à querida professora Carmen Batanero, por quem tenho muita estima e admiração, que confiou que eu pudesse desenvolver este estudo.

Aos professores Pedro Antonio Labraña, Leovigildo Alonso Tarrío e Maria Jesús Salinas Portugal, por suas valiosas motivações nas oportunidades de dividir os vossos conhecimentos.

À prof.<sup>a</sup> Isabel Rodeijo, por quem tenho grande estima e respeito, e ao amigo e prof. Jorge Marin.

Aos funcionários da Faculdade de Ciências da Educação, em particular aos da biblioteca, pelo apoio dado nas ocasiões em que precisei.

A todos os colegas com os quais convivi alguns momentos de descontração e carinho durante nossas atividades de aula na universidade.

Um agradecimento merecedor à Valquíria Borba, Juvenal Farias, Mamed Fatal, Patrícia Carvalho e Eni Bastos que contribuíram na fase final com paciências, definições importantes do estudo, pois foi nesses momentos que tratei das conclusões e análises da pesquisa.





**"A mente que se abre a  
uma nova ideia jamais  
volta ao seu tamanho original"  
(Albert Einstein)**



**"Um raciocínio lógico leva você de  
A a B. A imaginação leva você a  
qualquer lugar que você quiser"  
(Albert Einstein)**



## RESUMO

O objetivo desta investigação é analisar o conceito de média aritmética à luz da visão do professor de matemática e de outras disciplinas assim como a forma de proposição deste conteúdo nas lições de livros didáticos de matemática da 3ª série do ensino médio. Respalda esta pesquisa a atual política pública educacional, que se preocupa em promover avanços no currículo e na didática do ensino e aprendizagem da estatística na educação básica brasileira. O estudo baseia-se em pesquisas anteriores sobre estatística e matemática e tem como referências investigações que abordam o marco teórico do enfoque ontosemiótico da cognição e instrução matemática (EOS). Corroboram estas interpretações as respostas descritivas e o entendimento do conteúdo de estatística, o nível de conhecimento do professor e o papel do livro didático, no contexto e visão do marco teórico do EOS. Considerando estes aspectos, definiu-se a metodologia, em que se verificou a visão do conceito de média pelo professor e no livro didático, a partir da realização da pesquisa, desenvolvida em duas etapas. Na primeira etapa da investigação foram analisados questionários aplicados com 12 professores da educação básica da 3ª série do ensino médio, e se observou o conhecimento sobre as medidas de tendência central. Em um segundo passo da investigação foi desenvolvida a análise das lições sobre o conceito de média aritmética e o papel das medidas de tendência central apresentados em seis livros didáticos da educação básica. Ao final, os resultados mostram que o professor e o livro didático são essenciais nesta etapa educacional, a despeito da importância da prática do ensino e da aprendizagem destes conteúdos e do emprego do conceito das medidas nas lições e tarefas educacionais nas diferentes disciplinas da educação básica. Nos resultados, percebe-se o valor do professor e do livro didático como significativos para o ensino destes conteúdos. Contudo, é possível observar há ocorrência de alguma dificuldade sobre o conhecimento e entendimento sobre estatística pelos professores e, em particular, do conceito de média aritmética, em certa medida ocorre nas lições dos livros didáticos, já que este conteúdo se apresenta nas disciplinas da educação básica. Enfim, percorridos estes caminhos podemos concluir que as análises teóricas indicam a necessidade de se construir uma formação mais expressiva para o professor, que colabore com a concepção da didática do ensino e da aprendizagem de estatística. Por outro lado, é importante que os livros didáticos de matemática e de outras disciplinas se apropriem dos conteúdos de estatística e do conceito de média aritmética como forma de promover melhor percepção nas lições das disciplinas da 3ª série do ensino médio da educação básica.

## RESUMO

A estatística xorde a inicios do século XVI. Foi pensada, inicialmente, como unha ciencia política polos ingleses e seu uso estaba vinculado á descrición e caracterización dun país. Porén, no século XVIII, pasou a ser vista como ciencia, de feito, por Godofredo Achenwall, considerado o pai da estatística moderna. Na era actual esta ciencia evolucionou e a sociedade apropiouse dela amplamente (Junior, 2007). Nos últimos 20 anos tense observado que seu uso está sendo dirixido a desenvolver estudos e pescudas no sector educativo. Esta preocupación é importante porque desperta nas autoridades da educación a necesidade de discutir o papel do profesor e das políticas públicas de ensino e aprendizaxe da estatística. Así, esta pescuda ten como foco a investigación sobre o ensino e a aprendizaxe da estatística e, en particular, sobre o concepto de media. Preténdese desenvolver coñecementos que poidan contribuír á construción dunha didáctica da estatística, tendo como preocupación o ensino e a aprendizaxe, a formación de profesores e estudantes da educación básica, promovendo o acceso aos contidos de estatística no 3º ano de educación secundaria. Destácase a importancia e utilidade da estatística no campo da educación.

O interese nuclear desta investigación é ampliar a discusión acerca do ensino e da aprendizaxe da estatística, particularmente do concepto de media aritmética. Proponse un debate á luz da necesidade que o tema esixe nos tempos actuais. É evidente que este debate teórico sobre contidos relacionados coa estatística preséntase con frecuencia e contribúe a avances científicos da nesta área do coñecemento en moitos países e, máis recentemente, no Brasil. Porén, pódese considerar que a introdución dos contidos de estatística nas matrices curriculares das etapas de ensino da educación básica, a partir dos Parámetros Curriculares Nacionais – (PCN, de 1999) foi positiva, xa que trouxo novos eixes de discusión para as materias do ensino fundamental e do ensino medio, con repercusións na formación universitaria. Por tanto, trátase da preocupación que representa unha visión universal, que contempla a multidisciplinariedade do coñecemento nunha perspectiva de contribuír coa formación do profesor, do estudante e dos individuos en nosa sociedade (Cobo, 2003).

Por tanto, para efectos de concreción desta investigación, tomamos como referencia o contexto de estudo que incluíu o profesor e o libro didáctico utilizado no 3º ano de educación secundaria, en escolas públicas da cidade de Salvador, na Baía (Brasil). Xunto a todos eses aspectos e visións sobre o ensino e a aprendizaxe da estatística buscamos o desenvolvemento das análises teóricas de rexistros de investigacións desenvolvidas no campo do ensino e da didáctica da matemática. Este estudo trouxo, nos seus obxectivos, ideas e reflexións respecto ás dificultades que integran o ensino e a aprendizaxe da matemática e da estatística. Considerando estas referencias,

tívoise o coidado de definir unha proposta, co fin de que se constituísen en elementos da pescuda. Apreciando todas as premisas, definiuse a selección dos profesores do 3º ano de educación secundaria e dos libros didácticos, estes con papel preponderante no estudo. Na pescuda cos profesores, por exemplo, empregouse un cuestionario que abordou temas específicos sobre medidas de tendencia central e, particularmente, o concepto de media aritmética, o que foi determinante para descubrir o perfil e as condicións do coñecemento respecto a ditas medidas.

Nesta investigación presentouse un estudo que buscou unha mellor comprensión do concepto de media aritmética a partir da visión do obxecto persoal e instruccional (Godino e Batanero, 1994; 1998), en que foi discutida a importancia do ensino e da aprendizaxe da estatística e, en particular, do concepto da media aritmética, contido das materias do 3º ano de educación secundaria. Nestes aspectos, foi especificado e considerado o papel do profesor e do libro didáctico como fundamentais para que o proceso de ensino e aprendizaxe da estatística conclúa con éxito.

A utilización da teoría do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática (EOS) foi un importante aliado neste estudo, en razón do seu potencial para integrar teorías distintas, proporcionando as condicións adecuadas para a aproximación das discusións coa temática da pescuda. A partir dese aporte teórico foi posible comprender como é abordada a estatística na educación básica, ben como a visión que existe sobre a didáctica do ensino e da aprendizaxe da estatística. A partir de aí desenvolveuse o estudo semiótico das leccións sobre media aritmética presentadas nos libros didácticos e foron feitas as análises sobre as respostas dos ítems do cuestionario da pescuda dos profesores, que foron fundamentais para comprender como acontece o proceso de ensino-aprendizaxe da media aritmética na escola. Os obxectivos que foron definidos a partir das análises do libro e dos cuestionarios aplicados aos profesores permitiron que fose posible comprender como incide a relación entre o obxecto institucional, que ten seu significado avaliado no cuestionario e no libro didáctico. Complementa esta visión o papel do obxecto, o significado persoal, que reflicte na figura do profesor, coa finalidade de recoñecer o coñecemento da estatística e, en particular, o concepto sobre media aritmética, a partir das respostas dadas polos profesores aos ítems do seu cuestionario.

Este traballo estruturouse nos seguintes capítulos:

No capítulo 1 destacamos e presentamos as cuestións de investigación e o que foi realizado como efecto das consultas iniciais da investigación sobre a temática do estudo, en que se busca relatar o papel da estatística no cotián e súas aplicacións nos diversos contextos sociais. A continuación, tratáronse os debates institucionais, que retratan o coñecemento do profesor e do estudante, a importancia do libro didáctico e o currículo. Neste capítulo foi posible listar as abordaxes sobre as cuestións que orientaron o curso da investigación

respecto á media aritmética e o seu papel na estatística, momento en que se iniciaron as análises epistemolóxicas de seu significado a partir de teorías do ensino e da aprendizaxe que veñen desenvolvéndose ao longo dos últimos 20 anos. Desta forma, é posible entender que para facer xuízos sobre investigación en educación estatística, é preciso que se teña unha teoría que poida axudar a entender os conceptos dos contidos da estatística. Foi parte deste capítulo a presentación dos puntos que contribuíron á orientación das cuestións de investigación, seus obxectivos e presupostos. É importante considerar e destacar os elementos relacionados coa educación que poden influenciar na comprensión sobre media aritmética e os efectos deses contidos para o ensino e aprendizaxe da estatística na educación secundaria. Apúntase, tamén, o que foi realizado efectivamente e as consultas iniciais da investigación sobre a temática do estudo, en que se busca relatar o papel da presenza da estatística no cotián e de súas aplicacións nos diversos contextos sociais. Nos outros puntos foron tratadas as discusións respecto aos aspectos institucionais que retratan a importancia do libro didáctico e o currículo e seus efectos no coñecemento do profesor e do estudante. Neste contexto, foi posible listar as abordaxes respecto ao papel da estatística, a visión sobre o libro didáctico e o entendemento sobre o currículo. Tais elementos permitiron construír sínteses analíticas que demostraron como a explotación deses obxectos poden repercutir sobre o coñecemento da estatística. Por tanto, foron estes puntos os que contribuíron coa orientación das cuestións de investigación, seus obxectivos e presupostos. Así, considerouse a importancia dos contidos de estatística e súa esixencia como relevantes nas distintas materias do 3º ano de educación secundaria. Todo este panorama despertou a decisión de explorar, con mais particularidades, os seguintes problemas traducidos en preguntas de investigación:

Pregunta de investigación 1 (P1): Cal é a comprensión do profesor sobre a estatística e o concepto de media aritmética?

Pregunta de investigación 2 (P2): Cal é o significado das leccións do libro didáctico no ensino e na aprendizaxe de estatística e, en particular, no concepto de media aritmética?

Pregunta de investigación 3 (P3): Cal é a importancia do EOS como teoría didáctica na construción dunha interpretación sobre o ensino e a aprendizaxe da media aritmética, considerando a interpretación do profesor e as leccións do libro didáctico?

No capítulo 2 abórdanse as dificultades de aprendizaxe de conceptos sobre media aritmética e medidas de tendencia central. No caso da media, por exemplo, súa comprensión esixe que se saiba a “definición mental” dunha persoa sobre esta medida. Medidas son entidades culturais moi complexas que non inclúen só súas puras definicións. Por tanto, buscouse organizar a idea sobre media dunha maneira simple, coa finalidade de posibilitar as análises realizadas. Establecido o entendemento teórico, o capítulo dedicouse aos

debates, momento en que se fixeron as primeiras inmersións sobre varios aspectos da comprensión non só do concepto de media como tamén do seu significado, considerando os traballos desenvolvidos neste campo por autores que discuten a temática. Neste sentido, foi posible identificar as citacións de estudos que se destacan pola importancia das reflexións teóricas que se aproximan dunha teoría de ensino e aprendizaxe das matemáticas. Tamén se considerou a existencia doutros estudos desenvolvidos por diversos autores sobre as medidas de tendencia central e, en particular, a media aritmética, que demostran o importante que é a estatística na educación básica. Por outro lado, o estudo esixiu unha dedicación e atención especial nas análises dos diversos elementos que son considerados fundamentais na investigación como, por exemplo, a visión do concepto de media e o papel do libro didáctico, que se completa abordando a temática da formación de profesores.

No capítulo 3 tratouse o marco teórico, que tivo como base a análise dos diversos estudos realizados mediante o Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrución Matemática – (EOS) (Font e Contreras 2008; Godino, Batanero e Font 2007; D' Amore, Font e Godino 2007; Godino 2002). Considérase a teoría do EOS, ben como seus aspectos que se refiren á instrución, e o papel do obxecto institucional e persoal, como requisitos para desenvolver as análises na dimensión dos elementos da configuración didáctica, ou sexa, permitiron as condicións necesarias para poder facer unha apreciación teórica no campo da didáctica do ensino e da aprendizaxe. É importante retratar que o marco teórico posibilitou os requisitos para asegurar o éxito desta investigación. Nel se desenvolve a visión do que representan os moitos estudos que se presentan na literatura contemporánea en torno ao Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrución Matemática (EOS) e dos traballos de Godino e colaboradores. Por último, presentamos as discusións sobre os sistemas de prácticas e a visión particular da actividade de ensino e aprendizaxe, establecendo a análise dos elementos da configuración didáctica e seus conflitos semióticos que se observa a partir do obxecto institucional e persoal. Esta parte do estudo complétase coa discusión sobre noción de idoneidade didáctica, focalizando o proceso de instrución e a visión sobre como estes fundamentos poden contribuír e reflectir na formación do profesor. No capítulo 4 presentouse a metodoloxía de investigación que se desenvolveu por medio das análises cualitativas e cuantitativas. Considérase que se trata dunha investigación cualitativa, do tipo descritivo, que ten como principio o deber de informar de tódolos datos que compoñen a realidade que se presenta na pescuda (Bogdan e Biklen, 1994). Nese contexto, foi importante na pescuda estudar non só o problema determinado, senón tamén como se manifestou en seus aspectos teóricos. Por tanto, esixiuse que se desenvolvesen outras análises sobre os procedementos observados nas interpretacións da investigación, discutidas mais especificamente no capítulo 5. Destacouse a preocupación coa utilización das informacións obtidas no proceso de

construción da investigación, que serviron para medir os aspectos cuantitativos e, así, comprende o que representa o contido do estudo nas análises propostas. Deste xeito, iniciouse coa análise dos instrumentos de obtención de datos, compostos por cuestionarios respondidos por 12 profesores do 3º ano de educación secundaria de distintas áreas do coñecemento. A análise desenvolveuse tendo en conta as particularidades dalgúns dos ítems, que foron considerados importantes nos seus aspectos de representatividade en fundamentar o obxectivo do estudo. Por tanto, na medida do posible, foron desenvolvidos procedementos que deron as condicións para facer a análise descritiva, o uso de proba non paramétrica e de proba de fiabilidade do instrumento, alén de estudos de inferencias simples. Estas ferramentas foron consideradas como recursos da estatística para formalizar as análises da investigación. Noutra fase do estudo foi desenvolvida unha apreciación particular, en que foron explotados aspectos do ensino e da aprendizaxe, considerando o papel dos libros didácticos seleccionados e as leccións sobre media. Observouse, tecnicamente, como se presentaron estes contidos nos documentos pedagóxicos. Asemade, recoñécese que o estudo é cualitativo en razón da fundamentación observada e as características que apuntaron a liña que pretendía: explotar, describir e xerar visións comúns, que, cando combinadas cos datos obtidos nas análises cuantitativas permitiron unha interpretación dos varios documentos da pescuda. "Os estudos exploratorios realízanse, xeralmente, cando o obxectivo é examinar un tema ou problema de pescuda raramente estudado ou que non fora abordado antes" (Hernández, Fernández e Baptista, 2006, p. 57). A metodoloxía, ben como as técnicas e os criterios estatísticos propiamente ditos para desenvolver as análises, xustificáronse na medida en que se avanzou. Na construción do estudo tívose a preocupación coa literatura que foi referencia e tratou os problemas subxacentes ao ensino e á aprendizaxe da estatística, unha vez que foi esencial para responder aos obxectivos e ás cuestións da pescuda. Parte deste capítulo foi dedicado adiscutir a caracterización dos métodos de estatística e súas ferramentas, co obxectivo de mostrar en que condicións deberían ocorrer os estudos e as análises das informacións cuantitativas xeradas a partir dos datos dos cuestionarios. Por outro lado, non poderíamos esquecer a importancia de comprender e observar o papel do emprego da análise do libro didáctico, considerado como poderoso instrumento de transferencia de saber, importante aliado do profesor e do estudante. Distinto do cuestionario, as análises do libro didáctico tiveron como obxectivo medir os aspectos teóricos focalizando a visión do ensino e da aprendizaxe de estatística, ou sexa, a identificación do coñecemento por parte do profesor dos contidos que son definidos no currículo do 3º ano de educación secundaria.

O capítulo 5 destinouse as discusións da información obtida nas fases desta investigación, cando o estudo dos aspectos relevantes sobre as



conceptualizacións da media presentada polo profesor e os libros de texto. Despois das análises, un aspecto que chama a atención e que foi considerado no estudo foi a análise particular do ítem 1 do cuestionario, que versa, exclusivamente, sobre o concepto de media aritmética e a opinión específica do profesor. Nesta análise identificouse, por exemplo, a ocorrencia de disparidade de ideas sobre o concepto de medidas de tendencia central e, en particular, da media aritmética, a partir da visión teórica da EOS, ou sexa, do punto de vista institucional e persoal. Na análise cumpríuse unha das etapas do estudo, no momento en que foron discutidas as informacións da pescuda identificadas, tendo o coidado de observar as visións e os enfoques defendidos na metodoloxía (capítulo 4). Na parte dedicada ao cuestionario buscouse aproveitar, inicialmente, os aspectos que tratan da abordaxe descritiva utilizados polo profesor. Realizouse, entón, unha análise sobre os temas das leccións neses libros didácticos, a partir da visión teórica do EOS, á vista do que se podería esperar como pretensión dun tratamento cualitativo dos datos. Inicialmente, foron observadas as leccións seleccionadas para compoñer esta parte do estudo. As análises se complementan na perspectiva da visión de idoneidade didáctica e súas dimensións, cando observadas as particularidades de cada medida que se presenta na lección analizada.

O capítulo 6 dedicouse ás indagacións e ás respostas da investigación, momento en que foi posible chegar a conclusións e comentar as dificultades do estudo, alén de facer un resumo das principais contribucións obtidas coas consultas aos profesores, ao libro didáctico e ás referencias bibliográficas. Desas contribucións emerxeron importantes informacións que incluíron aspectos sobre a teoría do ensino e da aprendizaxe da estatística, a partir da comprensión do EOS. Desta forma, buscouse promover condicións de establecemento de relacións con futuras investigacións na área da didáctica do ensino e da aprendizaxe da matemáticas e estatística, en particular sobre a media aritmética, na medida en que as discusións sobre a estatística pasan a ocupar o seu espazo nos escenarios da escola e dos currículos escolares, entre os profesores, os estudantes e no libro didáctico. Estas consideracións son importantes, en varios aspectos, para a educación, pois demostran que existe a intención clara de poder contribuír co ensino da estatística e, por outro lado, acaba implicando a investigadores de varios países. Esta percepción é observada pola presenza de profesores consagrados, como Batanero (2000), que resaltan que nos últimos anos ten habido un compromiso maior da comunidade científica no sentido de incentivar o desenvolvemento de estudos e investigacións na área da didáctica da estatística.

Considerando que a pescuda tivo como cuestión principal investigar o concepto de media aritmética abordado no 3º ano de educación secundaria, o papel do profesor e do libro didáctico como instrumentos do ensino e da aprendizaxe, tamén buscouse comprender a importancia da estatística no cotián da sociedade e nos diversos campos, recoñecendo as medidas de

tendencia central e, en particular, comprendendo o concepto de media como unha medida estatística capaz de colaborar coa toma de decisións.

Así, foi posible obter como respostas ás preguntas de investigación as seguintes visións:

P1- Os resultados do estudo demostran que hai unha dificultade por parte do profesor de comprensión e coñecemento das medidas estatísticas e, en particular, do concepto de media aritmética, ou sexa, unha dificultade na utilidade da práctica de ensino e da aprendizaxe da estatística. Así, identificamos a necesidade de ampliar o desenvolvemento da formación do profesor a fin de que poida enriquecer o entendemento sobre a importancia dos contidos de estatística. Por tanto, preparar o profesor e o estudante cognitivamente para usar esa medida estatística no cotián.

P2- A investigación indica o papel esclarecedor do libro didáctico, que considera as iniciativas recentes da ampliación e inserción dos contidos de estatística no currículo da educación básica. Por outro lado, obsérvase que gradualmente o libro está pasado por mudanzas e adecuacións que favorecen a obtención de coñecementos e auxilia o profesor e o estudante na aprendizaxe significativa da lección sobre os contidos de estatística e o concepto de media aritmética, no transcurso das alteracións do Currículo da Educación Básica. No entanto, identifícanse, nas análises sobre o concepto de media aritmética, conflitos semióticos, que presentamos a continuación en exemplos identificados en leccións dos libros texto:

(1) Na lección non se nota unha construción sobre o papel da media. Non hai unha preocupación sobre o significado de referencia dunha idea que indique a relación existente entre o que representan os datos e a variable, como retratan Godino, Font e Wilhelmi (2006).

(2) Na lección obsérvase a énfase no uso dos símbolos e anotacións que se complementan co gráfico, os chamados conceptos previos e emerxentes citados por Godino, Font e Wilhelmi (2008). Con todo, hai que imaxinar que é necesario ter o coñecemento da composición literal sobre a media aritmética, unha esixencia para que o estudante poida construír o concepto dese contido, o que non é presentado na lección.

(3) Na lección non aparece explicitamente se no cálculo da media aritmética deben reconsiderar as características das informacións que envolven o problema ou se a operación matemática precisa ter, de feito, unha solución por medio dunha medida estatística.

(4) Na lección os autores introducen o concepto de media aritmética de forma xeral, conducindo á solución do problema para un simple cálculo numérico matemático, utilizando o procedemento que require coñecementos previos, que, moitas veces, non forma parte do coñecemento do estudante. Por tanto, conclúese que estes conflitos poden afectar o entendemento sobre os contidos de estatística e, particularmente, o concepto de media aritmética.

P3- O estudo demostra a importancia do papel da teoría do EOS, pois contribúe co desenvolvemento das análises nas dimensións epistemolóxicas, cognitivas e institucionais dos aspectos sobre o ensino e a aprendizaxe de contidos de estatística. Neste contexto observouse a interpretación do concepto de media aritmética polo profesor cando fixo uso dos recursos do ensino e da aprendizaxe no ambiente pedagóxico e nas presentacións destacadas da análise das leccións do libro didáctico do 3º ano de educación secundaria. En suma, recoñecemos que a teoría do EOS bríndanos elementos analíticos de suma importancia que permitiron recoñecer as dificultades da percepción do concepto de media aritmética presentado na evolución do currículo de estatística da Educación Básica.

Neste contexto, recoñecemos que o estudo tivo a importancia de observar a presenza de discusións e avances considerados importantes cando falamos respecto ao ensino e à didáctica da estatística. Porén, este escenario non é un dos mellores, pois demostra a necesidade de políticas públicas que traten con maior efectividade os aspectos do ensino e da aprendizaxe da estatística, como materia propia, ou como contidos doutras disciplinas da educación básica, desde as series iniciais até os niveis finais.

En suma, este estudo presenta discusións obxectivas e teóricas dos contextos relacionados co ensino da estatística, que nos deixan ante unha situación contemporánea, que soamente por medio do desenvolvemento de investigacións dirixidas á temática da didáctica do ensino poden considerar e recomendar mellores camiños para propiciar o desenvolvemento de teorías de ensino e aprendizaxe. Por tanto, é saudable a intención de organizar as etapas curriculares, facendo que sexan superadas as dificultades do ensino na educación secundaria brasileira, en particular o de estatística.

## RESUMEN

El objetivo de esta investigación es analizar el concepto de media aritmética a la luz de la visión del profesor de matemáticas y de otras disciplinas así como la forma de proposición de este contenido en las lecciones de libros didácticos de matemáticas del 3° año de la enseñanza secundaria. Respaldada esta investigación la actual política pública educativa, que se preocupa en promover avances en el currículo y en la didáctica de la enseñanza y aprendizaje de la estadística en la educación secundaria brasileña. El estudio se basa en investigaciones anteriores sobre estadística y matemática y tiene como referencias investigaciones que abordan el marco teórico del enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS). En el contexto y visión del marco teórico del EOS, corroboran estas interpretaciones las respuestas descriptivas y el entendimiento del contenido de estadística, el nivel de conocimiento del profesor y el papel del libro didáctico. En este sentido, se definió la metodología, en la que se verificó la visión del concepto de media por el profesor y en el libro texto, a partir de la realización de la investigación, desarrollada en dos etapas. En la primera etapa de la investigación se analizaron cuestionarios aplicados con 12 profesores de la educación secundaria del 3° año de la enseñanza secundaria, y se observó el conocimiento sobre las medidas de tendencia central. En un segundo paso de la investigación se desarrolló el análisis de las lecciones sobre el concepto de media aritmética y el papel de las medidas de tendencia central presentadas en seis libros textos de la educación secundaria. Al final, los resultados muestran que el profesor y el libro texto son esenciales en esta etapa educativa, a pesar de la importancia de la práctica de la enseñanza y del aprendizaje de estos contenidos y del empleo del concepto de las medidas en las lecciones y tareas educativas en las diferentes disciplinas de la educación secundaria. En los resultados, se percibe el valor del profesor y del libro texto como significativos para la enseñanza de estos contenidos. Sin embargo, es posible observar que hay alguna dificultad en el conocimiento y entendimiento sobre estadística por los profesores y, en particular, del concepto de media aritmética, en alguna medida también en las lecciones de los libros textos, ya que este contenido se presenta en las disciplinas de la educación secundaria. En fin, recorridos estos caminos podemos concluir que los análisis teóricos indican la necesidad de construir una formación más expresiva para el profesor, que colabore con la concepción de la didáctica de la enseñanza y del aprendizaje de estadística. Por otro lado, es importante que los libros textos de matemática y de otras disciplinas se apropien de los contenidos de estadística y del concepto de media aritmética como forma de promover mejor percepción en las lecciones de las disciplinas del 3° año de la enseñanza secundaria.

# Sumário Geral

<b>Introdução Geral</b> .....	<b>1</b>
-------------------------------	----------

## Capítulo 1

<b>1. Antecedentes da Pesquisa e Questão de Investigação</b> .....	<b>10</b>
1.1. Introdução.....	10
1.2. As Questões de Investigação .....	11
1.3. Objetivos e Pressupostos da Pesquisa.....	14
1.4. Visão Geral da Investigação e Procedimentos Metodológicos .....	16
1.5. Antecedentes de Pesquisa.....	18
1.6. Perspectiva e o Papel da Estatística na Educação .....	23
1.7. Importância e Utilidade da Estatística .....	27
1.8. Investigações em Educação Estatística.....	31
1.8.1. Pesquisa e a Média Aritmética.....	38
1.9. Contexto do Ensino de Estatística - Currículo e Livro Didático .....	41
1.9.1. A Estatística, O Livro Didático e o Currículo.....	46
1.9.2. A Formação do Professor de Estatística na Educação Básica.....	50
1.9.3. Perspectiva do Ensino de Estatística.....	63

## Capítulo 2

<b>2. Visão Sobre o Conceito de Média Aritmética</b> .....	<b>68</b>
2.1. Introdução.....	68
2.2. As Medidas de Tendência Central.....	71
2.3. Significado do Conceito de Média Aritmética .....	73
2.4. A Média Aritmética em Documentos Curriculares .....	77
2.5. Aplicação da Média na Matemática e o Livro Didático .....	83

## Capítulo 3

<b>3. Marco Teórico</b> .....	<b>88</b>
3.1. Introdução.....	88
3.2. O Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS).....	89
3.2.1. Objeto Institucional .....	97
3.2.2. Objeto Pessoal .....	99
3.2.3. Configurações Didáticas.....	101
3.2.4. Conflitos Semióticos.....	105
3.3. Níveis de Análise do Processo de um Estudo Matemático.....	109
3.4. Ferramenta de Análise de um Texto Matemático .....	115
3.5. Indicadores de Idoneidade Didática.....	118

3.5.1. Indicadores/Descritores .....	119
--------------------------------------	-----

## **Capítulo 4**

<b>4. Procedimentos Metodológicos .....</b>	<b>123</b>
4.1. Introdução.....	123
4.2. Técnicas da Pesquisa .....	125
4.3. Elementos da Pesquisa: O Questionário do Professor e o Livro Didático.....	129
4.4. Critérios de Análises dos Dados .....	137
4.4.1. Questionários .....	137
4.4.2. Livro Didático.....	141

## **Capítulo 5**

<b>5. Análises e Discussão dos Dados .....</b>	<b>145</b>
5.1. Introdução.....	145
5.2. Análises dos Itens do Questionário .....	147
5.2. 1. Caracterizações do estudo para análise do questionário.....	147
5.2. 2. Caracterizações e objetivos dos itens do questionário.....	151
5.2. 3. Análise do perfil dos professores.....	164
5.3. Coeficiente de Fidedignidade e Análise de Consistência Interna dos Itens...167	
5.4. Análises Descritivas dos Itens do Questionário.....	172
5.4.1. Conclusão da análise descritiva.....	189
5.5. Análise Estatística Não Paramétrica do Questionário .....	191
5.6. Relação Entre a Tipologia das Respostas com Elementos da Configuração .....	199
5.7. Análise do Conceito de Média, do Item 1 do Questionário na Visão doEOS .....	214
5.8. Compreensões Sobre a Configuração Didática Epistêmica do Item 1.....	219
5.9. Configuração Didática Epistêmica Detectada na Linguagem e Procedimentos .....	226
5.10. Configuração Didática Epistêmica Detectada nos Conceitos e Propriedades .....	226
5.11. Configuração Didática Epistêmica Detectada nas Proposições e Argumentos.....	228
5.12. Considerações Sobre a Análise dos Questionários .....	230
5.13. Análise do Conteúdo da Média nos Livros Didáticos .....	233
5.14. Componentes da Configuração Didática e Conflito Semiótico .....	237
5.15. Conclusões Sobre as Análises das Configurações dos Livros Didáticos.....	292
5.16. Análise dos Indicadores de Idoneidade Didáctica dos Livros Didáticos .....	298

5.17. Considerações Sobre a Análise dos Indicadores de Idoneidade	
Didáctica dos Livros Didáticos .....	320

## **Capítulo 6**

<b>6. Considerações finais .....</b>	<b>322</b>
6.1. Introdução.....	322
6.2. Impressões e Conclusões a Respeito dos Objetivos do Estudo .....	324
6.3. Conclusões Sobre os Pressupostos .....	332
6.4. Contribuições e Limites do Estudo.....	339
6.5. O Futuro e a Investigação Sobre o Ensino da Estatística.....	342
<b>7. Referências .....</b>	<b>346-379</b>

<b>8. Anexos .....</b>	<b>380-440</b>
------------------------	----------------

## **Índice das figuras e imagens**

Figura 1 - Visão Geral da Pesquisa .....	18
Figura 2 - Tirinha Sobre a Média .....	30
Figura 3 - Representação das Medidas .....	69
Figura 4 - Exercício Sobre Medidas .....	70
Figura 5 - Exercício Sobre Aplicação da Média na Geometria .....	86
Figura 6 - Componente da Configuração Didática.....	105
Figura 7 - Hexágono Regular da Idoneidade Didática .....	119
Figura 8 - Coeficiente Alfa de Cronbach.....	170
Imagem 1 - Resposta de um Professor não Identificado .....	177
Imagem 2 - Resposta de um Professor não Identificado .....	177
Imagem 3 - Resposta de um Professor não Identificado .....	178
Imagem 4 - Resposta de um Professor não Identificado .....	179
Imagem 5- Resposta de um Professor não Identificado .....	180
Imagem 6- Resposta de um Professor não Identificado .....	186
Imagem 7- Resposta de um Professor não Identificado .....	188
Imagem 8 - Resposta de um Professor não Identificado .....	188
Imagem 9- Resposta do Professor A .....	220
Imagem 10- Resposta do Professor B.....	221
Imagem 11 - Resposta do Professor C.....	222
Imagem 12 - Resposta do Professor D .....	222
Imagem 13 - Resposta do Professor E.....	223
Imagem 14 - Resposta do Professor F.....	225
Imagem 15 - Resposta do Professor G .....	225

Imagem 16 - Resposta do Professor H .....	228
Figura 9 - Situação Problema Livro Didático 1 .....	239
Figura 10 - Situação Problema Livro Didático 2 .....	252
Figura 11 - Proposição Livro Didático 2 .....	256
Figura 12 - Situação Problema Livro Didático 3 .....	261
Figura 13 - Situação Problema Livro Didático 4 .....	268
Figura 14 - Situação Problema Livro Didático 5 .....	276
Figura 15 - Situação Problema Livro Didático 6 .....	285
Figura 16 - Conceituação da Situação Livro Didático 6 .....	288
Figura 17 - Exemplo de Nomeclatura e Algoritmos para Representação da Média .....	313

### **Índice dos quadros**

Quadro 1 - Estudos Sobre Medidas Estatísticas .....	56
Quadro 2 - Síntese de Estudos Sobre Média .....	95
Quadro 3 - Valores dos Itens nos Questionários .....	193
Quadro 4 - Descritores da Idoneidade Didática Analisada .....	301
Quadro 5 - Descritores Analíticos da Idoneidade Didática Cognitiva .....	308
Quadro 6 - Descritores Analíticos da Idoneidade Didática Interrelacional .....	311
Quadro 7 - Descritores Analíticos da Idoneidade Didática Mediacional .....	314
Quadro 8 - Descritores Analíticos da Idoneidade Didática Emocional .....	316
Quadro 9 - Descritores Analíticos da Idoneidade Didática Ecológica .....	317

### **Índice das tabelas**

Tabela 1 - Valores do Coeficiente Alfa de Cronbach .....	171
Tabela 2 - Item nº. 1 Questionário .....	173
Tabela 3 - Item nº. 2 Questionário .....	174
Tabela 4 - Item nº. 3 Questionário .....	174
Tabela 5 - Item nº. 4 Questionário .....	175
Tabela 6 - Item nº. 7 Questionário .....	175
Tabela 7 - Item nº. 8 Questionário .....	176
Tabela 8 - Item nº. 9 Questionário .....	183
Tabela 9 - Item nº. 11 Questionário .....	185
Tabela 10 - Item nº. 16 Questionário .....	186
Tabela 11 - Visão dos Resultados por Níveis .....	213
Tabela 12 - Visão dos Resultados por Elementos .....	214



# INTRODUÇÃO GERAL

A estatística surgiu no início do século XVI, sendo pensada como uma ciência política pelos ingleses, e teve seu uso vinculado à descrição e caracterização de um país. Porém, foi no século XVIII que passou a ser vista como ciência de fato por Godofredo Achenwall, considerado o pai da estatística moderna. Na era atual, ela evolui e passa a ser apropriada largamente pela sociedade, conforme cita Junior (2007, p. 35-37, 1) quando diz que: o ensino da Probabilidade e da Estatística surge no contexto do bloco de conteúdos com nome de Tratamento das Informações, tendo como justificativa a demanda social e o frequente uso na sociedade contemporânea, pela necessidade de o indivíduo compreender as informações divulgadas, tomar decisões e fazer previsões que influenciam sua vida pessoal e em comunidade. Nos últimos 20 anos, é possível observar o seu uso por parte de pesquisadores, e o interesse em desenvolver estudos e pesquisas voltadas para a Estatística Educacional. Esta preocupação é importante porque desperta nos fóruns das autoridades da educação como o Conselho Nacional de Educação (CNE), o Conselho Nacional dos Secretários de Educação Estaduais (CONSED), os Conselhos Estaduais de Educação (CEE), União Nacional dos Dirigentes Municipais da Educação (UNDIME) e entidades da organização cível a necessidade de discutir o papel do professor e as políticas públicas de ensino e aprendizagem da estatística. Nessa direção, esta pesquisa busca o desenvolvimento de um estudo sobre ensino e aprendizagem

da estatística, e, em particular, do conceito de média, tomando como referências estudos desenvolvidos no marco teórico do enfoque onotosemiótico (EOS), do conhecimento e na instrução matemática de Font e Contreras, (2008); Godino, Batanero e Font (2007); D'Amore, Font e Godino (2007); Godino (2002) e outros que têm em vista desenvolver conhecimentos teóricos que possam contribuir com uma didática da educação estatística.

Nos últimos tempos, se observa que há uma preocupação com os conteúdos de estatística no ensino e a aprendizagem, tanto na formação do professor quanto na valorização do estudante da educação básica. A partir dessa visão educacional, é possível identificar os significados dos objetos, a importância dos conteúdos de estatística, nomeadamente o conceito de média aritmética, bem como as políticas definidas para introdução no currículo destes conteúdos na matemática e nas disciplinas da educação básica, e em particular do 3º ano do ensino médio. Estas situações que envolvem alterações curriculares quando verificadas são, portanto, oportunas para que se debruce na organização de estudos sobre o ensino e aprendizagem no campo da estatística e seu conteúdo, de sorte que possam identificar com maior evidência e importância das práticas didáticas. Neste sentido, que se torna imperioso entender a concepção da visão do ensino e aprendizagem de estatística que serve à sociedade desde exigências de uma estatística

para educação básica, que seja reflexiva aos interesses do professor, do estudante, do indivíduo e a sociedade de um modo geral.

Outro ponto de vista observado, diz respeito ao interesse crescente no desenvolvimento de investigações que buscam reconhecer teorias que possam colaborar com o debate e aprofundamento da inserção da estatística e seus conteúdos na educação básica, tendo como repercussão direta o entendimento do professor e sua formação, repercutindo no preparo de um estudante cidadão. Salienta-se que investigações com esta natureza são consideradas importantes para a educação, pois, além da intenção de contribuir com o conceito de média aritmética, incentiva o ensino da estatística, proporcionando o desenvolvimento de discussão sobre a presença deste conteúdo no currículo. É salutar que esta situação possa envolver pesquisadores das diversas matrizes educacionais reconhecendo os estudos na área do ensino e aprendizagem na educação básica de vários países.

É também observado neste estudo é a introdução no currículo dos conteúdos de estatística, e os avanços pedagógicos resultante de uma prática de ensino e aprendizagem, tendo como destaque livro didático objeto de estudo e análise dessa investigação. Considera-se que os conteúdos da estatística como um poderoso instrumento de transferência de saber, importante aliado do professor e do estudante.

Esta investigação se completa com a aplicação de um questionário junto a um grupo de professores da 3<sup>a</sup> série do ensino médio da educação básica, fazendo assim a mediação das relações entre o professor, o estudante e os conteúdos de estatística. Nessa linha de raciocínio, foram investigados os atores educacionais que possuem participação preponderante na compreensão desses conteúdos.

Desta forma, se aferiu deste universo investigado como o livro e a pesquisa junto aos professores, poderão contribuir com as discussões no nível teórico sobre uma efetiva didática no processo de ensino e aprendizagem da estatística. Para tanto, este estudo foi estruturado em cinco capítulos.

O Capítulo 1 desta tese apresenta o que foi realizado como efeito de consultas iniciais da investigação sobre a temática do estudo, buscando relatar o papel da presença da estatística no cotidiano e de suas aplicações nos diversos contextos sociais. Foram abordados os debates institucionais, que retratam o conhecimento do professor e do estudante e a importância do livro didático e do currículo. Neste capítulo, foi possível elencar as abordagens sobre as questões que orientaram o curso da investigação a respeito do papel da estatística. Momento em que se iniciaram as análises sobre a didática da estatística, estudando os processos de ensino e aprendizagem, e seu significado, tendo como base Godino e Batanero (1994) a partir de teorias que vêm

se desenvolvendo ao longo destes últimos 20 anos, ou seja, toma-se como referências os estudos que envolvem a realidade da didática das matemáticas e o papel relevante na construção de uma instrução.

O Capítulo 2 desta tese faz uma reflexão sobre as dificuldades de aprendizagem dos conceitos sobre média aritmética. Esta parte do trabalho mostrou a grande riqueza e diversidade de linguagem nos textos analisados, a partir do observado na escrita do professor e no livro didático. Reconhecendo, que os conteúdos de estatística introduzidos no currículo da educação básica ainda apresentam dificuldades de entendimentos, e em particular o conceito de média. Portanto, são expectativas que precisam serem superadas no ensino e aprendizagem da estatística, trazendo então, uma aproximação entre o livro didático e a formação do professor. Todavia, no caso específico da média, é um exemplo dessa necessidade de compreensão, e exige do professor a procura de estratégias que permitam aos alunos consolidar uma linguagem matemática e, assim, interpretar os significados dos conteúdos da estatística, evitando elaboração de conceitos incompletos ou incorretos que não correspondem ao significado matemático e que podem gerar conflitos semióticos nos alunos.

No Capítulo 3, foi tratado o marco teórico, que teve como base os diversos estudos realizados sobre o enfoque ontosemiótico do conhecimento e instrução matemática (EOS), Font e Contreras (2008),

Godino, Batanero e Font, (2007), D' Amore, Font e Godino (2007), Godino (2002) e outros. Nestes aspectos se buscou no EOS, as condições que propiciassem reconhecer o processo de instrução, e o papel do objeto institucional e pessoal, considerando a dimensão dos elementos da configuração didática, ou seja, uma teoria que se apresenta com condição inexorável e que tem se apresentado como importante ferramenta de análise no campo da didática do ensino e aprendizagem para desenvolver as análises. Finalizamos o capítulo com a discussão sobre noção de idoneidade didática, que tem no processo de instrução a visão sobre como estes fundamentos podem contribuir e refletir na formação do professor.

No capítulo 4, se apresenta a metodologia e suas teorias, bem como as técnicas e critérios estatísticos propriamente ditos para desenvolver as análises. Na construção do estudo, houve uma preocupação com a literatura que foi referência e tratou-se sobre os problemas subjacentes ao ensino e aprendizagem da estatística, uma vez que foi essencial para responder aos objetivos e questões da pesquisa. Parte desse capítulo foi dedicado para discutir a caracterização dos métodos de estatística e suas ferramentas, visando analisar em que condições deveriam ocorrer os estudos e análises das informações quantitativas geradas a partir dos dados dos questionários. Outro ponto observado foi o emprego da análise do livro didático, considerado como poderoso instrumento de transferência de saber, importante aliado do

professor e do estudante. Diferente do questionário, a análise do livro didático teve por objetivos medir os aspectos teóricos, sendo seu foco na visão da repercussão do ensino e aprendizagem da estatística, ou seja, a identificação do conhecimento pelo professor sobre os conteúdos que são definidos no currículo das disciplinas do 3º ano do ensino médio da educação básica.

O Capítulo 5 foi dedicado às análises e discussões mais detalhadas sobre os aspectos qualitativo e quantitativo das informações obtidas nas fases deste estudo, elaboração das conclusões, entendimentos a respeito do estudo de maneira geral, bem como indicativos relevantes sobre as conceituações apresentadas pelo professor e os livros didáticos. Na sequência das análises, um aspecto que chama atenção, e que foi considerado parte importante do estudo, foi a análise particular do item 1 (um) do questionário. Nesta análise foi identificada, por exemplo, a ocorrência de disparidade de ideias sobre o conceito de medidas de tendência central e em particular a média aritmética, do ponto de vista institucional e pessoal. Foi desenvolvida uma análise na qual foi apontada a preocupação com a consistência das questões do questionário aplicado junto a 12 professores e recorrida à execução de testes estatísticos como forma de validar os instrumentos de pesquisa.

No Capítulo 6, foram abordadas as indagações da investigação, momento em que foi possível escrever sobre as dificuldades deste

estudo e fazer um resumo das principais contribuições obtidas com as consultas aos professores e aos livros didáticos e às referências, que forneceram grandiosas informações, de forma a permitir que este trabalho possa promover condições para futuras investigações e estabeleçam relações e orientações com outras pesquisas no ramo da didática do ensino e aprendizagem da matemática e estatística, em particular sobre a média aritmética, na medida em que discussões sobre a estatística passam a ocupar o seu espaço nos cenários da escola, dos currículos escolares, dos professores, dos estudantes e do livro didático.

Como resultado desta investigação se encerra com a apresentação das conclusões a respeito dos estudos realizados, que envolveram aspectos importantes sobre a teoria do ensino e aprendizagem da estatística a partir da compreensão do (EOS). Seguiu-se com as análises sobre o estudo apresentado pelos livros didáticos, pelas respostas do questionário e pela visão do professor sobre os aspectos didáticos. Considerando que a pesquisa teve como questão principal investigar o conceito de média aritmética abordado no 3º ano do ensino médio da educação básica, o papel do professor e o livro didático como instrumento didático do ensino e aprendizagem, também se buscou compreender a importância da estatística no cotidiano da sociedade e nos diversos campos, reconhecendo as medidas de tendência central e, em particular, compreendendo o conceito de média como uma medida estatística capaz de colaborar com a tomada de decisão. Neste sentido,



esta pesquisa contribui para promover maior reconhecimento sobre a estatística, eo conceito de média aritmética, tendo preocupação com a formação do professor, do estudante e como este conteúdo é apresentado no livro didático do 3º ano do ensino médio da educação básica.



# CAPÍTULO 1

## ANTECEDENTES DA PESQUISA E QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO

### 1.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo 1, se apresenta os pontos que contribuíram com a orientação das questões de investigação, seus objetivos e pressupostos. É importante considerar e destacar os elementos educacionais que podem influenciar na compreensão sobre média aritmética, e os efeitos destes conteúdos para no ensino e aprendizagem da estatística na educação básica. Aponta-se também o que foi realizado, com efeito, as consultas iniciais da investigação sobre a temática do estudo, em que busca-se relatar o papel da presença da estatística no cotidiano e de suas aplicações nos diversos contextos sociais. Nos outros pontos, foram tratadas as discussões a respeito dos aspectos institucionais, que retratam a importância do livro didático e o currículo e seus efeitos no conhecimento do professor e estudante. Neste contexto, foi possível elencar as abordagens a respeito do papel da estatística, a visão sobre o livro didático, o entendimento sobre o currículo. Estes elementos permitiram construir sínteses analíticas que demonstraram como a exploração desses objetos podem repercutir sobre o conhecimento da

estatística. Portanto, estes pontos poderão contribuir com a orientação das questões de investigação, seus objetivos e pressupostos.

## **1.2. AS QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO**

As questões de investigação tiveram sua definição a partir do interesse em discutir aspectos sobre o ensino e aprendizagem da Estatística. Neste sentido, se considerou a importância dos conteúdos de estatística e a exigência dessas matérias como importantes no currículo da educação básica. Nessa perspectiva, se observou a utilização das medidas de um modo geral, ou seja, desses conteúdos de Estatística, e, em particular, a média aritmética, tendo como preocupação o entendimento do professor e a lição do livro didático da 3ª série do ensino médio. Diante desta preocupação do estudo situação se buscou na teoria do EOS as condições para melhor compreender e analisar as questões de investigação deste estudo.

A importância desta investigação é tratar sobre os aspectos do ensino e aprendizagem da Estatística. Considerando o papel e a importância dos seus conteúdos para as disciplinas no cotidiano e a sua exigência no currículo da educação básica, que nos últimos anos passam a ter maior exigência nas suas aplicações nas ações cotidianas de decisão dos indivíduos no contexto da vida. Por outro lado, o que mais se observou foi a falta de conhecimento dos professores do 3º ano do ensino médio ao ministrar os conteúdos de Estatística, e sua compreensão e entendimento sobre Educação Estatística. Aliado a esta

situação, tem-se a preocupação com o livro didático e os recursos pedagógicos que comprometem significativamente o ensino da Estatística, ou seja, há um obstáculo no desenvolvimento do ensino e aprendizagem desses conteúdos nas diferentes disciplinas da 3ª série do ensino médio.

Todavia, esta ausência de sensibilidade e amadurecimento do uso da Estatística na educação do Brasil foi suficiente para se buscar um maior empenho na reestruturação curricular e maiores debates nos PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais, neste campo do ensino, o que permitiu construir um bloco de conteúdos que fizesse parte do currículo da educação básica. Neste sentido, é que chama atenção a formação do professor e o papel do livro didático que se constituem em importantes elementos para o processo de ensino-aprendizagem, pois agem como um interlocutor no diálogo entre professor e estudante, que, no caso específico do nosso estudo, é nomeadamente a utilização do conceito de média, e esta é apresentada nas disciplinas e nas lições do livro didático. Diante desta oportunidade, se decidiu explorar com mais particularidades, os seguintes problemas:

Pergunta de investigação 1: Qual a compreensão do professor sobre estatística e o conceito de média aritmética?

O que se pretende com este estudo é observar nos professores se há dificuldade no conhecimento das medidas estatísticas, e, em particular, no conceito de média aritmética, na formação para a prática de ensino e aprendizagem da Estatística. Todavia, podemos considerar os

obstáculos dos docentes no domínio desses conteúdos que, na ocasião (nos últimos anos), foi inserido nos cursos da Educação Básica. Momento que torna importante a inserção da Estatística nos currículos das disciplinas do 3º ano do ensino médio. Espera-se ao final deste estudo identificar na teoria do ensino e aprendizagem caminhos para aprimorar a prática pedagógica que sejam exitosas e melhore o entendimento sobre a importância dos conteúdos de Estatística, e, assim, preparar o professor e o estudante cognitivamente no uso dessa medida estatística no cotidiano.

Pergunta de investigação 2: Qual o significado das lições do livro didático no ensino e aprendizagem de estatística, e em particular do conceito de média aritmética?

É pretensão desta investigação esclarecer o papel do livro didático para a inserção dos conteúdos de Estatística e, em particular, o conceito de média aritmética. Gradativamente o livro vem passando por mudanças e adequações em decorrência das alterações do Currículo da Educação Básica. Dessa forma, podemos perceber as melhorias propostas nesses conteúdos de Estatística.

No entanto, no caso da Estatística, é necessário uma preocupação com a ingresso desses componentes curriculares nas disciplinas da Educação Básica. Então, se espera que as lições dos livros didáticos sejam adequadas e contemplem estes conteúdos, de forma que possam favorecer a aquisição dos conhecimentos, e auxiliem o professor e o estudante. Assim, considerando a complexidade do conceito de média,

se pretende que haja um progresso na construção de uma didática de ensino e entendimento desse conteúdo, de forma a auxiliar o professor e o estudante na aprendizagem significativa da lição sobre conceito de média aritmética.

Pergunta de investigação 3: Qual importância do EOS como teoria didática na construção de uma interpretação sobre ensino e aprendizagem de média aritmética, considerando a interpretação do professor e as lições do livro didático?

O que se pretende é reconhecer a teoria do EOS como interessante para desenvolver as análises nas dimensões epistemológicas, cognitivas e institucionais sobre o ensino e aprendizagem de conteúdos de Estatística. Dessa forma, se espera avaliar como o conceito de média aritmética é interpretado pelo professor e apresentada nas lições do livro didático da 3ª Série do Ensino Médio. Estas preocupações são importantes porque repercutem na evolução do Currículo da Educação Básica.

### **1.3. OBJETIVOS E PRESSUPOSTOS DA PESQUISA**

O objetivo geral deste estudo é: analisar a compreensão do conceito de Média Aritmética, na 3ª Série do Ensino Médio, por parte de professores com formação em matemática e em outras disciplinas (não matemáticos), bem como a apresentação desse conceito nos livros didáticos de matemática usados nessa modalidade de ensino no período de 1999 a 2014, a partir do Enfoque Ontosemiótico. Assim,

apresentamos na figura 1, a Visão Geral da Investigação e os Procedimentos Metodológicos, que colaborou este estudo.

Como objetivos específicos, temos:

1. Analisar a compreensão de professores sobre média aritmética com base nos critérios apresentados pelo Enfoque Ontosemiótico: situação problema, linguagem, conceitos, procedimentos, propriedades e argumentos;
2. Confrontar as lições apresentadas nos livros didáticos sobre média aritmética, a partir dos critérios das ferramentas de análises desenvolvidas pelo Enfoque Ontosemiótico;
3. Identificar os conflitos semióticos presentes na compreensão de média Aritmética por parte de professores;
4. Identificar os conflitos semióticos presentes na compreensão de média aritmética por parte de alunos;
5. Identificar os conflitos semióticos presentes na compreensão de média aritmética por parte dos livros didáticos.

Como pressupostos da pesquisa, assumiu-se que:

1. A frágil formação estatística do professor matemático e não matemático que atua no Ensino Médio e de respectivos alunos dessa modalidade de ensino contribui, em parte, para uma compreensão inadequada do conceito de média aritmética;
2. O conceito de média aritmética, apresentado nos livros didáticos de matemática da 3ª Série do Ensino Médio usados no período de 1999 a 2014 nas escolas baianas, carece de um entendimento teórico-prático, dado a metodologia apresentada de forma pouco experimental, muito técnica e algorítmica, deixando a desejar as várias funções que esta medida corresponde.

#### **1.4. VISÃO GERAL DA INVESTIGAÇÃO E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

Esta investigação se organizou a partir da fundamentação teórica (Capítulo 3) e se completa com dois estudos sobre a conceituação de média aritmética, em que se avalia os objetivos definidos no escopo desta pesquisa. Onde, análise-se do conceito de média aritmética, considerando o papel do professor e do livro didático sobre a importância dos conteúdos de estatística nos currículos das disciplinas da educação básica do ensino médio (Capítulo 5). Na figura 1 se observa o esquema geral da investigação deste trabalho. A seguir, são apresentados os elementos do estudo:

- O papel da estatística na educação básica, sua caracterização como disciplina do ensino médio;
- Construção de um currículo de estatística definido a partir dos planos curriculares nacionais (PCN) para o ensino básico;
- A necessidade da formação do professor na perspectiva de atender às exigências curriculares do ensino e aprendizagem da estatística do ensino da educação básica.

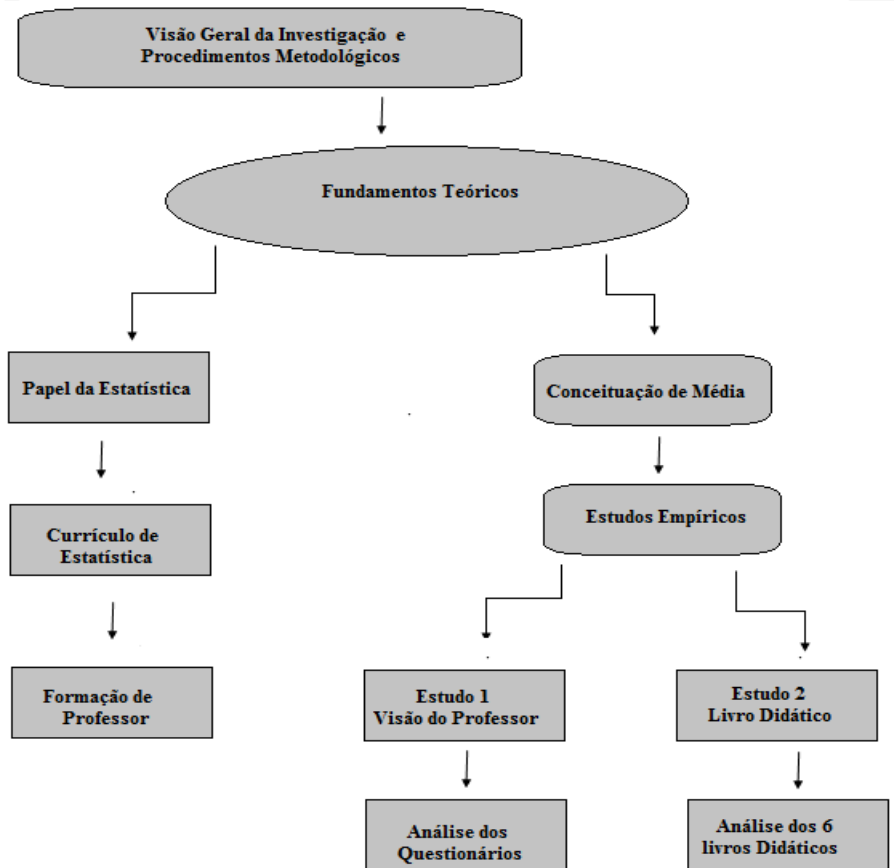
Os estudos se apoiam na teoria da EOS, que tem no componente institucional e pessoal do objeto matemático, (Godino, Batanero e Font, 2007, p.133) as condições de observar nos elementos da configuração didática como ocorrem os conflitos semióticos, que se fundamentam nas diferentes perspectivas teóricas e considera a importância da linguagem matemática abordada na análise de livros didáticos, como se segue:



- *Estudo 1.* Análise da pesquisa sobre o conhecimento do professor de matemática e de outras disciplinas sobre estatística, e do conceito de média (Capítulo 5), que se observou nos questionários o conhecimento e entendimentos sobre medidas de tendência central, levando em conta a referência da teoria do EOS para interpretar e entender a importância dos conteúdos de estatística e a formação dos professores da educação básica do ensino médio (Capítulo 4);
- *Estudo 2.* Análise das lições dos 6 seis livros didáticos, a partir do que se apresentou nos estudos do Capítulo 5, que descreve os elementos da abordagem ontosemiótica, que serão utilizados para analisar os aspectos teóricos desta pesquisa.



FIGURA 1 - VISÃO GERAL DA INVESTIGAÇÃO



## 1.5. ANTECEDENTES DE PESQUISA

Batanero (2001), conforme a epígrafe apresentada no início da introdução deste capítulo, é quem faz menção ao crescimento e

importante reconhecimento da estatística para o desenvolvimento das ciências e, em particular, para o cenário da educação matemática. Em se tratando do ensino da estatística, dentro da educação matemática, segue sendo notório o seu crescimento quando se observa sua presença cuidadosamente ressaltada em documentos como: os currículos nacionais e internacionais, publicações, investigações diversas e nos eventos científicos na área da didática do ensino e aprendizagem, citados ao longo deste estudo. Esta importância se observa nas palavras de Batanero (2001, p. 3) “los materiales didácticos, el software educativo, investigaciones, revistas, reuniones y congresos sobre la enseñanza de la estadística han crecido espectacularmente en los últimos años”.

Por outro lado, quando se aponta a necessidade de um estudo sobre os conceitos de média aritmética, parte da justificativa de que há um sentimento observado no dia-a-dia dos estudantes e professores com relação às dificuldades na interpretação desta medida estatística nos vários contextos do ensino e aprendizagem e no cotidiano das pessoas. Nessa perspectiva, o estudo se deteve também na busca de informações diretas, que envolveram, por exemplo, a análise do livro didático e uma pesquisa com um grupo de professores, em que foram feitos questionamentos a respeito das medidas de tendência central e particularidades relacionadas à média aritmética, tendo como preocupação entender se esses conteúdos, de fato, são do conhecimento do professor, levando em conta sua abordagem em sala de aula, as

lições das disciplinas lecionadas e o processo de ensino e aprendizagem que vivenciam, tanto o professor, como o estudante. E, a partir dessas premissas, será discutido com mais profundidade como a estatística é apresentada na escola, de sorte a ratificar o interesse do estudo e apontar caminhos para mais discussões sobre a didática do ensino e aprendizagem da matemática e estatística. Portanto, são pontos de vista que serão discutidos ao longo das análises, que consideram aspectos da formação do professor, do currículo escolar, e se complementa com os elementos dos estudos desenvolvidos por muitos pesquisadores no âmbito acadêmico e científico, que investigam o campo da didática da matemática e estatística a partir do marco teórico do enfoque ontosemiótico da cognição matemática (EOS) (Godino et al., 2005) e Godino e Batanero (1998).

Com base nesse espectro firmado, a pesquisa foi construída, reconhecendo a importância das citações de autores como Batanero e Cols. (1994), Tormo (1995), que desenvolveram análises sobre as medidas estatísticas, e, em especial, a média aritmética, fazendo interpretações que apontam justamente para a existência de dificuldade na interpretação conceitual dessas medidas. Nessa linha, é indicado, por exemplo, os estudos elaborados por Russel e Mokros (1991), que identificaram dificuldades das crianças na compreensão sobre média, citando informações e dados que demonstram a possibilidade de averiguar o entendimento e os problemas com relação à interpretação

do conceito de média pelas mesmas. Estes estudos confirmam muitas das evidências discutidas ao longo dessa pesquisa.

Portanto, se tem um elenco de situações que são vivenciadas no âmbito do ensino e aprendizagem da estatística na educação básica, que tratam sobre o conceito de média aritmética, que fazem jus às investigações com esta natureza. Nesta linha de raciocínio, foi apresentada a teoria do enfoque ontosemiótico (EOS) como uma visão que integra diferentes pensamentos no trabalho de investigação sobre a didática do ensino e aprendizagem. Nesse aspecto, se articularam discussões sobre a compreensão do objeto matemática média aritmética (Rondero e Font, 2015).

A respeito das investigações na área da didática e ensino da estatística, já são vários os estudos que partilham investigações experimentais como teses de doutoramentos publicados sobre o desenvolvimento cognitivo e suas concepções no marco da EOS e na perspectiva ontosemiótica. Na WEB, o Grupo de investigações de Teoria da Educação Matemática e Educação Estatística da Universidade de Granada:

<http://www.ugr.es/local/jgodino>; <http://urg.es/local/batanero>, é possível citar diferentes investigações que se desenvolvem e são voltadas para estudos sobre média aritmética como as de: (Callingham 1997); Cobo e Batanero (2004); Leavy e O'Loughlin (2006); García Cruz e Garrett (2008); Ortiz e Font (2014), que retratam o uso da média aritmética nas diferentes áreas do conhecimento, e muitas dessas

pesquisadas são do campo do ensino e aprendizagem. É nesse sentido que se observa que muitos estudos começam a ser efetivados, e aos poucos essa temática assume um papel importante e avança na direção das discussões que se relacionam com a instrução e a didática, sendo então reconhecidas ao longo da história da matemática. Assim, a média aritmética é hoje uma importante ferramenta de utilidade para descrever as complexidades dos objetos matemáticos e das práticas que emergem do cotidiano (Rondero e Font, 2015, V. 33. (2), pp. 29-49):

En el EOS, la introducción de la dualidad unitaria-sistémica permite reformular la visión «ingenua» de que «hay un mismo objeto matemático (media aritmética) con distintas representaciones». Lo que hay es un sistema complejo de prácticas que permiten resolver problemas, en las que el objeto matemático «media aritmética» no aparece directamente, lo que sí aparece son representaciones de la media aritmética, diferentes definiciones de la media aritmética, proposiciones y propiedades de esta, procedimientos y técnicas que se aplican a la media aritmética y argumentos sobre ella. Dicho de otra manera, a lo largo de la historia se han ido generando diferentes configuraciones epistémicas para el estudio de la media aritmética, algunas de las cuales han servido para generalizar las preexistentes.

A partir desses requisitos conceituais foi possível ter as condições de reconhecer as primeiras impressões sobre como ocorrem o problema de investigação e sua concretização, tendo em conta que se estabeleceu

a estratégia metodológica, que permitiu caracterizar os fenômenos didáticos que ocorrem em um processo de ensino e aprendizagem. Em síntese, tomou-se como base um conjunto de noções teóricas que compôs as análises, que descreveram este estudo, e foram reconhecidos os princípios definidos no marco teórico formulado no EOS. Considera-se as noções descritas na teoria das configurações didáticas (Godino, Contreras e Font, 2006), já discutida neste capítulo, que se destaca como ferramenta que facilita análise de uma instrução matemática. Portanto, houve uma preocupação de não perder de vista a verificação dos pressupostos, definidos neste estudo, e que deverão ser verificados na caracterização da pesquisa.

#### **1.6. PERSPECTIVA E O PAPEL DA ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO**

As discussões sobre educação estatística surgem por volta de 1885, a partir do Instituto Internacional de Estatística (ISI), e, em 1948, o Comitê de Educação passa a apoiar com mais interesse a formação em estatística, colaborando com a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura - UNESCO e debates em fóruns organizados por organismos internacionais (congressos, simpósios e seminários). Tendo como papel a necessidade de formar e aperfeiçoar os inúmeros técnicos em estatística, que tem no Comitê de Educação a responsabilidade de graduá-los como também o papel de capacitar diplomatas e licenciar professores, que mais tarde tiveram a incumbência de preparar esses técnicos. Uma das primeiras atividades

deste comitê foi a criação do Centro Internacional de Educação Estatística (ISEC), em Calcutá e Beirute, com a finalidade de ajudar as necessidades formativas dos países do respectivo ambiente geográfico. Estas discussões com participação de todos estes organismos e entidades voltadas para as discussões sobre a importância da estatística, sejam na formação de professores, na preparação de técnicos e do desenvolvimento de pesquisas tiveram um papel importante, pois colaboraram na produção do conhecimento sobre estatística e na difusão de texto universitário, bibliografias e dicionários da área. Foram criados subcomitês especiais, que tiveram o papel de introduzir a estatística nas escolas, e realizar estudos sobre o papel da mulher na estatística e a promoção de debates sobre diversos temas educacionais. A partir de 1982, a Universidade de Sheffield foi palco de conferências e seminários sobre educação estatística, dando origem ao ICOTS (Conferência Internacional em Educação Estatística), que acontece periodicamente.

Outro aspecto a considerar foi a introdução dos conteúdos de estatística nos diversos cursos do ensino fundamental e médio da educação básica em muitos países, inclusive no Brasil, expressando nos últimos tempos uma maior dedicação na formulação dos currículos destes níveis do ensino, o que justificou e significou um maior empenho na elaboração de propostas curriculares e de novos materiais de ensino. Isto se traduziu em uma forma de superação das práticas tradicionais de ensino, que será abordada com mais ênfase no Capítulo 2 desta tese.



Esta preocupação é demonstrada por diversos autores, desde o começo da década de 80, como, por exemplo, Holmes (1980) que cita: “[...] A Estatística é uma parte da educação geral que prepara para o futuro as pessoas que precisam adquirir a capacidade de leitura e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos que com frequência aparecem em informativos [...]” (pp.11-16).

Porém, toda esta circunstância e o contexto social requerem uma intensa preparação, não só para os professores, mas também na elaboração do livro didático, que tem o papel de desenvolver e tornar apropriado o entendimento sobre os conteúdos das lições que são abordados para que se tenham melhores condições de entendimento nos planos e objetivos das aulas sobre estatística, que deverão ser submetidos aos estudantes, para que reconheçam os conteúdos de aula. Por outro lado, não se pode deixar de registrar o contexto que envolve a relação da estatística e seus conteúdos com outras disciplinas do ensino básico, cuja finalidade é a de contribuir com a preparação dos estudantes e adequar o sentido das lições, de sorte que se promovam uma reflexão sobre os conhecimentos de estatística, na perspectiva de que estes conteúdos sejam apreendidos pelos estudantes no processo de ensino e aprendizagem.

Enfim, são muitas as razões que tornam interessantes a Estatística, não só pelos seus conteúdos, que são indispensáveis às disciplinas dos cursos iniciais da educação básica, como também pelo papel importante na formação cidadã dos estudantes. Estes aspectos elencados

demonstram o interesse da escola e da sociedade em utilizar a estatística como conteúdo nos planos curriculares dessas disciplinas, iniciativa que já acontecera na Espanha e em outros países na Europa já há algum tempo, e, muito recentemente, no Brasil, ou seja, esse movimento crescente tem ajudado a impulsionar as investigações sobre o ensino e aprendizagem da estatística, de acordo com (Batanero, 2001, p.3):

Este interés, sin embargo, no es exclusivo de la comunidad de educación matemática. La preocupación por las cuestiones didácticas y por la formación de profesionales y usuarios de la estadística ha sido una constante de los propios estadísticos, y las investigaciones sobre el razonamiento estocástico han tenido un gran auge en el campo de la psicología. En lo que sigue analizamos los trabajos sobre educación estadística llevados a cabo en estos campos.

Outro aspecto importante a ressaltar quando se escreve sobre estatística e média aritmética, é o seu valor e presença desde os anos iniciais da educação básica, chegando à formação de professores, e ao ensino superior, sendo seu uso quase que cotidiano pela sociedade de um modo geral, sendo então verificado que é usual a utilidade das medidas estatísticas, e em particular, a média aritmética e seus conceitos elementares. Portanto, a estatística tem uma característica e propriedade de se relacionar com outras medidas, é por isso que estes

conteúdos devem ser apresentados na escola desdeo início, por conta do seu propósito em valorizar a relação com outras disciplinas e colaborar com a formação cidadã dos estudantes na sociedade. Sendo assim, neste capítulo de introdução, apresenta-se a temática tratada e os objetivos da pesquisa, o método seguido, como também as discussões que se fizeram necessárias para situar a investigação.

### **1.7. IMPORTÂNCIA E UTILIDADE DA ESTATÍSTICA**

Rotunno (2007), enfatiza a importância do uso da tecnologia e da informática na promoção da estatística, pois se tratam de ferramentas que facilitam muitos procedimentos, dentre estes, destaca-se, por exemplo, a construção de gráficos e tabelas, que promove a comunicação de dados e informações, bem como a facilidade para fazer cálculos estatísticos, que antes demandavam muito tempo. Estes elementos ajudaram a valorizar o uso da estatística como ferramenta e colaboram para que a estatística assumisse um papel de vanguarda no aproveitamento dessas tecnologias. Estes fatos tiveram o papel de despertar maior interesse pela estatística, tanto numa conjuntura social e econômica, quanto no contexto escolar. Há também um avanço significativo no uso das tecnologias de comunicação e informação, o que tem propiciado grandes contribuições como o uso da internet, planilhas eletrônicas, softwares, jogos, entre outros procedimentos, que auxiliam no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos estatísticos. Essas ferramentas permitem que se tenha uma melhor

visualização, representação, organização dos dados e precisão nos cálculos.

Por isso, pode-se enfatizar a presença na maioria dos computadores de programas nos moldes, por exemplo, do Excel, um excelente recurso que fornece ferramentas para efetuar cálculos através de fórmulas e funções, análise de dados, construção de tabelas e gráficos. Seguindo esta linha de pensamento, é possível citar a presença de um universo de recursos tecnológicos à disposição dos professores, que podem contribuir para transformar a utilização da estatística, especialmente no campo do ensino e aprendizagem, principalmente como recurso para trabalhar conceitos estatísticos. Por conta destes cenários, observa-se que existe uma preocupação por parte dos educadores, quando discutem a introdução de noções teóricas em que analisam os processos de instrução matemática e didática, ou seja, há um esforço de inclusão da estatística nos currículos escolares e no cotidiano das pessoas, tendo como foco o ensino e aprendizagem dos professores e estudantes. Para Castro e Serrano Castro e Serrano, 2011, cp.2, pp. 23-40:

Partiendo de la idea (tomada de David S. Moore) de que la Estadística es una disciplina en supropio derecho y no una rama de las Matemáticas y, en consecuencia, el conocimiento que se necesita para enseñar Estadística difiere del necesario para enseñar Matemáticas, Groth (2007) conceptualiza un marco teórico sobre del conocimiento estadístico para la enseñanza. Distingue dos tipos de conocimiento estadístico para la enseñanza:

conocimiento común relacionado com las competencias adquiridas en los cursos de matemáticas convencionales y conocimiento especializado desarrollado al tratar los temas matemáticos y dilemas que surgen en la enseñanza.

Por outro lado, é observado que há por parte da sociedade uma preocupação já estabelecida sobre o uso da estatística e suas medidas como uma ferramenta importante e poderosa na tomada de decisão, a ponto de despertar até o humor, como uma reflexão no seu uso, e tem levado os cartunistas a refletir em suas piadas e tirinhas uma forma de ridicularizar o emprego, muitas vezes inadequado, retratando a realidade e situações do cotidiano do cidadão, como, por exemplo, no caso da média, uma demonstração da importância da estatística e matemática, como cita os estudos de Guitart, Moreno, Flores e García (2015). A seguir, apresenta-se a figura 2 abaixo, tirinha clássica de uma publicação da Espanha, que retrata bem esta abordagem, em que se apresenta o humor e o sentido de esclarecer, através de uma demonstração e um diálogo sobre a visão de média aritmética, o quanto pode ser dúbio e tem seu entendimento muitas vezes mal interpretado.

FIGURA 2 - VISÃO SOBRE MÉDIA ARITMÉTICA



FONTE: CORIA, M, GUITAR, VERDEJO, A, MORENO., MARTINEZ, P. FLORES E GUIRIDI, C GARCIA (2015) ENSEÑANZA DE LAS MEDIDAS DE CENTRALIZACIÓN A PARTIR DE SITUACIONES HUMORÍSTICAS. (EDS), DIDÁCTICA DE LA ESTADÍSTICA, PROBABILIDAD Y COMBINATORIA, (PP.259-267).

Godino e Batanero (1995) comentam o interesse e a importância que as Estatísticas têm alcançado atualmente como fonte de conhecimento da sociedade na atividade laboral e de investigação, dada a riqueza de informações que o cidadão, o técnico e o cientista precisam possuir para enfrentar o cotidiano. Reconhecendo este princípio, observa-se a importância dos exemplos que têm os estudos específicos sobre medidas estatísticas como as desenvolvidas por Watson e Moritz (2000), em que discutem a compreensão da utilidade da média aritmética, tendo como base um modelo hierárquico de funcionamento cognitivo (Piaget, 1951). Nessa investigação desenvolvida por Watson e Moritz sobre a compreensão da média aritmética foram feitas várias entrevistas: primeiramente com 94 estudantes, idades entre 3º ao 9º ano, em seguida com 22 estudantes, com 3 anos, e por fim com um grupo com 21 estudantes, com 4 anos. Observou-se neste estudo seis níveis de soluções, que seguiu o princípio hierárquico funcionamento cognitivo. Sendo, os quatro primeiros níveis tiveram o papel de descrever o desenvolvimento

do conceito de média a partir de ideias coloquiais em descrições processuais ou conceituais para derivar uma medida central de um conjunto de dados. Os dois níveis mais altos representavam transferir esse entendimento para uma ou mais aplicações em tarefas de solução de problemas com o intuito de reverter o processo de média e avaliar uma média ponderada. Já nos estudos elaborados por Cai (1995; 1998), que considerou a relação entre o saber e o procedimento para calcular a média aritmética, nesse aspecto, acredita-se que é necessário para que os estudantes entendam bem o conceito da média, que conheçam bastante os valores ou dados característicos e o contexto a que se referem essas informações, como citado por Cobo e Batanero (2004).

### **1.8. INVESTIGAÇÕES EM EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA**

O que se observou nos últimos 20 anos foi um maior interesse pelo ensino da estatística no Brasil, o que já é comum há mais tempo nos países do hemisfério norte, como Espanha, Inglaterra, Finlândia e tantos outros, e isso tem sido impulsionado pelo crescimento de suas aplicações e pela difusão de computadores que solucionam o problema do cálculo, e assim facilitou o seu uso na esfera da ciência e educação.

Contudo, toda esta vocação exige que se busquem avanços no currículo de ensino da educação básica e até nas diferentes especialidades universitárias, que tem incorporado nas disciplinas dos cursos conteúdos de estatística, devido a sua natureza instrumental e

à importância que tem no raciocínio estatístico na sociedade moderna da informação.

Esta nova demanda apregoada pelo ensino básico exigiu respostas no campo da educação estatística, no ensino e aprendizagem, para as questões didáticas, que somente as pesquisas e estudos podem responder no tempo e nas condições, seja no campo da educação matemática, na própria estatística, ou nas diferentes áreas da ciência. Por outro lado, Batanero (1998), comenta sobre os vários aspectos positivos que existem entre a associação da estatística com diversas áreas da ciência e a influência da informática na aprendizagem, como também as situações que dizem respeito ao futuro da estatística, suas relações com outras ciências e perspectivas didáticas. Contudo, o que se observa no momento atual é que existe um movimento no sentido de avançar com estudos voltados para problemas que envolvam fenômenos estocásticos e suas relações com o universo de outras disciplinas da ciência. No entanto, esta realidade, principalmente, leva em conta o currículo de estatística no ensino fundamental e médio da educação básica, considerando algumas teorias educativas, particularmente o construtivismo. Cobo e Batanero (2004) comentam as dificuldades de compreender certos conceitos e a necessidade de se fazer uma análise epistemológica dos significados. Esta visão sobre a importância de se definir linhas de pesquisas no campo do ensino e aprendizagem tem provocado uma reação positiva no seio da educação estatística, que ao longo de alguns anos apresenta uma série de estudos



e trabalhos que apontam cada vez mais para consolidação de uma teoria do ensino da estatística que possa agregar mais conhecimentos aos estudantes.

Neste sentido, apontou-se nos inúmeros trabalhos desenvolvidos, que citam a preocupação com o progresso da educação estatística como o de (Pino, 2017), que analisa os livros didáticos e a compreensão dos alunos sobre as medidas de dispersão, o estudo de Gea, Batanero, Fernández e Arteaga (2016), que avalia a interpretação de resumos estatísticos dos futuros professores de Ensino Secundário e Bacharelado. Há preocupação com estudos que buscam aprofundar sobre a relação da estatística e temas que se aproximam, como, por exemplo, o livro sobre a Estatística e probabilidade no ensino médio, escrito por Batanero e Borovcnik (2016) e o de (Ortiz, 2011), que trate aspectos do ensino de estatística e probabilidade baseado em situações contextualizadas que representem o conhecimento de significados desses conceitos. Tem como objetivo atender às pesquisas em educação estatística deve responder a novos problemas relacionados ao ensino e aprendizagem de estatística e probabilidade e contribuir para a melhoria da formação dos professores. Neste campo da temática, é possível citar também o estudo sobre a competência e potencial para construir gráficos estatísticos e seu nível de leitura, de Arteaga, Batanero, Contreras e Cañadas (2015). Em um contexto em que se inicia uma maior aproximação da estatística com o estudante é importante estudos como o de Batanero, Díaz, Contreras e Roa (2013),

que descrevem as ideias fundamentais sobre o sentido do raciocínio estatístico. A preocupação com um currículo foi um dos temas que justificam estudos como de Batanero, Contreras e Arteaga (2011), que discutem as diretrizes curriculares de estatística na Espanha, a partir do ensino fundamental, quando reforçam a importância desses conteúdos em toda educação básica e sugerem uma mudança na metodologia de ensino para torná-la mais exploratória e reforçar os aspectos intuitivos.

No entanto, Batanero, em suas investigações, comenta sobre os problemas que existem entre a associação da estatística com diversas áreas da ciência e a influência da informática na aprendizagem, como também as situações que dizem respeito ao futuro da estatística, suas relações com outras ciências e perspectivas didáticas. Foram desenvolvidas inúmeras investigações sobre as razões dos fenômenos estocásticos e suas relações com o mundo da física, da biologia, dentre outras realidades, principalmente as que levam em conta o currículo de estatística no ensino fundamental e médio, da educação básica, considerando algumas teorias educativas, particularmente o construtivismo. Cobo e Batanero (2004) comentam as dificuldades de compreender certos conceitos e a necessidade de se fazer uma análise epistemológica dos significados.

Coroando esta linha de raciocínio, Batanero (2001), nesta época, já fazia importantes observações sobre as especificidades da estatística, a partir dos fundamentos epistemológicos, demonstrando o que favorece as dificuldades de aprendizagem da estatística e sua grandiosidade, e as

aplicações nas diversas áreas da ciência (Batanero e Godino, 2005, pp. 203-226):

Es indiscutible que el siglo XX ha sido el siglo de la estadística, que ha pasado a considerarse una de las ciencias metodológicas fundamentales y base del método científico experimental. Como sugiere Cox (1997) ha habido un aumento notable del uso de ideas estadísticas en diferentes disciplinas, que se observa en las revistas científicas y en la creciente implicación de los estadísticos en los equipos de trabajo interdisciplinario. Sin embargo, en la reciente conferencia organizada por IASE sobre la formación de investigadores (Batanero, 2001) se puso de manifiesto que la estadística se usa incorrectamente, no se comprenden conceptos aparentemente elementales y no hay una valoración suficiente del trabajo estadístico, dentro de los equipos de investigación.

Esta visão é reconhecida por Godino (1996, p.418), retransmitindo que “el problema de la comprensión está íntimamente ligado a cómo se concibe el propio conocimiento matemático. Esta explicitación requiere responder a preguntas tales como: ¿Cuál es la estructura del objeto a comprender? ¿Qué formas o modos posibles de comprensión existen para cada concepto? ¿Qué aspectos o componentes de los conceptos matemáticos es posible y deseable que aprendan los estudiantes en un momento y circunstancias dadas? ¿Cómo se desarrollan estos componentes?” Esta interpretação da opinião de Godino, aponta para o

sentido de que, em educação estatística bem fundamentada requer uma teoria para entender. No caso das médias, por exemplo, a sua compreensão exige que se saiba a definição mental de uma pessoa sobre essa medida. Correspondendo a dizer que médias são entidades culturais muito complexas que não incluem só as definições puramente delas.

A partir dessa ideia, Godino e Batanero (2001; 2002) procurou imprimir e ampliar a discussão sobre os conceitos de estatística, particularmente de média aritmética, usando como exemplo a teoria da semiótica como caminho para melhor descrever esse objeto matemático e estatístico. Nesse ponto, ele buscou distinguir cinco componentes relacionados ao significado do conceito:

1. O campo de problemas dos quais o conceito emergiu (elementos fenomenológicos).
2. As representações dos conceitos (elementos de representacional).
3. Os procedimentos e algoritmos (elementos processuais).
4. As definições do conceito, suas propriedades e relações com outros conceitos (elementos conceituais ou intensivos).
5. Os argumentos e provas (elementos validativos).

Godino e Batanero, (2005) em suas reflexões sobre função semiótica, assinalam para a ideia de significado, como uma preocupação em definir os termos e conceitos matemáticos, o que, de certa forma, descrevema nossa preocupação com o raciocínio estatístico e a atividade estatística, a partir do ponto de vista didático, em que é útil

considerar a noção de função semiótica: assim se reconhece que há uma função semiótica quando são admitidos uma expressão e um conteúdo em correspondência (Eco, 1995). Para Godino (1996), um significado elementar é produzido quando uma pessoa produz ou interpreta uma função sematológica como um ato sematológico (interpretação/entendendo), na qual ele relaciona uma expressão a um conteúdo específico. Um significado elementar é o conteúdo ao qual o autor de uma expressão recorre, ou o conteúdo que ele interpreta. Em outras palavras, o que a pessoa significa é o que o outro entende. Portanto, Godino (1996) interpreta que a visão de Eco sobre funções sematológicas se estabelece por uma pessoa, em um determinado contexto, com uma intenção comunicativa ou operativa. Esses mesmos pensamentos podem observar como exemplo, no estudo desenvolvido por Watson e Moritz (2000), que adota, a partir de uma amostra de crianças, um procedimento que tem como parte uma entrevista em que estudou o desenvolvimento da ideia de média. É possível reconhecer, por outro lado, que em inúmeras investigações no campo da estatística, parte significativa aborda a temática sobre o ensino e aprendizagem da estatística, e um número não muito razoável dessas, fazem referências específicas à utilização das medidas da estatística, e trazem importantes contribuições que possivelmente darão seguimento a muitos outros estudos no campo do ensino e aprendizagem, que desenvolvem com propriedade (Cobo, 2003), sendo então uma expectativa.

### **1.8.1. Pesquisa e a média aritmética**

Seguindo os pontos de vista sobre estudos que analisam o papel da média, sua utilização e abordagem referentes às medidas, destacam-se, inicialmente, Watson e Moritz (2000), que fizeram comentários nos seus estudos sobre a importância e preocupação do contexto quando é feito o uso e a aplicação da média aritmética, ou seja, comentam que o uso da média deve levar em conta as características de sua ocorrência. Esta premissa se confirma por conta de estudos reconhecidos nessa área de investigação que documentam as ações dos estudantes. Gal, Rothschild e Wagner (1990) desenvolveram estudos sobre média aritmética envolvendo os estudantes com elementos de observação, o que levou a identificar que raramente esses indivíduos usam espontaneamente a média em um contexto de comparar conjuntos de dados. Mokros e Russell (1995) citam, por exemplo, em sua investigação, o questionamento a estudantes sobre média em uma conjuntura que envolveu a compra e o uso de dinheiro e preços, por exemplo, de batatas fritas, em que os pesquisados não entenderam como aplicar o conceito de média como um valor representativo. Portanto, estes contextos ocorrem em variados campos que exigem a interpretação da média em termos de valor razoável, ponto central, ou ponto de equilíbrio. Fica claro estar diante de possíveis observações que refletem a noção de média como um valor representativo do conjunto de dados trabalhados, o que sugere as discussões sobre a conceituação de média aritmética no campo do ensino da estatística.

Também não é possível deixar de fazer referência às pesquisas voltadas para investigar propriedades relacionadas à média aritmética, como, por exemplo, os estudos de Goodchild, (1988), que desenvolveu investigação envolvendo estudantes de escola do ensino básico. Nesse estudo, o autor observou que os alunos geralmente conheciam a média, porém não interpretavam em termos de representatividade. Strauss e Bichler (1988), em suas investigações, trabalharam com 8 estudantes, com idade de 14 anos, usando realmente resultados significativos sobre a formação e as atividades que abrangeram situações de repartições iguais sem menção do termo média. Nessa investigação, sete propriedades da média foram averiguadas, entre elas, por exemplo, a da soma dos desvios em relação à média que é zero, propriedades abstratas da estatística (por exemplo, uma média pode ser um número sem fazer parte da realidade dos números), e representatividade. Propriedades diferentes emergiram nas respostas de estudantes em diferentes idades, embora nenhuma estrutura específica fosse possível para entender as propriedades. Este trabalho foi reproduzido parcialmente por Léon e Zawojewski (1991), que elevam os resultados produzidos por essas investigações na área do ensino e aprendizagem. Portanto, há um entendimento de que as investigações sobre média têm buscado compreender não só os conceitos já determinados em teorias, mas também o pensamento advindo do cotidiano do estudante, portanto, o que se espera que o estudante aplique usando os conhecimentos sobre média (Batanero e Cobo, 2005).

Embora atualmente haja todo um esforço e reconhecimento da importância do ensino de estatística, na prática, existem situações que dificultam a plena efetivação desse objetivo, que é o desejo dos pesquisadores, professores, estudiosos e da comunidade de que se atinja com mais ênfase a escola, e o ensino de estatística. No entanto, são bem conhecidas em nível nacional e internacional as carências, podendo citar, dentre estas, por exemplo, a formação em estatística dos professores para atuar na educação básica, e isso se deve a muitos fatores, dentre eles está o escasso número de créditos oferecidos nos cursos de graduação (nos anexos serão apresentadas as ementas das disciplinas de estatística oferecidas nas várias graduações da Universidade Federal do Estado da Bahia, em que observa-se o pouco tempo dedicado a estes conteúdos), muito embora documentos oficiais façam recomendações sobre o ensino da estatística na educação básica, como retrata Batanero (2001, p. 61) “em la prácticason todavía poços los profesores que incluyen este tema y en otros casos se trata muy brevemente o en forma excesivamente formalizada”, ou seja, por ser a estatística uma ciência dos dados, ela está sempre em processo de mudança e crescimento, por ser uma ciência não determinística, por ser uma ciência interdisciplinar e pela pouca difusão dos resultados de pesquisas na área entre professores e futuros professores.

### **1.9. CONTEXTO DO ENSINO DE ESTATÍSTICA – CURRÍCULO E LIVRO DIDÁTICO**



O ensino de estatística teve sua implantação no Brasil, a partir das discussões dos Parâmetros Curriculares – PCNs (MEC, 1998), pois antes eram abordados como conteúdos inseridos na disciplina de matemática, em tópicos finais do livro didático. Porém, nos últimos tempos, foi possível observar a preocupação de investigadores em muitos países desenvolvendo estudos na área do ensino e didática da estatística, o que justifica o interesse em pesquisar e ampliar as discussões sobre essa temática. Estudos e pesquisas elaborados por Batanero e Cols (1994) investigam o progresso do ensino, no qual discutem e apresentam um conjunto de contribuições teóricas no campo do pensamento matemático e estatístico, que envolve o processo de ensino e aprendizagem na educação básica, considerando que os conteúdos de estatística fazem parte das lições das disciplinas do ensino básico e que tem seu uso comum pelos indivíduos no seu cotidiano social (Cobo, 2003) e (Pinho, 2007). São estudos dessa natureza que têm colaborado no desenvolvimento de pesquisas dedicadas a investigar as teorias na área do ensino da educação da estatística, Godino e Batanero (2005, pp. 203-226):

La Didáctica de la Matemática no ha sido indiferente a esta tendencia y en los últimos años se experimenta un auge de la investigación y desarrollo sobre la enseñanza de la estadística y probabilidad, principalmente en relación con los niveles no universitarios. Pero el interés por la enseñanza y comprensión de la estadística no es exclusivo de la

comunidad de educación matemática. La preocupación por las cuestiones didácticas y por la formación de profesionales y usuarios de la estadística ha sido constante para los mismos estadísticos, y las investigaciones sobre el razonamiento estocástico han sido también objeto de atención en el campo de la psicología. En lo que sigue analizamos los trabajos sobre educación estadística llevados a cabo en estos tres campos con el fin de contribuir a su acercamiento, así como de proporcionar fuentes de información sobre el tema a los profesores e investigadores.

Outro aspecto que não pode deixar de ser referenciado neste contexto se refere ao papel do ensino da estatística para a sociedade e formação do estudante, pois a estatística disponibiliza ferramentas que proporcionam soluções para tomada de decisões, diante de situações cotidianas do indivíduo como cita, (Bayeret al., 2005).

A importância da utilização dos conceitos estatísticos é cada vez mais notória no cotidiano da sociedade, pois proporciona confiabilidade e veracidade nas descobertas, sejam elas nas realizações tecnológicas, em estudos, pesquisas, e particularmente no ensino e aprendizagem. A praticidade das suas ferramentas, devido à precisão dos cálculos e sua eficácia, e as condições de apresentação desses resultados são fundamentais, pois oferecem credibilidade aos resultados obtidos. Considerando o caso específico do ensino e aprendizagem da estatística, existem infindas investigações de pesquisadores que desenvolvem estudos e se apoiam em teorias da didática, como, por

exemplo, as pesquisas nos estudos de Batanero (2002), Batanero e Cobo (2003), Batanero (2004) e Batanero (2005) e Silva (2009), que discutem a didática do ensino e aprendizagem, a partir do enfoque ontosemiótico (EOS). A importância da estatística é também apontada pelas inúmeras investigações nos últimos tempos, que demonstram que os estudantes de Biologia, Ciências Sociais e outras áreas a têm utilizado como instrumento de apoio científico para construir as pesquisas. Apesar de haver um descompasso entre o ensino e aprendizagem, o que significa, muitas vezes, em formação dos estudantes e professores sem o domínio de conceitos e concepções básicas para tomada de decisão (Batanero et al. 2013).

É possível observar que o ensino de Estatística, em qualquer um dos níveis de formação, vem já há algum tempo se credenciando em diversos campos de interesse da sociedade, seja por conta de uma necessidade mais geral, ou como um instrumento de apoio para promoção da relação com outras ciências e tecnologia. Portanto, é um caminho de apoio aos valores da sociedade e seu cotidiano. É pensando nessas circunstâncias que as comunidades científicas em todo mundo, por meio de entidades e centros de investigações, em conjunto com os pesquisadores, se debruçam hoje na busca de promover e fomentar o desenvolvimento e o avanço de teorias no campo da educação estatística. Estes resultados já são visíveis, haja vista os muitos trabalhos de investigação que são apresentados nas reuniões científicas que tratam a temática do ensino e aprendizagem da estatística. Portanto,

o que se vislumbra com estudos dessa natureza é o desenvolvimento do raciocínio sobre o protagonismo da estatística, no sentido de reconhecer o seu papel como importante instrumento de conhecimento (Batanero et al, 2013, pp.7-18):

En consecuencia en lo que sigue concebimos el sentido estadístico como unión de la cultura estadística y el razonamiento estadístico. Asimismo, también consideramos que la cultura estadística implica la comprensión adecuada de las ideas estadísticas fundamentales (Burrill y Biehler, 2011), pues estas ideas aparecen en la mayoría de las situaciones en que hay que aplicar la estadística; portanto, son necesarias para enfrentarse con éxito a dichas situaciones. Además, pueden ser enseñadas con diversos niveles de formalización y, por tanto, son asequibles en cualquier nivel educativo, siendo potentes como herramientas de modelización estadística. En segundo lugar, se requiere un razonamiento específico, el razonamiento estadístico que permite tomar decisiones adecuadas o efectuar predicciones a partir de datos y en presencia de incertidumbre. La competencia de análisis de datos se ve hoy en día facilitada por la abundancia de software, tanto para el almacenamiento y transmisión de datos, como para el cálculo y graficación. Sin embargo la competencia en análisis de datos no siempre implica un grado adecuado de razonamiento estadístico, que es más difícil de transmitir.

Nessa direção, observam-se professores e pesquisadores, tanto nos congressos acadêmicos, como em reuniões pedagógicas, que já passam

a desenvolver estudos e investigações voltados às utilidades e finalidades dos conteúdos estatísticos como forma de introduzir conceitos e teorias da aprendizagem sobre pontos referentes à estatística e sua aplicação nos vários campos do conhecimento. Essa circunstância tem possibilitado entender a importância do ensino e aprendizagem da Estatística nos diferentes níveis da educação. É possível perceber, no entanto, que muitas dessas investigações são os princípios dessa nova era da didática do ensino e aprendizagem da estatística, e, para, além disso, é intenção desses estudos ampliarem as discussões sobre o papel e o desenvolvimento da estatística na sociedade moderna, proporcionando ferramentas metodológicas para tomadas de decisões (Batanero e Godino, 2005). Portanto, elevar essas discussões tem como finalidade compreender o papel da didática do ensino e aprendizagem, fomentando, dessa forma, debates e, assim, contribuindo para a melhoria do currículo, dos conteúdos e dos conhecimentos sobre as temáticas relacionados à Estatística.

É possível perceber, nesse cenário, que muitas dessas pesquisas apontadas ao longo do texto levam em consideração investigações sobre desenvolvimento cognitivo, e que têm como referência os estudos desenvolvidos por Jean Piaget (1951) e Watson e Moritz (2000) e mais recentemente Cobo (2003). No entanto, salienta-se que o crescimento do número de investigações é que tem auxiliado no aprofundamento das reflexões na busca de estabelecer importantes debates que abranjam o ensino da estatística e seus conteúdos no contexto da aprendizagem, que

envolvam a formação dos professores, estudantes e os indivíduos de um modo geral. Assim, é possível citar, por exemplo, e, em particular, Batanero, que desenvolve investigações voltadas para a área da Estatística e da Probabilidade, com estudos em que analisa a importância de potencializar o raciocínio lógico, a experiência concreta dos estudantes e do professor, ou seja, prioriza especialmente o desenvolvimento de teorias que apontem para ampliação do ensino e aprendizagem de uma didática de estatística.

### **1.9.1. A estatística, o livro didático e o currículo**

Outra realidade a que se pode referir como elemento preponderante e reconhecido no apoio ao ensino e à aprendizagem da estatística é o uso do livro didático. Este é um importante instrumento pedagógico para o ensino e aprendizagem da estatística, a ponto de nos últimos anos terem sido absorvidos com bastante seriedade pelas disciplinas curriculares da educação básica. Tendo então trazido para o ensino e aprendizagem da estatística transformações positivas se destacam por conta da lei que cria e garante não só o acesso, mas o direito dos estudantes ao livro didático. Portanto, existe uma política pública do livro didático no Brasil, que acredita-se existir na maioria dos países como regra do desenvolvimento educacional. Oportunamente, no capítulo 2, na discussão do marco teórico desse estudo, será abordado com maior ênfase a importância do livro didático para a educação básica e seus conteúdos nas disciplinas do 3º ano do ensino médio.

Apesar da discussão se situar no campo dos conteúdos que são apresentados sobre estatística e, em particular, o conceito de média aritmética e suas características no contexto da educação básica, que passa a ter um aliado no desenvolvimento de uma didática de ensino com condições de apresenta os conteúdos de estatística da educação básica. Na realidade, em se tratando da educação básica, o livro didático é considerado um poderoso apoio pedagógico para atender às práticas de ensino e aprendizagem dos estudantes de um modo geral. Embora bastante requisitados, os livros didáticos sofrem questionamentos por parte dos professores e dos estudantes que os utilizam. O fato é que há uma necessidade de que estudos sejam elaborados com objetivo de melhor observar o sentido do tratamento didático apresentado nas lições de estatística sobre as medidas e, em particular, sobre o conceito de média aritmética nos livros didáticos. Também é fato que vários pesquisadores e grupos de estudiosos têm se dedicado no desenvolvimento de estudos com intuito de analisar os livros didáticos, e, no caso particular da área da estatística, é possível reconhecer trabalhos como de Olivio (2008), que comentou em seus estudos a respeito do intervalo de confiança; Alvarado (2007), que discutiu o teorema do limite central; Cobo (2003) e Mayén (2009), que tratam das medidas de tendência central e Ortiz (1999), que trata de conceitos de probabilidade. Observa-se que as análises se baseiam no enfoque teórico denominado “ontosemiótico” (EOS), que constitui um sistema de prática matemática que considera o objeto matemático institucional e pessoal,

capaz de fundamentar os estudos sobre fenômenos didáticos da matemática e estatística (Godino et al., 2006).

A importância da estatística e suas medidas se verifica muito claramente por conta do seu uso no cotidiano das pessoas, e isso fez com que houvesse a necessidade de uma formação ampla do estudante, como indicam os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), e este sentido é que faz crescer a presença desses conteúdos no ensino fundamental e ensino médio. Por outro lado, esse advento da estatística nos currículos da educação básica fez sentido e se tornou habitual na vida das pessoas, que passam a buscar entendimento sobre a sua utilidade, já que se trata de medidas que podem trazer soluções para os indivíduos quando da tomada de decisões, o que leva a crer que sua interpretação deva ser considerada de simples domínio, Pinho e Gusmão (2006).

No entanto, analisa-se que, por conta do avanço tecnológico e das ciências de um modo geral, nos diversos campos, o ensino e didática da estatística tem se aproveitado desse momento, pois observa-se que muitos pesquisadores têm se dedicado no desenvolvimento de pesquisas e teorias voltadas para melhor explicar os conceitos sobre as medidas estatísticas, e, em particular, no ensino e aprendizagem em um contexto do ambiente escolar e no cotidiano da vida das pessoas, como apontam os estudos de: Batanero e Cols (1994) e (Tormo, 1995), que estudaram sobre conteúdos gerais de média aritmética; Russel e Mokros (1990) que discutiram sobre as dificuldades desse conceito com crianças e Pollatsek e Cols (1981), que trataram das dificuldades de estudantes



universitários. Portanto, uma gama de estudos, investigações, livros e textos, que são produzidos e colocados à disposição com o sentido de ampliar o entendimento das pessoas sobre essa temática, exige do indivíduo que tenha capacidade, por exemplo, de interpretar o conceito de média aritmética. (Cobo e Batanero 2004, pp.79-86):

Las medidas de posición central, en general, son muy utilizadas en estadística, tanto por su propiedad de convertirse en representantes del conjunto de datos, como también por ser la referencia para el estudio de otros temas; un ejemplo de ello es el de la dispersión. El concepto de media es básico para trabajar temas de inferencia estadística, mientras que el concepto de mediana, como estadístico de orden, juega un papel muy importante en la estadística no paramétrica, que tiene un gran interés cuando las distribuciones de partida no se ajustan a la distribución normal, cuando analizamos datos cualitativos u ordinales o cuando nos encontramos con muestras pequeñas. Asimismo es muy utilizada en el análisis exploratorio de datos. Por otro lado, la comprensión de las ideas de promedio forman parte de la cultura estadística básica, a cultura que nos lleva a la imagen del subconjunto mínimo de habilidades básicas que esperamos de todos los ciudadanos en contra posición a un conjunto más avanzado de conocimientos y capacidades que solo algunos pueden adquirir.

Do ponto de vista mais amplo, é possível dizer, indiscutivelmente, que as temáticas sobre a estatística que retratam os aspectos do ensino e aprendizagem tiveram avanços consideráveis, e isso se observa nas

publicações como de Batanero (1998), que comenta sobre - *os recursos para la educación estadística en Internet*, entre outros, que retratam os problemas que podem ser atribuídos ao processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de Estatística; os recentes trabalhos de Costa e Lopes (2008) sobre “A Tecnologia da Informação e a Estatística no Ensino Fundamental”; livros publicados como o de Cazorla e Santana (2009), “Tratamento da Informação para o Ensino Fundamental”, que apresentam sequências didáticas, conceitos e procedimentos estatísticos, que podem auxiliar os trabalhos dos professores em sala de aula; o de Stieler (2009), sobre Uma Experiência com Modelagem Matemática no Ensino de Estatística; o livro de Gonçalves e Strapasson (2007), “Tratamento da Informação”: A Estatística para o Ensino Fundamental”, que serve de apoio aos professores que lecionam os conteúdos de Estatística.

### **1.9.2. A formação do professor de estatística na educação básica**

Considerando as dificuldades no que se refere ao papel do professor e sua formação para o ensino básico nos momentos atuais, tem-se observado, no caso específico do Brasil, que já há propósito e determinação no sentido de discutir políticas públicas com interesse na formação mais adequada para o professor da educação básica. No Brasil, nos últimos anos, os órgãos governamentais como o Ministério da Educação – MEC, Universidades, em conjunto com as Organizações

da Sociedade Civil (Conselhos de Educação, Fóruns de Educação, Sindicatos e ONGs) têm feito esforços no sentido de organizar e estabelecer grupos de estudos e trabalho, tendo como interesse avaliar as condutas pedagógicas na sala de aula. No entanto, ainda não foi possível sentir estes avanços, particularmente quando se refere às áreas das exatas, entre elas: a matemática e particularmente a estatística. Aliada a esta preocupação, há também a formação de grupos de pesquisas, com destaque o GT 12, da SBEM da Sociedade Brasileira do Ensino da Matemática, criado em 2001, que se volta para o ensino de Estatística e Probabilidade composto por um número expressivo de pesquisadores, o GEPEE - de Estudos e Pesquisas em Educação Estatística da UNICSUL-SP, organizado em 2009, como também, o Grupo de Pesquisa em Educação Estatística (GPÉE) na UNESP, em Rio Claro, constituído no ano de 2004. Outros grupos merecem atenção e menção, pois se dedicam também à pesquisa de Processo de Ensino-Aprendizagem da Matemática na Educação Básica (PEA-Mat) da PUC-SP, o de Prática Pedagógica em Matemática (PRAPEM) da UNICAMP-Campinas e o Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e Ciências (GPEMEC), na UESC-BA, que juntos fazem um esforço para que este movimento ganhe maior visibilidade, e assim é que se vai construindo uma política de consolidação da Educação Estatística no Brasil como área de interesse na formação dos professores.

É importante se observar, que esta visão surge no início da década de 70, a partir dos países da Europa, que foram os primeiros a se preocuparem com a necessidade de introduzir a Estatística no currículo da educação básica e, assim, avançar na melhoria do ensino e aprendizagem da Estatística. No entanto, este movimento perdura até os dias atuais, e tem sua inserção no ensino na maioria dos currículos escolares das disciplinas em todos os níveis educacionais, tornando possível o acesso a estes conteúdos. Entretanto, o progresso das discussões se verifica com maior evidência nas Conferências Internacionais sobre Ensino de Estatística (ICOTS), que teve seu começo em 1992 promovida pelo ISI (Instituto Internacional de Estatística), onde houve uma maior participação dos professores de Estatística dos variados níveis, disciplinas e países. Sendo o momento oportuno para se compartilhar experiências educacionais neste campo. Completa este contexto os acontecimentos das Conferências que tratam do ensino da Matemática, o CERME 8 (2014) e CERME 9 (2015) (Congresso of the European Society for Research in Mathematics Education), onde grupos de trabalho se voltaram para discussões sobre um pensamento do ensino da Estatística, e lá produziram interessantes relatórios de pesquisas e estudos empíricos, e organizaram o desenvolvimento de ensaios teóricos sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística. Em outro campo, da investigação, temos a Conferência Anual do Grupo Internacional de Psicologia da Educação Matemática (PME), que debate temas sobre o ensino e aprendizagem, como a

realizada em 2016, o PME 40, evento onde se discutiram vários temas sobre aspectos do papel da Matemática, e se abordaram questões que envolviam o ensino da Estatística. Neste contexto de expectativa global e reflexivo sobre a importância da Estatística, aconteceu o INCTE 2016, I Encontro Internacional de Formação para a Docência: desafios e perspectivas, que teve o sentido de discutir e analisar a enorme complexidade da formação docente para o ensino da Matemática, e se volta também para a Estatística, pois se debatem propostas didáticas inovadoras do currículo e da formação de professores, ou seja, um fórum que se dedica a discussões sobre o ensino, aprendizagem e formação do professor.

No entanto, existem questionamentos quanto ao alcance dessas políticas de formação, que alertam para um maior cuidado quanto à formação de professores, pois já há correntes de educadores que consideram os cursos de reciclagem e treinamento como um modelo falho, no sentido de inclusão profissional. É perceptível que existem muitos desafios a serem superados, que vão desde os currículos das disciplinas que abordam os conteúdos de estatística e chegam até a formação propriamente dita dos professores. Há, sim, uma necessidade clara de repensar a ação do docente e seu protagonismo na sala de aula quando ensina, portanto, este debate é mais do que saudável para que sejam elaboradas as melhores políticas públicas para educação básica, educação essa que passa por transformações importantes nos últimos 12 anos no Brasil. No entanto, o sucesso de ações voltadas para o ensino da

estatística e formação dos professores depende de literaturas nessa área e de esforço na implantação e elaboração de currículos de estatística (Batanero et al.,2011).

Essa preocupação quanto à formação dos professores é interessante, no entanto, ao observar os conteúdos de estatística, nota-se o quanto são importantes muitos dos seus conceitos, pois trata-se dos temas usuais do cotidiano, e estes fazem parte da formação das crianças, jovens e chega até a vida profissional dos indivíduos, tendo em vista que a sociedade de hoje exige cada vez mais que se utilizem das técnicas estatísticas para decisão das questões que o mundo moderno apresenta. O ensino da estatística na educação básica faz parte deste ideário, considerando que muitos dos conteúdos de outras disciplinas da educação básica como Biologia, Física, Química e Geografia se relacionam e fazem uso constantemente da linguagem estatística para organizar a interpretação de decisões, utilizando os conteúdos que exercem o papel de integração entre diversas disciplinas nas lições, o que justifica que não há barreiras para a sua aplicação nas diferentes temáticas(Batanero, 2000, pp. 41-58):

Nos encontramos con la paradoja de pedir a estos profesores que impartan un nuevo contenido, para el que no todos han tenido una formación didáctica específica, porque la didáctica de la estadística no está aún suficientemente desarrollada. Mientras que la estadística como ciencia, está en un periodo de notable expansión, el número de investigaciones sobre la enseñanza de la estadística es aún escaso, y sólo estamos comenzando a conocer las principales dificultades de los alumnos en los

conceptos más importantes. Es también preciso experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza específica de la estadística, a la que no siempre se pueden transferir los principios generales de la enseñanza de las matemáticas.

Todo este empenho serve como intenção desta pesquisa no sentido de investigar as situações e problemas contextualizados da matemática, capaz de responder às questões sobre o conhecimento de estatística, proporcionando uma atenção aos diferentes objetivos da prática matemática relacionada à didática de ensino e aprendizagem, permitindo que os conteúdos e os conceitos de estatística sejam mais perfeitos e entendidos pelo estudante ou indivíduo no seu cotidiano da escola, como demonstram os vários estudos ao longo de últimos 20 anos, apresentado no Quadro 1. Esta discussão exige que o professor, em algum momento, procure se preparar para poder interagir com sua prática docente, pois ele tem o papel essencial na interpretação dos conteúdos de estatística propostos, tendo, então, que desenvolver práticas de ensino que resultem na melhora efetiva da evolução da relação entre ele, o professor e o estudante, e, assim, possa acontecer significativamente a aprendizagem dos conteúdos de estatística. Enfim, o que se espera é uma maior conscientização dos professores em uma ação e opção pedagógica, como referencia D'Ambrosio, (1996) sobre a necessidade de o professor ser menos neutro politicamente, pois quando assim age é porque não está preparado para missão docente.

**QUADRO 1 - ESTUDOS SOBRE MEDIDAS ESTATÍSTICAS E SEU USO PELOS PROFESSORES E ESTUDANTES, 1981-2016**

Autor (es) / Ano	Tipo de Estudo
Pollatsek, Lima e Well (1981)	Observou o cálculo de média simples e ponderada como sendo uma dificuldade dos estudantes.
Mevarech (1983)	Em seus estudos faz referência as dificuldades na aplicação das propriedades de média aritmética.
Russell e Mokros (1991)	Desenvolveu estudos no sentido de aferir as classificações atribuídas pelos estudantes a expressão média.
Konold e Garfield (1993)	Demonstra em seus estudos a noção sobre o conhecimento de estatística, probabilidade e sobre a compreensão de medidas estatística.
Batanero, Estepa e Godino (1998)	Estudou estratégias corretas para comparar médias e os totais de uma distribuição.
Konold, Pollatsek, Well e Gagnon (1997)	Apontam em seus estudos as comparações sobre as medidas estatísticas e as medidas de dispersão e o uso particular da média para comparar por estudantes.
Watson e Moritz (1999) e Watson (2001)	Desenvolveu estudos para obter diferentes níveis de compreensão para comparar um conjunto de dados.
Shaughnessy e Ciancetta (2002)	Fez estudos comparativos como os estudantes que se preparavam para ser futuros professores e observou o uso dos valores centrais de uma distribuição.
Cobo e Carmen Días (2003)	Neste trabalho as autoras fazem um estudo sobre a reflexão do uso das três medidas de tendência central pelos estudantes do ensino secundário.



Gal (2005)	Faz referência da necessidades dos professores em obterem conhecimentos sobre estatística para que possam melhorar o seu desempenho na atividade profissional.
Leavy y O'loughlin (2006)	Estudos para aprofundar a compreensão sobre o uso da média pelos futuros professores da Educação Básica.
Estrada (2007)	Estudo para avaliar o conhecimento estatístico dos futuros professores e observao-se o desconhecimentos no uso do conceitos e algoritmo da média.
Cruz e Garrett (2008),	Estudos revelaram que os estudantes possuem diferenças grandes sobre a compreensão e conhecimento da estatística.
Galicia, Silvia (2009)	Nesta tese de doutorado a autora, faz um estudo, em que avalia o significado pessoal dos estudantes do ensino secundário e bacharelato usando as medidas de tendência central.
Ortiz e Font, (2011)	Os autores investigam o significado pessoal dos professores com objetivo de melhorar a formação do ensino de média aritmética.
Ortiz e Font (2014)	Os autores investigam o conhecimento de futuros professores sobre o uso da média aritmética.
Magina e Fonseca (2016)	Neste artigo o autor destaca o ensino e aprendizagem da média, e o uso de materias didáticos.
Estrella, S. (2016)	Este artigo analisa a compreensão da média por professores e seu uso.

FONTE: ELABORAÇÃO DO AUTOR

Portanto, o que se imagina de um processo educacional é a exigência de que o professor possua estímulo e possa legitimar os conteúdos de estatística propostos nos currículos da educação básica. É

importante considerar a justificativa da demanda da escola atualmente, pois o uso frequente por parte da sociedade, da estatística, em virtude dos avanços científicos e tecnológicos, aliada à necessidade de o indivíduo compreender as informações do cotidiano de suas vidas, portanto, são estas discussões, que têm propiciado à estatística superar as tradições de quando eram ensinadas como parte de temáticas da matemática pelos professores. Este entendimento é importante para que ocorra a boa relação entre o professor e o estudante no cumprimento do seu papel e na atividade de ensino e aprendizagem em sala de aula. No caso específico da estatística, o que se espera do professor é que os conteúdos de estatística que são propostos nas lições apontem para interação entre as várias disciplinas, e com a própria matemática, pois esta possui ferramentas comuns na solução de problemas. Esta visão é observada em particular pelo EOS, quando desenvolve análises sobre a formação dos professores de matemática, tendo como referência os trabalhos de Godino (2009); Godino, Rivas, Castro e Konic (2012); Pino-Fan, Godino e Font (2015). Então, é necessário que o protagonismo do professor tenha seu papel reconhecido para que esta interação ocorra e viabilize as tarefas de ensino e aprendizagem na educação estatística, ou seja, o desafio é o de buscar fundamentar uma investigação que contribua para absorver o que existe sobre a compreensão da estatística de uso na escola e se apropriar das teorias já produzidas, ao longo desses últimos anos no campo da didática, da matemática e estatística, e a partir dessas ideias contribuir para formular

uma visão em que se possibilite universalizar o ensino e aprendizagem da estatística (Batanero, 2002)

É neste sentido que as investigações sobre as teorias da didática matemática e estatística têm crescido e exercido um papel primordial no desenvolvimento do ensino da estatística, que, por sua vez, desempenha um papel na melhora das relações culturais entre o professor e o estudante, possibilitando as condições para que o ensino e aprendizagem da estatística avancem na escola e na sociedade (Batanero e Godino, 2005, pp. 203-226):

Todas estas razones han impulsado la investigación y el desarrollo curricular en el campo específico de la estadística. Ejemplos de proyectos curriculares desarrollados de acuerdo a estas ideas son, por ejemplo los del Schools Council Project on Statistical Education en el Reino Unido (Holmes, 1980), el Data Driven Mathematics en Estados Unidos (Burrill, 1996) o Explora en Chile (Aravena y cols. 2001). Los materiales didácticos, el software educativo, investigaciones, revistas, reuniones y comités sobre la enseñanza de la estadística han crecido espectacularmente en los últimos años dentro de la educación matemática.

O reconhecimento das temáticas e conteúdos de estatística é traduzido com mais ênfase a partir da construção das diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEM de 1999, que compreendeu a importância de incluir a estatística de forma

oficial nos currículos da educação básica no país, iniciado inclusive, a partir do ensino infantil. Esta iniciativa se refletiu no crescente uso pela sociedade em geral, dos instrumentos e ferramentas da informação. Esse esforço encontrou apoio no âmbito acadêmico e educacional, fazendo com que autoridades educacionais, organismos e entidades se envolvessem na busca de caminhos que abarcassem os interesses da introdução das temáticas que abordassem os conteúdos da estatística na educação básica (Batanero e Godino, 2005). Movimentos neste sentido foram fundamentais para que essas propostas curriculares se desenvolvessem com base nas teorias que melhor organizassem os conteúdos de estatística, conduzindo e preparando os professores nas lições, reconhecendo a importâncias da estatística e seus conteúdos como instrumento de decisão, ou seja, fortalecendo a estatística no contexto, o que reflete no ensino e aprendizagem dos estudantes da educação básica (Batanero, Díaz, Contreras e Roa, 2013, pp.7-18):

El sentido estadístico, como unión de la cultura y razonamiento estadísticos debe construirse em forma progresiva desde la educación primaria, secundaria, bachillerato y hasta la universidad. En este sentido, las nuevas propuestas curriculares proporcionan una oportunidad de introducir gradualmente ideas estadísticas desde la educación primaria, aumentando el nivel de formalización progresivamente. Pensamos que la mejor forma de ayudar al estudiante a desarrollar su sentido estadístico es basar las clases de estadística en el trabajo con proyectos, bien planteados por el profesor o escogidos libremente por los alumnos. En lugar de

introducir los conceptos y técnicas descontextualizadas, o aplicadas únicamente a problemas tipo, difíciles de encontrar en la vida real, se trataría de presentar las diferentes fases de una investigación estadística: planteamiento de un problema, decisión sobre los datos a recoger, recogida y análisis de datos y obtención de conclusiones sobre el problema planteado.

No âmbito do ensino da estatística hoje, já é possível enxergar um grande esforço para introduzir no sistema educacional esses conteúdos nas lições. Por outro lado, com o avanço significativo da formação dos professores, que passam a conhecer e ter uma percepção mais acertada sobre os conteúdos de estatística e sua importância, é natural que as novas diretrizes curriculares incrementem o ensino e aprendizagem, o que facilita o exercício do professor e seu papel de protagonista no ensino de estatística, (Batenero, 2009) e (Ponte, 2001) comenta a respeito da interpretação do currículo pelo professor. Os efeitos dessa iniciativa, que tem como foco orientações curriculares e aprendizagem, certamente proporcionarão ao professor e ao estudante o conhecimento e o entendimento sobre o papel e importância dos conteúdos de estatística (Batanero e Godino, 2005).

A preparação dos professores deve vir acompanhada das alterações de currículo, sendo necessário que tragam a esperteza e o conhecimento, não só de estatística, mas também dos aspectos didáticos sobre os conteúdos utilizados como cita Thompson (1992), Batanero (2002) pontua os seguintes pontos:

- Haver uma certeza que possa refletir nos aspectos epistêmicos e nos significados, que poderão produzir avanços;

- Existir a necessidade de se levar em conta os diferentes níveis de educação, de forma a facilitar, o entendimento, o conhecimento sobre o conceito ensinado a um indivíduo;

- É importante que se observe na aprendizagem quais as dificuldades que podem interferir no ensino e aprendizagem;

- Uma ação didática exige que sejam observados os aspectos da estrutura do ensino que abrange do currículo aos metodológicos, ou seja, elementos da didática.

Neste sentido é que se procurou justificar o papel das novas propostas curriculares introduzidas nos cursos da educação básica, particularmente na disciplina de matemática, que absorve os conteúdos de estatística, o que torna importante a relevância de temas da estatística que se voltem para a formação cidadã dos estudantes da educação básica, não esquecendo a necessidade de desenvolver uma aprendizagem significativa, já que é de reconhecimento que os estudos dessas áreas da formação são temas indispensáveis na preparação dos jovens e estudantes, pois prepara para a atualidade e para o futuro do indivíduo como cidadão. Outra observação que fica clara é da importância do resultado que o ensino da estatística traz para sociedade, que passa a ter acesso e a fazer uso de uma ferramenta que colabora com o tratamento dos dados, nas análises e leituras gerais de estatísticas, que serão capazes de influir na definição das políticas coletivas.

### **1.9.3. Perspectiva do ensino de estatística**

Com a implantação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (MEC, 1998), os conteúdos de Estatística passam a ter mais destaque, compondo o currículo do ensino no nível fundamental e médio, que antes eram temas muito restritos e marginais na educação básica. Os conteúdos, ou tópicos abordados, estavam colocados na Matemática, nos anos mais avançados, e sempre como tópicos, sem muito destaque do livro didático (Panaino, 1998). A partir daí, é possível observar, nos últimos anos, que há por parte do Ministério da Educação - MEC, uma maior compreensão sobre a importância da inserção dos conteúdos de estatística nas etapas da educação básica e no currículo escolar, o que reforça e proporciona um cenário de maior efeito para estatística. Outra observação que fica clara é da importância que o ensino da estatística tem assumido na escola, pois se entende que estas iniciativas incorporam o estudante, para integrá-lo como cidadão em uma sociedade cada vez mais exigente de informação, e em crescente globalização. Esta relação com os números, e tratamento dos dados, as análises de informações, as leituras de medidas e gráficos, que possibilitam tomar decisões e fazer inferências, aperfeiçoam os conhecimentos e valores que são cada vez mais exigidos para solucionar problemas do cotidiano da sociedade. Esta valorização do ensino da estatística é preponderante no desenvolvimento do intelecto e raciocínio das crianças e jovens, contribuindo para ampliar o

pensamento na formação de uma sociedade com capacidade científica plural.

Esse esforço encontrou apoio no âmbito acadêmico e no educacional, fazendo com que autoridades, organismo e entidades se envolvessem na busca de alternativas voltadas para os interesses da introdução de temáticas que abordem a instrução da estatística na educação básica. O reconhecimento desta temática é traduzido com mais ênfase a partir da construção das diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEM de 1999, que compreendeu a importância de incluir a estatística de forma oficial nos currículos da educação no Brasil, iniciado inclusive, a partir do ensino infantil. Esta iniciativa se refletiu no crescente uso pela sociedade, em geral, dos instrumentos e ferramentas da informação.

No âmbito do ensino da estatística hoje, já é possível enxergar um grande esforço para se introduzir no sistema educacional conteúdos da estatística. Por outro lado, com o avanço na formação dos professores, que passam a conhecer e ter uma percepção mais ajustada dos conteúdos de estatística, e facilitada o exercício do seu papel de protagonista no ensino das temáticas e das lições usuais da estatística. É perceptível que a grande maioria dos professores responsáveis por lecionar disciplinas de estatística ou seus conteúdos, ainda que sejam pedagogos ou licenciados em Matemática, ou até de outras disciplinas, carecem, muitas vezes, de uma formação mais precisa, ou não foram preparados para tal tarefa. É desta forma que o Brasil e muitos países



vivem o desafio de aperfeiçoar o professor, promovendo uma maior formação, aprimorando a qualidade da educação e sua concepção de ensino, a fim de construir um caminho para que estas iniciativas tenham reflexo na aprendizagem dos estudantes, o que, por sua vez, proporcionará para sociedade o conhecimento e o entendimento sobre o papel e importância dos conteúdos de estatística, como forma de trazer conhecimento e dividendos para toda sociedade, diante dos desafios impostos pela ciência nos dias atuais, de sorte a poder responder com mais precisão às demandas do cotidiano e melhorar a qualidade da educação e do Brasil. Portanto, existe um interesse e esforço global para que o ensino da estatística se implante e ganhe confiança sobre as informações estatísticas, junto à sociedade (Batanero e Godino, 2005).

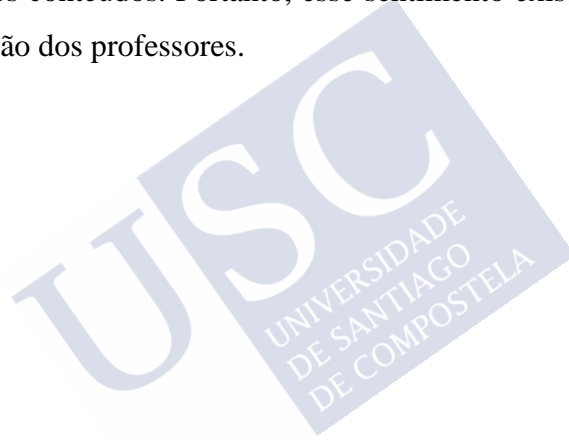
Outra observação que fica clara é da importância do ensino da estatística na definição da relação e domínio, não só dos números, como também no tratamento dos dados, nas análises e nas leituras contextualizadas que simulem situações do mundo real. Neste sentido, procura-se justificar o papel das novas propostas curriculares introduzidas nos cursos da educação básica, particularmente na matemática e estatística, como forma de justificara importância e a relevância desses temas na formação dos estudantes da educação básica, não esquecendo de que seja discutido um currículo que aponte para necessidade de desenvolver uma aprendizagem significativa, já que é de reconhecimento que os estudos desses temas se tornem

indispensáveis na formação dos estudantes na atualidade, e que tem reflexo direto na sociedade. Desse modo, a estatística de vida e a sua importância começaram a se desenvolver, e passa a se relacionar com o mundo atual, se integra e se comunica com as demais áreas do conhecimento interpretando informações e dados (Gal, 2002, pp. 2-3). (Batanero, Arteaga e Contreras 2011, v.2. n° 2):

En resumen, las orientaciones curriculares sugieren promover el desarrollo del razonamiento estadístico, que va más allá del conocimiento matemático y de la comprensión de los conceptos y procedimientos. Se pretende también lograr desarrollar en el educando una actitud crítica ante la información que le presentan los medios de comunicación. Es decir, se quiere proporcionar una cultura estadística, “que se refiere a dos componentes interrelacionados: (a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y (b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante”.

Sem dúvida, a proposta dos PCN se constitui num grande avanço para o ensino de Estatística no Ensino Fundamental e Médio. É considerado como um avanço pela comunidade de educadores estatísticos. Porém, se observa uma necessidade imediata na formação

dos professores, considerando que não há o adequado preparo desses docentes para o exercício do ensino de estatística nos vários níveis da formação. É importante que a comunidade acadêmica dialogue, no sentido de aprimorar o desenvolvimento de teorias de ensino e aprendizagem para esses professores, no exercício das suas funções, e que atendam ao que propõe os PCN, de sorte a evitar que os estudantes fiquem temerosos quando se depararem e tiverem a necessidade de aprender os conteúdos. Portanto, esse sentimento existe e é motivo de preocupação dos professores.



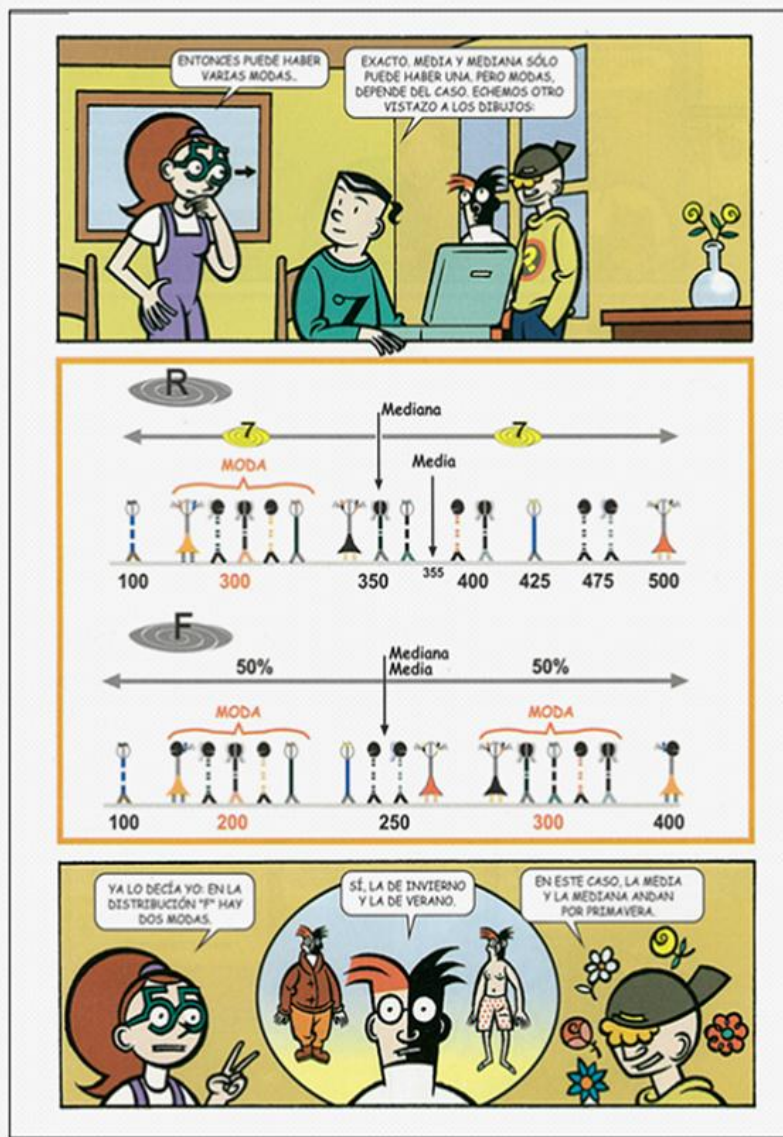
# **CAPÍTULO 2**

## **UMA VISÃO SOBRE O CONCEITO DE MÉDIA ARITMÉTICA**

### **2.1. INTRODUÇÃO**

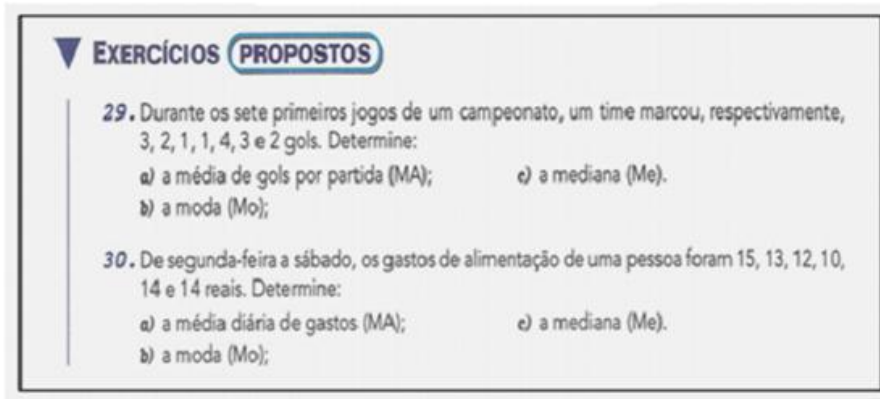
Este capítulo 2 é dedicado aos debates das primeiras imersões sobre vários aspectos da compreensão não só do conceito de média como também do seu significado, levando em conta os trabalhos desenvolvidos neste campo por autores que discutem a temática como Godino e Batanero, (1994), (Batanero, 2000), (Cobo, 1988; 2001), Cobo e Batanero (2000), Navas, Batanero e Godino (1997), e se completa na ilustração das figuras 3 e 4 deste capítulo.

FIGURA 3 - REPRESENTAÇÃO DA MÉDIA, MEDIANA E MODA



FONTE: DADOS Y DATOS. CÓMIC HACIA LA ESTADÍSTICA COMPROBABILIDAD 0,95 DE SERIO.  
Realización: institut balear d' estadística, 2ª edición, maio 2001.

FIGURA 4 - LIVRO DIDÁTICO 2



▼ EXERCÍCIOS PROPOSTOS

29. Durante os sete primeiros jogos de um campeonato, um time marcou, respectivamente, 3, 2, 1, 1, 4, 3 e 2 gols. Determine:

a) a média de gols por partida (MA);                      e) a mediana (Me).  
b) a moda (Mo);

30. De segunda-feira a sábado, os gastos de alimentação de uma pessoa foram 15, 13, 12, 10, 14 e 14 reais. Determine:

a) a média diária de gastos (MA);                      e) a mediana (Me).  
b) a moda (Mo);

FONTE: DANTE, LUIZ ROBERTO. MATEMÁTICA CONTEXTO E APLICAÇÃO. ÁTICA, 2004, PÁG. 14 A 17 e 226 a 228.

Assim, podemos identificar as citações de estudos que se destacam pela importância das reflexões teóricas que se aproximam de uma teoria de ensino e aprendizagem da matemática. Também se considera a existência de outros estudos desenvolvidos por diversos autores sobre as medidas de tendência central e, em particular, a média aritmética, que demonstram o quanto é importante a estatística na educação básica. Por outro lado, o estudo exigiu uma dedicação e atenção especial nas análises dos muitos elementos que são considerados fundamentais na investigação como, por exemplo, a visão do conceito de média, o papel do livro didático, que se completa com discussões efetivadas no capítulo 3, que aborda tema sobre a formação de professores.

## 2.2. AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Nesta seção dedicamos a análise de vários aspectos da compreensão não só do conceito de média como também do seu significado. Leva-se em conta inicialmente os trabalhos desenvolvidos por Godino e Batanero (1994), (Batanero, 2000), (Cobo, 1988; 2001); Cobo e Batanero (2000), Navas, Batanero e Godino (1997) e tantos outros mais recentes. São trabalhos que se destacam pela importância nas reflexões teóricas e que se aproximam de uma teoria de ensino e aprendizagem. Também se considera outros estudos desenvolvidos por diversos autores sobre as medidas de tendência central que demonstram o quanto é importante a estatística na educação básica, o que, de um tempo pra cá, já começa a fazer parte dos currículos educacionais.

As medidas de tendência servem, em geral, para localizar a distribuição de frequências sobre o eixo de variação da variável em questão. São três tipos de medidas de posição: a média, a mediana e a moda, representados na figura 3.

Pela ordem, aparece a média, que se debateu nos capítulos ao longo deste trabalho, em que se leva em conta seus feitos e sua introdução no currículo na educação básica como papel importante no ensino e aprendizagem das disciplinas. Neste sentido, se considera nas suas características a construção de seu conceito e nuances do conhecimento do professor, sua aplicação e as condições apresentadas nos livros didáticos do 3º ano do ensino médio da educação básica.

No entanto, observa-se que há entre estas medidas aspectos de relação entre elas, que existem de acordo com a distribuição de dados,

porém, podem se caracterizar em pontos que se distinguem como, por exemplo, a média e mediana. Estas medidas se assemelham por critérios diferentes, o centro da distribuição de frequências, e, por esta razão, são caracterizadas como medidas de tendência central. A moda, por sua vez, indica a região de maior concentração de frequência na distribuição.

No caso, da mediana tratada como uma quantidade que, como a média, também procura caracterizar o centro da distribuição de frequência como observado na (Figura 3), onde temos, no caso 1, mediana 350 e, no caso 2, igual a 250, porém, de acordo com um critério diferente. Ela é calculada com base na ordem dos valores que formam o conjunto de dados, sendo definida a partir da ordenação de um conjunto dos  $n$  valores, e se considera a  $n$  ímpar, com igual valor ao de ordem  $(n + 1) / 2$  desse conjunto. Se for par, a mediana será definida como qualquer valor situado entre o de ordem  $n/2$  e o de ordem  $(n/2) + 1$ . Por simplificação, para  $n$  par, considera-se a mediana como o valor médio entre os valores de ordem  $n/2$  e  $(n/2) + 1$  do conjunto de dados.

A moda é definida em conjunto de dados como sendo o valor (ou valores) de máxima frequência. Assim, (figura 3), no caso 1, a moda é 300, e no caso 2 da, a moda é 200 e 300, ou seja, uma distribuição bimodal. Portanto, pode-se considerar a moda como uma medida de posição, pois indica a região das máximas frequências. No caso 2, especificamente, temos duas modas, ou seja, em uma série de dados, podemos ter várias modas.



Notadamente, o emprego das medidas de tendência central é muito comum, e em particular a média aritmética, que tem participação marcante em muitos trabalhos, e é evidente a preocupação em fazer analogias a temas e citações diversos. Assim, nos livros didáticos analisados esta impressão fica bem clara, e tem seu destaque nos problemas e exercícios que apresentamos na Figura 4 e no Anexo 7, em que é observada a aplicação das três medidas simultaneamente nas resoluções de problemas analíticos e aplicados. Esta situação confirma o reconhecimento da existência de uma relação empírica entre média, mediana e moda, que, em geral, subsiste para os conjuntos de dados observados, definida por:  $\bar{X} = mo = 3(x - md)$ .

### **2.3. SIGNIFICADO DO CONCEITO DE MÉDIA ARITMÉTICA**

É sabido e reconhecido que Godino e Batanero (1994) construíram ao longo dos últimos 20 anos um marco teórico que discute o significado do objeto matemático, estabelecendo uma análise particular para a expressão “média”. Evidentemente, a preocupação em investigar não se esgota tão somente na busca para entender e observar como o domínio desse conceito sobre média é construído no livro didático, pelo professor e chega até o estudante. Neste sentido, nesta pesquisa, busca-se discutir o significado elementar de média aritmética, particularmente o seu conceito, a expressão e como se interpreta a partir de um contexto que envolve o ensino e aprendizagem de estatística na educação básica. Em outras palavras, o que significa e como os indivíduos entendem

média aritmética no cotidiano da vida. Na opinião de Batanero (2000, p. 1) – *“Es preciso, por tanto, realizar una labor de síntesis de estos trabajos, y de posterior difusión entre los profesores, que son los que tienen finalmente la posibilidad y responsabilidad de la formación estadística de los escolares. En este trabajo tratamos de contribuir a esta labor, analizando las dificultades que los alumnos pueden encontrar en las medidas de tendencia central”*.

Nesse ponto, a autora buscou distinguir cinco componentes relacionados ao significado do conceito: 1- o campo de problemas dos quais o conceito emergiu (elementos fenomenológicos); 2-as representações dos conceitos (elementos de representacional); 3-os procedimentos e algoritmos (elementos processuais); 4- as definições do conceito, suas propriedades e relações com outros conceitos (elementos conceituais ou intensivos); 5- os argumentos e provas (elementos validativos).

A partir dessa ideia, Godino procurou imprimir e ampliar a discussão sobre os conceitos de estatística, particularmente de média aritmética, usando como exemplo a teoria da semiótica como um caminho para melhor descrever esse objeto matemático e estatístico. Como indica Godino (1996, p. 418):

“El problema de la comprensión está íntimamente ligado a cómo se concibe el propio conocimiento

matemático. Los términos y expresiones matemáticas denotan entidades abstractas cuya naturaleza y origen tenemos que explicitar para poder elaborar una teoría útil y efectiva sobre qué entendemos por comprender tales objetos. Esta explicitación requiere responder a preguntas tales como: ¿Cuál es la estructura del objeto a comprender? ¿Qué formas o modos posibles de comprensión existen para cada concepto? ¿Qué aspectos o componentes de los conceptos matemáticos es posible y deseable que aprendan los estudiantes en un momento y circunstancias dadas?”

Outro aspecto que é possível considerar são as circunstâncias em que são assimilados e aplicados estes conceitos e definições sobre média aritmética, em que se pode destacar Campbell (1974), por exemplo, que afirma a média como o valor “típico” ou “representativo” dos dados. Sendo assim, imagina-se que análises e estudos sobre a importância da utilização da média aritmética poderão considerar as noções básicas como equilíbrio, espaço, tempo, posição, peso, volume e satisfação, ou seja, fatos, objetos e situações da vida como preconizam os estudos de Watson e Moritz (2000), que fazem comentários e observações sobre essas relações e interpretações, levando em conta o que ocorre com valores ou dados na vida, no seu diaadia.

Sobre Watson e Moritz (2000), estes discutiram a compreensão da utilidade da média aritmética com base em um modelo hierárquico de funcionamento cognitivo (Piaget, 1951). Já nos estudos elaborados por Cai (1995; 1998), o autor considerou a relação entre o saber e o

procedimento para calcular a média aritmética. Nesse aspecto, ele acredita que é necessário, para que os estudantes entendam bem o conceito da média, que se conheça bastante os valores ou dados e o contexto a que se referiam essas informações. Enfim, o que se observa quanto ao ensino e aprendizagem da média aritmética é que existe uma dificuldade de compreensão e de uso dessa medida, quase que em todos os níveis de formação, e que envolve desde o professor até os estudantes. Há muito tempo que se tem essa preocupação com a introdução dos conteúdos de estatística na elaboração dos novos currículos, que abrange o ensino básico, do seu início até o médio, no sentido de modificar esta realidade (Batanero, Godino e Navas, 1997, pp.310-304):

Además de ser conceptos estadísticos básicos, los promedios son imprescindibles en el análisis exploratorio de datos, cuya enseñanza se recomienda en los nuevos currículos de primaria y secundaria. El concepto de media aritmética es aparentemente simple, pero en Batanero y cols (1994) y Tormo (1995) se presenta una síntesis de investigaciones que muestran dificultades procedimentales y conceptuales relacionadas con la media, en alumnos de diferentes edades. Respecto a los errores de cálculo, Pollatsek y cols. (1981) sugieren que un porcentaje importante de estudiantes universitarios calculan incorrectamente la media ponderada y la media simple a partir de una tabla de frecuencias. Asimismo, Mevarech (1983) encontró estudiantes universitarios que atribuían propiedades inexistentes a la operación de hallar la media aritmética, como la asociatividad, existencia de elemento neutro y elemento inverso. Recientemente Cai (1995) indica que muchos estudiantes de primaria, que son

capaces de calcular correctamente la media, no comprenden su algoritmo de cálculo y lo aplican de forma mecánica.

No entanto, quando se avança para outras idades e níveis de formação dos estudantes, observa-se, por exemplo, nos estudos elaborados por Pollatsek e Cols (1981), que existe um número bem expressivo de estudantes de nível superior que demonstra as mesmas dificuldades no desenvolvimento do cálculo da média aritmética simples. Estas situações elevam o interesse em aprofundar as investigações, considerando a importância e o entendimento sobre conceituação de média aritmética. Outro aspecto que se deve reconhecer é o entendimento e a utilidade que esta medida pode ter para os indivíduos quando toma decisões do cotidiano, o que leva a crer que sua interpretação deva ser considerada de simples domínio (Pinho e Gusmão, 2006).

Estas discussões irão prosseguir nas etapas a seguir deste estudo sobre a utilidade da média aritmética, fazendo alusão as suas diferentes definições, conceitos, representações, características e propriedades e sua prática quando este objeto se apresenta no ensino da educação básica, nos contextos da matemática, seja no currículo ou no livro.

#### **2.4. A MÉDIA ARITMÉTICA EOS DOCUMENTOS CURRICULARES**

Nos últimos anos, o Ministério da Educação (MEC) tem articulado com os fóruns de educação (Conselhos, Conferências e Entidades da Sociedade Cível Organizada) no Brasil, um esforço para realização de debates no sentido de buscar uma maior transformação no sistema educacional. Os resultados, frutos dessas discussões, foram os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (MEC, 1998), que após implantado trouxe o ensino de Estatística nos níveis fundamental e médio, que antes era restrito e marginal. No passado, os temas relacionados à estatística estavam inseridos em tópicos na disciplina de Matemática, nas séries mais avançadas, e, geralmente, era um dos últimos assuntos das lições nos livros didáticos. Combinado a esta situação de pouca atenção, se observa que os conteúdos e procedimentos desenvolvidos sobre estatística se restringiam aos gráficos, tabelas, medidas de tendência central e de dispersão. Hoje é possível observar que houve uma mudança significativa com a implantação das diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, que passaram a dar um destaque especial ao ensino de Estatística e Probabilidade (MEC, 1997); (Lopes, 1998). Com o objetivo de promover uma discussão sobre a inserção da estatística no currículo da educação básica, inicialmente na disciplina de Matemática, o MEC tem atuado para que as propostas curriculares de matemática justifiquem a importância e a relevância desses temas na formação dos estudantes, aperfeiçoando os professores que atuam nesse nível de ensino, para que eles conheçam os

procedimentos que devem propor para acontecer uma didática de ensino e aprendizagem significativa.

É importante levar em consideração que o estudo desse tema se torna indispensável ao indivíduo na conjuntura atual, em que as tecnologias exigem da sociedade decisões em menor espaço de tempo. Portanto, foi delegado ao ensino da matemática o compromisso inicial de prover esses conteúdos de estatística, não só de ensinar o domínio dos números, mas também de contribuir com a organização de dados, cálculos das medidas, leitura de gráficos e análises propriamente ditas estatística. Esta preocupação é fundamentada no direito à aprendizagem dos estudantes e cumpre o artigo 10 da Lei de Diretrizes Bases da Educação Nacional do Brasil (LDBEN) nº9394/1996, que determina o atendimento prioritário do Estado para o Ensino Médio. Segundo Ban Ki-moon, secretário-geral da ONU, “A estatística permeia a vida moderna”, portanto, endossa a investigação e as discussões sobre a necessidade de consolidar o currículo da educação básica, bem como a presença dos conteúdos de estatística, o reforço e sua ampliação para outras disciplinas da educação básica, para além da matemática. (Campos, Wodewotzki e Jacobini 2011; pp.9-20):

Da mesma forma, a preocupação de relacionar a Matemática e o cotidiano, desejável em todos os níveis escolares, e a necessidade da abordagem dos conteúdos estatísticos na direção de uma formação ampla do estudante, como indicam os Parâmetros Curriculares

Nacionais, faz crescer a presença desses conteúdos no ensino fundamental e no ensino médio.

Partindo de princípios definidos na LDBEN, em um trabalho conjunto com educadores de todo o país, chegou-se a um novo perfil para o currículo, apoiado em competências básicas para a inserção de jovens na vida adulta. Anteriormente, o ensino era descontextualizado, compartimentalizado e baseado no acúmulo de informações. Ao contrário disso, buscou-se dar significado ao conhecimento escolar, mediante a contextualização; evitando a compartimentalização, introduzindo a interdisciplinaridade e incentivando o raciocínio e a capacidade de aprender. O que se buscou com esta iniciativa foi permitir que os conteúdos fizessem parte dos saberes das áreas curriculares, e, assim, foi dado maior importância ao ensino da média aritmética, que passou a ter um peso importante na estatística, e cuja percepção foi clara, já que se trata de uma medida de uso comum e de fácil divulgação, e este conteúdo passou a compor com maior amplitude as bases de currículos da educação, e seus arranjos sugeridos nas diversas disciplinas da educação básica. A partir desse raciocínio, se observa hoje que o ensino da média e das medidas da estatística, em geral, passaram também a ter seu lugar na educação básica fundamental, e necessariamente na formação dos cursos de graduação. Portanto, as medidas estatísticas, e em particular a média aritmética,



exercem um papel importante na aplicação no cotidiano das pessoas e desperta o interesse em muitas áreas, de quem aprende a ser curioso, que não só indaga, mas também descobre.

Considera-se, então, que a preocupação deste estudo é entender como se dá o conceito de média aritmética, seu ensino e aprendizagem, tendo em vista o papel do professor e do livro didático como meio importante de formação do conhecimento, foco desta investigação, tendo como alvo principal alcançar como se dá a aquisição desse entendimento, por meio da discussão de uma teoria capaz de preparar no campo científico as condições para se utilizar os distintos conceitos de média aritmética nas diferentes disciplinas da educação básica, seja na área das Ciências da Natureza, Matemática e Humanas, que, por sua vez, incide nas competências relacionadas à apropriação de conhecimentos da Física, da Química, da Biologia, Geografia e outras disciplinas que possuem interações ou desdobramentos, que são formas indispensáveis de entender e significar o mundo de modo organizado e racional, tornando importante ao estudante o ensino e aprendizagem da estatística a despeito da sua formação (Campos, Wodewotzki e Jacobini, 2011).

A relevância social da estatística não se restringe ao agrupamento das Ciências da Natureza, tem ainda o objetivo de contribuir para a compreensão do significado da ciência e da tecnologia na vida humana e social, de modo a gerar protagonismo diante das inúmeras questões políticas e sociais cujo entendimento e solução são uma referência

relevante. A presença da média aritmética na Estatística só vem somar a toda esta visão de conhecimento. Por outro lado, a relação com outras áreas se justifica pelo papel que possui quando se relaciona com outras disciplinas, pois é considerada medida que tem afinidade com as demais medidas de tendência central. Entretanto, um dos principais recursos de constituição e expressão do conhecimento, é a importância de integrar junto com a Matemática os conhecimentos que lhe são mais afins. Esta última justificativa é, sem dúvida, mais pedagógica do que epistemológica, e pretende retirar a Estatística do isolamento didático em que tradicionalmente se confinou no contexto do ensino e aprendizagem escolar.

Portanto, é preciso reconhecer que no mundo atual, em que as tecnologias e as informações exigem que as decisões sejam mais precisas, considera-se como cada vez mais natural o acesso do cidadão a informações e tecnologias à medida que o indivíduo se integra na sociedade e novos valores passam a compor as relações entre as pessoas, em resumo, a estatística poderá sintetizar em uma visão aprofundada as questões pertinentes para um conjunto de informações, ajudando o cidadão a formular e a produzir resumos estatísticos, elaborando conjecturas e comunicando de modo conveniente, interpretando e construindo diagramas e fluxogramas, desenhando experimentos e simulações para fazer previsões que possam sintetizar uma visão genérica capaz de permitir e justificar uma decisão ou ideias. Então, é papel da escola desenvolver e ofertar ao estudante, na educação

básica, a formação cidadã para que possa se apropriar de conceitos que o auxiliem no exercício da cidadania, ou seja, é necessário exigir que a escola realizasse o seu papel de formador do estudante cidadão, (Machado, 1997, p.48).

## **2.5. APLICAÇÃO DA MÉDIA NA MATEMÁTICA E O LIVRO DIDÁTICO**

Sabemos que é objetivo de cada lição do livro didático transmitir a ideia básica do que se propõe o currículo, portanto, o conteúdo do livro deve abranger nas suas lições situações problemas, em que sua aplicação possa representar um campo vasto de conhecimento, tendo em conta que seu propósito é transmitir conhecimento e fazer com que seja concretizado o direito do estudante ao ensino e aprendizagem dos conteúdos a que se propõe.

No caso específico da estatística, este panorama é hoje uma realidade, considerando os conteúdos curriculares de diferentes disciplinas para atender as demandas da educação básica. Neste sentido, se observa o avanço curricular em todos os níveis da educação básica (fundamental e médio). No caso do ensino médio, isso se evidencia quando se nota na maioria dos livros didáticos analisados pontos específicos sobre estatísticas sendo abordados em diferentes lições da matemática, o que deixa claro a importância de pontos de vista sobre a aplicação da didática dimensão do conhecimento de diferentes tópicos em que se aplica a estatística. Por outro lado, há que se enxergar estes conteúdos fazendo parte nas lições, em diferentes áreas em que se

reconhece a aplicação da estatística como marcante na resolução de problemas, o que é demonstrado em muitas situações, quando aparecem fazendo relações e aplicações dos seus conteúdos em diferentes disciplinas da educação básica.

Para explicar este momento, destacamos o trabalho de Rodero e Font (2015, p.29-49) sobre a complexidade da matemática de média aritmética, que aborda a visão do EOS, em que se identificou a introdução de dualidade unitária-sistêmica, uma visão sobre média aritmética, que diz sobre diferentes pontos de vista na representação de média. E afirma que: “Lo que hay es un sistema complejo de prácticas que permiten resolver problemas, en las que el objeto matemático «media aritmética» no aparece directamente, lo que sí aparece son representaciones de la media aritmética, diferentes definiciones de la media aritmética, proposiciones y propiedades de esta, procedimientos y técnicas que se aplican a la media aritmética y argumentos sobre ella. Dicho de otra manera, a lo largo de la historia se han ido generando diferentes configuraciones epistémicas para el estudio de la media aritmética, algunas de las cuales han servido para generalizar las preexistentes”.

Dito isto, é natural que a utilização da média aritmética nas práticas matemáticas em diferentes situações foi também observados nos livros didáticos e tem origem ao longo da história, estando presente com aplicação em diversas áreas da matemática como no cálculo das raízes de inteiros positivos, equilíbrio dos corpos, cálculo da área e volumes,

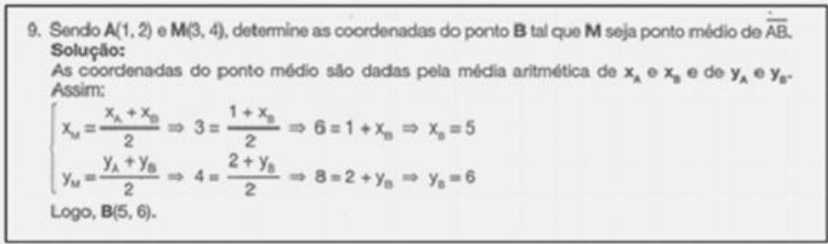
sucessões, progressões aritméticas e geométricas, e em tantas outras medidas.

Quando examinamos a presença de representações, características e propriedades em diferentes objetos matemáticos relacionando ao seu uso, considerando que estas práticas ocorrem a partir de determinadas configurações epistêmicas. Nesta perspectiva, foi que identificamos nos livros didáticos analisados, exercícios sobre a aplicação das medidas de tendência central, média, mediana e moda e sua relação entre si, seja em um contexto de aplicação ou de análise.

Há que salientar que, na área de matemática, existe uma premissa de que, na educação matemática, o professor deve possuir um nível de domínio sobre matemática que reconheça práticas para soluções de problemas, que se aplique a matemática. Este conhecimento específico tem efeitos no ensino e aprendizagem dos conteúdos que se ensinam e se relacionam com outras áreas, e, em particular, podemos citar o caso da estatística dentre outras, de sorte que esta situação pode influenciar na aprendizagem do estudante, como cita Godino, Beltrán-Pellicer, Burgos, e Giacomone (2017). Assim, quando examinamos os livros didáticos selecionados, e analisamos a partir de outras referências as lições de matemática, observamos a sua relação com múltiplos conteúdos. Neste particular, se notou nas soluções as consequências do que representa o ponto de vista sobre o domínio do conhecimento da matemática para a aplicação do conteúdo de estatística, em uma abordagem que tem sua aplicação identificada na média aritmética. Isto

se verificou em todos os livros didáticos deste estudo cujas lições tratam do contexto da geometria plana. Esta situação foi evidenciada em diferentes exercícios em que são aplicados o desenvolvimento de cálculos de áreas e volume de distintas figuras geométricas (Figura 5, a seguir e no Anexo 8, são apresentados exemplos de problemas). Portanto, nestas condições, tivemos a oportunidade de demonstrar o papel de diferentes objetos matemáticos relacionados, como outros meios, e assim por diante, e combinados a problemas de aplicação e utilização da média aritmética nas diversas práticas matemáticas que exige da presença.

FIGURA 5- LIVRO DIDÁTICO 3 - APLICAÇÃO DA MÉDIA NA GEOMÉTRIA



9. Sendo  $A(1, 2)$  e  $M(3, 4)$ , determine as coordenadas do ponto  $B$  tal que  $M$  seja ponto médio de  $\overline{AB}$ .

**Solução:**  
As coordenadas do ponto médio são dadas pela média aritmética de  $x_A$  e  $x_B$  e de  $y_A$  e  $y_B$ . Assim:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow 3 = \frac{1 + x_B}{2} \Rightarrow 6 = 1 + x_B \Rightarrow x_B = 5 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow 4 = \frac{2 + y_B}{2} \Rightarrow 8 = 2 + y_B \Rightarrow y_B = 6 \end{cases}$$

Logo,  $B(5, 6)$ .

Fonte: Marcondes, Carlos. Gentil, Nelson e Greco, Sergio. Matemática Para o Ensino Médio. Ática, 1999, pág. 486 a 488.

Por outro lado, esta visão de competência é considerada importante na educação matemática, pois é a partir deste conhecimento que são definidas que estratégias devem ser construídas para solução de problemas, como o caminho a ser alcançado pelo professor,

em condições efetivas do ensino e aprendizagem da matemática, sendo sua aplicação baseada em princípios e condições que proporcionem conhecimento (Godino, Giacomone, Batanero e Font, 2017). Esta visão se respalda em diferentes estudos e trabalhos de autores que elaboraram ferramentas que proporcionam análises e reflexões sobre ensino e aprendizagem da matemática, e que têm na abordagem teórica ontosemiótica do conhecimento instrução matemática (EOS), Godino, Batanero e Font (2007) autores que se destacam como fontes de estudos que dão as condições de analisar a atividade matemática na resolução de problemas da matemática.

# CAPÍTULO 3

## MARCO TEORICO

### 3.1. INTRODUÇÃO

Uma das condições para assegurar o êxito desta investigação é apresentado neste capítulo 3. Nele se desenvolve a visão do que representam os muitos estudos e sua literatura em torno do marco teórico do Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS), em que se observa as referências existentes e os trabalhos de Godino e colaboradores, que têm nos exemplos os vários estudos que embasam este trabalho, como os de: Godino e Batanero, (1994; 1998); Godino, Contreras e Font, (2006); D' Amore, Font e Godino, (2007); Font e Contreras, (2008); Godino, Batanero e Font, (2007) e Ramos e Font, (2008). Neste capítulo apresentamos as discussões sobre os sistemas de práticas e a visão particular da atividade ensino e aprendizagem, em que se estabelece uma análise dos elementos da configuração didática e seus conflitos semióticos. Então, se observa a partir do objeto institucional e pessoal. Na sequência é apresentada uma discussão teórica sobre os indicadores: idoneidade didática e os processos de instrução, e como sua aplicação reflete nas investigações sobre a formação do docente.



### **3.2. O ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DA COGNIÇÃO E INSTRUÇÃO MATEMÁTICA (EOS)**

O marco que tem como finalidade articular e integrar outros modelos teóricos usados nas pesquisas sobre ensino e aprendizagem da matemática tem suas raízes nos pressupostos antropológicos, a partir das ideias de (Bloor, 1983); (Chevallard, 1992), semióticos e pragmático com (Eco, 1995), Radford, Schubring e Seeger (2008); e compõe com os princípios didáticos do tipo socioconstrutivista de (Enert, 1998) e interacionista de Cobb e Bauersfeld (1995). Por outro lado, o EOS constrói uma aproximação epistemológica e cognitiva que permite construir hipóteses a partir de eixos e fenômenos didáticos na dimensão institucional e pessoal como citam Godino, Font, Contreras e Wilhelmi (2006). Ainda será usado como apoio as ferramentas desenvolvidas pelo EOS sobre a noção de conhecimento matemático, observadas nos estudos sobre ensino e aprendizagem, que se baseiam nas investigações desenvolvidas por Godino e Batanero (1994), (Godino, 1996), Godino e Batanero (1998), os quais estudaram sobre a noção de significado institucional e pessoal de um objeto matemático quando diante de uma situação problema.

Dessa forma, parte-se, então, do reconhecimento dos modelos ontológicos e semióticos, que se concretizaram a partir de 1998 como os que melhor descrevem a atividade matemática e os processos de comunicação e sua produção para que ocorra a interpretação dos conceitos, da situação problema, da expressão e dos argumentos dos

diversos objetos emergentes dos vários tipos de práticas. Outros aspectos discutidos referem-se à construção do modelo teórico na Didática da Matemática e na Instrução Matemática de Godino, Contreras e Font (2006), que possibilitaram distinguir o processo de instrução a partir das dimensões epistêmica (relativa ao conhecimento institucional), docente (função do professor), discente (função do estudante), mediacional (relativo a recurso institucional), cognitiva (gêneses do significado pessoal) e emocional (sobre atitude emocional do estudante diante do estudo da matemática). Assim, se reconhece que o papel do modelo antológico e semiótico da cognição possibilita identificar as situações que podem ocorrer com as trajetórias epistêmicas e cognitivas, bem como em qual situação se encontra a “negociação de significados”, a ponto de construir um caminho para se obter as condições da gestão das trajetórias didáticas (Codino, Batanero e Font, 2008, p.11).

A noção de objeto matemático é discutida a partir de determinada situação, por exemplo, Godino e Batanero (1994) fazem uma reflexão teórica a respeito do objeto matemático do significado da expressão média aritmética, quando comentam que o objeto matemático se torna equivalente ao conceito matemático (ideia ou noção matemática). Nesta linha de raciocínio, se adota uma epistemologia pragmática antropológica, que se estabelece em resposta a uma função semiótica, cujo antecedente é o objeto matemático, ou expressão que o designa, tendo como causa a nova construção, que se descreve como o sistema

de práticas matemáticas feitas por um indivíduo (ou compartilhado dentro de uma instituição) de uma determinada classe de situações problemas, Godino e Font (2002).

No entanto, para que este conceito se estabeleça, é necessário descrever na matemática a atividade que resulte em um processo de comunicação, ou seja, reconhecer o entendimento gradual sobre a noção de objeto matemático e significado. Considerando que os objetos matemáticos não são apenas os conceitos, podendo ser qualquer representação, entidade ou elemento ao qual se faz referência, que se encontra no imaginário real ou não, que envolve uma atividade matemática. Portanto, esta coesão para afirmar a noção de objeto deve ser ratificada por uma "teoria forte", capaz de representar os vários tipos de objetos apreciados de interesse para descrever a atividade matemática em contextos diferentes e quadros institucionais. Em seguida, clarifica esta posição ontológica, quando se põe em jogo os atributos contextuais definidos e introduzidos no EOS, Godino e Font (2002).

O objeto matemático é pragmático ao propor uma formulação do significado dos objetos matemáticos que assumem os pressupostos da epistemologia pragmática: “as categorias opostas de sujeito e objeto passam a um segundo plano, ao atribuir a estas um estatuto derivado, e cede seu lugar privilegiado a categoria de ação” (Faerna, 1996, p. 14). É antropológico, já que seu principal objeto de estudo é o indivíduo que aprende em instituições escolares, e a matemática é o resultado de uma

construção social realizada em diferentes instituições. Semiótico, porque atribui um papel central aos recursos expressivos utilizados na atividade matemática (Faerna, 1996).

Godino (2003) afirma que os objetos são nomeados e descritos por suas definições e relação de propriedades, e, assim, deve-se identificar as definições ou propriedades características. Por outro lado, sabe-se que o significado de um objeto matemático não pode ser reduzido à mera definição de um ponto de vista psicológico e educacional, é o que reconhece (Vergnaud, 1990, p. 135), que observa: "Um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos, se existe interesse no ensino e aprendizagem". Assim, (Godino, 2003, p. 158) comenta que - "São as situações que dão sentido aos conceitos matemáticos, mas o significado não está nas situações ou representações simbólicas. Portanto, evidencia que existe uma relação do sujeito com as situações e significados. Afirma-se assim, que as atitudes evocadas pelo sujeito individual ou de uma situação, constitui uma sensação significativa desta situação que é expressiva para o indivíduo".

Com base nessas ideias, Godino e Batanero (1994) relacionam o significado dos objetos matemáticos com práticas (operatórias e discursivas) que fazem um sujeito quando se relaciona com esses objetos ou aqueles praticados dentro das instituições. O interesse em identificar nos estudantes como atribuem o significado aos termos e símbolos é uma tarefa importante do ensino da matemática, e, sendo assim, será possível explicar a construção dos significados como

resultado da instrução no ensino e aprendizagem, cujo interesse da matemática é identificar nos alunos como atribuem significado aos termos e símbolos matemáticos, conceitos e propostas, de sorte a explicar a construção desses significados como resultado da instrução.

Imagina-se, então, que em um estudo da matemática é possível determinar que práticas possam ser entendidas em um caso particular. Nesta linha, portanto, deve-se ter em mente sistemas práticos (operativos e discursivos), que se apresentam por meio de uma pessoa que desempenha ações que determinam um problema matemático. Nesse caso em específico, o objeto matemático<sup>1</sup> é o “conceito de média aritmética”, ou seja, o que representa este conceito estudado nas disciplinas do 3º ano do ensino médio da educação básica, o que leva a averiguar o entendimento do professor, estudantes e dos indivíduos. Assim, se constrói uma resposta para uma prática, que é elaborada por torna uma pessoa (significado pessoal), que compartilha, e é utilizada por meio de um livro ou um recurso didático dentro de uma instituição (significado institucional), que tem como meta a resposta de uma situação problema e que converge para encontrar a solução em um

---

<sup>1</sup>Inicialmente, usamos a expressão “objeto matemático” como sinônima de “conceito matemático”. Posteriormente, estendemos seu uso para indicar qualquer entidade ou coisa à qual nos referimos, ou da qual falamos, seja real, imaginária ou de qualquer outro tipo, que qual nos referimos, ou da qual falamos, seja real, imaginária ou de qualquer outro tipo, que, usamos a expressão “objeto matemático” como sinônima de “conceito matemático”. Posteriormente, estendemos seu uso para indicar qualquer entidade ou coisa à qual nos referimos, ou da qual falamos, seja real, imaginária ou de qualquer outro tipo, que intervém de alguma maneira na atividade matemática. Este uso geral ou débil de objeto é o mesmo realizado no interacionismo simbólico (BLUMER, 1969), (Godino, Batanero e Font, 2006).

conjunto de dados, Godino, Batanero e Font (2007). “Con esta formulación del significado el EOS asume los presupuestos de la epistemología pragmatista”, (Godino, Batanero e Font, 2007, p. 5).

Esta noção de significado ilustrada no (Quadro 2), que se segue, onde se vê as referências sobre média, são o exemplo de que pesquisas vêm sendo desenvolvidos e muitas vezes são usadas informalmente nos estudos educacionais na filosofia e na lógica. Este é o sentido que corrobora com o papel relevante da ideia de significado, (Godino e Batanero, 1994). No entanto, se observa na teoria ontosemiótica que há uma evolução, e esta tem incidido em pesquisas educacionais sobre o ensino e aprendizagem, em que se considera de forma expressiva a questão central, de como ocorre o conhecimento matemático dentro de várias instituições. Esta visão se completa quando se observa em detalhes as complexas relações entre significados institucionais de objetos matemáticos e significados pessoais construídos pelos sujeitos. No entanto, o estudo com essa noção tem como ponto de vista didático necessariamente contribuir para ajudar a compreender as relações entre as várias formulações dos autores apresentados, que tratam das teorias sobre significados (quadro 2, abaixo), que permitem uma visão na perspectiva de que se pode estudar as questões de investigação, nomeadamente as relativas à avaliação dos conhecimentos e da organização dos processos de instrução sobre média aritmética, a partir da identificação dos distintos significados dos objetos matemáticos e suas distinções, (Godino e Batanero, 1994, p.21):

QUADRO 2 - SÍNTESE DE ESTUDOS SOBRE MÉDIA ARITMÉTICA E SEUS SIGNIFICADOS, 1981-2017

Autor (es) / Ano	Objetivos / Significados
Pollatsek, Lima e Well (1981)	Em seus estudos sugerem que um percentual significativo dos estudantes calculam incorretamente a média simples e ponderada, a partir de uma tabela de frequência.
Russell e Mokros (1991)	Desenvolveu estudos no sentido de aferir a classificação atribuídas pelos estudantes a expressão média.
Li e Shen (1992)	Demonstra que os estudantes fazem uso frequente do cálculo da média em todas as fases de estudos.
Mevarech (1983)	Sugere em seus estudos que erros dos estudantes nos cálculos das medidas de tendência central é causado por conta da não identificação dos axiomas que definem a média.
Eisenbach (1994)	Desenvolveu estudo no sentido de aferir a terminologia usual das medidas, média, mediana e moda.
Batanero e cols (1994)	Desenvolveram estudos sobre os conceitos estatísticos básicos, medidas que foram indicativos para os novos currículos do ensino secundário e básico.
Batanero e Tormo (1995)	Desenvolveu estudos em diferentes idades, que demonstram as dificuldades em procedimentos e conceitos sobre a média.
Cai (1995)	Comprovou através de estudo que os estudantes entre 12-13 anos são capazes de usar corretamente o algoritmo da média.
Reading e Pegg (1996)	Identificou como estudantes entre 7-12 anos são capazes de resumir em conjunto de dados representados por tabelas e gráficos a ideia de médias de tendência central.

Carvalho (1996)	Estudo com estudantes entre 14-15 anos da educação básica e sugerem o cálculo da média para solucionar problemas frequentes do cotidiano.
Batanero, Godino e Navas (1997)	Observaram em seus estudos que os professores possuem dificuldades em identificar mediadas de tendencia central e seu uso mais adequado.
Batanero, Estepa e Godino (1997)	Estudou estratégias corretas para comparar médias e os totais de uma distribuição
Gattuso e Mary (1998)	Identificou em contextos de estudos que as formas de representação influenciam e dificultam o cálculo das medidas de tendência central.
Strauss e Bichler (1988)	Identificam que os estudantes entre 8-12 são capazes de reconhecer intuitivamente a média em uma distribuição de dados.
Watson e Moritz (2000)	Desenvolveu estudos em que analisou o uso do conceito das medidas em diferentes níveis de idades e em contextos do cotidiano dos indivíduos.
Callingham (1997); Cobo e Batanero (2004); Leavy e O'Loughlin (2006); García Cruz e Garrett (2008); Ortiz e Font (2014)	Estes autores muito recentemente desenvolveram diferentes níveis de estudos sobre a média aritmética e discutem a complexidade, as relações entre ela e os diferentes componentes, o seu uso, representações e características. Estas investigações são baseadas na teoria da EOS.
Rondero, C., Font, V. (2015)	Neste artigo, é feita uma reflexão teórica, no âmbito da Abordagem Ontosemiótica da cognição e da instrução matemática, e faz uso do objeto matemático "média aritmética".
Estrella, S. (2016)	Este estudo analisa situações problemas utilizado em investigações sobre a média aritmética e a presença de valores atípicos.
Magina e Fonseca (2016)	Este trabalho apresenta uma análise comparativa entre dois estudos que investigaram a formação do conceito de média aritmética simples.



Pinho e Fernández (2017)	Analisa o conceito de média aritmética apresentado em livros didáticos adotados na 3ª Série do Ensino Médio à luz do Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS).
--------------------------	--

FONTE: ELABORAÇÃO E CONSULTAS FEITAS PELO AUTOR

La consideración del significado de los objetos matemáticos como sistemas y la distinción entre distintos tipos de significados (personal e institucional), implica la introducción en la problemática didáctica del estudio de la estructura y caracterización de esta clase de entidades teóricas.

Nesta linha, é possível reconhecer o quanto são importantes o papel e a ideia de significado, seureflexo para o ensino e a aprendizagem, considerando a sua utilidade e o despertar de alguns estudiosos que se interessam em desenvolver investigações sobre o tema. Assim, destaca-se Balacheff (1990), que cita o significado como problemas de Educação Matemática de pesquisa, "Um problema pertence a uma pesquisa sobre o ensino de matemática problemática se especificamente relacionada com o significado matemático dos comportamentos dos alunos na aula de matemática" (Godino, 2010, p. 258). Comas principais características teóricas conhecidas e capazes de desenvolver um modelo de cognição matemático definido, a partir das facetas institucionais e pessoais do conhecimento matemático, em que são atribuídos sentidos, e se constrói o papel-chave da atividade na

resolução de problemas, tem-se, então, a garantia que esse recurso expressivo incorporado e coerente aos pressupostos pragmáticos contribuem na definição sobre o significado dos objetos matemáticos (Godino, Batanero e Font, 2006).

### **3.2.1. O objeto Institucional**

Para chegar a uma opinião sobre objeto institucional (figura 6), Godino e Batanero (1994, p. 11) citam que: *“es un emergente del sistema de practicas sociales asociadas a un campo de problemas”*. Assim, podemos considerar, por exemplo, o objeto matemático média uma entidade abstrata que surge de um sistema social e progressivo de práticas conjuntas da estatística, que se aproxima do campo de resolução de problemas matemáticos (Godino e Batanero, 1994). No caso da matemática e estatística, assenta-se nas práticas que deveriam determinar objetos matemáticos, que são as definições da mesma ou de uma declaração das suas propriedades (teoremas, proposições). No entanto, estas definições e declarações apontam para um processo de construção, que demonstram as suas propriedades e características. A partir dessa definição, que é denominada e explicitada como tal pelo objeto instituição, que ao longo do tempo vem sofrendo transformações progressivas no campo das discussões sobre ensino e didática da matemática, que constroem as condições para melhorar os processos de aprendizagem da estatística. No caso da média, que foi tratada por Godino e Batanero (1994), é evidente que nos últimos tempos se

observa um avanço nas suas aplicações, o que não é surpresa nas discussões, e as suas utilidades pelo objeto institucional. Este ponto de vista garante distinguir o significado e sua característica como forma de entender o significado do objeto matemático (Godino e Batanero, 1994, p. 21):

Una clase de estudios primarios en Didáctica deben orientarse a determinar o caracterizar los significados institucionales, especialmente el significado en la institución matemática; es necesario ver cuáles son los usos característicos de los conceptos, proposiciones y teorías matemáticas, las situaciones problemáticas fundamentales que incorporan las notas esenciales de las nociones, las notaciones que podríamos llamar canónicas. Este análisis debe abarcar los aspectos epistemológicos y fenomenológicos de los mismos.

Quando se justifica o ponto de vista filosófico, o objeto institucional pode ser visto como uma unidade cultural, ou seja, o objeto institucional é constituído de conhecimento, como citado por (Ernest, 1991). Outro ponto de vista que se destaca é o de Vergnaud (1990), que acredita que de uma variedade de problemas surgem diferentes objetos, que incorporam diferentes aspectos e podem até ser aplicado o mesmo conceito. No entanto, o que se vislumbra para a definição de objeto institucional, e que se postula, é existência (cultural) de outros objetos, de acordo com a instituição de referência (Godino, 2003). Portanto, a

preocupação de Godino vai justamente na direção de uma formulação, em que se imagina o resultado dos pressupostos pragmáticos que ajudam no sentido de obter as condições que propiciem as análises antropológicas dos fenômenos de conceituação e didáticas, ou seja, um ponto de vista do qual compartilham muitos pesquisadores.

### **3.2.2. O objeto pessoal**

Existe uma preocupação natural neste estudo: estudar o que pensam os professores e o reflexo disso para o ensino e aprendizagem do estudante. Então, não se pode furtar de compreender a relação existente entre este ente e a forma como se constrói este conhecimento. Sendo assim, e considerando o caráter progressivo da construção dos objetos na ciência, busca-se medir o que existe de paralelismo com a aprendizagem do indivíduo na compreensão gradual com as novas ideias matemáticas, como cita (Vergnaud, 1982, p. 31):

No sólo en sus aspectos prácticos, sino también en los teóricos, el conocimiento emerge de los problemas para ser resueltos y de las situaciones para ser dominadas. Es cierto en la historia de las ciencias y en la tecnología; también es cierto en el desarrollo de instrumentos cognitivos en los niños muy jóvenes.

Considerando o ponto de vista de Godino (2003), entende-se a proposição em que se afirma a introdução das noções de "sistema de práticas pessoais" e "objeto pessoal": sendo, portanto, um sistema de práticas pessoais, sua existência se associam a uma série de problemas, e estes consistem em práticas próprias de uma pessoa, que visa a tentativa de resolver uma série de problemas "C", representa esse sistema pelo "PP" (C). Um objeto pessoal "Op" é um sistema emergente de práticas pessoais significativos associados a uma série de problemas de notação, ou seja, um "Pp" emergente (C). Objeto emergente é progressivo ao longo da história do sujeito, como resultado da experiência e aprendizagem. Esses objetos são constituintes do conhecimento subjetivo no que define o sentido (Ernest, 1991).

Portanto, se tem, assim, um modelo de cognição matemática composto de uma teoria que compõe um sistema específico, que resulta do pensamento e da ação de um sujeito individual diante de certa classe de problemas, que se considera como "objetos pessoais" (Godino e Batanero, 1994).

### **3.2.3. Configurações Didáticas**

O entendimento sobre configurações didáticas exige a noção de um princípio que seja favorável e eficaz para que se realizem os estudos didáticos e possíveis análises sobre os conhecimentos matemáticos adotados numa prática e nos diferentes contextos que envolvem o uso de linguagem matemática. Considerando, os aspectos epistêmicos,

cognitivos e os processos matemáticos que estão relacionados uns aos outros, permitindo que se formem as "configurações" (Font, Godino e D'Amore, 2007), e estes têm o propósito de descrever o conhecimento matemático, tanto na versão pessoal quanto institucional.

As configurações didáticas são consideradas epistêmicas (objetos institucionais) e cognitivas (objetos pessoais), sendo a base do enfoque teórico, que tem início a partir das noções sobre os significados institucionais e pessoais dos objetos matemáticos, citados por Godino e Batanero (1994; 1998), representados na figura 6, que tem os pressupostos para enfatizar o papel do conhecimento institucional matemático, considerando importante o indivíduo como foco central do esforço educativo como afirma (Godino, Recio, Roa, Ruiz e Pareja, 2005, p.4):

Dentro del “enfoque ontosemiótico” se están introduciendo nuevas herramientas teóricas que permitan abordar el estudio de los fenómenos de instrucción matemática. Estas nociones se describen como “Teoría de las Configuraciones Didácticas” (Godino, Contreras y Font, en prensa), donde se modeliza la enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático como un proceso estocástico multidimensional compuesto de seis subprocesos (epistémico, docente, discente, mediacional, cognitivo y emocional), con sus respectivas trayectorias y estados potenciales. Como unidad primaria de análisis didáctico se propone la configuración didáctica, constituida por las interacciones profesor-alumno a propósito de una tarea matemática y usando unos recursos materiales específicos. Se concibe como

una realidad organizacional, como un sistema abierto a la interacción con otras configuraciones de las trayectorias didácticas de las que forman parte. El proceso de instrucción sobre un contenido o tema matemático se desarrolla en un tiempo dado mediante una secuencia de configuraciones didácticas.

Dentre as entidades matemáticas consideradas nas configurações didáticas pelos autores, quando realizam e avaliam uma prática matemática, estão os seis elementos de análise, constituídos por: *situações-problema, linguagem, conceitos, proposições, procedimentos e argumento*. Essas entidades se articulam formando uma configuração (Font e Godino e D'Amore, 2007). O entendimento básico destes princípios permitiu reconhecer a visão da lição sobre o conceito de média aritmética, proposto no estudo. Considera-se que a prática matemática exige que se adotem conhecimentos, e esses se manifestam via uma pessoa (significado pessoal), que age através de uma situação problema, que é compartilhada por uma instituição (significado institucional), e requer a noção de sistema de práticas, que exige que se adote uma forma particular para comparar os conhecimentos matemáticos distintos nos marcos institucionais (Font, Godino, D'Amore, 2007).

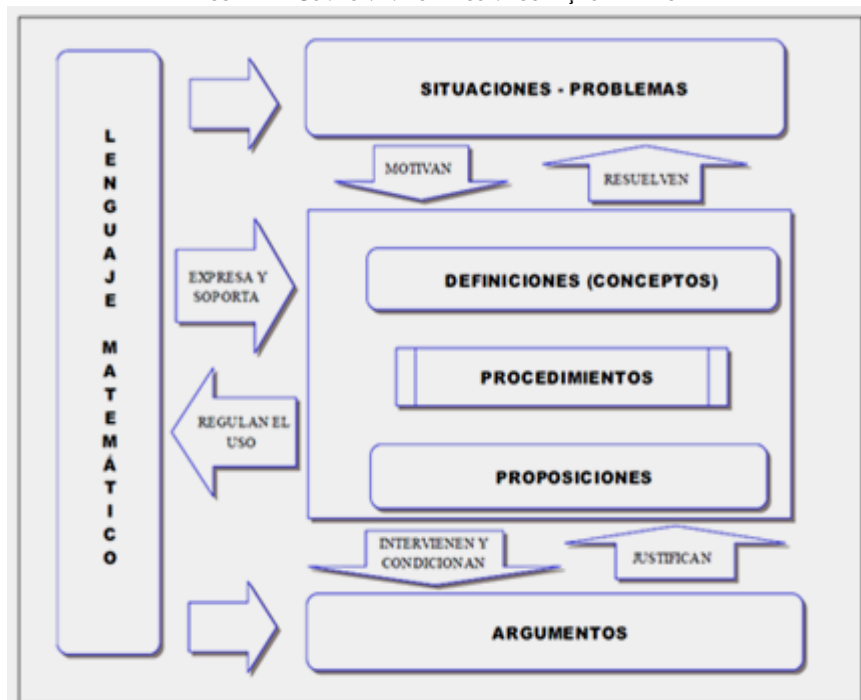
Estas ferramentas teóricas permitem compreender o estudo dos fenômenos de instrução matemática, “Teoria das Configurações Didáticas” (Godino, Contreras e Font, 2006), que modela o ensino e aprendizagem de um conteúdo matemático, que, no caso específico da

configuração epistêmica, esta se aplica à noção de função semiótica, e analisa as ações categorizando os objetos matemáticos, ou seja, propõe critérios para categorizar os processos, conforme segue:

- 1- Linguagem (termos e expressões, notações, gráficos...), que podem ser representados em forma de textual, oral, gráfica ou gestual;
- 2- Situações-problema (problemas, aplicações extra-matemática, exercícios), que são a origem e a razão da atividade matemática;
- 3- Conceito e Definição (introduzem mediante definições ou descrições; reta, ponto, número, média, função...)– interpreta o objeto/contexto de referência em uma situação-problema;
- 4- Proposições (atributos, que se descrevem usualmente como enunciados ou propostos), como pode se desenvolver a matemática;
- 5- Procedimentos (algoritmos, operações, técnicas de cálculos...);
- 6- Argumentos (enunciados usados para validar ou explicar as proposições e procedimentos, dedutivos), estes justificam os procedimentos e proposições que relacionam os conceitos entre si.



FIGURA 6 - COMPONENTES DA CONFIGURAÇÃO DIDÁTICA



FONTE: [HTTP://ENFOQUEONTOSEMIOTICO.URG.ES.//INDEX.HTML](http://ENFOQUEONTOSEMIOTICO.URG.ES.//INDEX.HTML)-2016

As configurações didáticas (figura 6) foram tomadas como ferramenta de análise para descrever, explicar e valorizar os processos de instrução matemática, como, por exemplo, quando está ensinado o conteúdo de média aritmética.

### 3.2.4. Conflitos semióticos

Conflito semiótico se identifica a partir da existência de disparidades e dificuldades vivenciadas pelos estudantes quando diante de situação problema e de outras atividades, particularmente, quando se

deparam com um processo de ensino e aprendizagem de matemática. Geralmente, ocorre em uma sala de aula, ou seja, quando se encontra com diferenças entre os significados atribuídos a uma expressão por dois sujeitos, pessoal e institucional, é comum quando se analisa um episódio de estudo e se encontra quase que sempre com o conflito semiótico entre o professor e o estudante (Godino, Font, Wilhelm e Lurdy, 2009, p.16-17):

A noción de conflicto semiótico se ha introducido como una explicación de los errores, dificultades y obstáculos de los estudiantes para el aprendizaje de un contenido matemático, y en general, en las dificultades surgidas en la comunicación en el aula. Pero la relatividad de los sistemas de prácticas (y por tanto, de los significados) a los marcos institucionales, y las relaciones ecológicas entre las instituciones (dominancia, subordinación, dependencia), lleva a considerar útil una generalización de la noción de conflicto semiótico. Un conflicto semiótico es cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa. Si la disparidad se produce entre significados institucionales hablamos de conflictos semióticos de tipo epistémico, mientras que si la disparidad se produce entre prácticas que forman el significado personal de un mismo sujeto los designamos como conflictos semióticos de tipo cognitivo. Cuando la disparidad se produce entre las prácticas (discursivas y operativas) de dos sujetos diferentes en interacción comunicativa (por ejemplo, alumno-alumno o alumno-profesor) hablaremos de conflictos (semióticos) interaccionales.

Godino, Batanero e Font (2007) fazem referências claras quando citam que ocorre a disparidade entre os significados institucionais está se falando de conflitos do tipo semiótico epistêmico. Se esta disparidade é entre as práticas que formam o significado pessoal favorável a si, então, se designa conflitos semióticos cognitivos. Considerando que há diferença entre as práticas discursivas (operacionais), ou seja, se existem dois assuntos diferentes em interação comunicativa (por exemplo, entre aluno-aluno, ou professor-aluno), aí se está diante de um cenário em que se discute conflitos semióticos internacionais, que ocorrem entre pessoas (Mayén, Batanero e Díaz, 2009).

Reconhecida uma situação problema, o professor e o estudante seguem uma sequência de atividades e interações com a finalidade de torná-los capazes de solucionar ou relacionar uma prática didática em um problema matemático. Porém, é possível a ocorrência de disparidades de interações didáticas no processo de instrução, que poderão comprometer as interações didáticas, criando uma contradição do professor e o estudante diante de uma prática que se realiza no que se configura, no entendimento sobre conflito semiótico, de acordo com Godino (2002; 2003); Godino, Batanero e Font, (2007); Godino e Font (2007b) ressaltam a importância dos conflitos semióticos nas práticas matemáticas, pois só assim é possível observar aspectos que dizem respeito ao domínio dos objetos ostensivos (símbolos, gráficos e etc) e não ostensivos (textos, gestos e outras representações), que têm a preocupação de entender os processos matemáticos e seus sistemas de

práticas que envolvem o sujeito (pessoal ou institucional) (Godino e Font, 2006, 14 (3), pp. 325-355):

En las prácticas matemáticas intervienen objetos ostensivos (símbolos, gráficos, etc.) y no ostensivos (conceptos, proposiciones, etc., que evocamos al hacer matemáticas) y que son representados en forma textual, oral, gráfica o incluso gestual. De los sistemas de prácticas matemáticas operativas y discursivas emergen nuevos objetos que provienen de las mismas y dan cuenta de su organización y estructura. Si los sistemas de prácticas son compartidos en el seno de una institución los objetos emergentes se consideran “objetos institucionales”, mientras que si tales sistemas corresponden a una persona los consideramos como “objetos personales”. La noción de emergencia se puede relacionar, desde el punto de vista de los objetos personales, con los procesos cognitivos que Sfard (1991) describe como interiorización, condensación y reificación, mientras que desde el plano institucional se relaciona con los procesos de comunicación, simbolización y regulación. La emergencia de los objetos también está relacionada con la metáfora ontológica (Lakoff y Núñez, 2000), que lleva a considerar acontecimientos, actividades, ideas, etc. como si fueran entidades (objetos, cosas, etc.).

Contudo, esta visão hoje se alarga, a partir do entendimento de que existe uma diversidade de interações didáticas, que podem ocorrer em qualquer processo de instrução, indicando a presença de questões que

apontam para distinções entre os significados atribuídos a uma expressão, que se apresenta em um texto matemático, que ocorrem a partir de uma diferença imposta por meio de dois indivíduos (pessoa ou instituição), que caracteriza um conflito semiótico.

### **3.3. NÍVEIS DE ANÁLISE DO PROCESSO DE UM ESTUDO MATEMÁTICO**

Muito se observa que nos últimos 20 anos houve um interesse maior nas discussões sobre a problemática que descrevem estudos que fundamentam investigações no campo da educação matemática. Assim, observa-se que há o desenvolvimento de diferentes ferramentas teóricas, que consistem em se aproximar de algumas das questões que mencionam aspectos da didática do ensino e aprendizagem, e nestas condições é que denota-se a importância de conhecer o aspectos sobre o significado e aprendizagem das medidas de tendência central. Como indica Godino (1996, p. 418), "el problema de la comprensión está, por consiguiente, intimamente ligado a cómo se concibe el propio conocimiento matemático. Los términos y expresiones matemáticas denotan entidades abstractas cuya naturaleza y origen tenemos que explicitar para poder elaborar una teoría útil y efectiva sobre qué entendemos por comprender tales objetos. Esta explicitación requiere responder a preguntas tales como: ¿Cuál es la estructura del objeto a comprender? ¿Qué formas o modos posibles de comprensión existen para cada concepto? ¿Qué aspectos o componentes de los conceptos matemáticos es posible y deseable que aprendan los estudiantes en un

momento y circunstancias dadas? ¿Cómo se desarrollan estos componentes?

Considerando as discussões em torno dos conceitos estatísticos, vamos observar o caso particular sobre a mediana, uma medida que se aproxima da média aritmética, em muitos aspectos, que foi retratada por Godino (2002) quando usou como exemplo a teoria da semiótica para melhor descrever um objeto matemático. A partir dessa ideia, Godino distingue cinco componentes relacionados ao significado do conceito: 1- o campo de problemas do qual o conceito emergiu (elementos fenomenológicos); 2- as representações dos conceitos (elementos representacionais); 3- os procedimentos e algoritmos (elementos processuais); 4- as definições do conceito, suas propriedades e relações para outros conceitos (elementos conceituais ou intensivos); 5- os argumentos e provas (elementos de validativos). Segundo Godino (2002), “uma investigação em educação estatística bem fundamentada requer uma teoria para entender, no caso das médias, por exemplo, que a sua compreensão exige que se saiba a definição mental de uma pessoa sobre essa medida. Médias são entidades culturais muito complexas que não incluem só as definições puramente delas”.

Godino (2002, p.2) comenta que: “Para la educación matemática, tanto en su vertiente de acción práctica, como de campo de conocimiento científico, es importante clarificar el uso del lenguaje cognitivo, esto es, de las herramientas teóricas que usamos para referirnos tanto a los objetos de enseñanza (contenidos, conocimientos

o saberes) como a los aprendizajes de los estudiantes (concepciones, esquemas, comprensiones, competencias, capacidades, destrezas, etc)".

Considerando a importância do referencial teórico, o significado do conceito matemático pode se ajustar de acordo com o interesse da instituição, onde se observa as condições dos instrumentos semióticos que se encontram disponíveis no contexto da análise, no entanto, o ambiente de aprendizagem onde são apresentados os significados, estes são determinantes para que o conceito ensinado, por exemplo, no espaço escolar seja absorvido. Porém, o estudante pode não aplicar, ou seja, o uso do significado não obedeceu exatamente o que foi proposto no processo de ensino, (Cobo e Batanero, 2004).

Assim, um significado elementar é o conteúdo ao qual o autor de uma expressão recorre, ou o conteúdo que ele interpreta Godino e Batanero (1994) comentam sobre a importância da ideia de significado para a Didática e destaca o comentário de Balacheff (1990 p. 258), em que cita, que: "Um problema pertencente a uma problemática de pesquisa sobre o ensino de matemática, está especificamente relacionado, com o significado matemático do comportamento dos alunos na aula de matemática".

No entanto, observa-se que são nos estudos desenvolvidos no marco do enfoque ontosemiótico do conhecimento matemático, que são apontados e discutidos os diferentes níveis de análise didática e as possíveis situações e resoluções de problemas matemáticos que

envolvem o professor, o estudante e indivíduos, ou seja, a dimensão pessoal e institucional (Godino, 2012, pp. 49-68):

Como se analiza en (Godino, Font, Contreras y Wilhelmi, 2006), el EOS se propone articular las aproximaciones epistemológica y cognitiva, al establecer como hipótesis básica que los hechos y fenómenos didácticos tienen una doble dimensión personal – institucional. La descripción y explicación de la dialéctica personal – institucional precisa realizar análisis microdidácticos, tanto de los comportamientos de los sujetos agentes como de la ecología de los significados, en los procesos de estudio matemáticos. La finalidad del trabajo citado coincide en gran medida con el de Legrand (1996), el contraste de modelos teóricos en didáctica de la matemática, pero centra la atención en nociones más primitivas, que, en cierta medida, están en la base de la noción de situación fundamental: conocimiento, sentido, concepción, saber. Por este motivo los autores analizan el uso de estas nociones en los modelos teóricos en discusión, mostrando sus limitaciones y la forma en que la ontología matemática explícita que se propone en el EOS y la noción de función semiótica pueden ayudar a compararlos y progresar hacia su articulación coherente.

Por outro lado, Godino, Contreras e Font (2006) melhor sintetizaram esta noção quando desenvolveram a análise da configuração didática, que se justifica a partir de uma situação problema, o conceito e sua estrutura. Aliada à configuração epistêmica



e cognitiva, que permite determinar na configuração didática o avanço de uma prática teórica, relacionada aos sujeitos envolvidos com o ensino e aprendizagem da matemática. No entanto, não se pode considerar que a noção de configuração didática no EOS se caracterize por sua complexidade, já que esta permite a análise mais detalhada de objetos matemáticos (Godino, 2012).

Assim, tem-se configurados os cinco níveis ou tipos de análises que podem ser explicadas em um processo de estudo matemático. Estes níveis de análise didática se distribuem em estudos em diferentes condições, segundo os processos didáticos descritos por Godino, Font, Wilhelmi, (2008); (Godino, 2012), que se segue:

1- Sistema de práticas (operativas discursivas e normativas), tem objetivos voltados para resolução de problemas, a partir do conhecimento matemático prévio.

- Estes analisam as práticas matemáticas que são realizadas em um processo de ensino e aprendizagem.

- Decompõem um processo de estudo em uma sequência de partes para em seguida identificar as práticas realizadas no decorrer de um curso.

- Permite a concepção pragmática – antropológica da matemática, considera o ponto de vista institucional (sociocultural) como pessoal (psicológico).

2- Configuração de objetos e processos matemáticos, emergentes e intervenientes em todas as práticas matemáticas. Adota a noção interacionista de objeto e pragmatista do significado (funções semióticas, o seja, o institucional e pessoal) e uma forma para concretizar a concepção antropológica (Wittgenstein). Esta prática se realiza através de expressões (linguagens) que possuem as condições de articular com o

trabalho matemático e representa os objetos envolvidos nas práticas matemáticas.

3- Configurações didáticas. É a principal ferramenta para análise de uma instrução matemática. Para este nível de análise se propõe:

- Contemplar o estudo da configuração didática e sua articulação em uma trajetória didática, prevista em estudos das matemáticas que tem lugar quando participa o professor e interage com outros estudantes.

- Caracteriza o processo matemático via as facetas epistêmicas (conhecimentos institucionais), cognitivo (conhecimento pessoal) e afetivo, mediacional (recursos tecnológicos e temporais), interacional e ecológico em uma relação de aprendizagem.

4- Dimensão normativa que condiciona e torna possível o processo de estudo, ou seja, organiza as práticas matemáticas e didáticas. Assim:

- Estudo da complexidade da proposta de normas que suportam e condicionam as configurações didáticas, assim como sua articulação em uma trajetória didática (segundo as dimensões epistêmica, cognitiva, mediacional, interacional e ecológica).

- Propõe dar explicações plausíveis sobre o funcionamento correto de um sistema didático.

5- Idoneidade didática de um processo de estudo. É composta de indicadores que, por meio de critérios descritos anteriormente, servem para aproximar os quatro níveis de análise, que permitem adequar às ações em um processo de estudo matemático onde se valoriza os indicadores empíricos, identificados em um processo de ensino e aprendizagem.

Em resumo, os níveis de análise definidos deverão seguir os processos de instrução, considerando as particularidades de cada nível da didática e do ensino. Godino, Font, Wilhelmi e Castro (2007) descrevem cada nível de análise e cita as possíveis situações que podem

ocorrer em cada caso, por exemplo, no primeiro e segundo nível de análise, há uma preocupação com a base curricular e o planejamento do processo de instrução. Quando se aborda o terceiro e quarto nível, observa-se uma preocupação com os conteúdos propostos no processo de ensino. O quinto nível leva em conta as fases de planejamento e valoriza todo processo de instrução.

Em suma, a utilização da teoria do Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS) é importante por conta do seu potencial para integrar teorias diferentes. Portanto, este trabalho é um esforço no sentido de relativizar o conhecimento matemático, e em particular, um estudo sobre o conceito de média aritmética e tenciona formular a discussão sobre questões de pesquisas no campo da educação matemática e da estatística.

#### **3.4. FERRAMENTA DE ANÁLISE DE UM TEXTO MATEMÁTICO**

Tendo como atenção os objetivos deste estudo sobre o objeto matemático e média aritmética é que se busca respostas para as discussões a respeito do que se pensa do significado institucional e pessoal, com base no EOS.

Com base nesta expectativa teórica procurou-se, então, discutir como se desenvolveu a construção do conceito de média aritmética apresentados como conteúdo de estatística nas lições dos livros didáticos e nas atividades didáticas dos professores nas disciplinas da 3ª Série do Ensino Médio, e em que perspectiva se apresentava na

atividade matemática este conceito, considerando os pontos de vista de resolução de problemas, da linguagem, dos seus símbolos e expressões, tendo a preocupação de observar em que tempo ocorriam estas operações matemáticas. Pensando nesta perspectiva, foi que se entendeu a necessidade de investigar com mais profundidade as relações entre o pensamento matemático (ideais matemáticas), as linguagens matemáticas (sistemas de signos) e as situações-problemas, sendo estas questões centrais para construção do marco teórico que possibilitou apreciar como acontece o conceito de média aritmética, abarcando as visões que são propostas na lição do livro didático e do professor. A partir deste entendimento, e considerando o que diz Godino e Batanero (1998), é possível desenvolver as preocupações sobre as discussões em torno da tipologia de objetos matemáticos, denominados de elementos do significado, que atuam no sistema de prática matemática, realizados por uma instituição (significado institucional) em um contexto que envolve desde as noções de prática matemática e apresentação do problema, chegando à criação, passando pela análise e desenvolvendo-se na solução de problemas (Godino e Batanero 1994, p.334), e justificadas em Godino e Font (2007), e tendo como base a visão de contexto. (Ramos e Font, 2006, v.4, pp.536-556):

Con relación al término contexto, hay básicamente dos usos. Uno consiste en considerar el contexto como un ejemplo particular de un objeto matemático, mientras

que el otro consiste en enmarcarlo en el entorno. En el primer caso, se trata de ver que la situación problema cae dentro del campo de aplicación de un objeto matemático. En el segundo caso, se trata de un “uso” que vamos a llamar, metafóricamente, “ecológico”. Este uso ecológico queda claro cuando se dice, por ejemplo, que el contexto del gorila es la selva. Ahora bien, puesto que el contexto del gorila también puede ser el zoológico, podemos entender que hay un uso ecológico del término contexto que permite situar el objeto matemático en diferentes “lugares”, por ejemplo, diferentes instituciones (universidad, secundaria, etc.). Estos “lugares” no tienen que ser sólo instituciones, pueden ser también, por ejemplo, diferentes programas de investigación o diferentes “juegos del lenguaje”. Ahora bien, la idea que interesa del uso ecológico del término contexto es que da a entender que hay diferentes “lugares” en los que se puede situar el objeto matemático. Desde la perspectiva “ecológica”, ante el enunciado de un problema o, más en general de un texto matemático, se trataría de responder a preguntas del tipo ¿En qué “lugar” se halla”? ¿Qué tiene a su alrededor? ¿Dónde “vive”? ¿Con qué otros objetos matemáticos se relaciona?, ¿En qué institución se utiliza? Etc.

O enfoque ontosemiótico proporciona, portanto, ferramentas teóricas de análises que, quando aplicadas, permitem desenhar as trajetórias didáticas com instrumentos de avaliações com validade ecológica, adaptadas aos contextos e às competências matemáticas iniciais dos estudantes que combinam com os objetivos de aprendizagem pretendidos e propostos. Quanto aos professores, a idoneidade didática é, sim, uma ferramenta para análises e sínteses didáticas que podem ser úteis na formação dos professores. Como

afirmam Hiebert, Morris e Glass (2003), que consideram a existência de dificuldades na formação de professores, embora isso seja persistente em educação matemática, pode ser superado com orientações de maneira global e sistemática, aplicando a valorização da idoneidade didática, envolvendo novas propostas curriculares, programações de aulas e as próprias experiências de ensino-aprendizagem já vivenciadas na atualidade. O que se espera, portanto, é uma didática da matemática que aporte as condições para que se possa melhor ajustar os processos de ensino e aprendizagem da matemática, a partir de critérios de “idoneidade”, como citam Breda, Font e Lima (2015).

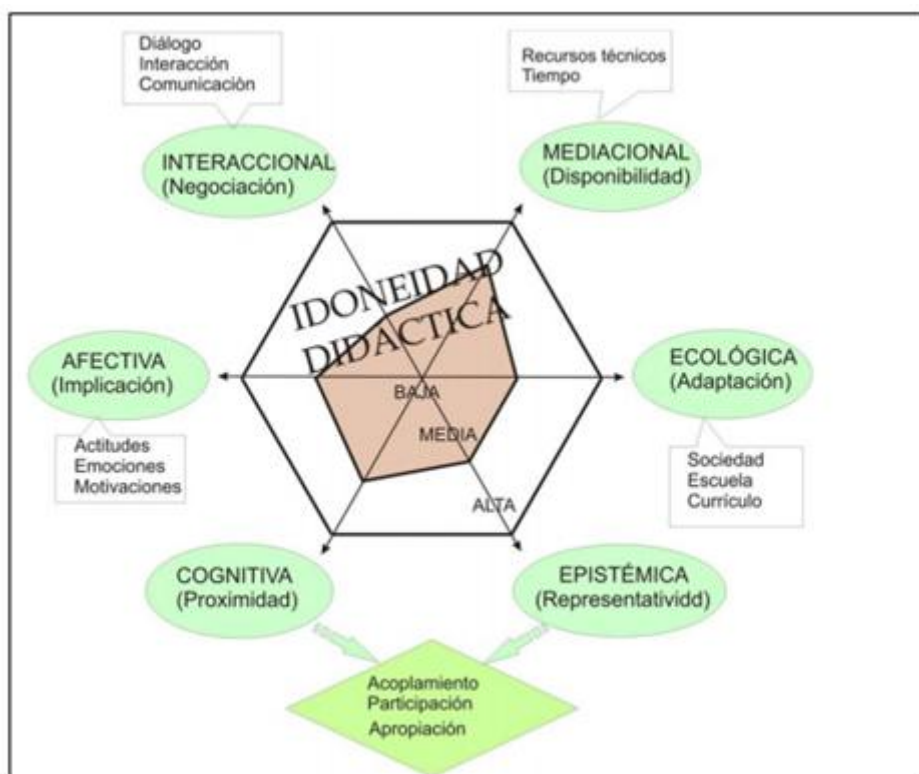
Seguimos no capítulo seguinte as nossas discussões sobre os aspectos metodológicos que definirão os eixos elementares do nosso estudo e quando iniciaremos os processos de definições dos princípios teóricos que serão utilizados.

### **3.5. INDICADORES DE IDONEIDADE DIDÁTICA**

A noção de idoneidade didática e suas dimensões tem sua origem no EOS, a partir dos estudos de Godino, Contreras e Font (2006); Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi (2007). Esta ferramenta tem as condições de formalizar uma ação didática que permite orientar uma teoria de desenho institucional (Teoria de Idoneidade Didática), de maneira sistêmica, abordando as dimensões: epistemológica, cognitiva,

afetiva, interacional, mediacional e ecológica. A Figura 8 resume as principais características da referida noção (Godino, 2013).

FIGURA 7 - HEXÁGONO REGULAR DA IDONEIDADE DIDÁTICA



FONTE: CUADERNOS DE INVESTIGACION FORMACION EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013 ANO 8 NÚMERO 11.

### 3.5.1. Indicadores/descriptores

Foi importante observar as ações efetivas sobre problemas que envolvem a aplicação de uma teoria específica, que podem ajudar o

professor em uma atividade didática. Esta situação requer uma valorização definida por meio de indicadores/descriptores que expliquem o que pensa o indivíduo em uma atividade de classe. Os descritores são efetivados pelo professor na prática docente. Estas abordagens são identificadas na ação pedagógica e se aplicam no momento em que são feitas, por exemplo: em uma avaliação, na resolução de problemas, ou seja, são condições educativas desenvolvidas a partir de diretrizes curriculares responsáveis por definir as diversas dimensões que estruturam os componentes e exigem que sejam elaborados indicadores para melhor aferir os aspectos formativos e de valorização do que foi submetido um processo de instrução. No capítulo 5 apresentamos alguns indicadores da idoneidade que foram submetidos às análises deste estudo.

Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi (2007) em seus estudos, sinalizaram um sistema de indicadores que serviram de guia para a análise e avaliação da idoneidade e didática. Estes foram projetados para um processo de instrução em qualquer estágio educacional. Por outro lado, a escolha dos critérios de análise deste estudo exigiu a definição de um conjunto de indicadores observáveis que pudessem contribuir para avaliar o grau de idoneidade e de cada uma das facetas do processo deste estudo. Assim, considera-se o propósito da análise, que envolveu o estudo de livros didáticos, tendo como foco observar o conceito de média aritmética apresentado nas lições de estatística. Portanto foi pertinente usar a adaptação desses componentes e



descritores para desenvolver as análises que foram construídas e se apresentam no (capítulo 5) relacionadas à ideia de que um dos componentes do conhecimento didático-matemático do professor permite valorizar e justificar a melhoria os processos de ensino e aprendizagem da matemática.

Por outro lado, este modelo é formado por cinco níveis de análise, que possuem cada um, suas respectivas ferramentas baseadas em Font, Planas e Godino (2010), Pochulu e Font (2011): 1) Identificação de práticas matemáticas. 2) Elaboração de configurações de objetos e processos matemáticos. 3) Análise das trajetórias e das interações didáticas. 4) Identificação do sistema de padrões e meta-padrões. 5) Avaliação da idoneidade e didática do processo de instrução, que se destacam nos estudos desenvolvidos por Breda, Font e Lima (2015).

A seguir será apresentada a descrição dos seis componentes da idoneidade e didática citados por Godino, Batanero e Font (2007), que articulam o processo coerente e sistêmico de instrução.

1. Idoneidade e epistêmica: este componente valoriza o grau de adequação dos conteúdos matemáticos ensinados (representatividade dos significados institucionais implementados), em relação a um significado ou conteúdo de referência, que é consertado nas diretrizes curriculares e pelo significado do sujeito dentro de matemática.

2. Idoneidade e cognitiva: avaliação do grau em que os significados dos conteúdos ensinados ou destinados estão disponíveis para os estudantes, bem como o grau em que os alunos adquirem os significados pretendidos pelo professor para

os objetos matemáticos ensinados (os significados pessoais dos alunos são adaptados aos destinados pelo professor).

3. Idoneidade e Interacional: Grau em que a organização do ensino permite identificar conflitos semióticos e resolvê-los durante o processo de instrução. Os autores denominam conflito semiótico os conflitos de interpretação de expressões ou regras matemáticas por parte dos alunos, no que diz respeito ao significado do qual o mesmo tenta transmitir o professor.

4. Idoneidade e mediática: é uma questão de avaliar a disponibilidade e adequação dos recursos necessários ao desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem.

5. Idoneidade e emocional: grau de interesse e motivação dos alunos no processo de estudo.

6. Idoneidade e ecológica: em que medida o processo de estudo realizado é adequado em relação aos currículos oficiais, relaciona-se com outros assuntos e, em geral, com a vida do aluno.

Seguimos no capítulo 4 com as discussões sobre os aspectos metodológicos que definiram os eixos elementares do nosso estudo, e damos início aos processos que demarcaram os princípios teóricos que foram utilizados neste estudo.

# CAPÍTULO 4

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

### 4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentadas as questões de investigação que norteia a finalidade da pesquisa e os procedimentos metodológicos. No entanto, considerando-se que se trata de uma investigação qualitativa, do tipo descritivo, que tem com princípio, o dever de informar todos os dados que compõem a realidade que se apresenta na pesquisa, Bogdan e Biklen (1994). Contudo, foi importante e necessário que tivéssemos uma atenção redobrada da situação estudada, pois exigiu uma maior preocupação com as características dos resultados e seu produto estudado. Nesse contexto, foi interessante nesta pesquisa estudar não só o problema determinado mais também, como ele se manifestou em seus aspectos teóricos e se desenvolveu as análises e os procedimentos observados nas interpretações da pesquisa.

É importante enfatizar a preocupação com a utilização das informações, que se obteve no processo de construção da investigação, que serviram para medir os aspectos quantitativos, e assim chegar às análises básicas da Estatística. Se reconhece que o estudo é qualitativo por causa dos arcabouços observados e as características que apontaram na linha que ensejava: explorar, descrever e gerar visões comuns, que

quando combinadas com os dados obtidos nas análises quantitativas permitiu uma interpretação dos vários documentos do estudo. "Os estudos exploratórios são realizados, geralmente, quando o objetivo é examinar um tema ou problema de pesquisa raramente estudado ou que não tenha sido abordado antes" (Hernández, Fernández e Baptista, 2006, p. 57).

No âmbito dos procedimentos, esta pesquisa se enquadra como pesquisa documental, por se configurar como (Oliveira et al. 2011, p. 15):

Um procedimento metodológico decisivo em ciências devido ao fato da maior parte das fontes escritas (ou não) serem quase sempre a base do trabalho de investigação, podendo se caracterizar como principal objeto de concretização da investigação ou se constituir como instrumento metodológico complementar.

O estudo com esta natureza possibilita direcionar e indicar caminhos para explorar os conteúdos dos documentos utilizados, tais como a aplicação de instrumentos de coleta de dados e a análise do livro didático, tendo em vista um tratamento qualitativo dos dados, e, na medida do possível, apresentar uma análise descritiva com ferramentas da estatística.

O interesse neste estudo foi o de fazer interpretações sobre os significados atribuídos aos indivíduos (professor) e analisar as

características de informações obtidas nos questionários e no livro didático, considerando as realidades de cada etapa do estudo, que envolveu formas de consultas diferentes, o que não permitiu generalizar os resultados do estudo.

Apresenta-se também uma abordagem descritiva no estudo desta tese, em que se procurou desenvolver algumas análises sobre vários aspectos de interesse do estudo e com riqueza de detalhes, em que se considerou o nível de especificidade do instrumento, o questionário utilizado para obter as informações sobre os professores que participaram desse momento, o que, segundo Dankhe (1986), citado em Hernández et al (2006), é natural esses procedimentos quando se deseja analisar aspectos importantes de uma investigação.

Nesse contexto, levanta-se a seguinte questão de pesquisa: como se dá a compreensão do conceito de Média Aritmética por parte de professores da educação básica, especificamente professores matemáticos, físicos, biólogos, geógrafos, e respectivos alunos da 3ª Série do Ensino Médio de uma de escola pública da cidade de Salvador? E como é apresentado este conceito nos livros didáticos usados por esse público?

#### **4.2. TÉCNICAS DA PESQUISA**

As análises quantitativas e qualitativas utilizadas para fazer o estudo, se pautaram inicialmente por definir a grandeza para cada

situação (questionários aplicados aos professores e livro didático) analisada, considerando a peculiaridade do conteúdo de estatística, que trata particularmente do conceito de média aritmética. No caso específico da análise qualitativa, se observou se a informação sobre média aritmética era um aspecto importante da abordagem nas várias etapas do estudo, ou seja, se a presença do conteúdo de estatística foi uma característica fundamental na análise (Krippendorff, (1990); e Hernández et al (2006)).

As análises exigiram identificações detalhadas das etapas, o que envolveu o exame dos livros didáticos e a aplicação de questionários com os professores, foco da investigação, tendo em conta os pormenores de como ocorrem os processos de ensino e aprendizagem no âmbito da escola, sendo, então, estabelecido desde o início da pesquisa, um estudo simples sobre a legislação, avaliação do currículo proposto de estatística para educação básica, suas ementas, análises de bibliografias sobre a temática, e teorias sobre o ensino aprendizagem da matemática e estatística. Depois passou-se pelo papel do professor, que toma conhecimento sobre o estudante, e chegou-se até o livro didático adotado na escola. Portanto, todos estes elementos contribuíram de forma efetiva para descrever em detalhes as particularidades utilizadas na pesquisa qualitativa conforme se refere Malhotra (2006). Contudo, a pesquisa com perfil qualitativa se desenvolve de forma não-estruturada, e se caracteriza pela natureza exploratória dos dados, se baseando em

pequenas amostras, o que justificou a adoção desse recurso metodológico (Gouveia, 2011).

A realização dessa pesquisa envolveu a análise documental da proposta curricular, dos livros didáticos e do componente curricular de matemática adotado pelas escolas do Estado da Bahia, além da análise exploratória dos dados observados nos questionários aplicados junto aos professores do ensino médio de escolas públicas da cidade de Salvador no período de 02/2006 a 12/2013. Os dados coletados foram analisados a partir de referencial teórico, que propiciou subsídios para diagnosticar a percepção dos professores e o tratamento dedicado ao ensino de Estatística, particularmente o conceito de média aritmética. Construídos, a partir das análises dos livros didáticos e dos questionários que foram aplicados juntos aos professores, foram desenvolvidos os estudos seguindo o marco teórico do EOS, com a finalidade de discutir os objetivos e hipóteses do estudo e, assim, desenvolver as análises dos resultados obtidos, considerando que se teria uma maior segurança de afirmação, consolidação da interpretação sobre as evidências que justificam a presença do ensino e aprendizagem de estatística na educação básica e, em particular, sobre o conceito interpretado de média aritmética como conteúdo ensinado na 3ª série do ensino médio, na educação básica.

Nesta perspectiva, foi apreciado qual o sentido de estudar e o entendimento sobre ensino e aprendizagem dessa lição pelo professor, e como este conteúdo é apresentado no livro didático, tendo em vista

que a lição é útil aos estudantes, que passam a possuir conhecimentos que permitem fazer melhores escolhas pessoais e profissionais no meio social. Além do enfoque teórico referenciado não se pode deixar de considerar a perspectiva de uma visão do cotidiano, já que o conceito de média aritmética está (ou pelo menos deveria) amplamente disseminado no diaadia dos indivíduos, promovendo um pensamento crítico sobre os dados.

Dentro de um paradigma epistemológico, considera-se conforme Fiorentini e Lorenzato, (2009) que esta pesquisa se aproxima filosoficamente da fenomenologia e de um processo hermenêutico de interpretação, partindo do pressuposto de que “a solução dos problemas educacionais passa primeiramente pela busca de interpretação e compreensão dos significados atribuídos pelos envolvidos (os sujeitos que experimentam o fenômeno)” (Fiorentini e Lorenzato, 2009, p. 65).

No tocante à coleta de dados, a pesquisa se enquadra como naturalista ou de campo, tendo em vista que a coleta foi realizada diretamente no local, neste caso, na escola, local em que parte do fenômeno acontece. Assim, por meio da aplicação de um questionário, foram abordados os professores, compondo a amostra, denotando similaridade com estudos desenvolvidos por Fiorentini e Lorenzato (2009), o que permitiu desenvolver em paralelo as análises pormenorizadas dos livros didáticos de matemática utilizados na 3ª série do ensino médio pelos professores.



### 4.3. ELEMENTOS DA PESQUISA: O QUESTIONÁRIO E O LIVRO DIDÁTICO

O questionário foi organizado seguindo os requisitos que foram determinados na elaboração da metodologia, tendo a preocupação e rigor com a obtenção das informações, ou seja, levando em conta a objetividade, a autodeclaração, contemplando a indicação de instrução básica de preenchimento e um limite de extensão para as respostas. As orientações tiveram a intenção de formalizar a relação que se pretende com esse estudo, demonstrando o quanto é fundamental a participação do indivíduo na pesquisa, considerando essa colaboração como importante na definição do estudo. Os itens e questões que compõem o instrumento visaram obter informações do perfil do professor e verificar sua condição no conhecimento e resolução de problemas sobre os conteúdos de estatística, que são usuais nas disciplinas lecionadas por eles nas atividades de ensino e aprendizagem com estudantes da 3ª série do ensino médio. Os itens foram elaborados com perguntas na sua maioria abertas, salvo as que se referiam ao perfil do professor. Considera-se que as perguntas abertas dão mais liberdade de expressão nas suas respostas, portanto, permitiram maior possibilidade de visão sobre o assunto, o que fundamenta a justificativa utilizada nas análises teóricas, alvo da pesquisa, como referência aos estudos de Andrade (2009), que cita Gouveia, (2001).

O questionário conteve questões específicas de medidas de tendência central com foco exclusivo na média aritmética. Foi respondido por 12 professores do ensino básico que ministravam aulas

na 3ª série do ensino médio e que abordavam em suas disciplinas conteúdos de estatística, em particular, lições sobre média aritmética.

A utilização desse instrumento de coleta de dados visou atingir o propósito dos objetivos da pesquisa, ou seja, obter através do questionário informações sobre o professor no que diz respeito ao conhecimento das práticas matemáticas quando diante de questões sobre estatística e resolução de problemas específicos sobre medidas de tendência central e particularmente sobre média aritmética.

O questionário, apresentado no anexo 2 desta tese, foi construído com objetivo de facilitar a obtenção das informações, junto aos professores, sobre processo de ensino e aprendizagem. Segundo Matias e Pereira (2007), o questionário é composto de uma série ordenada de perguntas elaboradas com o intuito de obter respostas acerca de questões objetivas sobre a temática do estudo, que devem ser respondidas por escrito pelo professor. O questionário foi um documento composto de itens e questões que versaram sobre a temática do estudo, em que foram registradas as informações solicitadas, sendo respondidas de acordo com a conveniência dos pesquisados, uma preocupação que se verificou nos estudos desenvolvidos por Mattar (2008) e Gouveia (2011). Os itens do questionário abrangeram aspectos referentes ao conhecimento e compreensão dos professores sobre conteúdos de estatística e, em particular, as medidas de tendência central e seu contexto de aplicação. Este instrumento é considerado de fácil resolução e capaz de produzir importantes resultados quando

construído e adaptado ao interesse e objetivos da pesquisa (Dane, 1990).

O questionário, portanto, teve como objetivo principal coletar dados sobre o conhecimento dos docentes e informações sobre possíveis práticas matemáticas realizadas pelo professor, quando do entendimento sobre medidas de tendência central, em particular, sobre média aritmética, seja para resolução de problemas, ou na abordagem desses conteúdos em sala de aula. O que se vislumbrou como aspectos importantes na elaboração foi a busca das informações sobre os conteúdos de estatística aplicados na educação básica, em particular, medidas de tendência central presentes tanto nas disciplinas e nos livros didáticos da 3ª série do ensino médio da educação básica da Bahia, Brasil, alvo desta pesquisa.

No tocante ao livro didático, foram analisados seis livros, que serão discutidos no capítulo 5 desta tese. O livro didático representa um recurso influente no processo de ensino e aprendizagem para o professor por ser um instrumento de apoio pedagógico, contribuindo para a sua formação e construção de estratégia de ensino, e para o estudante como um instrumento que promove o desenvolvimento de habilidades entre elas, por exemplo, de resolução de problemas, (Machado, 1996). Portanto, a presença do livro didático traz um alento a essas preocupações a respeito do conhecimento desses conteúdos de estatística, pois é um instrumento didático que contribui eficazmente para organizar o ensino e aprendizagem, sendo um excelente apoio do

professor e do estudante, ou seja, um caminho para diminuir os obstáculos oriundos da metodologia na realização das aulas, mesmo considerando a possibilidade de uma prática desarticulada das aulas e da formação do professor.

Neste sentido, se acredita que há uma maior consciência dos professores em reconhecer a importância do uso da estatística, e este fator tem efeito direto no ensino e aprendizagem dos conteúdos e se espera um maior avanço, a partir da implementação de novos currículos. De sorte, o papel e a postura do professor tende a se modificar, pois se pretende uma consciência de seu desempenho na formação do estudante no desenvolvimento de suas atividades de sala de aula, e nas lições, quando se potencializam os conteúdos de estatísticas. Foi possível observar que o professor demonstrou, em certos momentos, dificuldades nas respostas sobre os conteúdos de estatística, e isso foi visível nas informações colhidas ao longo dessa investigação. O questionário como instrumento da pesquisa foi fundamental, e serviu para provocar nas análises esta visão sobre os aspectos referentes às dificuldades dos professores no entendimento sobre os conteúdos e sua vivência com o ensino e aprendizagem da estatística.

É possível justificar a importância do estudo do livro didático quando se discute sobre a importância deste instrumento de apoio ao professor como fonte de análises sobre a temática de investigação. A partir desse entendimento aponta-se para o papel do conhecimento

produzido a partir do livro didático, que é apóia as atividades do ensino da matemática e da estatística. Considerando, então, o ponto de vista do ensino e aprendizagem, o livro didático é uma possibilidade disponível aos professores, na medida em que avançam os estudos na área do ensino e didática da estatística. Contudo, sabe-se que muitas abordagens e teorias nessa área têm surgido, colabora para superar dificuldades e carências de instrumentos que possam complementar o livro didático, de sorte que terminam por deixar o professor com o encargo de adequar suas lições e os recursos complementares para que as elaborações de suas aulas sejam mais atualizadas, isso como forma de abordar os temas com propriedade dentre os muitos recursos didáticos existentes para trabalhar conteúdos de matemática. Ainda assim, o livro didático constitui-se em um importante instrumento pedagógico, particularmente para o docente em seu diaadia de sala de aula (Cockraft, 1985) e (Robard e Robinet, 1989).

Por outro lado, sabe-se que o livro didático tem um papel catalisador dos componentes do significado dos conteúdos produzidos, e que são utilizados nos processos de ensino e aprendizagem escolar, considerando o contexto dos programas curriculares das áreas específicas do conhecimento, a partir das formas de organização e dos projetos políticos pedagógicos propostos pela escola (Ortiz e Haro, 1999).

O processo de escolha dos livros de matemática da 3ª série do ensino médio se deu pela consulta aos Guias do Programa Nacional do

Livro Didático (PNLD), do Ministério da Educação, no período entre os anos de 1999 a 2014, que informam sobre os livros aprovados para serem utilizados nas Redes de ensino da educação básica do Brasil. A partir daí, efetivou-se uma escolha, em que houve uma combinação entre a entrevista com professores e a utilização por parte das escolas desses livros, sendo os que eram usais e comuns pelos professores nas suas atividades pedagógicas, e do acompanhamento das aulas e consultas sobre os conteúdos de estatística.

Enfim, há de se convir que o livro didático tem um papel importante no contexto que envolve o ensino e aprendizagem, logo, é de suma importância para que ocorra a sintonia entre os conteúdos que são apresentados nos currículos escolares e as lições. Esse recurso é considerado como sendo uns dos apoios didáticos utilizados pelo professor e pelo aluno nas atividades pedagógicas nas aulas. Portanto, lhe foi dedicada uma atenção especial, visto que esse instrumento tem influência direta no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos trabalhados na disciplina (Gouveia, 2011).

O livro didático contribui para o processo de ensino-aprendizagem como um interlocutor que dialoga com o professor e com o aluno. Nesse diálogo, tal texto é portador de uma perspectiva sobre o saber a ser estudado e sobre o modo de se conseguir aprendê-lo mais eficazmente. (BRASIL, 2010, p. 12).

A partir desse reconhecimento do papel do livro didático, citam-se a seguir as informações trazidas para serem discutidas sobre o seu uso e a relação que existe entre o professor e o estudante nas atividades de ensino e aprendizagem, segundo Gérard e Roegiers, (apud Brasil, 2010), em (Gouveia, 2011).

- 1) A relação livro didático com o estudante:
  - i) - Favorece a aquisição de conhecimentos socialmente relevantes;
  - ii) - Propicia o desenvolvimento de competências cognitivas, que contribuam para aumentar a autonomia;
  - iii) - Consolida, amplia, aprofunda e integra os conhecimentos adquiridos;
  - iv) - Auxilia na autoavaliação da aprendizagem;
  - v) - Contribui para a formação social e cultural e desenvolve a capacidade de convivência e de exercício da cidadania. (Gérard e Roegiers (apud BRASIL, 2010, p. 12));
- 2) Relação livro didático com o professor;
  - i) - Auxilia no planejamento e na gestão das aulas, seja pela explanação de conteúdos curriculares, seja pelas atividades, exercícios e trabalhos propostos;
  - ii) - Favorece a aquisição dos conhecimentos, assumindo o papel de texto de referência;
  - iii) - Favorece a formação didático-pedagógica;
  - iv) -Auxilia na avaliação da aprendizagem do aluno (Gérard e Roegiers (apud BRASIL, 2010, p 13)).

Considerando o sistema de avaliação e o Programa de Escolha do Livro Didático do MEC, os livros didáticos passaram por alterações na sua concepção e puderam se adequar às propostas de leis que tratam da

Educação Básica, o que proporcionou importantes melhoras na política do livro didático na educação do Brasil. Claro que há elementos que ainda precisam ser melhorados, e gradativamente são solucionadas, como, por exemplo, o guia do Plano Nacional do Livro Didático para o componente curricular de Matemática, que lida com a avaliação pedagógica feita por educadores envolvidos com o ensino da Matemática, com base em critérios estipulados em Edital do PNLD, publicado pelo Ministério da Educação (MEC), (Gouveia, 2011). Quando se fala de maneira geral do livro didático, no Brasil, é possível afirmar que existe uma política organizada por parte do Ministério da Educação (MEC), que detém a gestão de um sistema que se destina a atender os interesses da escola. Estas condições são acatadas a partir do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD)<sup>2</sup>, que se apoia nas diretrizes dos planos educacionais do Brasil. Portanto, os livros didáticos passam por um processo de escolha e são analisados, e deverão apresentar os conteúdos de estatística na medida das possibilidades, o que permite ao professor a tentativa de associar estas possibilidades aos programas e conteúdos de estatística dos cursos do ensino médio da educação básica que lecionam. Portanto, esses livros devem cumprir seu papel de instrumentos didático, sendo o elemento

---

<sup>2</sup> O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é o mais antigo dos programas voltados à distribuição de obras didáticas aos estudantes da rede pública de ensino brasileira, e iniciou-se, com outra denominação, em 1929. Ao longo desses 80 anos, o programa foi aperfeiçoado e teve diferentes nomes e formas de execução. Atualmente, o PNLD é voltado à educação básica brasileira, tendo como única exceção os alunos da educação infantil. Fonte: <http://www.fn9de.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-historico>.



que auxilia e apoia a formação do professor na construção de políticas do ensino e aprendizagem.

Portanto, a análise do livro didático se organiza na identificação de práticas matemáticas, que foram identificadas e interpretadas pelos componentes do conhecimento da configuração didática e sua disparidade entre os objetos e significados atribuídas às expressões pelo sujeito institucional e pessoal abordado nos diversos estudos de (Godino, 2002), Godino, Batanero e Roa (na imprensa), que faz relação com noção da função semiótica, ao tempo que se discute a presença de possíveis conflitos semióticos, que tem referência nos trabalhos descritos por Godino, Batanero e Font (2007), quando citam a categorização dos objetos matemáticos e envolvem as configurações didáticas, discutidas em detalhes ao longo deste estudo.

#### **4.4. CRITÉRIOS DE ANÁLISE DOS DADOS**

##### **4.4.1. Questionários**

Outro aspecto que necessitou atenção foi a elaboração do questionário, que tomou como base as informações sobre os conteúdos de estatística nas disciplinas, nos livros didáticos utilizados na educação básica, em particular, as medidas de tendência central, e sua utilização nos currículos das escolas do estado da Bahia. Os instrumentos foram aplicados no período entre 02/2006 e 12/2013, e a aplicação ocorreu no local de trabalho e no horário adverso às aulas do professor, ou seja,

fora da sala de aula, sendo explicado a cada entrevistado que se tratava de coleta de dados para pesquisa de doutorado, que tinha como objetivo investigar o ensino e aprendizagem de Estatística e, em particular, sobre qual o entendimento do conceito de média aritmética, e que tinha como público os professores do ensino médio de escolas da cidade de Salvador, na Bahia.

O questionário foi construído com objetivo de facilitar a obtenção das informações junto aos professores sobre o seu conhecimento a respeito dos conteúdos de estatística. Este instrumento é considerado de fácil resolução e capaz de produzir importantes resultados quando construído e adaptado ao interesse dos objetivos da pesquisa, (Dane, 1990). A construção do questionário levou em conta a importância e a compreensão dos professores sobre o objeto da pesquisa, considerando as medidas de tendência central como o conteúdo fundamental da estatística no contexto da resolução dos problemas, ou seja, dos itens que compõem o questionário próprio, que é observável, enquanto a coleta de dados se completa através de excelentes contribuições de Godino (1996). O questionário foi, portanto, o instrumento principal para obter as informações sobre o entendimento das práticas matemáticas realizadas pelo professor, e sobre o conhecimento das medidas de posição central, particularmente a média aritmética. Estas informações foram obtidas por meio de resoluções de problemas simples que constaram no questionário sobre o conhecimento dos conteúdos que são adotados pelas disciplinas da 3ª série do ensino

médio e que constam no livro didático, ou seja, seguem as orientações das leis educacionais, e dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), estando em consonância com a prática que reforça a utilidade dos fundamentos para que se concretize o ensino e aprendizagem.

A partir das respostas escritas, iniciou-se o processo de inferência e interpretação, que se organiza a partir do marco teórico definido e discutido no capítulo 3 desta tese, que tem como base a teoria do enfoque ontosemiótico do conhecimento e instrução matemática (EOS), que toma as configurações didáticas dos objetos (linguagem, conceitos, propriedades, proposição, argumentos) conforme Godino, Contreras e Font (na imprensa), como ferramenta para proceder as análises. As interpretações foram fundamentadas nas respostas dos professores sobre os itens ou questões, sendo as análises definidas em critérios de entendimentos, que foram padronizados após análises pormenorizadas das informações prestadas nos questionários pelo professor, que expuseram a sua opinião sobre o significado pessoal das medidas de tendência central.

Portanto, o questionário contribuiu para dar sentido à consolidação do estudo sobre o conhecimento de estatística, das medidas de tendência central e, em especial, sobre o conceito de média aritmética. Nessa linha de raciocínio, teve-se acesso a importantes informações, que permitiram que fossem conduzidas as análises dos elementos que fundamentaram as interpretações importantes sobre o conhecimento desse grupo de professoras/es, a respeito dos conteúdos de estatística e

de possíveis práticas de ensino quando se deparam com as medidas de tendência central e, em particular, a média aritmética, tendo como base o processo de ensino e aprendizagem, discutido no marco teórico, no capítulo 3 desta tese.

Portanto, esta visão do estudo teve a expectativa de ampliar as discussões sobre a presença dos conteúdos de estatística na educação básica, como também trazer à luz elementos que possam contribuir com o debate sobre o ensino e aprendizagem da matemática e estatística e seus conteúdos e, em particular, o conceito de média aritmética, pois são ferramentas que podem contribuir para formação do indivíduo no cotidiano da vida. Assim, o questionário buscou conhecer mais detalhes, a partir das possibilidades elencadas a seguir, com base em estudos desenvolvidos por Batanero (2000), Cobo (2003), Diaz, Godino e Font (2007).

1. A importância das medidas de tendência central para resolução de problemas simples e objetivos em um contexto do cotidiano dos indivíduos;
2. O reconhecimento da aplicabilidade das medidas de tendência central pelas diversas disciplinas da educação básica e no ensino médio;
3. Compreensão de parte dos professores sobre os conceitos de média aritmética, moda e mediana;
4. Uso das diferentes definições de média, mediana e moda na resolução de problemas ou justificação da solução proposta;
5. Entendimento de propriedades básicas, tanto numérica, algébrica e Estatística; o uso adequado

- dessas propriedades para responder a perguntas sobre o cotidiano do indivíduo;
6. Reconhecimento da utilização da linguagem matemática verbal, numérica e gráfica; uso adequado dos termos e linguagem;
  7. Procedimentos de cálculo e solução de problemas. Compreensão do algoritmo de cálculo na resolução de problemas que envolvem a aplicação de medidas de tendência central;
  8. Entendimentos dos professores sobre em que argumentos se pauta as respostas a respeito dos itens do questionário que abordam o pensamento acerca da compreensão sobre as medidas de tendência central.

O questionário aplicado aos professores se encontra disponível no, anexo 2 desta tese.

#### **4.4.2. Livro Didático (LD)**

Por meio da análise dos livros didáticos de matemática que são utilizados no ensino médio das escolas públicas de Salvador, Bahia, Brasil, foi possível examinar as lições sobre a média aritmética, tendo como base estudos e investigações educativas propostas por Godino, Ruiz, Pareja, e Recio (2003) a partir da visão da teoria do enfoque ontosemiótico do conhecimento e instrução matemática (EOS), que se preocupa com os objetos matemáticos que caracterizam as práticas matemáticas possíveis na resolução de problemas que exige a atividade matemática (Ortiz e Pastells, 2015). Assim, o estudo se desenvolveu com a análise pormenorizada das respostas, visando identificar os elementos da configuração didática, as unidades: situações problemas,

linguagem, definições, propriedades, procedimentos e argumentos. Segue-se, então, com as interpretações sobre as análises, identificando os conflitos semióticos presentes nas lições apresentadas.

Para a análise do LD, segue-se os seguintes procedimentos:

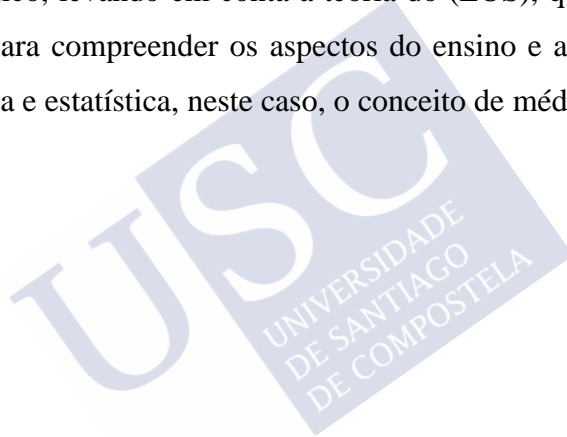
1. Leitura cuidadosa de todas as lições sobre medidas de tendência central que constavam em cada livro, considerando sempre os aspectos que faziam referência à média aritmética;
2. Recorte das figuras e imagens que exemplificavam os elementos da lição e seus aspectos;
3. Estudo pormenorizado das lições, visando identificar as unidades de análises: situações problemas, linguagem, definições, propriedades, procedimentos e argumentos;
4. Análise e identificação dos conflitos semióticos presentes nas lições.

Considera-se que parte deste estudo é de cunho qualitativo e se desenvolveu a partir do reconhecimento do enfoque ontosemiótico do conhecimento e instrução matemática (EOS), que forneceu ferramentas teóricas e se completou com uma metodologia para análise dos dados. Assim, foram realizadas leituras pormenorizadas do texto que representava a lição de estatística, bem como seleção de partes significativas da escrita sobre média, e se buscou um recorte sobre o conceito de média aritmética, que se apresentou nos livros utilizados pelos estudantes e professores do 3º ano do ensino médio.

O desenvolvimento do estudo se completa a partir das informações obtidas sobre as análises da lição que abordava o conteúdo de estatística, e, em particular, média aritmética, que constava nos livros didáticos, analisados por esta parte do estudo e que são utilizados pelos estudantes da 3ª série do ensino médio nas suas atividades. A análise foi efetivada a partir de um grupo de seis livros, e se completa com o processo de apreciações detalhadas das informações de pesquisas sobre os autores tomados como referência para construir o estudo, identificados nos trabalhos sobre sistemas de práticas, configuração de objetos primários e processos: Godino, Batanero; Font; Font, Godino, Gallardo (2013) (2007 e 2013 apud Breda, Font e Lima, 2015, 12 v.8(2) - 2). Neste sentido, houve a oportunidade de apreciar os elementos que são considerados noções-chave para abordar a análise epistemológica e cognitiva requeridas na didática da Matemática.

Estas condições possibilitaram tratar e articular de forma concisa as diferentes etapas da análise, que permitiram entender como se construíram as visões: ontológica (tipos de objetos e sua natureza), epistemológica (acesso ao conhecimento), sociocultural e instrucional (ensino e aprendizagem organizados no âmbito das instituições escolares) (Godino, Batanero e Font, 2008) e consideram os significados dos componentes do objeto matemático, e as noções identificadas sobre os elementos da configuração didática, que se apresentaram nas lições, sobre o conceito de média aritmética.

Assim, teve-se a possibilidade de identificar a situação problema e o significado institucional dos elementos da configuração didática, elementos que fundamentam a teoria do EOS, que tem referência nas abordagens apresentadas dos estudos de (Godino, 2002), Godino, Batanero e Roa (2005). Seguindo estes princípios, foram desenvolvidas no capítulo 5, a seguir, as análises que tratam deste estudo, baseadas na construção da visão teórica de referência sobre as lições analisadas no livro didático, levando em conta a teoria do (EOS), que possibilita os recursos para compreender os aspectos do ensino e aprendizagem da matemática e estatística, neste caso, o conceito de média aritmética.





# CAPÍTULO 5

## ANÁLISES E DISCUSSÃO DOS DADOS

### 5.1. INTRODUÇÃO

Esta etapa do estudo apresenta por finalidade analisar e discutir as informações da pesquisa que foram propostas e que tiveram como preocupações observar as visões e os enfoques defendidos na metodologia (capítulo 4). Na parte dedicada ao questionário buscou-se aproveitar, inicialmente os aspectos que tratam da abordagem descritiva. Assim, iniciou-se com a análise dos instrumentos de coleta de dados, composta por questionários respondidos por 12 professores da 3ª série do ensino médio de disciplinas de diferentes áreas do conhecimento. A análise se desenvolveu tendo em conta as particularidades de alguns dos itens, que foram considerados importantes nos seus aspectos de representatividade em fundamentar o objetivo do estudo. Assim, houve uma preocupação em desenvolver algumas análises sobre várias situações e aspectos que atingissem o interesse da investigação e consagrassem os pontos que estabeleceram as relações de causa-efeito e entendimentos sobre resultados alcançados. No entanto, foi importante considerar o nível de especificidade do instrumento, tendo em vista que o questionário foi um importante aliado, utilizado para obter as informações acerca dos professores que

participaram desse momento da pesquisa. Como afirma (Dankhe, 1986) quando fala do papel do questionário em pesquisas desta natureza e, citado por Hernández et al. (2006), que escreve sobre o quanto é relevante que esses procedimentos sejam observados com efetividades nas pesquisas, já que serão importantes nas análises de aspectos particulares da investigação. Portanto, na medida do possível, foram desenvolvidos procedimentos que deram as condições para se fazer a análise descritiva, o uso de teste não paramétrico e teste de fiabilidade do instrumento, além de estudos de inferências simples. Estas ferramentas foram consideradas como recursos da estatística para formalizar as análises da pesquisa.

Em uma das fases do estudo foi desenvolvida uma análise particular explorando aspectos do ensino e da aprendizagem, considerando o papel dos livros didáticos selecionados e as lições sobre a média. Observou-se, tecnicamente, como se apresentaram estes conteúdos nos documentos pedagógicos utilizados pelo professor. Realizou-se então uma análise sobre os temas das lições nesses livros didáticos, a partir da visão teórica do EOS, à vista do que se poderia esperar como pretensão de um tratamento qualitativo dos dados. Inicialmente, foram observadas as lições selecionadas para compor esta parte do estudo. As análises se complementam na perspectiva da visão de idoneidade

didática e suas dimensões, quando observadas as particularidades de cada grandeza que se apresenta na lição analisada.

## **5.2. ANÁLISES DOS ITENS DO QUESTIONÁRIO**

Em um primeiro momento foram observadas na análise as respostas dos professores que tiveram opiniões inerentes ao conceito sobre média aritmética, respeitando o princípio da elaboração, sistematização dos conhecimentos de cada um e se foram capazes de descrever, desenhar e valorizar aspectos do ensino e da aprendizagem da matemática. Considerou-se, evidentemente, o contexto que envolve conteúdos curriculares da 3ª série do ensino médio das diversas áreas. Já no segundo momento, foram feitas análises de itens que versavam sobre conceito de média aritmética e outras medidas. Finalmente observou-se a relação entre os elementos da configuração didática e o nível de conhecimento sobre medidas na visão do enfoque ontosemiótico (EOS).

### **5.2.1. Caracterizações do estudo para análise do questionário**

Nas análises dos itens do questionário foram observados os aspectos que se apresentam em uma classificação na dimensão epistêmica e cognitiva considerada nas análises de Godino, Contreas e Font (2006), que discutem a intenção de aferir que sistemas de práticas matemáticas são postos em jogo e que permitem observar a valorização

da idoneidade epistêmica, detectadas na linguagem, nos conceitos, nas proposições, nos procedimentos e nos argumentos apresentados nas respostas dos professores.

A pesquisa buscou fazer uma análise do conhecimento explícito e implícito identificado nas respostas dos itens do questionário, tendo em vista que os professores desenvolviam um entendimento acerca do conceito de média aritmética, ou seja, detectava-se a visão de elaboração pelo professor sobre o ensino e a aprendizagem do conteúdo de estatística. O desfecho da análise foi de reconhecer, também, o nível de complexidade dos processos envolvidos na atividade matemática. Portanto, foram avaliados os conflitos potenciais que inferiram na capacidade do professor de se relacionar com os conhecimentos e podem repercutir no ensino e na aprendizagem dos conteúdos de estatística que são propostos nos currículos da educação básica. Desta forma, foram considerados como merecedores de atenção no questionário as informações que se apresentam nos livros didáticos das disciplinas do 3º ano do ensino médio, tendo o cuidado, de focar, particularmente as medidas de tendência central.

Dante (1990) reconhece que o questionário, quando concebido e adaptado ao interesse dos objetivos da pesquisa tem resultados sempre promissores. Foi com esta preocupação que o questionário foi elaborado com o intuito de facilitar o alcance das informações junto aos professores e, assim, avaliar seu conhecimento sobre os conteúdos de

estatística. Enfim, o instrumento foi considerado de fácil resolução e capaz de produzir importantes resultados.

A condução da aplicação do questionário considerou os alcances e limitações que a natureza do estudo exige, ou seja, um tempo razoável para a consulta aos professores e outro para que eles respondessem. Acredita-se ter havido tempo suficiente para que acontecesse dentro dos parâmetros e padrões de pesquisa, o que exige o respeito às atividades docentes, bem como sua autonomia nas respostas.

Nesse sentido o questionário levou em conta a compreensão dos professores sobre o objeto da pesquisa, e considerou, para este estudo, as medidas de tendência central como conteúdo fundamental da estatística no contexto da resolução dos problemas, ou seja, teve, nos seus itens elaborados, a preocupação com os conteúdos de estatística que estão presentes nas disciplinas do ensino da 3ª série e foram possíveis de serem observáveis. Por outro lado, a coleta de dados procurou se complementar com pesquisas que levam em conta investigações realizadas neste campo de investigação, que tem como referência os estudos de Godino (1996).

O questionário foi, portanto, um instrumento importante para coletar informações sobre o conhecimento de práticas matemáticas pelo professor, sobre a noção das medidas de posição central, particularmente de média aritmética. Estas informações foram obtidas por meio das resoluções de problemas sobre os conteúdos adotados nas disciplinas da 3ª série do ensino médio que aparecem nos currículos e

no livro didático. São conteúdos que seguem as orientações das leis educacionais e dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que devem ter consonância com o projeto pedagógico da escola. Assim, reforça a utilidade dos fundamentos contemplados nas normas deliberadas educacionais e tem o sentido de concretizar as políticas do ensino e da aprendizagem dos estudantes da educação básica.

Com base nas respostas escritas, fez-se a apuração das informações contidas nos questionários. As interpretações, inicialmente, foram fundamentadas nas respostas dos itens selecionados nos questionários, sendo essas análises determinadas por critérios de entendimento e conhecimento sobre as medidas de um modo geral. Os itens selecionados foram padronizados para atender à coleta dos dados e possibilitaram a percepção do contexto do que se esperava das respostas prestadas pelos professores. Consegue-se, então, medir, em linhas gerais, como se manifestaram as opiniões dentro da visão que se tem do significado institucional e pessoal de um objeto matemático e toma-se como referência o estudo de Godino e Batanero (1994), que discute esse ponto de vista sobre o objeto matemático e nos abre uma possibilidade de podermos reconhecer esta visão em nossa pesquisa sobre as medidas de tendência central. Por esta razão, o questionário ocupou um lugar de relevância neste estudo e produziu elementos que fundamentaram as interpretações, que originaram tabelas, quadros e estatísticas que resumiram as informações, permitindo a visão sobre o contexto experimentado pelo professor e o seu papel no ensino e na

aprendizagem dos conteúdos de Estatística. É importante salientar que esta parte do estudo observou a reflexão sobre fases importantes do conhecimento do professor a respeito dos conteúdos de estatística, entendendo a sua prática no momento em que se depara com as medidas de tendência central e, em particular, com o conceito de média aritmética.

Ao final, foram gerados pontos de vista importantes e capazes de contribuir para as discussões acerca do ensino e da aprendizagem da matemática e estatística na educação básica. Apesar de muitas investigações, no campo da didática da matemática terem enfatizados os aspectos descritivos e explicativos de como ocorre o ensino em sala de aula, o que se observa, no entanto, uma distância entre o que é investigado e a prática do ensino (Godino, 2011), quando cita (Frankle, Kazemi e Battey, 2007, p. 226) e (Hiebert e Grouws, 2007, p. 372). Assim, espera-se como expectativa de estudos com esta envergadura, é a de aproximar as informações sobre os conteúdos de estatística e, em particular, o conceito de média aritmética dos professores e dos estudantes, tendo como efeitos a apropriação desses conteúdos de estatísticas pelos estudantes nas disciplinas da 3ª série do ensino médio da educação básica.

### **5.2.2. Caracterização e objetivos dos itens do questionário**

A seleção dos itens do questionário para a análise das respostas apresentadas pelos professores levou em consideração as questões que

versavam particularmente sobre média aritmética e aspectos essenciais que poderiam, de algum modo, influenciar na compreensão do uso desse conceito.

Nas análises das respostas houve a preocupação em compreender situações inerentes à didática da matemática que podem caracterizar o ensino e a aprendizagem na relação com aspectos socioculturais; pontos sobre as idéias matemáticas; a interface formal com outras disciplinas e seus objetivos, além das questões antológicas e epistemológicas. Também se pretendeu reconhecer na formação do docente e sua abordagem no ensino de estatística, a partir da matemática, e, em particular, o uso do conceito de média aritmética. O estudo destes aspectos da didática foi pensado por conta da necessidade de atender a uma inquietação e carência de debates nesta área do conhecimento. A intenção foi não perder de vista a importância do professor e sua compreensão da estatística na formação do estudante.

Compreendendo a expectativa, e o crescimento dos debates sobre ensino e aprendizagem e didática da estatística, nos últimos tempos espera-se que em um futuro próximo, se consiga preparar o estudante para que possa entender e desenvolver bem seu papel na interpretação de dados, tornando-se capaz de aplicar os conhecimentos da estatística navida cotidiana, como resume (Batanero, 2002, p. 2):

“El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en “estadísticos aficionados”, puesto que la



aplicación razonable y eficiente de la estadística para la resolución de problemas requiere un amplio conocimiento de esta materia y es competencia de los estadísticos profesionales. Tampoco se trata de capacitarlos en el cálculo y la representación gráfica, puesto que los ordenadores hoy día resuelven este problema. Lo que se pretende es proporcionar una cultura estadística”.

#### 5.2.2.1. Perfil e estruturas dos itens dos questionários

A seguir, o perfil dos itens do questionário, que originou a elaboração e gerou a expectativa de resposta.

Item 1- Como você conceitua ou define média aritmética?

– Item elaborado pelo autor, especificamente para o estudo sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Que os professores sejam capazes de apresentar um conceito simples de média textualmente, ou com algoritmos, ou com gráficos.

Item 2- Como você conceitua ou define moda?

– Item elaborado pelo autor, especificamente para o estudo sobre média aritmética.

Expectativa de resposta - Que os professores sejam capazes de apresentar um conceito simples de moda textualmente, com algoritmos ou gráficos.

Item 3- Como você conceitua ou define mediana?

– Item construído pelo autor, especificamente para o estudo sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Que os professores sejam capazes de apresentar um conceito simples de mediana textualmente, com algoritmos ou gráficos.

Item 4- Explique o que, para você, significa a frase "Tomo, em média, três copos de água por dia".

– Item elaborado pelo autor, especificamente para o estudo sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Que os professores sejam capazes fazer a transposição numérica da ideia de média a partir de uma situação provável.

Item 5- Lançam-se simultaneamente dois dados e observa-se a soma de suas faces superiores. Em quais números você aposta que sairão na soma das duas faces? Justifique.

– Item elaborado a partir de uma adaptação de estudos de Cobo, desenvolvido em 2003, especificamente sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Que os professores sejam capazes de fazer a transposição numérica, reconhecendo um espaço, a frequência, a porcentagem e o algoritmo.

Item 6.1 e 6.2- Um professor classifica seus alunos como I=insuficiente, A=aprovado, N=notável, S=sobressalente. A seguir, temos as notas de dois grupos de alunos, classificadas pelo professor.

Grupo 1 - I A A N N S S I I A A A N S S I A A S S S S

Grupo 2 - S S I I A N A N I I S N A S I N N

– Item elaborado a partir de uma adaptação de estudos de Cobo, desenvolvido em 2003, especificamente sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Que os professores sejam capazes de resolver o exercício, associando o resultado a uma medida de

tendência central (mediana ou moda), considerando um conjunto de dados ordinal.

Item 7- Maria e Pedro dedicam uma média de 8 horas, a cada fim de semana, para fazer esporte. Outros 8 estudantes dedicam, a cada semana, uma média de 4 horas fazendo esporte. a) Qual é o tempo médio de horas que fazem esportes cada fim de semana os 10 estudantes?

– Item elaborado a partir de uma adaptação de estudos de Cobo, desenvolvido em 2003, especificamente sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Que os professores sejam capazes de operar o cálculo da média aritmética para definir o tempo de prática de esporte, em um caso particular de média ponderada.

Item 8- Considere os seguintes valores, em reais, dos salários recebidos por 10 funcionários de uma empresa, 100,00; 1.200,00; 1.200,00; 1.220,00; 1.250,00; 1.250,00; 1.250,00; 1.250,00; 1.260,00; 45.000,00. Que medida de tendência central expressaria melhor a situação salarial desses funcionários?

– Item elaborado a partir de uma adaptação de estudos de Cobo, desenvolvido em 2003, especificamente sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Que os professores sejam capazes de operar com a ideia de medida de tendência central, porém considerando a média como sendo melhor estimador de valores dos salários de quantidade de funcionários.

Item 9- Três carpinteiros tomaram, cada um, três medidas da largura de uma porta, obtendo cada um deles as seguintes medidas:

Carpinteiro I: 73 cm, 72,8 cm, 72,7 cm:

Carpinteiro II: 72,7 cm, 72,9 cm, 73,1 cm:

Carpinteiro III: 73,2 cm, 73 cm, 73,1 cm.

Se a porta a ser feita tem que ter uma folga de 2 mm a cada lado do marco, qual deve ser a largura dessa porta?

– Item elaborado a partir de uma adaptação de estudos de Cobo, desenvolvido em 2003, especificamente sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Que os professores sejam capazes de operar o cálculo de média com expectativa de um valor provável.

Item 10- Os dados apresentados na tabela abaixo se referem a uma amostra da remuneração recebida por um grupo de pessoas por categoria social de uma dada localidade.

Expectativa de resposta - Que os professores sejam capazes de calcular a média, mediana ou moda de um conjunto de dados grupado em uma tabela por categoria de salário o valor que representa melhor os valores.

Remuneração recebida por um grupo de pessoas por categorias social de uma dada localidade  
Brasil - Bahia, 2007

<b>Categoria Social</b>	<b>Nº. Pessoas (fi)</b>	<b>Salários (xi)</b>	<b>Produto (fi). (xi)</b>
Professor Ensino Médio	60	760,00	45.600,00
Juiz	4	15.000,00	60.000,00
Deputados	2	16.000,00	32.000,00
Médicos	3	3.500,00	10.500,00
Agente Administrativo	200	390,00	78.000,00
<b>Total</b>	<b>269</b>	<b>35.650,00</b>	<b>226.100,00</b>

Fonte: Dados Fictícios

Item 10.1 - Considerando os dados das informações dessa tabela sobre os salários pagos às categorias, pergunta-se: que medida de tendência central melhor representaria a remuneração recebida pelo conjunto dos dados da tabela apresentada?

- Item construído a partir de uma adaptação de estudos de Batanero e Cobo, desenvolvido em 2003, especificamente sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Se espera que os professores sejam capazes de reconhecer o uso de uma medida de tendência central em um conjunto de dados, agrupado em uma tabela de dados por categoria de salários e seus valores.

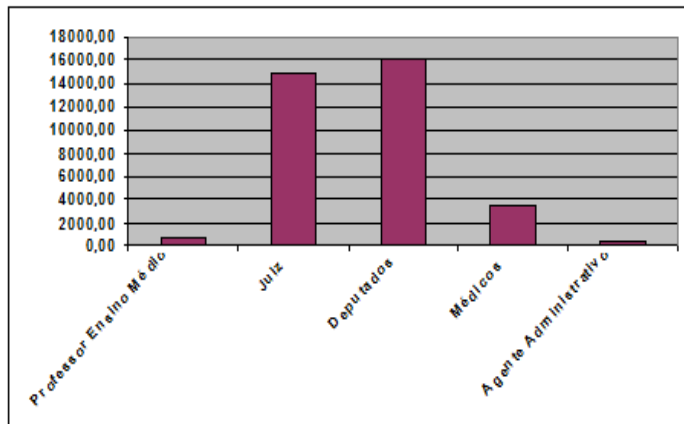
Item 10.2-Justifique o uso da medida que você utilizaria na representação deste contexto.

– Item construído pelo autor, especificamente para o estudo sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Se espera que os professores sejam capazes reconhecer a partir da representação de um gráfico e definir que melhor medida de tendência central representa a remuneração das categorias, ou seja, fazer uma estimativa por meio de um gráfico.

Item 10.3 - O gráfico abaixo reflete o resultado da medida de tendência escolhida por você para representar a remuneração recebida?

**Remuneração recebida por um grupo de pessoas por categoria social de uma dada localidade. Brasil - Bahia, 2007 (em r\$ 1,00)**



Fonte: Dados Fictícios

– Item construído pelo autor, especificamente para o estudo sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Se espera que os professores sejam capazes de operar com a ideia de média como melhor estimador do nível das quantidades de chamadas telefônicas recebidas pela telefonista.

Item 11-A partir de uma amostragem foi possível selecionar durante o mês de setembro de 2001 as seguintes quantidades de chamadas telefônicas recebidas por dia pela telefonista: 133; 199; 155; 177; 166; 166. Com o intuito de medir o nível das chamadas telefônicas, que medida de tendência central é mais apropriada para fazer este estudo. Justifique.

– Item construído a partir de uma adaptação de estudos de Batanero e Cobo, desenvolvido em 2003, especificamente sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Se espera que os professores sejam capazes de fazer relações dos conteúdos de estatísticas com outras disciplinas da educação básica.

Item 12 - Em sua opinião, qual a importância que os conteúdos de Estatística têm para a compreensão das matérias da disciplina que você ministra?

– Item construído pelo autor, especificamente para o estudo sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Se espera que os professores sejam capazes de reconhecer a importância da média aritmética na interpretação de problemas e os conteúdos utilizados em outras disciplinas.

Item 13 - Em sua opinião, a média aritmética contribui para que os alunos melhor interpretem pontos dos conteúdos abordados na disciplina que você ministra?

– Item construído pelo autor, especificamente para o estudo sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Se espera que os professores sejam capazes de compreender o papel da estatística e sua aplicação como ferramenta para interpretar informações da ciência.

Item 14 - Nas suas aulas é comum você indicar ou apontar a necessidade de os alunos reconhecerem na estatística uma ferramenta de aplicação e compreensão de conceitos sobre ciência?

– Item construído pelo autor, especificamente para o estudo sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Se espera que os professores sejam capazes de compreender os conteúdos de estatística e sua aplicação no cotidiano e interpretar informações da ciência.

Item 15-A seu ver, quais são as maiores dificuldades que observa em seus alunos para escolher, em função do tipo de problema, a média, a mediana ou a moda como melhor representante de um conjunto de dados?

– Item construído pelo autor, especificamente para o estudo sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Se espera que os professores sejam capazes de interpretar a utilização das medidas de tendência central.

Item 16 - Que significado tem para você a noção de Esperança Matemática?

– Item construído pelo autor, especificamente para o estudo sobre a média aritmética.

Expectativa de resposta - Que os professores sejam capazes de conhecer a Esperança Matemática como uma representação teórica de média aritmética.

A pesquisa levou em conta à escolha de alguns quesitos que pudessem medir o conhecimento dos diferentes domínios do professor sobre os conteúdos de estatística, as medidas de tendência central e média aritmética.

Outros aspectos apreciados foram a preocupação com a apuração do questionário, quando houve um cuidado com o tipo de item e suas características, que resultou em facilidades nas condições de coleta e na garantia da validade das informações observadas nos questionamentos. Deste modo, foi desenvolvido um acompanhamento especial, com atenção às informações acerca das questões que se referiam especificamente à média aritmética, já que se trata de uma medida com características plurais de aplicação em diferentes disciplinas e temáticas do ensino na educação básica e nos respectivos livros didáticos. Portanto, era preciso observar bem no questionário a sua consistência. Também foi preciso uma considerável cautela com os questionários, pois tinha-se um número limitado na amostra de estudo que foi submetido à análise, levando-se em conta que, no decorrer do estudo, não poderia sofrer muitos ajustes, dada a quantidade restrita da sua aplicação. Foi nessa perspectiva que se optou, inicialmente, por uma análise minuciosa da maioria das interpretações das respostas obtidas dos questionários. Esta medida teve a intenção de reduzir as variações nas réplicas, já que muitas eram subjetivas e poderiam causar obliquidade, sendo que o interesse principal era o de aferir aspectos relevantes do conhecimento dos professores ao interpretarem o conceito



de média aritmética. Esses procedimentos e preocupações puderam ser vistos nas análises e interpretações elaboradas a partir das respostas e que serão apresentadas no decorrer do estudo. Batanero e outros, em artigos e trabalhos ao longo de 20 anos, comentam, com convicção, a cumplicidade que se espera dos professores de estatística quando eles se submentem a estudos com esta natureza e quando convivem com estatística nas atividades didáticas. Assim, foi expectativa que este estudo trouxesse algo novo sobre o conhecimento e pensamento do docente quando diante dos conteúdos de estatística e, em particular, do conceito de média aritmética.

Portanto, considera-se que o professor, quando diante dos conteúdos de estatística, precisa de atualização, quase que contínua, para acompanhar o desenvolvimento que vem acontecendo ao longo dos últimos 50 anos (Estrada, Batanero e Fortuny, 2004).

À interpretação do questionário seguiu a compreensão do grau de domínio do professor e se este consegue fazer referências aos conteúdos da estatística, bem como se são capazes de expressar seus conhecimentos sobre as temáticas de estatística exploradas em 16 das questões e 3 subitens do questionário. Segundo Sax, (1989) e Martínez e Arias (1995) que escreveram sobre a taxonomia de BLOOM, (1983), são comuns a utilização em pesquisas na área da matemática, as análises que se interessam em identificar como se dá a participação individual. Neste sentido foi que entendemos que esta análise seria interessante para este estudo, pois nos deparamos com as condições em que temos

os professores de matemática e de outras disciplinas nas atividades pedagógicas, e não levaríamos em conta a preocupação com um grupo específico.

Em meio aos muitos procedimentos, destaca-se a leitura cuidadosa de todas as respostas dos questionários, iniciativa considerada importante para que pudéssemos organizar as informações que se apresentaram e sugeriram maior interesse para o estudo. Portanto, foi fundamental e possibilitou as análises das informações obtidas, além de permitir a elaboração das padronizações que pudessem refletir as respostas de cada item do questionário. Na prática, estas condições permitiram a elaboração de um enquadramento que classificou as respostas do instrumento de pesquisa. Neste ínterim, foram determinadas, como procedimento de avaliação das respostas dos questionários, critérios de hierarquização para as perguntas e respostas, de forma a medir distintamente cada réplica e soluções apresentadas pelos professores, quando das situações vivenciadas ao lidar os estes conhecimentos que são apontados nos itens do questionário do estudo. Esta expectativa, segundo Batanero, Diaz, Contreras e Roa (2013) refletem nas respostas sobre o conhecimento das ideias estatísticas que se apresentam nas várias situações didáticas (Batanero, Diaz, Contreras e Roa, 2013, pp.7-18):

Los modelos descritos de cultura estadística,  
además de asumir una actitud crítica frente a la

información estadística, coinciden en la necesidad de un conocimiento del lenguaje estadístico y las ideas estadísticas fundamentales. Sería entonces importante identificar cuáles son estas ideas fundamentales. (Burrill y Biehler, 2011), basándose en un estudio detallado de diversos marcos teóricos educativos y el currículo de estadística en diversos países proponen en las siguientes: datos, gráficos, variabilidad aleatoria, distribución, asociación y correlación, probabilidad, muestreo e inferencia.

A pesquisa desenvolveu a análise descritiva das respostas, considerando a importância das questões e as soluções fornecidas pelos professores nos itens que possibilitaram reconhecer a visão dos docentes sobre as medidas de tendência central. As respostas foram exploradas, a partir do que foi ressaltado sobre as medidas de tendência central e, em particular, o conceito de média aritmética. Nesta perspectiva, aplicaram-se os critérios elaborados de enquadramento para as respostas, apoiando-se nos componentes linguísticos, praxeológicos e discursivos da matemática, quando da ocorrência de uma atividade escolar (D'Amore e Godino, 2007, pp.191-218).

Foi importante considerar, em outra fase das apreciações do estudo, a análise particular do item 1 do questionário, que versa, exclusivamente, sobre o conceito de média aritmética e a opinião específica do professor. Neste item se solicita o conceito particular de média aritmética. Portanto, esta parte da análise se preocupa em reconhecer, a partir do enfoque ontosemiótico (EOS), os componentes da configuração didática

epistêmica, que tem referência nos trabalhos de Godino e Batanero (1994; 1998) e Godino, Batanero e Font (2006). Assim, buscamos alinhar esta parte do trabalho com visão do fundamento discutido no Marco Teórico, no capítulo, 3. Portanto, buscou-se perceber como acontece a noção de prática matemática realizada pelo professor diante de uma situação problema, envolvendo a noção do significado do objeto matemático, quando trata do objeto pessoal e institucional que tem referência em Godino e Batanero (1994; 1998).

Como se analiza en (Godino, Font, Contreras y Wilhelmi, 2006), el EOS se propone articular las aproximaciones epistemológica y cognitiva, al establecer como hipótesis básica que los hechos y fenómenos didácticos tienen una doble dimensión personal - institucional. La descripción y explicación de la dialéctica personal – institucional precisa realizar análisis microdidácticos, tanto de los comportamientos de los sujetos agentes como de la ecología de los significados, en los procesos de estudio matemáticos (Godino, 2012, pp. 49 - 68).

### **5.2.3. A análise do perfil dos professores**

Os 12 questionários que serviram ao estudo, abrangeram 6 professores do sexo feminino e 6 do sexo masculino, entre 27 e 52 anos, com média de 38 anos de idade. No início deste estudo todos possuíam entre 4 a 27 anos de formado, uma média de 14 anos no exercício da

docência. Sendo que 8 deles lecionam a disciplina de matemática - 2 de física - 1 de química e - 1 de biologia. Os componentes da análise tiveram o propósito de desenvolver uma visão descritiva dos itens selecionados, com o objetivo de estabelecer a relação com pressupostos definidos nos capítulos 2 e 3, que tratam do marco teórico e da metodologia, desta tese. Estas foram inicialmente, foram as intenções que induziram à realização das análises sobre as respostas obtidas dos professores nos questionários e respectivas questões, quando foram apontadas as condições experimentadas por eles na prática do ensino e da aprendizagem da estatística nas disciplinas do 3º ano da educação básica. Por sua vez, estas respostas se complementam com o conhecimento e o domínio destes professores sobre as medidas de tendência central e, em particular, a média aritmética. O esperado era que as respostas refletissem o estágio atual da estatística, que, nos últimos tempos, têm buscado espaço para se firmar como conteúdo das disciplinas da educação básica e até mesmo como uma disciplina independente. Portanto, o presente estudo tem a preocupação de reafirmar até que ponto existe entendimento do papel da estatística no contexto do ensino e da aprendizagem na educação básica e particularmente no ensino médio, tendo em vista que já se difunde uma cultura da estatística como afirma (Batanero e Diaz, 2011, p.9):

“Esta relevancia ha producido un interes creciente por laenseñanza de la estadística, como se refleja en

diferentes documentos curriculares, donde se insiste en la necesidad de comenzarla lo antes posible, y, al menos, en la educación secundaria obligatoria. Se habla de proporcionar una cultura estadística”.

Tendo em vista as condições da pesquisa, observamos os argumentos enumerados para determinar o perfil do estudo. Estes foram constatados, a partir das respostas aos questionários e buscando-se apreender a associação com os pressupostos sugeridos no capítulo 3, em que consta a metodologia e os objetivos desta tese, situação de importância que motivou a formalização e justificativa da investigação. A seguir, em etapas, demonstraremos em tabelas selecionadas e resumidas resultados significativos, que ajudaram no embasamento, entendimento e até nas conclusões sobre determinados pontos das análises realizadas a partir das respostas.

#### 5.2.3.1. Componentes da padronização dos itens do questionário

Os critérios de enquadramento foram estabelecidos tomando o estudo como base (Marcos, 2007), quando aplicado o critério de padronização para aferir as respostas dos questionários da pesquisa. Portanto, a padronização ou níveis das respostas para todo o questionário, seguiu uma regra que procurou prover as abordagens das situações do estudo de forma a atingir uma visão do conhecimento do professor:

- (1) Não respondeu/Deixou em branco/

- (2) Abstração: não foi conciso na resposta, não respondeu concretamente. Parece possuir alguma ideia, recorre a procedimentos, métodos gerais ou princípios técnicos, chegando à aplicação de teorias e chega a uma resposta.
- (3) Aplicação: é nível mais baixo, interpreta ou extrapola o conceito sobre o problema de uma forma diferente do originalmente apresentado. Observar se o indivíduo faz uso de material ou ideia relacionando com outra matéria, ver até que ponto essas implicações contribuem na resolução do problema.
- (4) Compreensão e Conhecimento: tem conhecimento específico ou geral dos métodos e padrões ou da estrutura. Faz aplicação dos símbolos e algoritmos de cálculo. (Busca com este critério medir o conhecimento sobre o tema e, se o indivíduo organiza as ideias, ou seja, memorizou bem os conhecimentos).

### **5.3. COEFICIENTE DE FIDEDIGNIDADE PARA ANÁLISE DE CONSISTÊNCIA INTERNA DOS ITENS**

Um ponto que não pode deixar de ser discutido foi o que tratou da fidedignidade dos questionários. Esta condição é um dos pré-requisitos para validade da pesquisa. Portanto, houve o cuidado de verificar se havia correlação entre os itens e os dados obtidos, por meio do cálculo do coeficiente de fidedignidade (coeficiente de Cronbach), discutido anteriormente sobre o reflexo dessas condições, para se ter mais êxito quanto ao propósito para o qual foi definido o estudo. Também houve o cuidado em avaliar os itens, por existir a compreensão da importância

de cada um deles, inclusive os considerados em branco e as respostas incorretas.

Tendo em vista a necessidade de medir a consistência do instrumento e de suas respectivas respostas, teve-se a iniciativa de elaborar uma análise pormenorizada dos itens e das respostas, cujo objetivo foi o de aferir a consistência estatística do questionário. Para atender à necessidade de avaliação das respostas, recorreu-se a testes estatísticos com o fim de medir a fidedignidade do instrumento.

Com esse intuito, aplicou-se um teste de medida para avaliar os itens e suas condições de validade no questionário. A preocupação em validar os itens teve o objetivo de observar a relação empírica dos dados, o que é importante porque mede a relação entre os dados obtidos e as características que ocorreram entre os itens estudados. Foi feita, então, uma análise da correlação, em sua totalidade ou uma parte dos itens. O uso do procedimento evitou questionários e respostas com informações distorcidas e fora dos padrões definidos pelo estudo, influenciando na correlação entre os itens, a ponto de levar ao descarte o que estivesse afetando o questionário e, no limite, o instrumento de pesquisa inteiro. Tal procedimento tem aceitação e validade quando os itens que compõem o questionário possuem relação com o conjunto de dados e os conceitos (Moreira, 2011, p.170):

Portanto, fidedignidade é pré-requisito para que um instrumento seja válido, garantindo que ele mede de



forma correta, mas isto não é garantia de que ele meça o que está se propondo a medir.

Enfim, todo o esforço desta parte de validação foi empreendido para avaliar a existência de correlação entre os itens e seu desempenho. O papel deste teste é considerar as particularidades dos itens e sua consistência. Em havendo distorção de algum ponto do conjunto, deve ser rejeitado.

A seguir, são apresentadas as fórmulas que compõem os cálculos das correlações.

$\check{T}$  = Média dos indivíduos

$V$  = Variância  $V_i = \sum T^2 / N - (\check{T})^2$

Cálculo do coeficiente de fidedignidade (coeficiente  $\alpha$  de Cronbach), figura 9. O coeficiente é um número que deve estar entre -1 e 1. Considera-se que quanto mais próximo de 1 (sem módulo), o teste é bom, segundo referência de Georg e Maillery, (2013).

FIGURA 8 - COEFICIENTE ALFA DE CRONBACH

Fórmula estatística es a siguiente:

$$\alpha = \frac{K}{K-1} \left[ 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_r^2} \right]$$

Donde:  
K: Número de ítems  
 $S_i^2$ : Somatório de Variâncias de Ítems  
 $S_r^2$ : Variância de suma de los Ítems  
 $\alpha$ : Coeficiente de Alfa de Cronbach

Podemos observar (tabela A) os valores dos coeficientes alfa de Cronbach, de acordo com os grupos de questões. Para aquele composto pelo total dos quesitos do questionário, obteve-se um valor de 0,86, nível considerado bom. Para o grupo de 16 questões e mais 3 sub-itens com a eliminação dos 3 quesitos que apresentaram os piores coeficientes, o coeficiente alfa indicou um valor de 0,90, considerado próximo a excelente. Para o grupo de itens com maior afinidade com o conceito de média aritmética e que atendia a uma expectativa de resposta, compreendendo 7 questões, obteve-se um valor do coeficiente de Cronbach de 0,74, considerado aceitável na escala de utilização, segundo a tabela 1, a seguir:

**TABELA 1 - VALORES DO COEFICIENTE DE FIDEDIGNIDADE  
COEFICIENTE DE CRONBACH (ALFA)**

Grupos	Coeficientes de Fidedignidade de Cronbach ( $\alpha$ )
19 Questões	0,86
16 Questões	0,90
7 Questões	0,74

FONTE: ELABORADO PELO AUTOR

De um modo geral, puderam ser consideradas as respostas representativas dos grupos que, de alguma forma, se apresentaram de maneira subjacente, a partir de uma concepção ou conhecimento sobre o conteúdo de estatística. No entanto, os atributos pesquisados não podem ser melhores do que a qualidade dos métodos e instrumentos para coletar e analisar os dados. Assim, com base neste princípio, foram aplicados os testes nos instrumentos de medida, que visaram aferir a representatividade e fidedignidade dos itens que compuseram o instrumento de coleta de dados.

A seguir, apresentamos os efeitos das análises e os resultados descritivos dos itens selecionados do questionário, em forma de tabelas e figuras que representam as respostas dos professores. As informações possibilitaram apreciações pormenorizadas das respostas sobre os itens, tendo eles contribuído para a elaboração do estudo e indicação de suas atinentes proposições, deduzidas como expectativa nas respostas dos

itens do questionário, que foram discutidos no perfil e quando se padronizou as expectativas das respostas.

#### **5.4. ANÁLISES DESCRITIVAS DOS ITENS DO QUESTIONÁRIO**

Os procedimentos empregados, na análise, que envolveu as respostas dos questionários, foram discutidos na metodologia desta investigação. No entanto, para os pontos do estudo de campo, foram observadas as discussões do marco teórico presente no (Capítulo 3) e na metodologia (Capítulo 4), que indicaram os procedimentos de estudo e seleção dos itens do questionário. A partir deste entendimento, induziram-se a escolha de alguns quesitos que pudessem medir o conhecimento dos diferentes domínios do professor sobre os conteúdos de estatística, as medidas de tendência central, considerando, em particular, a média aritmética e as especificidades de cada medida.

As respostas dos professores nos questionários da pesquisa permitiram chegar-se às primeiras impressões sobre como eles compreendiam as questões relacionadas às medidas de tendência central e, em particular, ao conceito de média aritmética. Dito de outro modo, a visão sobre a experiência com os conteúdos de estatística e relação com o objeto institucional e pessoal da atividade matemática. Completa-se esta premissa a interpretação dos elementos do significado epistêmico da média aritmética, que toma como referência os estudos de Godino e Batanero (1994) e Godino, Batanero e Font (2007).

Definido o desenho da pesquisa tem-se então as condições para desenvolver, o exame das respostas dos professores, que apresentamos a seguir e constam na tabela 2, tabela 3 e tabela 4, que tratam da conceituação das medidas de tendência central. O que se observa nas análises iniciais do estudo, e se constata é a existência de dificuldades dos professores diante das situações apresentadas nos itens do questionário. Neste aspecto, consideramos que os 12 professores conceituam ou definem, de modo geral, as medidas de tendência central, porém não se observam nas respostas informações que possam particularizar o conhecimento sobre as medidas, o que nos leva a compreender que as respostas não conduzem ao reconhecimento das medidas, o que nos leva a crer na presença de uma visão recorrente de respostas sobre o uso e conhecimento, ou seja, os professores têm uma visão comum e generalista sobre as medidas.

**Tabela 2 - Item nº. 1 - Como você conceitua ou define média aritmética?**

<b>Níveis de Resposta</b>	<b>Quant.</b>
(1) Não respondeu/Deixou em branco/	0
(2) Abstração:.	0
(3) Aplicação:	5
(4) Compreensão:	7
<b>Total</b>	<b>12</b>

Fonte: Questionário da pesquisa direta

**Tabela 3 Item nº. 2 - Como você conceitua ou define moda?**

Níveis de Resposta	Quant.
(1) Não respondeu/Deixou em branco/	0
(2) Abstração:.	0
(3) Aplicação:	5
(4) Compreensão:	7
<b>Total</b>	<b>12</b>

Fonte: Questionário da pesquisa direta

**Tabela 4 Item nº. 3 - Como você conceitua ou define mediana?**

Níveis de Resposta	Quant.
(1) Não respondeu/Deixou em branco/	0
(2) Abstração:.	0
(3) Aplicação:	6
(4) Compreensão:	6
<b>Total</b>	<b>12</b>

Fonte: Questionário da pesquisa direta

Neste sentido é que se deduz que há, por parte do professor, dificuldade em conceituar plenamente as medidas e o que representa este conceito para cada uma deles em uma situação problema. Isto se observa ao se analisar contextos em que são representados nos resultados das respostas dos itens das tabelas 5, 6, 7 e 8. Outros aspectos são observados nas questões que retratam a necessidade de se reconhecer e interpretar as medidas, e se verifica no recorte observado nas respostas de três professores selecionados, que apresentamos a seguir nas imagens 1, 2, e 3.

**Tabela - 5** Item nº. 4 - Explique o que significa para você esta frase. "Tomo em média três copos de água por dia".

Níveis de Resposta	Quant.
(1) Não respondeu/Deixou em branco/	0
(2) Abstração:.	12
(3) Aplicação:	0
(4) Compreensão:	0
<b>Total</b>	<b>12</b>

Fonte: Questionário da pesquisa direta

**Tabela - 6** Item nº. 7 - Maria e Pedro dedicam uma média de 8 horas cada fim de semana para fazer esporte. Outros 8 professores dedicam cada semana uma média de 4 horas fazendo esporte. Qual é o tempo médio de horas que fazem esportes cada fim de semana os 10 estudantes?

Níveis de Resposta	Quant.
(1) Não respondeu/Deixou em branco/	0
(2) Abstração:.	2
(3) Aplicação:	6
(4) Compreensão:	4
<b>Total</b>	<b>12</b>

Fonte: Questionário da pesquisa direta

**Tabela - 7 Item nº. 8. Considere os seguintes valores em reais dos salários recebidos por 10 funcionários de uma empresa, 100,00; 1.200,00; 1.200,00; 1.220,00; 1.250,00; 1.250,00; 1.250,00; 1.250,00; 1.260,00; 45.000,00. Que medida de tendência central expressaria melhor a situação salarial desses funcionários? a) Que medida de tendência central expressaria melhor a situação salarial desses funcionários?**

Níveis de Resposta	Quant.
(1) Não respondeu/Deixou em branco/	1
(2) Abstração:.	0
(3) Aplicação:	9
(4) Compreensão:	2
<b>Total</b>	<b>12</b>

Fonte: Questionário da pesquisa direta

Esses resultados demonstram, objetivamente, que os professores possuem uma carência de compreensão sobre o conceito de medidas de tendência central e muitas das indicações das respostas têm a ver com uma dificuldade de visão sobre o conteúdo e sua abordagem nas disciplinas de um modo mais geral. No entanto, esses conceitos de alguma maneira, são vistos nos livros didáticos, o que demonstra a importância que as lições dos livros didáticos dedicam ao tema, cuja profundidade de apresentação muitas vezes não teve maior presença como conteúdo. Estas discussões se desenvolveram no capítulo 2 deste estudo, quando destacamos o papel do livro didático como instrumento fundamental para perpetuar o ensino e a aprendizagem da estatística. Enfim, são referências importantes de consultas para que os professores se apropriem dos conteúdos de estatística com segurança.



IMAGEM 1 - RESPOSTA DO PROFESSOR

1- Como você conceitua ou define média aritmética?

Média Aritmética de "n" números  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ,  
 é o número  $\bar{x}$  tal que: 
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Transcrição da resposta: Média aritmética de "n" números  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ,  
 é o número  $\bar{x}$  tal que:  
 $\bar{x} = x_1, x_2, x_3, \dots, x_n / n$

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

IMAGEM 2 - RESPOSTA DO PROFESSOR

7-Maria e Pedro dedicam uma média de 8 horas cada fim de semana para fazer esporte. Outros 8 estudantes dedicam cada semana uma média de 4 horas fazendo esporte. a) Qual é o tempo médio de horas que fazem esportes cada fim de semana os 10 estudantes?

$$M_o = \frac{8 \times 2 + 4 \times 8}{10} = \frac{16 + 32}{10} = \frac{48}{10} = 4,8$$

Transcrição da resposta:  $M_o = 8 \times 2 + 4 \times 8 / 10 = 16 + 32 / 10 = 48 / 10 = 4,8$

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

IMAGEM 3 - RESPOSTA DO PROFESSOR

7-Maria e Pedro dedicam uma média de 8 horas cada fim de semana para fazer esporte. Outros 8 estudantes dedicam cada semana uma média de 4 horas fazendo esporte. a) Qual é o tempo médio de horas que fazem esportes cada fim de semana os 10 estudantes?

$$\frac{2 \cdot 8 + 8 \cdot 4}{8 + 2} = \frac{48}{10} = 4,2 \text{ horas}$$

Transcrição da resposta:  $2 \cdot 8 + 8 \cdot 4 / 8 + 2 = 48 / 10 = 4,2$  horas

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

Em seguimento aos exames das respostas que apontaram os professores sobre os itens 1, 2 e 3 do questionário referente à interpretação e reconhecimentos sobre as medidas de tendência central, foi possível observar que a maioria dos professores não consegue fazer ilações a respeito do que é a medida de tendência central. Esta constatação se confirma quando se analisa exclusivamente o significado teórico do objeto matemático - média aritmética. Fica evidenciado que o professor, apesar de possuir alguma noção, no entanto não consegue, na maior parte das vezes, elaborar uma justificativa plausível do seu uso e reconhecimento como medida.

Outra constatação refere-se aos professores que não compreendem razoavelmente o conceito, a propriedade e a representatividade da medida, o que se observa nas respostas do estudo apresentada nas imagens 2, 4 e 5. No entanto, confirma-se uma evidente lacuna de conhecimento e entendimento mais conciso sobre média aritmética.

Estes resultados induzem as deduções, que se relacionam com a visão dos pressupostos da pesquisa. Dentre eles, a de que os professores, de modo geral, não associam a média aritmética às situações problemas, como se apresentam nos itens 1 e 4 do questionário e, no exemplo das imagens 4 e 5 (a seguir), que corroboram com as respostas de dois professores selecionados do grupo para esta análise.

IMAGEM 4 - RESPOSTA DO PROFESSOR

1- Como você conceitua ou define média aritmética?

*somatório de n termos de um evento dividido pelo número de termos deste evento*

Transcrição da resposta: Somatório de n termos de um evento dividido pelo número de termos deste evento.

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

IMAGEM 5 - RESPOSTA DO PROFESSOR

4- Explique o que significa para você esta frase. "Tomo em média três copos de água por dia".

Significa que aproximadamente uma ocorrência de três copos por dia de água.

Transcrição da resposta: Significa que aproximadamente uma ocorrência de três copos por dia de água.

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

Por outro lado, as dificuldades na aplicação do conceito sobre média aritmética podem ser vistas em outras situações como nas respostas das questões 7, 8 e 9, que exigem a interpretação do algoritmo da média aritmética, que foram representadas, anteriormente, nas tabelas 6, 7 e 8, que indicam os resultados apurados nos questionários.

No entanto, quando analisadas outras dimensões das respostas, os resultados também não apresentam um nível considerado suficiente, apesar das muitas situações em que a maioria dos professores, 10 pelo menos, reconhecem e interpretam a aplicação do conceito de média quando se deparam com a noção de frequência (tabela 6). Porém, nos casos em que se exigem interpretação e aplicação da propriedade (tabela 8), a maioria não intrepetra o que leva a entender que não existe, entre os professores, o entendimento sobre o que representa o conceito de medida. Ou seja, deduz-se que o conhecimento sobre o conceito das medidas e de estatística não confere com os conteúdos que se

apresentam nos livros didáticos e nos programas curriculares das disciplinas. Temos, então um vácuo no que representa a dimensão institucional e pessoal sobre o conhecimento destes conteúdos de estatística do 3º ano do ensino médio da educação básica.

Entende-se que muitas dessas situações advêm das condições de formação dos professores, considerando que a maioria possui, em média, 14 anos de formação e não experimentou as alterações propostas nos últimos 10 anos para o currículo da formação específica na graduação e nos cursos da educação básica, tema discutido no capítulo 2 desta tese. Portanto, há uma carência na formação e, por sua vez, na adequação do currículo que, nos últimos anos, foi reformulado em muitos aspectos dos seus conteúdos para adaptar o ensino da estatística à educação básica e, em muitos pontos, sobre formação dos professores, conforme discutido no capítulo 1 desta tese. Nota-se, contudo, que a temática da estatística têm provocado muitos estudos, como cita Batanero (2000). Outro aspecto que se deve levar em conta e mereceu atenção no questionário diz respeito à exploração de questões da vida real. Considerando que a estatística é, hoje, uma necessidade do cotidiano dos indivíduos, exige-se uma aplicação mais razoável como contribuir com a melhoria da aprendizagem dos estudantes (Civil, 1992) e (Diez, 2002).

Essa condição de importância para o ensino e a aprendizagem da estatística deve motivar a contextualização de muitas situações que se apresentam nos currículos da educação básica e potencializar o

entendimento sobre os conteúdos de outras disciplinas, que podem ser explorados em combinação com a estatística. Por conseguinte, professores e estudantes podem desfrutar de mais ambientes e condições para reconhecer e aplicar tais conteúdos na atualidade, de sorte a enriquecer a aplicação da estatística nas várias áreas do conhecimento, Ramos e Font (2006).

Outros cenários observados nos dados da pesquisa tratam do significado epistêmico – citados nos estudos de Godino e Batanero (1994) e Godino, Batanero e Font (2007), cujo estudo teve o sentido de averiguar a respeito dos aspectos da interpretação que sugerem medir o comportamento demonstrado nas situações em que se examinam as respostas dos professores sobre a interpretação dos conceitos, seu sentido e o modo como denotam a existência de habilidade sobre as operações, e uso de diferentes notações e símbolos elementos ostensivos<sup>3</sup>. Todavia, observa-se dos professores o pouco domínio do conhecimento do conteúdo e dos conceitos específicos, ou seja, não há presença de características dos elementos intensivos<sup>4</sup>, que, na maioria

---

<sup>3</sup>Ostensivo – não ostensivo. Entendemos por ostensivo qualquer objeto que é público e que, portanto, pode ser mostrado a outro. Os objetos institucionais e pessoais têm uma natureza não ostensiva (não perceptíveis por si mesmos). *Acta Scientiae*, v.10, n.2, jul./dez. 2008. Entretanto, qualquer destes objetos é utilizado nas práticas públicas através de seus ostensivos associados (notações, símbolos, gráficos). Esta classificação entre ostensivo e não ostensivo é relativa ao jogo de linguagem em que participam. O motivo disto é que um objeto ostensivo pode ser também pensado, imaginado, por um sujeito ou estar implícito no discurso matemático (por exemplo, o sinal de multiplicar na notação algébrica). (Godino, Batanero e Font, 2008, vol.10, n.1)

<sup>4</sup>Extensivo-intensivo (exemplar-tipo). Um objeto que intervém em um jogo de linguagem, como um caso particular (um exemplo específico pode ser apresentado pela função  $y = (2x + 1)$  e uma classe mais geral (por exemplo, a família de funções  $y = (mx + n)$ ). A dualidade

dos casos, esperava-se constatar quando diante dessas relações com as medidas ou com os dados de um modo geral, que, segundo Contreras e colab. (2005), é factível de ocorrer quando diante de casos em que se faz interpretação e consistência de dados. Isso é notado no momento em que ocorre a análise mais detida das respostas desses professores tabela 8, tabela 9 e tabela 10.

**Tabela - 8 Item nº. 9 - Três carpinteiros tomaram cada um três medidas da largura de uma porta, obtendo cada um deles as seguintes medidas: Carpinteiro I: 73 cm, 72,8 cm, 72,7 cm: Carpinteiro II: 72,7 cm, 72,9 cm, 73,1 cm: Carpinteiro III: 73,2 cm, 73 cm, 73,1 cm. Se a porta a ser feita tem que ter uma folga de 2 mm a cada lado do marco. Qual deve ser a largura dessa porta?**

Níveis de Resposta	Quant.
(1) Não respondeu/Deixou em branco/	2
(2) Abstração:.	9
(3) Aplicação:	1
(4) Compreensão:	0
<b>Total</b>	<b>12</b>

Fonte: Questionário da pesquisa direta

Nesta parte da análise compreende-se que os professores muitas vezes possuem pouco entendimento e domínio dos aspectos conceituais

---

extensivo-intensivo é utilizada para explicar uma das características básicas da atividade matemática: o uso de elementos genéricos (Contreras et al., 2005). Tal dualidade permite centrar a atenção na dialética entre o particular e o geral, que, sem dúvida, é uma questão-chave na elaboração e na aplicação do conhecimento matemático. “A generalização é essencial, porque distingue a criatividade matemática da conduta mecanizável ou algorítmica (Otte, 2003, p.187). (Godino, Batanero e Font, 2008, vol.10, n.1).

e discursivos acerca do conceito de média aritmética. Portanto, deduz-se que há um indicativo de carência de conhecimentos empíricos da relação da matemática com outras ciências, a exemplo da estatística. Todavia, se possível inferir, a partir das respostas, que a maioria dos professores participantes deste estudo pode reconhecer, em alguma ocasião, o significado do conceito de média aritmética.

Existe possibilidade de ocorrer conhecimento casual vivenciado pelo professor que não pode ser descartado, já que é considerado um entendimento sistêmico e pessoal e está presente quando lhe é sugerido resolver problemas do cotidiano, ou no momento em que se põe em jogo uma prática matemática, em que ele é exposto a problemas concretos de significado pessoal<sup>5</sup>, ou, ainda no reconhecimento de uma situação problema de significado institucional<sup>6</sup>. Godino e Batanero (1994) e Godino e Font (2007), em seus estudos, procuram apresentar

---

<sup>5</sup>Objeto personal – Nuestra teorización no se limita al estudio de los objetos institucionales, sino que nos interesamos por la comprensión de los sujetos, en particular por la de los Estudiantes en una institución escolar y la forma en que ellos construyen su conocimiento. Desde nuestro punto de vista, el carácter progresivo de la construcción de los objetos en la ciencia tiene su paralelismo en el aprendizaje del sujeto y en la comprensión gradual de nuevas ideas matemáticas.

<sup>6</sup>Objeto institucional – En el ejemplo de la mediana es claro que el objeto matemático es un ente abstracto que emerge progresivamente del sistema de prácticas socialmente compartidas, ligadas a la resolución de cierto campo de problemas matemáticos. Tomamos en nuestro trabajo La idea de emergencia de (Morin, 1977), para qui em los productos globales de la actividad de un sistema tienen cualidades propias, que retroactúan sobre las actividades mismas del sistema del que se vuelven inseparables.



um entendimento sobre os aspectos do significado pessoal e institucional.

Seguindo este juízo, foi possível verificar que há um esforço, por parte dos professores, para desenvolverem raciocínios na tentativa de construir uma solução para os itens que lhes foram propostos no questionário. Esta situação que foi possível deduzir nas respostas dos itens 7 e 9 do questionário, demonstradas nas respostas dos professores, representadas nas imagens 2, 3 e 5, referentes às soluções sobre medidas de tendência central e média aritmética.

**Tabela - 9 Item nº. 11- A partir de uma amostragem, foi possível selecionar durante o mês de setembro de 2001 as seguintes quantidades de chamadas telefônicas recebidas por dia pela telefonista: 133; 199; 155; 177; 166; 166. Com o intuito de medir o nível das chamadas telefônicas, que medida de tendência central é mais apropriada para fazer este estudo.**

Níveis de Resposta	Quant.
(1) Não respondeu/Deixou em branco/	1
(2) Abstração:.	7
(3) Aplicação:	2
(4) Compreensão:	2
<b>Total</b>	<b>12</b>

Fonte: Questionário da pesquisa direta

Tabela - 10 Item nº. 16. Que significado tem para você a noção de Esperança Matemática?

Níveis de Resposta	Quant.
<u>(1) Não respondeu/Deixou em branco/</u>	1
<u>(2) Abstração:</u>	8
<u>(3) Aplicação:</u>	1
<u>(4) Compreensão:</u>	2
<b>Total</b>	<b>12</b>

Fonte: Questionário da pesquisa direta

IMAGEM 6- RESPOSTA DO PROFESSOR

9- Três carpinteiros tomaram cada um três medidas da largura de uma porta, obtendo cada um deles as seguintes medidas:

Carpinteiro I: 73 cm, 72,8 cm, 72,7 cm:  
 Carpinteiro II: 72,7 cm, 72,9 cm, 73,1 cm:  
 Carpinteiro III: 73,2 cm, 73 cm e 73,1 cm.

Se a porta a ser feita tem que ter uma folga de 2 mm a cada lado do marco, qual deve ser a largura dessa porta?

I) 72,83  $c_1 = 73 - 72,8 = 0,04 \rightarrow cm = \frac{0,04 + 0 + 0,01}{3} = 0,016$   $sc = 0,12$   
 II) 72,90  $72,8 - 72,8 = 0$   
 III) 73,10  $72,7 - 72,8 = 0,01$

$c_2 = 72,7 - 72,3 = 0,04 \rightarrow cm = \frac{0,04 + 0,04 + 0,04}{3} = 0,13 = 0,036$   $sc = 0,16$   
 $72,9 - 72,9 = 0$   
 $73,1 - 72,9 = 0,04$

$c_3 = 73,2 - 73,1 = 0,01 \rightarrow cm = \frac{0,01 + 0 + 0,01}{3} = 0,026$   $sc = 0,067$   
 $73,0 - 73,1 = 0,01$   
 $73,1 - 73,1 = 0$  **R: 72,7 cm**

Transcrição da resposta

I) 72,83  $c_1 - 73 - 72,8 = 0,04 \rightarrow cm = 0,04 + 0 + 0,01/3 = 0,016$   $x = 0,12$   
 II) 72,90  $72,9 - 72,9 = 0$   
 III) 73,10  $72,7 - 72,08 = 0,01$

$c_1 - 72,7 - 72,3 = 0,01$   $cm = 0,04 + 0,04/3 = 0,08/3 = 0,026$   $x = 0,16$   
 $72,9 - 72,9 = 0$   
 $73,1 - 72,9 = 0,04$

$c_3 - 73,2 - 73,1 = 0,01$   $cm = 0,01 + 0 + 0,01/3 = 0,067$   
 $73,0 - 73,1 = 0,01$   
 $73,1 - 73,1 = 0$  **R: 72,7**

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

Nesse contexto foi possível notar como aconteceu a aplicação dos cálculos, bem como o uso dos algoritmos, que possibilitaram alcançar os resultados, apesar de que, em muitas das operações elaboradas, elas não corresponderam à solução de fato do problema ou exercício. Essa situação ocorreu em muitos casos analisado, em que os professores reconheceram, em algum momento, parcialmente, os conteúdos de estatística. Todavia, não chegam a uma solução correta e completa do problema. Portanto, confirma-se que existem dificuldades dos professores em resolver, em sua totalidade, os itens propostos, sendo condição favorável aos pressupostos de investigação discutidos no capítulo 2 desta tese. Esta visão é compartilhada por Ball, Lubienski e Mewborn (2001), quando observam que é papel do professor observar as escolhas e o que faz o aluno, bem como organizar as representações das ideias matemáticas no momento em que selecionam os itens nos livros didáticos ou determinam as possíveis tarefas e modos de ação.

Isso nos leva a acreditar, que há um prejuízo evidente para a didática do ensino e da aprendizagem da estatística e, em particular, para conteúdos que foram explorados no questionário sobre as medidas de tendência central. Isso nos leva a acreditar que pode haver uma dificuldade, em algum momento, na linha de pensamento do indivíduo. Entretanto, não podemos afirmar que existem claros indícios de uma falta de entendimento, aptidão, formação e até, muitas das vezes, desconhecimento sobre esses conteúdos, como foi possível identificar claramente nas sequências das respostas dos itens respondidos pelos

professores. As situações são verificáveis quando se analisam as respostas das questões mais gerais sobre as medidas de tendência central, como nos itens 8 e 11, ilustrados com um recorte das respectivas respostas (imagens 7 e 8).

IMAGEM 7 - RESPOSTA DO PROFESSOR

8- Considere os seguintes valores em reais dos salários recebidos por 10 funcionários de uma empresa, 100,00; 1.200,00; 1.200,00; 1.220,00; 1.250,00; 1.250,00; 1.250,00; 1.250,00; 1.260,00; 45.000,00. Que medida de tendência central expressaria melhor a situação salarial desses funcionários?

*moda = 1250,00*

Transcrição da resposta: moda = 1250,00

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

IMAGEM 8 - RESPOSTA DO PROFESSOR

11- A partir de uma amostragem, foi possível seleccionar durante o mês de setembro de 2001 as seguintes quantidades de chamadas telefónicas recebidas por dia pela telefonista: 133; 199; 155; 177; 166; 166. Com o intuito de medir o nível das chamadas telefónicas, que medida de tendência central é mais apropriada para fazer este estudo. Justifique.

*- Variância -*  
*Medida de dispersão por que alguns valores ficam próximos da média, outros se afastam.*

Transcrição da resposta: - Variância -  
- Medida de dispersão por que alguns valores ficam próximo da média, outros se afastam.

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

Ficam demonstradas as dificuldades dos professores na resolução dos itens do questionário referentes ao conteúdo medidas de tendência central. Este fato traz à tona as discussões sobre a importância destes conteúdos e apresenta um problema que necessita de maior discussão, considerando que estes pontos integram os programas das disciplinas do 3º ano do ensino médio da educação básica.

#### **5.4.1. Conclusão da análise descritiva**

Enfim, por meio das respostas do questionário aplicado, nesta parte do estudo obteve-se uma primeira impressão, em que se verificou a descrição simples do conhecimento e o domínio que têm os professores pesquisados a respeito da estatística utilizada no currículo do 3º ano do ensino médio da educação básica. Nesta visão, o objetivo foi alcançado, pois conseguiu-se observar aspectos do entendimento do professor sobre a estatística, sua visão das medidas de tendência central, e em particular, o conceito de média aritmética. Contudo, ficou claro, que há problemas de conhecimento de pontos deste conteúdo e dos conceitos discutidos no questionário. Em estudos sobre a formação de professores de estatística são apontadas tais necessidade de superar estas dificuldades como cita Batanero (2000, pp. 41-58):

Esto es un motivo de preocupación em el caso de la estadística, puesto que em el estudio conjunto se

evidenciaron problemas em la formación recibida por los docentes, además de la carencia de actualización y capacitación en estadística, sobre todos los de Educación Primaria, que no han tenido una formación específica em la materia. Esta falta de formación se traduceen que algunos futuros profesores muestran errores que podrían transmitir a sus estudiantes.

É importante que se registre a necessidade de uma formação consistente do professor, apoiada na elaboração de livros didáticos das disciplinas da educação básica, tomando como base os Planos Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNM, de 1999.

Em uma fase seguinte desta pesquisa dicou-se a examinar as referências teóricas deste estudo, e os elementos que compôs as discussões, que se complementam com os dados concretos sobre o papel do professor. Neste momento buscou-se conduzir as interpretações sobre o significado do objeto pessoal e institucional referido por Godino e Batanero (1994) e, assim, aproximar a análise ao marco teórico da investigação, que se baseia no enfoque da ontonsemiótica (EOS).

O uso da teoria do EOS foi importante nas discussões, pois trouxe contribuições e pontos de vista para o desenvolvimento da análise sobre aspectos teóricos que se apresentam nas discussões de ensino e aprendizagem, a partir da visão que aponta os estudos de Godino, Batanero e Font (2007), que abordam a temática de um modelo unificado da cognição e instrução matemática. Sendo assim, esse foi um

passo importante porque colaborou para que se tornasse possível desenvolver com mais afinidade a análise sobre os aspectos que envolveu a presença do professor, aspectos do ensino e da aprendizagem e os conteúdos de estatística. Nesta perspectiva é que se segue discutido com mais detalhes o item 1 do questionário, que trata, especificamente, do conceito de média aritmética.

### **5.5. ANÁLISE ESTATÍSTICA NÃO PARAMÉTRICA DO QUESTIONÁRIO**

Para esta parte da análise sobre os itens dos questionários respondidos pelos professores, recorreu-se ao método estatístico que melhor se aproximasse da realidade dos dados coletados, sendo considerada a característica, a singularidade do estudo e a peculiaridade das informações do questionário. Este foi composto por questões abertas e restritas ao conhecimento do professor sobre as medidas de tendência central. Por conta dessas peculiaridades, escolheu-se um método de análise estatística que contemplasse aspectos importantes definidos no estudo.

Em uma primeira etapa desta parte do estudo a preocupação inicial foi com as respostas dos 19 itens do questionário respondido pelos professores sobre questões específicas que se referem as medidas de tendência central. Assim, havia uma expectativa favorável quanto às respostas, porém não se descartava a possibilidade de distorções capazes de influir nas análises, mesmo em se tratando de questionário elaborado com perguntas estruturadas sobre um tema específico, que

teve o propósito de entender a visão que tem o professor sobre estatística, suas medidas e a perspectiva de ensino,

No quadro 3, a seguir, podemos observar um resumo das perguntas e a apuração dos valores padronizados aferidos nas respectivas respostas, segundo suas relações com os níveis de acertos dos professores nos quesitos da pesquisa.





**QUADRO3- VALORES ALCANCADOS PELOS ITENS NAS RESPOSTAS DOS PROFESSORES POR DISCIPLINAS SEGUNDO O CONHECIMENTO DA QUESTÃO**

Conhecimentos Avaliados por Questão	Questionário													
	1	2	3	9		4	5	6	7	8	10	11	12	
	Fis	Fis	Qui	Bio	Média	Mat	Mat	Mat	Mat	Mat	Mat	Mat	Mat	Média
1. Conceituação de média.	3	3	4	4	3,5	4	3	4	3	4	4	3	4	3,6
2. Conceituação de moda.	3	3	4	4	3,5	4	3	4	3	4	4	3	4	3,6
3. Conceituação de mediana.	3	3	4	4	3,5	3	3	4	3	4	4	3	4	3,5
4. Média como valor representativo de um conjunto de dados.	2	2	2	2	2,0	2	2	2	2	2	2	2	2	2,0
5. Situação capaz de representar o espaço amostral, frequência, porcentagem e algorítmico da média	3	3	2	4	3,0	2	4	2	3	1	2	2	2	2,3
6.1. Reconhecimento de um grupo de valores que represente melhor os dados.	3	3	3	3	3,0	3	3	2	2	2	2	2	2	2,3
6.2. Reconhecimento de uma medida de tendência central e sua representação por meio de símbolos e gráficos.	2	2	2	2	2,0	2	2	2	2	3	3	2	4	2,5
7. Procedimento de cálculo e uso de algoritmo na resolução de problemas sobre a média com diferentes tipos de dados.	3	2	3	4	3,0	4	3	4	3	2	3	3	4	3,3
8. Reconhecimento da medida de tendência central que melhor representa o conjunto de dados em função da situação problema.	3	1	3	4	2,8	3	3	3	3	3	3	3	4	3,1
9. Cálculo da média aritmética e da média das médias.	2	1	2	3	2,0	2	2	2	2	1	2	2	2	1,9
10.1. Reconhecimento da medida de tendência central que melhor representa o conjunto de dados em função da situação problema.	2	1	3	3	2,3	2	2	2	2	2	2	3	2	2,1
10.2. Justificativa do uso das medidas (média, moda e mediana) fazendo uso de algoritmos .	2	1	2	3	2,0	2	2	2	2	2	3	4	2	2,4
10.3. Reconhecer na representação gráfica qual a medida melhor representa aos dados.	2	1	1	3	1,8	2	2	2	2	1	1	2	2	1,8
11.Indicação de um valor provável da média	2	1	2	4	2,3	2	2	2	2	2	3	3	4	2,5
12.Reconhecer que a estatística tem capacidade de utilizar relações matemáticas com outras áreas da ciência .	3	3	3	4	3,3	3	3	4	3	3	4	3	4	3,4
13.Importância da média aritmética na interpretação de conteúdo de outras disciplinas.	2	2	3	4	2,8	3	3	4	3	3	4	4	4	3,5
14.O pensamento sobre o papel e a importância da matemática na resolução de problema de outras ciências.	3	3	3	4	3,3	3	3	3	3	3	4	4	2	3,1
15.Visão crítica sobre o desempenho e a interpretação da utilização das medidas de tendência central.	2	2	2	4	2,5	3	3	3	3	3	4	4	3	3,3
16.Relações entre esperança matemática como modelo de média aritmética em situações teóricas. Por exemplo tipo de distribuição.	2	3	2	4	2,8	2	2	2	2	2	2	4	1	2,1

1 - Não Respondeu

2 - Abstração: Síntese abaixo do esperado

3 - Aplicação: Síntese mediana, acertou mas não explicou

4 - Compreensão/Conhecimento: Síntese com exploração, acertou a questão

Fis - Professor de Física

Qui - Professor de Química

Bio - Professor de Biologia

Mat - Professor de Matemática

Fonte: Dados da Pesquisa do Autor

Os resultados aferidos foram categorizados ou tiveram definida uma padronização, nas respostas, a partir da visão proposta pelo teste estatístico não paramétrico. Assim, considerando o conjunto de respostas apuradas nos questionários foi possível conhecer aspectos quantitativos sobre o conhecimento de média aritmética, apontado pelos professores. A apropriação destas informações possibilitou uma análise de maior precisão sobre os dados e seguiu as orientações propostas na metodologia desta pesquisa, tendo a preocupação de respeitar o papel definido pelo questionário no capítulo 4.

Esta iniciativa proporcionou avaliar cada item e as respectivas réplicas dos professores no questionário, o que resultou na elaboração de tabelas contendo as respostas, que foram enquadradas em 5 categorias, ou níveis, distribuídos em: (1) Não respondeu/Deixou em branco; (2) Abstração; (3) Aplicação; (4) Compreensão/Conhecimento. As informações obtidas a partir da categorização permitiram desenvolver as primeiras análises e impressões sobre o estudo. Essas iniciativas tornaram fundamentais as definições da seleção dos itens que melhor refletissem a realidade do estudo, levando em conta as particularidades da pesquisa, seus objetivos e a relação de afinidade com os pressupostos da investigação, definidos na metodologia, apresentados no capítulo 4 desta tese.

Esta preocupação se afirma no diálogo com os dados, distinguindo e identificando as situações da pesquisa que melhor coadunam com as questões, que foram escolhidas e definidas nas linhas metodológicas

propostas para o estudo. Portanto, muitas das reflexões desse estudo foram possíveis a partir dos resultados estatísticos que aconteceu, a partir da interação com as informações iniciais sobre os professores e no momento dos estudos preliminares. Contudo, essa definição possibilitou reconhecer, no conjunto dos questionários, 2 grupos de professores importantes para organizar a análise estatística e para fundamentar o entendimento das relações entre os itens que formaram os dois grupos de professores. A constituição dos grupos foi organizada da seguinte forma: professores de matemática e professores de outras disciplinas (física, química e biologia), ambos com semelhanças e característica próximas, como a média de idade. Por outro lado, nos resultados das análises estatísticas, não há indicação de diferenças significativas em algumas relações entre os grupos, nem nas respostas dos itens.

Esta parte do estudo teve o objetivo de buscar, uma análise estatística, que tivesse alguma prova de teste e atendesse aos requisitos do plano de pesquisa e, melhor se adaptasse ao perfil dos dados. Este por sua vez, atraiu como referência o campo das ciências comportamentais, ou seja, aplica-se neste estudo um teste de afinidade que fez uso de uma prova não paramétrica (Siegel, 1975, Não Paramétrica para Ciências do Comportamento):

As técnicas não paramétricas de provas de hipóteses são particularmente adaptáveis aos dados das ciências

comportamentais. As duas designações alternativas frequentemente dadas a essas provas sugerem duas razões para sua adaptabilidade. Tais provas chamam-se a miúdo “distribuição livre”, e um de seus méritos é que ao aplicá-las, não é necessário fazer suposições sobre a distribuição da população da qual tinham sido extraído os dados para análise, por exemplo, se a distribuição da população é normal etc.

Tais fatos são a confirmação das análises preliminares do estudo, que apontam, nas primeiras impressões analíticas, a dificuldade dos professores em responder a alguns itens com a devida clareza. No entanto, foram selecionados alguns desses itens e desenvolvido o teste do qui-quadrado para se ter outra visão dos resultados descritivos.

Reconhece-se então como fundamental, o uso do teste de Friedman, que é indicado na maioria dos casos, quando o tratamento de dados aceita quantificação, ou seja, suas medidas podem ser ordenadas (classificadas ou colocadas em fila), as provas são identificadas como provas de ordenação, as técnicas não paramétricas, têm proveito nos tratamentos de dados não exatos do ponto de vista numérico, apresentados em postos ou números de ordem, localizadas em uma escala de medidas arbitrárias. Os procedimentos estatísticos não paramétricos são aplicados muitas vezes em casos de difícil quantificação.

Este método estatístico tem demonstrado sua relevância por detectar diferenças entre grupos pesquisados, desde que satisfeitas as

suposições definidas sobre os dados, formulado na elaboração cuidadosa do problema. Essas definições são exigidas para que se tenha maior critério na precisão da coleta dos dados. Assim, o teste foi aplicado para aferir estas peculiaridades nas respostas do questionário, tanto nas situações comuns, como nas divergentes, e leve em conta que as técnicas não paramétricas são sempre utilizadas quando temos estudos de menor robustez e pequeno número da amostra (SIEGEL, 1975).

A proposta de análise de dados considerou, em uma primeira fase, a inclusão de todos os itens. Foram selecionadas questões que tivessem afinidade com a particularidade do estudo e associação entre o conceito, como observado na tabela 11, que trata das propriedades, e características da média aritmética. Buscou-se medir algumas dimensões específicas das relações entre as variáveis, como a existência de uma relação entre o conhecimento dos professores de matemática e de outras disciplinas, sobre média aritmética. Inicialmente foram analisados todos os itens, ou seja, as 19 questões do questionário que se aplicou aos professores.

Para comparar as variáveis mensuradas no teste não paramétrico de Friedman, em todas as circunstâncias, adotamos o erro alfa ( $\alpha$ ) foi de 5%,  $\alpha = 5\%$ . ( $P \leq 0,05$ ). Esta fase do estudo teve como objetivo verificar a diferença estatística dos respectivos níveis de acerto entre os grupos dos matemáticos e de outras disciplinas.

Com a aplicação do teste de Friedman, obteve-se um  $X^2$  de 0,84, inferior ao  $X^2$  tabelado de 3,84, concluindo-se não haver diferença estatisticamente significativa entre os dois grupos estudados. Em uma

segunda fase, foram selecionados os itens com maior afinidade em relação ao conceito de média aritmética e que atendiam a uma expectativa de resposta com relação aos conhecimentos sobre as medidas. Desta forma, foram selecionados os seguintes itens 1, 4, 7, 9, 11, 13 e 16, que melhor apresentaram nas respostas as características sobre os aspectos inerentes ao conhecimento de estatística e do conceito de média nas discussões sobre os objetivos neste estudo.

Para este caso, também utilizando do método não-paramétrico de Friedman, e com  $\alpha=0,05$ , obteve-se um  $X^2$  de 0,54. O  $X^2$  tabelado para  $n = 7$  e  $\alpha = 0,052$  é de 6,0, de onde se conclui não haver diferença estatística nos níveis de acerto entre o grupo de matemáticos e o grupo de outras disciplinas.

O teste de hipótese de Friedman foi aplicado para medir a existência de diferenças entre o grupo de professores de matemática e de outras disciplinas. Para este estudo, incorporou-se a totalidade dos itens do questionário, e os resultados dos testes de hipóteses indicaram a não existência de diferenças relevantes entre os grupos (professores de matemática e de outras disciplinas).

No caso do grupo com os 19 itens, o teste com a totalidade dos itens demonstrou que os professores de matemática e de outras disciplinas comprovam possuir iguais conhecimentos sobre as medidas de tendência central de um modo geral, ou seja, há afinidade de conhecimento sobre o como interpretam o conceito de média aritmética. Confirma-se então, que não há diferenças entre os grupos de professores. O mesmo grupo de

professores foi analisado e a eles aplicado o teste de Friedman, porém com a seleção, de apenas 7 itens (1, 4, 7, 9, 11, 13 e 16), que faziam referência direta aos conceitos de média aritmética, portanto, aspectos que sintetiza a preocupação discutida no marco teórico desta tese no capítulo 3, que trata da estruturas e objetivos do estudo. No caso, prevalecem os resultados dos testes que indicam, também, não haver diferenças entre as respostas dos dois grupos – professores de matemática e de outras disciplinas – sobre o conhecimento do conceito de média.

As análises se ativeram ao uso do teste de Friedman para verificar a existência de hipótese de nulidade, que as unidades pesquisadas (grupos de professores) tivessem sido extraídas da mesma população. Por outro lado, observou-se se havia diferenças com relação às respostas e aos respectivos níveis de acertos, ou se estes acertos são provenientes do acaso. Conseqüentemente, neste estudo inferencial, a partir de teste não paramétrico, foram observadas as características das respostas dos itens do questionário, que foram utilizados e permitiram elaborar as análises estatísticas não paramétricas, cujos resultados foram apresentados nesta parte da discussão e trouxeram mais elementos para formar uma visão a respeito do entendimento dos professores sobre o conceito de média aritmética.

## **5.6. RELAÇÃO ENTRE A TIPOLOGIA DAS RESPOSTAS COM ELEMENTOS DA CONFIGURAÇÃO**

Nesta etapa do estudo analisou-se o questionário aplicado ao professor, tendo como interesse medir os níveis de respostas e observar a relação com os elementos da configuração didática. Em estudos de Pino-Fan, Godino e Font (2013), observa-se a possibilidade de trabalhar a compreensão do conteúdo de estatística e o objeto institucional, tendo a preocupação de entender como ocorre e se analisa o ensino, a aprendizagem e aspectos dos conteúdos.

É parte do esforço analítico obter uma visão detalhada a respeito das respostas que são apresentados e como se organiza o conceito de média. Espera-se, então, uma idéia que pode fundamentar o conhecimento teórico para uma análise a partir do enfoque ontosemiótico EOS. Nesse sentido, é importante distinguir os aspectos das dimensões epistêmica, cognitiva e seus níveis de entendimento, segundo (Godino, Batanero e Font (2007) em seus estudos.

Assim, temos, no aspecto epistêmico, a referência ao significado institucional, que envolve os processos de ensino e os seus instrumentos pedagógicos e ao cognitivo, que tem o significado pessoal. Nesse caso, temos os professores, que são o foco desta parte do estudo e de onde origina a resolução dos problemas sobre estatística apresentados nos questionários, que envolveram a aprendizagem e prática matemática, a partir da visão do conteúdo de estatística descrito no currículo da educação básica e do conceito de média aritmética.

Nesta perspectiva é que se ponderou, nas apreciações sobre o domínio do professor a relação com os conteúdos de estatística



ensinados, tendo a preocupação com as lições das disciplinas do 3º ano do ensino médio. Portanto, era expectativa que o docente detivesse a noção e as condições de orientar o ensino e a aprendizagem dos conteúdos de estatística e do conceito de média aritméticas nas disciplinas da docência. Um ponto de vista que se acolhe, a partir do modelo de Conhecimento Didático Matemático, CDM (Godino, 2009), Pin-Fam, Godino e Font (2013), que se fundamenta na teoria do EOS.

Em outro momento destaca-se o desenvolvimento da análise qualitativa, que se pauta no exame das respostas, que sintetizavam os elementos da configuração didática (situações-problema, linguagem, conceitos, proposição, rocedimento e argumento) Font, Godino e Gallardo (2013). Observou-se o nível de respostas obtido nos questionários, que teve a preocupação de examinar como foi valorado e permitiu a aplicação dos critérios de enquadramento para cada solução do item do questionário, como proposto por (Marcos, 2007). Assim, construiu-se uma visão de enquadramento para cada resposta do questionário, combinado com as possíveis situações, em cada um, dos itens que eram explicados nas respostas. Portanto, foram adotadas nesta fase do estudo, as condições que permitissem conhecer outra forma de identificar o efeito da relação das respostas com os elementos e seus níveis, tendo em conta a resolução de problemas sobre medidas e o conceito de média aritmética. O apoio das ferramentas teóricas do EOS trouxe maior segurança e permitiram avaliar nos detalhes um conjunto de situações sobre o conhecimento dos professores, quando diante do

objeto matemático. Segundo Ortíz e Pastells (2015), essas situações permitem compreender a noção teórica que integram as possibilidades de análise do conhecimento matemático, de ensino e o modelo de aprendizagem.

Foi um dos focos desta parte do estudo a preocupação em reconhecer o entendimento do professor sobre o conteúdo específico de estatística. Portanto, definiu-se selecionar no questionário questões restritas às especificidades sobre média aritmética, tendo como objetivo ponderar aspectos relevantes da faceta cognitiva, considerando o significado pessoal do professor, segundo Pino-Fan, Godino e Font (2013), em seus estudos sobre EOS. No entanto, esta visão complementa-se com os aspectos atinentes aos testes, que definiram as condições de validade e consistência estatística para os itens selecionados e que foram discutidos e analisados a partir do Coeficiente de Fidedignidade e análise de consistência interna das questões do questionário citado no item 5.3, que tratou deste aspecto do estudo.

Os itens eleitos tiveram a preocupação de justificar uma relação que explicasse a importância do conteúdo média aritmética como essencial no conhecimento do professor. Assim, tomou-se como base, por exemplo, as seguintes características: 1) aquelas que exigissem o conhecimento comum do conteúdo (esse conhecimento refere-se ao entendimento geral e possuir condições de reconhecer o papel da média no contexto da disciplina ministrada pelo professor; 2) condição de solucionar problema simples sobre média; 3) importância deste

conteúdo nos programas das disciplinas da educação básica, tendo como papel fundamental o de ampliar o conhecimento e sua aplicação no cotidiano; 4) reconhecer uso de aspectos importantes do cognitivo na solução dos itens de diferentes formas e métodos de resolução. Neste sentido, desenvolveram-se análises distintas, apreciando os componentes dos objetos matemáticos observados no texto matemático (linguagem, conceito-definição, proposições, procedimentos, argumentos), sendo que foram valorados e relacionados com os 4 níveis (1- sem resposta; 2- abstração; 3- aplicação; 4- compreensão/conhecimento). Portanto, o uso dos níveis nas respostas teve como objetivo medir, nas respostas dos professores, a visão e o entendimento sobre os temas da estatística e do conceito de média aritmética. Construídas estas condições, foi então realizada uma análise qualitativa e quantitativa das respostas obtidas nas 7 questões, escolhidas para compor o conjunto dessa parte do estudo.

Com base nas argumentações que caracterizaram a definição desta parte do estudo é que se apresentaram as questões ou itens selecionados, que foram objeto de análise e discussão, bem como o conjunto dos seus resultados, tendo base nas especificidades de cada item do questionário.

Os resultados para cada um dos componentes estão sintetizados e representam a leitura objetiva da compreensão dos professores sobre os efeitos das respostas dos questionários. Neste sentido foi que se buscou entender o padrão da opinião demonstrada para cada resposta e sempre levando em conta os níveis e a relação com os critérios de

enquadramento, tendo a preocupação de alcançar o significado das opiniões dos professores e assim, retratam-se as afinidades entre os elementos e os respectivos níveis. É importante enfatizar que, em muitos casos, ocorreram o nível 1 - sem resposta, ausência de resposta e o nível 2 – abstração, que retratam uma dificuldade de resposta, o que possivelmente é a demonstração do desinteresse e falta de conhecimento ao declarar uma resposta convincente para a solução do problema.

*Item 1.*

A questão 1 teve como intenção explorar o conhecimento mais específico do conceito de média aritmética. No entanto, este item poderia gerar possibilidades de resposta que contemplassem vários aspectos da faceta da estatística e que são relevantes na resolução aplicação da situação problema, tendo na resolução as condições que facultam sugerir o uso de uma variedade de justificativas com solução, que indicam distintas representações gráficas, descrição verbal, fórmulas (Arteaga, Batanero, Cañadas e Gea, 2012), e permitindo condições para que se possam ter diferentes interpretações sobre o conceito de média.

*Item 4.*

A questão 4 tem a expectativa de se obter do professor uma visão de média em um contexto de subjetividade, uma vez que a utilidade da medida é de uso prático, muito comum nos dias atuais, e traz por vez a subjetividade. Além disso, esta questão não é um problema típico de atividade escolar e requer uma compreensão do objeto média aritmética, no seu uso no dia-a-dia pelos professores, pelo menos no seu sentido

coloquial, ou seja, não exige, obrigatoriamente, que a solução seja de um especialista de estatística, pois não se trata de uma questão especificamente sobre média. No entanto, sua solução poderia ter uma variedade de respostas.

*Item 7.*

A questão 7, este é um problema peculiar de estatística sobre média em que se solicita o cálculo da média, a questão não aventa a hipótese de uso de outra medida, pois o próprio enunciado deixa clara a medida a ser aplicada na questão. Portanto, está-se diante de um item de aplicação exclusiva da média aritmética, que exige do professor o reconhecimento e emprego do conceito de média como solução.

*Item 9.*

Esperava-se que os professores apresentassem conhecimento prévio, considerando que a situação problema traz um indicativo sobre uma propriedade da média aritmética.

*Item 11.*

Este teve como objetivo compreender se o professor, de uma forma simples, consegue interpretar e perceber a situação problema que trata da aplicação do conceito de média. Assim, exige-se que o professor seja intuitivo e crítico na determinação da medida de tendência central, que poderá representar o equilíbrio deste conjunto de dados. Portanto, é importante compreender que a média é uma medida de equilíbrio e a

satisfação, pois tem o papel de representar não só o centro do conjunto de dados, mas o seu entorno, na expectativa de estabilização numa tomada de decisão.

*Item 13.*

Busca entender se o professor reconhece a importância da média aritmética com a lição que poderá contribuir no alargamento de conhecimento, quando relacionado com outros conteúdos das disciplinas do 3º ano do ensino médio. Portanto, espera-se que haja, por parte do professor, sempre referências e conhecimento de estatística e, em particular, sobre o conceito de média aritmética para, orientar o ensino e a aprendizagem nas disciplinas que ministra com estes conteúdos.

*Item 16.*

Este item apresenta uma discussão sobre a expressão “*Esperança Matemática*” e o que ela representa no contexto da estatística. Neste sentido, procuro-se saber se há pluralidade no conhecimento do professor e, assim, entender se os professores, de um modo geral, reconhecem e aplicam outras demonstrações sobre média aritmética. Segundo Pin-Fan e outros, (2013), o conhecimento “debe incluir la pluralidad de significados del objeto, la diversidad de configuraciones de objetos y procesos inherentes a tales significados y las necesarias articulaciones inherentes entre los mismos” (Pino-Fan et al., 2013, pp. 1- 49).

Nos resultados das respostas dos itens dos questionários foram aferidas a demonstração sobre algum entendimento e conhecimento elementar dos professores a respeito da média aritmética. Assim, propôs-se considerar a necessidade de avaliar os efeitos que envolvem a relação entre os elementos da configuração didática e o nível de interpretação do conceito de média. Neste aspecto, destaca-se: a) o conceito/definição, onde observou-se nos resultados a existência de um níveis razoáveis de justificativas sobre o conhecimento dos professores, quando se utilizam expressões que corrobora para construção de um conceito de média e faz uso de diferentes modos e demonstração matemática (verbal, gráfica e simbólica) do conceito de média; b) quando se considera a linguagem e proposição, os resultados apontam para o uso das expressões matemáticas pelos professores, na aplicação do conceito de média, porém em um nível mais intermediário de compreensão; c) quando se observa os procedimentos que ocorreram no momento de uso da linguagem para construir a ideia de média. Portanto, é patente que uma parcela dos professores consegue ter este êxito, pois observa-se que há um nível de aplicação e conhecimento da ideia de como proceder na construção do conceito de média aritmética; d) o argumento, entre os professores, de um modo geral, colocam-se em um nível de aplicação e compreensão de destaque, o que justifica o porque de uma base de conhecimento necessária para elaborar a construção de explicações sobre um conceito de média aritmética.

Contudo, nota-se que as respostas destes itens selecionados dos questionários demonstram, em algum momento, uma completa incompreensão por parte dos professores quanto ao entendimento sobre o que poderia representar a expressão, no que se confirma a tese de que os professores não possuem pleno domínio desta medida. A maioria dos professores não chegou a um nível de compreensão sobre o que trata a questão, ou seja, apresentam dificuldades para retratar nas suas respostas: a linguagem, e os procedimentos. No entanto, uma parte dos professores aponta para a compreensão e o conhecimento do conceito/definição. Pode-se ressaltar que há um grupo de resposta com algum nível de aplicação, em que os elementos da proposição e o argumento constroem uma explicação sobre o que representa a expressão indicada na situação problema. No entanto, acredita-se que as soluções apresentadas pelos professores, para alguns destes níveis de conhecimento, são muitas vezes particularizadas para justificar uma resposta a uma proposição ou argumento, o que leva a caracterizar todo o conjunto das respostas como distante, do que seja conhecimento básico sobre o conceito de média aritmética.

Aprecia-se, também, nas respostas dos professores, que há ausência de soluções. Logo, não se concretiza uma solução para o problema proposto, e assim, não se vislumbram nas respostas aspectos como conhecimento, compreensão e aplicação, ou seja, não existe possibilidade de reconhecer nos elementos o conceito/definição, a linguagem e o argumento sobre média. Por outro lado, os elementos da



proposição e procedimento apresentam, em algum momento, níveis de resultados que se aproximam de uma compreensão sobre os itens, mesmo que não haja uma aplicação por parte dos professores de uma adequada construção de solução do problema.

No que se refere à aplicação da propriedade da média, é importante o reconhecimento dos 5 (cinco) elementos da configuração didática em níveis que apontem para o entendimento e reconhecimento do que podem representar como conceito de média. Porém, observou-se, foi uma completa ausência desse nível de conhecimento, compreensão e uma rara aplicação. Portanto, não existiu uma combinação entre os elementos da configuração didática e a representatividade do conceito de média. Então, deduz-se que os professores demonstram não possuem o domínio do conceito simples das medidas e, em particular, sobre média, para solucionar um problema, como ocorreu quando se examinou detidamente a resposta do item 9.

De um modo geral, o que se observou nas respostas aos itens do questionário foi que a maioria dos professores, em algumas questões, apresentou um nível de resposta que não demonstra conhecimento sobre situações de aplicação do conceito de média. Estes resultados refletem nas respostas aos elementos da configuração didática, ao ponto de demonstrarem elementar noção e entendimento sobre os itens questionados. Neste sentido, têm-se os casos das respostas descritas no item do questionamento sobre o conceito/definição de média e de aspectos subjetivos, que requeriam conhecimento e compreensão,

porém eles revelam pouco entendimento. É o caso, por exemplo, do item 11, em que se pode considerar que a expressão “nível” faz uma analogia a uma medida de equilíbrio que representa a média em conjunto de dados.

Quando se analisa os questionários, percebe-se que existe nas respostas um número expressivo de professores que não demonstram um entendimento mais amplo na maioria das lições, ou seja, não fazem uma ilação sobre os conteúdos de estatística e questões com atividades corriqueiras, que possam levar os estudantes a fazer aplicação da estatística interpretando a média aritmética nas suas atividades quando da resolução de problemas, seja nas disciplinas do 3º ano ou em questões da vida cotidiana e exigem, em algum momento um nível de conhecimento, compreensão ou aplicação do conteúdo de estatística. Portanto, esta dificuldade dos professores é observada especificamente nas respostas ao item 13 do questionário, quando não há presença da relação entre os níveis e os elementos da configuração didática. Os professores não têm uma percepção do quanto este conteúdo poderá ser imprescindível para que o estudante tenha uma visão maior na solução da situação problema. Portanto, uma parcela significativa das respostas dos itens selecionados admite a existência da solução (nível 1 - Sem resposta), o que leva à constatação que vários professores que responderam ao questionário ignoram muitas situações sobre o uso das expressões da matemática e da estatística, em contexto sobre a conceituação da média aritmética.

Deste modo, fica evidente que se está diante de casos que envolvem o desconhecimento do conteúdo e leva a crer que há falta de domínio dos professores para solucionar determinada situação problema e os resultados refletem claramente esta circunstância, principalmente quando se observa nas respostas aos itens dos 12 (doze) questionários, onde se considerou o nível de conhecimento e sua relação com os elementos da configuração. Esta condição foi capaz de refletir os efeitos da existência de uma caracterização e se há compreensão do conceito de média. Então, a partir desta observação foi possível ver a existência ou não da falta de domínio dos professores em relação ao significado da medida, como ocorreu, em parte, nas respostas do item 16 do questionário, que aborda o princípio de Esperança Matemática. O item tinha como expectativa que o professor evidenciasse seu conhecimento em um contexto da aplicação do conceito de média. No entanto, este significado sobre o conceito de média aritmética não foi entendido nas respostas dos professores.

Quando se examina o conjunto dos resultados de todas as respostas e se faz uma leitura por nível (tabela 11) e relacionando com os elementos da configuração (tabela 12), tem-se:

Nível sem resposta. Tem-se 47,4% das respostas dos entrevistados e, neste grupo, se for examinada a relação com os elementos da configuração, na tabela 11, nota-se que 17,6% interpretam o conceito/definição, 21,1% usam uma linguagem para responder o item, 19,6% elaboram uma proposição, 24,1% conseguem construir um

procedimento na sua resposta para os itens e 17,6% argumentam sobre o item, ou seja, confirma-se que há um nível de resposta para os itens, porém, em muitos casos, é demonstrado pouco interesse dos professores em responder aos itens questionados.

Nível abstração. Com 20,7% das respostas, sendo que, na sua relação com os elementos da configuração, 25,3% interpretam o conceito/definição, 18,4% usam uma a linguagem matemática ou estatística para responder sobre o item, 17,2% elaboram uma proposição, 18,4% constroem um procedimento e 20,7% argumentam sobre o item, o que demonstra um entendimento elementar sobre o conteúdo abordado nos itens.

Nível da aplicação. Tem-se 14,3% de todas as respostas direcionadas a este aspecto. No entanto, quando se faz uma relação com os elementos da configuração (tabela 2), observa-se que 8,3% interpretam o conceito/definição, 25% usam uma linguagem matemática ou estatística, 25% elaboram uma proposição, 8,3% constroem um procedimento e 33,3% argumentam sobre o item. Existe uma distribuição homogênea do nível de resposta na sua relação com os elementos nos questionamentos apontados pelos itens.

**TABELA 11 - VISÃO DOS RESULTADOS E TOTAIS DAS RESPOSTAS POR NÍVEIS SEGUNDO OS ELEMENTOS DA CONFIGURAÇÃO**

Elementos Configuração	Níveis das respostas dos itens								Total
	1. Sem respostas	%	2. Abstração	%	3. Aplicação	%	4. Compreensão/Conhecimento	%	
Conceito/Definição	35	17,6	22	25,3	5	8,3	22	29,7	84
Linguagem	42	21,1	16	8,4	5	25,0	11	4,9	84
Proposição	39	19,6	15	17,2	15	25,0	15	20,3	84
Procedimentos	48	24,1	16	18,4	5	8,3	15	20,3	84
Argumentos	35	17,6	18	20,7	20	33,3	11	14,9	84
<b>Total</b>	<b>199</b>	<b>100,0</b>	<b>87</b>	<b>100,0</b>	<b>60</b>	<b>100,0</b>	<b>74</b>	<b>100,0</b>	<b>420</b>

FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Nível compreensão/conhecimento. Quando 17,7% representam este nível, o resultado relacionado com os elementos da configuração (tabela 12) possibilitou intuir que são significativos na interpretação do conceito/definição com 29,7%, ou seja, pode-se fazer uma leitura de que os professores, em algum momento, desenvolvem um raciocínio sobre o conceito da média aritmética. No aspecto da linguagem, 14,9% das respostas demonstram apresentar uma expressão estatística. Tem-se 20,3% das respostas que apontam para a elaboração de uma proposição e, por sua vez, 20,3% das respostas demonstram que existem uma construção de procedimentos para solução dos itens sobre o aspecto e 14,9% argumentam quando se observa este nível de resposta para os itens do questionário. Fica demonstrado, então, que há, em muitos aspectos, uma significativa relação entre os níveis de respostas e os elementos da configuração, o que evidencia que, nas respostas

destes itens, especificamente os selecionados, há uma presença da noção dos professores na busca de elaborar, nas suas respostas, um particular conceito sobre as medidas para estes itens, de um modo geral.

**TABELA 12 - VISÃO DOS RESULTADOS E TOTAIS DAS RESPOSTAS POR ELEMENTOS DA CONFIGURAÇÃO SEGUNDO OS NÍVEIS**

Elementos Configuração	Níveis das respostas dos itens								Total
	1. Sem respostas	%	2. Abstração	%	3. Aplicação	%	4. Compreensão/Conhecimento	%	
Conceito/Definição	35	41,7	22	26,2	5	6,0	22	26,2	84
Linguagem	42	50,0	16	19,0	15	17,9	11	13,1	84
Proposição	39	46,4	15	17,9	15	17,9	15	17,9	84
Procedimentos	48	57,1	16	19,0	5	6,0	15	17,9	84
Argumentos	35	41,7	18	21,4	20	23,8	11	13,1	84
<b>Total</b>	<b>199</b>	<b>47,4</b>	<b>87</b>	<b>20,7</b>	<b>60</b>	<b>14,3</b>	<b>74</b>	<b>17,6</b>	<b>420</b>

FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

### **5.7. ANÁLISE DO CONCEITO DE MÉDIA, DO ITEM 1 DO QUESTIONÁRIO NA VISÃO DA EOS**

Com a visão no “enfoque ontosemiótico do conhecimento e da instrução matemático” (EOS), que foram discutidos e propostos no marco teórico apresentado no Capítulo 3 da tese, onde-se toma como referência os estudos já desenvolvidos por Godino e Batanero (1994), (Godino, 2002), Godino, Contreras e Font (2006), Godino, Batanero e Font (2007), D’Amore e Godino (2007), Font, Godino e D’Amore (2007), que se apóiam em um modelo epistemológico sobre o ensino da

matemática e utiliza o modelo de cognição matemática que se ampara em bases da teoria da função semiótica<sup>7</sup>.

Enfim, tem-se um elenco de elementos que foram essenciais para teorizar a análise na perspectiva da Didática da Matemática. Entende-se que estas ferramentas criaram as condições de compreender como são utilizadas pelos docentes e estudantes as reflexões e a visão dos conteúdos de estatística, e, em particular, o conceito de média aritmética. Nesse sentido, organizou-se esta parte da análise tomando como base uma síntese das informações arguidas no item 1 (um), que compõem o questionário da investigação.

A partir dessas considerações, buscou-se combinar o entendimento do EOS como importante teoria na formulação de um arcabouço para a instrução matemática, que tem a ver com atividade de resolução de problemas, tendo como foco associação à linguagem, símbolos e sistemas de práticas pedagógicas. Considerando as análises dos itens do questionário que apresentam uma classificação na dimensão epistêmica e

---

<sup>7</sup>Semótica: Una noción clave en la teoría de Hjelmslev es la de función de signo que Eco (1979, p. 83) designa como “función semiótica”. Entre los posibles tipos de dependencias que se pueden identificar entre partes de un texto destacan aquellas en que una parte designa o denota otra cosa; la primera (plano de expresión) funciona o se pone en representación de la segunda (plano del contenido), esto es, señala hacia un contenido que hay fuera de la expresión. Pensamos que la noción de función semiótica se puede concebir, al menos metafóricamente, como “una correspondencia entre conjuntos”, poniendo en juego tres componentes:

- un plano de expresión (objeto inicial, considerado frecuentemente como el signo);
- un plano de contenido (objeto final, considerado como el significado del signo, esto es, lo representado, lo que se quiere decir, a lo que se refiere un interlocutor);
- un criterio o regla de correspondencia, esto es, un código interpretativo que regula la correlación entre los planos de expresión y contenido, estableciendo el aspecto o carácter del contenido. (Godino, 2003, p.151).

cognitiva, que tem referências nos estudos de Godino, Contreas e Font (2006), cuja intenção é aferir quais sistemas de práticas matemáticas são postos em jogo, condição para que se observe a valorização da idoneidade epistêmica, detectadas na linguagem, nos conceitos, nas proposições, nos procedimentos e nos argumentos apresentados nas respostas dos professores envolvidos na investigação. O que orientou este nível de análise foi a preocupação em identificar uma prática matemática elaborada pelos professores ao responder aos itens do questionário. Contudo, esta parte do estudo refere-se à análise particular da resposta do item 1 (um) da pesquisa e teve a preocupação de observar como acontece e se desenvolve o entendimento sobre o conhecimento explícito e implícito que foram identificados na construção de uma prática matemática, a partir da noção sobre medidas de tendência central, conteúdos de estatística presentes no item 1 (um) do questionário respondido pelos professores. A resposta desse item é exclusiva, pois sua abordagem é sobre o entendimento específico do conceito de média aritmética, ou seja, busca-se reconhecer nas respostas a visão que tem o professor a respeito desse conteúdo de estatística. Neste contexto, certamente poderá refletir na análise teórica desenvolvida acerca do processo de ensino e aprendizagem das disciplinas que o professor leciona.

No caso do presente estudo, pode-se notar que, em quase todas as interpretações sobre o conceito de média aritmética, há presença da configuração epistêmica, que tem referência nas investigações de Godino, Contreas e Font (2006). O estudo vislumbra e também considera os



aspectos associados à valorização de idoneidades epistêmicas da conceituação sobre média aritmética. Foi importante o uso dessas ferramentas como sendo capazes de reconhecer a prática dos professores, o que orientou nos procedimentos de análise, que envolveu a aplicação das noções do conhecimento matemático e instrução, referenciados nos estudos desenvolvidos por Godino (2002), Godino, Batanero e Font (2007). Neste sentido é que a base teórica do EOS foi fundamental para organizar a construção de um marco teórico capaz de ampliar as discussões sobre o papel de uma Didática da Matemática e Estatística, tendo como propósito articular as situações identificadas nas práticas matemáticas, que se evidenciam nas configurações didáticas (Font, Planas, e Godino, na imprensa):

Para realizar una práctica matemática, el agente necesita conocimientos que son básicos tanto para su realización como para la interpretación de sus resultados como satisfactorios. Si consideramos los componentes del conocimiento que es necesario que el agente tenga para la realización y evaluación de la práctica que permite resolver una situación problema (e.g., primero plantear y después resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas) vemos que ha de utilizar un determinado lenguaje verbal (e.g., solución, ecuación) y simbólico (e.g.,  $x$ ,  $=$ ). Este lenguaje es la parte ostensiva de una serie de conceptos (e.g., ecuación, solución), proposiciones (e.g., si se suma el mismo término a los dos miembros de la ecuación se obtiene una ecuación equivalente) y procedimientos (e.g., resolución por sustitución, por igualación) a utilizar en la elaboración de argumentos para

decidir si lãs acciones simples que compon en la práctica, y ella misma entendida como acción compuesta, son satisfactorias. Consideramos que cuandoun agente realiza y evalúa una práctica matemática tiene que activar un conglomerado formado por algunos de los objetos citados anteriormente (ou todos): situaciones-problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos.

Essa análise se ateve, em particular, as respostas dos professores ao item 1 do questionário, teve a preocupação de aprofundar o questionamento sobre os sistemas de práticas matemáticas e permitiu observar a valorização da idoneidade epistêmica detectadas nos conceitos, na linguagem, nas proposições, nos procedimentos e nos argumentos apresentados nas respostas dos professores que participaram da investigação e responderam à questão que envolveu a interpretação exclusiva do item 1 – “Como você conceitua ou define média aritmética?” Portanto, trata exclusivamente do conceito de média aritmética. Nesse primeiro momento, apresenta-se uma classificação levando em conta a dimensão epistêmica e cognitiva retratadas por Godino, Recio, Roa, Ruiz e Pareja (2006), tendo como intenção inferir sobre os sistemas de práticas matemáticas manifestadas pelos professores nas suas respostas, que leva em conta o papel do conhecimento matemático e a existência do significado institucional e pessoal dos objetos matemáticos (Godino e Batanero, 1994; 1998). Para analisar as respostas dos questionários, buscou-se investigar de que forma os principais elementos, ou o comportamento da configuração

epistêmica, se apresentam para determinar possíveis soluções, que recomendem a solução dos problemas sobre média aritmética. Inicialmente, procurou-se observar, em detalhes, como as respostas traduzem impressões e aspectos que respondem aos requisitos semióticos e seus diferentes tratamentos para o mesmo conteúdo, o que poderia indicar a existência de entendimentos diferenciados sobre o conceito de média aritmética. Apresenta-se, a seguir, em sua íntegra, as respostas do item 1 (um), de 10 (dez) questionários que compuseram as análises e que permitiram observar a valorização da idoneidade epistêmica que tem como referências Godino e Bencomo (2006), detectadas nos conceitos, nas proposições, nos procedimentos e nos argumentos apresentados nas respostas dos professores que responderam ao item 1 do questionário da investigação.

#### **5.8. COMPREENSÕES SOBRE A CONFIGURAÇÃO DIDÁTICA EPISTÊMICA DO ITEM 1**

O professor A (Imagem 9) valoriza o aspecto do significado institucional quando contempla conceitos desenvolvidos em livros didáticos adotados na disciplina de matemática, ou seja, considera a expressão na dimensão da idoneidade epistêmica para conceituar média aritmética, formas de apreciações referidos por Godino, Font, Wilhelmi e Castro (2007) e em D' Amore, Font e Godino (2007).

IMAGEM 9 - RESPOSTA DO PROFESSOR A

1- Como você conceitua ou define média aritmética?

Uma medida de tendência central.

Transcrição da resposta: Uma medida de tendência central.

FONTE: QUESTIONÁRIOS DA PESQUISA

O professor B indica na sua resposta (Imagem 10), quando responde ao questionamento a partir de uma formulação que contempla expressões próprias, valoriza o aspecto pessoal em detrimento dos conceitos apresentados nos livros textos. Observa-se um caráter positivo na resposta do professor, pois há uma intenção de facilitar a compreensão sobre o conceito de média, considerando a dimensão da idoneidade didática interacional, que é citada por Godino, Contreas e Font (2006).

IMAGEM 10 - RESPOSTA DO PROFESSOR B

1- Como você conceitua ou define média aritmética?

É a razão entre a soma de um grupo de dados pela quantidade dos mesmos.

Transcrição da resposta: É a razão entre a soma de um grupo de dados pela quantidade dos mesmos

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

O professor “C” (Imagem 11) segue uma formulação em que toma como princípio o uso de termos e expressões baseando-se em uma abordagem pessoal, valoriza a interação com que é visto nos livros didáticos e faz uso de fórmulas próprias usuais da linguagem estatística, sendo capaz de contemplar aspectos da trajetória epistêmica. Em resumo, apóia-se na aplicação de termos e expressões, no que justifica a construção do significado institucional. A interação entre estes diversos componentes é um aspecto positivo na resposta do professor, que contempla uma trajetória da sequência da configuração didática citada por Godino, Contreas e Font (2006) nos seus estudos.

IMAGEM 11 - RESPOSTA DO PROFESSOR C

1- Como você conceitua ou define média aritmética?

É O VALOR DO PUNTO QUE SE LOCALIZA NO CENTRO DOS DADOS. ELA É A SOMA DAS OBSERVAÇÕES DIVIDIDA PELO NÚMERO DE OBSERVAÇÕES

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ ou } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Transcrição da resposta:  $\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i/n$  ou  $\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i f_i/n$   $\sum_{i=1}^n x_i f_i$

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

O professor “D” (Imagem 12) desenvolve seu raciocínio para responder à questão recorrendo ao princípio da idoneidade didática, quando faz uso de termos e expressões que corroboram para descrever e explicar o conceito de média a partir da referência na dimensão da idoneidade cognitiva, referidas por Godino, Contreras e Font (2006) e Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi (2007).

IMAGEM 12 - RESPOSTA DO PROFESSOR D

1- Como você conceitua ou define média aritmética?

Somatório de n termos de um evento dividido pelo número de termos do evento

Transcrição da resposta: Somatório de n termos de um evento dividido pelo número de termos deste evento.

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

O professor “E” (Imagem 13) desenvolve o mesmo raciocínio do professor “D” (Imagem 12), ou seja, responde o item recorrendo a princípio da idoneidade didática e faz uso de termos e expressões que contribuem para descrever e explicar o conceito de média a partir da referência da dimensão da idoneidade cognitiva (Godino, Contreras e Font, 2006) e Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi (2007).

IMAGEM 13 - RESPOSTA DO PROFESSOR E

1- Como você conceitua ou define média aritmética?

*A soma de x itens de um evento, dividido pelo nº de itens do evento.*

Transcrição da resposta: A soma de  $x$  itens de um evento dividido pelo  $n^\circ$  de itens do evento.

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

Na análise da resposta formulada pelo professor “A” (Imagem 9), verifica-se que houve o desenvolvimento de uma interpretação para o conceito de média, em que foram feitas menção e uso de linguagem corriqueira da literatura da Estatística, ou seja, o professor toma como referência uma definição sobre média, que é comum nos livros didáticos do ensino médio. Já quando se observa o questionário respondido pelo professor “B” (Imagem 10), é possível intuir a presença de prática operativa ou discursiva para conceituar média aritmética, assim foi

descrita a média como sendo; “... razão entre a soma de um grupo de dados pela quantidade dos mesmos”. Esta afirmação do professor “B” (Imagem 10) traz à luz aspectos da associação por meio da utilização de discursos operativos da matemática que, de alguma forma, enriquece o conceito de média, aperfeiçoa os discursos dos professores e reflete na elaboração do livro didático. Segundo Cockroft (1985), são os livros textos que constituem uma ajuda inestimável para o professor no trabalho diário de aula que após boas experiências enriquece suas opiniões. Outra situação é a presença da valorização de idoneidade epistêmica da abordagem na linguagem, observada nas respostas dos professores “C” (Imagem 11), “F” (Imagem 14) e “G” (Imagem 15), que utilizam termos e expressões específicos e usuais da matemática para tratar do conteúdo média aritmética, como cita o professor “D” (Imagem 12), (... *localiza no centro* ...), uma expressão tipicamente de domínio da linguagem da matemática e estatística. Em outra situação, observa-se a presença de algorítmicos e símbolos ( $\Sigma$  e  $X$ ), como escreveu o professor “F” (Imagem 14), e “G” (Imagem 15), que descrevem o conceito de média aritmética utilizando-se dos símbolos e algorítmicos da matemática e da própria estatística. Enfim, os usos destes recursos são importantes e podemos considerar positivos na elaboração do conceito de média.



IMAGEM 14 - RESPOSTA DO PROFESSOR F

1- Como você conceitua ou define média aritmética?

Média Aritmética de "n" números  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ .  
 É o número  $\bar{x}$  tal que:  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$

Transcrição da resposta: Média aritmética de "n" números  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ .  
 é o número  $\bar{x}$  tal que:  
 $\bar{x} = x_1, x_2, x_3, \dots, x_n / n$

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

IMAGEM 15 - RESPOSTA DO PROFESSOR G

1- Como você conceitua ou define média aritmética?

É o somatório dos números da sequência  $x_1, x_2, \dots, x_n$   
 dividido pelo número de termos da sequência.

$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

Transcrição da resposta: É o somatório dos números da sequência:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .  
 dividido pelo número de termos da sequência .

$\bar{x} = x_1, x_2, \dots, x_n / n$

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

Enfim, tem-se, então, um elenco de respostas, que, de um modo geral, permite justificar a presença de vários conceitos sobre média aritmética, denotando a necessidade de desenvolver projetos didáticos concisos que se relacionem com o ensino e a aprendizagem e desenvolva a interação com as funções do docente, o livro didático e que proporcione para o estudante as condições de entender a importância da estatística e do conceito de média aritmética.

### **5.9. CONFIGURAÇÃO DIDÁTICA EPISTÊMICA DETECTADA NA LINGUAGEM E PROCEDIMENTOS**

Conforme o exposto, tem-se, primeiramente, as análises da valorização da idoneidade epistêmica detectados na linguagem, observados nas respostas dos professores, em 5 (cinco) questionários, a seguir e identificados como professores “A” (Imagem 9), “B” (Imagem 10), “C” (Imagem 11), “D” (Imagem 12) e “E” (Imagem 13).

Os requisitos semióticos sobre o conceito de média aritmética foram apresentados nas respostas das análises sobre a valorização da idoneidade epistêmica, detectadas nos conceitos, nas proposições, nos procedimentos e nos argumentos exibidos nas respostas dos professores que responderam às perguntas da investigação.

### **5.10. CONFIGURAÇÃO DIDÁTICA EPISTÊMICA DETECTADA NOS CONCEITOS E PROPRIEDADES**

A seguir, apresenta-se a visão sobre as respostas, em sua íntegra do item (1), das questões que compuseram nossas análises e nos permitiram observar a valorização da idoneidade epistêmica detectadas nos conceitos, observados em 5 (cinco) questionários respondidos pelos professores, sendo identificadas: “A” (Imagem 9), “B” (Imagem 10), “C” (Imagem 11), “F” (Imagem 14) e “G” (Imagem 15).

Considera-se que esta parte da análise levou em conta os níveis do sistema de práticas e objetos matemáticos, que se desenvolvem nos tipos de problemas, objetos emergentes (intervinentes), significado

sistêmico institucional e pessoal, segundo Godino e Batanero (1994; 1998). Entende-se então que na dimensão do conceito, o professor, em algum momento, teve contato com esse conteúdo, a ponto de fazer afirmativas sobre média aritmética, que são mencionados nos inúmeros manuais e livros didáticos utilizados no ensino médio das escolas, como cita Cobo em seus estudos (Cobo, 2003).

Esta visão de configuração epistêmica que citada por Godino, Contreras e Font (2006) é observada neste estudo a partir de uma associação de algumas das respostas sobre a valorização de idoneidades epistêmicas da conceituação sobre média aritmética, que notam-se, nas respostas dos professores que, denotam as citações explícitas e implícitas de conceitos específicos sobre média aritmética. Como visto nas respostas proporcionadas pelos professores “A” (Imagem 9), “F” (Imagem 14) e “G” (Imagem 15) que responderam: professor “A” - *“Uma medida de tendência central”*; professor “F” *“n” números da sequência  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , é o número de  $x$  tal que  $\bar{x} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n / n$ ”,* e o professor “G”, que afirma *“É o somatório dos números da sequência  $x_1 + x_2 + \dots + x_n$ ,  $\bar{x} = x_1 + x_2 + \dots + x_n / n$ ”*. No entanto, sabe-se que estas expressões comuns são termos específicos da matemática e estatística que requerem um conhecimento elementar sobre o assunto, o que, de alguma forma, torna a resposta dos professores muito simples e mecânica como refere Cai (1995).

Estas manifestações, comuns na maioria das respostas dos professores, denotam talvez uma limitação de conhecimento sobre o

conceito de média aritmética, ou seja, a ausência de uma associação entre conceitos prévios e uso generalista pelo professor da conceituação de média aritmética. Isso é identificado, por exemplo, quando observa-se o uso de algorítmicos que, muitas vezes, são do desconhecimento dos estudantes e podem influir negativamente no entendimento sobre média aritmética (Tormo, 1993) e (Batanero, 2000).

### 5.11. CONFIGURAÇÃO DIDÁTICA EPISTÊMICA DETECTADA NAS PROPOSIÇÕES E ARGUMENTOS

Apresenta-se, a seguir, em sua íntegra, as respostas que compuseram as análises e que permitiu identificar a valorização da idoneidade epistêmica detectadas nos argumentos apresentados nas citações dos professores, observados nos 5 (cinco) questionários a seguir e identificadas nas respostas dos questionários dos professor “C” (Imagem 11) e “H” (Imagem16).

IMAGEM 16 - PROFESSOR H

1- Como você conceitua ou define média aritmética?

SOMATÓRIO DE N TERMOS DIVIDIDOS  
PELO N° DE TERMOS DESSE MESMO  
EVENTO

Transcrição da resposta: Somatório de n termos divididos pelo n° de termos desse mesmo evento.

FONTE: QUESTIONÁRIO DA PESQUISA

No caso específico dos elementos de valorização de idoneidade epistêmica argumentativa, ressalta-se que nas respostas dos professores pesquisados, a presença de justificativas técnicas e de propriedades presumíveis como descrito por Tormo (1993), ou seja, os professores, de alguma forma, justificam o seu conceito a partir de um argumento técnico ou propriedade, como na resposta do professor “D” (Imagem 12), que escreve: -“*É o valor do ponto que se localiza no centro dos dados ...*”, ou “*... a soma das observações dividida pelo número de observações ...*”. Tem-se também situações com a presença de argumentos específicos como recurso na conceituação sobre média aritmética, a exemplo de como descrito na resposta do professor “F” (Imagem 14): “*Somatório de n termos dividido pelo n° de termos deste mesmo evento*”. “De acordo com Plackett (1970), os astrônomos tentaram resolver o problema do tempo de Ptolomeu. Foi, porém, TychoBrache, ao redor 1500, quem apresentou para o uso o conhecido hoje como a média aritmética, que é a soma dos valores de medidas diferentes e dividido pelo número de dados” (Batanero, 2000). São expressões estritamente aplicadas para argumentar quando se desejam soluções de problemas da matemática e são de uso comum particularmente na estatística e probabilidade. Sobre o uso restrito, entende-se que esses argumentos não são específicos e que, de alguma forma, podem fugir do rigor e não ajudam na possibilidade de argumentar, de forma unânime, sobre o conceito de média aritmética, que, neste caso, exige características específicas.

## 5.12. CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS

No cenário descrito, em que se desenvolveram partes destas análises e permitiram entender o ponto de vista do professor sobre as soluções apresentadas para as respostas dos itens do questionário a respeito dos conteúdos de estatística e, em particular, medidas de tendência central, tendo como foco principal a conceituação de média aritmética. Esta apreciação buscou reconhecer a complexidade que tem o objeto matemático média aritmética no contexto que envolve os processos de ensino e aprendizagem da Matemática e Estatística, ou seja, observa-se a atividade matemática e faz-se uma avaliação dos conflitos potenciais, a partir de informações sobre as condições, capacidade e didática do professor no processo de ensino e aprendizagem. Nesta etapa do trabalho foi possível caracterizar os componentes do significado média aritmética presentes como conteúdos nas disciplinas do 3º ano da educação básica do ensino médio. Quanto ao questionário, este foi considerado preponderante e teve atenção especial na totalidade dos itens, cujos requisitos e expectativas foram discutidos neste capítulo 5 quando tratou de cada item elaborado e teve como foco de interesses obter informações sobre o conhecimento do professor acerca da estatística. Portanto, houve uma preocupação com relação aos contextos vivenciados pelos professores em suas atividades didáticas (Linhares 2009, *apud* Batanero, Gómez, Contreras e Díaz, 2015).

Muitos dos argumentos elencados foram possíveis de constatar a partir das respostas dos questionários, associados com os pressupostos sugeridos por esta pesquisa, no capítulo 3, que se refere à metodologia e aos objetivos do estudo, que, por si só, justifica a investigação. Estas constatações podem ser observadas nos resultados apresentados nas tabelas e análises desenvolvidas, que retratam os resultados e as conclusões obtidas no estudo descritivo a nas respostas dos questionários. Estes resultados apontam para uma preocupação de Batanero (2000) que afirma (Batanero, 2000, pp. 41-58):

La estadística es enseñada, tradicionalmente, como parte de la asignatura de matemáticas por el profesor de esta materia. Nos encontramos con la paradoja de pedir a estos profesores que impartan un nuevo contenido, para el que no todos han tenido una formación didáctica específica, porque la didáctica de la estadística no está aún suficientemente desarrollada. Mientras que la estadística como ciencia, está en un periodo de notable expansión, el número de investigaciones sobre la enseñanza de la estadística es aún es caso, y sólo estamos comenzando a conocer las principales dificultades de los alumnos en los conceptos más importantes. Es también preciso experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza específica de la estadística, a la que no siempre se pueden transferir los principios generales de la enseñanza de las matemáticas.

Em resumo, o estudo indica que os professores reconhecem a importância prática da estatística, considerando que seus conteúdos passaram a fazer parte das disciplinas da educação básica, a partir do novo PCNM. No caso específico da nossa pesquisa com os professores, cuja preocupação foi observar o reconhecimento sobre a média, viu-se que os professores, de certa maneira, buscam definir um conceito, que muitas vezes são concretizados, porém, muito generalistas e apresentam conflitos de interpretação, ou seja, se deduz que há dificuldade por parte dos professores em compreender o conceito, o papel da média aritmética e da sua aplicação. Assim, é natural que se exija uma maior dedicação e tempo para que este conteúdo possa ter mais significado no ensino de estatística na educação básica, de sorte a torná-los mais preparados para exercer o ensino de estatística. Resultados semelhantes foram observados em investigações desenvolvidas por Ortiz e Font (2014) Ruiz, Arteaga e Batanero (2009) e Batanero, Arteaga, Serrano e Ruiz (2014) e Batanero, Gómez, Contreras e Díaz (2015), em que se identificaram dificuldades de professores, em particular da educação primária, na utilização da média aritmética. Por outro lado, espera-se que, como importantes são as medidas que devam propiciar uma nova perspectiva para o ensino desses conteúdos de estatística, deve-se levar em conta o momento da formação do professor, ou seja, em seu início de graduação, de modo que facilite a assimilação dos elementos do significado epistêmico conhecimento institucional, Godino e Batanero (1994). Como consequência, teremos um livro didático mais acabado e possível reflexo dos resultados no ensino e



na aprendizagem, decorrendo em melhor compreensão e uso da estatística pelos professores e estudantes.

Com respeito à construção do entendimento sobre a interpretação desta parte do estudo aqui desenvolvido, ressalta-se o valor e a dimensão dessa análise, que se restringiu à particularidade do entendimento do professor sobre o conceito de média aritmética. Porém, neste momento sempre se considera e reconhece as sínteses, pressupostos e os princípios que definiram o estudo e que fizeram enxergar a necessidade de conhecer os elementos da instrução matemática que orienta a presença dos conteúdos de estatística nas disciplinas do 3º ano do ensino médio da educação básica. No caso específico deste estudo, tratou-se do conceito de média aritmética, em que foram analisados os componentes do significado e em que condições se desenvolve o ensino e a aprendizagem desse conteúdo de estatística no 3º ano do ensino médio, nas disciplinas de matemática, e o seu uso pelos professores de outras disciplinas. Por outro lado, fica clara a necessidade do professor ter maior atenção para exercer, em condições ideais, as exigências legais propostas pelo currículo da educação básica. Assim, é de se esperar que possam realizar as práticas de ensino e aprendizagem desses conteúdos de estatística nas atividades das disciplinas.

### **5.13. ANÁLISE DO CONTEÚDO DA MÉDIA NOS LIVROS DIDÁTICOS**

Considerando a existência de inúmeros estudos que envolvem a análise de livro didático de matemática, observa-se que há um número crescente de pesquisa nesta área. Por exemplo, em 2013 o Jornal

Internacional de Educação Matemática, dedicou, como tema, no volume 45, nº 5, somente monografias voltadas para aspectos que retratassem "livros de Investigação em Educação Matemática". No caso específico da Educação Estatística, este cenário ainda exige maior empenho. Contudo, destacam-se muitos estudos desenvolvidos na área de estatística, que teve início na Universidade de Granada, como os estudos de Ortiz (1999) e os mais recentes de Gea, Batanero, Canadas e Arteaga (2013) ou Gomez Ortiz e Gea (2014), em variados temas cujas pesquisas desenvolveram análises de livros didáticos do ensino Primário, da Educação Básica e Graduação (Ruize Castro, 2015). Portanto, está-se diante de uma oportunidade e motivação no sentido de desenvolver o trabalho tendo a expectativa de atender às particularidades do estudo.

No caso específico deste trabalho, há uma preocupação com a caracterização dos componentes do significado do conteúdo média aritmética, que é definido no livro didático (Godino e Batanero, 1994; 1998) e Batanero e Godino (2006), quando discute o papel do significado institucional e pessoal do objeto matemático. A utilização do EOS como referencial teórico nas análises sobre o livro didático do ensino da matemática torna-se importante neste estudo, pois considera noções do conhecimento matemático, de ensino e modelo de aprendizagem, que discute: um modelo epistemológico baseado em suposições e antropologia sócio-cultural; um modelo de cognição em bases semióticas; um modelo de instrução sobre bases sócioconstrutivistas, ou seja, um modelo que se referencia no enfoque teórico da didática da matemática e integrado a

pontos de vista e noções teóricas de análises do conhecimento matemático do ensino e da aprendizagem Ortíz e Pastells (2015). Como sequência desse estudo foi construído um nível de análise em que foram observados os 6 (seis) livros didáticos, onde se consideram os processos matemáticos e seus conflitos semióticos como observou Font, Planas e Godino (na imprensa).

Assim, foi estruturada a análise, seguindo os pontos de vista da elaboração definida a partir da visão da teoria do EOS que, leva em conta a configuração didática dos objetos e processos matemáticos, que considera que estas condições podem contribuir com o entendimento da relação entre o professor, o estudante e o livro didático em uma prática matemática (Font, Planas e Godino na imprensa), quando discutiu um modelo de análise em educação matemática. Por outro lado, sabe-se que, em momento nenhum, o livro poderá ser um substituto do professor, e sim uma referência para contribuir na elaboração das atividades pedagógicas e nas lições de aula (Brasil, 2006, p.7):

Longe de ser a única possibilidade de trabalho, o livro didático é um instrumento que, utilizado como complemento do projeto político pedagógico da escola, certamente contribuirá para promover a reflexão e a autonomia dos educandos, assegurando-lhes aprendizagem efetiva e contribuindo para fazer deles cidadãos participativos.

A análise das lições apresentadas no livro didático sobre as medidas de tendência central, e, em particular, a média aritmética, seguem o processo de instrução matemática proposto nos estudos desenvolvidos por Godino e Batanero (1994; 1998), que leva em conta a teoria do significado institucional e pessoal do objeto matemática, que descrevem na faceta epistêmica e cognitiva, unidades de análise. Estas são abordadas na “Teoria da Configuração Didática” de Godino, Contreras e Font (2006), como ferramentas para análises distintas compostas por: situação problema, linguagem, conceitos, proposições, procedimentos e argumentos que analisam uma trajetória didática. Sendo que *“en cada caso, estos objetos estarán relacionados entre sí formando “configuraciones”, definidas como las redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas y las relaciones que se establecen entre los mismos”*, (Godino, Recio, Roa, Ruiz e Pareja, 2005, p.4).

Em sendo assim, a análise do livro didático organizou-se na observação de como são apresentados os conceitos de média aritmética que foram identificados e interpretados pelos componentes do conhecimento da configuração didática e a disparidade entre os objetos e significados atribuídos às expressões pelo sujeito institucional e pessoal abordado nos diversos estudos Godino, 2002, Godino, Batanero e Roa (na imprensa). Esses estudos fazem relação com a noção da função semiótica, ao tempo que se discute a presença de possíveis conflitos semióticos, citados nos trabalhos descritos por Godino, Batanero e Font

(2007), quando retratam a categorização dos objetos matemáticos que, envolve as configurações didáticas e reconhecem os tipos de entidades matemáticas, tendo como princípio as análises das situações-problema apresentadas nas lições exploradas neste estudo. Portanto, é uma visão que considera as atividades matemáticas intervenientes e os elementos da configuração didática dos objetos matemáticos que, tem referência em estudos desenvolvidos por Godino, Rivas, Arteaga, Lasa, e Wilhelmi, em *Recherches en Didactique des Mathématiques* (na imprensa).

A seguir, será apresentada a sequência das análises desenvolvidas em torno dos 6 (seis) livros didáticos selecionados. Assim, foram escolhidos trechos da lição que aborda o tema de interesse, feita então a leitura da parte do texto que se refere a média aritmética, classificando e agrupando segundo as diferentes definições que envolvem os elementos. Nesta análise foram identificados os níveis de formação das configurações didáticas e as situações que possibilitaram a ocorrência de conflitos semióticos em razão das disparidades produzidas em uma prática matemática.

#### **5.14. COMPONENTES DA CONFIGURAÇÃO DIDÁTICA E CONFLITO SEMIÓTICO**

5.14.1. Análise do livro didático 1- Componentes da configuração e conflito semiótico

Matemática Fundamental – Uma Nova Abordagem, 2011, Giovanni, José Ruy e Bonjorno, José Roberto, FTD, p. 352. Os autores neste livro

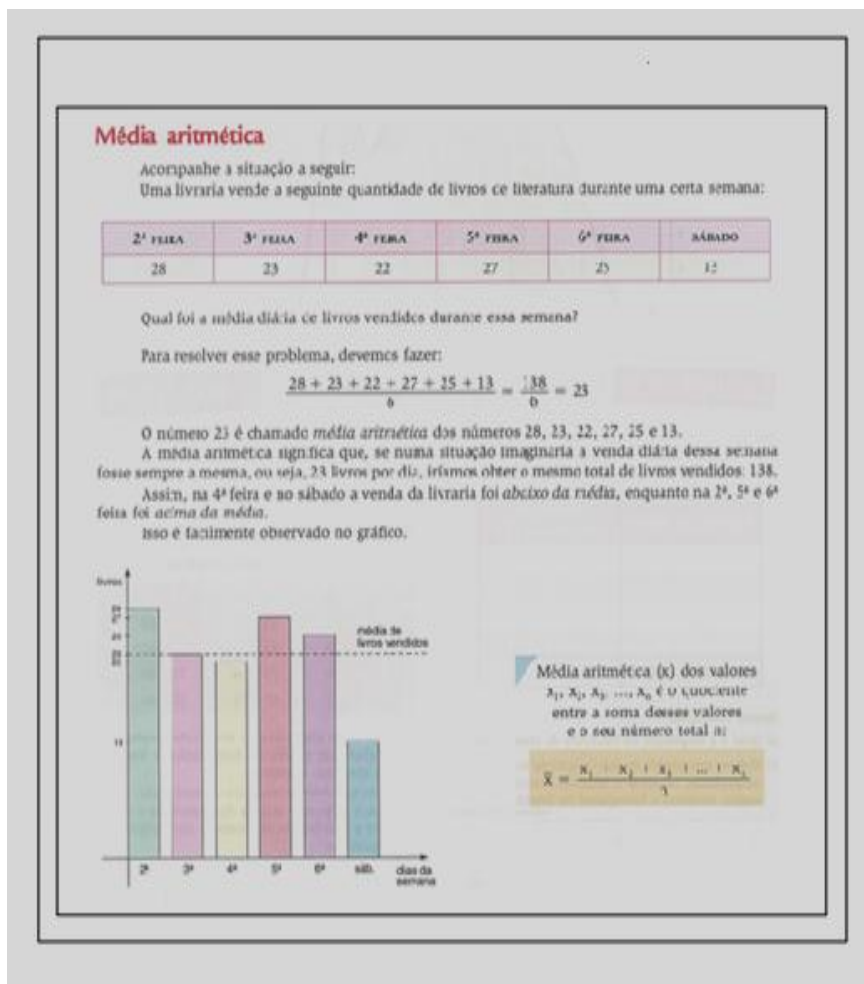
didático, analisado a seguir, organizaram a apresentação do conteúdo da lição introduzindo o seguinte arranjo (figura 26) para o objeto matemática média aritmética.

#### *5.14.1.1. Componente da configuração didática - Situação Problema*

Observa-se na situação problema apresentada na Figura 9, que é caracterizada por uma lição, em que os autores propõem e indicam o cálculo da média diária de livros vendidos por período da semana, a partir da exposição de uma tabela e um gráfico, cujos valores são relacionados aos dias da semana. A lição recorre à aplicação de uma medida da estatística para solucionar a situação problema que, no caso, é sugerida a média aritmética, como o próprio texto indica.

Recorrer à teoria do EOS possibilitou reconhecer no texto da apresentação, a situação-problema. Então, observou-se a que há uma intenção dos autores de que o objeto, média aritmética, emerge a partir de uma situação ou de um problema prático como o que foi apresentado; - a média diária de livros vendidos durante a semana. Desta forma temos as condições para resolver as questões explícitas, e apresentadas, nas contextualizações que foram trazidas para conhecimento sobre a situação com a qual o problema se relaciona Godino, Font, Contreras e Wilhelmi (2006).

FIGURA 9 - SITUAÇÃO PROBLEMA - LIVRO DIDÁTICO 1



#### 5.14.1.2 Os Conflitos Semióticos

Na lição não se nota uma construção sobre o papel da média no contexto das informações apresentadas; observa-se apenas que se estabelece uma relação entre dias da semana e quantidade de livros

vendidos por semana, ou seja, não há preocupação sobre o significado de referência de uma ideia que aponte para relação existente entre o que representam os dados e a variável, como retrata Godino, Font e Wilhelmi (2006). Outro aspecto que se observa é que a lição passa a ideia sobre o cálculo e não diz que esta combinação resultará em um valor ou quantidade que representará a média aritmética.

No caso particular deste problema, não foi levado em conta o caráter do fenômeno, que exige a identificação da variável e a compreensão sobre a utilização das medidas para resolução do problema, mesmo tratando-se de uma experiência real, em que há uma possibilidade de dificuldade de entendimento sobre o papel da média, ou qualquer outra medida, o que consiste, na presença clara de conflito semiótico na apresentação do conceito de média. Por outro lado, é aceito na lição a intenção de ampliar a noção de conhecimento sobre média aritmética, porém não aponta se este valor pode ser identificado como uma quantidade representativa do conjunto das informações, representando os livros vendidos mensalmente. Como se trata de uma contextualização, imagina-se que esta situação exigirá do estudante a aplicação de regras matemáticas, como o uso de algorítmico ou fórmula para resolução de problema. Enfim, a lição não deixa pista das relações entre a natureza do fenômeno e a necessidade de aplicação do cálculo da média aritmética. Portanto, o que se pretende é que a situação problema proporcione as condições para que a atividade matemática possa descrever uma prática matemática capaz de solucionar o problema (Font, Godino e D'Amore, 2007).



### 5.14.1.3. Componente da configuração didática – Linguagem

Segundo Godino, Batanero e Font (2007) é na linguagem que incidem as práticas matemáticas como meio para operacionalizar os objetos matemáticos. No entanto, é necessário reconhecer na linguagem o uso de expressões, símbolos e representações que têm como finalidade o efetivo domínio destas representações, pois tais condições são fundamentais no papel de concretizar a aprendizagem da matemática. Portanto, muito provavelmente, esta condição propiciara ao indivíduo que se propõe a compreender o que se apresenta o objeto institucional, ou seja, o significado de expressões e a linguagem, assim como características ou tipos de representações etc. Entretanto, é possível reconhecer a importância que tem o uso efetivo de uma linguagem construída pelo livro didático, que vem para regulamentar, em alguns casos, as ações de ensino e aprendizagem por meio de uma lição.

A partir desse entendimento sobre o papel do livro didático é que se enxerga que o autor apresenta como linguagem para resolução do problema uma tabela, em que se faz referências às informações da situação problema, (Figura 9), que tem como representações várias expressões numéricas e complementa com um gráfico. Toda essa linguagem gráfica e simbólica são para os autores, as bases para o cálculo da média aritmética. Na lição, o uso do termo “*média aritmética*” é considerado como uma expressão do livro didático construído através de algoritmos numéricos, cujos dados possibilitam uma operação matemática representada na Figura

9, sendo a parte ostensiva da realização de uma prática matemática, Font, Plana e Godino (2010) que se verifica, na combinação da soma dos valores e sua divisão. Esta operação que envolve as quantidades e tem como resultado efetivo um valor, cujo significado representa a média aritmética.

#### *5.14.1.4. Os Conflitos Semióticos*

Na análise da lição, observa-se que o texto apresenta uma linguagem com expressões e termos que podem ser desconhecidos do estudante, o que indica uma possibilidade de dificuldade na compreensão e entendimento dos significados das expressões algébricas (Godino, 2002). Por outro lado, observa-se também que a lição apenas informa o resultado da operação, que é “média aritmética”, não fazendo distinção ou caracterizando os aspectos conceituais quando sugere as representações, em que empregam linguagem e expressões matemáticas simples, como tabela e gráfico. Nota-se, ademais, que foram constituídos pelos autores vários recursos, utilizando expressões e linguagem que contribuiriam no sentido de estabelecer um caminho para o cálculo, simplificando as operações. Porém, estas condições levam-nos à constatação de que há, de fato um conflito semiótico que se caracteriza no momento da interpretação da lição, quando se observa que foram utilizados recursos para facilitar o cálculo e não para desenvolver o entendimento sobre o que representa a expressão “média aritmética”, ou seja, poderá o estudante interpretar sem conhecer, o que pode induzir o indivíduo a pensar que a média é uma a operação simples, um cálculo mecânico.

#### *5.14.1.5. Componente da configuração didática – Conceitos-Definição*

No conceito-definição que os autores apresentam na Figura 9 para média aritmética, observa-se uma demonstração por meio de uma notação em que se apresenta o algoritmo com o intuito de caracterizar e definir a média, a partir de uma fórmula literal e da utilização do recurso gráfico (Figura 9), no que sugere o sentido de conceitos prévios e conceitos emergentes (Godino, Font e Wilhelmi, 2007). Portanto, um caminho para que se possa demonstrar a localização da média. Assim sendo, os autores justificam através de expressões e do símbolo ( $\bar{x}$ ) o conceito de média, e em outra situação utilizam-se de recurso que ilustra e localiza um resultado para média aritmética, a partir de um gráfico na (Figura 9), que leva a imaginar que há o desejo da construção de uma regra geral para chegar ao resultado.

#### *5.14.1.6. Os Conflitos Semióticos*

Na lição observa-se a ênfase no uso dos símbolos e notações que se complementam com o gráfico (Figura 9), os chamados conceitos prévios e emergentes que citados por Godino, Font e Wilhelmi (2007). Estes são elementos usuais da matemática e estatística, porém há que se imaginar que é necessário ter o conhecimento da composição literal sobre a média aritmética, uma exigência para que o estudante possa construir o conceito desse conteúdo. Cai (1995) analisou a aplicação e capacidade de entender os conceitos da matemática nos estudos sobre

média e pode verificar que a maioria dos estudantes do ensino básico muitas vezes não possuem o entendimento desse conceito, o que demonstra que há uma dificuldade na compreensão das fórmulas e notações. É importante salientar que a lição apresenta uma única notação para a ideia de média aritmética, pois mesmo se tratando de notações e de algoritmos simples e útil para o cálculo da média, sua elaboração requer o conhecimento ou noção de quais são os elementos que devem compor a sentença e cada parte literal da fórmula. Na lição, por exemplo, o autor não esclarece sobre o posicionamento, ou a disposição dos elementos na notação que, a depender da sentença ou situação, podem alterar o valor da média aritmética. Strauss e Bichler (1988) desenvolveram estudos com estudantes entre 8 a 12 anos com a finalidade de entender esses aspectos da composição da média. Outra situação apresentada na lição, que chama a atenção e que se deve considerar positiva, é a utilização dos gráficos (Figura 9), sendo que o autor recorre a este recurso para esclarecer, por meio de uma ilustração, o conceito de média. No entanto, esta solução, em algum momento, exigirá do estudante conhecimento sobre como fazer a relação entre a ilustração, o algoritmo, e parte literal da fórmula da média aritmética para, em seguida, fazer a localização de um ponto, no gráfico, que represente a média aritmética. Mesmo considerando que se está tratando de símbolos e conceitos simples do cálculo da média, deve-se ter em mente o que é necessário para que se concretize a elaboração do conceito de média será imprescindível que as definições dos elementos

que compõem cada parte, ou fórmula, sejam compreendidas e suas regras específicas discutidas. Quando se examina, observa-se que na elaboração desta lição do livro didático não há clareza a respeito destes detalhes na apresentação sobre o assunto “*média aritmética*”, o que poderá criar dificuldades aos estudantes, que poderão ter problema em compreender o conceito de média aritmética e sua aplicação, quando do acesso a este ponto da lição, no livro didático.

#### *5.14.1.7. Componente da configuração didática - Proposição*

As proposições têm a intenção de apresentar a descrição dos atributos ou propriedades dos objetos matemáticos que ocorrem em uma lição de um Livro didático. É importante, neste caso, considerar o seu papel na relação como elemento de ligação entre o conceito de média aritmética e sua aplicação em uma situação problema. Esta sua natureza é epistêmica e, portanto, institucional; enriquecem o significado do objeto e constituem objetos de ensino explícitos (Godino, Font, Contreras e Wilhelmi, 2006).

Nessa perspectiva é que se observa na lição que os autores apresentam na demonstração (Figura 10) dos termos ou expressões sobre a “*média aritmética*” uma visão que tem como preocupação fazer a distinção entre o valor que representa a média e os outros valores que aparecem no texto da lição. O entendimento que se absorve desta parte da lição é de que os autores procuram definir e sugerir concretamente uma caracterização para expressão da média aritmética e traz no texto

o uso de expressões como “a média diária”, para retratar o valor da média e a solução do problema.

#### *5.14.1.8. Os Conflitos Semióticos*

A proposição do conceito de “média aritmética” apresentado nesta lição leva à suposição de que o estudante detenha algum conhecimento e domínio sobre o uso da expressão “média aritmética”. Na lição, os autores comunicam o pensamento do que é este conceito, através das informações e elementos de contextualização na lição apresentada. Segundo Rodeiro e Font (2015). Tais elementos constituem um sistema de práticas operativas e discursivas que indicam a existência de uma ação. Esta, por sua vez, comunica-se com uma solução e designa o termo ou expressão que passa a assumir a condição ou não ostensivo, representando a situação problema em que os objetos são conhecidos e podem ser apresentados e propostos (Godino e Batanero e Font, 2006). No entanto, esta situação provavelmente gerará um conflito no entendimento, pois não são de fácil reconhecimento pelo estudante os termos e expressões apresentados na lição e não facilitam o entendimento do conceito-definição para o termo “média aritmética”, como se observa, por exemplo, no uso de expressões como “a média diária”, para retratar a média, ou seja, a solução do problema sem a definição propriamente dita do que representa a média para esta solução.

#### *5.14.1.9. Componentes da configuração didática - Procedimentos*

O sentido de procedimentos, em uma análise, exige a aplicação de operações e de recursos que têm como objetivo responder a uma determinada situação problema. Os elementos destes procedimentos requerem o emprego de algoritmos e técnicas variadas de representações, que, na maioria das vezes, são específicas para o tipo de problema. No caso particular do estudo, as atenções se voltam para os aspectos em que se observa a existência de procedimentos que se associa a uma lição, visado à aplicação de recursos que estabeleçam uma relação entre o ensino e a aprendizagem (Serrano, 2014).

Os autores desenvolvem a ideia de procedimento para o cálculo da média aritmética, recorrendo a uma operação simples da matemática para determinar o resultado, e desenvolvem o pensamento de que é o quociente da soma dos valores dividido pelo número total destes valores. O resultado representará a média aritmética e desta forma é que se comprova o cálculo da média aritmética. O autor desenvolve uma linha de procedimento cujo caminho leva à determinação da média e, a partir da designação do enunciado da situação problema recorre a uma operação simples da matemática para determinar a média aritmética como sendo o quociente da soma dos valores, dividido pelo número total destes valores. O resultado representará a média aritmética, o que é demonstrado na Figura 9, que contextualiza e aplica o algoritmo da média e assim, comprova o cálculo da média aritmética.

#### *5.14.1.10. Os Conflitos Semióticos*

Na lição os autores introduzem o conceito de média aritmética de forma generalista, conduzindo à solução do problema para um simples cálculo numérico matemático, utilizando o procedimento que requer conhecimentos prévios, que, muitas vezes, não faz parte do conhecimento do estudante. Apresenta em seguida, por meio de composições, fórmulas e notações que demandam a noção de regras básicas para sua aplicação, o que exige conhecimentos elementares da estatística, já que tais procedimentos requerem, por exemplo: 1- noção de variável, que possui uma expressão que pode representar um valor; 2- conhecimento dos elementos e símbolos matemáticos que são usuais nas operações simples da matemática e estatística, porém precisam ser conhecidos e identificados. Nesse caso, observa e considera-se “ $n$ ” como uma expressão da notação que permite pelo menos duas significações. Na ocorrência específica de “ $n$ ”, por exemplo, pode possuir duas significações: uma quando se refere a “ $n$ ” como uma amostra e outra quando “ $n$ ”, é considerado número de elementos ou quantidade. A expressão letra “ $x$ ”, que é considerada como valor.

#### *5.14.1.11. Componente da configuração didática - Argumentos*

Uma das observações feitas sobre o Livro 1 é a preocupação com a argumentação concisa que deve ser apresentada no texto, pois promove no estudante a construção do entendimento sobre conceito ou definição de uma situação problema. Uma das características importantes do livro



didático são as condições apresentadas para que haja o entendimento por parte do estudante, em que pese o uso dos elementos da configuração didática; compreensão, propriedades, definições e representações, ou seja, são criadas as possibilidades para que ocorra a resolução de problemas em diferentes contextos e que possibilitem ao estudante as condições de argumentação (Serrano 2014).

Ao identificar o gráfico como argumento (figura 9), verifica-se que os autores disponibilizam uma importante solução da estatística para apresentar os resultados, pois estes são um elemento essencial na apresentação de resultados de uma estatística e, em particular, acerca do evento cálculo da média, pois devem-se considerar os gráficos como um elemento essencial na apresentação de dados e medidas estatísticas Wild e Ptfankuch (1999), assim determinar a localização da medida através desse recurso enriquece a apresentação da medida. Neste aspecto, o autor foi feliz na apresentação da medida a partir do gráfico, permitindo que ocorra a interpretação dos dados que estão dispostos nos eixos. Estas quantidades informadas no gráfico determinarão um ponto ou valor que representa a média aritmética. Portanto, está-se diante de um recurso visual que permite conhecer, representar e definir a localização da média aritmética.

#### *5.14.1.12. Os Conflitos Semióticos*

O uso do gráfico é considerado como um importante aliado quando se deseja fazer a exposição dos dados. A utilização deste recurso

contribui para garantir maior segurança na elucidação da situação-problema. No entanto, o que se observa é que não há na lição um texto fazendo a construção de uma ideia sobre a importância do gráfico e seu emprego como recurso para identificação de uma medida. A lição não deixa claro qual o papel do gráfico. Esta circunstância é um indicativo de que poderá existir dificuldade na interpretação da lição por parte do estudante sobre a que corresponde e o que representa as informações contidas no gráfico. Portanto, nas condições em que foi apresentado o gráfico, fica claro que não há os devidos esclarecimentos sobre o seu objetivo e o papel da sua utilização na lição, o que, inevitavelmente poderá, levar o estudante a confundir o entendimento e a interpretação do objeto em estudo, considerando que a importância do gráfico é justamente o de fazer a síntese da informação. Logo, a explicação do gráfico nesta lição é de contribuir com a visão e compreensão sobre média e é justamente o que o estudante necessita para entender e vencer as barreiras na realização do raciocínio sobre medidas e, ao final, espera-se que seja possível que o estudante reconheça o significado da média aritmética (Fernández, Godino e Cajaraville, 2012).

#### **5.14.2. Análise do livro didático 2 - Componentes da configuração didática e conflito semiótico.**

Análise do livro didático 2- Matemática Contexto e Aplicações, 2004; Dante, Luiz Roberto, Ática, pp. 226-228.

O autor neste livro didático analisado organizou a apresentação do conteúdo da lição sobre média aritmética introduzindo o seguinte arranjo para a atividade matemática.

#### *5.14.2.1. Componentes da configuração didática - Situação Problema*

O autor destaca três momentos para propor a Situação Problema que são apresentados nos três casos a seguir: na Figura 10, caso 1, caso 2, e caso 3. No caso 1, por exemplo, observam-se os dados de um grupo de idade de pessoas, sendo que em torno destes, desenvolveram-se as operações simples da matemática, ou seja, a soma e divisão. Já no caso 2 as informações retratam sobre temperaturas em graus centígrados, e sugerem as mesmas operações matemáticas soma e divisão. No caso 3 o processo se estabelece a partir de um evento que envolve notas (valores) das atividades escolares obtidas no bimestre pelos alunos, o que permite construir a operação de soma e divisão desses dados indicados pela atividade escolar. Em suma, tem-se, então, circunstâncias apresentadas pela lição, em que ocorrem situações práticas que remetem para construção de operações matemáticas e da estatística, em que se buscam estimativas de valores que possam conduzir a um resultado para a situação problema, tendo como via a determinação da média aritmética (Cobo e Batanero na imprensa).

FIGURA 10 - SITUAÇÃO PROBLEMA - LIVRO DIDÁTICO 2

**Média aritmética (MA)**

Considerando um grupo de pessoas com 22, 20, 21, 24 e 20 anos, observamos que:

$$MA = \frac{22 + 20 + 21 + 24 + 20}{5} = \frac{107}{5} = 21,4 \quad \text{Caso 1}$$

Dizemos, então, que a média aritmética ou simplesmente a média de idade do grupo é 21,4 anos.

Se, ao medir de hora em hora a temperatura em determinado local, registraram-se 14 °C às 6h, 15 °C às 7h, 15 °C às 8h, 18 °C às 9h, 20 °C às 10h e 23 °C às 11h, observamos que:

$$MA = \frac{14 + 15 + 15 + 18 + 20 + 23}{6} = \frac{105}{6} = 17,5 \quad \text{Caso 2}$$

Dizemos, então, que no período das 6h às 11h a temperatura média foi 17,5 °C.

No caso de um aluno que realizou diversos trabalhos durante o bimestre e obteve as notas 7,5; 8,5; 10,0 e 7,0, observamos que:

$$MA = \frac{7,5 + 8,5 + 10,0 + 7,0}{4} = \frac{33}{4} = 8,25 \quad \text{Caso 3}$$

Dizemos, então, que nesse bimestre o aluno teve média 8,25.

Assim, generalizando, podemos afirmar que, dados os  $n$  valores  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  de uma variável, a média aritmética é o número obtido da seguinte forma:

$$MA = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

**Para Refletir**

O símbolo  $\sum_{i=1}^n x_i$  significa o somatório dos números  $x_i$ , sabendo que  $i$  varia de 1 a  $n$ .

#### 5.14.2.2. Os Conflitos Semióticos

Na construção da lição não fica claras as diferenças entre os conjuntos arbitrados e sua finalidade para o cálculo da média. São apenas definidos os caminhos para solucionar os problemas apresentados pelos diferentes conjuntos de dados, que são compostos de três situações. Portanto, não se observa nas situações o que representa cada resultado, mesmo existindo uma caracterização entre eles: o primeiro envolve a idade das pessoas; o segundo retrata a temperatura registrada em determinado local em respectiva hora; o terceiro-se refere as notas dos alunos que realizaram diversos trabalhos durante o bimestre. Em resumo, a lição do texto não deixa claro para o

estudante o porquê da utilização da média, como melhor estimativa, pois não houve nenhuma construção que levasse à interpretação do conceito de média (Pollatasek, Line e Well, 1981). Estes autores abordam em seus estudos as dificuldades dos estudantes em identificar média ponderada. Por outro lado, não se observa no texto uma associação com os dados, não se estabelece o entendimento entre a natureza dos fenômenos e os cálculos que são apresentados na construção do problema (Batanero, Arteaga e Contreras, 2011). Portanto, para que o estudante possa ter a compreensão sobre o que trata o problema, será necessária a apresentação da natureza do fenômeno, sua variável e a concepção sobre a utilização das medidas estatísticas para a solução de problemas. É importante analisar que, mesmo tratando-se do cotidiano, é imperativo que sejam atendidos os requisitos que ajudam na interpretação do problema, considerando, é claro, as características de cada situação, para que, em algum momento, o estudante tenha a compreensão sobre o que representa o conceito de média (Pinho e Gusmão, 2007).

#### *5.14.2.3. Componentes da configuração didática- Linguagem*

Observa-se que o autor, na lição faz uso da expressão da média aritmética e designa valores específicos para representar uma simples operação matemática, (Figura 10), caso 1, caso 2 e caso 3 esta operação envolve a soma de valores e divisão para, em seguida, determinar a média, ou seja, propõe, por meio de operações simples da matemática,

a possibilidade de que o estudante desenvolva a ideia sobre média aritmética, (Cai, 1995). Enfim, o autor faz uso na lição de expressões numéricas para chegar à solução da situação problema que representará a média aritmética.

#### *5.14.2.4. Conflitos Semióticos*

O texto da lição não esclarece qual o objetivo concreto do cálculo, (Figura10), caso 1, caso 2 e caso 3, mesmo tratando-se de uma operação matemática que envolve soma e divisão, um cálculo aritmético simples. Os resultados, representados por MA e MP, mas, em momento nenhum da lição, há um esclarecimento sobre o que representa a média - Gattuso e Max (1998). Em todas as etapas da lição observa-se que o autor introduz resolução de fórmulas com intenção de conduzir ao cálculo ou solução, a partir de um algoritmo que representa a média aritmética, porém não estabelece como devem se desenvolver as relações matemáticas para que a operação se concretize. O que se espera como expectativa é que seja definido, nestes casos, qual o papel dos elementos envolvidos nas operações e cálculos da média aritmética, que elementos compõem as expressões que definiram os resultados das operações matemáticas (Godino, 1996).

#### *5.14.2.5. Componente da configuração didática - Conceitos-definição.*

Na lição, o texto desenvolveu a conceituação de média por meio de expressões da literatura matemática e estatística como visto na figura 10, dados “ $n$ ”, valores  $x_1, x_2, x_3, x_n, \dots$  que, dividido por “ $n$ ” gerou  $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)/n$  e foi através desta expressão que se construiu cálculo matemático que deu origem à fórmula, e conceituou e definiu média aritmética (MA). A partir deste entendimento o autor justificou, em linhas gerais, o conceito de média.

#### 5.14.2.6. Os Conflitos Semióticos

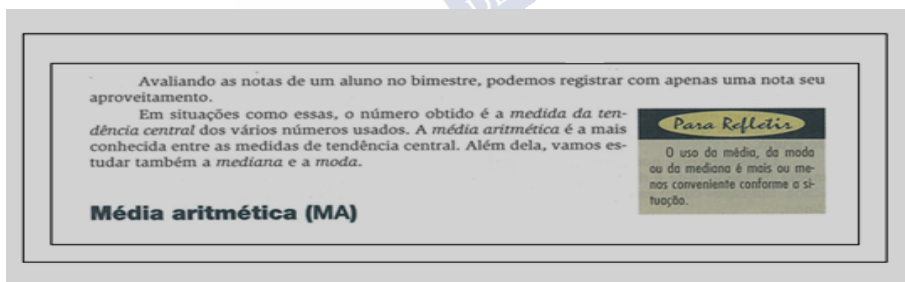
No texto da lição são introduzidos termos e expressões com o intuito de fazer referência à definição de média aritmética, que são justificadas com afirmações: ... *dados “ $n$ ” valores  $x_1, x_2, \dots, x_3, \dots, x_n, \dots$  e  $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)/n$* , estes são considerados como expressões da matemática, que, quando propostos, podem se constituir em um objeto matemático, a média aritmética (Rondero e Font, 2015), que, em algum momento, poderá criar, no imaginário dos estudantes, dificuldade em reconhecer o conceito de média aritmética, visto que não há na lição referências claras sobre o cálculo de média. Outro aspecto diz respeito ao cotidiano do estudante, que, muitas vezes, faz uso recorrente da média. Contudo, não se pode rejeitar a possibilidade de haver dificuldades no entendimento sobre o conceito de média, considerando as relações e características da média, que são amplas. No entanto, sabe-se que, para se resolver problemas de estatística sobre a média aritmética, necessitaram conhecer as representações simbólicas dos

objetos matemáticos os números e expressões que caracterizam os valores que darão o resultado do que será a média aritmética. Estas dificuldades são vistas na lição, que constrói a ideia de média sem dialogar com aspectos prévios e regras que definem as características e as próprias relações com outras medidas.

#### 5.14.2.7. Componentes da configuração didática – Proposições

A lição apresenta uma discussão (Figura 11) sobre como é a utilização das medidas de tendência central e coloca a média aritmética como importante e como sendo a mais conhecida entre as medidas, ou seja, considera o fato de a média aritmética ser capaz de representar um valor de um grupo.

FIGURA 11 - PROPOSIÇÃO - LIVRO DIDÁTICO 2



#### 5.14.2.8. Os Conflitos Semióticos



O autor na lição constrói a ideia de média aritmética e ressalta a importância das medidas de tendência central, porém não indica claramente no enunciado qual a diferença entre as medidas. Esta situação poderá dificultar a compreensão, pelo estudante, sobre as diferentes soluções que possibilitaram a operação matemática: Figura 10: caso 1, caso 2 e caso 3. Considerando estudos desenvolvidos que apontam para dificuldades em compreender o papel dos valores na construção da média (Pollatasek, Line e Well, 1998) e reconhecem haver operações iguais em situações que merecem tratamento diferentes. A lição não deixa clara uma classificação de média e suas características, apenas constrói a ideia sobre as medidas. Não se observa uma aplicação que justifique o papel e uso da média aritmética na lição apenas definiu o uso da média, considerando os argumentos e a comprovação dos elementos que compuseram o problema (Cobo e Batanero, 2004 b).

#### *5.14.2.9. Componentes da configuração didática – Procedimentos*

No livro didático a lição exibe a Figura 10, que demonstra justificativas que proporcionam o cálculo da média aritmética. Nesse sentido, a lição apresenta operações seguidas do cálculo aritmético, acompanhado de uma expressão para o cálculo, o que permite que se possa chegar a um resultado sobre média aritmética. O autor apresenta a expressão MA, *média aritmética* como notação que define a representação da média aritmética.

#### *5.14.2.10. Os Conflitos Semióticos*

Um dos aspectos que chama a atenção na lição é o uso, pelo autor do símbolo “MA” como nomenclatura para representar a média aritmética, uma simbologia que não é usual na literatura estatística. Este símbolo da média não é comum em livros didáticos ou em publicações científicas que retratam os conceitos sobre estatística. Esta circunstância, conseqüentemente, desenvolve na lição dificuldades que podem afetar o entendimento sobre notação ou nomenclatura expressa que define a fórmula da média. Outro ponto que se observa é que não há citações e casos em que se ilustre na lição a aplicação do conceito para cálculo da média aritmética. Observa-se apenas a resolução do problema, sem ao menos retratar características do uso e aplicação da média. A lição não desenvolve uma construção sobre como calcular média; faz apenas a aplicação da operação matemática e o uso das notações que foram apresentadas como ilustração do conceito de média. Acrescenta-se a esta situação as dificuldades e o desconhecimento que poderão existir por parte dos estudantes ou do leitor em reconhecer os algoritmos e símbolos utilizados na lição para conceituar média aritmética (Socas e Cols, 1984).

#### *5.14.2.11. Componentes da configuração didática – Argumentos*

A lição desenvolve a ideia da importância do cálculo de média aritmética e do papel que ela possui na caracterização de um conjunto de

dados, Figuras 10: caso 1, caso 2 e caso 3. Os resultados indicam a importância da identificação de valores como sendo os resultados dos cálculos e definem uma solução para os casos que foram propostos na lição. Assim, o autor justifica os cálculos sobre média.

#### *5.14.1.12. Os Conflitos Semióticos*

A lição justifica o uso da média a partir dos resultados que são apresentados na lição. No entanto, não deixa clara a importância da média aritmética como uma medida de tendência central. Outro ponto é sobre como se desenvolve o cálculo da média, e, neste aspecto, a lição não apresenta como as expressões que formam os seus componentes materializam os cálculos, no caso específico da média aritmética. Portanto, o que se espera e se deve compreender quando se desenvolve o emprego do cálculo, é a forma de reconhecer a aplicação da medida e o contexto que o estudo exige para uso da média aritmética, tendo assim sua finalidade reconhecida. Porém, o que se observa é que a lição deixa dúvida, pois não fica claro para o estudante se as operações têm o objetivo de construir a definição do conceito de média aritmética. Apesar de o texto fazer referências sobre a influência do cálculo da média em casos específicos, também faz sugestão para o uso de outras medidas de tendência central, como a moda e a mediana.

#### **5.14.3. Análise do livro didático 3 - Componentes da configuração didática e conflito semiótico**

Livro didático 3 - Matemáticas Para o Ensino Médio, 1999. Marcondes, Carlos; Gentil, Nelson e Greco, Sergio. Ática, p. 397.

O autor deste livro didático analisado organizou a apresentação do conteúdo da lição sobre média aritmética introduzindo o seguinte arranjo da atividade matemática.

*5.14.3.1. Componentes da configuração didática - Situação Problema*

Na lição o livro didático faz a construção da Situação Problema, é discutida a partir de um exemplo simples, envolvendo números e recorrendo a aplicação de operações matemáticas, (Figura 12), ou seja, soma e divisão, operações básicas de matemática.

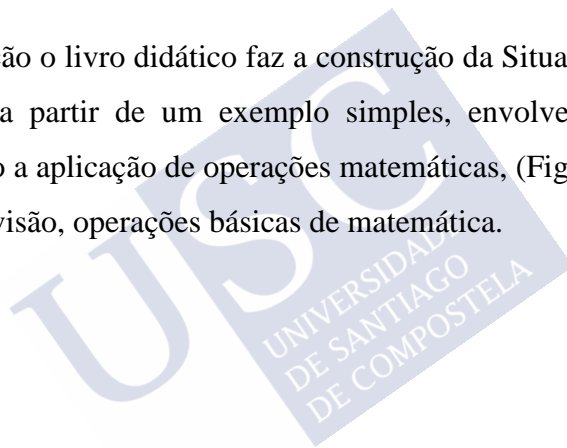


FIGURA 12 - SITUAÇÃO PROBLEMA - LIVRO DIDÁTICO 3

**Média aritmética**

A  $M_a$  é o quociente da divisão da soma dos valores pelo número de elementos. Sendo  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  os elementos, temos:

$$M_a = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

A média aritmética para dados não agrupados é a média aritmética simples dos elementos. Vejamos um exemplo.

Para os elementos 1, 2, 3, 5, 7, 8 e 9, temos:

$$M_a = \frac{1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 8 + 9}{7} = \frac{35}{7} = 5$$

#### 5.14.3.2. Os Conflitos Semióticos

Na lição não fica explícito se no cálculo da média aritmética, se deve levar em conta as características das informações que envolvem o problema ou se a operação matemática precisa ter, de fato, uma solução por meio de uma medida estatística. Há intenção de generalizar a operação que envolve o cálculo sobre “média aritmética” e esta poderá dificultar, em algum momento, o entendimento do estudante sobre o que representa a média como solução do problema (Llega e Tormara, 1993), pois, em momento algum, o texto aborda as condições para aplicação do conceito sobre “média aritmética” ou qualquer outra medida. Apenas foi indicando o caminho para se efetuarem os cálculos.

#### *5.14.3.3. Componentes da configuração didática - Linguagem*

No livro didático o autor indica, na lição sobre média aritmética, onde há uma representação da medida com o símbolo ( $M_a$ ). Faz uso de recursos simples para desenvolver o cálculo de média via operação matemática, que envolve os valores apresentados no problema e, com o uso de termos e expressões faz a operação matemática e chega ao cálculo da média, como visto na Figura 9.

#### *5.14.3.4. Os Conflitos Semióticos*

Na lição, o autor utiliza símbolos e notações para construir a definição do cálculo de média aritmética ( $M_a$ ), porém não justifica o resultado como uma medida estatística, ou seja, não há uma preocupação que explique a utilização das representações e os símbolos para definição da média como uma medida sugerida. Por outro lado, não se observa a construção de uma ideia para que os estudantes ou indivíduo elaborem uma opinião sobre a lição, em que observado-se o uso de símbolos para representar a média. Nesse contexto existem expressões que integram a fórmula, portanto imagina-se que poderá haver dificuldades de interpretação sobre os diferentes caminhos e explicações do conceito de média aritmética. O que se conclui é que, na lição, de um modo geral, não houve a apresentação de como se deve proceder para desenvolver o cálculo da média, mas apenas aponta para a importância da medida. Nesta linha, o que se observa na lição é a dificuldade de uma interação entre os aspectos

conceituais sobre média aritmética e seu procedimento de cálculo (Batanero, Godino e Navas, 1997), quanto cita aspectos conceituais da média.

#### *5.14.3.5. Componentes da configuração didática - Conceitos-definição*

Pode-se observar na lição que o autor inicia a conceituação para média aritmética ( $M_a$ ) fazendo uso da expressão indicada na Figura 12, que representa a parte literal (Socas e cols, 1984) quando analisou as notações e características da linguagem matemática. Esta expressão relacionada com os valores compõe as observações, que dão origem à fórmula do cálculo da média aritmética.

#### *5.14.3.6. Os Conflitos Semióticos*

A designação de expressões na literatura da estatística para identificar média aritmética tende a exigir dos estudantes uma compreensão mais definitiva sobre o conceito a se aplicar, pois necessita que se faça o reconhecimento da relação entre elementos e os valores. É importante considerar que, na matemática, estas relações, na maioria das vezes, possuem correspondências com caso específico da estatística, pois os usos das letras poderão, em algum momento, exigir dos estudantes e outros indivíduos que se apropriem de conceitos para que possam identificar se existem relações entre as letras, os símbolos e os números e, assim, possam compreender como categorizar as expressões, de sorte a poder definir o

que elas representam na formulação do conceito Socas e cols (1984), quando analisaram as notações e características da linguagem matemática. No entanto, na lição, esta preocupação não é demonstrada. O autor apenas apresenta as notações e não há uma alusão às denominações e aos conceitos, bem como em que condições foram construídas na literatura que definiu os símbolos ou as letras, que são representativas do conceito de média aritmética. Outro aspecto é o que diz respeito à construção do conceito de média para os casos com frequência, que seguem o mesmo rito do caso simples, ou seja, o autor não esclarece quais aspectos podem influir para diferenciar cada caso. Portanto, deixa uma margem de dúvida na interpretação do conceito de média, que provavelmente irá influir na solução do problema. Esta visão pode ser observada nos estudos sobre média desenvolvidos por Cobo (2003).

#### *5.14.3.7. Componentes da configuração didática – Proposições*

O autor apresenta na lição o desenvolvimento de uma proposição para definição de média aritmética simples através da expressão, que se apresenta na Figura 12, nesta desenvolve a operação da matemática enunciada para resolver o problema, a partir das expressões algébricas que se aplicam na resolução do problema.

#### *5.14.3.8. Os Conflitos Semióticos*

Observa-se que o autor, em momento algum, justifica o uso da média, faz alusão à expressão “*dada não agrupada*” (Figura 12), para se referir à média, porém não há nenhuma preocupação em construir a ideia de que a



média aritmética é um caso particular do estudo sobre as medidas. Na construção da lição não fica claro para o estudante a intenção de interpretação do conceito de média (Cobo e Batanero, 2004 b), a partir de uma associação com dados, que é possível, mesmo considerando que os dados se refiram a exercícios simples e de fácil entendimento para o cálculo da média aritmética.

#### *5.14.3.9. Componentes da configuração didática - Procedimentos*

O autor, na lição, utiliza as notações para representar a caracterização do cálculo da média aritmética, ou seja, descreve os elementos ou algoritmos que precisam combinar com os valores, e define o símbolo  $M_a$  como o que representa a média aritmética simples (Figura 12).

#### *5.14.3.10. Os Conflitos Semióticos*

Na análise da lição observa-se uma dificuldade no texto em expressar o que representa a média aritmética, já que são apresentadas notações para designar a composição da fórmula da média. No caso específico desta lição, espera-se que o estudante detenha uma compreensão do que é realmente este valor que é chamado de média, e o que representa para o conjunto das observações. Por outro lado, a lição não indica no texto o que se deve exigir dos estudantes ou outros indivíduos para que se tenha um entendimento sobre os conceitos específicos das medidas estatísticas, em particular sobre a média aritmética. O que se observa e considera é que o

texto não demonstra claramente como esta representação faz a relação entre os elementos e os valores, ou seja, a notação não deixa explícita qual a relação e a diferença entre a que correspondem, por exemplo, as letras “ $x$ ” e “ $n$ ”, e os elementos que definem por extensão a representação de média aritmética  $M_a$  (Socas e cols 1984, quando analisaram as notações e as características da linguagem matemática).

#### *5.14.3.11. Componentes da configuração didática – Argumentos*

O autor procura contextualizar com exemplos a aplicação da operação da média aritmética ( $M_a$ ) através de cálculo simples e mecânico (Figura 12). A Utilização de um exemplo em que tem se a intenção de orientar como desenvolver e construir o resultado com objetividade, e o autor preocupa-se com conhecimento cotidiano dos estudantes sobre operações matemáticas simples, soma e divisão para média aritmética ( $M_a$ ).

#### *5.14.3.12. Os Conflitos Semióticos*

Na lição o autor apresenta o conteúdo a partir de uma tabela com valores e, em seguida, desenvolve a aplicação da operação matemática que envolve a soma e a divisão, chegando ao resultado, que designa como sendo média aritmética ( $M_a$ ). Carvalho (1996) cita estes procedimentos nas suas investigações sobre média aritmética. Na sequência da lição tem-se uma situação em que é apresentado o cálculo

da média. Na lição não se observou na sua construção o indicativo dos elementos componentes do argumento que possibilitaram a caracterização da média aritmética. No entanto, observa-se uma orientação sobre como se desenvolveu essa parte da operação na lição, que resultou na demonstração do cálculo da média aritmética. Portanto, mesmo se houvesse uma justificativa sobre aspectos e propriedades da utilização da média, ocorreriam a solução da situação problema. Esta dificuldade poderá levar o estudante e outros indivíduos a fazer uma interpretação da média que não corresponda ao papel que realmente se pretende quando se deseja definir este valor como uma medida (Godino, 1996).

#### **5.14.4. Análise do livro didático 4 - Componentes da configuração didática e conflito semiótico.**

Livro didático 4 Matemática, 2002. Iezzi, Gelson; Dolce, Osvaldo; Degenszajn, David e Pergio, Roberto. Atual. p. 422.

O autor deste livro didático analisado organizou a apresentação do conteúdo da lição sobre média aritmética introduzindo o seguinte arranjo da atividade matemática.

##### *5.14.4.1. Componentes da configuração didática - Situação Problema*

O autor, na lição, apresenta quantitativos organizados em forma de rol para contextualizar a situação problema (Freudenthal, 1991). No texto analisado tem-se a materialização de situação problema que propõe com a

finalidade de determinar uma expressão que represente os gastos diários médio dos turistas (Figura 13).

FIGURA 13 - SITUAÇÃO PROBLEMA E CONCEITUAÇÃO - LIVRO DIDÁTICO 4

**Média aritmética**

Sejam  $x_1, x_2, \dots, x_n$  os valores de  $n$  observações de determinada variável  $X$ . Definimos a *média aritmética* — indicada por  $\bar{x}$  — como o quociente entre a soma de todos os valores observados e o número total de observações:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

**Exemplo**

Os gastos diários (em reais) de 15 turistas em Poço Seguro estão indicados a seguir.

65 — 80 — 45 — 40 — 65 — 80 — 85 — 90  
75 — 75 — 70 — 75 — 75 — 90 — 65

Temos:

$$\bar{x} = \frac{65 + 80 + 45 + \dots + 90 + 65}{15} = \frac{1075}{15} \approx 71,70$$

Assim, o gasto diário médio desse grupo de turistas é de R\$ 71,70.  
O significado é: "se todos os turistas gastassem a mesma quantia diária, esse valor deveria ser de R\$ 71,70 a fim de que fosse gerada a receita total de R\$ 1075,00."

A lição apresenta, por meio de uma expressão, a justificativa e solução do problema em que caracteriza o uso da média e em seguida explica como a operação matemática definiu a média aritmética. O que se espera da parte do estudante e de outros indivíduos é domínio de conhecimento sobre as medidas de um modo geral. Porém, a lição não deixa pistas claras para que estas condições possibilitem a compreensão sobre média aritmética, suas características e propriedades, bem como o seu conceito, mesmo considerando a relação com fatos do cotidiano.

Freudenthal (1991) desenvolveu estudo nessa linha e questionou aspectos similares sobre referência e a materialização de uma situação problema quando fez análise sobre média aritmética.

#### *5.14.4.3. Componente da configuração didática - Linguagem*

Na lição do livro didático o autor desenvolve um raciocínio que demonstra os gastos dos turistas e seus respectivos valores de despesas referentes a quinze diárias. Portanto, espera-se que o estudante ou outros indivíduos detenham a noção de valor e consiga calcular a média aritmética simples, representada por  $\bar{x}$ , (Figura 13).

#### *5.14.4.4. Os Conflitos Semióticos*

Nota-se na lição que não há uma preocupação em exigir maior atenção com operações simples da matemática, ou seja, apenas define que se efetuem os cálculos que possivelmente definirão a média aritmética. É possível crer que os estudantes e os outros indivíduos estão diante de uma situação que exige o entendimento e compreensão do que é uma variável. Assim, será possível fazer relações com quantidade e valor para, em seguida, definir uma expressão matemática que relacione estas variáveis e seus respectivos valores ou quantidades (Cobo e Batanero, 2003 quando retratam em seus estudos o significado da média aritmética). Contudo, é importante imaginar que, em algum momento, será exigido do estudante a noção de variável e sua relação com valores para que seja construído o pensamento matemático em que

valores e quantidades se relacionem com as expressões usuais da matemática, com objetivo de definir uma estatística, que o autor denomina de média aritmética. É expectativa que o livro didático deve propor caminhos de entendimentos sobre a lição, já que é uma ferramenta que aproxima o ensino e a aprendizagem.

#### *5.14.4.5. Componente da configuração didática - Proposições*

O autor designa o termo média como solução para a situação em que são apresentados os gastos com diária de um grupo de turistas, juntamente com seus valores e expectativas de despesas, ou seja, determina um valor como sendo média referente à variável “gasto observado na situação problema, sendo esta a viagem de um grupo de turistas (Figura 13).

#### *5.14.4.6. Os Conflitos Semióticos*

Na lição não fica explícito que a expressão ou linguagem da matemática que está sendo proposta justifique a construção da operação matemática como forma de concretizar o uso de uma medida, e que possibilite a construção de um conceito de média. Está presente na lição o emprego de expressões do cotidiano da linguagem matemática que atua para explicação sobre a medida. Porém, o autor não deixa clara a noção do emprego da média aritmética como a medida que será capaz de definir a estatística do resultado, gastos com diárias pelo grupo, considerando que a média possui características de transversalidade com a matemática e uso de diferentes representações, o que pode determinar uma complexidade de

seu uso em determinadas situações do cotidiano. Outro aspecto a considerar é o dia-a-dia dos estudantes e dos outros indivíduos, pois exige-se uma compreensão mais definitiva dessas aplicações, em particular o conhecimento dos conceitos básicos da matemática e estatística que permitam compreender quais as relações entre medidas, que podem ser representativas de um conjunto de dados e seu papel para justificar a operação e a noção do seu emprego, no caso específico da média aritmética. Quando se discute, nessa lição, a aplicação da média aritmética para solução de situações problema, exige-se que se contemplem os elementos básicos da construção de um texto matemático, discutidos nesta análise, a partir da configuração didática.

#### *5.14.4.7. Componentes da configuração didática - Conceitos-definição*

O autor apresenta na lição o conceito de média aritmética representado pela figura 13, a partir da indicação do símbolo, (*x barra*), que o designa como média aritmética, sendo definido como sendo o quociente entre a soma de todos os valores representados por  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , dividido-se pelo número total de observações “*n*” o resultado desta operação é que determinará a média aritmética.

#### *5.14.4.8. Os Conflitos Semióticos*

É vista na lição uma clara tentativa de introduzir o conceito de média. A partir da dedução da fórmula, sugere que os estudantes tenham uma

compreensão sobre os termos e expressões usuais da matemática e estatística, ou seja, espera que tenham domínio de conhecimento sobre o algoritmo das medidas e sua aplicação. Portanto, esta situação, se não resolvida no âmbito do conhecimento e da formação do estudante ou outros indivíduos, poderá colaborar com dificuldades na interpretação da lição e na compreensão dos conceitos mais simples sobre as medidas. Gattoso e May (1998) quando escreveu sobre dificuldade na utilização do conteúdo média aritmética que, demonstra uma dependência que, exige do estudante o resgate dos conteúdos matemáticos anteriores que não são apresentados na lição e que poderiam ser citados como título de informe introdutório da lição.

#### *5.14.4.9. Componentes da configuração didática - Procedimentos.*

A lição apresenta soluções gerais para realizar o cálculo da média, que é representado por  $\bar{x}$  (*x barra*), em que se considera “*n*” como elemento de ligação de referência para construção da notação e dos valores que representam as variáveis, dos elementos, das letras e dos números que definem a composição da fórmula de média aritmética, como vista na figura 13.

#### *5.14.4.10. Os Conflitos Semióticos*

Há, na lição, uma preocupação em informar o conceito sobre média aritmética e sua interpretação e significados. Observa-se que os autores



buscam construir as ideias em torno de um conjunto de observações que podem motivar, em algum momento, uma visão ambígua do estudante sobre o conceito, já que a apresentação do termo “ $n$ ” não é esclarecida, o que pode levar a uma dedução errônea. A lição não esclarece a diferença entre valor e quantidade, deixando então de caracterizar o que é variável na definição da média aritmética (Socas e cols. 1984, quando analisaram as notações características da linguagem matemática). Esta situação poderá levar pelo menos a duas significações: referir “ $n$ ” como uma amostra e o outro caso quando “ $n$ ” passar a ser reconhecido como sendo elementos ou observações, que representam valores que compõem a definição da média. Porém, em momento algum, o autor faz referências sobre as diferenças entre “ $x$ ” e “ $n$ ”, variável e elemento. Muito pelo contrário, decompõem estas expressões em subunidades.

#### *5.14.4.11. Componente da configuração didática - Argumentos*

O autor na lição faz uma afirmação concreta do resultado e afirma que a média é uma medida que representa o gasto diário, sendo a justificativa para o argumento do uso da média, como se observa na Figura 13.

#### *5.14.4.12. Os Conflitos Semióticos*

Considerando como se apresenta a lição no livro didático, é possível observar que o autor constrói diferentes sentidos para que o estudante ou outros indivíduos possam interpretar o conceito de média,

a partir do exercício. Contudo, para que este entendimento se concretize é necessário que o estudante perceba a relação entre um valor quantitativo e os dados, que, combinados, definem a média. Para acontecer essa compreensão por parte do estudante é importante que já exista um entendimento sobre as formas de expressar e representar matematicamente valores e dados, principalmente quando se trata de termos e expressões que, muitas vezes, não são do cotidiano do estudante ou outros indivíduos. Por exemplo, a expressão média aritmética aparece no texto, porém precisa ter a sua conotação mais definida e não ver somente uma afirmação de que o cálculo resultará em um valor ou quantidade que represente a média. Neste sentido é que a lição precisa apresentar, além da solução da situação problema, a representação das diferentes definições, proposições coerentes, propriedades, procedimentos para solução por meio das técnicas que se aplicaram aos argumentos que sejam gerais na aplicação da média aritmética.

#### **5.14.5. Análise do livro didático 5 Componentes Configuração didática e conflito semiótico**

Livro didático 5 - Olhar Matemática, 2011. Souza, Joamir. FTD, pág. 24

O autor deste livro didático analisado organizou a apresentação do conteúdo da lição sobre média aritmética introduzindo o seguinte arranjo da atividade matemática.

*5.14.5.1 Componente da configuração didática - Situação Problema*

A lição procura contextualizar a Situação Problema a partir da realidade que ilustra, por meio de uma fotografia, uma área de desmatamento, no período de 2001-2008, na floresta amazônica. Com este exemplo o autor sugere a aplicação do cálculo da média aritmética, na expectativa de que o aluno desenvolva algum raciocínio sobre o fato representado na fotografia da situação problema, no período apontado, sendo então sugerida a média para representar a realidade sobre o desmatamento representado na Figura 14.

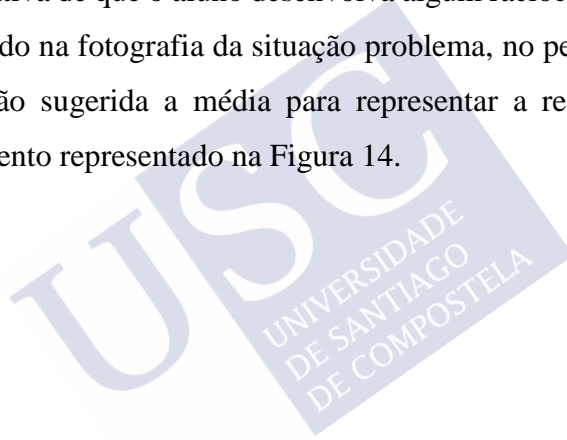


FIGURA 14 - SITUAÇÃO PROBLEMA E CONCEITUAÇÃO - LIVRO DIDÁTICO 5

**Medidas de tendência central**

As medidas de tendência central são utilizadas em estatística para representar um conjunto de dados pesquisados por valores pelos quais eles tendem a concentrar-se. As principais medidas de tendência central são a média aritmética, a moda e a mediana.

- Média aritmética

A média aritmética ( $\bar{x}$ ), ou simplesmente média, de um conjunto de  $n$  valores ( $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1}, x_n$ ) é dada por  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_{n-1} + x_n}{n}$ .

**Exemplo**

Observe o gráfico.

**Desmatamento na Amazônia**

Ano	Área (km²)
2001	18.165
2002	21.394
2003	25.247
2004	27.423
2005	18.846
2006	14.109
2007	11.532
2008	11.968

Fonte: <a href="http://www.obt.inpa.br/prodes/prodes\_1998\_2008.htm">www.obt.inpa.br/prodes/prodes\_1998\_2008.htm</a>. Acesso em: 8 jul. 2009.

▲ Região desmatada da floresta amazônica, década de 2000.

A média aritmética do desmatamento na Amazônia no período apresentado é dada por:

$$\bar{x} = \frac{18\,165 + 21\,394 + 25\,247 + 27\,423 + 18\,846 + 14\,109 + 11\,532 + 11\,968}{8} = \frac{148\,684}{8} = 18\,585,5$$

Portanto, no período apresentado, foram desmatados em média 18 585,5 km<sup>2</sup> por ano.

### 5.14.5.2. Os Conflitos Semióticos

Na lição o autor faz a construção da Situação Problema após a definição do conceito de média e o procedimento sobre como calcular. As informações da lição apenas relacionam o fato ao período. No entanto, não esclarece porque esta informação representará, para uma variável significativa de referência, uma ideia em que aponta para relação existente entre os dados e a variável (Godino, Font e Miguel, 2007). Considerando as condições em que foi sugerida para Situação Problema, em que se observa a falta de identificação sobre o fato, a lição não buscou identificar nas variáveis o papel de cada uma para a

definição de média, o autor optou por apresentar o conteúdo, a partir de um caso que envolve duas variáveis, em detrimento de um caso simples. Esta situação provavelmente geraria uma expectativa para o estudante na construção dos cálculos e na compreensão sobre o que representa a média.

Nestas condições, deduz-se que a lição tem a intenção de apresentar os cálculos e conhecimento sobre média aritmética, porém sem indicar que este valor pode ser identificado como uma quantidade representativa do conjunto das informações identificadas na fotografia, em que a média poderá também ser apresentada não somente pela quantidade da área desmatada no período, mas também como uma característica do que representa esta área quando desmatada.

Por outro lado, tem-se uma situação que foi contextualizada através de ilustrações, em que valores foram identificados, mas que exigirá do estudante o entendimento de regras e aplicações de fórmulas para resolução da operação que envolve a média. Porém, a lição não caracteriza com precisão, não há uma sugestão e nem é feita uma referência que trate como sendo uma operação sobre média aritmética. Portanto, há uma necessidade de melhor caracterizar o uso da média aritmética, para que se possam definir as representações simbólicas dos objetos matemáticos envolvidos na situação problema, (Batanero, 2000).

#### *5.14.5.3. Componente da configuração didática - Linguagem*

O autor apresenta o termo “média aritmética”, (Figura 14) a partir de uma operação matemática que envolve os valores numéricos que foram determinados como sendo áreas desmatadas e o seu resultado final é identificado como a expressão  $\bar{x}$  (x barra). O uso do termo é oriundo da expressão em que é aplicado, a partir da soma dos valores, e feita uma divisão que quando efetivada no seu final, a expressão dará origem a um valor cujo significado representa a média aritmética.

#### 5.14.5.4. Os Conflitos Semióticos

A lição apresenta, em seu texto, o termo “média aritmética”, porém, em momento nenhum o autor constrói uma definição para o conceito de média, apenas apresenta uma fórmula para o cálculo, definida por uma expressão que possibilitou a operação para simplificar a obtenção do resultado, mas não deixa claro para o estudante ou outros indivíduos o que representa o termo “média aritmética”. Esta falta de esclarecimento, em algum momento, exigirá do estudante a compreensão sobre os significados (Godino, 2003) e qual é o papel, a importância do cálculo da “média aritmética”. O que se observa é que o autor faz um enunciado geral sobre a expressão, sem referência mais direta aos símbolos que compõem a média e o que podem representar os elementos na composição da expressão que resulta na média aritmética.

#### 5.14.5.5. Componente da configuração didática - Conceito-Definição

Na definição sobre média aritmética o autor opta pela demonstração simples, em que apresenta a notação e algoritmos que definem a média, ou seja, uma fórmula literal. É, a partir desta situação, que se apresenta  $\bar{x}$  (*x barra*) como símbolo que representa o conceito de média aritmética (Figura 13).

#### 5.14.5.6. Os Conflitos Semióticos

Observa-se a presença dos símbolos e notações usuais na operação sobre média aritmética. A lição utiliza-se de termos e expressões que compõem a parte literal da *média aritmética*, porém, em momento algum da lição, foi construído este conhecimento teórico. Isto leva a imaginar que o estudante, em alguma ocasião, precisará saber como aplicar a fórmula adequada ao cálculo da média aritmética, considerando os aspectos e as exigências que devem nortear a interpretação do conceito de média aritmética, (Cai, 1995, quando analisou a aplicação e capacidade de entender os conceitos da matemática nos estudos sobre média). Por outro lado na lição o que se observa é a noção sobre média apresentada em uma única notação que, apesar de uma construção simples requer entendimento da composição dos elementos da parte literal da fórmula. A lição não aponta qual caminho pode ser seguido para esclarecer o posicionamento ou a disposição dos elementos na notação, que em determinadas situações poderão alterar o resultado da *média aritmética*. Strauss e Bichler (1988), consideraram que para buscar tratar de símbolos e conceitos

simples no cálculo da média, são necessárias as definições dos elementos que compõem parte literal da fórmula e devem ser compreendidas suas regras específicas discutidas na lição, o que não foi observado em muitos aspectos da mesma.

#### 5.14.5.7. *Componente da configuração didática - Proposições*

O autor, na lição, apresenta as medidas de tendência central como medidas que podem representar um conjunto de dados (Figura 14). Contudo, observa-se a presença de uma expressão matemática que define a média aritmética, como sendo uma medida capaz de determinar a representação de um conjunto de dados, ou seja, um valor que melhor estime este conjunto, cujo cálculo é obtido por meio da soma desses dados e, em seguida, faz-se uma divisão e, assim, se obtêm-se uma quantidade numérica que é representada como sendo a média aritmética.

#### 5.14.5.8. *Os Conflitos Semióticos*

O autor propõe o conceito geral para as medidas e inclui a *média aritmética*, o que leva a supor que não há diferenças entre o que foi definido como conceito e linguagem sobre o problema. Com este pensamento pode-se compreender que a lição poderá levar à suposição de que o estudante, de uma maneira geral, sabe distinguir as medidas de tendência central e sua aplicação. No entanto, o autor, logo em seguida, comunica o entendimento de que a “*média aritmética*” é o objeto



matemático que aponta para o sentido de um sistema de práticas operativas e discursivas. Existe a designação de um termo que assume como sendo ostensivo, apresentado na Figura 14, e possui expressões e símbolos que representam a média aritmética. Portanto, essas relações, quando acertadas, colaboram para que o objeto matemático média seja conhecido e possa ser apresentado ou demonstrado (Godino e Batanero e Font, 2006).

#### 5.14.5.9. Componentes da configuração didática - Procedimentos

A partir da generalização do conceito de média, o autor apresenta o símbolo ( $x$  barra), *média aritmética* como sendo o quociente da soma da  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  dividido por “ $n$ ”, um elemento que compõe a notação da fórmula, representado na Figura 14. Já a letra “ $x$ ” é considerada como um valor ou número que pode representar uma variável ou um elemento dessa variável. A soma desses valores ou números, divididos por “ $n$ ”, determinará a média aritmética, representado pelo símbolo  $\bar{x}$  ( $x$  barra).

#### 5.14.5.10. Os Conflitos Semióticos

O autor introduz o conceito de “*média aritmética*” de forma generalista, com a finalidade de apresentar a fórmula na lição sobre medida de tendência central. Em seguida exhibe, por meio de composições, a notação que compõe a fórmula, a qual necessariamente, requer o conhecimento de regras básicas para sua aplicação no

cotidiano da estatística, como, por exemplo: os indicativos dos elementos da fórmula na notação, o que representa a variável e o que cada elemento poderá indicar na formação da fórmula, ou seja, este entendimento sobre os elementos e símbolos que são partes comuns deve ser compreendido para que não sejam usadas indistintamente em operações simples da matemática e estatística (Socas e cols, 1984) quando analisou as notações características da linguagem matemática. Quando se observa o caso particular do uso de “ $n$ ”, este por si só poderá possuir duas significações, pelo menos na aplicação da fórmula da média: uma quando se referir a “ $n$ ” como uma amostra e outra quando “ $n$ ” for considerado como número de elementos ou quantidade. Esta visão, de maneira geral, possui aspectos que representam uma estatística, em que se estabelecem condições para que os estudantes ou outros indivíduos tenham uma noção clara dessas notações e símbolos, já que fazem menções e relações com valores ou números (Cai, 1995). Assim, é possível entender o porque do emprego apropriado do algoritmo, ou seja, dos elementos qualitativos e quantitativos que permitem torná-lo significativo, podendo ser estes elementos um conjunto arbitrário que tem como representação uma letra, e se estabelece como uma variável da estatística. Portanto, ao observar-se mais atentamente a lição, ela não faz nenhuma distinção mais clara sobre a diferença entre “ $x$ ” e “ $n$ ”, variável e elemento na apresentação da fórmula de média aritmética.

#### *5.14.5.11. Componente da configuração didática - Argumentos*

Ao definir o gráfico da Figura 14 como elemento ilustrativo para apresentar os valores que compõem as variáveis do estudo sobre Desmatamento na Amazônia, o autor apresenta uma ferramenta que contribui para a interpretação das informações quando dispostas nos eixos do gráfico, ou seja, coopera com mais um instrumento que constitui bases para demonstrar as informações, facilitando o entendimento e a definição de qual ponto, o que melhor representa o valor da média aritmética representada na Figura 14.

#### *5.14.5.12. Os Conflitos Semióticos*

Considera-se o uso do gráfico como importante na exposição dos dados, pois contribui com a elucidação da situação problema com mais clareza. Porém, o que se observa na lição é que não há uma preocupação em sugerir que este elemento poderia ajudar no esclarecimento do problema. A lição não enfatiza o recurso gráfico como peça para auxiliar na determinação da média aritmética. Não fica claro o papel do gráfico como instrumento de síntese da informação, ou seja, o estudante ou outros indivíduos poderia desfrutar de mais um recurso para reduzir as dificuldades em entender o que representam as informações contidas no gráfico. Os gráficos dão uma ideia de conjunto e caracteriza bem uma representação da média aritmética (Cobo e Batanero, 2003), no momento em que se analisa o significado da média aritmética.

#### **5.14.6. Análise do livro didático 6 - Componentes Configuração didática e conflito semiótico**

Livro Didático 6 - Matemática, 2014, Paiva, Manuel. Moderna, p. 16-18.

O autor deste livro didático analisado organizou a apresentação do conteúdo da lição sobre média aritmética introduzindo o seguinte arranjo da atividade matemática.


##### *5.14.6.1 Componente da configuração didática - Situação Problema*

O livro didático exhibe uma lição sobre medida de posição, tendo o autor construído uma proposta, a partir de uma Situação Problema em que apresenta uma tabela com informações de duas variáveis definidas como sendo seis jogos de rodadas do campeonato de futebol e os respectivos gols marcados (Figura 15), em que demonstra a intenção de associar os valores ao cálculo de uma medida estatística que melhor caracterize a distribuição dos dados.

FIGURA 15 - SITUAÇÃO PROBLEMA - LIVRO DIDÁTICO 6

**Média aritmética**

A tabela abaixo mostra o número de gols marcados nos jogos de uma rodada de um campeonato de futebol.



jogo	I	II	III	IV	V	VI
Número de gols	4	2	0	1	5	3

Dividindo o total de gols pelo número de jogos dessa rodada, obtemos o número médio de gols marcados por jogo, isto é:

$$\frac{4 + 2 + 0 + 1 + 5 + 3}{6} = \frac{15}{6} = 2,5$$

Assim, dizemos que nessa rodada ocorreram, em média, 2,5 gols por jogo. O número 2,5 é chamado de **média aritmética** dos números 4, 2, 0, 1, 5 e 3.

#### 5.14.6.2 Conflitos Semióticos

Na lição, o autor exibe uma tabela com duas variáveis, porém não define o que cada uma representa, apenas sugere que a combinação entre elas poderá dar origem a uma medida, ou seja, a média aritmética. No entanto, não se observa uma construção sobre o que representam as variáveis e a relação com a ideia proposta, apenas estabelece que o resultado obtido dos números resulte na média aritmética. Na lição não se observa indicação de qual é a relação entre o que representam os números de gols e jogos, “significado de referência” (Godino, Font e Miguel, 2007). A lição não deixa clara a ideia sobre o cálculo da média, apenas apresenta uma combinação entre as variáveis, jogos e números de gols, ou seja, cita apenas os valores e as quantidades, sem deixar

claro o que representa a média aritmética neste contexto. No caso particular deste problema são identificadas as variáveis, porém não esclarece o que ela simula como também não deixa evidente a compreensão sobre a utilização das medidas para resolução do problema. Por outro lado, observa-se na lição que há intenção de ampliar noção de conhecimento sobre média aritmética, quando o autor traz à tona uma experiência real em que identifica nos valores ou quantidades a possibilidade de indicar uma medida que represente o conjunto das informações. Contudo, as condições que foram apresentadas podem dificultar o entendimento pelos estudantes e outros indivíduos, já que, em várias situações da aplicação de normas, se exige o domínio do conhecimento de regras gerais da matemática, tais como a utilização de algorítmicos e fórmulas, considerando que sua aplicação não foi facilitada na lição e dificultará na resolução e entendimento sobre o cálculo de média.

#### *5.14.6.3. Componente da configuração didática - Linguagem*

O autor, na lição, apresenta os cálculos que definem uma medida, expressão que, mediante termos, poderão se relacionar com as quantidades exibidas na decomposição de valores, representada pela Figura 15 sendo estes identificados como número de gols e, em seguida, é operada a soma desses valores e sua divisão pela quantidade de jogos que, quando efetivada, seu resultado dará origem a um valor e seu significado representa a média aritmética.

#### 5.14.6.4. *Os Conflitos Semióticos*

Na análise da lição, observa-se que o texto apresenta uma expressão algébrica sem distinguir ou caracterizar os aspectos conceituais, o que representa o resultado; apenas informa que o valor final da operação é a média aritmética. Esta dificuldade no texto, em algum momento, poderá exigir do estudante ou outros indivíduos a compreensão sobre os significados (Godino, 2003) e qual é o papel da expressão “média aritmética”. Portanto, é necessário que se reconheça o significado desse conceito matemático, pois este será determinante para o estudante no processo da aprendizagem. O que se observa na lição é que, em momento algum, o autor construiu uma definição para o conceito de média, apenas apresenta uma forma para o cálculo, a fim de simplificar o resultado a ser obtido, de modo a facilitar o entendimento da expressão “média aritmética”, sem se preocupar com a linguagem do que deve aprender o estudante.

#### 5.14.6.5. *Componente da configuração didática - Conceitos-Definição*

Na definição média aritmética, o autor faz uma demonstração, por meio de uma notação em que apresenta o algoritmo da expressão (Figura 16), com o intuito de caracterizar e definir a média, a partir de uma fórmula literal. O autor designa o símbolo  $\bar{x}$  ( $x$  barra) como a representação da média aritmética, como sendo o quociente da soma da  $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$  dividido pelo número total “ $n$ ”. A letra “ $x$ ” representa

a variável ou valor e o “ $n$ ” representa o número de elementos ou quantidades que tem representado na Figura 16. Portanto, justifica-se, por meio de expressões e do símbolo  $\bar{x}$  a representação do conceito de média e, desta forma, constrói uma regra geral para uso nos casos em que a medida seja solicitada na lição.

FIGURA 16 - CONCEITO - LIVRO DIDÁTICO 6

A **média aritmética** dos  $n$  números  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , indicada por  $\bar{x}$ , é dada por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Usando o símbolo de somatório, a média aritmética  $\bar{x}$  entre os  $n$  números  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  é:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

#### 5.14.6.6. Os Conflitos Semióticos

No exame da lição observa-se uma ênfase no conhecimento dos símbolos e notações, que são usuais da matemática e estatística, porém há que se imaginar que é necessário o conhecimento da composição literal sobre a média aritmética, de sorte a suprir uma exigência que os estudantes ou outros indivíduos precisam superar e, ao mesmo tempo dominar, já que



estão diante desse conceito matemático (Cai, 1995, quando analisou a capacidade de aplicação nos estudos sobre média, considerando que muitas vezes não são entendidos pelos estudantes deste nível do ensino). É importante observar que o texto apresenta uma notação para a ideia média aritmética, pois, mesmo tratando-se de notações e de operações simples do cálculo da média, a sua elaboração requer a noção dos elementos que compõem cada parte literal da fórmula. Por exemplo, o autor não esclarece se o posicionamento ou a disposição dos elementos na notação podem alterar o valor da média aritmética (Strauss e Bichler, 1988), no momento que estudou interações dos estudantes com idades entre 8 a 12 anos. Portanto, para que sua elaboração se concretize as definições dos elementos que compõem a fórmula devem ser compreendidas e suas regras especificadas e discutidas na lição, o que não ficou muito evidente na lição do livro didático.

#### *5.14.6.7. Componente da configuração didática - Proposições*

Observa-se, na lição apresentada, o uso da expressão que definiu “média aritmética”, e complementa estes passos o objetivo de materializar a operação matemática que reconhece a média aritmética. A utilização de símbolos, de expressões e de termos são definidos pela lição para enunciar o conceito de média. Portanto, esta foi uma das preocupações da lição que foi apresentar uma expressão que justifique o sentido do cálculo e a definição do resultado de “*média aritmética*”, (Figura 15 e Figura 16).

#### *5.14.6.8. Os Conflitos Semióticos*

O conceito de “média aritmética” apresentado pelo autor nesta lição leva a supor que o estudante ou outros indivíduos, de uma forma geral, tem algum conhecimento do uso desta expressão “média aritmética”. Na lição, o autor comunica o conceito da “média aritmética” como sendo um objeto matemático que aponta para o sentido de um sistema de práticas operativas e discursivas, em que a designação do termo assume um significado ostensivo, que diz respeito à situação em que os objetos são conhecidos e podem ser apresentados ou demonstrados (Godino e Batanero e Font, 2006). Porém, a indicação do termo média aritmética necessita de melhor caracterização para ser utilizado nas expressões definidas pelo autor.

#### *5.14.6.9. Componentes da configuração didática – Procedimentos*

O autor constrói a definição de média aritmética tomando como base o uso de uma notação em que utiliza o algoritmo, (Figura 16), como condição para caracterizar literalmente a média por meio de uma fórmula. Portanto, justifica com expressões a representação de média, sendo que seus valores são os números de elementos, ou quantidades e, ao final da operação, determina-se a média, como representada na Figura 16.

#### *5.14.6.10. Os Conflitos Semióticos*

O autor introduz o conceito de média aritmética utilizando equação, em que são indicados valores à expressão, com a intenção de conduzir o estudante ou outros indivíduos para uma solução do problema sobre *média*.

A solução algébrica é outro cálculo numérico simples da matemática. O autor, na lição, faz uma apresentação da composição da fórmula e suas notações, considerando que a utilização requer o conhecimento de regras básicas para sua aplicação nas operações da estatística. Sabe-se que essas representações em estatística possuem referências e exigem que o estudante ou outros indivíduos detenham conhecimento das notações e símbolos, pois deverão fazer uso de relações com valores ou números (Cai, 1995), um caminho para retratar aspectos sobre a aplicação adequada do algoritmo elementos qualitativos e quantitativos que deverão assumir o significado. No entanto, avalia-se que estes elementos poderão ser um conjunto arbitrário que, por sua vez, será representado por uma letra, que se constituirá em uma variável no campo da estatística.

#### *5.14.6.11. Componente da configuração didática - Argumentos*

O autor define a composição da média aritmética a partir de fórmulas cujos elementos são formados por algoritmos, símbolos e recursos da ilustração, com o intuito de representar o resultado do cálculo da média aritmética, como demonstrado na Figura 15 e na Figura 16.

#### *5.14.6.12. Os Conflitos Semióticos*

O uso de ilustrações de fórmulas e da simbologia são os elementos da composição utilizados pelo autor para representar os resultados sobre média aritmética. Contudo, requer-se dos estudantes entendimento e conhecimento dos muitos argumentos apresentados

para formalizar a noção sobre média aritmética na lição. É importante salientar que é necessário que o estudante ou outros indivíduos possuam conhecimentos sobre estes componentes que definem a média. No entanto, a lição não consegue construir esta ideia; ela apresenta o conceito para que estes elementos sejam representados na composição e, assim, validar a proposição e procedimentos utilizados para o cálculo da média. Considera-se que é necessário um maior juízo sobre conjunto dos dados. Nesse caso, deve-se dedicar maior atenção às suas características, propriedades e situações mais gerais, onde é feito o uso de média aritmética (D' Amore, 2007), quando considerou as normas epistêmicas da configuração do objeto observado por Cobo e Batanero (2003) nos estudos sobre a análise do significado da média aritmética.

#### **5.15. CONCLUSÕES SOBRE AS ANÁLISES DAS CONFIGURAÇÕES DOS LIVROS DIDÁTICOS**

Procura-se demonstrar, nesta análise, como o conceito de média aritmética se apresentava em vários contextos do livro didático, a partir do entendimento sobre a importância dos conteúdos de estatística introduzidos na educação básica, no 3º ano do ensino médio. Entendendo que, atualmente, se desenvolvem inúmeras pesquisas no campo do ensino e da aprendizagem da estatística, que demonstram avanços teóricos a ponto de traduzirem-se em uma maior presença, nos últimos tempos, de estudos no campo da didática e, em particular, no ensino da educação matemática

e estatística, que evoluem no sentido de justificar o fortalecimento de teorias que possibilitem assegurar o papel de maior destaque para ensino da estatística na educação básica. Essa preocupação reflete-se no interesse em investigações voltadas para analisar o papel do livro didático como ferramenta que colabora com o ensino e da aprendizagem na apresentação dos conteúdos de estatística, em particular as lições sobre medidas de tendência central. Esse elemento da didática justifica claramente o seu papel, pois age numa interação entre o professor, os estudantes, o ensino e da aprendizagem, o que representa a relação do objeto institucional e pessoal de Godino e Batanero (1994; 1998).

Busca-se então, com a análise do livro didático, aprofundar as investigações no campo do ensino e da aprendizagem, com a intenção de reconhecer e garantir a importância do livro didático, bem como o seu papel, assegurando que as lições apresentadas nos textos reflitam os conteúdos que compõem os programas das disciplinas dos cursos da 3ª série do ensino médio da educação básica. Porém, não se deve perder de vista a atenção mediadora da relação professor e estudante. A importância da análise dos livros didáticos é maior quando se refere à certeza de que os elementos da transposição didática ocorrem, como cita Chevallard (1991, *apud* Cobo e Batanero, 2004), quando menciona os aspectos da concepção que deve ter o livro e sua importância para instruir e permitir que o estudante se beneficie do conhecimento.

Considera-se que estes livros são uma das possibilidades didáticas disponível para os professores, pois enriquecem as lições e, na medida em

que se desenvolvem os estudos na área da didática, novos cenários se consolidam no ensino e na aprendizagem de estatística. No entanto, apesar de se saber que muitas abordagens nessa área têm surgido, ainda há dificuldades a serem vencidas, pois há carência de uma sistematização teórica mais concreta sobre essa didática, que, ao longo dos anos, têm sido superadas gradativamente, graças aos estudos com esta perspectiva que, certamente, irão atender às necessidades de professores e estudantes para terem uma compreensão clara do papel da estatística nas decisões do cotidiano. Reconhece-se que a fundamental importância do livro didático é o seu papel de aproximar o professor da responsabilidade de adequar suas lições, já que tem em mãos este instrumento complementar na preparação das aulas, que o apoia com mais riqueza e detalhes quando da elaboração das abordagens. No caso particular dos conteúdos de estatística, este sentimento ficou perceptível nas análises sobre o livro didático e quando confrontados com as respostas dos itens do questionário respondido pelos professores cita Homes (2002) para referenciar sobre a motivação, formação dos professores e elaboração dos livros didáticos que, apesar de atender aos temas curriculares, ainda carecem de avanços na área da estatística, Batanero e Godino (2005, p. 203-226):

A pesar de que la estadística se incluye de una forma oficial en el currículo, no siempre se enseña, puesto que muchos profesores no se sienten cómodos con esta materia, la dejan como último tema y cuando es posible la omiten. (Holmes, 2002) indica que, puesto que las

lecciones de estadística, dentro de los libros de matemáticas han sido muchas veces escritas por matemáticos, el objetivo preferente de las mismas es la actividad matemática y no la actividad estadística. Como consecuencia, las aplicaciones y el trabajo con datos no son realmente importantes y los alumnos finalizan los cursos sin adquirir una competencia real para llevar a cabo una investigación estadística.

De modo geral, o uso das ferramentas teóricas do EOS indicou os fundamentos para materializar o estudo da lição sobre média aritmética, considerando que a análise foi construída numa perspectiva da didática do ensino e da aprendizagem da estatística e se baseou na lição do livro didático. Nesse contexto, vimos discussões que permitiram identificar e clarificar elementos da configuração didática proposta pelo EOS e os respectivos conflitos semióticos relacionados a tais elementos.

A visão sobre o conceito de média aritmética observada a partir da lição do livro didático obrigou a uma aproximação mais objetiva do conteúdo de estatística e suas particularidades. Nesta linha, distingue-se, na análise, a proposta da lição e o sentido apresentados para o conceito de média, identificando, nos elementos, as condições que poderiam facilitar a visão sobre tal conceito. Assim reconhecem-se símbolos, gráficos e algoritmos que foram propostos para construir tal conceito. No entanto, o que se verificou, de uma forma geral, foi a existência de uma visão generalista na construção dos significados que

foram identificados nas dificuldades apresentadas pelos elementos da configuração didática no texto da lição observada.

No entanto, nas análises dos livros didáticos aponta-se para a necessidade de recomendações como, por exemplo, a falta de uma apreciação esclarecedora na exposição dos elementos que compõem as fórmulas estatísticas e a apresentação de algoritmos sem informar a pertinência do seu uso nas expressões que abordam tal conceito.

Diante do contexto da pesquisa e dos elementos analisados, foi possível observar uma razoável ideia do que representa a média aritmética na lição do livro analisado, como conteúdo de estatística do 3º ano do ensino médio da educação básica, ainda que se apresentem situações de conflitos semióticos, que foram identificados nos termos e expressões dos elementos da configuração didática. A compreensão desses elementos poderá facilitar na construção de uma orientação didática da estatística e do conceito de média aritmética, de sorte a permitir um melhor alcance, por parte do professor e do estudante, das lições sobre estatística.

Neste sentido, é importante que sejam reforçadas as políticas voltadas para a formação de professores e de cidadãos, considerando que os conteúdos de estatística devem ser apropriados pelas várias disciplinas da educação básica, ponderando sobre a realidade de como são apresentados nas graduações, na maioria dos cursos superiores. Então, entende-se como necessário que políticas educacionais para educação básica precisam se apropriar dos conteúdos de estatística e



esta ação deve combinar com uma formação e conhecimento de uma didática do ensino e da aprendizagem de estatística. Sendo assim, um contexto que envolve a elaboração de novos currículos da educação básica. Como consequência será o surgimento de novas propostas de livros didáticos para as disciplinas que abordem a estatística e, assim, uma melhor apresentação dos conceitos, visando a uma transposição didática adequada para os alunos.

No caso específico das análises dessas lições de estatística sobre média aritmética em livros de matemática, pode-se dizer e reconhecer que o observado sobre o conteúdo de estatística representa a visão do currículo. No entanto, buscou-se por meio destas análises, aplicar e explicar a teoria do EOS, capaz de interpretar o conceito de média em uma perspectiva de contribuir com uma didática do ensino e da aprendizagem de estatística para educação básica e, em consequência, a construção de currículo que contemple a estatística do 3º ano do ensino médio, aproximando-se cada vez mais, das realidades de outras disciplinas, das ciências e das tecnologias, como caminhos para superar os desafios de construir uma sociedade cidadã e de conhecimento plural.

O estudo reconheceu o livro didático como instrumento que auxilia o professor na construção do ensino e da aprendizagem, foco da discussão sobre o conceito de média aritmética. Contudo, sabe-se que a qualidade didática apresentada na abordagem dos conteúdos de estatística, medidas de tendência central e, em particular, a média

aritmética ainda carece de maiores avanços, pois na maioria dos livros didáticos analisados, na percepção do estudo, apresentam uma indicação clara de abordagem um quanto tradicional presente nas lições dos exemplares analisados. Na realidade, mesmo observando-se a presença de uma teoria que se desenvolve numa linha, em que solicita, muitas vezes, a resolução de exercícios, há uma preocupação de apresentar uma sequência didática, que, em algum momento, limita o professor a desenvolver numa discussão conjuntamente com os estudantes, pois não discute a construção do conceito. Portanto, uma prática pedagógica de ensino e aprendizagem, que busca refletir um raciocínio mais coeso do estudante deve considerar o livro didático como instrumento importante para referenciar as atividades de sala de aula, ou seja, um recurso tradicional (Silva, 1996). O livro possui particularidades que o leva a sofrer mudanças e ajustes durante o seu uso e finalidade na escola (Braga e Belver, 2016). Possui efeito importante para o ensino e, por sua vez, tem amplo alcance quando submetido a grupos de estudantes (Chevallard, 1991).

#### **5.16. ANÁLISE DOS INDICADORES DE IDONEIDADE DIDÁTICA DOS LIVROS DIDÁTICOS**

A discussão sobre os descritores foi desenvolvida a partir do que se identificou nos livros didáticos analisados, em que considera e valoriza a análise da lição elaborada pelos autores e sua abordagem

sobre estatística e média aritmética. A seguir, a análise dos descritores segundo os componentes apresentados nos livros didáticos.

Considerando as condições que proporcionassem maior êxito nesta parte da investigação, foi então proposto construir a análise da trajetória epistêmica dos livros didáticos, tendo como foco os conteúdos de estatística usuais no 3º ano do ensino médio, em particular o conceito de média aritmética. Assim, desenvolveu-se o estudo sobre a noção de idoneidade na dimensão epistêmica, considerando as referências que propõe o EOS, e faz menção ao modelo de Godino, Contreras e Font 2006 e Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi (2007).

Para desenvolver a análise da idoneidade didática, procurou-se incluir descritores relevantes que servissem de referência no conhecimento de cada componente da idoneidade didática (Quadro 4). Segundo Godino (2013), a indicação destes componentes e descritores tem sua aprovação reconhecida em diversas teorias, propostas e formuladas pela NCTM (2000).

Inicialmente, construiu-se uma análise detalhada da trajetória epistêmica dos livros didáticos (Quadro 4), tendo como uma referência teórica a idoneidade epistêmica, em que se observam aspectos dos componentes do conhecimento didático que permitem valorizar o processo de ensino e aprendizagem, de sorte a poder avaliar o conteúdo de estatística ensinado. Assim, o estudo considera as referências que propõem o EOS e faz menção ao modelo de Godino, Contreras e Font 2006 e Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi, (2007). Na sequência,

apresenta-se o desenvolvimento das análises dos demais componentes da idoneidade didática e seus respectivos descritores/indicadores propostos pela EOS que, segundo Breda e Valderez, (2016), é uma visão demonstrada na revisão da literatura realizada em Breda, Font e Lima (2015), em que se observa que a noção de idoneidade didática possui um impacto significativo no treinamento de professores em diferentes países (Mallart, Font e Malaspina, 2015, Seckel e Font, 2015 e Pochulu, Font e Rodriguez, 2015).

Para desenvolver a análise da idoneidade didática, procurou-se incluir descritores relevantes que servissem de referência no conhecimento de cada componente (Quadros 4, 5, 6, 7, 8 e 9). Segundo Godino (2013), a indicação destes componentes e descritores tem sua aprovação reconhecida em diversas teorias propostas e formuladas pela NCTM (2000).

#### **5.16.1. Componentes e descritores dos critérios de idoneidade epistêmica.**

A discussão sobre os descritores foi desenvolvida a partir do que se identificou nos livros didáticos analisados, em que se considera e valoriza a análise da lição elaborada pelos autores e sua abordagem sobre estatística e média aritmética. A seguir, a análise dos descritores segundo os componentes apresentados nos livros didáticos (Quadro 4).

QUADRO 4 - DESCRITORES ANALÍTICOS DOS COMPONENTES DA IDONEIDADE DIDÁTICA ASSOCIADOS AOS LIVROS DIDÁTICOS

Componentes	Descritores	Livro Didático					
		1	2	3	4	5	6
Situação Problema	S1. O autor apresenta problema que articula situações e contextualiza, com exercício e aplicação.	X	-	X	X	X	X
	S2. O autor propõe situações que gere problemas.	X	X	-	-	X	X
Linguagem	L1. O autor faz uso de diferentes expressões da matemática (verbal, gráfico, simbólico ...), traduções e conversões entre eles.	X	-	X	-	-	X
	L2. Nível de linguagem do autor é apropriado para os estudantes e professores a quem é endereçada.	X	-	-	X	-	-
	L3. O autor nos seus textos faz uso de atividades e interpretação de expressões da matemática e estatística.	X	X	-	X	X	X
Conceito/definições, propriedades, procedimentos	C1. As definições e procedimentos propostos pelo autor são corretos, e são adaptados ao nível educacional ao qual são abordados.	X	X	X	X	X	X
	C2. O autor apresenta nos enunciados e procedimentos temas fundamentais ao nível educacional.	X	-	X	X	X	X
	C3. O autor faz propostas e situações que possam criar condições para o estudante elaborar definições de propriedades ou procedimentos.	X	-	X	-	-	X
	C4. O autor propõe objetos matemáticos (problemas, definições, propriedades, etc.) que se relacionam e conectam entre si.	X	X	-	-	X	X
Argumentos	A1. As explicações, verificações e demonstrações propostas pelo autor são adequadas ao nível educacional direcionado.	X	-	X	X	X	X
	A2. O autor propõe situações claras para que o estudante possa desenvolver a argumentação.	X	-	X	X	X	X

S-Situação Problema; L-Linguagem; C- Conceito/Definição, Propriedade, Procedimento; A - Argumento.

Livro didático 1. Matemática Fundamental, Uma Nova Abordagem, 2011, Giovanni, José Ruy e Bonjorno, José Roberto, FTD, pág. 352.

Livro didático 2. Matemática Contexto e Aplicações, 2004; Dante, Luiz Roberto, Ática, pág.226 -228

Livro didático 3. Matemática para o Ensino Médio, 1999. Marcondes, Carlos; Gentil, Nelson e Greco, Sergio. Ática, pág. 397.

Livro didático 4. Matemática, 2002. Iezzi, Gelson; Dolce, Osvaldo; Degenszajn, David e Pergio, Roberto. Atual. pág. 422.

Livro didático 5. Olhar Matemática, 2011. Souza, Joamir. FTD, pág. 24

Livro didático 6. Matemática, 2014, Paiva, Manuel. Moderna, pág. 16-18.

FONTE: ELABORAÇÃO DO AUTOR

### *5.16.1.1 Situações problemas*

S1. Nos livros os autores, de um modo geral, apresentam, nas lições, textos que indicam uma ideia articulada das situações problemas, e estas, quase sempre, usam uma contextualização e a aplicação de exercícios. Portanto, tem-se como expectativa que os professores e estudantes percebam, na lição e nos textos propostos, quais os elementos que expressam razoavelmente os conteúdos e representam os problemas sobre estatística, em particular a média aritmética.

S2. As situações problemas presentes nos livros didáticos analisados são compostas por lições que abordam tópicos da estatística e expressam contextos que exemplificam ocorrências sobre temas, determinando condições como demonstrações de fórmulas aritméticas, utilizando símbolos adequados, expressões numéricas que representam o contexto sobre os tópicos do problema. Estas condições observadas permitem que os conteúdos da elaboração da situação problema sejam melhor explicitados nas questões específicas que podem ser resolvidas a partir da utilização dos conceitos estatísticos de média aritmética.

### 5.16.1.2. Linguagem

L1. A importância do uso de diferentes recursos que expressem a linguagem estatística e matemática (verbal, gráfica, simbólica etc) que foram identificados nas lições e tiveram o papel de representar, nos textos, a relação com os elementos dos componentes epistêmicos, de sorte a facilitar as conversões entre eles. Nestas condições, o livro didático propõe o uso de várias expressões nas lições e estas devem ser assimiladas pelos professores e estudantes. Assim, tem-se uma multiplicidade de termos e expressões sobre média, usuais na estatística, como dados, símbolos, resultado, expressões, gráficos etc. Para finalizar, é possível observar que existem diferentes soluções quando se trata da linguagem em estatística e ela cumpre um papel fundamental na organização, descrição e análise de dados, sendo um instrumento de transição (Wild e Pfannkuch, 1999). Neste contexto, os símbolos são frequentemente usados para se referir às medidas e, em particular, à média. Tem-se, então, uma forma que é a linguagem numérica, sempre usada para expressar os dados e os cálculos das estatísticas.

L2. Considera-se, de maneira geral, que os autores apresentam, nas lições e textos, uma linguagem apropriada para os professores e estudantes e que esta permite as condições de constituir o entendimento sobre os temas apresentados nas lições sobre estatística. No entanto, o que se observa é que os tópicos tratados são os mesmos descritos, que atendem aos aspectos do conteúdo de estatística e que se voltam aos

cursos elementares, tendo uma linguagem compreensível e que se adéqua aos professores e estudantes, os quais são dirigidos, mas mesmo assim, há lições e temas que apresentam desconformidades com a teoria da estatística.

L3. Observa-se que há construção nos textos das atividades com o uso de expressões e explicações matemáticas que permitem aplicação do uso das linguagens e, em muitos casos, são adequadas para interpretação do professor e estudantes. Desta forma é que são construídos os descritores que permitem o desenvolvimento da lição e dos textos dos vários tipos de lições na "linguagem matemática" e estatística e se aplicam à situação, tais como apresentação de tabelas, fórmulas matemáticas e estatísticas, símbolos e expressões numéricas e literais usuais da estatística. Portanto, descritores simples que se referem ao uso de linguagem apropriada que podem auxiliar pedagogicamente no conhecimento dos conteúdos da estatística.

#### *5.16.1.3. Conceito/definições, propriedades e procedimentos*

C1. Os conceitos, as propriedades e os procedimentos formam importantes elementos que facilitaram a compreensão dos aspectos da idoneidade e, neste sentido, podem-se observar claramente as condições em que o tema se adequará à realidade dos conteúdos da lição no livro didático. Essa condição facilitou, dentro das possibilidades educacionais, o reconhecimento pelos professores e estudantes. Esta visão permitiu que os temas da estatística tivessem o seu



reconhecimento nos diferentes livros didáticos, o que representou as condições de aprendizagem que atendessem os níveis de ensino e que facilitasse a aprendizagem a que se destinam os conteúdos de estatística, em particular média aritmética. Contudo, existe possibilidade de que algum tema de estatística nas lições apresente uma maior dificuldade para o professor ou estudante na construção de uma definição, proposição e procedimento que possa solucionar um problema.

C2. São apresentados pelos autores formas de construção de proposições e procedimentos tidos como fundamentais para o tema em discussão na lição de estatística, em que se considera o nível educacional aceitável, adotado no livro didático. Os autores desenvolvem nos descritores as condições que possibilitam aos professores trabalharem a temática da média com maior autonomia e liberdade com os estudantes.

C3. Os autores constroem propostas para as situações que podem levar os estudantes a busca de condições para elaborar definições, propriedades e procedimentos. Nesta situação foi razoável admitir a possibilidade de que o estudante consiga desenvolver um entendimento da lição. Diante deste cenário espera-se que ele possa elaborar uma idéia sobre, por exemplo, que gráfico ou qual medida de posição central é razoável para representar dados e o próprio conceito de média aritmética.

#### *5.16.1.4. Argumentos*

C1. No conjunto dos livros didáticos analisados os autores apresentam, de modo geral, argumentações que explicam os problemas, as fórmulas, as demonstrações das expressões, os símbolos utilizados e os gráficos. Portanto, podem ser considerados apropriados para o nível educacional dos estudantes. No entanto, os professores devem avaliar a clareza das explicações dadas nas lições e sempre buscando as possíveis soluções apresentadas nas lições dos livros didáticos.

C2. Os autores consideram importante a construção de argumentos para possibilitar o entendimento das lições pelos professores e estudantes. Assim, observou-se, nas argumentações apresentadas pelos livros didáticos analisados, em que se observa a construção de argumentos que permitem validar a compreensão e interpretação das lições de estatística sobre média aritmética, que, ao fim, terminam por exigir o conhecimento sobre temas da estatística ou matemática. Estas condições completam-se a partir do conhecimento sobre o contexto e das habilidades críticas sobre os temas das lições, que são importantes para construção de soluções conclusivas dos problemas apresentados nas lições sobre média aritmética.

#### *5.16.1.5. Relações*

R1. As relações que se estabelecem entre os componentes dos objetos matemáticos (problemas, definições, propriedades, etc.), de uma maneira geral, são de fundamental importância para que o professor e o estudante entendam a lição. Assim, são construídas nas

lições as condições de uma análise dos dados, de sorte a reconhecerem-se as definições, propriedades e particularidades que permitem estabelecer relações com outros elementos da estatística como os gráficos e as tabelas, que contribuem para identificar a média aritmética em uma lição.

R2. Os autores, em sua maioria, procuraram apresentar nas lições explicações sobre os significados do objeto matemático, média aritmética. Contudo, o que se observou nas lições foi que apesar da existência de dificuldades para se relacionar, o conceito com as expressões estatísticas. Há, no entanto, expectativa que o professor possa desenvolver o emprego de recursos didáticos capazes de apoiar o estudante na compreensão da lição. O que faz do livro didático cumprir seu papel interessante como instrumento de apoio de ensino e da aprendizagem.

### **5.16.2. Componentes e descritores e dos critérios de idoneidade cognitiva.**

#### *Idoneidade cognitiva*

Nesta análise observa-se que os autores desenvolvem na elaboração das lições, aspectos do conteúdo sobre o conceito de média que permitem concluir que, implicitamente, levam em consideração alguns indicadores de idoneidade cognitiva (Quadro 5).

**QUADRO 5 - DESCRITORES ANALÍTICOS DOS COMPONENTES DA IDONEIDADE DIDÁTICA COGNITIVA ASSOCIADOS AOS LIVROS DIDÁTICOS**

Componentes	Descritores/Indicadores
Conhecimento prévio (Componentes semelhantes à idoneidade epistêmica)	C1 - Os alunos têm o conhecimento prévio necessário para estudar o assunto (ou foram estudados anteriormente ou o professor planeja seu estudo).
	C2 - Os conteúdos pretendidos podem ser alcançados (eles têm uma dificuldade gerenciável) em seus vários componentes.
Adaptação curricular às diferenças individuais.	A - As atividades de extensão e reforço estão incluídas.
Alta demanda cognitiva	A1 - Os diferentes modos de avaliação mostram se apropriados para o conhecimento / competências pretendido ou implementado. Os processos cognitivos relevantes são ativados (generalização, conexões intra-matemáticas, mudanças de representação, conjectura, etc.). Promove processos meta-cognitivos.

FONTE: ELABORAÇÃO DO AUTOR

#### 5.16.2.1. *Conhecimento anterior*

Os autores, de um modo geral, intuem, nas lições, que há, por partes dos indivíduos (professor e estudante), o conhecimento prévio dos conteúdos. Portanto, não fazem nenhuma introdução elementar que possibilite fazer uma verificação sobre o domínio do conteúdo da lição.

#### 5.16.2.2. *Adaptação curricular às diferenças individuais*

Na maioria dos livros analisados os autores procuraram apresentar exercícios e problemas que pudessem fazer aplicações sobre os temas das lições, de sorte a atender diferentes aprendizados.

#### *5.16.2.3. Aprendizagem*

Os autores deixam evidente que, apesar da possibilidade de dificuldades na aprendizagem das lições, é importante a aplicação das atividades, nas quais são propostas a continuação do tema de estudo. Assim, são elaborados exercícios como tarefas normais do livro ou com perguntas sobre os temas das lições a respeito das medidas. Assim, espera-se que os alunos tenham uma melhor compreensão dos conteúdos das lições.

#### *5.16.2.4. Alta demanda cognitiva*

Nas análises dos livros didáticos, observou-se que os autores consideram, implicitamente, que as lições poderão indicar propostas em que ocorre a aplicação de uma necessidade de demanda cognitiva dos alunos, uma vez que as tarefas propostas ativam processos cognitivos relevantes.

Desta forma, espera-se que o professor possa desenvolver uma proposta didática que envolva a realização de processos matemáticos relevantes, que, por sua vez, implica em construir tarefas com alta demanda cognitiva.

### **5.16.3. Componentes e descritores e dos critérios de idoneidade interrelacional.**

#### *Idoneidade interrelacional*

Os autores dos livros analisados, de um modo geral, não apresentaram nenhum comentário que pudesse envolver as discussões sobre indicadores e a temática das medidas. Portanto, estes deveriam levar em conta os componentes considerados na idoneidade interrelacional (Quadro 6). O que se observou nas lições sobre os temas ligados às medidas é que há uma preocupação dos autores em se posicionar com certa autonomia em relação à apresentação dos conceitos de média. Este comportamento é visto nas lições, quando os autores apresentam diferentes nomenclaturas e símbolos para representar, por exemplo, a média aritmética e as outras medidas (Figuras 11 e 18) que se seguem.

QUADRO 6 - DESCRITORES ANALÍTICOS DOS COMPONENTES DA IDONEIDADE DIDÁTICA INTERRELACIONAL ASSOCIADOS AOS LIVROS DIDÁTICOS

Componentes	Descritores/Indicadores
Recursos materiais (calculadoras e computadores)	<p>R1 - O professor faz uma apresentação adequada do tópico (apresentação clara e bem organizada, não fala muito rapidamente, enfatiza os conceitos-chave do tópico, etc.) Os conflitos de significado dos alunos são reconhecidos e resolvidos (os silêncios dos alunos, suas expressões faciais, suas perguntas, um jogo adequado de perguntas e respostas, etc. são interpretados corretamente). O consenso é procurado com base no melhor argumento</p> <p>R2 - Vários recursos retóricos e argumentativos são utilizados para envolver e captar a atenção dos alunos. Facilita a inclusão de estudantes na dinâmica da classe e não a exclusão.</p>
Interação entre alunos	IA - É favorecido o diálogo e a comunicação entre estudantes. A inclusão no grupo é favorecida e a exclusão é evitada.
Autonomia	A - Contempla momentos em que os alunos assumem a responsabilidade do estudo (exploração, formulação e validação).
Avaliação formativa	AV - Observação sistemática do progresso cognitivo dos alunos.

FONTE: ELABORAÇÃO DO AUTOR

EXEMPLO DE NOMECLATURA, SÍMBOLOS E ALORITIMO PARA  
REPRESENTAR A MÉDI ARITMÉTICA

FIGURA 12 - SITUAÇÃO PROBLEMA - LIVRO DIDÁTICO 3

**Média aritmética**

A  $M_a$  é o quociente da divisão da soma dos valores pelo número de elementos. Sendo  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  os elementos, temos:

$$M_a = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

A média aritmética para dados não agrupados é a média aritmética simples dos elementos. Vejamos um exemplo.

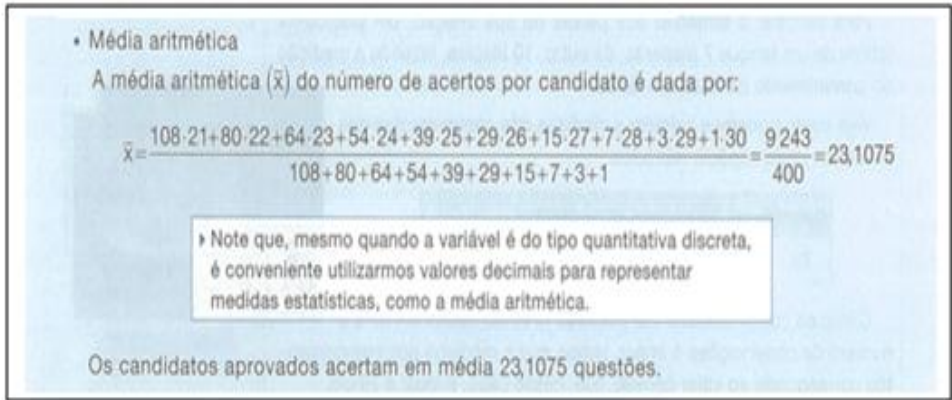
Para os elementos 1, 2, 3, 5, 7, 8 e 9, temos:

$$M_a = \frac{1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 8 + 9}{7} = \frac{35}{7} = 5$$

FONTE: LIVRO DIDÁTICO 1 - MATEMÁTICA FUNDAMENTAL - UMA NOVA ABORDAGEM, 2001, GIOVANI, JOSE RUY E BORJORNO, JOSÉ ROBERTO, FTD, PÁG. 466 A 493.



FIGURA 17 - EXEMPLO DE NOMECLATURA, SÍMBOLOS E ALGORITMO QUE REPRESENTAM A MÉDIA ARITMÉTICA



FONTE: LIVRO DIDÁTICO 5 - OLHAR MATEMÁTICO, 2011. SOUZA, JOAMIR. FTD, PÁG. 24 A 26 E 152 A 154. PROBLEMAS RELACIONADOS E DE APLICAÇÃO DA MÉDIA ARITMÉTICA, MEDIANA E MODA.

#### 5.16.4. Componentes e descritores e os critérios de idoneidade mediacional.

##### *Idoneidade e mediacional*

Observamos que os autores (Quadro 7) fazem comentários, reflexões, etc. que permitem concluir que implicitamente levam em consideração alguns indicadores de idoneidade mediática.

QUADRO 7 - DESCRITORES ANALÍTICOS DOS COMPONENTES DA IDONEIDADE DIDÁTICA MEDIACIONAL ASSOCIADOS AOS LIVROS DIDÁTICOS

Componentes	Descritores/Indicadores
Recursos materiais (manipulações, calculadoras, computadores)	RE - Uso de materiais manipuladores e informáticos que permitem a introdução de boas situações, linguagens, procedimentos, argumentos adaptados ao significado pretendido. Definições e propriedades são contextualizadas e motivadas usando situações específicas e modelos e visualizações
Número de alunos, cronograma e condições da sala de aula	NS - O número e a distribuição dos alunos permitem realizar a educação pretendida. A programação do curso é apropriada (por exemplo, todas as sessões não são ensinadas no último minuto). A sala de aula e a distribuição dos alunos são adequadas para o desenvolvimento do processo de instrução pretendido.
Tempo (de ensino coletivo / tutoria, tempo de aprendizagem)	TP - Idoneidade dos significados pretendidos / implementados ao tempo disponível (face a face e não face a face). Investimento de tempo no conteúdo mais importante ou principal do assunto. Investimento de tempo nos conteúdos que apresentam mais dificuldade.

FONTE: ELABORAÇÃO DO AUTOR

#### 5.16.4.1. Recursos materiais

Os autores de uma forma geral deixam transparecer que em etapas das lições e atividades propostas, que serão necessários em algumas atividades a aplicação de recursos tecnológicos simples e conhecimentos outros, como por exemplo: o uso de calculadoras, a planilha de cálculo, processo de instrução. Desta forma fica evidenciado

que os alunos usaram, em menor grau, a planilha e a calculadora. Os autores, de uma forma geral, deixam transparecer que, em etapas das lições e atividades propostas, que será necessárias, em algumas atividades, a aplicação de recursos tecnológicos simples e conhecimentos outros, como, por exemplo, o uso de calculadoras, planilha de cálculo e processore de instrução. Desta forma, fica evidenciado que os alunos usaram, em menor grau, a planilha e a calculadora.

#### **5.16.5. Componentes e descritores e os critérios de idoneidade emocional**

##### *Idoneidade emocional*

Considerando os descritores de idoneidade emocional (Quadro 8), observou-se que os autores nas lições, de uma forma geral, não apresentam referências concretas, ou seja, não há nenhuma preocupação em argumentar sobre como demonstrar para os alunos que deversem se interessar em realizar uma tarefa em que se promovessem atividades com este vínculo.

**QUADRO 8 - DESCRITORES ANALÍTICOS DOS COMPONENTES DA IDONEIDADE DIDÁTICA EMOCIONAL ASSOCIADOS AOS LIVROS DIDÁTICOS**

Componentes	Descritores/Indicadores
Interesses e necessidades	IT - Seleção de tarefas de interesse para estudantes. Proposição de situações que permitem valorizar a utilidade da matemática na vida diária e profissional.
Atitudes	AT - Promoção do envolvimento em atividades, perseverança, responsabilidade, etc. A argumentação é favorecida em situações de igualdade; O argumento é avaliado em si mesmo e não por quem o diz.
Emoções	EM - Promoção da auto-estima, evitando rejeição, fobia ou medo da matemática. As qualidades estéticas e de precisão da matemática são destacadas.

FONTE: ELABORAÇÃO DO AUTOR

No entanto, é de se esperar que os alunos, vez por outra, demonstrem interesse no estudo do conteúdo em questão. O fato de participarem de uma nova proposta educacional foi assimilado positivamente. (Dierings, 2014, p.66).

#### **5.16.6. Componentes e descritores e os critérios de idoneidade ecológica.**

##### *Idoneidade ecológica*

Nos livros observados os autores fazem diversos comentários, reflexões etc, o que nos permite concluir que, implicitamente, leva em consideração alguns indicadores de idoneidade ecológica (Quadro 9).

**QUADRO 9 - DESCRITORES ANALÍTICOS DOS COMPONENTES DA IDONEIDADE DIDÁTICA ECOLÓGICA ASSOCIADOS AOS LIVROS DIDÁTICOS**

Componentes	Descritores/Indicadores
Adaptação ao currículo	AD - Os conteúdos, a sua implementação e avaliação correspondem às diretrizes curriculares.
Conexões intra e interdisciplinares	CI - Os conteúdos estão relacionados a outros conteúdos de estatística e matemáticos (geometria, aritmética e etc) conexão com o currículo de matemática da educação básica e conteúdos) ou com conteúdos de outras disciplinas (contexto extra-matemático ou com conteúdos de outros assuntos da vida corrente).
Adaptação social-profissional e cultural	AP - Os conteúdos são úteis para a inserção sócio-profissional e cultural dos estudantes em seu meio.
Ensinar com inovação	EI - Inovação baseada em pesquisa e prática reflexiva (introdução de novos conteúdos, recursos tecnológicos, computador e calculadoras, outras formas de avaliação, diferente organização de sala de aula, etc.).
Educação de valores	ED - Contempla a formação de valores democráticos e o pensamento crítico

FONTE: ELABORAÇÃO DO AUTOR

#### *5.16.6.1. Adaptação ao currículo*

Os autores se preocuparam em desenvolver nas suas propostas de lições um amoldamento ao currículo. Portanto, nestes pontos, os livros fizeram uma construção sobre média aritmética e seu conceito

considerando as diretrizes previstas no PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais.

#### *5.16.6.2. Conexões intra e interdisciplinares*

Os autores aplicam, em suas lições, uma conexão com outras disciplinas da educação básica, pois eles planejaram e utilizaram, nas lições, situações funcionais em que conectam o tratamento da média com a aplicação em situações práticas vivenciadas em conteúdos de diferentes disciplinas do ensino médio. Assim, tem-se claramente uma referência interdisciplinar da aplicação dos conteúdos de estatística na educação básica.

Neste sentido, houve, então, um interesse dos autores de conectar as lições com outros pontos da estatística, ou seja, com outras medidas. Para além destas intenções houve também a aplicação de lições que se relacionam com outros conteúdos da matemática como, por exemplo, a aplicação da média na geometria. Assim tem-se relação concreta da aplicação da média, observa-se uma coerência, pois leva em conta o que dizem os Parâmetros Curriculares (PCN) para o ensino básico no País.

#### *5.16.6.3. Ensinar inovação*

Tomando como base as diretrizes estabelecidas nos PCN 1998, os autores dos livros didáticos seguem estas propostas e programas para elaboração das lições. Estes, por sua vez, têm os professores o

elemento mediador para justificar as atividades didáticas sugeridas para o ensino e a aprendizagem. Neste sentido é que as lições se propõem a apresentar os casos de inovação para o ensino da matemática da educação básica. Por consequência temos os casos em que lições de estatística que se organizam com o conteúdo de medidas de tendência central e, em particular, o conceito sobre média aritmética. Elas possuem muitos aspectos que podemos considerar inovadores, pois são observados a sua aplicação e realização de atividades, em que se estabelecem relações intra-matemáticas, tendo o contexto algébrico e o contexto funcional presentes.

#### *5.16.6.4. Utilidade social-trabalhista- Educação de valores*

Os autores, de um modo geral, apresentam situações em que argumentam sobre o uso social e trabalhista de sua abordagem nas diferentes situações, nas lições, ou seja, passam a inovar. Em particular, eles fazem uma proposta que indicam possibilidades aos alunos para estudos posteriores, quando poderão se inserir no ensino superior. Há uma preocupação em proporcionar mais oportunidades de formação e conhecimento para os estudantes. Portanto, criam-se as condições para que o currículo do ensino médio passe a contribuir com uma formação mais ampla e o aluno possa realizar estudos de ciência na área de exatas e tecnologia (Dierings, 2014, p.66).

### **5.17. CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE DOS INDICADORES DE IDONEIDADE DIDÁTICA DOS LIVROS DIDÁTICOS**

De uma maneira mais geral, o que se observou das análises que foram usadas para avaliar o desenvolvimento das competências matemáticas apresentadas pelos livros didáticos, foi a presença marcante da noção sobre estatística e, em particular, sobre o conceito de média. Isso demonstra a existência de um consenso a respeito da importância desse conteúdo como caminho para ampliar o conhecimento na formação do estudante. Portanto, comprova-se o que se discutiu ao longo deste trabalho sobre a presença da estatística e seus conteúdos como uma realidade, considerando sua admissão nos currículos escolares e na maioria das disciplinas da educação básica, em muitos países, inclusive no Brasil.

Levando em conta os critérios de idoneidade utilizados na análise com o objetivo de apreciar os processos de ensino e aprendizagem em didática proposto pelo EOS, fez com que houvesse maior facilidade nas análises dos livros didáticos. Portanto, foram estes critérios que serviram para avaliar o processo de estudo efetivamente. Neste sentido, o que se observou a partir da noção de idoneidade didática explicada nesta fase do estudo, demonstra que há uma presença efetiva da estatística, ou seja, confirma-se que existe um consenso de que as lições analisadas dos livros didáticos não deixam dúvidas sobre o potencial de aplicação dos conteúdos de estatística e do conceito de média. Outro aspecto que se evidenciou, e ficou demonstrado, foi a necessidade de se



aprofundar na revisão de literatura, muito por conta da formação dos professores, que possivelmente afeta no domínio de condições para conduzir os processos de ensino e aprendizagem de estatística. Esta visão ratifica-se muito nitidamente quando se observa este tema em outras etapas do trabalho, em que foram estudados os aspectos particulares da utilização e aplicação da estatística na educação básica. Portanto, foi acertada a utilização dos critérios de idoneidade didática para auxiliar como ferramenta de análise.

Enfim, o que se demonstrou nesta análise foi que a noção de idoneidade didática traz luz às discussões sobre os aspectos dos livros didáticos analisados. Aponta para ajustes nas realidades de problemas que possibilitem organizar as condições didáticas do professor e permitam desenvolver no estudante as habilidades e competências quando fizerem uso da estatística e do conceito de média no cotidiano do ensino e da aprendizagem.

# CAPÍTULO 6

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 6.1. INTRODUÇÃO

Nesta investigação, foi apresentado um estudo que buscou o entendimento sobre o conceito de média aritmética a partir da visão do objeto pessoal e instrucional (Godino e Batanero, 1994; 1998), em que foi discutida a importância do ensino e aprendizagem da estatística, e, em particular, do conceito da média aritmética, conteúdo das disciplinas do 3º ano do ensino médio da educação básica. Nestes aspectos, foi elencado e considerado o papel do professor e do livro didático como fundamentais para que o processo de ensino e aprendizagem da estatística ocorra com sucessos.

Foi importante nessa investigação o papel do referencial teórico, que teve respaldo no enfoque ontosemiótico (EOS), dando condições para aproximação das discussões com a temática da pesquisa. A partir desse aporte teórico, foi possível compreender como ocorre, em tese, a presença da estatística na educação básica, bem como a visão que existe sobre a didática do ensino e aprendizagem da estatística. O estudo semiótico das lições sobre média aritmética apresentadas nos livros didáticos e as análises sobre as respostas dos itens do questionário da pesquisa junto aos professores foram fundamentais para compreender o

processo de ensino-aprendizagem de média aritmética na escola. Os objetivos que foram definidos a partir das análises do livro e dos questionários foram alcançados e permitiram que fosse possível ter uma compreensão e entendimento de como acontece a relação entre o objeto institucional, que tem seu significado avaliado no questionário e no livro didático. Complementa esta visão o papel do objeto, o significado pessoal, que reflete na figura do professor, desorte a reconhece o entendimento sobre estatística e, em particular, o conceito sobre média aritmética, a partir das respostas dos itens do questionário pelos professores.

A conclusão deste estudo acompanha uma análise sobre o papel do professor e a importância dos conteúdos de estatística para as disciplinas da educação básica e em particular as medidas que, e seus aspectos citados sobre o ensino e aprendizagem, considerando a metodologia definida, que respaldou os objetivos e pressupostos da investigação. As consultas organizadas ao longo da investigação possibilitaram uma sólida referência e pontos de vista sobre a teoria do enfoque ontosemiótico EOS (Godino, Contreras e Font, 2006). O desenvolvimento desta pesquisa tornou-se factível graças às brilhantes referências bibliográficas, citações e menções de estudiosos e acadêmicos, como: Godino, Batanero, Font e D' Amore, Wilhelmi, Beencomo, Ruiz e tantos outros importantes pesquisadores no campo da didática e do ensino, que ao longo dos últimos 20 anos vêm desenvolvendo trabalhos de investigações na área do ensino e

aprendizagem da didática da matemática e estatística, tendo como referência teórica o EOS.

Considera-se, então, que o caminho adotado para o desenvolvimento e realização dessa análise foi importante, pois permitiu entender o ponto de vista do professor, quais as soluções dadas aos itens do questionário e a importância do livro didático na abordagem sobre os conteúdos de estatística e, em particular, medidas de tendência central, sendo como principal foco deste estudo a visão que estes elementos têm da conceituação de média aritmética.

## **6.2. IMPRESSÕES E CONCLUSÕES A RESPEITO DOS OBJETIVOS DO ESTUDO**

O objetivo fundamental desta investigação determinado no capítulo 1 foi verificar como se dá a compreensão do conceito de Média Aritmética por parte de professores da educação básica, especificamente professores matemáticos e de outras disciplinas da 3ª Série do Ensino Médio, de escola pública da cidade de Salvador? E como é apresentado este conceito nos livros didáticos usados por público escolar?

Portanto, o alcance e o desenvolvimento deste estudo tiveram como foco discutir este objetivo, tendo a preocupação de atender aos aspectos distintos que envolveram as questões do ensino e aprendizagem, tendo em vista os pontos relacionados às informações sobre o professor, o livro didático e seu conhecimento sobre o conceito de média aritmética.

Este estudo se baseou nas análises dos elementos definidos no modelo teórico do conhecimento matemático, interpretando aspectos do ensino e aprendizagem e da configuração didática baseados na teoria do EOS (Godino, Batanero e Fon, 2006). Neste íterim é que foram feitas as interpretações e discussões sobre o entendimento dos objetivos específicos deste estudo, que envolveu aspectos importantes do ensino e aprendizagem da matemática e estatística, o que se propôs a investigação, apresentados a seguir:

Objetivo específico 1: Compreensão do professor sobre estatística e o conceito de média aritmética?

A partir da referência teórica foram construídas as análises, em que se observaram os sistemas de prática utilizados pelos professores na compreensão do conceito de média aritmética, considerando a visão da EOS, ou seja, se buscou entender a utilização de práticas de configuração ontosemiótica, objetos e processos, e o que envolveu o desenvolvimento da ocorrência da "Análise Ontosemiótica", considerando o momento em que o professor foi capaz de descrever e explicar as práticas matemáticas para os estudantes, seja na resolução de problemas, ou na apresentação dos conteúdos matemáticos destinados a um ensino e aprendizagem de conteúdos de estatística (Giacomone, Godino, Wilhelmi, e Blanco, 2016). Considerando estes aspectos buscou-se chegar às conclusões sobre o entendimento dessas questões, dessa forma é indicada como fundamento para reconhecer o conceito de média aritmética pelos professores a necessidade de estudar

o papel do objeto institucional e pessoal a que se refere Godino e Batanero (1984; 1998), que tem no estudo o livro didático e o professor como elementos desse contexto, os quais consideram-se essenciais na investigação desenvolvida, que tem preocupação com o ensino e aprendizagem da estatística e, em particular, o conceito de média. Os resultados apresentados em detalhes podem ser apreciados ao longo do capítulo 5 desta tese, que demonstram muitas das preocupações sobre o ensino e a didática da estatística, no que diz respeito à compreensão sobre o conceito de média aritmética. Assim, foram desenvolvidas as análises particularizadas do questionário respondido pelos professores, no que tange ao item que tratou especificamente sobre o conceito de média aritmética. Considera-se que o tema geral do instrumento versa sobre as medidas de tendência central de um modo geral e aborda aspectos relacionados às questões conceituais e em particular o conceito da média aritmética. A partir desta visão, proporcionada pela teoria da EOS, foi feita a análise das configurações didáticas, ferramenta capaz de avaliar os conhecimentos matemáticos distintos (Godino, Batanero e Font, 2006). E, assim, se observou as práticas realizadas e desenvolvidas na análise da resposta do item 1 do questionário. Complementa esta visão de concepção do estudo o momento em que se materializa as análises minuciosa de todos os pontos discutidos nesta tese, a partir do marco teórico que definiu o estudo. O resultado desta análise particular e de todo o instrumento, apresentado no capítulo 5, corrobora com o entendimento sobre a interpretação, o cálculo, a

aplicação sobre o conceito de média aritmética, e concretiza a visão já conhecida nas outras etapas do estudo.

Quanto ao conceito de média apresentado nos livros didáticos analisados, este procedimento analítico está presente em detalhes neste capítulo 5, onde se desenvolve uma análise utilizando a teoria do EOS, levando em conta a discussão sobre o objeto matemático e sua configuração didática, a exemplo do que ocorreu na análise do item 1 do questionário. Enfim, fica evidente nos elementos que foram analisados e os seus resultados, tendo em vista o marco teórico, que se está diante de situações que, muitas vezes, não traduzem o que representa a didática do ensino e aprendizagem da estatística, em particular, o conceito de média aritmética. Portanto, é justificável o entendimento e esforço no sentido de desenvolver estudos com esta natureza, que visam analisar, no campo da didática e do ensino da estatística, a compreensão do professor a respeito do conceito de média aritmética, numa perspectiva da teoria do EOS.

Objetivo específico 2: Confrontar as lições apresentadas nos livros didáticos sobre o conceito de Média Aritmética, a partir dos critérios do Enfoque Ontosemiótico.

As análises do livro didático seguiram um rito que havia sido definido na construção deste estudo, reconhecendo a importância do objeto institucional na definição do processo de ensino e aprendizagem dos estudantes e firmando-se como uma ferramenta imprescindível para o professor. O livro didático tem sido motivo de preocupação, nos

últimos tempos, dos pesquisadores, que desenvolvem investigações no campo da didática do ensino e aprendizagem, como destacado nos estudos desenvolvidos por Godino e Batanero (2006), Cockraft (1985) e Robinet (1989), dentre outros. Nesta análise, procurou-se considerar os aspectos e princípios que foram definidos no marco teórico, no capítulo 3 desta tese, que tem no EOS o principal arcabouço usado no desenvolvimento do estudo, a partir de uma visão em que aproxima o pensamento sobre o ensino e aprendizagem da estatística, e contempla o conceito de média aritmética. Neste sentido, é que foram desenvolvidas as análises dos livros didáticos apoiadas no marco teórico, que contribui para enriquecer o sentido do estudo, de sorte, que pudesse reconhecer os detalhes da apresentação do conceito de média. Esta visão empírica dos resultados foi valorizada a partir do papel do estudo teórico do EOS, que teve nos significados dos conceitos matemáticos a materialização dos princípios que determinaram a noção de significados institucional e pessoal de um objeto matemático (Godino, Batanero e Font, 2006) e, desta forma, foram construídas as análises em que foram estabelecidas as concepções dos autores dos livros didáticos sobre a conceituação de média aritmética.

Os resultados permitiram indicar o quanto o livro didático instrui o processo de ensino e aprendizagem, pois são uma ferramenta didática que demonstram possuir uma razoável ideia do que representa a média aritmética, ainda que se apresentem em situações de conflitos semióticos, que podem, por vez, expressar contradição de opinião do



que representa o conceito de média aritmética, sendo parte principal do contexto institucional construído a partir da situação problema, em cada livro didático analisado. Ficou, então, demonstrado na sequência das análises que há dificuldades e limitações que ocorrem quando a análise se dedica a estudar o papel e a importância do livro didático como instrumento de orientação do professor.

Objetivo Específico 3: Identificar os conflitos semióticos presentes na compreensão de Média Aritmética por parte de professores, presentes nos livros didáticos.

A realidade dos fatos sobre como são apresentados os conceitos de média aritmética nos livros didáticos foi verificada nas análises desenvolvidas, baseadas nos princípios do EOS. Considera-se que todos estes princípios foram definidos no marco teórico do capítulo 3 desta tese, que indicou o uso das ferramentas que compõe a EOS para construir as análises, pois detém instrumentos capazes de elaborar e clarificar a natureza da situação problema e seus conflitos semióticos. Esses conflitos e dificuldades apresentados pelos livros didáticos ficaram claros nos estudos desenvolvidos a partir da situação problema apresentada no livro didático. Estas discussões, com mais riqueza de detalhes, ocorreram nas análises específicas no capítulo 5 de cada livro didático abordados na tese. Na construção deste pensamento, procurou-se o refinamento que o estudo exigiu, utilizando-se como ferramenta de análise a configuração didática, que identificou na interpretação as posições de conflitos entre o que foi proposto e a noção do que deveria

ser o conceito de fato da média aritmética. Esta condição foi construída a partir da teoria da EOS, o que permitiu desenvolver as análises sobre as configurações do objeto, em seus vários aspectos, diferenciando as relações de cada situação problema e o conflito semiótico apresentado nos distintos elementos da configuração didática.

Objetivo Específico 4: Verificar como se dá a compreensão do conceito de Média Aritmética por parte de professores da educação básica, especificamente professores matemáticos e não matemáticos da 3ª Série do Ensino Médio de escola pública da cidade de Salvador. E como é apresentado este conceito nos livros didáticos usados por esse público.

Buscou-se, assim, o desenvolvimento de estudos específicos, recorrendo a alguns procedimentos, que ao final permitiram que se chegasse aos entendimentos sobre esses objetos que representaram o contexto do ensino e aprendizagem da estatística nesse estudo. A seguir foram elencados os procedimentos seguidos na pesquisa, tais como: construção de um estudo em que se levaram em conta elementos que integram o processo da didática da matemática e que tem referência no ensino e aprendizagem, ou seja, desenvolvida uma pesquisa com um grupo de 12 (doze) professores da educação básica, que responderam a um questionário de pesquisa, e se complementa com a análise de 6 (seis) livros didáticos do ensino médio, usados pelos estudantes e professores nas atividades escolares.

Quanto às análises sobre os estudos quantitativos referentes às respostas dos itens dos questionários, aplicados junto aos professores, foi possível identificar o quanto persistem as dificuldades de entendimentos sobre os conteúdos de estatística e, em particular, o conceito de média aritmética. Isso se comprova quando neste estudo aprofundou-se as análises e estudos com a intenção de aferir detalhes e especificidades sobre o conceito de média aritmética. O que se observa é uma forte heterogeneidade de entendimento sobre o tema, média aritmética, e se evidencia muito claramente quando tratamos sobre estatística. E este fato está presente nas respostas da maioria dos professores e não há diferenças entre as formações dos professores, que nesse estudo foi classificado em dois grupos; como matemáticos e de outras disciplinas. Essas explicações que, observamos nas respostas dos docentes quando analisamos os resultados justificam as medidas que estão em curso, como por exemplo, as políticas de melhorias do currículo da educação básica, a formação mais efetiva dos professores e aprimoramento do livro didático no Brasil em particular, pois já é uma realidade nos países da Europa e alguns da América Latina. Todas estas medidas têm a intenção de aproximar o que indicam os estudos desenvolvidos no âmbito do ensino e aprendizagem da educação, e que podem refletir diretamente no ensino da estatística, como refere os estudos de Batanero (2000) e Cobo (2003). Esta discussão se apresenta nesta tese no capítulo 2, bem como suas análises pormenorizadas acerca do entendimento do professor sobre estatística e sua relação com outras

medidas, que podem ser averiguadas nos estudos específicos, proporcionados no capítulo 4 desta tese. Sendo assim, foi possível ampliar a visão nesta parte do estudo de como ocorre a compreensão do professor sobre as medidas de tendência central e, em particular, o conceito de média aritmética.

O que foi observado sobre a realidade da análise do livro didático e da presença do conteúdo de estatística com referências claras nas lições sobre os conteúdos, e especificamente da média aritmética, reforça na prática a presença da estatística como parte dos programas curriculares das disciplinas da 3ª série do ensino médio da educação básica, aspecto positivo, que torna definitiva a sua presença no currículo escolar. Portanto, em termos de reconhecimento, esta ferramenta é de suma importância para auxiliar o professor na construção de sua aula e nas tarefas pedagógicas, ou seja, os conhecimentos de estatística passam a ser potencializados em um sistema de práticas matemáticas, em que tem nos objetos institucionais e pessoais os instrumentos deste sistema (Godino, Batanero e Font, 2006).

### **6.3. CONCLUSÕES SOBRE OS PRESSUPOSTOS**

No capítulo 1 desta tese, foram definidos pressupostos que buscaram entender os objetivos da pesquisa e refletir os seus resultados, apoiado nas definições metodológicas elaboradas na investigação. O sentido dos pressupostos se organizou a partir dos estudos preliminares no campo do ensino e aprendizagem, e teve seu foco de análise baseada

no aspecto do ensino da estatística, quando se apropriou das abordagens construídas com base na teoria do enfoque Ontosemiótico (EOS), consideradas apropriadas para orientar o estudo, e se organizou com base nos critérios apresentados a seguir, fruto das discussões sobre os o marco teórico e da metodologia.

### **6.3.1. Pressuposto 1**

A frágil formação estatística do professor de matemática e não matemático que atua no Ensino Médio contribui, em parte, para uma compreensão inadequada do conceito de Média Aritmética.

Entende-se que os pressupostos que se apresentam têm sua validação reconhecida em duas vertentes, no estudo, seja nas respostas dos questionários respondidos pelos professores, seja no desfecho da análise do livro didático. Por outro lado, complementa-se com o estudo do marco teórico apresentados no capítulo 3, respaldado na investigação, que tem base na teoria do EOS, e se referencia em investigações no campo do ensino e aprendizagem da didática da matemática e estatística. Portanto, o pressuposto discutido ao longo desta tese comprova a realidade do que é a formação do professor de um modo geral. Quando analisados especificamente os resultados desse estudo, verifica-se a existência de dificuldades na formação dos professores e se fazem referências exclusivas ao ensino de estatística, e esta visão se verifica nos muitos estudos desenvolvidos, e que foram observadas nas problemáticas investigadas, sendo que alguns destes

aspectos são mais acentuados. Certamente não se tem uma solução pronta para resolver essa questão do ensino e aprendizagem do professor, porém já existem estudos que se voltam para discutir vários aspectos da didática do ensino da estatística, como comprovado nas referências apresentadas nos capítulos 1 e 2, durante a discussão desta tese. No entanto, os objetivos que foram considerados nos resultados desta investigação são de fato um prenúncio da afirmação do que já ocorre em discussões no passado recente e no momento atual nos centros de pesquisa, onde se discutem aspectos referentes às propostas de ensino e didática da estatística, que influenciam positivamente para novas ideias no ensino e aprendizagem dos indivíduos e dos estudantes da 3ª série do ensino médio da educação básica. Outros aspectos examinados com riqueza de detalhes foram a visão que os professores possuem sobre o conceito de média aritmética. O que se observou dessa realidade no estudo foi a existência de dificuldade concreta do professor em reconhecer os conceitos de estatística e, particularmente, o domínio do conceito de média aritmética. No capítulo 5 desta tese, foi demonstrada através das análises esta realidade, e as necessidades que vivenciam os professores que lecionam no curso da 3ª série do ensino médio da educação básica. As questões que se apresentaram comprovam os problemas, que se iniciam desde a implantação do currículo das disciplinas da educação básica nas séries iniciais e chegam até o 3º ano do ensino médio. Contudo, essa realidade observada na investigação tem avançado nos últimos anos, o que demonstra uma

perspectiva de melhoras e esse cenário tem se alterado no ensino da estatística e se tem conseguido superar parte das dificuldades de sua implantação. Porém, ainda carece de discussões sobre os aspectos estruturais, que envolve a formação dos professores, que exige uma atenção maior, porque envolve currículo e formação inicial em diferentes cursos de graduação. No capítulo 1, foram feitos comentários e análises detalhadas sobre vários aspectos das dificuldades dos professores e sua formação acadêmica.

Muitas destas questões referentes ao professor também foram debatidas nas análises que foram desenvolvidas sobre as respostas dos itens do questionário, tanto no nível mais geral, como na especificidade sobre o professor com relação ao conhecimento sobre o conceito de média aritmética. Em seguida, foram feitas comparações com os resultados dos dois grupos (matemáticos e de outras disciplinas) dos professores. No entanto, os resultados apontam para uma homogeneidade entre os grupos, no que se referem aos conhecimentos do conceito sobre média. Isso pode ser apreciado nas tabelas e nos testes que foram desenvolvidos com a finalidade de medir a qualidade das respostas dos itens que foram selecionados. Em suma, há uma diversidade nas respostas dos itens relativa às dificuldades do professor no conhecimento sobre estatística e, em particular, o conceito de média aritmética, que independem do contexto, pois se trata do mesmo objeto matemático, que compõe o significado das medidas de tendência central, conteúdo das disciplinas do 3º ano do ensino médio da

educação básica. No entanto, esses dados levam a refletir sobre a complexidade que tem esse conteúdo da estatística e que caminhos deve-se trilhar para proporcionar aos educadores orientações científicas que possam contribuir para o ensino e didática da estatística.

### **6.3.2. Pressuposto 2**

O conceito de Média Aritmética apresentado nos livros didáticos de matemática da 3ª Série do Ensino Médio usados no período de 2004 a 2011, nas escolas baianas, carece de um entendimento teórico-prático, dado a metodologia apresentada de forma pouco experimental, às vezes técnica e com algorítmicos, o que deixa a desejar as várias funções que esta medida corresponde.

O que se observa quanto aos livros didáticos é que, em geral, estes apresentam muitas semelhanças, uns com os outros, no entanto, se observa que, em alguns deles, existem lições que têm em seus conteúdos diferenças na elaboração da situação problema, que são relevantes em um processo didático de apoio ao professor, no seu planejamento de aula. Nota-se, também, que os livros didáticos apresentam diferentes representações, sejam com ilustrações, gráficos e recursos diagramados, que podem melhorar as apresentações didáticas dos conteúdos sobre média aritmética. Quanto aos procedimentos de cálculo, a maioria dos livros constrói uma ideia muito generalista, sobre média aritmética, ou seja, não constroem ideias claras sobre o conceito de média aritmética que possam influir nos procedimentos de cálculos.



Quanto à representação dos gráficos e tabelas, estes também não são explicados, apesar de explorados em algumas lições, sendo, então, sua presença subutilizada e não esclarecida, não tendo seu papel na interpretação do conceito e definições sobre média aritmética, ou seja, os livros didáticos, de um modo geral, seguem uma linha tradicional de ensino, carecem de maiores aprofundamentos de concepções dos conteúdos sobre média aritmética e terminam por produzir lições complexas e sem objetividade. Portanto, a responsabilidade de entendimento sobre o que é apresentado no livro didático termina por ficar a cargo do professor e do estudante, que, na maioria das vezes, carecem de outros recursos e de formação educacional, para que possam interagir diante dos novos componentes curriculares que necessitam para desenvolver um ensino e aprendizagem à altura das expectativas da didática da estatística. Estes motivos são as justificativas, apresentadas com críticas mais contundentes aos livros didáticos e que afetam na elaboração das lições e da didática dos conteúdos a serem ensinados. Nessa perspectiva, o objeto do significado institucional, que tem nas medidas de posição central, e, em particular, a média aritmética, tem a necessidade de apresentar uma expressão que caracterize o significado do conceito da medida, média aritmética. Entende-se que esta problemática tem reflexo direto nos significados pessoal, professor e estudante, já que o livro didático é reconhecido como uma ferramenta importante, de apoio a todo processo de ensino e didática da matemática nas atividades de aula. Todavia, reafirma-se que o pressuposto da

pesquisa e o marco teórico da análise têm contribuído no sentido de compreender a relevância que se observou nas análises que foram organizadas sobre o ensino e aprendizagem da estatística. Isto sugere que se ampliem estudos que se voltem para investigar temas que façam uma reflexão sobre livro didático e sua influência no ensino básico de estatística. Assim, demonstrou-se em discussão as primeiras impressões, organizadas no capítulo 4 desta tese sobre este tema.

No Capítulo 5, realizou-se uma análise do livro didático pautada na teoria da EOS, quando estudados com detalhes os seis livros didáticos. Este estudo possibilitou observar com pormenores a apresentação dos conteúdos de estatísticas através das lições, que abordavam os conceitos sobre as medidas de tendência central e, em particular, média aritmética. Foi importante essa iniciativa porque permitiu a identificação das prováveis causas de interpretações e as divergências teóricas, através dos conflitos semióticos identificados. Esta parte das análises foi desenvolvida a partir dos elementos da configuração didática com foco nos conceitos que podem interferir na interpretação de média aritmética, tanto por parte dos professores, quanto dos estudantes e indivíduos. Nas análises, deparou-se com as lições dos livros didáticos que apresentavam conflitos semióticos, que poderiam levar à distorção sobre a compreensão de terminologias e representações sobre média aritmética, ou seja, conflitos que exigem uma atenção quando na elaboração da lição do livro didático. As prováveis distorções na interpretação do conceito dos conteúdos de

estatística, e, particularmente, da média aritmética, podem influir no significado do que representa o conceito da medida. Nos conflitos identificados nas lições do livro didático, muitos deles estão associados a uma concepção de didática que tem a ver com os autores, que, em sua maioria, possuem uma formação que não se aproxima do nível de discussão sobre esse novo desenho curricular do ensino e da didática da estatística. No capítulo 1 desta tese, foi feita referência ao ensino e ao currículo de estatística. Portanto, neste aspecto, a investigação observa que os problemas e conflitos que se apresentaram nas lições dos livros didáticos podem influir sobre a natureza e qualidade da prática de ensino e aprendizagem dos professores, pois o livro didático constitui-se em uma fonte importante de acúmulo de informações, e esta ferramenta deve ser potencializada na construção de didática e metodológica, já que influencia na própria prática docente e na aprendizagem do estudante e indivíduo.

#### **6.4. CONTRIBUIÇÕES E LIMITES DO ESTUDO**

O processo de construção deste estudo teve suas etapas discutidas a partir de uma metodologia que procurou detalhar toda a construção, a elaboração e escolhas dos elementos que compuseram a investigação. O detalhamento dos elementos desta investigação levou em conta aspectos que caracterizaram os objetivos do estudo.

Acredita-se que este estudo apresentado teve em suas etapas de elaboração a preocupação e a oportunidade de explorar os muitos

pensamentos sobre o ensino e aprendizagem, didática da matemática e estatística. Sendo assim, buscou-se apoio em diversos campos teóricos que abordam a problemática da didática da matemática, porém, dedicou-se, em particular, na busca da aplicação da teoria do EOS. Com a definição da proposição teórica, a discussão do problema se interessou em identificar, no ensino da estatística, o conceito de média aritmética e sua compreensão pelo professor, e o reconhecimento do livro didático como importante ferramenta do ensino e aprendizagem, que tem o papel de apoiar na preparação das atividades escolares, considerando seu efeito como admirável na combinação do aproveitamento do professor e do estudante da 3ª série do ensino médio da educação básica. Assim, esta investigação teve a expectativa de discutir as questões inerentes ao ensino e aprendizagem da estatística, em particular, o conceito de média aritmética, trazendo à tona elementos para contestação sobre a temática na educação básica. Considerou-se a linha da investigação sobre a didática que melhor se aproximou da visão teórica do EOS, que se apóia na configuração do objeto institucional e pessoal (Godino e Batanero, 1994; 1998). O processo de construção deste estudo teve suas etapas tratadas a partir de uma metodologia delineada em todo processo de elaboração e escolha dos elementos que compôs o estudo. Os elementos desta investigação levaram em conta aspectos que caracterizaram os objetivos do estudo, relacionados à importância do processo de ensino e aprendizagem da estatística. Assim, construíram-se os objetivos do estudo tendo a preocupação de constatar as situações que

influenciariam os aspectos do ensino da estatística e, em particular, o conceito de média aritmética.

Este estudo trouxe nos seus objetivos ideias e reflexões sobre as dificuldades que integram o ensino e aprendizagem da matemática e da estatística. Considerando estes princípios, teve-se o cuidado em definir uma proposta que se constituísse em elementos da pesquisa. Assim, foi definida a escolha e seleção de professores da 3ª série do ensino médio e dos livros didáticos, que tiveram um papel preponderante neste estudo. Na pesquisa junto aos professores, estes, por exemplo, responderam a um questionário, que abordavam temas específicos sobre medidas de tendência central, e, particularmente, o conceito de média aritmética, sendo determinante para averiguar o perfil e as condições sobre o conhecimento sobre as medidas.

Partindo do princípio de que a análise didática, uma prática reconhecida nas investigações no âmbito do ensino e didática da matemática e estatística, se configura em uma preocupação acerca desse instrumento, como se observa nas pesquisas elaboradas sobre o livro didático que desenvolve Batanero, Godino, Diaz, Cobo (2003) dentre outros autores, que analisam o livro como uma ferramenta importantíssima de apoio pedagógico ao ensino da estatística que, a cada dia precisam ser melhor avaliados com instrumentos de apoio ao professor nas atividades pedagógicas. Portanto, foi neste sentido que se tomou a iniciativa para construir essa pesquisa, com base no estudo de 6 (seis) livros didáticos, em que foi desenvolvida uma análise teórica, a

partir da teoria da EOS. Assim, foi possível demonstrar a compreensão e o ponto de vista sobre várias observações analisadas nos problemas e situações didáticas apresentados nas lições analisadas sobre o conceito de média aritmética. As análises dos livros didáticos se basearam nos fundamentos teóricos do EOS, que tem nos significados dos componentes do objeto matemático da lição, as condições para identificação do conceito de média aritmética e possíveis conflitos semióticos. Entretanto, foi expectativa nos resultados alcançados por este estudo a importância que, teve fundamentações teóricas numa didática da estatística, em que evidenciam as possibilidades de medir a interação entre o professor, o estudante e o livro didático, ou seja, uma didática, que melhor se aproxime dos objetos institucional e pessoal, no sentido de permitir lograr êxito nos aspectos que envolvem o ensino e aprendizagem da didática e estatística, e em particular do conceito de média aritmética.

## **6.5. O FUTURO E A INVESTIGAÇÃO SOBRE O ENSINO DA ESTATÍSTICA**

Ao final desse estudo, espera-se que sejam gerados pontos de vistas teóricos que possam contribuir com as discussões acerca do ensino e aprendizagem da matemática e estatística na educação básica, como forma de aproximar os conteúdos de estatística e, em particular, o conceito de média aritmética dos professores e dos estudantes refletindo na formação do indivíduo na sociedade atual. Por outro lado, sabe-se que muitas investigações no campo da didática da matemática têm

ênfatisado os aspectos descritivos e explicativos do que ocorre em sala de aula, porém se observa uma distância entre o que é investigado e a prática corrente do ensino (Godino, 2011), quando cita Frankle, Kazemi e Battey (2007, p. 226) e Hiebert e Grouws (2007, p. 372).

Esta investigação faz revelações importantes a respeito do ensino da estatística em escolas públicas da 3ª série do ensino médio da cidade de Salvador, na Bahia, que considera os aspectos da visão professor e do livro didático. Imagina-se que este estudo poderá contribuir e enriquecer as discussões no campo do ensino e da didática da estatística, pois corroboram para a necessidade de que se avance no sentido de ampliar os estudos no ensino e aprendizagem da estatística no âmbito da educação básica. Por outro lado, quando comparamos com a realidade de muitos países como Espanha, Inglaterra, África do Sul e outros, se observa que já há um avanço nos últimos tempos, e hoje se volta para os países da América Latina como México, Brasil, Chile e Argentina, portanto, isso revela que existe interesse de pesquisadores no sentido de ampliar essa discussão para além dos países do ocidente.

Contudo, no caso do Brasil, vive-se um esforço no sentido de aproveitar as mudanças nos planos curriculares e mais este momento em que, se constroem novas teorias, o que facilita a compreensão desses conteúdos de estatística nos recentes currículos da educação básica do Brasil e em outros países da América Latina, que se propõem a construir uma didática da estatística que se aproxime de uma visão teórica contemporânea e que acolha o estudante e o indivíduo no seu cotidiano.

Nessa linha, aponta-se para iniciativas que se propõem estudar o ensino da estatística e que orientam, por exemplo, na elaboração de livros didáticos, que abordem com propriedade os conteúdos das lições sobre estatística, que façam relações com diversos conteúdos, não só da matemática como de outras disciplinas da educação básica, e, no caso específico deste estudo, versa sobre a preocupação do conceito de média aritmética que pode se apresentar em diferentes contextos interdisciplinares. Também não se pode esquecer da formação de professores, nas diversas áreas do conhecimento. Estes se apropriam dos conteúdos de estatística na graduação, porém carecem de conhecimentos sobre a estatística no contexto da visão dos novos currículos da educação básica. Enfim, este esforço educativo deve buscar uma participação efetiva da comunidade científica, no sentido de ampliar a compreensão sobre uma didática do ensino e aprendizagem da estatística no marco atual, em que a ciência e a tecnologia caminham irmanadas na decisão das questões que se apresentam para sociedade no diaadia.

Nesse estudo, foi possível observar que já há discussões e um avanço considerado importante quando se fala a respeito do ensino e didática da estatística. Porém, apesar deste cenário apresentar progresso, contudo, o que se demonstra é a necessidade de uma política pública que trate com mais efetividade os aspectos do ensino e aprendizagem da estatística como disciplina própria, mesmo sendo aproveitada como conteúdo de outras disciplinas da educação básica,



desde séries iniciais de ensino até os níveis finais da educação básica. No aspecto do estudo teórico, sente-se que a teoria do EOS foi uma importante aliada para responder muitas das indagações que foram colocadas no estudo sobre ensino e aprendizagem, e o alcance das respostas satisfizeram muitas das questões de pesquisa, sendo, então, uma garantia de que a teoria do EOS se firma para contribuir com o campo do ensino e didática da estatística. Esta expectativa se deu quando foi possível entender a necessidade que os estudantes e indivíduos dominem o conhecimento sobre o algoritmo das medidas e sua aplicação para que possam entender uma situação problema que envolva o conceito de média aritmética, por exemplo. Portanto, o que se espera é que esta situação seja resolvida no âmbito do conhecimento e da utilização de uma teoria do ensino e aprendizagem que possa contribuir com a formação do professor, estudante e indivíduo. A falta deste entendimento poderá colaborar para que ocorram dificuldades na interpretação da lição e na compreensão dos conceitos mais simples sobre as medidas (Gattoso e May, 1998).

## REFERÊNCIAS:

- Alvarado, H. (2007). O Significados del Teorema Central del Limite en la Enseñanza de la Estadística en Ingeniería. Universidad de Granada. Directora: Dr. Carmen Batanero.
- Andrade, Maria Margarida de. (2009). Introdução a metodologia do trabalho científico. 9º edição. Editora Atlas. São Paulo.
- Arteaga, P., Batanero, C. e Ruiz, B. (2008). Complejidad semiótica de gráficos estadísticos en la comparación de dos distribuciones por futuros profesores. Trabajo presentado en el Encuentro Latino Americano de Educación Estadística Monterrey, México.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. e Gea. M. (2012). Evaluación del conocimiento especializado de la estadística en futurosHYPERLINK  
"http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/9317/8149" \t "\_blank"profesores mediante el análisis de un proyecto estadístico. *Educação MatemáticaPesquisa*. 14(2), 279-297.
- Arteaga, Pedro; Batanero, Carmen; Contreras, José Miguel; Cañadas, Gustavo (2015). Evaluación de errores en la construcción de gráficos estadísticos elementales por futuros profesores Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Aceptación, abril 2015. vol. 19, núm. 1, marzo, 2016, pp. 15-40 Comité Latinoamericano de Matemática Educativa
- Batanero, C., Godino, J. D., Vallecillos, A., Green, D. R. e Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Batanero, C., Godino, J e Navas, F. J. (1997): "evaluación de Concepciones sobre la noción de promedio en maestros de primaria

En formación”, trabajo presentado en las vii jornadas Logse, evaluación educativa.

- Batanero, C., Godino, J. D. e Estepa, A. (1998). Construcción del significado de la asociación estadística mediante actividades de análisis de datos. En, A. Olivier y K. Newstead (eds.), *Proceedings of the 22 nd Conference of the International Group for he Psychology of Mathematics Education (Research Forum)* , Vol 1: 221-236. University of Stellenbosch, South Africa.
- Batanero, C., Estepa, A. e Godino, J. D. (1992). Análisis exploratorio de datos: SUS posibilidades en la enseñanza secundaria. *Suma*, 9, 25-31.
- Batanero, C. (1998). Situacion actual y perspectivas futuras de la educación estadística. Conferencia en las Jornadas Thales de Educación Matemática.
- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de tendencia central. *UNO*, 25, 41-58.
- Batanero, C. (2001). HYPERLINK  
 "http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Jaem2001.pdf  
 "Aleatoriedad, modelización, simulación. En *Actas de las X Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 119-130). Zaragoza: ICE.
- Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*, Buenos Aires. Conferencia Inaugural.
- Batanero, C., Cobo, B. e Díaz, C. (2003). Assessing secondary school students' understanding of averages. *Proceedings of CERME 3*, Bellaria, Italia. On line: [www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/](http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/).

- Batanero, C. e Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.). Aspectos didácticos de las matemáticas (125-164). Zaragoza: ICE.
- Batanero, C. e Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), Aspectos didácticos de las matemáticas (125-164).
- Batanero, C. (2005). Los retos de la cultura estadística. *Yupana*, 1, 27-36.
- Batanero, C. (2002). Estadística y didáctica de la matemática: relaciones, problemas y aportaciones mutuas. En C. Penalva, G. Torregrosa y J. Valls (Eds.), Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales (pp. 95-120).
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa* 8(3), 247-263.
- Batanero, C. e Díaz, M. C. (2005). Análisis del proceso de construcción de un cuestionario sobre probabilidad condicional. Reflexiones desde el marco de la TFS En A Contreras (Ed.), Investigación en Didáctica de las Matemáticas (pp. 13-36). Universidad de Jaén.
- Batanero, C. e Godino, J. (2005). Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. En R. Luengo (Ed.), Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas (pp. 203-226). Badajoz: Universidad de Extremadura.
- Batanero, C. Burrill, G., Reading, C. e Rossman, A. (2008). Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Referencias 364 Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference. Monterrey: ICMI and IASE. On line: [www.ugr.es/~icmi/iase\\_study/](http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/).

- Batanero, C. e Díaz, C. (2008). Análisis de datos con Statgraphics. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Batanero, C. (2009) Retos para la formación estadística de los profesores. II Encontro de probabilidade e estatística na escola. Universidade do Minho, 2009, batanero@ugr.es.
- Batanero, C. Contreras, J. M. e Arteaga, P. (2011). El currículo de estadística en la enseñanza obligatoria. EM-TEIA. Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, 2(2).
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M. y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. Números, 83, 7-18.
- Batanero, C. Gómez, E. Contreras, J. M. e Díaz, C. (2015). Conocimiento matemático de profesores de primaria en formación para la enseñanza de la probabilidad: un estudio exploratorio. Praxis Educativa, 10 (1), 11-34. Praxis Educativa, Ponta Grossa, Ahead of Print, v. 10, n. 1, jan./jun. 2015 Disponível em: [HYPERLINKhttp://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa](http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa), <http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa>, 15/07/2017.
- Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Bayer, Arno, Bittencourt, Hélio Radke, Echeveste, Simone, Rocha, Josy. Educação Estatística: perspectivas e desafios. Acta scientiae, Canoas/RS, v. 7, n. 1, p. 103-109, 2005.
- Brousseau G. (1986), Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, 7 (2), 33-115.
- Brousseau, G. (1998). La théorie des situations didactiques. Grenoble: La Pensée Sauvage.

- Bloom, Benjamim S. et. al. Manual de avaliação formativa e somativa do aprendizado escolar. São Paulo: Livraria Pioneira Editora, 1983.
- Blumer H (1969) Symbolic Interactionism: Perspective and Method. Berkeley: University of California Press.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). Investigação qualitativa em educação. Porto: Porto Editora.
- Braga, G. y Belver, J. L. (2016). El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. Revista Complutense de Educación, 27(1), 199-218).
- BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Brasília, Brasil.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental); Matemática. Brasília: MEC /SEF, 1998.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1998 b
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Vol. 3. 3ª edição. Brasília: MEC /SEF, 2001.
- BRASIL, Secretaria de Educação Básica. Guia de livros didáticos: PNLD 2010: Alfabetização Matemática. Brasília: MEC/SEB, 2009.

- BRASIL, Secretaria de Educação Básica. Guia de livros didáticos: PNLD 2011: Matemática. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.
- BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio. Brasília, 1999. 394p.
- Breda, A., Font, V. e Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v. 8, p. 4- 41, 2015.
- Breda, A. (2016). Melhorias no ensino de matemática na concepção de professores que realizam o mestrado profmat no rio grande do sul: uma análise dos trabalhos de conclusão de curso. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Orientadoras: Dra Valderez M. R. Lima y Dr. Maracos V. Pereira.
- Brousseau, G. Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathematiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 4, n. 2, p. 165-198, 1983.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2), 33115.
- Brousseau, B. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer A. P.
- Campos, C.R. Wodewotzki, M. L. L. Jacobini, O. R. Educação Estatística – teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.
- Cai, J. (1995). Beyond the computational algorithm. Students understanding of the arithmetic average concept. En L. Meira (Ed.).

- Proceeding of the 19th PMEConference (v.3, pp. 144-151).  
Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.
- Callingham R. A.(1997) Teachers' multimodal functioning in relation to the concept of average Mathematics Education Research Journal 9 (2), 205-224.
- Campbell, S. K. (1974). Flaws and fallacies in statistical thinking. New Jersey: Prentice Hall. Carmines, E. G. y Zeller, R. A. (1979). Reliability and validity assesment. Londres: Sage University Paper.
- Castro, A. E., e Serrano M. M. G. (2011). Conocimiento para la enseñanza de la Asociación estadística.; Investigaciones actuales en educación estadística y formación de profesores. Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Educación y Humanidades. Universidad de Granada.
- Carvalho, C. (1996). Algumas questões em torno de tarefas estatísticas com alunos do 7.º ano. In A. Roque & M. J. Lagarto (Orgs.), Actas do Prof. Mat 96 (pp. 165-171). Lisboa: Associação de Professores de Matemática
- Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique; du savoir savant au savoirenseigné. Paris: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1991), Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'activité mathématique. Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique de Grenoble. LSD2-IMAG, Université Joseph-Fourier, Grenoble.
- Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. Recherches en Didactique des Mathématiques, 12 (1), 73-112.



- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), 221-266.
- Carmona, J. (2004). Una revisión de las evidencias de fiabilidad y validez de los cuestionarios de actitudes y ansiedad hacia la estadística. *Statistics Education Research Journal*. 3(1). On line: [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/).
- Cazorla, Irene M. O ensino de Estatística no Brasil (2009). Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Disponível em: [http://www.sbem.com.br/gt\\_12/arquivos/cazorla.htm](http://www.sbem.com.br/gt_12/arquivos/cazorla.htm). Acessado em: 15/12/17.
- Cazorla, Irene Maurício. (2009). “Tratamento da Informação” para o Ensino Fundamental e Médio. Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC.2007.Disponível em:[http://www.sbem.com.br/files/ix\\_ene\\_m/Minicurso/Trabalhos/MC11915634806T.doc](http://www.sbem.com.br/files/ix_ene_m/Minicurso/Trabalhos/MC11915634806T.doc).
- Cazorla, Irene M e Castro, F. Carneiro. (2008). O papel da Estatística na Leitura do mundo: o letramento estatístico. *UEPG Ci. Hum., Ci. Soc. Apl., Ling., Letras e Artes*, Ponta Grossa, 16 (1) 45-53, jun. 2008.
- Cazorla, Irene Maurício e Santana, E. R. S. “Tratamento da Informação” para o Ensino Fundamental e Médio. 2ª edição. Editora Via Litterarum. Itaituba, 2009.
- Cazorla, Irene Maurício e UTSUMI, Miriam Cardoso. Reflexões sobre o ensino de Estatística na educação básica. In: Cazorla, Irene Maurício. Santana, Eurivalda. Do “Tratamento da Informação” ao letramento estatístico. Itaituba: Via Literarium, 2010.

- Cobb, P. e Bauersfeld, H. (Eds.), (1995). The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum
- Cobo, B. (1998). Estadísticos de orden en la enseñanza secundaria. Memoria de Tercer Ciclo. Universidad de Granada.
- Cobo, B. (2001). Problemas y algoritmos relacionados con la media en los libros de texto de secundaria. En M. Beltrán (Ed.), Jornadas Europeas de Enseñanza y Difusión de la Estadística (pp. 241-252). Palma de Mallorca: Instituto Balear de Estadística.
- Cobo B. e Díaz, Carmem. (2003) media, mediana y moda ¿qué significa esto para los estudiantes de secundaria. 27 Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa Lleida, 8-11 de abril de (2003).
- Cobo, B. (2003). Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Cobo, B. e Batanero, C. (2000). La mediana ¿Un concepto sencillo en la enseñanza. Secundaria. UNO, 23, 85-96.
- Cobo, B. e Batanero, C. (2004 a). Significados de la media en los libros de texto de secundaria. Enseñanza de las Ciencias, 22(1), 5-18.
- Cobo, B. e Batanero, C. (2004 b). Razonamientos aritméticos en problemas de promedios. SUMA, 45, 79-86.
- Cockcroft, W.H. (1985). Las matemáticas sí cuentan. Informe cockft. Madrid, Servicio de Publicaciones dei Ministerio de Educación y Ciencia.
- Contreras, A., Font, V., Luque, L., e Ordóñez, L. (2005). Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica

- del análisis. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25 (2), 151–186.
- Coria, M., Guitar, Verdejo, A., Moreno, Martinez, P. Flores e Guiridi, C. Garcia (2015) Enseñanza de las medidas de centralización a partir de situaciones humorísticas. (Eds), *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, 2 (PP. 259-267).
- Cubero, Javier. *Dados Y Datos. Cómic hacia la estadística con probabilidad 0,95 de serlo*. Realización: Institut Balear d' Estadística, 2º Edición, maio 2001.
- Dane, F.C. (1990) *Research Methods* Belmont, Califórnia, Books/Cole.
- Danhke, G.L. (1989). Investigación y comunicación. En C. Fernández—Collado y G.L. DANHKE (comps.). *La comunicación humana: ciencia social*. México, D.F.
- D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5, 44-8.
- D'Ambrosio, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática*. Campinas: Unicamp, 1996.
- D'Amore, B. e Godino, J.D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en Didáctica de la Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa – RELIME*, 10(2).
- D'Amore, B., Font, V. e Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Paradigma*, XXVIII, Nº 2, 49-7.

- Díaz, C., Batanero, C. e Cobo, B. (2003). Fiabilidad y generalizabilidad. Aplicaciones en evaluación educativa. *Números*, 54, 3 – 21. Referencias 367.
- Godino, Juan Díaz; Font, Vicenç. (2007). Alguns desarrollos y aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, 224 2007. Disponível em: Acesso em: 03 jun. 2012.
- Dunn, O. J. e Clarck, V. A. (1987). *Applied statistics: Analysis of variance and regression*. Nueva York: John Wiley.
- Eco, U. (1995). *Tratado de semiótica general*. Barcelona: Lumen.
- Eisenbach, R. (1994). *Whats does the mean mean? Comunicación presentada en el Fourth International Conference on Teaching Statistics*. Marrakesh, Marruecos.
- Ernest, P. (1998). *Investigações, Resolução de Problemas e Pedagogia*. In *Investigar para Aprender Matemática*, 2.ed. Lisboa: APM, p, 25.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Folmen, in Ponte, J. P., Oliveira, H., Cunha, M. H. & Segurado, M. I. (1998). *Histórias de Investigações Matemáticas*. Lisboa: IIE, pp. 46-60.
- Erickson, F. 1986. *Qualitative methods in research on teaching*. In: M.C. Wittrock (ed.), *Handbook of Research on Teaching*. New York, Macmillan, p. 119-161.
- Estepa, A. (1993). *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores*. Departamento de Didáctica de la matemática. Universidad de Granada.

- Estepa, A. (2004). Investigación en Educación Estadística. La asociación estadística. Em R. Luengo (Ed.). Líneas de investigación en Educación Matemática, (pp. 227-255). Badajoz: Universidad de Extremadura.
- Estrada, A. (2002). Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.
- Estrada, A., Batanero, C. y Fortuny, J. M. (2004). Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental en profesores en formación. *Educación Matemática*, 16, 89-112.
- Estrella, S. (2016). Comprensión de la media por profesores de educación primaria en formación continua. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 18(1), 1-22. Recuperado de <http://redie.uabc.mx/redie/article/view/635>.
- Faerna, A. M. Introducción a la teoría pragmatista del conocimiento. Madrid: Siglo XXI, 1996.
- Fernández, T., Godino, J. D. e Cajaraville, J. A. (2012). Razonamiento geométrico y visualización espacial desde el punto de vista ontosemiótico. *Boletim de Educação Matemática – BOLEMA*, 26 (42) (en prensa).
- Fiorentini, D.; Lorenzato, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 2ed. Campinas: Autores Associados, 2009. 240 p.
- Font, J. D., Godino, J. D. e D'Amore, B. (2007). An ontosemiotic approach to representations in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 27 (2), 3-9.

- Font, V. & Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 33-52.
- Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *UNIÓN*, 26, 9-25.
- Font, V.; Planas, N., Godino, J. D. Modelo Para El Análisis Didáctico En Educación Matemática. *Infancia Y Aprendizaje*, Madrid, V. 33, N. 1, 89-105, Feb. 2010.
- Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 225–256). Charlotte, NC: Information Age.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70 (1), 1-25. Referencias 368
- Gal, I., Rothschild, K.K e Wagner, D.A, (1990). Statistical heuristic in school Children: convergence or divergence? Paper presented a the Annual Meeting of the American Educational Research Association educational, Massachusetts, USA.
- García, C. y Garret, A. (2006). On average and open-ended questions. En A. Rossman y B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador (Bahia), Brasil: International Association for Statistical Education. On line: HYPERLINK"<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/>" [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/)
- Garfield, J. e Burrill, G. (Eds.) (1997). Research on the role of technology in teaching and learning statistics, *Proceedings of the 1996 IASE Round Table Conference*. Voorburg: International Statistical Institute.

- Garfield, J. B. e Konold, C. (1992). Statistical reasoning assessment. Part 2: Statistics in context. Minnesota, MN: National Science Foundation.
- García Cruz, J. A., Garrett, A. J. (2008). Understanding the Arithmetic Mean: A Study with Secondary and University Students. *Journal of the Corea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education*, 12 (1), 49- 66.
- Garret, A. e García, J. A. (2005). Un cuestionario y estrategias sobre los promedios. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, 7, 197-217.
- Gattuso, L. & Mary, C. (1998). Development of the concept of weighted average among high-school children. In L. Pereira-Mendoza, L. S. Kea & W. Wong (Eds.), *Proceedings of the fifth international conference on teaching statistics* (pp. 685-691). Singapura: International Association for Statistical Education
- Gattuso, L. e Mary, C. (2002). Development of the concept of weighted average among hig h-school children. En B., Phillips (Ed.). *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Ciudad del Cabo: International Association for Statistical Education. On line: [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/)
- Gea, M. M., Fernandes, J. A., López-Martín, M. M y Arteaga, P.(2017). Conflictos semióticos relacionados con la organización de datos bidimensionales en libros de texto de Bachillerato.
- Ghiglione, R. e Matalón, B. (1991). *Les enquêtes sociologiques. Théorie et pratique*. París: Armand Colin.

- Girard, J. C. (1997). Modélisation, simulation et expérience aléatoire. En Enseigner les probabilités au lycée (pp. 73-76). Reims: Commission Inter-IREM Statistique et Probabilités.
- Godino, J. D. e Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D. e Batanero, C. (1998a). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in Mathematics Education. En A. Sierpinska y J. Kilpatrick (Eds.). *Mathematics education a research domain: A search for identity* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer.
- Godino, J. D. e Batanero, C. (1998b). Funciones semióticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En I. Vale y J. Portela (Eds.). *IX Seminário de Investigaçao em Educaçao Matemática* (p. 25-45). Associação de Profesores de Matemática. Portugal.
- Godino, J. D. (1996). Mathematical concepts, their meanings and understanding. En L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME Conference* (v.2, 417- 424). Universidad de Valencia.
- Godino, J. D. (1999) Análisis epistémico, semiótico y didáctico de procesos de instrucción matemática. On line: [www.ugr.es/~jgodino/](http://www.ugr.es/~jgodino/).
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 22 (2/3), 237-284.
- Godino, J. D. (2003). Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. On line: HYPERLINK "<http://www.ugr.es/local/jgodino/>" [www.ugr.es/local/jgodino/](http://www.ugr.es/local/jgodino/). Referencias, 369



- Godino, J.D., (2010) Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Septiembre, 2010. (Disponible en, <http://www.ugr.es/local/jgodino>)
- Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.
- Godino, J. D., Batanero, C. e Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics*, 60 (1), 3-36.
- Godino, J. D., Batanero, C. e Roa, R. (2003) Medida y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN:84-932510-2-X. [ 87 páginas; 0,9 MB] (Recuperable en, <http://www.ugr.es/local/jgodino/>)
- Godino, J. D., Font, V. (2007a). Algunos desarrollos de la teoría de los significados. URL: [http://urg.es/~jgodino/indice\\_eos.htm](http://urg.es/~jgodino/indice_eos.htm)
- Godino, Juan Díaz; Font, Vicenç. (2007). Alguns desarrollos y aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, 224 2007. Disponível em: Acesso em: 03 jun. 2012.
- Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8 (1), 67-98

- Gea, M. M., Fernandes, J. A., López-Martín, M. M y Arteaga, P.(2016). Conflictos semióticos relacionados con la organización de datos bidimensionales en libros de texto de Bachillerato.
- Godino, J. D., Wilhelmi, M. R. e Bencomo, D. (2005). Suitability criteria for a mathematical instruction process: A teaching experience with the function notion. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 4.2, 1-26.
- Godino, J. D. Recio, A. M., Roa, R. Ruiz, F. & Pareja, J. L. (2005). Criterios de diseño y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso de medios informáticos para el estudio de las matemáticas. 9º SEIEM (pp. 235-242). Córdoba, España.
- Godino, J. D. Recio, A. M., Roa, R., Ruiz, F. y Pareja, J. L. (2006). Criterios de diseño y evaluación de situaciones didácticas, basada em el uso de médios informáticos para el estudio de lãs matemáticas. *Revista Número*, nº 64.
- Godino, J. D. Bencomo, D., Font, V. e Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
- Godino, J. D. Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (Especial), 133-156.
- Godino, J. D. Contreras, A. e Font, V. (2006 en imprea). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.
- Godino, J. D. Wilhelmi, M. e Font, V. (2008). Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico. *Publicaciones*, 38, 25-49.

- Godino, J. D. Batanero, C. e Font, (2006). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Versión ampliada y revisada al 8/Marzo/2009 del artículo, Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D. Batanero, C. e Font, V. (2008). Um enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10, 7-37.
- Godino, J. D. Bencomo, D. Font, V. Wilhelmi, M. R.(2007) Análisis e valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII(2), 221-252.
- Godino, J. D. Font, V., Wilhelmi, M. R. y Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59–76.
- Godino, J. D. Font, V. Wilhelmi, MR e Lurduy, O. (2011). Por que o aprendizado de conceitos aritméticos elementares é difícil? Ferramentas semióticas para entender a natureza dos objetos matemáticos. *Estudos Educacionais em Matemática*, 77 (2), 247-265. DOI 10.1007 / s10649-010-9278-x. A publicação final está disponível em [www.springerlink.com](http://www.springerlink.com).
- Godino, J. D. Cajaraville, J. A., Fernández, T. e Gonzato, M. (2012). Uma aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias* (aceptado).
- Godino, J. D. (2013). HYPERLINK “<http://revista.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/14720/13965>”\t”\_”blank”  
Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y

aprendizaje de las matemáticas. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, (11), 111-132.

Godino, J. D. Rivas, M., Arteaga, P., Lasa, A. y Wilhelmi, M. R. (2014).

O [hyperlink "http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino\\_ID-EOS\\_31mayo2014.pdf"](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino_ID-EOS_31mayo2014.pdf) Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico - semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34 (2/3), 167-200.

Godino, J. D. Rivas, M. Castro, W.F. Konic, P. (2012) Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. *Revemat: R. Eletr. De Edu. Matem.* Eissn 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 1-21, 2012

Godino, J. D. Ruiz, F., Roa, R., Pareja, J. L. y Recio, A. M. (2003). Análisis didáctico de recursos interactivos para la enseñanza de la estadística en la escuela. *IASE Satellite Conference on Statistics Education and the Internet*. Berlin, Germany, 11-12 August, 2003.

Godino, J. D. e Batanero, C. (2016). [HYPERLINK "http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Epistemologia\\_instruccion.pdf"](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Epistemologia_instruccion.pdf) \t "\_blank" Implicaciones de la relaciones entre Epistemología e Instrucción Matemática para el Desarrollo Curricular: el caso de la Combinatoria. *La matematica e la sua didattica*, 24 (1-2), 17-39.

Godino, J. D. Giacomone, B. Batanero, C. e Font, V. (2017). [HYPERLINK "http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Godino-CCDM.pdf"](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Godino-CCDM.pdf) \t "\_blank"

Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31 (57) (en prensa)

- Godino, J. D. Beltrán-Pellicer, P., Burgos, M. e Giacomone, B. (2017). [HYPERLINK "http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/godino\\_beltran.pdf" \t "\\_blank"](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/godino_beltran.pdf) Significados pragmáticos y configuraciones ontosemióticas en el estudio de la proporcionalidad. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*.
- Gonçalves, Cristina Faria Fidelis e Strapasson, Elizabeth, Tratamento da informação. A Estatística para o ensino fundamental Cristina Faria Fidelis Gonçalves. Elizabeth Strapasson. [www.uel.br/editora/portal/?content=../catalogo/catalogo-online.2007](http://www.uel.br/editora/portal/?content=../catalogo/catalogo-online.2007), p.106.
- Goodchild, S. (1988). School pupils' understanding of average. *Teaching Statistics*, 10 (3), 77-81. Gras, R. (1996). L'implication statistique: nouvelle méthode exploratoire de données applications a la didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Goodchild, M.F. (1988). Spatial decision systems: A research agency. GLS: LIS 88. Proceedings volume n° 2, Belhesda, Maylance: America congress on Suverymg and mapping November; 30 december 2, 1998.
- Gouveia, C.A.M. Análise Crítica do Discurso: Enquadramento Histórico. In MATEUS, Maria Helena e Clara Nunes Correia (orgs.): *Saberes no Tempo: Homenagem a Maria Henriqueta Costa Campos*. Lisboa: Edições Colibri: 335-351. 2001.
- Georg, D e Maillery, P. SPSS for Windosn etep by step: A simples guide and reference. 4th ed. Boston: Allyn & bacon. (2003). Apud: Gliem, JÁ e Gliem, RR calculating, interpreting and reporting Cronback's Alpa reliavility coefficeent for Likert-type

scales.<https://scholarworks.iupui.edu/bitstream/handle/Acesso>  
agosto 2015.

- Gérard, F. e Roegiers, X. Revista Lusófona de Educação, Reseña de "Manuais escolares: estatuto e funções" Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias Lisboa, 15, pp.191-194. Portugal. 2010.
- Coria, M., Guitar, Verdejo, A., Moreno. Martinez, P. Flores e Guiridi, C. Garcia (2015). Ensinanza de lãs medidas de centralizacion a partir de situações humorísticas. (Eds), Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria, 2 (pp. 259-267).
- Hernández, R., C. Fernández e P. Baptista. 2006. Metodología de la Investigación. McGraw-Hill, México, 850.
- Hiebert, J., Morris, A.K. e Glass, B. (2003). Learning to learn to teach: An "experiment" model for teaching and teacher preparation in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6(3), pp.201-222.
- Hiebert, J. e Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371–404). Charlotte, NC: Information Age.
- Hjemslev, L. (1943). Prolegómenos a una teoría del lenguaje. Madrid: Gredos.
- Holmes, P. (1980). Teaching statistic. 11-16, Slough; UK: Schools Council and Foulsham educational.
- Jacobini, O.R., Campos, C.R., Woserwotski.M.L.L.(2011). O Ensino e a aprendizagem de conteúdos estatísticos por meio de projetos Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP-Rio Claro/SP Brasil. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

- Junior, H. Rosetti (2007). Educação estatística no ensino básico: Uma exigência do mundo do trabalho. *Revista capixaba de Ciência e Tecnologia*, 2, 35-37, 1.
- Konold, C., Pollatsek, A., Well, A. e Gagnon, A. (1997). Students analyzing data: Research of critical barriers. In J. B. Garfield y G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Konold, C. e Pollatsek, A. (2002). Data analysis as a search for signals in noisy processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33, 259-289.
- Krippendorff, K. (1990). *Metodología del análisis de contenido*. Buenos Aires/Barcelona: Paidós-Comunicación.
- León, O. G. e Montero, I. (2002). *Métodos de investigación en psicología y educación*. Madrid: McGraw-Hill.
- Leon, M. R. e Zawokeswski, F. S. (1991). Use of the arithmetic mean: An investigation of four properties. Issues and preliminary results. En D. Vere-Jones (Ed.), *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 302-306). Voorburg, Holanda: International Statistical Institute. On line [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/).
- Leavy, A. M. e O'Loughlin, N. (2006). Moving beyond the arithmetic average: Preservice teachers understanding of the mean. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 53-90.
- Lerman, I. C. (1981). *Classification et analyse ordinale des données*. Paris: Dunod. Li, D. Y., & Shen, S. M. (1992).

Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics* 14 (1), 2-8.

Lopes, C. A. E. *A Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular*. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas-SP, 1998.

Lopes, Celi A. E. A probabilidade e a Estatística no currículo de matemática do ensino fundamental brasileiro. *Anais da Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística – Desafios para o século XXI*. (p. 167-174) Florianópolis, 20,21 e 22 de setembro de 1999.

Lopes, Celi A. E. e Moura, Anna Regina L. *As crianças e as idéias de números, espaço, formas, representações gráficas, estimativa e acaso*. Vol. II, gráf. FE/UNICAMP. CEMPEM. Campinas, 2003.

Lopes, Celi Aparecida Espasandin. O ensino de probabilidade e Estatística na escola básica nas dimensões do currículo e da prática pedagógica. XVI Simposio Iberoamericano de enseñanza Matemática. Universitat Jaume I. Castellón, España, 15 a 17 de septiembre de 2004.

Lopes, Celi Espasandin. O Ensino de Estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. *Cad. Cedes*, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008. Disponível em <http://www.cedes.unicamp.br>

Lopes, Celi Espasandin. Os desafios para Educação Estatística no currículo de matemática. In: Lopes, Celi Espasandin. Coutinho, Cileda de Queiroz e Silva. Almouloud, Saddo Ag. *Estudos e reflexões em Educação Estatística*. 1 edição. Campinas. Mercado de Letras, 2010.

Machado, A. *Reinventando a Avaliação Psicológica*. São Paulo. Tese (Doutorado). IP-USP, 1996.



- Magina, Sandra e Fonseca, Sônia (2016). EM TEIA – Revista de Educação Matemática Tecnológica Iberoamericana – vol. 7 - número 1, 2016.
- Malhotra, N. Pesquisa de marketing: uma orientação aplicada. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.
- Mary, C. e Gattuso, L. (2005). Trois problèmes semblables de moyenne pas si semblables que ça ! L'influence de la structure d'un problème sur les réponses des élèves. *Statistics Education Research Journal*, 4(2), 82-102. Referencias 371.
- Mayén, S. e Balderas, P. (2006). Assessing Mexican students' understanding of averages. En A. Rossman y B. Chance (Eds.). *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador (Bahia), Brasil: International Association for Statistical Education. On line: [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/).
- Mayén, S. (2006a). Comprensión de medidas de posición central en Estudiantes mexicanos de Bachillerato. Memoria de Tercer Ciclo. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Mayén, S. (2006b). Análisis de conflictos semióticos en un problema de promedios. VII Trobada d'estudiants de doctorat en didáctica de les matemàtiques i de les ciències experimentals. Universitat Autònoma de Barcelona. CD ROM.
- Mayén, S., Cobo, B. Batanero, C. e Balderas, P. (2007). Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato, *Unión*, 9, 187-201.

- Mayén, S. (2008). Conflictos semióticos en un problema de mediana, hallados em estudiantes mexicanos de bachillerato y secundaria. Trabajo presentado en e RELME 22, México, Julio, 2008.
- Mayén, S. Batanero, C. e Díaz, C. (2009). Dificultades de estudiantes mexicanos en La comparación de datos ordinales. Trabajo presentado en el XIII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Santander.
- Mayén, S. Batanero, C. e Díaz, C. (2009). Conflictos semióticos de Estudiantes com El Concepto de Mediana. *Statistics education Research jornal*, 8(2), 74-93, <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>.
- Mayén, S. Batanero, C. e Díaz, C. (En prensa). Conflictos semióticos de Estudiantes mexicanos en un problema de comparación de datos ordinales. *Revista Latino Americana de Investigación en Matemática Educativa*.
- Mayén, S. Díaz, C. e Ortiz, J. J. (En prensa). Conflictos semióticos de estudiantes de Educación Secundaria y Bachillerato en relación al concepto de mediana. *Publicaciones. M.E.C. (2001). Decretos de Enseñanza Secundaria Obligatoria. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.*
- Mattar, Fauze Najib. *Pesquisa de Marketing: edição compacta. 4ª edição.* Editora Atlas. São Paulo, 2008.
- Matias-Pereira, José. *Metodologia científica. Manual de pesquisa científica.* Faculdade de economia, administração, contabilidade e ciências da informação. FACE/UNB, Brasília, 2007.
- Mevarech, Z. R. (1983). A deep structure model of students' statistical misconceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 415-429.

- Mokros, J. e Russell, S.J. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 20-39.
- Moreira, Marco A. (2011). Aspectos metodológicos e pesquisa qualitativa verso quantitativa uma visão detalhada. Marco A. Moreira. *Metodologia de Ensino e Pesquisa*. 1º, 2011, 9-242; Porto Alegre. BR.
- Navas, F., Batanero, C. e Godino, J. D. (1997). Evaluación de concepciones sobre la noción de promedio en maestros de primaria en formación. Implicaciones para la formación estadística de los futuros profesores. En H. Salmerón (Ed.). *Actas VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa* (pp. 301-304). Universidad de Granada.
- NCTM (2000). Referência National Council of Teachers of Mathematics. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM, 2000.
- Olivo, E. (2008). Significado de los intervalos de confianza para los estudiantes de enseñanza de matemáticas en México. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Oliveira, F. B., et al. "Revisão de literatura: pesquisa bibliográfica x pesquisa documental." Disponível em: <http://files.wendelandrade.webnode.com.br/200000168aac01abb1/Pesquisa%20bibliogr%C3%A1fica%20versus%20pesquisa%20documental.trabalho.2011.1.doc>. Acesso em 10/09/2018.
- Olivo, E. Batanero, C. e Díaz, C. (2008). Dificultades de comprensión del intervalo de confianza en estudiantes universitarios. *Educación Matemática*, 20(3), 55-82.
- Ortiz, C Vásquez e Pastells, A Alsina. Un modelo para el análisis de objetos Matemáticos en libros de texto Chilenos: situaciones problemáticas, Lenguaje y conceptos sobre Probabilidad. ISSN

1138-414X (edición papel), ISSN 1989-639X (edición electrónica)  
vol. 19, n°2(mayo-agosto2015)  
<http://www.ugr.es/local/recfpro/rev192COL12.pdf>

- Ortiz , Haro, J. J. (1999). Significados de los conceptos probabilísticos en los libros de texto de bachillerato. Tesis Doctoral. Universidad de Granada. <http://www.ugr.es/local/batanero>.
- Ortiz, J. J. Font, V. e Mayén, S. (2009a). Configuraciones cognitivas de profesores en formación sobre la media aritmética. Trabajo aceptado en la 23 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Santo Domingo, 2009.
- Ortiz, J. J. , Font, V. e Mayén, S. (2009b). Significados personales de la media aritmética de profesores en formación. Trabajo aceptado en el XIII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Santander, Septiembre, 2009.
- Ortiz, J. J. y Font, V. (2011). Significados personales de los futuros profesores de educación primaria sobre la media aritmética. *Educación Matemática*, 23(2), 91-109.
- Ortiz, J. J. y Font, V. (2014). Pre-service teachers' common content knowledge regarding the arithmetic mean. *REDIMAT*, 3(3), 192-219.
- Osterlind, S. J. (1989). *Constructing test items*. Boston: Kluwer.
- Panaino, R. *Estatística no Ensino Fundamental: uma proposta de inclusão de conteúdos matemáticos*. Rio Claro - SP: Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro-SP, 1998.
- Piaget, J., e Inhelder, B. (1951). *La genése de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris: Presses Universitaires de France.

- Piaget, J. (1979). Los problemas principales de la epistemología de la matemática. En: J. Piaget (Director), *Tratato de lógica y conocimiento científico. 3: Epistemología de la matemática*. Buenos Aires, Paidós.
- Pollatsek, A., Lima, S. e Well, A. D. (1981). Concept or computation: Students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 191-204.
- Pinho, M. (2006a). Semiotics function and learning of arithmetics mean. En A. Rossman e B. Chance (Eds.). *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador (Bahia), Brasil: International Association for Statistical Education. On line: [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/).
- Pinho, M. (2006b). Interpreting the concept of arithmetic mean from a semiotic vision. En A. Rossman e B. Chance (Eds.). *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador (Bahia), Brasil: International Association for Statistical Education. On line: [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/).
- Pinho, M. Helder Zacarias (2007). A média aritmética no ensino médio: uma visão na perspectiva da semiótica. (Poster). 10º Escola de Modelos de Regressão, Salvador, Brasil.
- Pinho, M. Fernandes, Teresa (2017). A média aritmética no ensino médio: uma visão na perspectiva da semiótica *Revista RBBA Revista Binacional Brasil /Argentina*, V. 6 nº 1 p. 247 a 265 Junho/2017.
- Pinho, M., Gusmão T. Comunicação Concepção do professor sobre média aritmética. Encontro Latinoamericano em ensinanza de la Estadística, ELEE. Monterrey México. Junho, 2008.
- Pino-Fan, L., Godino, J. D. e Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didácticomatemático sobre la derivada [Epistemic

facet of didactic-mathematical knowledge of derivatives].  
Educação Matemática Pesquisa, 13(1), 141-178.

Pino-Fan, L., Godino, J. D., & Font, V. (2013). Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (primera parte) [Design and application of an instrument for the exploration of future teachers' epistemic facet of didactic-mathematical knowledge of derivatives (part one)]. *REVEMAT*, 8(2), 1 – 49. doi: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n2p1>.

Pino-Fan, L., Godino, J. D., & Font, V. (2015). Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas [A proposal for the analysis of mathematical practices of future teachers about derivatives]. *BOLEMA*, 29(51), 60 – 89. doi: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a04>.

Pino-Fan, L. (2017). Contribución del Enfoque Ontosemiótico a las investigaciones sobre didáctica del cálculo. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, [WWW.enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://WWW.enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html).

Pochuchu, M. & FONT, V. Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME*, 14 (3), 361-394, 2011.

Pollatsek, A., Lima, S. e Well, A. D. (1981). Concept or computation: Students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 191-204.

- Robert A., Robinet J. (1989): Quelques résultats sur l'apprentissage de l'algèbre linéaire en première année de DEUG. Cahier de Didactique des Mathématiques, 53, IREM de Paris VII.
- Radford, L., Schubring, G. e Seeger, F. (2008). Semiotics in mathematics education: epistemology, history, classroom, and culture .Rotterdam: Sense Publishers.
- Ramos, A.B., Font, V. (2006). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prospettiva ontosemiotica. La Matematica e la sua didattica, Anno 20, n. 4, 535-556.
- Ramos, A. B & Font, V. (2008). Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME, 11 (2), 233-265, 2008.
- Roa, R. (2000). Razonamiento combinatorio en alumnos con preparación matemática avanzada. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Rondero, C. e Font, V. (2015). Articulación de la complejidad matemática de la media aritmética. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 29-49.
- Rossmann y B. Chance (Eds.). Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics. Salvador (Bahia), Brasil: International Association for Statistical Education. On line: HYPERLINK  
"http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/"  
www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/. Referencias 373.
- Rotunno, S. A. M. (2007) Estatística e probabilidade: um estudo sobre a inserção desses conteúdos no ensino fundamental. Dissertação de mestrado. (mestrado em educação). Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

Ruiz, B. (2006). Un acercamiento cognitivo y epistemológico a la didáctica del concepto de variable aleatoria. Tesis de Maestría. CICATA. México.

Ruiz, Jesús del Pino e Castro, Antonio Estepa (Eds.), *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, 2 (pp. 117-124). Granada, 2015.

Russell, S. J. e Mokros, J. R. (1991). What's typical? children's ideas about average. En D. Vere-Jones (eds.) *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 307-313). Voorburg, Holanda: International Statistical Institute.

Russell, S. J. e Mokros, J. R. (1995). Children's concepts of averages and dativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), 20-39. Santisteban, C. (1990). *Psicometría. Teoría y práctica en la construcción de tests*. Madrid: Norma.

Sax, G. (1989). *Principles of educational and psychological measurement and evaluation*. Belmont, CA: Wadsworth.

Scheaffer, R. L. (2006). Statistics and mathematics: On making a happy marriage. En G. Burrill (Ed.), *NCTM 2006 Yearbook: Thinking and reasoning with data and chance* (pp. 309-321). Reston, VA: NCTM.

Steinbring, H. (1997). Epistemological investigation of classroom interaction in elementary mathematics teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 49-92.

Schuyten, G. (1991). Statistical thinking in Psychology and Education. En Vere-Jones (Eds.), *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 486-490). Voorburg, Holanda: International Statistical Institute. On line: HYPERLINK <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/>



- Siegel. (1975). Estadística no paramétrica aplicada a las ciencias de la conducta. Madrid, D. E: Editorial Trillas. Séptima reimpressão.
- Silva, E. T. (1996). Livro didático: do ritual de passagem à ultrapassagem. Em Aberto, 16(69), 11-15.).
- Silvia, Galicia. (2009) Tese doutorado. Comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos de educación secundaria, Universidad de Granada Departamento de Didáctica de la Matemática y Bachillerato.
- Stieler, Marinez Cargnin. Modelagem matemática e sua contribuição para o Ensino de Estatística. 2009. Disponível em: [http://need.unemat.br/3\\_forum/artigos/14.pdf](http://need.unemat.br/3_forum/artigos/14.pdf).
- Strauss, S. e Bichler, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. Journal for Research in Mathematics Education, 19 (1), 64-80.
- Tauber, L. (2001). La construcción del significado de la distribución normal en um curso de análisis de datos. Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla.
- Thompson, AG (1992). Crenças e concepções de professores: Uma síntese da pesquisa. Em DA Grouws (Ed.), Manual de pesquisa sobre ensino e aprendizagem de matemática. Nova Iorque: MacMillan. Thorndike, R. L. (1989). Psicometría aplicada. México: Limusa.
- Tormo, C. (1993). Estudio sobre cuatro propiedades de la media aritmética en de 12 a 15 años. Memoria de Tercer Ciclo. Universidad de Valencia.
- Vallecillos Jiménez, A. (1994). Estudio teórico-experimental de errores y concepciones sobre el contraste estadístico de hipótesis en

estudiantes universitarios. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

- Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. (1982). Addition and subtraction. A cognitive perspective. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum. pp. 39-59.
- Vergnaud, G. (1990), La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 10 (2, 3): 133-170.
- Watson, J. (1997). Assessing statistical literacy through the use of media surveys. En I. Gal y J. B. Garfield (Eds.). *The assessment challenge in statistics education* (pp. 107-121). Amsterdam: IOS Press.
- Watson, J. M. e Moritz, J. B. (1999). The developments of concepts of average. *Focus on Learning Problems in Mathematics*. 21(4), 15-39.
- Watson, J. M e Moritz, J. B. (2000). The longitudinal development of understanding of average. *Mathematical Thinking and Learning*. 2(1 y 2), 11-50.
- Weber, R. P. (1985). *Basic content analysis*. Londres: Sage.
- Wild, C. J. & Pfannkuch, M. (1999), *Statistical Thinking in Empirical Enquiry*, *International Statistical Review*, 67, pp. 223 –265.
- Wilhelmi, M. R., Lacasta, E. y Godino, J. D. (2007). Configuraciones epistémicas asociadas a la noción de igualdad de números reales. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 27(1), 77-120.
- Zawojewski, J. (1986). The teaching and learning processes of junior high school students under alternative modes of instruction in the

measures of centra tendency. Tesis Doctoral. University Northwestern. Evanston, Illinois.



# ANEXO 1

## Carta de apresentação aos professores



DIDÁTICA DAS CIÊNCIAS EXPERIMENTAIS E DA MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE DOUTORAMENTO 2160-04-01

FACULDADE DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

### Carta de Apresentação do Questionário

Prezado professor,

Este questionário faz parte da investigação desenvolvida sobre Ensino e Aprendizagem da Estatística, que ora está sendo realizada na Cidade de Salvador, com professores do 3º ano do ensino médio da educação básica. O estudo tem objetivo de identificar a visão dos pesquisados sobre o conhecimento do conceito de média aritmética e sua utilidade como conteúdo de estatística nas diversas disciplinas. Importante salientar, que todas as informações prestadas permanecerão em sigilo e só serão divulgados os resultados gerais da pesquisa. Peço a gentileza de responder a todas as perguntas do questionário seguindo o princípio da confiança e sinceridade.

Grato, pela atenção.

Salvador, março de 2013

Marcos Pinho  
Responsável pelo estudo



## ANEXO 2

### Questionário da Pesquisa

UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA	n.º
SALVADOR - BAHIA	Pesquisador: Marcos Pinho
	Data:

OBSERVAÇÃO: LEIA COM ATENÇÃO. OBRIGADO!!!

#### IDENTIFICAÇÃO:

I. Género	1. Masc.	2. Fem.
-----------	----------	---------

II. Idade	
-----------	--

III. Tempo de ensino?	
-----------------------	--

IV. Tem alguma formação específica na área de estatística?	1. SIM	2. NÃO	3. N.S/N.Resp.
--	--------	--------	----------------

#### Questões:

1- Como você conceitua ou define média aritmética?

2- Como você conceitua ou define moda?

3- Como você conceitua ou define mediana?

4- Explique o que significa para você esta frase. "Tomo em média três copos de água por dia".

5- Lançam-se simultaneamente dois dados e se observa a soma de suas faces superiores. Em quais números você aposta que sairão na soma das duas faces? Justifique.

6- Um professor classifica seus alunos do seguinte modo. I=insuficiente, A=aprovado, N=notável, S=sobressalente. A seguir, temos as notas de dois grupos de alunos, classificadas pelo professor.

Grupo 1 - I A A N N S S I I I A A A N S S I A A S S S S

Grupo 2 - S S I I A N A N I I S N A S I N N

6.1 - Que grupo obteve as melhores notas?

6.2 - Qual seria a medida de tendência central mais apropriada para representar melhor os resultados destes dados sobre a classificação dos alunos? Justifique.

7-Maria e Pedro dedicam uma média de 8 horas cada fim de semana para fazer esporte. Outros 8 estudantes dedicam cada semana uma média de 4 horas fazendo esporte. a) Qual é o tempo médio de horas que fazem esportes cada fim de semana os 10 estudantes?

8- Considere os seguintes valores em reais dos salários recebidos por 10 funcionários de uma empresa, 100,00; 1.200,00; 1.200,00; 1.220,00; 1.250,00; 1.250,00; 1.250,00; 1.250,00; 1.260,00; 45.000,00. Que medida de tendência central expressaria melhor a situação salarial desses funcionários?

9- Três carpinteiros tomaram cada um três medidas da largura de uma porta, obtendo cada um deles as seguintes medidas:

Carpinteiro I: 73 cm, 72,8 cm, 72,7 cm:

Carpinteiro II: 72,7 cm, 72,9 cm, 73,1 cm:

Carpinteiro III: 73,2 cm, 73 cm e 73, 1 cm.

Se a porta a ser feita tem que ter uma folga de 2 mm a cada lado do marco. Qual deve ser a largura dessa porta?

10- Os dados apresentados na tabela abaixo se referem a uma amostra da remuneração recebida por um grupo de pessoas por categorias social de uma dada localidade.

Remuneração recebida por um grupo de pessoas por categorias social de uma dada localidade.  
Brasil - Bahia, 2007

Categoria Social	Nº. Pessoas ( <i>f<sub>i</sub></i> )	Salários ( <i>x<sub>i</sub></i> )	Produto ( <i>f<sub>i</sub>.x<sub>i</sub></i> )
Professor Ensino Médio	60	760,00	45.600,00
Juiz	4	15.000,00	60.000,00
Deputados	2	16.000,00	32.000,00
Médicos	3	3.500,00	10.500,00
Agente Administrativo	200	390,00	78.000,00
<b>Total</b>	<b>269</b>	<b>35.650,00</b>	<b>226.100,00</b>

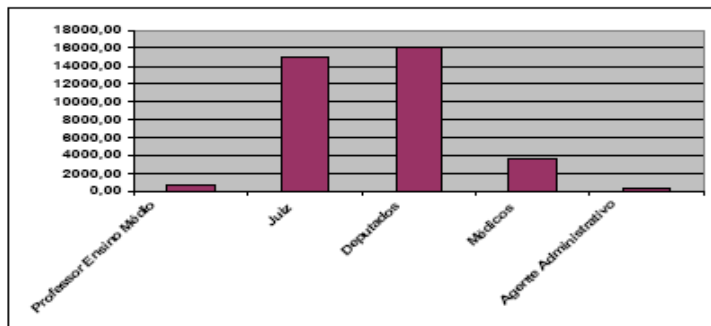
Fonte: Dados Fictícios

10.1-Considerando os dados das informações dessa tabela sobre os salários pagos as categorias, pergunta-se: que medida de tendência central melhor representaria a remuneração recebida pelo conjunto dos dados da tabela apresentada?

10.2- Justifique o uso da medida que você utilizaria na representação deste contexto.

10.3- O gráfico abaixo reflete o resultado da medida de tendência escolhida por você para representar a remuneração recebida?

Remuneração recebida por um grupo de pessoas por categorias social de uma dada localidade.  
Brasil – Bahia, 2007



Fonte: Dados Fictícios

11- A partir de uma amostragem, foi possível selecionar durante o mês de setembro de 2001 as seguintes quantidades de chamadas telefônicas recebidas por dia pela telefonista: 133; 199; 155; 177; 166; 166. Com o intuito de medir o nível das chamadas telefônicas, que medida de tendência central é mais apropriada para fazer este estudo. Justifique.

12- Em sua opinião qual a importância que os conteúdos de Estatística têm para a compreensão das matérias da disciplina que você ministra?



13- Em sua opinião a média aritmética contribui para que os alunos melhor interpretem pontos dos conteúdos abordados na disciplina que você ministra?

14- Nas suas aulas é comum você indicar ou apontar a necessidade de os alunos reconhecerem na estatística uma ferramenta de aplicação e compreensão de conceitos sobre ciência?

15- A seu ver, quais são as maiores dificuldades que observa em seus alunos para escolher, em função do tipo de problema, a média, a mediana ou a moda como melhor representante de um conjunto de dados?

16. Que significado tem para você a noção de Esperança Matemática?

Gostaria de agradecer por participar deste estudo. Sua colaboração contribuirá para melhoria das nossas elaborações no âmbito do ensino e da Matemática e Estatística.

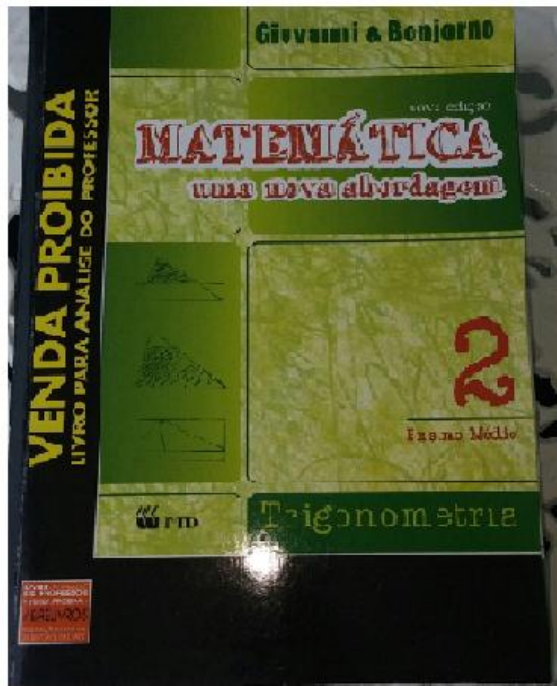
Atenciosamente,

**Marcos Pinho**

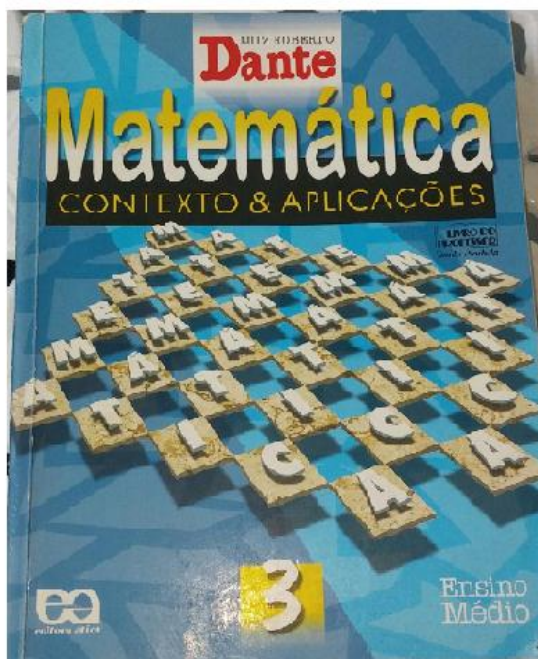
## Anexo 3

### Capas dos livros didáticos

Livro didático 1 - Matemática Fundamental – Uma Nova Abordagem, 2011, Giovami, José Ruy e Bonjorno, José Roberto, FTD, pag: 466 a 480 e 491 a 493.

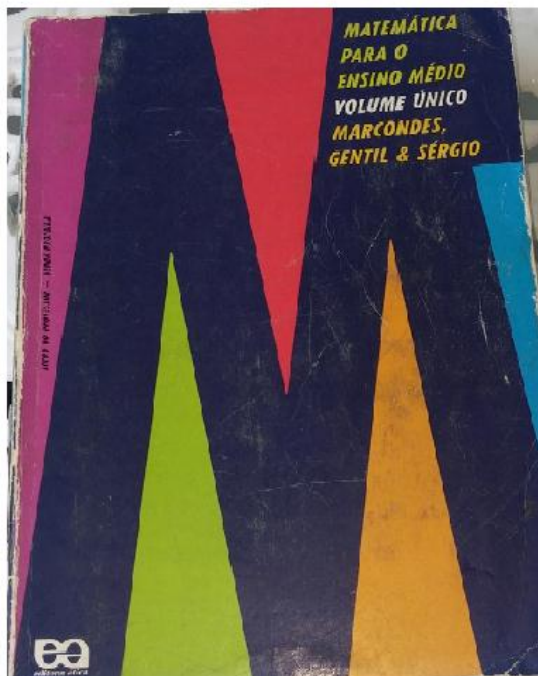


Livro didático 2- Matemática Contexto e Aplicações, 2004; Dante, Luiz Roberto, Ática, pág. 226 a 228 e 14 a 17.

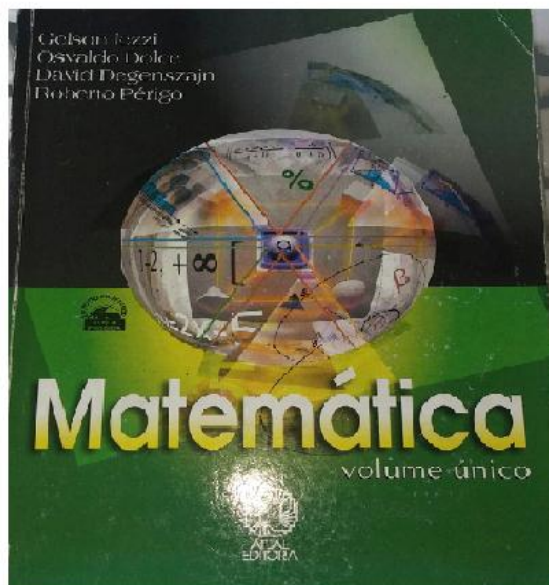


Marcos Pinho

Livro didático 3 - Matemáticas Para o Ensino Médio, 1999. Marcondes, Carlos; Gentil, Nelson e Greco, Sergio. Ática, pág. 397 a 402 e 486 a 488.

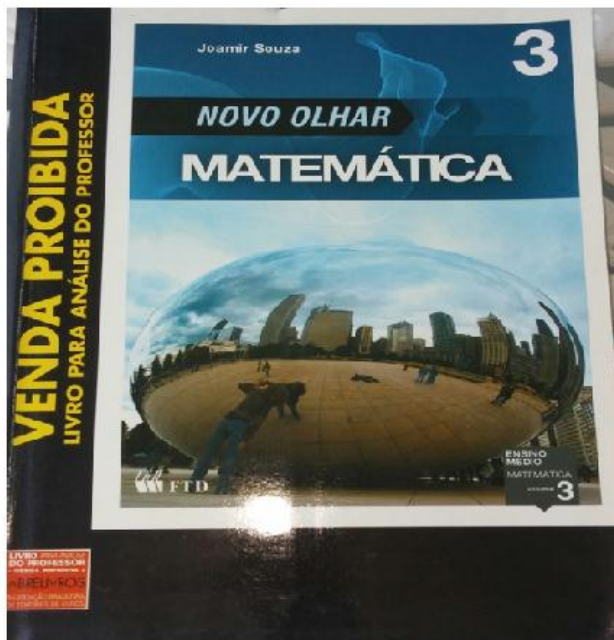


**Livro didático 4 - Matemática, 2002. Iezzi, Gelson; Dolce, Osvaldo; Degenszajn, David e Pergio, Roberto. Atual. pág. 422 a 427 e 539 a 540.**



Marcos Pinho

Livro didático 5 - Olhar Matemática, 2011. Souza, Joamir. FTD, pág. 24 a 26 e 152 a 154.



**Livro Didático 6 - Matemática, 2014, Paiva, Manuel Moderna, pág. 16-18.**





## ANEXO 4

### Currículo de matemática e conteúdos de estatística do 3º ano Ensino Médio





**ORIENTAÇÕES  
CURRICULARES  
PARA O ENSINO MÉDIO**

**ÁREA: MATEMÁTICA**

**Novembro -2015**

Copyright © 2015 by Secretaria da Educação do Estado da Bahia

Editoração Gráfica e Diagramação  
Empresa Gráfica da Bahia

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
(Câmara Brasileira do Livro, SP) Brasil

**B151o** Bahia Secretaria da Educação.  
Orientações curriculares para o ensino médio área: matemática / Secretaria da Educação. – Salvador: Secretaria da Educação, 2015.  
32 p.: il.

ISBN: 978-85-64531-39-0

1. Ensino Médio - Brasil. 2. Matemática. 3. Orientações Curriculares. I. Título. II. Série.

CDU:372

Ficha Catalográfica: Elma do Nascimento Monteiro CRB 5/1018

Secretaria da Educação do Estado da Bahia  
5ª Avenida Nº550, Centro Administrativo da Bahia - CAB  
Salvador, Bahia, Brasil  
CEP: 41.745-004  
[www.educacao.ba.gov.br](http://www.educacao.ba.gov.br)

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DA BAHIA  
SUPERINTENDÊNCIA DE POLÍTICAS PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Rui Costa  
GOVERNADOR DO ESTADO DA BAHIA

João Leão  
VICE-GOVERNADOR DO ESTADO DA BAHIA

Oswaldo Barreto Filho  
SECRETÁRIO DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DA BAHIA

Aderbal de Castro Meira Filho  
SUBSECRETÁRIO

Eliezer Santos Silva  
SUPERINTENDENTE DE POLÍTICAS PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Valdirene Oliveira Souza  
DIRETORA DE CURRÍCULO E INOVAÇÕES PEDAGÓGICAS

Edileuza Nunes Simões Neris  
DIRETORA DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Elisete Santana da Cruz França  
DIRETORA DE EDUCAÇÃO E SUAS MODALIDADES

Anny Carneiro Santos  
COORDENADORA DE DESENVOLVIMENTO CURRICULAR E APRENDIZAGEM

Tereza Santos Farias  
COORDENADORA DO ENSINO MÉDIO

**Equipe de Elaboração**

**Consultora da Área de matemática**

**Geciara da Silva Carvalho da Mata**

**Coordenação Geral da Consultoria**

**Lutza Olívia Lacerda Ramos (1ª Fase)**

**Rosilda Arruda Ferreira (2ª Fase)**

**Editoração Gráfica e Diagramação**

**Empresa Gráfica da Bahia**

## PROPOSTA CURRICULAR MATEMÁTICA



## **AOS(ÀS) EDUCADORES(AS) BAIANOS(AS) DO ENSINO MÉDIO**

É com satisfação que apresentamos as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, fruto de ampla discussão entre professores da rede estadual. Submetidas à consulta pública, validadas por profissionais da Educação, elas expressam um desafio: transformar-se em referencial à construção de atividades a serem desenvolvidas nos espaços de aprendizagem. Essas Orientações contemplam as áreas do conhecimento articuladas entre si, valorizam o trabalho, a ciência, a tecnologia e a cultura, possibilitando a formação cidadã dos nossos estudantes.

Acreditando que a escola é ambiente privilegiado de construção e vivência do conhecimento, as OCÉM visam possibilitar um currículo vivo, fundado na legitimidade dos sujeitos, fortalecendo identidades individuais e coletivas dos seres humanos envolvidos no processo educacional.

Essa é mais uma ação que se insere no Programa Educar para Transformar, que tem como um dos objetivos assegurar o direito de aprender aos estudantes do Estado da Bahia. Assim, a Secretaria da Educação investe em políticas educacionais que promovem o bom desempenho dos nossos educandos.

Um forte abraço,

Oswaldo Barreto  
Secretário da Educação

## 1. APRESENTAÇÃO DA ÁREA

A presente proposta para o currículo de Matemática baseia-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (1999) e nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (2013) que trazem como tripé metodológico a contextualização, a interdisciplinaridade e a transversalidade. Tais abordagens didático-metodológicas podem assegurar a transversalidade do conhecimento de diferentes componentes curriculares, propiciando a interlocução entre os saberes e os diferentes campos do conhecimento. Nesta perspectiva, propõe-se que o(a) professor(a) de Matemática do Ensino Médio, na sua prática pedagógica, busque uma abordagem histórico-cultural dos conteúdos matemáticos relevantes produzidos ao longo da história, indispensáveis tanto para a compreensão da realidade humana quanto para a formação humana integral e humanização dos(as) estudantes.

Partindo dos pilares que sustentam a base do currículo do Ensino Médio no Brasil: trabalho, ciência, tecnologia e cultura, a Matemática, nesta proposta, é concebida como uma atividade humana natural e sociocultural cuja evolução acompanha as modificações do indivíduo e das necessidades num mundo em constante transformação.

Para Fonseca (1995, p. 53),

*As linhas de frente da Educação Matemática têm hoje um cuidado crescente com o aspecto sociocultural da abordagem Matemática. Defendem a necessidade de contextualizar o conhecimento matemático a ser transmitido, buscar suas origens, acompanhar sua evolução, explicitar sua finalidade ou seu papel na interpretação e na transformação da realidade do aluno. É claro que não se quer negar a importância da compreensão, nem tampouco desprezar a aquisição de técnicas, mas busca-se ampliar a repercussão que o aprendizado daquele conhecimento possa ter na vida social, nas opções, na produção e nos projetos de quem aprende.*

Nessa linha de pensamento, Freudenthal (1979) confirma esta concepção ao afirmar que a Matemática é universal quanto a conceitos, mas como fenômeno depende do meio ambiente. Mediante o exposto, observa-se que o ensino contextualizado possibilita que os conteúdos matemáticos possam ser compreendidos num panorama histórico, social e cultural. Dessa forma, busca-se estabelecer uma relação entre a Matemática e a realidade, sem desconsiderar a historicidade da construção desse conhecimento pela articulação da Matemática com outras ciências, em vez da apresentação isolada; problematizações partindo de contextos ricos de significados ao invés de textos sem contexto; elaboração de figuras mentais em vez de conceitos; ressignificação em vez de transmissão. E, por fim, compreensão e não repetição.

Esta abordagem fomenta um ensino para a formação crítica e reflexiva do(a) estudante, para além da compreensão dos conteúdos de Matemática, visando uma formação humana integral que lhe permita o desenvolvimento de competências relacionadas à tomada de decisão.

Skovsmose (1997, p. 95) assim se expressa:

*Se as pessoas não são apenas receptores de informação e instruções, mas são também capazes de criticar, avaliar, entender, isto é, prover um input para as instituições democráticas, então elas devem ter um entendimento de alguns dos princípios básicos de estruturação da sociedade.*

O que se deseja garantir, portanto, é um desenho curricular em que o ensino de Matemática possibilite ao(a) estudante o direito de uma formação completa para o desenvolvimento de competências e habilidades que favoreçam a leitura do mundo e a atuação como “dirigente” e cidadão.

Neste documento, apresentamos um conjunto de competências e habilidades a serem desenvolvidas pelos(as) estudantes que estão organizadas em quatro eixos integradores, a saber: Linguagem, Estruturas e Abstrações Matemáticas; Modelagem Geométrica no Plano e no Espaço; Tratamento da Informação e Probabilidades; Conexões entre Saberes: estudo de modelos, levantamento de estratégias e resolução de problemas. Estes eixos abrangem conceitos relacionados a *Números e operações; Funções; Geometria; Análise de dados, Probabilidade e Tópicos de Matemática Aplicada*. Assim, espera-se que eles devam ser constantemente trabalhados de forma articulada entre si, buscando-se superar o modo estanque com que algumas vezes são abordados.

Nas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares do Ensino Médio - PCN+ Ensino Médio (BRASIL, 2002, p. 120), no que tange a área das ciências da natureza, matemática e suas tecnologias, destaca-se que:

*Um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento das competências atreladas com relevância científica e cultural e com uma articulação lógica das ideias e conteúdos matemáticos pode ser sistematizado nos três seguintes eixos ou temas estruturadores, desenvolvidos de forma concomitante nas três séries do ensino médio:*

1. *Álgebra: números e funções*
2. *Geometria e medidas*
3. *Análise de dados*

Os seguintes eixos integradores foram concebidos buscando um alinhamento com os temas estruturadores do currículo do Ensino Médio: Álgebra: números e funções (Linguagem, Estruturas e Abstrações Matemáticas); Geometria e medidas (Modelagem Geométrica no Plano e no Espaço) e Análise de dados (Tratamento da Informação e Probabilidades). O eixo Conexões entre Saberes foi criado para assegurar uma maior significação para a aprendizagem, ou seja, possibilitar ao(a) estudante o estabelecimento de relações de forma consciente no sentido de caminhar em direção às competências da área, que vai além do domínio da ferramenta matemática (técnicas e procedimentos).

No Eixo 1, Linguagem, Estruturas e Abstrações Matemáticas, as competências esperadas vêm sendo desenvolvidas ao longo das séries iniciais e finais do Ensino Fundamental, mas é necessariamente no Ensino Médio, que poderão ser concretizadas a representação e a estruturação de um número e as suas diversas relações e aplicações. Os sa-



beres relacionados a este eixo partem da premissa de que o raciocínio lógico-matemático pode romper com os processos de simples memorização de fórmulas e tabelas, pois desenvolvem no(a) estudante a capacidade de construir conceitos a partir das vivências dentro e fora da sala de aula. Por exemplo, a ideia de algebrizar está relacionada à capacidade de simbolizar, operacionalizar, sintetizar e interpretar as relações simbólicas. Nesse sentido, espera-se que o(a) estudante possa traduzir uma situação-problema em linguagem matemática a partir de mecanismos de cálculos. Este raciocínio contribui para a análise de fatos, e desenvolve o pensamento científico, bem como habilidades de operacionalização, de representação e abstração.

Com isso espera-se que o(a) professor utilize da comunicação oral e escrita para propiciar um ambiente de reflexão e crítica, que seja favorável aos(as) estudantes para que analisem, em profundidade, as estruturas e abstrações matemáticas, formulando explicações e experimentando uma linguagem lógico-matemática adequada aos contextos propostos.

Em consequência disto, este ambiente pode promover a ruptura dos obstáculos didáticos, por experimentar diversos tipos de argumentações validadas sob o olhar da Ciência Matemática, que segundo Pais (2002, p. 47) "dificultam a evolução da aprendizagem do saber escolar", de modo que os(as) estudantes justifiquem conjecturas e critiquem, refletindo sobre os seus próprios conhecimentos e sobre as ideias de outros.

No Eixo 2, Modelagem Geométrica no Plano e no Espaço, parte-se da compreensão de que o desenvolvimento do conhecimento geométrico começa nas séries iniciais, mas somente nas séries finais do Ensino Fundamental o(a) estudante relaciona às propriedades geométricas, e no Ensino Médio surge a maioria das situações de raciocínio hipotético-dedutivo.

Este eixo aponta as competências geométricas e trigonométricas que envolvem conceitos, como: o teorema de Tales, a semelhança de figuras e o teorema de Pitágoras, que devem ser utilizados em diferentes contextos, bem como, uma noção de geometria analítica. Dessa forma, o eixo objetiva a utilização do conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade, bem como, o agir sobre ela. Para trabalhar a geometria, e também a própria Matemática, faz-se necessário, além de quantificar, medir para se entender e compreender o mundo, de igual modo, sua organização. Estas ideias estão presentes em outros ramos da Matemática, tendo como centro as relações entre grandezas, suas medidas e representações.

No Eixo 3, Tratamento da Informação e Probabilidades, a abordagem a ser trabalhada visa o enfrentamento de questões culturais, dos problemas da sociedade e da ética que se represente na realidade dos(as) estudantes. Para o desenvolvimento desse eixo, noções básicas de Estatística e a instrumentalização dos mecanismos de contagem se fazem necessários. Este eixo contribui para a análise de fatos, para a promoção do pensamento crítico e científico, e o desenvolvimento de ações voltadas ao uso de tecnologias, operacionalização, representação e de abstração.

O Eixo 4, *Conexões entre Saberes: estudo de modelos, levantamento de estratégias e resolução de problemas*, tem a intenção de contribuir para aprofundar a compreensão matemática dos(as) estudantes recorrendo a outras disciplinas como fonte de problematização. As Ciências Naturais e os estudos socioeconômicos e ambientais apresentam contextos propícios para aprender através das medições, dos dados estatísticos, da álgebra e geometria. Em particular, também favorece que os(as) estudantes estabeleçam relações entre a Educação Financeira, Educação para o campo e outras áreas do conhecimento, bem como Educação Matemática e Sustentabilidade, visando integrar conceitos que possibilitem a Educação Ambiental para uma formação de atitudes coerentes com a Sustentabilidade.

Resalta-se que essas experiências interdisciplinares servem como meios de revisão de algumas noções matemáticas, bem como, da integração de conceitos matemáticos, aperfeiçoando a capacidade de raciocínio do(a) estudante, mostrando a utilidade da Matemática para a escola, para o mercado de trabalho e para a vida. Justifica-se também pela promoção da cultura científica escolar pautada na ética e nos direitos e deveres do(a) cidadão(ã), possibilitando uma formação crítico-reflexiva dos(as) estudantes.

A seguir, são elencadas as competências e as habilidades de cada componente curricular, elaboradas de acordo com as dimensões estruturantes do currículo, propostas neste documento: trabalho, tecnologia, cultura e ciência. No desenvolvimento das competências durante as séries, sugere-se a seguinte progressão formativa: Iniciar (I), Trabalhar Sistemáticamente (TS), Consolidar (C).

## 2. COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DO COMPONENTE MATEMÁTICA

EIXO 1 LINGUAGEM, ESTRUTURAS E ABSTRAÇÕES MATEMÁTICAS				
COMPETÊNCIAS		1ª	2ª	3ª
Compreender os números, seus significados, representações, operações e suas relações entre si		TS	TS	C
H A B I L I D A D E S	<p>Comunicar-se em Matemática, utilizando-se de diferentes linguagens.</p> <p>Comparar e diferenciar as propriedades de sistemas numéricos, enfatizando os números racionais e os reais e suas mais diversas representações.</p> <p>Avaliar os efeitos de operações de multiplicação e divisão, envolvendo o cálculo de potências e de raízes, na grandeza dos resultados.</p> <p>Expressar os números complexos enquanto soluções de equações quadráticas que não possuem soluções reais.</p> <p>Generalizar cálculos para a determinação de termos de uma sequência numérica.</p> <p>Operacionalizar matrizes enquanto sistema que apresenta algumas propriedades do sistema dos números reais. Desenvolver a compreensão das propriedades de adição e multiplicação de matrizes e suas representações.</p> <p>Resolver sistemas lineares, associando-os a equações matriciais, utilizando o cálculo de determinantes no processo de discussão da solução dos mesmos.</p> <p>Resolver problemas de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, permutação, arranjo e combinações simples.</p> <p>Desenvolver aptidão nas operações com números reais e matrizes, recorrendo ao cálculo mental, aos métodos de contagem, e nos casos mais complexos, às tecnologias.</p> <p>Avaliar a validade de cálculos numéricos e dos respectivos resultados.</p>			
Compreender padrões, relações e funções, representando e analisando situações e estruturas matemáticas algebricamente		TS	TS	C
H A B I L I D A D E S	<p>Nomear, comparar, medir, e identificar regularidades.</p> <p>Generalizar padrões, usando função explícita e recursivamente definida.</p> <p>Utilizar relações e funções em diferentes representações que retratem as diversas formas de pensar e manipular objetos matemáticos.</p> <p>Fazer o estudo de funções de uma variável, investigando taxas de variações com base em dados gráficos e numéricos. Representar e operacionalizar estruturas algébricas em situações práticas.</p> <p>Identificar e comparar as propriedades de classes de funções, como as exponenciais, polinomiais, racionais, logarítmicas e periódicas.</p> <p>Interpretar algumas situações-problema por equações ou inequações a partir de funções afins, quadráticas, exponenciais, logarítmicas, trigonométricas, utilizando as propriedades da igualdade ou desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta.</p>			

EIXO 2 MODELAGEM GEOMÉTRICA NO PLANO E NO ESPAÇO				
COMPETÊNCIAS		1ª	2ª	3ª
Identificar e utilizar o conhecimento geométrico na compreensão e intervenção da realidade		TS	TS	C
H A B I L I D A D E S	<p>Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.</p> <p>Identificar características de figuras planas ou espaciais, relacionando com outros tópicos da Matemática, especialmente ao conceito de função associado ao cálculo de perímetro, área e de volume, bem como de figuras situadas abaixo de um gráfico (Álgebra).</p> <p>Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.</p> <p>Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas.</p> <p>Identificar, representar e utilizar o conhecimento geométrico analítico na interpretação e compreensão de fatos.</p>			
Construir e estender as noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano		TS	TS	C
H A B I L I D A D E S	<p>Associar as relações entre grandezas e unidades de medida.</p> <p>Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano, correlacionando aos cálculos de área de figuras.</p> <p>Utilizar uma tabela ou uma calculadora para determinar o valor (exato ou aproximado) da amplitude de um ângulo agudo a partir de uma das suas razões trigonométricas.</p> <p>Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.</p> <p>Utilizar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.</p> <p>Propor intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.</p>			

EIXO 3 TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO E PROBABILIDADES				
COMPETÊNCIAS		1ª	2ª	3ª
Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência e interpretação		TS	TS	C
H A B I L I D A D E S	<p>Formular questões que sejam abordadas por meios de dados, e levantar, organizar e apresentar dados de questões socioculturais que permitam responder a essas questões.</p> <p>Plotar histogramas, gráficos de linha e de barras, a partir de situações-problemas da realidade.</p> <p>Identificar e correlacionar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências, bem como utilizá-las como recurso para a construção de argumentos.</p> <p>Resolver problemas com dados apresentados em tabelas ou gráficos, aplicando-os aos conhecimentos sobre gráficos e funções, aprofundando o elo que liga estatística à Álgebra.</p>			
Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística		I	TS	C
H A B I L I D A D E S	<p>Calcular medidas de tendência central (média, moda e mediana) em uma tabela de frequências de dados ou em gráficos.</p> <p>Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.</p> <p>Determinar a probabilidade de ocorrer eventos.</p> <p>Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.</p>			

EIXO 4 CONEXÕES ENTRE SABERES: ESTUDO DE MODELOS, LEVANTAMENTO DE ESTRATÉGIAS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS				
COMPETÊNCIAS		1ª	2ª	3ª
Conectar saberes relacionados a fenômenos físicos, ambientais, econômicos, sociais e matemáticos para intervenção da realidade		I	TS	C
H	Identificar e utilizar conexões entre ideias matemáticas, visando compreender como tais conceitos se interrelacionam e se constroem umas a partir da outra para produzir um todo coerente.			
A	Aplicar a Matemática em contextos exteriores a ela própria.			
B	Reconhecer que a Matemática e as outras áreas do conhecimento fazem parte da vida e que não existem, apenas, enquanto disciplinas isoladas.			
I	Utilizar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para construção de argumentação.			
L				
I	Usar modelos matemáticos físicos, financeiros e econômicos para representar e compreender relações, fazendo inferências sobre a situação a ser modelada.			
D				
A	Fazer uso de situações em sequências numéricas ocorridas em eventos do cotidiano.			
D	Propor intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade, índices e alguns indicadores socioeconômicos.			
E	Idealizar e realizar projetos financeiros individuais e coletivos visando a utilização do dinheiro de forma consciente e saudável.			
S	Idealizar e realizar projetos ambientais, visando a conscientização a respeito do ambiente.			

### 3. POSSIBILIDADES METODOLÓGICAS

A melhoria do ensino da Matemática tem sido alvo de preocupações de diversos(as) pesquisadores(as) e educadores(as). Suas reflexões acerca das possibilidades de um ensino mais significativo, tem como propósito a busca para reverter a aversão dos(as) estudantes com relação à Matemática e superar processos de ensino que não atendem às expectativas de professores(as) e de estudantes no processo ensino-aprendizagem. Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais apontam para a contextualização, associada à interdisciplinaridade, como princípios curriculares norteadores capazes de produzir uma revolução no ensino. Segundo D'Ambrosio:

[...] contextualizar a Matemática é essencial para todos. Afinal, como deixar de relacionar os Elementos de Euclides com o panorama cultural da Grécia Antiga? Ou a adoção da numeração indo-arábica na Europa com o florescimento do mercantilismo nos séculos XIV e XV? E não se pode entender Newton descontextualizado [...] (D'AMBROSIO, 2003, p. 44).

[...] alguns dirão que a contextualização não é importante, que o importante é reconhecer a Matemática como a manifestação mais nobre do pensamento e da inteligência humana... e assim justificam sua importância nos currículos [...] (D'AMBROSIO, 2003, p. 45).

Diante disso, o uso das tendências da Educação Matemática no processo de ensino-aprendizagem terá papel essencial no que tange à aplicação dos aprendizados em contextos diferentes em que foram adquiridos, exigindo muito mais que aplicação mecânica de exercícios, na medida em que busca desenvolver o domínio de conceitos, a flexibilidade de raciocínio, e a capacidade de análise e abstração. Tais capacidades, segundo Micotti (1999), são essenciais em todas as disciplinas, mas a falta delas, em Matemática, chama atenção. Para desenvolvê-la, esta proposta metodológica para o currículo de Matemática contempla o uso da Investigação Matemática, Modelagem Matemática, Pedagogia de Projetos, Resolução de Problemas, Tecnologia da Informação e a História da Matemática.

A adoção de temas para a abordagem dos conteúdos disciplinares é uma das formas de promover a interdisciplinaridade e pode contribuir para o desenvolvimento da competência crítica (SKOVSMOSE, 1997). Na perspectiva da tematização, desenvolver um tema pressupõe uma **Investigação Matemática**.

[...] "atividades investigativas" ou "investigações matemáticas" designam um tipo de atividade em que é dada ênfase a processos matemáticos, tais como: procurar regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, refletir e generalizar (PONTE, 1998, p. 15).

Quando se apresenta uma sequência numérica do tipo 1, 5, 9, 13, [...], e pede-se aos(as) estudantes para identificar relações entre os números, pode-se desenvolver essa atividade na perspectiva da Investigação Matemática. Por exemplo, o(a) estudante poderá levantar hipóteses sobre a soma dos  $n$  números da sequência  $\{(4n+1), n \text{ natural}\}$  e chegar

a uma generalização. A partir desse momento, é que os(as) estudantes se sentem estimulados no sentido de justificar e provar as suas afirmações, e de explicitar matematicamente as suas argumentações perante os(s) colegas e o(a) professor(a). Tais capacidades são alguns dos aspectos destacados do 'comunicar matematicamente' (PORTUGAL, 1991). Ao se confrontarem em sala de aula diferentes conjecturas e justificações, produz-se um cenário de investigação na qual o conhecimento matemático se desenvolve em conjunto.

No entanto, quando se está diante de temas mais gerais, não matemáticos, pode-se expandir a Investigação Matemática em direção da **Modelagem Matemática**. Segundo Borba & Penteado (2001, p. 39), "na modelagem matemática os estudantes escolhem um tema e, a partir desse tema, com auxílio do professor, eles fazem investigações". Dentro dessa perspectiva, aborda-se um tema real e utiliza-se de modelos matemáticos para interpretar e propor soluções para o problema.

A seguir, apresenta-se uma sugestão de trabalho interdisciplinar e contextualizado, em que a Modelagem Matemática poderá ser aplicada numa perspectiva da pedagogia de projetos. Nesse sentido, a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem viabiliza construções significativas pela estreita conexão dessa estratégia com ações envolvidas na resolução de problemas abertos e de situações-problema.

Esta proposta está relacionada com o eixo **conexões entre saberes: estudo de modelos, levantamento de estratégias e resolução de problemas**, e a título de sugestão, escolheu-se o tema da **educação financeira**. Um caminho é o desenvolvimento de um projeto em que os(as) estudantes sejam provocados(as) a discutir a temática transversal que verse sobre o impacto da crise econômica no Brasil. Por exemplo, supondo que o recorte feito por uma das equipes ou turmas seja, dentre outros temas, **aumento dos preços e o endividamento familiar, desemprego e recessão**, tem-se a oportunidade de identificar a abordagem interdisciplinar dos conteúdos matemáticos (tais como, funções demanda e oferta de mercado, gráficos, porcentagem, juros compostos, análises de taxas) alinhados aos aspectos da economia, geografia, história, dentre outros. O produto deste projeto pode compor uma exposição de reportagens, gráficos, debates e filmes, bem como a utilização das ferramentas matemáticas utilizadas para a compreensão do objeto de estudo. Na idealização do projeto, recomenda-se um trabalho conjunto entre os(as) estudantes e os(as) professores(as) das áreas envolvidas.



COMPONENTE CURRICULAR	COMPETÊNCIA	HABILIDADES
Matemática	Conectar saberes relacionados a fenômenos econômicos, sociais e matemáticos para compreensão da realidade	<p>Identificar e utilizar conexões entre ideias matemáticas, visando compreender como tais conceitos se interrelacionam.</p> <p>Interpretar algumas situações-problema por equações ou inequações a partir de funções afins, quadráticas, exponenciais e logarítmicas.</p> <p>Calcular percentual da população que efetivamente trabalha para, então, investigar o ramo de atuação, horas trabalhadas, o salário médio e mensal, entre outras características relevantes.</p> <p>Reconhecer que a Matemática e as outras áreas do conhecimento fazem parte da vida e que não existem, apenas, enquanto disciplinas isoladas.</p> <p>Propor intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística, índices e alguns indicadores socioeconômicos.</p> <p>Idealizar e realizar projetos financeiros individuais e coletivos visando a utilização do dinheiro de forma consciente e saudável.</p>
Português	Compreender a Língua Portuguesa como instrumento de conhecimento, de informação, de expressão de emoções e de posicionamento crítico	Comunicar-se, considerando o contexto de produção oral e escrita, utilizando de estruturas básicas da língua.
História	Compreender o processo do desenvolvimento da economia atual numa perspectiva histórica a partir da análise de processos econômicos	<p>Discutir o conceito de dinheiro.</p> <p>Contextualizar a função do dinheiro na sociedade.</p> <p>Comparar o momento econômico atual com acontecimentos históricos similares no Brasil recente.</p>
Geografia	Compreender alguns elementos da economia no campo do estudo geográfico	<p>Compreender a dinâmica do trabalho considerando os trabalhadores formais e informais.</p> <p>Relacionar Educação financeira e IDH (Índice de Desenvolvimento Humano).</p> <p>Relacionar Educação financeira, crescimento econômico e desemprego estrutural.</p>

Orientações didáticas	<p>Produção de textos orais e escritos de diversos gêneros (diálogos situacionais, textos publicitários, folder, etc.), a fim de propor estratégias que contribuam para a Educação Financeira dos(as) estudantes para que se tornem conscientes das oportunidades e dos riscos a elas associados e, então, façam escolhas bem embasadas, saibam onde procurar ajuda e adotem outras ações que melhorem o seu bem-estar e planejem o seu futuro.</p> <p>Seminários sobre as funções econômicas: custo, receita e lucro. Definir as funções demanda e oferta de mercado de alguns produtos.</p> <p>Discussão em sala de aula sobre matemática financeira.</p> <p>Produção e apresentação de planilhas financeiras.</p> <p>Elaboração e discussão de gráficos e tabelas.</p> <p>Produção de uma página on-line a fim de construir um repositório, como espaço de socialização das informações selecionadas, recomendando que sejam feitos comentários acerca do que foi postado (a participação dos professores da área na página é necessária).</p>
Avaliação	<p>A avaliação do aprendizado pode ser realizada a partir da aplicação de um questionário que aborde os principais aspectos do projeto, tais como: metodologia, conteúdo, dimensões educativas e avaliação da disciplina. Além disso, sugere-se que sejam realizadas observações em sala de aula e em reuniões de professores(as) e estudantes, e da página on-line, com a coleta de depoimentos orais e escritos dos(as) estudantes, visando avaliar o progresso individual do(a) estudante mediante o projeto. Faz necessário que o(a) professor(a) e o(a) estudante percebam, durante o projeto, que e como os conhecimentos foram construídos, de modo sistemático e contínuo.</p>
<p>Obs. A Modelagem Matemática pressupõe diálogo, interação, colaboração, negociação, interesse, trabalho em grupo sem divisões de tarefas, dentre outras características, assim como a Pedagogia de Projetos. Espera-se que, dentro do possível, características dessas duas tendências em Educação Matemática devam ser levadas em consideração.</p>	

No desenvolvimento de todos os eixos a **Resolução de Problemas**, numa perspectiva metodológica, se faz necessária e espera-se que o(a) professor(a) em sala de aula proponha diferentes tipos, destacando suas características e funções no ensino e na aprendizagem da Matemática. Dante (2005) classifica os problemas em vários tipos: exercício de reconhecimento, exercícios de algoritmos, problemas-padrão, problemas-processo ou heurísticos, problemas de aplicação, problemas de quebra-cabeça e problemas extravagantes. No entanto, Diniz (2001, p. 88) coloca que

A característica principal da Resolução de Problemas numa Perspectiva Metodológica é considerar como problema toda situação que pode ser problematizada. Essas situações podem ser jogos, atividades planejadas como brincadeiras, busca e seleção de informações, problemas não convencionais e até mesmo os problemas convencionais desde que permitam o processo investigativo.

Uma sugestão de trabalho contextualizado para o eixo **Linguagem, estruturas e abstrações matemáticas**, está atrelada à **resolução de problemas**, e abrange a temática **Educação para o campo**. A finalidade da proposta a seguir, é o desenvolvimento de habilidades voltadas para o **mercado de trabalho**.

<p><b>CASO DE ENSINO</b></p>	<p>O Estado da Bahia é o maior produtor do Brasil, representando 15,5% da produção nacional de banana. A região do Recôncavo Sul da Bahia é a terceira maior produtora do Estado, superada pelas regiões Sudeste e Extremo Sul. No Recôncavo Sul oito municípios sobressaem como os maiores produtores de bananas: Santo Amaro, Amargosa, Ubaíra, São Miguel das Matas, Nazaré, Aratuípe, Muntz Ferreira e Mutuípe. De maneira geral, a banana é cultivada por pequenos produtores e a produtividade média na maioria dos municípios é baixa<sup>1</sup></p> <p>Sr. Antônio é um agricultor do município de Amargosa que se dedica exclusivamente à produção de banana. A tabela abaixo representa a relação entre preço x quantidade do produto praticados por este produtor em um estabelecimento no centro da cidade.</p> <table border="1" data-bbox="568 596 989 797"> <thead> <tr> <th>Preço por cacho de banana</th> <th>Quantidades por cacho oferecido</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>25</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>70</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>115</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>160</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>205</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>250</td> <td>16</td> </tr> </tbody> </table> <p>Segundo os rudimentos da geometria analítica, é correto dizer que a relação estabelecida acima por Sr. Antônio, quanto à oferta de banana, tem comportamento linear. Admitindo que a função demanda <math>p=360-20x</math>, reflète a relação quantidade de cacho da banana <math>x</math> preço na perspectiva do consumidor, determine:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ o preço mínimo para que Sr. Antônio continue estabelecendo os preços aplicados na tabela acima.</li> <li>✓ o gráfico das funções e do ponto de equilíbrio, ou seja, o ponto que faz com que Sr. Antônio disponibilize economicamente seu produto, e o consumidor adquira-o.</li> <li>✓ a receita deste produtor, supondo que a produção seja de 2,4 toneladas/mês e cada cacho pese em média 10kg.</li> </ul>		Preço por cacho de banana	Quantidades por cacho oferecido	25	1	70	4	115	7	160	10	205	13	250	16
Preço por cacho de banana	Quantidades por cacho oferecido															
25	1															
70	4															
115	7															
160	10															
205	13															
250	16															
<p><b>EIXO</b></p>	<p><b>COMPETÊNCIAS</b></p>	<p><b>HABILIDADES</b></p>														
<p>Linguagem, estruturas e abstrações matemáticas</p>	<p>Compreender os números, seus significados, representações, operações e suas relações entre si</p> <p>Compreender padrões, relações e funções, representando e analisando situações e estruturas matemáticas algebricamente</p>	<p>Comunicar-se em Matemática, oralmente e por escrito.</p> <p>Generalizar padrões.</p> <p>Utilizar relações e funções em diferentes representações que retratem as diversas formas de pensar e manipular objetos matemáticos.</p> <p>Fazer o estudo de funções de uma variável, investigando, taxas de variações com base em dados gráficos e numéricos.</p> <p>Representar e operacionalizar estruturas algébricas em situações práticas.</p> <p>Identificar e comparar as propriedades de classes de funções, como as funções do primeiro e segundo grau.</p>														

<sup>1</sup> Disponível <http://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/infoteca/handle/doc/637569>. Acesso em: 15 out. 2015.

Avaliação	<p>Apresentação em grupo de um Trabalho de campo (centro de estabelecimento da cidade ou "feira") que explicita os dados de um produtor, ou de uma microempresa (por exemplo, fábrica de picolés que produz e revende seus produtos) que reproduza a situação problema dada e trabalhada previamente em sala, a partir de um caso da realidade. Cada grupo deve, dentro do possível, trazer outras informações que intervenha no preço de um determinado produto como os custos e impostos.</p> <p>Faz-se necessário que o(a) professor(a) e os(as) estudantes percebam, durante toda a atividade proposta, que e como os conhecimentos foram construídos, de modo sistemático e contínuo.</p>
-----------	--

Tomando como referência o eixo modelagem geométrica no plano e no espaço, pode-se afirmar que o ambiente de aprendizagem proposto para este eixo é um cenário que utiliza das tecnologias por meio de softwares matemáticos (tais como o CABRI, LOGO, MATLAB, GEOGEBRA, dentre outros). Essas ferramentas favorecem uma aprendizagem significativa e articulada com outros conhecimentos matemáticos, calcada no movimento, nas transformações, de forma dinâmica, criativa e desafiante. Do mesmo modo, o uso das mídias e das tecnologias da informação durante as aulas que envolvem conceitos básicos de Estatística, possibilitam novos processos de apresentação gráfica e por meio de tabelas, associados à análise dos dados importantes relativos às condições sociais e econômicas. Consequentemente, sugere-se que o(a) professor(a) de Matemática, na sua prática, proporcione um planejamento e um ambiente de sala de aula favoráveis à leitura e à interpretação de diferentes tipos de textos com informações apresentadas em linguagem matemática, desde livros didáticos até artigos de conteúdo econômico, social ou cultural, manuais técnicos, contratos comerciais, folhetos com propostas de vendas ou com plantas de imóveis, mapas, indicações em bulas de medicamentos, artigos de jornais e revistas. Além disso, é importante que o(a) professor(a) contextualize, dentro do possível, com noticiários e artigos relativos à ciência e tecnologia, em diferentes meios de comunicação, como jornais, revistas e televisão, identificando o tema em questão e interpretando, com objetividade, seus significados e implicações para, dessa forma, desenvolver competências e habilidades do(da) estudante para obter informações com independência e estar a par do que se passa no mundo em que vive.

Recentemente o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), objetivando contextualizar questões para que o(a) estudante perceba a aplicação do conhecimento teórico no mundo real, inseriu a seguinte questão de Criptografia no caderno de Matemática e suas tecnologias:

Enem 2014 – Questão 150 – Caderno Amarelo Durante a Segunda Guerra Mundial, para decifrar as mensagens secretas, foi utilizada a técnica de decomposição em fatores primos. Um número  $N$  é dado pela expressão  $2^x \cdot 3^y \cdot 7^z$ , na qual  $x$ ,  $y$  e  $z$  são números inteiros não negativos. Sabe-se que  $N$  é múltiplo de 10 e não é múltiplo de 7.

O número de divisores de  $N$ , diferentes de  $N$ , é

- a)  $xyz$
- b)  $(x+1)(y+1)$
- c)  $xyz-1$
- d)  $(x+1)(y+1)z$
- e)  $(x+1)(y+1)(z+1)-1$

A partir do contexto da Segunda Guerra Mundial e da necessidade de decodificar os códigos do inimigo (como abordado no filme “O Jogo da Imitação”), o INEP foi capaz de abordar aspectos de criptografia através de conhecimentos de Matemática. Apesar da questão não deixar isto claro, é interessante o(a) professor(a) e o(a) estudante notarem que a criptografia não está necessariamente atrelada à computação, mas que, sobretudo, é uma ciência que é empregada há milênios para proteger mensagens e garantir a sobrevivência de obras e documentos. Portanto, se o(a) professor(a) inserir Ciência e Tecnologia na sala de aula, certamente ele estará contribuindo para garantir o direito do(a) estudante ao conhecimento, e ao sucesso nos processos avaliativos ao longo da sua vida. Para saber mais sobre a relação entre criptografia e a matemática, recomenda-se o artigo *Criptografia e Números Primos: um namoro que deu certo*.

De caráter transversal, permeando conceitos matemáticos, a História da Matemática, dentro do possível, pode se constituir como elemento motivador da aprendizagem, pois oportuniza pesquisas históricas, contextos de aplicação e construção de instrumentos que os validem.

Uma forma de inserção dessa tendência é, por exemplo, a leitura de livros paradigmáticos como “O Idioma da Álgebra” e “Equações do 2º Grau” (GUELLI, 1994), que mencionam tópicos da História da Matemática relativamente aos conteúdos trabalhados em sala. Os(as) estudantes, por meio da leitura e interpretação da história descrita nestes livros, podem confeccionar o material prático abordando suas reflexões e aprofundando seus conhecimentos.

Outra possibilidade, é a promoção de Painéis sobre a História da Matemática na antiguidade: Civilização Egípcia, Persa, Grega, etc. De forma interdisciplinar, o(a) estudante pesquisa a história da civilização, a filosofia, a economia, o aspecto religioso, o aspecto político, geográfico, arte e cultura, contexto matemático, matemáticos da época. No final da apresentação do painel, o(a) professor(a) abre um debate, ressaltando a contribuição do conhecimento matemático da civilização para desenvolvimento dos povos e também elucidando como o conhecimento matemático esteve interligado com outras áreas das ciências físicas e humanas, ao longo da sua história.

É importante ressaltar esta tendência para a promoção da leitura e sua contribuição para o conhecimento, seja para desenvolver a interpretação e ortografia seja para localização no tempo e no espaço. Essa afirmação é reforçada por D’Ambrosio (1996, p. 12) ao afirmar que:

[...] outra maneira de se praticar história no ensino é fazer acompanhar cada ponto do currículo tradicional por uma explanação do contexto socioeconômico e cultural no qual aquela teoria ou prática se criou, como e porque se desenvolveu.

Além disso, o uso da História da Matemática pode cooperar para que “o próprio professor compreenda algumas dificuldades dos estudantes, que, de certa maneira, podem refletir históricas dificuldades presentes também na construção do conhecimento matemático” (BRASIL, 2006, p. 86). Certamente esta estratégia poderá corroborar com a visão do(a) professor(a) quanto ao modo como os(as) estudantes concebem a Matemática.

A seguir, apresenta-se uma sugestão de prática interdisciplinar concebida a partir do envolvimento de todas as áreas do conhecimento. A escolha do tema é diversidade e relações étnico-raciais, que será explorado no eixo Tratamento da Informação e Probabilidades. Pode-se partir do levantamento estatístico quanto ao perfil socioeconômico das famílias de três gerações passadas dos(as) estudantes e, na sequência, por meio da história oral, verificar aspectos relativos à ascensão social das suas famílias e/ou por grupo ou comunidades, estabelecendo reflexões acerca da realidade social local, suas características e seus problemas. As categorias nominais e funcionais a serem pesquisadas a partir dos dados oriundos do levantamento realizado com os(as) entrevistados(as), poderão tratar de: sexo, raça, estado civil, analfabetismo, nível de escolaridade formal e qualificação profissional, renda, trabalho infantil, evasão escolar, atraso escolar e mortalidade infantil, padrão alimentar, espaço geográfico, etc. Os(As) estudantes também deverão apresentar relatos da questão racial do século 20 comparando-as com questões contemporâneas visando estabelecer avanços com relação ao racismo nas relações de trabalho, bem como na vida como toda. O produto desta atividade é a apresentação de um diagnóstico da desigualdade social e da questão racial enfatizando, dentre as categorias sugeridas, trabalho infantil e o percentual de pessoas que têm onze anos de estudo ou mais por raça. Primeiro, a atividade pode ser feita individualmente e depois, pode-se realizar uma dinâmica para agrupar os(as) estudantes conforme suas características físicas, constatando a distribuição percentual no total da turma, para que vivenciem a diversidade entre eles. A socialização dos dados obtidos por cada estudante nos seus respectivos grupos, será necessário para que possa fazer o tratamento, a análise e a interpretação dos dados objetivando as conclusões relacionadas à diversidade e às relações étnico-raciais. Destacamos a importância da consulta, análise e interpretação de textos e comunicações de ciência e tecnologia veiculados em diferentes meios. Na idealização do projeto, recomenda-se um trabalho conjunto entre estudantes e professores(as) das áreas envolvidas.

ÁREA	COMPETÊNCIA	HABILIDADES
Matemática	Coletar e interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência e interpretação	Formular questões que sejam abordadas por meios de dados, e levantar, organizar e apresentar dados de questões socioculturais e étnico-raciais que permitam responder a essas questões. Plotar histogramas, gráficos de linha e de barras, a partir de situações-problema da realidade.
	Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais, utilizando instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras	Calcular medidas de tendência central (média, moda e mediana) em uma tabela de frequências de dados ou em gráficos. Utilizar conhecimentos de estatística como recurso para a construção de argumentação.
Linguagens	Compreender a Língua Portuguesa como instrumento de conhecimento, de informação, de expressão de emoções e de posicionamento crítico	Ler e interpretar diferentes tipos de textos com informações apresentadas em diversas linguagens, desde livros didáticos até artigos de conteúdo econômico, social ou cultural, artigos de jornais e revistas. Reconhecer a diversidade cultural, por meio de textos multimodais, refletindo criticamente sobre sua identidade como sujeito e sobre o convívio harmonioso com as diferenças.
Ciências Humanas	Perceber como a diversidade afeta as relações sociais	Compreender as formas de preconceito e exclusão (gênero, etnia, classe social, opção sexual, religiosa), existentes na Bahia. Discutir como o atual estágio do capitalismo pode empobrecer ou diversificar os modos possíveis de interação social. Questionar de que forma processos e agentes globais podem contribuir para a territorialização e/ou desterritorialização (exclusão sociospacial, alienação espacial, etc.) de agentes sociais locais (comunidades tradicionais, movimentos sociais etc.).
Ciências da Natureza	Conceber a função social do ensino de Ciências, principalmente na orientação de relações étnico-raciais.	Analisar as modificações da cobertura vegetal no Brasil decorrentes das atividades humanas, e relacioná-las ao contexto socioeconômico e as atividades industriais em diferentes épocas. Avaliar impactos em ambientes naturais decorrentes de atividades sociais ou econômicas, considerando interesses contraditórios.

Orientações didáticas	<p>Produção de textos orais e escritos de diversos gêneros (diálogos situacionais, textos publicitários, folhetos, etc.).</p> <p>Elaboração e discussão de gráficos e tabelas.</p> <p>Produção de uma página on-line a fim de construir um repositório como espaço de socialização das informações selecionadas, recomendando que sejam feitos comentários acerca do que foi postado (a participação dos(as) professores(as) da área na página é necessária).</p>
Avaliação	<p>A avaliação do aprendizado pode ser realizada a partir da aplicação de um questionário que aborde os principais aspectos do projeto, tais como metodologia, conteúdo, dimensões educativas e avaliação da disciplina. Além da aplicação de questionários, sugere-se que sejam realizadas observações em sala de aula e em reuniões de professores(as) e estudantes, e da página on-line, com a coleta de depoimentos orais e escritos dos(as) estudantes, visando avaliar o progresso individual mediante participação no projeto.</p> <p>É necessário que o(a) professor(a) e o(a) estudante percebam, durante o projeto, que e como os conhecimentos foram construídos, de modo sistemático e contínuo.</p>
<p>Obs. Sugere-se três fontes nas quais os(as) professores(as) poderão encontrar facilmente dados estatísticos para trabalhar em suas aulas durante a execução deste projeto:</p> <p>1) Site do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE: &lt;<a href="http://www.ibge.gov.br">www.ibge.gov.br</a>&gt;. Neste endereço há inúmeras informações estatísticas interessantes, mas recomenda-se que acessem o campo “Banco de Dados” e, em seguida, “SIDRA” (banco de dados agregados). Ao entrar na seção “Demográfico e Cartagem” encontrarão tabelas com alguns cruzamentos de variáveis prontas e agrupadas por temas. Poderão escolher um tema que se encaixe à temática que gostaria de trabalhar, clicar na tabela e pedir para ser gerados tabelas, gráficos ou cartogramas (neste campo tem um passo a passo de como gerar);</p> <p>2) Site do Instituto de Pesquisas Econômicas Aplicadas – IPEA: &lt;<a href="http://www.ipea.gov.br">www.ipea.gov.br</a>&gt;. Neste site tem um campo para o IPEA DADA no qual é possível acessar dados estatísticos disponibilizados para uso público. Há indicadores macroeconômicos, regionais e sociais, basta escolher o tema, clicar na tabela e pedir exibição;</p> <p>3) Site da Superintendência de Estudos Econômicos e Sociais da Bahia: &lt;<a href="http://www.seis.ba.gov.br/">http://www.seis.ba.gov.br/</a>&gt;. Neste endereço é possível acessar a Base de Dados do Estado (somente da Bahia) na qual também há explicações de como manipular os dados disponíveis.</p>	

Salienta-se que estas orientações são apenas exemplos dentre as inúmeras possibilidades didático-metodológicas para a prática docente. Portanto, espera-se que a inserção das tendências em Educação Matemática, na prática pedagógica do(a) professor(a), favoreça a contextualização, a interdisciplinaridade e a transversalidade no currículo do Ensino Médio, pautadas nos pilares que o sustentam: trabalho, ciência, tecnologia e cultura. Sendo assim, esta concepção pressupõe um desenvolvimento curricular alinhado aos interesses, expectativas, necessidades e êxitos dos(as) estudantes de modo que o(a) professor(a) se instrumentalize de metodologias que proporcionem ao(a) estudante a passagem do empírico ao concreto, para a compreensão da realidade, pela mediação das abstrações matemáticas, visando atribuir significado aos conhecimentos adquiridos.



## REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J. C. A. Contextualização e a Modelagem na educação matemática do Ensino Médio. Revista temática: *Interdisciplinaridade e educação*. Ano 10, n. 12, jan. /jun. 2008.
- BORBA, Marcelo C.; PENTEADÓ, Miriam G. *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: autêntica, 2001.(Coleção Tendências em Educação Matemática).
- BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília: MEC/Semtec, 1999.
- BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica/ Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. – Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.
- BRASIL, Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. Brasília: MEC, SEB, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica. Orientações curriculares para o ensino médio, v. 2. Brasília: MEC, 2013.
- DANTE, Luiz Roberto. *Didática da Resolução de Problemas de Matemática*. São Paulo: Ática, 2005.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 2003.
- D'AMBROSIO, U. História da Matemática e Educação. In: *Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática*. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1996, p. 7-17.
- FONSECA, Maria C. F. R. Por que ensinar Matemática. *Presença Pedagógica*, Belo Horizonte, v. 1, n. 6, mar./abril, 1995.
- FREUDENTHAL, H. *Matemática nova ou educação nova?* Revista trimestral de Educação UNESCO, n. 3, v. IX, p. 317-328, 1979.
- GUELLI, O. *Contando a História da Matemática*. São Paulo: Ática, 1994, 6v.
- MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999.
- PONTE, J. P. da; OLIVEIRA, H.; CUNHA, M. H.; SEGURADO, M. I. *Histórias de investigações matemáticas*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.
- PORTUGAL. NCTM (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar* (tradução do original em inglês). Lisboa: APM e IIE.

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus, 1997.

SMOLE K. S. DINIZ. M. I. *Ler, escrever e resolver problemas*. Porto Alegre. Artmed, 2001.



Imprensa e Comunicação

**egba**

OFICINA MÍNIMA DE NOTÍCIA

Rua Mello Moraes Filho, nº 140, Fazenda Grande do Refino  
CEP: 40.952-418 – Tel: (71) 3136-2837/2838/2820  
Fax: (71) 3116-2962  
Salvador-Bahia  
E-mail: [encomendas@egba.ba.gov.br](mailto:encomendas@egba.ba.gov.br)



# ANEXO 5

## Currículo de estatística das graduações em licenciatura

UFBa - Universidade Federal da Bahia - Ano: 2003 - 2009

Componente Curricular - Licenciatura em Biologia

IAD034 - ESTATÍSTICA I

Carga Horária - Total: 68 horas

Teórica Prática Estágio Departamento/Semestre Vigente

34.34.0 - Instituto Ciências Ambientais e Desenvolvimento - 2006.2

Ementa

Estatística descritiva. Medidas de posição ou tendência central. Medidas de dispersão ou variação. Coeficiente de variação de Pearson. Apresentação gráfica. Apresentação tabular. Medidas separatrizes (Quantis), Momentos. Coeficiente de assimetria. Coeficiente de Curtose. Introdução às Teorias das Probabilidades. Teorema de Bayes. Variáveis aleatórias. Modelos Componentes Curriculares

IAD035 - ESTATÍSTICA II

Carga Horária - Total: 68 horas

Teórica Prática Estágio Departamento/Semestre Vigente

34.34.0 - Instituto Ciências Ambientais e Desenvolvimento - 2007.2

Ementa

Teorema Central do Limite. Distribuições amostrais. Teoria da estimação. Intervalos de confiança. Teoria da decisão (testes de hipótese). Metodologia de um teste de hipótese. Teste do Qui-quadrado. Estatística não-paramétrica: uma introdução. Regressão linear simples e múltipla: uma introdução a probabilísticos discretos. Modelos Probabilísticos Contínuos.

Componente Curricular Licenciatura em Física

MAT025 - ESTATÍSTICA III- A

Carga Horária - Total: 68 horas

Teórica Prática Estágio Departamento /Semestre Vigente

34.34.0 - Estatística 2004.1

Ementa

Aspectos preliminares do trabalho estatístico. Séries estatísticas e representação gráfica. Médias. Separatrizes. Moda. Principais medidas de dispersão. Números, índices simples e ponderados. Deflação de dados. Ajustamentos de funções matemáticas pelo método dos mínimos quadrados. Conceitos. Teorema e leis de probabilidades. Distribuições de probabilidades. Distribuições amostrais. Intervalos de confiança. Regressão e correlação linear simples.

**Componente Curricular Licenciatura em Geografia****MAT021 - ESTATÍSTICA I B**

Carga Horária - Total: 68 horas

Teórica Prática Estágio Departamento Semestre Vigente

34340 Estatística 2015.1

**Ementa**

Aspectos preliminares do trabalho estatístico. Séries estatísticas e representação gráfica. Médias. Separatrizes. Moda. Principais medidas de dispersão. Conceitos, teoremas e leis de probabilidade.

**Componente Curricular - Licenciatura em Matemática**

Carga Horária - Total: 68 horas

Teórica Prática Estágio Departamento/Semestre Vigente

34.34.0 - Estatística 2008.1

**Ementa**

Estatística: objetivos e divisão. Apresentação de dados. Introdução à estatística descritiva e à explanatória de dados. Noções de probabilidade.

**Componente Curricular - Licenciatura em Matemática****MAT028 - ESTATÍSTICA III C**

Carga Horária - Total: 68 horas

Teórica Prática Estágio Departamento/Semestre Vigente

34.34.0 - Estatística 2004.1

**Ementa**

Modelos probabilísticos. Experimentos determinísticos e aleatórios. Espaço amostral. Eventos. Espaço de probabilidade. Probabilidade condicional. Distribuições discretas e contínuas de probabilidade. Teorema de limite central. Momentos variáveis aleatórios reais. Distribuições amostrais. Estimação por intervalo para a média, a variância e a diferença para as duas médias. Regressão e correlação linear simples.

**Componente Curricular - Química****QUIA83 - ESTATÍSTICA APLICADA A QUÍMICA**

Carga Horária - Total: 68 horas

Teórica Prática Estágio Departamento/Semestre Vigente

34.34.0 - Química Analítica 2007.1

**Ementa**

O resultado em química analítica: obtenção e avaliação. Testes paramétricos e não paramétricos de análise. A curva de calibração e suas características. Desenvolvimento de um método analítico: planejamento de experimentos e figuras de mérito. Qualidade em química analítica: cartas de controle, validação e acreditação de metodologia analítica.

## ANEXO6

### O Programa Nacional do Livro Didático

#### O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) - MEC

O Programa tem por objetivo prover as escolas públicas de ensino fundamental e médio com livros didáticos e acervos de obras literárias, obras complementares e dicionários.

O PNLD é executado em ciclos trienais alternados. Assim, a cada ano o FNDE adquire e distribui livros para todos os alunos de determinada etapa de ensino e repõe e complementa os livros reutilizáveis para outras etapas.

O PNLD é executado em ciclos trienais alternados. Assim, a cada ano o FNDE adquire e distribui livros para todos os alunos de determinada etapa de ensino e repõe e complementa os livros reutilizáveis para outras etapas.

São reutilizáveis os seguintes componentes: Matemática, Língua Portuguesa, História, Geografia, Ciências, Física, Química e Biologia. Os consumíveis são: Alfabetização Matemática, Letramento e Alfabetização, Inglês, Espanhol, Filosofia e Sociologia.

Um edital especifica todos os critérios para inscrição das obras. Os títulos inscritos pelas editoras são avaliados pelo MEC, que elabora o Guia do Livro Didático, composto das resenhas de cada obra aprovada, que é disponibilizado às escolas participantes pelo FNDE.

Cada escola escolhe democraticamente, dentre os livros constantes no referido Guia, aqueles que deseja utilizar, levando em consideração seu planejamento pedagógico.

Para garantir o atendimento a todos os alunos, são distribuídas também versões acessíveis (áudio, Braille e [MecDaisy](#)) dos livros aprovados e escolhidos no âmbito do PNLD.

O [MecDaisy](#) trata-se de uma ferramenta tecnológica que permite a produção de livros em formato digital acessível. Possibilita a geração de livros digitais falados e sua reprodução em áudio, gravado ou sintetizado e apresenta facilidade de navegação pelo texto, permitindo a reprodução sincronizada de trechos selecionados, o recuo e o avanço de parágrafos e a busca de seções ou capítulos.

#### Histórico

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é o mais antigo dos programas voltados à distribuição de obras didáticas aos estudantes da rede pública de

ensino brasileiro iniciou-se, com outra denominação, em 1929. Ao longo desses 80 anos, o programa foi aperfeiçoado e teve diferentes nomes e formas de execução. Atualmente, o PNLD é voltado à educação básica brasileira, tendo como única exceção os alunos da educação infantil. Veja abaixo o histórico do Programa:

1929 - O Estado cria um órgão específico para legislar sobre políticas do livro didático, o Instituto Nacional do Livro (INL), contribuindo para dar maior legitimidade ao livro didático nacional e, conseqüentemente, auxiliando no aumento de sua produção.

1938 - Por meio do Decreto-Lei nº 1.006, de 30/12/38, é instituída a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), estabelecendo sua primeira política de legislação e controle de produção e circulação do livro didático no País.

1945 - Pelo Decreto-Lei nº 8.460, de 26/12/45, é consolidada a legislação sobre as condições de produção, importação e utilização do livro didático, restringindo ao professor a escolha do livro a ser utilizado pelos alunos, conforme definido no art. 5º.

1966 - Um acordo entre o Ministério da Educação (MEC) e a Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional (Usaid) permite a criação da Comissão do Livro Técnico e Livro Didático (Colted), com o objetivo de coordenar as ações referentes à produção, edição e distribuição do livro didático. O acordo assegurou ao MEC recursos suficientes para a distribuição gratuita de 51 milhões de livros no período de três anos. Ao garantir o financiamento do governo a partir de verbas públicas, o programa adquiriu continuidade.

1970 - A Portaria nº 35, de 11/3/1970, do Ministério da Educação, implementa o sistema de coedição de livros com as editoras nacionais, com recursos do Instituto Nacional do Livro (INL).

1971 - O Instituto Nacional do Livro (INL) passa a desenvolver o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (Plidef), assumindo as atribuições administrativas e de gerenciamento dos recursos financeiros até então a cargo da Colted. A contrapartida das Unidades da Federação torna-se necessária com o término do convênio MEC/Usaid, efetivando-se com a implantação do sistema de contribuição financeira das unidades federadas para o Fundo do Livro Didático.

1976 - Pelo Decreto nº 77.107, de 4/2/76, o governo assume a compra de boa parcela dos livros para distribuir a parte das escolas e das unidades federadas. Com a extinção do INL, a Fundação Nacional do Material Escolar (Fename) torna-se responsável pela execução do programa do livro didático. Os recursos provêm do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e das contrapartidas mínimas estabelecidas para participação das Unidades da Federação. Devido à insuficiência de recursos para atender todos os alunos do ensino fundamental da rede pública, a grande maioria das escolas municipais é excluída do programa.

2000 - E inserida no PNLD a distribuição de dicionários da língua portuguesa para uso dos alunos de 1ª a 4ª série em 2001 e, pela primeira vez na história do programa, os livros didáticos passam a ser entregues no ano anterior ao ano letivo de sua utilização. Os livros para 2001 foram entregues até 31 de dezembro de 2000.

2001 - O PNLD amplia, de forma gradativa, o atendimento aos alunos com deficiência visual que estão nas salas de aula do ensino regular das escolas públicas, com livros didáticos em braille. Atualmente, esses alunos são atendidos também com livros em libras, caractere ampliado e na versão MecDaisy (para maiores informações sobre o MecDaisy, [clique aqui](#)).

#### **PNLD 2002:**

Anos Iniciais - 1ª reposição e complementação (plena para 1ª série consumível)  
Anos Finais - distribuição integral.

2002 - Com o intuito de atingir em 2004 a meta de que todos os alunos matriculados no ensino fundamental possuam um dicionário de língua portuguesa para uso durante toda sua vida escolar, o PNLD dá continuidade à distribuição de dicionários para os ingressantes na 1ª série e atende aos estudantes das 5ª e 6ª série. Em 2002, foi executado o PNLD 2003.

#### **PNLD 2003:**

Anos Iniciais - 2ª reposição e complementação (plena para 1ª série consumível)  
Anos Finais - 1ª reposição e complementação

2003 - O PNLD distribui dicionários de língua portuguesa aos ingressantes na 1ª série e atende aos alunos das 7ª e 8ª série, alcançando o objetivo de contemplar todos os estudantes do ensino fundamental com um material pedagógico que os acompanhará continuamente em todas as suas atividades escolares. É distribuído, também, Atlas Geográfico para as escolas que possuem, concomitantemente, EJA e turmas de 5ª a 8ª série do ensino regular. É publicada a [Resolução CD FNDE nº. 38, de 15/10/2003](#), que instituiu Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM). Com execução em 2003, o PNLD 2004 atendeu aos alunos do ensino fundamental.

#### **PNLD 2004:**

Anos Iniciais - distribuição integral

Anos Finais - 2ª Reposição e complementação

2004 - Para o PNLD 2005, foi feita aquisição e distribuição de livros didáticos para os alunos de 1ª a 4ª série, para reposição e complementação, e a última reposição e complementação do PNLD 2002 aos alunos de 5ª a 8ª série. O atendimento do Ensino Médio foi instituído progressivamente. Em 2004, seu primeiro ano de execução, foram adquiridos livros de matemática e português para os alunos do 1º ano do Norte e do Nordeste.

Foram entregues ainda cerca de 38,9 milhões de dicionários aos estudantes, para uso pessoal. O dicionário é de propriedade do aluno, que pode



compartilhar a fonte de pesquisa com toda a família. Foram atendidos os alunos de 1ª série e aos repetentes da 8ª série.

Além disso, 2004 é o ano de criação de uma ferramenta importante para a execução do PNLD, o Siscort, sistema direcionado a registrar e controlar o remanejamento de livros e a distribuição da Reserva Técnica. Em 2004, o Siscort foi implantado em todos os estados, para atender às turmas de 1ª à 4ª série.

#### **PNLD e PNLEM 2005**

Anos Iniciais - 1ª reposição e complementação (plena para 1ª série consumível)

Anos Finais - distribuição integral

Ensino Médio - distribuição parcial (matemática e português para 1ª série do Norte e do Nordeste)

2005 - Em caráter de reposição e complementação, são distribuídos livros didáticos de todos os componentes curriculares para os alunos do ensino fundamental, sendo plena a complementação dos livros consumíveis de 1º ano. No âmbito do PNLEM, houve distribuição de livros de português e matemática para todos os anos e regiões.

Ainda em 2005, foram incluídas no sistema Siscort as turmas de 5ª a 8ª série.

#### **Dicionários**

A partir de 2005, a sistemática de distribuição de dicionários é reformulada, de maneira a priorizar a utilização do material em sala de aula. Assim, em vez de entregar uma obra para cada aluno, o FNDE fornece acervos de dicionários a todas as escolas públicas de 1ª a 8ª séries do ensino fundamental. As obras também passam a ser adaptadas ao nível de ensino do aluno.

Dicionários do tipo 1 - com 1 mil a 3 mil verbetes, adequados à introdução das crianças a este tipo de obra.

Dicionários do tipo 2 - com 3,5 mil a 10 mil verbetes, apropriados a alunos em fase de consolidação do domínio da escrita.

Dicionários do tipo 3 - com 19 mil a 35 mil verbetes, direcionados para alunos que já começam a dominar a escrita.

As turmas de 1ª a 4ª séries recebem dicionários do tipo 1 e do tipo 2, enquanto as de 5ª a 8ª série recebem os do tipo 3. Os recursos para aquisição, distribuição e mixagem montam R\$ 44.301.055,56 e a quantidade distribuída para cada etapa ocorre da seguinte forma:

Tipo 1 - 281.783 acervos (2.536.047 livros)

Tipo 2 - 237.406 acervos (2.136.654 livros)

Tipo 3 - 247.294 acervos (1.731.058 livros)

#### **PNLD e PNLEM 2006:**

Anos Iniciais - 2ª reposição e complementação (plena para 1ª série consumível)

Anos Finais - 1ª reposição e complementação

**Ensino Médio - distribuição parcial (matemática e português para todos os anos e regiões do país)**

2006 - Distribuição de livros didáticos de todos os componentes curriculares para o 1<sup>a</sup> segmento do ensino fundamental (1<sup>a</sup> à 4<sup>a</sup> série/1<sup>o</sup> ao 5<sup>o</sup> ano), no âmbito do PNLD 2007, e a segunda reposição e complementação do PNLD/2004 (5<sup>a</sup> à 8<sup>a</sup> série/6<sup>o</sup> ao 9<sup>o</sup> ano). No PNLEM, houve reposição e complementação dos livros de matemática e português, distribuídos anteriormente, além da compra integral dos livros de biologia.

Para os alunos que tem surdez e utilizam a Língua Brasileira de Sinais (Libras), houve distribuição (escolas de 1<sup>a</sup> a 4<sup>a</sup> série/ 1<sup>o</sup> ao 5<sup>o</sup> ano) do dicionário enciclopédico ilustrado trilingue - Língua Brasileira de Sinais/Língua Portuguesa/Língua Inglesa.

#### **PNLD e PNLEM 2007:**

Anos- iniciais - distribuição integral

Anos Finais - 2<sup>a</sup> reposição e complementação

Ensino Médio - distribuição parcial (integral para biologia mais reposição e complementação de matemática e português)

2007 - O FNDE adquire 110,2 milhões de livros para reposição e complementação dos livros anteriormente distribuídos para os anos iniciais (sendo plena para 1<sup>a</sup> série consumível) e distribuição integral para anos finais. Foram atendidos, no ano letivo de 2008, 31,1 milhões de alunos de 139,8 mil escolas públicas. Foram adquiridos, ainda, 18,2 milhões de livros para 7,1 milhões de alunos de 15,2 mil escolas públicas de ensino médio. Seguindo a meta progressiva de universalização do material para esse segmento, o atendimento é ampliado com a aquisição de livros de história e de química. Houve ainda distribuição de dicionários trilingues de português, inglês e libras para alunos surdos das escolas de ensino fundamental e médio. Os alunos surdos de 1<sup>a</sup> a 4<sup>a</sup> série receberam ainda cartilha e livro de língua portuguesa em libras e em CD-Rom.

Com a publicação da [resolução CD FNDE 18, de 24/04/2007](#), é regulamentado o Programa Nacional do Livro Didático para a Alfabetização de Jovens e Adultos (PNLA), para distribuição, a título de doação, de obras didáticas às entidades parceiras do Programa Brasil Alfabetizado (PBA), com vistas à alfabetização e à escolarização de pessoas com idade de 15 anos ou mais.

#### **PNLD e PNLEM 2008:**

Anos Iniciais - 1<sup>a</sup> reposição e complementação (plena para 1<sup>a</sup> série consumível).

Anos Finais - distribuição integral

Ensino Médio - distribuição parcial (integral para química e história mais reposição e complementação de matemática, português e biologia).

2008 - Para utilização em 2009, houve aquisição e distribuição, em caráter de complementação e reposição, dos livros didáticos anteriormente distribuídos aos alunos e todo o ensino fundamental (sendo plena para 1ª série consumível). No âmbito do ensino médio, houve atendimento integral, sendo incluídos os livros de física e geografia. A aquisição dos livros distribuídos no ano anterior para esse segmento (química e história), foi em caráter de complementação e reposição.

#### **PNLD e PNLEM 2009:**

Anos Iniciais - 2ª reposição e complementação (plena para 1ª série consumível)

Anos Finais - 1ª reposição e complementação.

Ensino Médio - distribuição integral de matemática, português, biologia, física e geografia, mais reposição e complementação de química e história.

2009 - Houve aquisição de 114,8 milhões de livros didáticos para 36,6 milhões de alunos da educação básica pública, para utilização a partir de 2010, representando um investimento de R\$ 622,3 milhões. O maior volume de investimento foi direcionado às turmas do 1º ao 5º ano do ensino fundamental (distribuição integral) e do 6º ao 9º ano (reposição e complementação), com 103,6 milhões de obras distribuídas. Os estudantes de ensino médio receberam 11,2 milhões de exemplares, como complementação e reposição.

Ainda em 2009, foram investidos R\$18,8 milhões na compra de 2,8 milhões de obras do PNLA, direcionadas à alfabetização de jovens e adultos, para utilização no mesmo ano. Nesse ano, passaram a ser atendidos pelo Programa, além dos alunos das entidades parceiras do PBA, os alfabetizando jovens e adultos das redes públicas de ensino.

São publicadas duas importantes resoluções. A primeira, a resolução CD FNDE nº. 51, de 16/09/2009, regulamentando o Programa Nacional do Livro Didático para a Educação de Jovens e Adultos (PNLD EJA). O programa abrange o PNLA, visto que atende estudantes jovens e adultos também em sua fase de alfabetização. A segunda, resolução CD FNDE nº. 60, de 20/11/2009, estabelece novas regras para participação no PNLD: a partir de 2010, as redes públicas de ensino e as escolas federais devem aderir ao programa para receber os livros didáticos. A resolução 60 inclui ainda as escolas de ensino médio no âmbito de atendimento do PNLD, além de adicionar a língua estrangeira (com livros de inglês ou de espanhol) aos componentes curriculares distribuídos aos alunos de 6º ao 9º ano. Para o ensino médio, também foi adicionado o componente curricular língua estrangeira (com livros de inglês e de espanhol), além dos livros de filosofia e sociologia (em volume único e consumível).

#### **PNLD 2010:**

Anos Iniciais - distribuição integral

Anos Finais - 2ª reposição e complementação

Ensino Médio - 1ª reposição e complementação

2010 - Em 2010, para utilização a partir de 2011, foram investidos R\$893 milhões na aquisição e na distribuição de 120 mil livros para todo o ensino fundamental. Houve reposição e complementação para anos iniciais, sendo plena para alfabetização lingüística e alfabetização matemática de 1º e 2º anos, e distribuição integral para anos finais. Para esse segmento foram distribuídos livros de língua estrangeira pela primeira vez. Para o ensino médio, foram investidos R\$184 milhões para a aquisição e distribuição de 17 milhões de livros, para complementação e reposição da distribuição integral realizada em 2009.

Ainda em 2010, o atendimento à EJA foi ampliado, com a incorporação do PNLA ao PNLD EJA. Assim, passaram a ser atendidos os alunos de 1º ao 9º ano das escolas públicas e entidades parceiras do PBA. Nesse ano foram investidos R\$20 milhões na aquisição e distribuição de mais de 2 milhões de livros direcionados à alfabetização.

Visando incrementar a aprendizagem no ciclo de alfabetização, foram adquiridas, pela primeira vez, Obras Complementares para os alunos de 1º e 2º anos do ensino fundamental.

Ainda em 2010, é publicado o Decreto nº. 7.084, de 27/01/2010, que dispõe sobre os procedimentos para execução dos programas de material didático: o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e o Programa Nacional Biblioteca da Escola (PNBE).

#### **PNLD 2011:**

Anos Iniciais - 1ª reposição e complementação (plena para alfabetização lingüística e alfabetização matemática de 1º e 2º ano)

Anos Finais - distribuição integral (incluindo língua estrangeira)

Ensino Médio - 2ª reposição e complementação.

2011 - Em 2011, o FNDE adquiriu e distribuiu integralmente livros para o ensino médio, inclusive na modalidade Educação de Jovens e Adultos. O material será utilizado inicialmente em 2012. Pela primeira vez, os alunos desse segmento receberam livros de língua estrangeira (inglês e espanhol) e livros de filosofia e sociologia (volumes únicos e consumíveis). Para os alunos do ensino fundamental, foram distribuídos os livros anteriormente escolhidos, para reposição e complementação do PLND 2010 e do PNLD 2011. Os alunos de 1º e 2º ano receberão complementação plena dos livros de alfabetização lingüística e alfabetização matemática.

Foram distribuídos ainda livros para os alunos do ensino fundamental da Educação de Jovens e Adultos, conforme previa a Resolução CD FNDE nº. 51 de 2009. Com o investimento de R\$ 140,6 mil reais, foram distribuídos 14,1 milhões de livros, atendendo 5 milhões de alunos.

**PNLD 2012:**

O PNLD 2012 é direcionado à aquisição e à distribuição integral de livros aos alunos do ensino médio (inclusive na modalidade Educação de Jovens e Adultos), bem como à reposição e complementação do PNLD 2011 (6º ao 9º ano do ensino fundamental) e do PNLD 2010 (1º ao 5º ano do ensino fundamental).

**Avanços Tecnológicos**

Importante e significativo avanço nos programas do livro ocorreu na área de tecnologia. Em 2012 foi publicado edital para formação de parcerias para estruturação e operação de serviço público e gratuito de disponibilização de materiais digitais a usuários da educação nacional.

O edital tem por objetivo a constituição de acordos de cooperação entre o FNDE e instituições interessadas para a estruturação e a operação de serviço virtual para disponibilização de obras digitais e outros conteúdos educacionais digitais para professores, estudantes e outros usuários da rede pública de ensino brasileira, com ênfase nos títulos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), do Programa Nacional Biblioteca da Escola (PNBE) e de outras ações governamentais na área de material escolar, por meio de tecnologia que assegure o atendimento em escala nacional e proteja os direitos autorais digitais e a propriedade intelectual dos acervos.

Além disso, também em 2012, pela primeira vez, as editoras puderam inscrever no âmbito do PNLD 2014, objetos educacionais digitais complementares aos livros impressos. Esse novo material multimídia, que inclui jogos educativos, simuladores e infográficos animados, será enviado para as escolas em DVD para utilização pelos alunos dos anos finais do ensino fundamental no ano letivo de 2014. O DVD é um recurso adicional para as escolas que ainda não têm internet. Os novos livros didáticos trarão também endereços on-line para que os estudantes tenham acesso ao material multimídia, complementando o assunto estudado, além de tornar as aulas mais modernas e interessantes.

Já para o ano letivo de 2015, foi lançado em 2012 o edital que prevê que as editoras podem apresentar obras multimídia, reunindo livro impresso e livro digital. A versão digital deve trazer o mesmo conteúdo do material impresso mais os objetos educacionais digitais, como vídeos, animações, simuladores, imagens, jogos, textos, entre outros itens para auxiliar na aprendizagem. O edital também permite a apresentação de obras somente na versão impressa, para viabilizar a participação das editoras que ainda não dominam as novas tecnologias. Esse material será destinado aos alunos e professores do ensino médio da rede pública.

Livro didático 1 - Matemática Fundamental – Uma Nova Abordagem, 2011, Giovanni, José Ruy e Bonjorno, José Roberto, FTD, pag: 466 a 480 e 491 a 493.

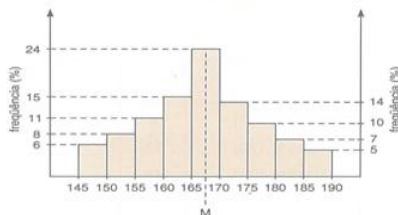
**Problemas relacionados e de aplicação da média aritmética, mediana e moda.**

**24** Em uma casa de repouso, as pessoas internadas têm as seguintes idades:

67 68 74 67 68 84 75 80 75 84  
 75 73 67 74 78 77 75 80 74 77  
 85 85 68 74 72 73 71 73 71 85  
 68 84 80 77 78 75 71 72 73 84

Calcule a mediana e a moda dessa distribuição.

**28** (PUC-SP) O histograma representa a distribuição das estaturas de 100 pessoas e as respectivas frequências. Por exemplo, na 3ª classe (155 – 160) estão situadas 11% das pessoas com estatura de 1,55 m a 1,59 m. A 5ª classe (165 – 170) chama-se classe mediana. Pelo ponto  $M$  situado na classe mediana, traça-se uma reta paralela ao eixo das frequências, de modo a dividir a área da figura formada pelos nove retângulos das frequências em duas regiões de mesma área. Determine a abscissa do ponto  $M$  (mediana das observações). = 167,08



**Livro didático 2- Matemática Contexto e Aplicações, 2004; Dante, Luiz Roberto, Ática, pág. 226 a 228 e 14 a 17.**

**Problemas relacionados e de aplicação da média aritmética, mediana e moda.**

▼ **EXERCÍCIOS PROPOSTOS**

29. Durante os sete primeiros jogos de um campeonato, um time marcou, respectivamente, 3, 2, 1, 1, 4, 3 e 2 gols. Determine:
- a) a média de gols por partida (MA); e) a mediana (Me).  
b) a moda (Mo);
30. De segunda-feira a sábado, os gastos de alimentação de uma pessoa foram 15, 13, 12, 10, 14 e 14 reais. Determine:
- a) a média diária de gastos (MA); e) a mediana (Me).  
b) a moda (Mo);



**Livro didático 3 - Matemáticas Para o Ensino Médio, 1999. Marcondes, Carlos; Gentil, Nelson e Greco, Sergio. Ática, pág. 397 a 402 e 486 a 488.**

**Problemas relacionados e de aplicação da média aritmética, mediana e moda.**

9. Um jogador de futebol controlou a bola com os pés sem derrubá-la, conseguindo os seguintes números de embaixadas: 23, 43, 16, 26, 49, 15, 58, 68, 71 e 114. Determine:
- a) a amplitude do rol;  
b) a média aritmética;  
c) a mediana;  
d) a moda.
10. A distribuição dada apresenta os pares de calçados vendidos numa loja em determinado dia, de acordo com o número usado de certa marca. Calcule a média aritmética, a moda e a mediana.

Número usado	Frequência
36	1
37	2
38	5
39	9
40	11
41	8
42	4
43	1

Livro didático 4 - Matemática, 2002. Iezzi, Gelson; Dolce, Osvaldo; Degenszajn, David e Pergio, Roberto. Atual. pág. 422 a 427 e 539 a 540.

Problemas relacionados e de aplicação da média aritmética, mediana e moda.

32



- Considerando apenas esses aeroportos, qual é a porcentagem de passageiros embarcados/desembarcados na região Sudeste?
- Calcule a média e a mediana do número de passageiros transportados considerando os dados acima. Refaça o cálculo, sem considerar os aeroportos de São Paulo.
- Suponha que, no aeroporto de Congonhas, 70% dos vôos sejam realizados durante a semana. Estime a ordem de grandeza do número *diário* de passageiros que circulavam em Congonhas numa segunda-feira de 2000.





Livro didático 5 - Olhar Matemática, 2011. Souza, Joamir. FTD, pág. 24 a 26 e 152 a 154. Problemas relacionados e de aplicação da média aritmética, mediana e moda.

**ATIVIDADES RESOLVIDAS**

R2 No ano de 2007, apenas no estado do Paraná, mais de 150 000 novos motoristas receberam a primeira permissão para dirigir: um documento provisório, com validade de um ano. Após esse período, caso não tenha cometido infração de trânsito grave, gravíssima ou reincidência em infração média, o condutor realiza a troca pela Carteira Nacional de Habilitação (CNH) definitiva. Os candidatos devem passar por exames físicos, psicológicos, práticos e teóricos, entre eles uma prova com 30 questões relacionadas à legislação de trânsito, direção defensiva, primeiros socorros, mecânica básica, meio ambiente e cidadania. Para ser aprovado no exame teórico, o candidato deve acertar, no mínimo, 21 questões da prova. O quadro apresenta os resultados de 400 candidatos aprovados na prova teórica, em relação ao número de acertos.

Número de acertos	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Número de candidatos	108	80	64	54	39	29	15	7	3	1

Com base no quadro, calcule a média aritmética, a moda e a mediana para a variável "número de acertos" e dê o significado de cada uma delas.

**Resolução**

• Média aritmética

A média aritmética ( $\bar{x}$ ) do número de acertos por candidato é dada por:

$$\bar{x} = \frac{108 \cdot 21 + 80 \cdot 22 + 64 \cdot 23 + 54 \cdot 24 + 39 \cdot 25 + 29 \cdot 26 + 15 \cdot 27 + 7 \cdot 28 + 3 \cdot 29 + 1 \cdot 30}{108 + 80 + 64 + 54 + 39 + 29 + 15 + 7 + 3 + 1} = \frac{9.243}{400} = 23,1075$$

► Note que, mesmo quando a variável é do tipo quantitativa discreta, é conveniente utilizarmos valores decimais para representar medidas estatísticas, como a média aritmética.

Os candidatos aprovados acertam em média 23,1075 questões.

• Moda

A moda corresponde ao número de acertos com maior frequência, ou seja,  $Mo=21$ . Logo, a maioria dos candidatos acertou 21 questões.

• Mediana

O total de candidatos é 400 (par). Logo, as posições centrais são 200 e 201. Para localizar os valores referentes a essas posições, utilizamos a tabela de frequência acumulada do número de candidatos.

Número de acertos	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Número de candidatos (f)	108	80	64	54	39	29	15	7	3	1
Frequência acumulada (Fa)	108	188	252	306	345	374	389	396	399	400



Se colocarmos os candidatos em rol, em relação ao número de acertos, teremos 188 candidatos que acertaram 22 questões ou menos, seguidos de 64 que acertaram 23 questões, ou seja, os candidatos de posição 200 e 201 terão, ambos, acertado 23 questões. Logo:

$$Md = \frac{23 + 23}{2} = 23$$

Assim, com as quantidades de acertos dos 400 candidatos dispostas em rol, a quantidade de 23 acertos divide esse rol em duas partes com o mesmo número de valores.

**Livro Didático 6 - Matemática, 2014, Paiva, Manuel Moderna, pág. 16-18.**  
**Problemas relacionados e de aplicação da média aritmética, mediana e moda.**

**14** As 8 garrafas de refrigerante de uma amostra apresentaram os seguintes conteúdos, em litro:

0,95	0,90	1,05	0,95
1,10	0,90	1,10	1,05

Calcule, nessa amostra, o conteúdo médio por litro.

**15** (UFMG) Os 40 alunos de uma turma fizeram uma prova de Matemática valendo 100 pontos. A nota média da turma foi de 70 pontos, e apenas 15 dos alunos conseguiram a nota máxima. Seja  $M$  a nota média dos alunos que não obtiveram a nota máxima. Então, é correto afirmar que o valor de  $M$  é:

a) 53    b) 50    c) 51    d) 52

**16** (Mackenzie-SP) A média aritmética de  $n$  números positivos é 7. Retirando-se do conjunto desses números o número 5, a média aritmética dos números que restam passa a ser 8. O valor de  $n$  é:

a) 2    b) 3    c) 5    d) 6    e) 9



# ANEXO 8

## Problemas de geometria relacionados aplicação da média aritmética

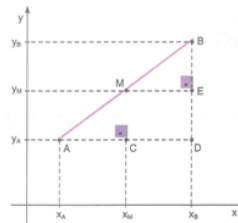
Livro didático 1 - Matemática Fundamental – Uma Nova Abordagem, 2011, Giovanni, José Ruy e Bonjorno, José Roberto, FTD, pag: 491 a 493.

### Problemas geometria relacionado aplicação da média aritmética.

#### Coordenadas do ponto médio

Vamos determinar as coordenadas do ponto médio de um segmento  $\overline{AB}$  em função das coordenadas das extremidades  $A$  e  $B$  do segmento.

Seja  $M(x_M, y_M)$  o ponto médio do segmento  $\overline{AB}$ .



$\triangle ACM \sim \triangle MEB$   
(caso LAA; lado, ângulo e ângulo oposto)

$\begin{cases} \hat{A} \cong \hat{M} \text{ (ângulos correspondentes)} \\ \hat{C} \cong \hat{E} \text{ (ângulos retos)} \\ \overline{AM} \cong \overline{BM} \text{ (M é ponto médio)} \end{cases}$

Daí:  $\begin{cases} d(A, C) = d(M, E) \text{ (I)} \\ d(C, M) = d(E, B) \text{ (II)} \end{cases}$

(I)  $d(A, C) = d(M, E)$

$$|x_M - x_A| = |y_B - y_M|$$

De acordo com a figura:

$$x_M - x_A = x_B - x_M$$

$$2x_M = x_A + x_B$$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

(II)  $d(C, M) = d(E, B)$

$$|y_M - y_A| = |y_B - y_M|$$

Conforme a figura:

$$y_M - y_A = y_B - y_M$$

$$2y_M = y_A + y_B$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

A abscissa do ponto médio é a média aritmética das abscissas das extremidades do segmento; a ordenada do ponto médio é a média aritmética das ordenadas das extremidades do segmento.

#### Casos particulares

Os pontos  $A$  e  $B$  de abscissas  $x_A$  e  $x_B$  ( $x_A < x_B$ ), respectivamente, estão no eixo  $x$ .  
Como  $y_A = y_B = 0$ , temos:

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, 0\right)$$

Os pontos  $A$  e  $B$  de ordenadas  $y_A$  e  $y_B$  ( $y_A < y_B$ ), respectivamente, estão no eixo  $y$ .  
Como  $x_A = x_B = 0$ , temos:

$$M\left(0, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

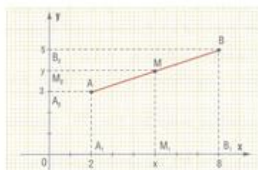
Livro didático 2- Matemática Contexto e Aplicações, 2004; Dante, Luiz Roberto, Ática, pág. 226 a 228 e 14 a 17.

**Problemas de geometria relacionados aplicação da média aritmética.**

**EXERCÍCIOS RESOLVIDOS**

5. Determine as coordenadas do ponto médio do segmento de extremidades A(2, 3) e B(8, 5).

Resolução:



Seja  $M(x, y)$  o ponto médio do segmento  $AB$ , temos  $\overline{AM} = \overline{MB}$ . Aplicando o teorema de Tales (duas transversais determinam sobre um feixe de paralelas segmentos proporcionais), podemos escrever:

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{MB}} = \frac{\overline{A_1M_1}}{\overline{M_1B_1}} \text{ e } \frac{\overline{AM}}{\overline{MB}} = \frac{\overline{A_2M_2}}{\overline{M_2B_2}}$$

Como  $\overline{AM} = \overline{MB}$ , temos  $\frac{\overline{AM}}{\overline{MB}} = 1$ .

Daí:

$$1 = \frac{x-2}{8-x} \Rightarrow x-2=8-x \Rightarrow x+x=8+2 \Rightarrow 2x=10 \Rightarrow x=5$$

$$1 = \frac{y-3}{5-y} \Rightarrow y-3=5-y \Rightarrow y+y=5+3 \Rightarrow 2y=8 \Rightarrow y=4$$

Logo, as coordenadas do ponto  $M$  são 5 e 4, ou seja,  $M(5, 4)$ .

**Observação:** Note que:

- 5 é a média aritmética entre 2 e 8 (abscissas de  $A$  e  $B$ ), ou seja,  $5 = \frac{2+8}{2}$ ;
- 4 é a média aritmética entre 3 e 5 (ordenadas de  $A$  e  $B$ ), ou seja,  $4 = \frac{3+5}{2}$ .

**Para Refletir**

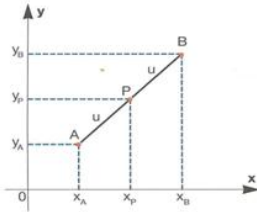
No primeiro proporção  $(\frac{\overline{AM}}{\overline{MB}} = \frac{\overline{A_1M_1}}{\overline{M_1B_1}})$  as paralelas são  $\overline{A_1M_1}$ ,  $\overline{MM_1}$  e  $\overline{BB_1}$ , e as transversais são  $\overline{AB}$  e  $\overline{A_1B_1}$ . Verifique no segundo proporção.

Livro didático 3 - Matemáticas Para o Ensino Médio, 1999. Marcondes, Carlos; Gentil Nelson e Greco, Sergio. Ática, pág. 486 a 488.

Problemas de geometria relacionados aplicação da média aritmética.

### Ponto médio

Dados os pontos  $A(x_A, y_A)$ ,  $B(x_B, y_B)$  e  $P$ , que divide  $\overline{AB}$  ao meio, temos:



$$AP = PB$$

$$r_p = \frac{AP}{PB} = 1$$

Assim:

$$x_p - x_A = x_B - x_p \Rightarrow 2x_p = x_A + x_B \Rightarrow x_p = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ (média aritmética de } x_A \text{ e } x_B)$$

$$y_p - y_A = y_B - y_p \Rightarrow 2y_p = y_A + y_B \Rightarrow y_p = \frac{y_A + y_B}{2} \text{ (média aritmética de } y_A \text{ e } y_B)$$

Logo, as coordenadas do ponto médio são dadas por:

$$P\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

6. Determine as coordenadas do ponto  $P(x, y)$ , que divide  $\overline{AB}$  na razão  $r_p = 1$ , sendo  $A(1, 3)$  e  $B(5, 7)$ , e dê a posição do ponto  $P$  em relação a  $\overline{AB}$ .

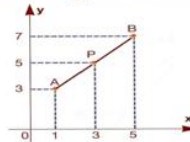
**Solução:**

$$r_p = \frac{AP}{PB} = \frac{x_B - x_A}{x_B - x_p} = \frac{y_B - y_A}{y_B - y_p}$$

Então:

$$\begin{cases} 1 = \frac{x_p - 1}{5 - x_p} \Rightarrow 5 - x_p = x_p - 1 \Rightarrow x_p = 3 \\ 1 = \frac{y_p - 3}{7 - y_p} \Rightarrow 7 - y_p = y_p - 3 \Rightarrow y_p = 5 \end{cases}$$

Logo,  $P(3, 5)$  é ponto médio de  $\overline{AB}$ , pois  $\frac{AP}{BP} = 1$  e  $AP = PB$ .



Livro didático 4 - Matemática, 2002. Iezzi, Gelson; Dolce, Osvaldo; Degenszajn, David e Pergio, Roberto. Atual pág. 539 a 540.

**Problemas de geometria relacionados aplicação da média aritmética.**

**Ponto médio de um segmento**

Há muitas situações em Geometria Analítica que envolvem mediatrizes de segmentos, medianas e mediatrizes de triângulos e outros assuntos relacionados ao ponto médio de um segmento.

Seja  $M$  o ponto médio do segmento com extremidades  $A(x_A, y_A)$  e  $B(x_B, y_B)$ . Notemos que os triângulos  $AMN$  e  $ABP$  são semelhantes, pois possuem os três ângulos respectivamente congruentes. Assim:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AP}$$

Mas  $AB = 2 \cdot (AM)$ , pois  $M$  é ponto médio de  $AB$ .

Logo,  $\frac{AM}{2 \cdot AM} = \frac{AN}{AP} \Rightarrow \frac{AN}{AP} = \frac{1}{2}$ , donde  $AP = 2 \cdot (AN)$ .

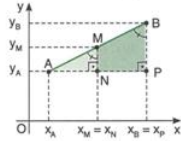
Assim, temos:

$$\begin{aligned} x_P - x_A &= 2(x_N - x_A) \Rightarrow x_B - x_A = 2(x_M - x_A) \Rightarrow \\ \Rightarrow x_B - x_A &= 2x_M - 2x_A \Rightarrow x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \end{aligned}$$

Mediante procedimento análogo, prova-se que  $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$ .

Portanto, sendo  $M$  o ponto médio do segmento  $\overline{AB}$ , temos:

$$M \left( \frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$



**Exemplo 2**

O ponto médio  $M$  do segmento  $\overline{PQ}$ , com  $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$  e  $Q\left(\frac{1}{4}, -1\right)$ , tem as coordenadas dadas por:

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_P + x_Q}{2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{2} = \frac{\frac{3}{4}}{2} = \frac{3}{8} \\ y_M &= \frac{y_P + y_Q}{2} = \frac{2 + (-1)}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow M\left(\frac{3}{8}, \frac{1}{2}\right)$$

Livro didático 5 - Olhar Matemática, 2011. Souza, Joamir. FTD, pág. 152 a 154.

**Problemas de geometria relacionados aplicação da média aritmética.**

Exemplo

Dado o  $\triangle ABC$ , cujas coordenadas dos vértices são  $A(7, -2)$ ,  $B(-1, 5)$  e  $C(9, -4)$ , vamos determinar as coordenadas do baricentro  $G$ .

$$\bullet x_g = \frac{7+(-1)+9}{3} = \frac{15}{3} = 5 \qquad \bullet y_g = \frac{-2+5+(-4)}{3} = -\frac{1}{3}$$

Portanto, as coordenadas do baricentro do  $\triangle ABC$  são  $G\left(5, -\frac{1}{3}\right)$ .

► Note que as coordenadas do baricentro de um triângulo  $ABC$  correspondem à média aritmética das correspondentes coordenadas de  $A$ ,  $B$  e  $C$ .



**Livro Didático 6 - Matemática, 2014, Paiva, Manuel Moderna, pág. 16-18.**

**Problemas geometria relacionados aplicação da média aritmética.**

**3 Ponto médio de um segmento de reta**

Na figura abaixo,  $M$  é o ponto médio do segmento  $\overline{AB}$ . Quais são as coordenadas do ponto  $M$ ?



Para responder a essa pergunta, observamos que as retas paralelas  $\overline{AA'}$ ,  $\overline{MM'}$  e  $\overline{BB'}$  concorrem com as transversais  $\overline{AB}$  e  $\overline{A'B'}$ . Logo, pelo teorema de Tales, temos:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{A'M'}{M'B'}$$

Como  $A'M' = x_M - 2$ ,  $M'B' = 12 - x_M$  e  $AM = MB$ , pois  $M$  é o ponto médio de  $AB$ , temos da proporção anterior:

$$1 = \frac{x_M - 2}{12 - x_M} \Rightarrow x_M - 2 = 12 - x_M$$

$$\therefore 2x_M = 12 + 2 \Rightarrow x_M = \frac{12 + 2}{2} = 7$$

Note que a abscissa  $x_M$  é a média aritmética entre as abscissas dos pontos  $A$  e  $B$ . Raciocinando de maneira análoga em relação ao eixo  $Oy$ , a ordenada  $y_M$  é a média aritmética entre as ordenadas dos pontos  $A$  e  $B$ , isto é:

$$y_M = \frac{4 + 8}{2} = 6$$

Assim, concluímos que  $M(7, 6)$ .

Podemos generalizar esses procedimentos pelo seguinte teorema:

Se  $A(x_A, y_A)$  e  $B(x_B, y_B)$  são pontos distintos, então o **ponto médio**  $M(x_M, y_M)$  do segmento  $\overline{AB}$  é tal que:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ e } y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$