

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



PUCP

**FUNDAMENTOS PARA EVALUAR LA GENERACIÓN DE CAMPO
REVERBERANTE DE ONDAS DE CORTE EN MEDIOS HOMOGÉNEOS**

**TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA LA OBTENCIÓN DEL
GRADO DE BACHILLER EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN**

Ingeniería Electrónica

AUTOR

Gilmer Alberto Flores Barrera

ASESORES:

Benjamín Castañeda Aphan, PhD

Juvenal Ormachea Quispe, PhD

Lima, agosto, 2020



A mis padres, Rosa Iris y Julio, por su infinito amor, sacrificio, comprensión y soporte incondicional. A mi hermana Carolina por enseñarme a sonreírle siempre a la vida. A mi hermano Fabricio por motivarme a ser su guía y ejemplo.



“Si se desmayan mis rodillas, si se me cae el cielo, si se desfigura el día y se convierte en hielo, si mi sangre se torna color cobarde, frío, si mi valor tiene el estómago vacío, si mis sueños se pelean con la suerte, puede que el fracaso abra los ojos y despierte. Pero estoy preparado para los días salados. Cualquiera que camine se tiene que haber resbalado. Caí con todo el peso. Pero si es fuerte la caída más impresionante será mi regreso.”

Me vieron Cruzar, René Pérez

RESUMEN

La elastografía es una modalidad de imagen médica que estima la viscoelasticidad de los tejidos, permitiendo la diferenciación cuantitativa entre región sana y región afectada [1]. Diversas técnicas convencionales se basan en la detección de las ondas de corte y la relación de su velocidad de propagación con la elasticidad del medio [2]. Estas asumen que dicha propagación es unidireccional. Sin embargo, las heterogeneidades y fronteras de los tejidos generan reflejos, provocando artefactos en las estimaciones [3]. Es por ello, que en los últimos tres años se ha desarrollado la técnica de elastografía por campo reverberante de ondas de corte, la cual presenta resultados prometedores en su aplicación clínica [3]–[8]. Este nuevo enfoque hace uso de múltiples fuentes de vibración armónica controlada con el fin de aprovechar la naturaleza reverberante de los tejidos y producir un campo difuso en la región de interés. No obstante, la generación de dicho campo, la calidad del mismo y su relación con el desempeño de los estimadores son condiciones poco exploradas.

Por ello, el presente trabajo tiene como propósito delinear el objetivo principal, los objetivos específicos y el modelo de solución para realizar un futuro estudio experimental con el fin de evaluar la generación de campo reverberante de ondas de corte en medio homogéneos. Así, se describe el procedimiento teórico para la realización de simulaciones numéricas y experimentos con maniquí de gelatina. El primero se basa en el método de simulación de Monte Carlo, mientras que el segundo consiste en la aplicación de combinatoria extrema con el fin de evaluar el efecto de superposición de fuentes de vibración externa. En ambos, se analizará la generación de campo reverberante con base en el parámetro de calidad derivado de la similitud de lo obtenido con los modelos teóricos [8]: el coeficiente de determinación (R^2). Asimismo, se evaluará el desempeño de tres estimadores de la velocidad de propagación de las ondas de corte (C_s): el ajuste de curva a las funciones teóricas [8], la aproximación del número de onda [3], [4], y, se propone, una modificación en la aproximación del número de onda.

ÍNDICE DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1 MOTIVACIÓN, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS	1
1.1 Generalidades sobre elastografía	1
1.2 Objetivos.....	6
1.2.1 Objetivo general	6
1.2.2 Objetivos específicos.....	6
CAPÍTULO 2 MARCO TEÓRICO Y MODELO DE SOLUCIÓN	7
2.1 Marco teórico	7
2.1.1 Fundamentos físicos de la elastografía.....	7
2.1.2 Teoría de campo reverberante de ondas de corte	9
2.1.2.1 Campo reverberante en acústica	9
2.1.2.2 Campo reverberante de ondas de corte	14
2.1.3 Composición coherente de ondas planas	19
2.2 Modelo de solución	22
2.2.1 Simulaciones numéricas	22
2.2.1.1 Método de Monte Carlo	22
2.2.2 Experimentos con maniquí de gelatina	25
2.2.2.1 Combinatoria extrema	25
2.2.2.2 Procedimiento general para la estimación de la elasticidad	26
CONCLUSIONES	27
RECOMENDACIONES	29
BIBLIOGRAFÍA	30

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Representación de un campo sonoro reverberante en un recinto cerrado. Adaptado de [44].....	9
Figura 2.2. Gráfica de la evolución de un campo sonoro a partir de la distancia normalizada a la fuente con respecto a la distancia crítica (D_c) [45].	10
Figura 2.3. Sistema de coordenadas esféricas y su relación con los ejes cartesianos. Elaboración propia.	13
Figura 2.4. Gráficas normalizadas de las autocorrelaciones en el eje axial y lateral de la velocidad proyectada en el eje X con k igual a 1.	14
Figura 2.5. Esquema representativo de un campo reverberante, isotrópico, uniformemente distribuido de ondas de corte, propagándose al interior de un medio, donde nq es la dirección de propagación de las ondas planas, mientras que nql representa la dirección del movimiento de las partículas (perpendicular a la dirección de propagación). Adaptado de [43].	16
Figura 2.6. Gráficas normalizadas de las autocorrelaciones en el eje axial y lateral de la velocidad proyectada en el eje Z con k igual a 1.	17
Figura 2.7. Pasos a seguir para la correcta implementación de la simulación de Monte Carlo [51]	23
Figura 2.8. Esquema representativo de los resultados obtenidos mediante el Método de Monte Carlo para un escenario con n ondas incidentes.	24
Figura 2.9. Vista superior del maniquí de gelatina, donde se representan las 12 ubicaciones posibles en donde se coloca una fuente de vibración.	25
Figura 2.10. Cuadro de flujo que indica los pasos a seguir para estimar la elasticidad de cierto tejido estudiado. Adaptado de [35].....	26

CAPÍTULO 1 MOTIVACIÓN, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

El presente capítulo tiene como objetivo presentar la técnica de elastografía por campo reverberante de ondas de corte. Por ello, se define a la elastografía como modalidad de diagnóstico médico, se enumeran algunas técnicas elastográficas y se precisan las ventajas y desventajas de las mismas. Además, se expone el estado del arte de la técnica a explorar. Finalmente, se proponen los objetivos de la tesis como aporte en el estudio de la misma.

1.1 Generalidades sobre elastografía

La elastografía es una modalidad de imagen médica que tiene como objetivo estimar la viscoelasticidad de los tejidos para medir sus propiedades biomecánicas [9]. Durante las tres últimas décadas, ha cobrado gran relevancia en el campo del diagnóstico clínico por su carácter no invasivo y diversidad de técnicas, las cuales permiten añadir información clínica importante [2], [10], [11].

Diferentes patologías como el cáncer, fibrosis hepática o enfermedades vasculares tienen efecto en el cambio de las propiedades biomecánicas del tejido. Por ello, esta técnica representa una alternativa viable para generar diferenciaciones entre tejido sano y patológico [1]. Por ejemplo, se ha reportado que los fibroadenomas mamarios son cuatro veces más rígidos que la estructura tisular sana que los rodea; mientras que un carcinoma puede ser siete veces más duro que el tejido mamario normal [12], [13].

Dentro de esta modalidad, existen diversas herramientas que permiten obtener información importante en base a los distintos modelos de respuesta biomecánica [1]. Muchas de estas se basan en el enfoque de medición de la velocidad de propagación de ondas mecánicas en los tejidos. De esta manera, bajo la suposición que el tejido biológico no se puede comprimir, es posible cuantificar su rigidez mediante el módulo de Young, utilizando la relación física existente entre dicho parámetro y la velocidad de propagación de las ondas de corte [1,2].

Existe un gran conjunto de técnicas elastográficas que brindan aportes significativos a la literatura especializada. En la Tabla 1.1, se muestran algunos ejemplos, los cuales son descritos según la información que brindan, la fuerza de excitación que se genera [1] y algunas aplicaciones dentro del estudio de las mismas.

Tabla 1.1. Técnicas de elastografía. Adaptado de [14]–[17].

Técnica	Tipo de información brindada	Método de excitación	Tejido estudiado	Condición	Referencia
Strain elastography	Cualitativa	Compresión manual	Mama	<i>In vivo</i>	[18], [19]
			Miocardio	<i>In vivo</i>	[20]
			Mama, riñón, próstata, hígado, músculos	<i>In vivo</i>	[21]
Acoustic Radiation Force Impulse (ARFI)	Cualitativa	Fuerza de radiación acústica	Arterias	<i>Ex vivo</i>	[22], [23]
			Mama	<i>Ex vivo</i> <i>In vivo</i>	[24] [25]
Vibroelastography	Cualitativa	Vibración externa controlada	Mama	<i>In vivo</i>	[26]
Magnetic Resonance Elastography (MRE)	Cuantitativa	Vibración externa controlada	Próstata	<i>In vivo</i>	[27]
			Hígado	<i>In vivo</i>	[28]
Transient elastography	Cuantitativa	Vibración externa controlada	Hígado	<i>In vivo</i>	[29]
			Mama	<i>In vivo</i>	[30]
Crawling Waves Sonoelastography (CWS)	Cuantitativa	Vibración externa controlada	Próstata	<i>In vivo</i>	[17], [31]–[33]
			Mama	<i>In vivo</i>	[14]
			Piel	<i>In vivo</i>	[34]
Holographic elastography	Cuantitativa	Vibración externa controlada	Hígado	<i>In vivo</i>	[35]
Shear Wave Dispersion Ultrasound Vibrometry (SDUV)	Cuantitativa	Fuerza de radiación acústica	Fibras musculares	<i>Ex vivo</i>	[36]
Comb-push Ultrasound Shear Wave Elastography (CUSE)	Cuantitativa	Fuerza de radiación acústica	Mama, hígado	<i>In vivo</i>	[37]
Single Tracking Location Shear Wave Elastography (STL-SWE)	Cuantitativa	Fuerza de radiación acústica	Hígado	<i>Ex vivo</i>	[38]

Passive elastography	Cuantitativa	No presenta	Músculo	<i>In vivo</i>	[39]
Reverberant Shear Wave Field Elastography (R-SWE)	Cuantitativa	Vibración externa controlada	Mama Hígado Riñón	<i>In vivo</i>	[3], [4], [40]
			Córnea	<i>Ex vivo</i>	[8]

De los estudios presentados en la

Tabla 1.1, existe gran interés en el manejo de técnicas que brinden resultados cuantitativos. Si bien las técnicas cualitativas brindan información visual, estas son subjetivas. De esta manera, se opta por estimar parámetros numéricos que permitan caracterizar los tejidos de manera objetiva.

Por otro lado, los equipos de ultrasonido (US, por sus siglas en inglés) y de resonancia magnética (MR, por sus siglas en inglés) han sido utilizados como medios de adquisición debido a su característica no invasiva y a la emisión de radiación no ionizante [41]. Sin embargo, el uso de resonadores magnéticos es limitado por su alto costo, difícil movilización y gran tamaño, en comparación a los ecógrafos [42]. De este modo, aplicar elastografía con ultrasonido es una herramienta complementaria a las imágenes en modo brillo (B-mode) y modo Doppler [10].

Emplear fuerza de radiación acústica (ARF, por sus siglas en inglés) permite enfocar pulsos que llegan a deformar regiones específicas, lo cual resulta difícil mediante la aplicación de compresión manual [1]. No obstante, podría generar cavitaciones acústicas o efectos térmicos (sobrecalentamiento) en el tejido analizado, provocando el riesgo de producir errores en la estimación o lesiones por ablación térmica [9]. Además, la radiación acústica, a diferencia de fuentes de vibración externa controlada, penetra superficialmente la zona de interés (típicamente, 3 cm de profundidad [1]), lo que dificulta la adquisición de imágenes en pacientes obesos [43].

Por otra parte, tanto el uso de ARF como el de fuentes de vibración externa en técnicas convencionales, asumen que los tejidos son homogéneos. La evidencia muestra que esto no se cumple, más aún, cuando la presencia de ondas reflejadas por las heterogeneidades y fronteras de las estructuras internas

generan patrones modales en dichas aplicaciones [3], [4]. Inclusive, las perturbaciones fisiológicas internas, como la respiración, flujo de sangre, entre otros, producen desviaciones en la propagación de ondas de corte. Todos estos inconvenientes ocasionan artefactos que afectan las estimaciones [43]. Estos problemas son parcialmente resueltos con el uso de filtros direccionales, asumiendo que la propagación de ondas se da de manera paralela y alineada a determinada dirección. Sin embargo, el uso de filtros direccionales podría eliminar información sustancial, lo que resultaría en una estimación sesgada [3].

El uso de fuentes multidireccionales fue evaluado por Zhao et al. [44] bajo el método “*External vibration multi-directional ultrasound shear wave elastography (EVMUSE)*”, aplicado para el estudio de fibrosis hepática. Para dicho propósito se utilizó hasta ocho filtros direccionales, lo cual significa un gran costo computacional [43], [44].

Para resolver dichos obstáculos, Parker et al. [4] plantearon el modelo de elastografía por campo reverberante de ondas de corte (R-SWE, por sus siglas en inglés), aplicando diversas fuentes de vibración en la zona de estudio con el fin de aprovechar e incrementar la naturaleza reverberante del medio. Así, en vez de evitar los reflejos producidos internamente y aislar cierta dirección de propagación, se asume que las ondas de corte, con amplitud y fase aleatorias, se propagan en diferentes direcciones como una distribución estadísticamente isotrópica a través de 4π estereorradianes. Ormachea et al. [31] utilizaron R-SWE en maniqués calibrados viscoelásticos, además analizaron la viabilidad de la técnica en mama e hígado y evaluaron parámetros viscoelásticos y la pendiente de dispersión lineal en cada uno de los medios. Posteriormente, en [40] y [6] se reportaron resultados de experimentos multifrecuencia *in vivo* de mama e hígado en pacientes obesos, confirmando la capacidad de penetración del campo reverberante (hasta 15 cm de profundidad). Más adelante, Zvietcovich et al. [8], [45] derivaron una mejora en el análisis de las propiedades físicas de un campo difuso considerando múltiples polarizaciones de ondas de corte transversales.

Todos los estudios mencionados asumen que el campo reverberante de ondas de corte existe en toda la región de interés, no obstante, esto no se garantiza.

Por tanto, se requiere un estudio exhaustivo sobre la generación del campo deseado en función al número y posición de fuentes de vibración, tomando en cuenta como parámetros de calidad el coeficiente de determinación, la precisión y la exactitud de tres estimadores distintos de la velocidad de propagación de las ondas de corte: el ajuste de curva a funciones teóricas definidas en [8], la aproximación del número de onda, propuesta en [4] y, en la presente tesis, se propone una aproximación modificada del número de onda a partir del modelo planteado en [8] y el análisis aplicado en [4] .



1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Estudiar la generación de campo reverberante de ondas de corte en medios homogéneos en función del número y posición de fuentes de vibración externa para una geometría particular

1.2.2 Objetivos específicos

- Evaluar la generación de campo reverberante a partir de un análisis de Monte Carlo considerando 42 escenarios con diferentes cantidades de ondas incidentes mediante una simulación numérica de campo reverberante en un medio elástico, isotrópico, incompresible y homogéneo
- Validar el efecto de superposición de fuentes de vibración externa combinando el efecto de una única fuente colocada en doce distintos lugares de la cara superior de un maniquí de gelatina
- Observar y comparar los resultados numéricos e imágenes elastográficas obtenidos aplicando tres estimadores de velocidad de propagación de ondas de corte

CAPÍTULO 2 MARCO TEÓRICO Y MODELO DE SOLUCIÓN

El presente capítulo tiene como objetivo describir los fundamentos físicos de la elastografía, presentar la teoría relacionada a la técnica estudiada, precisar la razón de la adquisición de imágenes por ultrasonido mediante composición de ondas planas y delinear el modelo de solución planteado.

2.1 Marco teórico

2.1.1 Fundamentos físicos de la elastografía

Siguiendo el análisis en [2], la evaluación de las propiedades viscoelásticas de los tejidos se basa en relaciones fundamentales. Estas describen la deformación de los materiales sólidos causada por la aplicación de fuerzas superficiales (en este caso las fuerzas de volumen, como la gravedad y las fuerzas electromagnéticas, son despreciables) [9]. Luego de asumir que el cuerpo estudiado es puramente elástico; es decir, que la deformación no posee dependencia temporal, se relaciona la deformación y el esfuerzo mediante las ecuaciones lineales conocidas como ecuaciones generalizadas de Hooke o ecuaciones de Lamé-Hooke. Estas pueden ser escritas de la forma

$$\sigma = \Gamma \cdot \varepsilon, \quad (2.1)$$

donde σ es el esfuerzo (N/m^2), ε es la deformación unitaria (adimensional) y Γ es el módulo de elasticidad (Pa). De tal modo, de acuerdo al tipo de deformación, se definen tres módulos de elasticidad: módulo de Young (E), módulo de corte (G) y módulo de compresibilidad (K). El módulo de Young describe el comportamiento de un material cuando se aplica un esfuerzo normal a la superficie. El módulo de corte se define cuando el esfuerzo es tangencial a la superficie. Finalmente, el módulo de compresibilidad mide la resistencia del material al cambio de volumen unitario producido por una presión uniforme. En resumen, estos parámetros modelan la respuesta dinámica de los biomateriales cuando se les aplica una fuerza externa. Por ello, es conveniente expresar dicha respuesta en términos de propagación de ondas planas a través del tejido, como lo son las ondas longitudinales o de presión y las ondas de corte.

Por un lado, en las ondas longitudinales, las partículas realizan movimientos paralelos a la dirección de propagación de la onda y la velocidad de propagación se define utilizando el módulo de compresibilidad (K) de la forma

$$C_l = \sqrt{\frac{K}{\rho}}, \quad (2.2)$$

donde C_l es la velocidad de propagación y ρ es la densidad del medio. Este tipo de ondas es utilizado para generar las imágenes en modo-B en el ultrasonido. Sin embargo, las diferencias de velocidades entre los diferentes tipos de tejidos son incontrastables, por lo que no son utilizadas en mediciones elastográficas.

En las ondas de corte, las partículas se desplazan en dirección perpendicular a su propagación. Se utiliza el módulo de corte (G) para definir las de la forma

$$C_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (2.3)$$

donde la velocidad de propagación (C_s) varía entre 1 y 10 m/s en tejidos blandos. Dado que C_s está órdenes de magnitud por debajo de su contraparte, las diferencias entre los tejidos son evidentes, por tal motivo, muchas de las técnicas elastográficas se centran en la detección y medición de la velocidad de propagación de las ondas de corte [1].

En ese sentido, de las ecuaciones 2.2 y 2.3, podemos observar que los módulos de elasticidad no son independientes y, además, se relacionan mediante la resistencia al cambio en el volumen original. El parámetro que describe dicha resistencia es el coeficiente de Poisson (ν). De esta manera, se puede igualar el módulo de Young a la expresión

$$E = 2(\nu + 1)G, \quad (2.4)$$

la cual establece la equivalencia con el módulo de corte. Además, dado el alto contenido acuoso en los biomateriales, el módulo de Poisson se encuentra entre 0.49 y 0.5, lo que se considera como un sólido elástico incompresible. Esto da como resultado que la ecuación 2.4 se aproxime a

$$E = 3G, \quad (2.5)$$

y, al reemplazar la expresión 2.5 en la ecuación 2.3, se obtiene que

$$C_s = \sqrt{\frac{E}{3\rho}}. \quad (2.6)$$

En conclusión, al observar la ecuación 2.6, se encuentra correspondencia entre la elasticidad expresada mediante el módulo de Young y la velocidad de propagación de las ondas de corte en el medio, ambos parámetros numéricos que caracterizan los tejidos estudiados.

2.1.2 Teoría de campo reverberante de ondas de corte

2.1.2.1 Campo reverberante en acústica

Para poder entender el concepto de elastografía por campo reverberante de ondas de corte, primero se explora la teoría de campo reverberante como un campo sonoro dentro de un recinto cerrado.

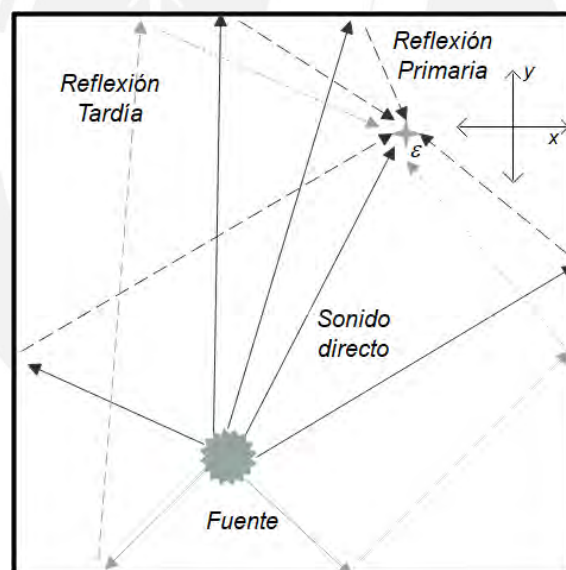


Figura 2.1. Representación de un campo sonoro reverberante en un recinto cerrado. Adaptado de [46].

Un campo sonoro (Figura 2.1) es aquel campo físico que representa la distribución y propagación de la presión sonora en cada punto del espacio a través de un medio. Existen tres tipos de campo sonoro: campo directo, campo reverberante y campo difuso.

En primer lugar, el campo directo es aquel que se encuentra próximo a la fuente sonora y su intensidad depende de la distancia a la fuente. En segundo lugar, el campo reverberante es aquel que se encuentra más alejado de la fuente y cuya intensidad se mantiene constante, siendo formado, predominantemente, por las ondas reflejadas. Finalmente, cuanto más homogéneo sea el campo reverberante, este puede ser aproximado a un campo difuso, en donde existe una contribución uniforme de las ondas producidas por la fuente y los reflejos [46].

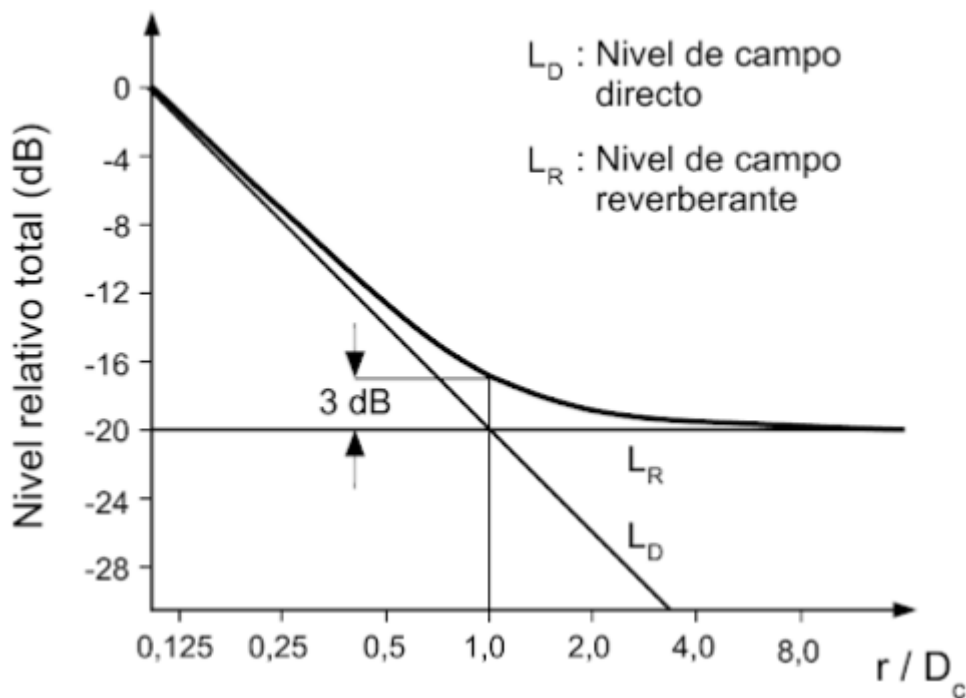


Figura 2.2. Gráfica de la evolución de un campo sonoro a partir de la distancia normalizada a la fuente con respecto a la distancia crítica (D_c) [47].

La distancia para la cual el nivel del campo directo es igual al nivel del campo reverberante se llama distancia crítica (D_c). Esta se obtiene mediante la gráfica representada en la Figura 2.2, a través de mediciones y, por otro lado, de manera analítica, a través de las siguientes ecuaciones

$$D_c = 0.14\sqrt{QR}, \quad (2.7a)$$

$$R = \frac{S_t \bar{\alpha}}{1 - \bar{\alpha}}, \quad (2.7b)$$

donde Q es el factor de directividad de la fuente, R es la constante del recinto, S_t es la superficie total del recinto y $\bar{\alpha}$ es el coeficiente medio de absorción [47].

Simplificar un campo reverberante bajo la hipótesis de un campo difuso nos permite plantear la expresión de la presión compleja \hat{P} en el tiempo t en cualquier punto ε , como la superposición de ondas planas incidentes en todas las direcciones [4], [46]. Así,

$$\hat{P}(t, \varepsilon) = \sum_q \hat{P}_q \cdot e^{j(kn_q \cdot \varepsilon - \omega_0 t)}, \quad (2.8)$$

en el cual q representa cada una de las direcciones, \mathbf{n}_q representa a cada uno de los vectores unitarios distribuidos uniformemente en 4π estereorradianes, k y ω_0 son la frecuencia espacial o número de onda y la frecuencia temporal de las ondas planas, respectivamente, y \hat{P}_q son variables independientes, idénticamente distribuidas con magnitud y fase aleatorias. De esta manera, podemos definir también que la velocidad V correspondiente es

$$V(t, \varepsilon) = \sum_q \mathbf{n}_q \hat{v}_q \cdot e^{j(kn_q \cdot \varepsilon - \omega_0 t)}, \quad (2.9)$$

donde se define \hat{v}_q mediante la relación de impedancia acústica de las ondas planas [48] como

$$\hat{v}_q = \frac{\mathbf{n}_q \hat{P}_q}{\rho C}, \quad (2.10)$$

siendo ρ la densidad del medio y C la velocidad con la que se propaga el sonido.

Con el fin de estimar la calidad del campo reverberante de ondas planas o, de otra manera, determinar si nos encontramos frente a un campo aleatorio, se utiliza el criterio de la autocorrelación [49], [50]. Por consiguiente, se obtiene la proyección de la velocidad en el eje de detección (por ejemplo, componente de V en el eje X) mediante

$$\hat{v}_x(t, \varepsilon) = \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{v}(\varepsilon) = \sum_q \mathbf{n}_{xq} \hat{v}_q \cdot e^{j(kn_q \cdot \varepsilon - \omega_0 t)}, \quad (2.11)$$

en el cual, \mathbf{e}_x es el vector unitario en el eje X y \mathbf{n}_{xq} es la proyección de \mathbf{n}_q en dicha dirección, para luego calcular la autocorrelación de dicha función. Aplicando la definición de autocorrelación se tiene que

$$B_{v_x v_x}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = E\{\hat{v}_x(t, \varepsilon) \cdot \widehat{v}_x^*(t + \Delta t, \varepsilon + \Delta \varepsilon)\}, \quad (2.12)$$

donde $E\{\}$ es el valor esperado y \widehat{v}_x^* es el conjugado de \hat{v}_x . Siendo así, se reemplaza la ecuación 2.11 en 2.12 para lograr la expresión

$$B_{v_x v_x}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = E \left\{ \sum_q \mathbf{n}_{xq} \hat{v}_q \cdot e^{j(k\mathbf{n}_q \cdot \varepsilon - \omega_0 t)} \right. \\ \left. \times \sum_{q'} \mathbf{n}_{xq'} \widehat{v}_{q'}^* \cdot e^{-j(k\mathbf{n}_{q'} \cdot (\varepsilon + \Delta \varepsilon) - \omega_0(t + \Delta t))} \right\}. \quad (2.13)$$

Se simplifica esta igualdad ya que \mathbf{n}_{xq} y \hat{v}_q son variables independientes y no correlacionadas. En ese sentido, tomando la parte real de la ecuación 2.13 se obtiene que

$$B_{v_x v_x}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = V_{RMS}^2 \cdot E\left\{ \sum_q \mathbf{n}_{xq}^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k\mathbf{n}_q \cdot \Delta \varepsilon) \right\} \quad (2.14)$$

en el cual V_{RMS} es el valor cuadrático medio de la velocidad.

Como se mencionó anteriormente, el campo reverberante estudiado se asume como un campo difuso ideal; es decir, la contribución de las velocidades es homogénea en todas las direcciones. Por tal motivo, el promedio espacial de la suma sobre todas las direcciones discretas es igual al promedio de todas las ondas incidentes alrededor de 4π estereorradianes [46], [49], [50]. De tal modo

$$B_{v_x v_x}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = \frac{V_{RMS}^2}{4\pi} \oint\!\!\!\oint_{esfera} \mathbf{n}_{xq}^2 \cdot \cos(\omega_0 \Delta t - k\mathbf{n}_q \cdot \Delta \varepsilon) \cdot d\Omega, \quad (2.15)$$

donde $d\Omega$ es el diferencial del ángulo sólido en coordenadas esféricas.

Por otro lado, los vectores unitarios en los ejes cartesianos se relacionan con las coordenadas esféricas mediante los parámetros θ y ϕ (Figura 2.3) de la siguiente manera

$$\hat{\mathbf{e}} = (\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z) = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta), \quad (2.16)$$

por tal motivo

$$(\mathbf{n}_{xq})^2 = (\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{n}_q)^2 = (\sin \theta \cos \phi)^2 \quad (2.17)$$

y

$$d\Omega = \sin \theta \, d\theta \, d\phi. \quad (2.18)$$

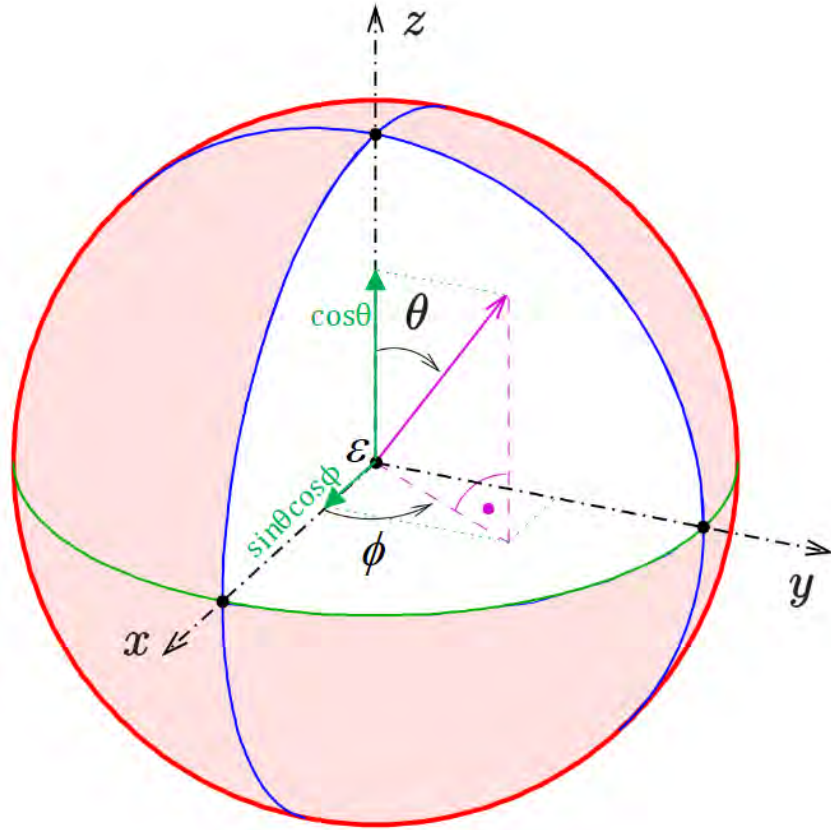


Figura 2.3. Sistema de coordenadas esféricas y su relación con los ejes cartesianos. Elaboración propia.

Se alinea $\Delta\varepsilon$ con los ejes X y Z, por lo tanto

$$\mathbf{n}_q \cdot \Delta\varepsilon_x = \Delta\varepsilon_x \cdot \sin\theta \cos\phi, \quad (2.19a)$$

$$\mathbf{n}_q \cdot \Delta\varepsilon_z = \Delta\varepsilon_z \cdot \cos\theta. \quad (2.19b)$$

Entonces, al reemplazar las ecuaciones 2.17, 2.18 y 2.19 en 2.15 se obtiene que

$$\begin{aligned} B_{v_x v_x}(\Delta t, \Delta\varepsilon_x) &= \frac{V_{RMS}^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\sin\theta \cos\phi)^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k\Delta\varepsilon_z \sin\theta \cos\phi) \sin(\theta) d\theta d\phi \\ &= V_{RMS}^2 \cos(\omega_0 \Delta t) \left[\frac{j_1(k\Delta\varepsilon_z)}{k\Delta\varepsilon_z} \right], \end{aligned} \quad (2.20a)$$

$$\begin{aligned} B_{v_x v_x}(\Delta t, \Delta\varepsilon_z) &= \frac{V_{RMS}^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\sin\theta \cos\phi)^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k\Delta\varepsilon_z \cos\theta) \sin(\theta) d\theta d\phi \\ &= V_{RMS}^2 \cos(\omega_0 \Delta t) \left[2j_0(k\Delta\varepsilon_z) - \frac{j_1(k\Delta\varepsilon_z)}{k\Delta\varepsilon_z} \right], \end{aligned} \quad (2.20b)$$

donde $j_0()$ y $j_1()$ son las funciones esféricas de Bessel del primer tipo de órdenes cero y uno, respectivamente.

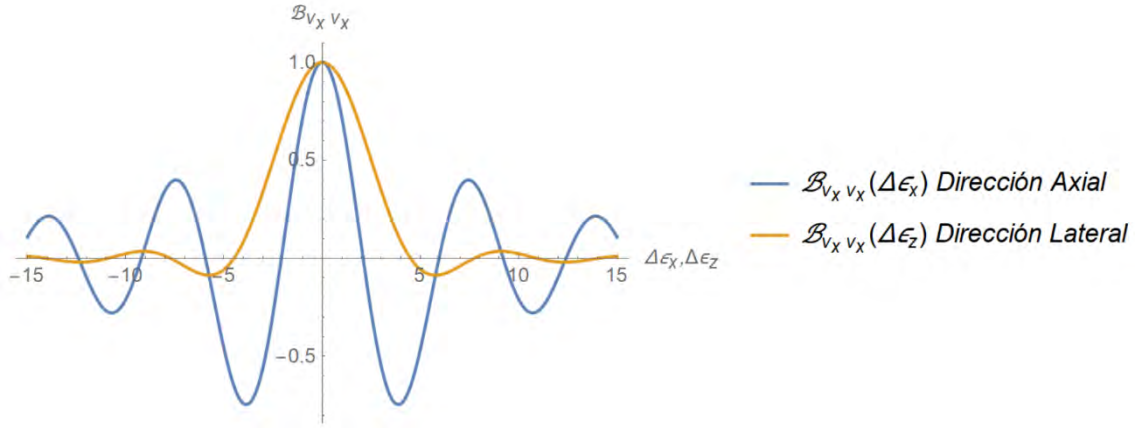


Figura 2.4 Gráficas normalizadas de las autocorrelaciones en el eje axial y lateral de la velocidad proyectada en el eje X con k igual a 1.

De esta manera, existe campo reverberante homogéneo si las funciones de autocorrelación de la velocidad de propagación proyectada en el eje de medición se asemejan a las funciones esféricas de Bessel del primer tipo de órdenes cero y uno presentadas en la Figura 2.4.

2.1.2.2 Campo reverberante de ondas de corte

Luego de estudiar el comportamiento de un campo reverberante para el caso de ondas longitudinales, se realizó el mismo análisis para un campo reverberante de ondas de corte. De acuerdo al modelo planteado por Zvietcovich et al. [8], [45], la principal diferencia es que la dirección de propagación de estas ondas es perpendicular al desplazamiento de las partículas. Por lo tanto, \mathbf{n}_{ql} representa la dirección de desplazamiento y velocidad de corte, cumpliendo con lo siguiente

$$\mathbf{n}_{ql} \cdot \mathbf{n}_q = 0, \quad (2.21)$$

de tal manera que, reformulando la ecuación 2.8, la velocidad de una partícula en un punto ε y cierto tiempo t es modelada como

$$\hat{v}(t, \varepsilon) = \sum_{q,l} \mathbf{n}_{ql} \hat{v}_{ql} \cdot e^{j(kn_q \cdot \varepsilon - \omega_0 t)}, \quad (2.22)$$

donde la sumatoria en q se realiza alrededor de 4π estereorradianes, mientras que en l , alrededor de 2π radianes producto del disco perpendicular a \mathbf{n}_q . Este se forma sobre el plano $\theta\phi$ en el sistema de coordenadas esféricas conformado por los vectores ortogonales \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_θ y \mathbf{e}_ϕ . El análisis de la aleatoriedad del campo

reverberante se realiza de manera análoga al caso anteriormente expuesto. Para ello, se elige, por simplicidad en los cálculos, al eje Z como el eje de medición de la velocidad de las partículas; es decir, este se alinea con el eje axial del transductor. Por lo tanto, se obtiene dicha componente mediante

$$\hat{v}_z(t, \varepsilon) = \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{v}(\varepsilon) = \sum_{q,l} \mathbf{n}_{zql} \hat{v}_{ql} \cdot e^{j(k\mathbf{n}_q \cdot \varepsilon - \omega_0 t)} \quad (2.23)$$

donde \mathbf{n}_{zql} es el valor de la proyección de \mathbf{n}_{ql} en el eje Z, para luego calcular la autocorrelación de dicha función

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = E \left\{ \sum_{q,l} \mathbf{n}_{zql} \hat{v}_{ql} \cdot e^{j(k\mathbf{n}_q \cdot \varepsilon - \omega_0 t)} \times \sum_{q'l'} \mathbf{n}_{zq'l'} \widehat{v}_{q'l'}^* \cdot e^{-j(k\mathbf{n}_{q'} \cdot (\varepsilon + \Delta \varepsilon) - \omega_0(t + \Delta t))} \right\} \quad (2.24)$$

Se simplifica esta igualdad ya que \mathbf{n}_{zql} y \hat{v}_{ql} son variables independientes y no correlacionadas. En ese sentido, tomando la parte real de la ecuación (2.24) se obtiene que

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = V_{RMS}^2 \cdot E \left\{ \sum_{q,l} \mathbf{n}_{zql}^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k\mathbf{n}_q \cdot \Delta \varepsilon) \right\} \quad (2.25)$$

en el cual V_{RMS} es el valor cuadrático medio de la velocidad. Nuevamente, el promedio espacial de la suma sobre todas las direcciones discretas es igual al promedio de todas las ondas incidentes alrededor de 4π estereorradianes y el promedio de cada una de las direcciones perpendiculares posibles alrededor del disco de 2π radianes. De tal modo,

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = \frac{V_{RMS}^2}{4\pi} \oint\!\!\!\oint_{esfera} \frac{1}{2\pi} \oint_{disco} \mathbf{n}_{zql}^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k\mathbf{n}_q \cdot \Delta \varepsilon) d\alpha d\Omega, \quad (2.26)$$

donde $d\Omega$ es el diferencial del ángulo sólido en coordenadas esféricas y $d\alpha$ es el diferencial del ángulo en el plano $\theta\phi$.

Por otro lado, utilizando las siguientes equivalencias producto de la relación de los ejes esféricos con los ejes cartesianos, de acuerdo a la Figura 2.5

$$\widehat{\mathbf{n}}_{ql} = \cos \alpha \widehat{\boldsymbol{\phi}} + \sin \alpha \widehat{\boldsymbol{\theta}}, \quad (2.27a)$$

$$\hat{\theta} = \cos \theta \cos \phi \mathbf{e}_x + \cos \theta \sin \phi \mathbf{e}_y - \sin \theta \mathbf{e}_z, \quad (2.27b)$$

$$\hat{\phi} = -\sin \phi \mathbf{e}_x + \cos \phi \mathbf{e}_y, \quad (2.27c)$$

se obtiene que

$$(\mathbf{n}_{zql})^2 = (\mathbf{e}_z \cdot \mathbf{n}_{ql})^2 = (-\sin \alpha \sin \theta)^2. \quad (2.28)$$

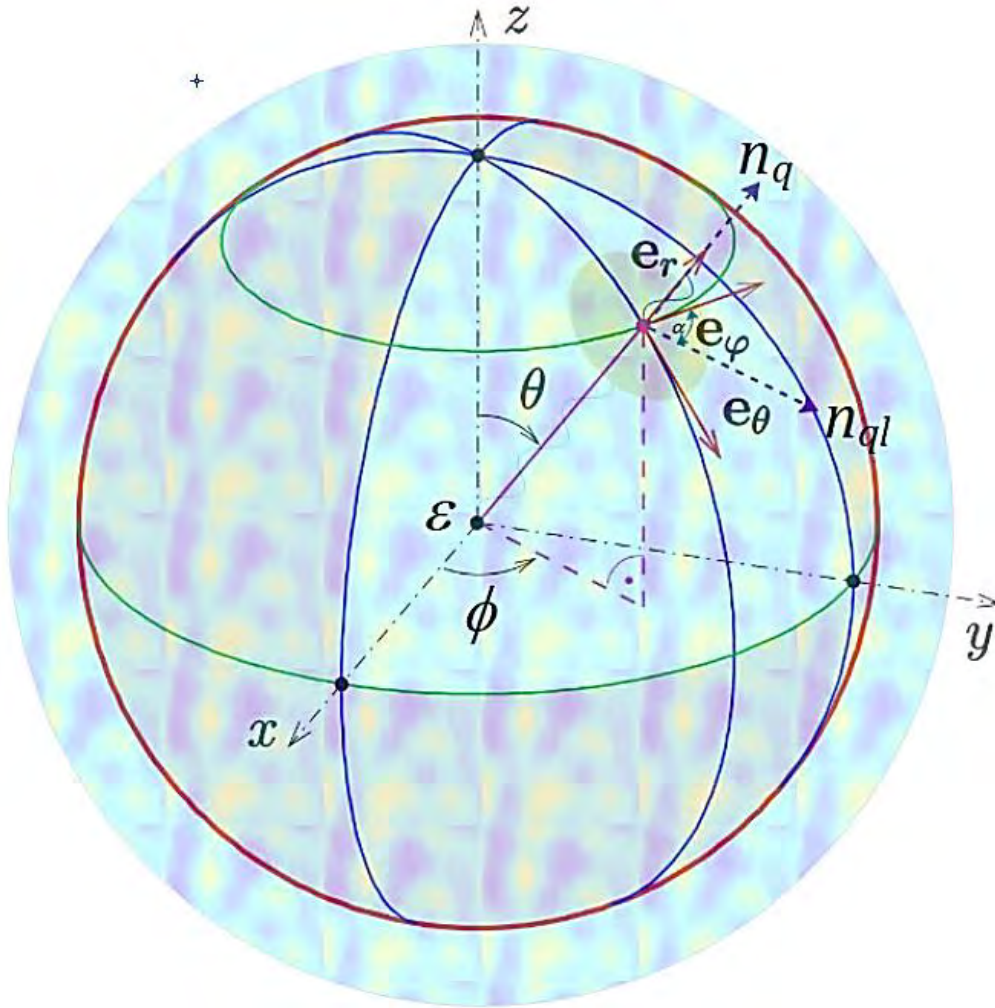


Figura 2.5. Esquema representativo de un campo reverberante, isotrópico, uniformemente distribuido de ondas de corte, propagándose al interior de un medio, donde $\hat{\mathbf{n}}_q$ es la dirección de propagación de las ondas planas, mientras que $\hat{\mathbf{n}}_{ql}$ representa la dirección del movimiento de las partículas (perpendicular a la dirección de propagación). Adaptado de [45].

Reemplazando las ecuaciones 2.18 y 2.28 en la función 2.26 se logra establecer lo siguiente

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = \frac{V_{RMS}^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (-\sin \alpha \sin \theta)^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k \mathbf{n}_q \cdot \Delta \varepsilon) d\alpha \sin \theta d\theta d\phi. \quad (2.29)$$

De acuerdo a [45], se alinea $\Delta \varepsilon$ con las direcciones axial (2.30a) y lateral (2.30b), de tal modo, se tienen 2 casos

$$\mathbf{n}_q \cdot \Delta \varepsilon_z = \Delta \varepsilon_z \cdot \cos \theta, \quad (2.30a)$$

$$\mathbf{n}_q \cdot \Delta \varepsilon_x = \Delta \varepsilon_x \cdot \sin \theta \cos \phi, \quad (2.30b)$$

por lo que se logra definir las funciones

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon_z) = \frac{V_{RMS}^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (-\sin \alpha \sin \theta)^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k \Delta \varepsilon_z \cos \theta) d\alpha \sin \theta d\theta d\phi, \quad (2.31a)$$

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon_x) = \frac{V_{RMS}^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (-\sin \alpha \sin \theta)^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k \Delta \varepsilon_x \sin \theta \cos \phi) d\alpha \sin \theta d\theta d\phi, \quad (2.31b)$$

luego, al resolver la integral triple, se obtiene

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon_z) = V_{RMS}^2 \cos(\omega_0 \Delta t) \left[\frac{j_1(k \Delta \varepsilon_z)}{k \Delta \varepsilon_z} \right], \quad (2.32a)$$

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon_x) = V_{RMS}^2 \cos(\omega_0 \Delta t) \left[\frac{j_0(k \Delta \varepsilon_x)}{2} - \frac{j_1(k \Delta \varepsilon_x)}{2k \Delta \varepsilon_x} \right], \quad (2.32b)$$

donde, j_0 y j_1 son las funciones esféricas de Bessel del primer tipo de órdenes cero y uno, respectivamente.

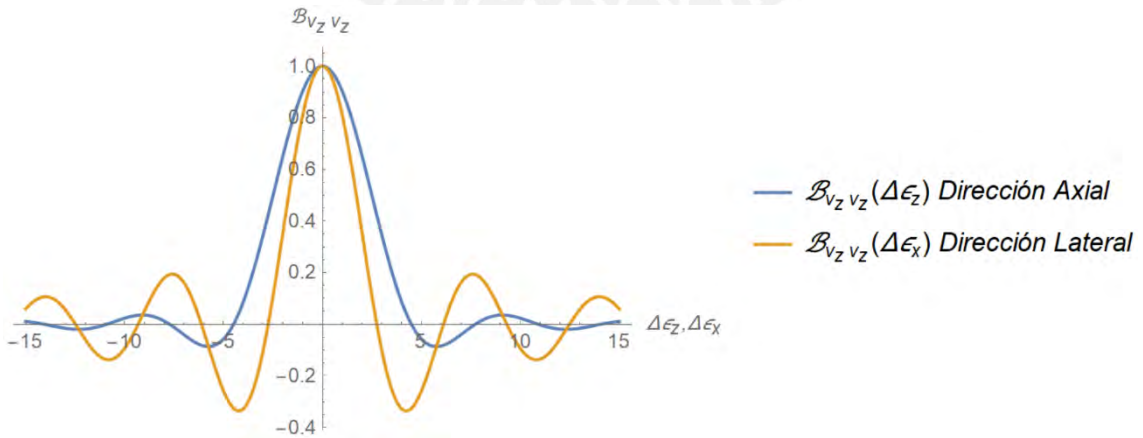


Figura 2.6. Gráficas normalizadas de las autocorrelaciones en el eje axial y lateral de la velocidad proyectada en el eje Z con k igual a 1.

Por tanto, similarmente al acápite anterior, se puede decir que se logra un campo reverberante homogéneo, si las autocorrelaciones (en las direcciones axial y lateral) de la velocidad de las partículas proyectada en el eje de medición se asemejan a las funciones esféricas de Bessel mostradas en la Figura 2.6. Las funciones de autocorrelación son calculadas y se realiza el ajuste a las ecuaciones 2.32 para estimar k (número de onda o frecuencia espacial).

Por otro lado, Parker et al. [4] plantearon otra manera de estimar dicho parámetro, al analizar las funciones calculadas en el espectro de frecuencias. Es decir, se analiza la densidad espectral de la velocidad de las partículas (el cual nos indica la entropía de la señal estimada). A partir de ello, en la presente tesis se propone seguir dicho método con el modelo matemático planteado en [8]. Así, tomando la parte espacial de las funciones $B_{v_z v_z}$, se obtiene

$$\mathfrak{S} \left\{ \frac{j_1(k\Delta\varepsilon_z)}{k\Delta\varepsilon_z} \right\} = \frac{\pi(k^2 - s^2)}{2k^3}, \quad -k < s < k, \quad (2.33a)$$

$$\mathfrak{S} \left\{ \frac{j_0(k\Delta\varepsilon_z)}{2} - \frac{j_1(k\Delta\varepsilon_z)}{2k\Delta\varepsilon_z} \right\} = \frac{\pi(k^2 + s^2)}{4k^3}, \quad -k < s < k, \quad (2.33b)$$

donde $\mathfrak{S}\{\cdot\}$ es la Transformada de Fourier espacial y s es la variable en el dominio de frecuencia espacial. Ambas son limitadas en frecuencia por el parámetro k , con lo que podemos aplicar el segundo momento (m_s^2) de las ecuaciones 2.33, de tal manera que

$$m_s^2 = \int_{-k}^k s^2 \cdot \frac{\pi(k^2 - s^2)}{2k^3} ds = \frac{2\pi}{15} k^2, \quad (2.34a)$$

$$m_s^2 = \int_{-k}^k s^2 \cdot \frac{\pi(k^2 + s^2)}{4k^3} ds = \frac{4\pi}{15} k^2, \quad (2.34b)$$

además, se puede demostrar que el segundo momento de una transformada se relaciona con la segunda derivada de la función original de la siguiente manera

$$m_s^2 = \int_{-k}^k s^2 \cdot \mathfrak{S}\{f\}_{(s)} ds = -2\pi f''(0), \quad (2.35)$$

y aproximando la segunda derivada a una diferencia finita centrada se concluye que

$$m_s^2 = \frac{4\pi[B_{v_z v_z}(0) - B_{v_z v_z}(\Delta\varepsilon)]}{\Delta\varepsilon^2}, \quad (2.36)$$

puesto que $B_{v_z v_z}$ es par. Reemplazando m_s^2 por lo obtenido en las ecuaciones 2.34 y normalizando la función de autocorrelación, se deduce que

$$|k_z|^2 = C_z[Re\{B_{v_z v_z}(0)\} - Re\{B_{v_z v_z}(\Delta z)\}], \quad (2.37a)$$

$$|k_x|^2 = C_x[Re\{B_{v_z v_z}(0)\} - Re\{B_{v_z v_z}(\Delta x)\}], \quad (2.37b)$$

donde $C_z = \frac{10}{\Delta z^2 \cdot B_{v_z v_z}(0)}$ y $C_x = \frac{5}{\Delta x^2 \cdot B_{v_z v_z}(0)}$.

Finalmente, podemos calcular el valor estimado de k mediante

$$k = \frac{k_z + k_x}{2}, \quad (2.38)$$

con el fin de mostrar el mapa de velocidades de ondas de corte, a través de la siguiente igualdad

$$C_s = \frac{2\pi f_v}{k}, \quad (2.39)$$

donde f_v es la frecuencia de vibración del campo reverberante formado. Se toma el promedio de los valores de k_z y k_x estimados, bajo la suposición de que el medio analizado es homogéneo e isotrópico. En conclusión, el presente método resulta sencillo de implementar, debido a las aproximaciones utilizadas. Así mismo, se debe recordar que la autocorrelación varía con el $\cos(\omega_0 \Delta t)$, por lo cual, los datos pueden ser adquiridos a $\Delta t = N \frac{\pi}{\omega_0}$ con $N = 0,1,2 \dots$, a fin de reducir el ruido [4].

2.1.3 Composición coherente de ondas planas

Dada la necesidad de obtener datos en tiempo real de la vibración inducida en el tejido, se utilizó imágenes ultrasónicas con alta tasa de cuadros por segundo.

Para ello se empleó ultrasonido ultrarrápido bajo el método de composición coherente de ondas planas [51].

Típicamente, las imágenes de ultrasonido son adquiridas gracias a la formación de haces ultrasónicos enfocados, los cuales son transmitidos y recibidos línea por línea. Esto produce que la frecuencia de adquisición rodee las 30 a 40 cuadros por segundo. Sin embargo, durante los últimos años se ha desarrollado el método de composición de ondas planas, el cual consiste en emitir un conjunto de ondas planas utilizando todos los elementos del transductor y sumarlos considerando los respectivos retardos de tiempo. Por consiguiente, la imagen es formada gracias a la contribución de los ecos producidos por las heterogeneidades del medio.

De esta manera, se considera al eje x como la dirección paralela al arreglo de transductores y al eje z como la dirección de profundidad del medio. Luego, se establece que el tiempo de emisión hacia el punto (x, z) y de recepción del eco por el transductor ubicado en x_1 está dado por

$$\tau(x_1, x, z) = \frac{z + \sqrt{z^2 + (x - x_1)^2}}{C}, \quad (2.40)$$

donde C es la velocidad del sonido en el medio, el cual asumimos constante.

Cada punto (x, z) es obtenido mediante a la adición coherente de cada una de las señales $RF(x_1, t)$, considerando los retrasos correspondientes, y sumándolos en x_1 . Por lo tanto, la imagen es definida mediante la siguiente igualdad

$$S(x, z) = \int_{x-a}^{x+a} RF(x_1, \tau(x_1, x, z)) dx_1, \quad (2.41)$$

donde la apertura $2a$ es tomada en cuenta para los elementos que contribuyen a la señal y siempre es menor a la longitud del arreglo de transductores.

Este método brinda la mayor cantidad de tramas por segundo, sin embargo, el contraste es pobre. Esto puede ser superado, mediante la emisión de ondas planas con cierto ángulo de inclinación α . Por consiguiente, el nuevo tiempo de retardo se define como

$$\tau(\alpha, x_1, x, z) = \tau_{em} + \tau_{rec}, \quad (2.42)$$

donde τ_{em} es el tiempo de emisión y τ_{rec} , el tiempo de recepción de la señal.

Estos valores se calculan mediante

$$\tau_{em} = \frac{z \cos \alpha + x \sin \alpha}{C}, \quad (2.43a)$$

$$\tau_{rec} = \frac{\sqrt{z^2 + (x - x_1)^2}}{C}. \quad (2.43b)$$

Finalmente, la imagen es obtenida mediante 2.41. Esta modificación, aumenta la calidad de imagen, disminuyendo la frecuencia de adquisición.

En conclusión, en la presente tesis, se utilizó el método de composición de ondas planas, con el fin de obtener una alta tasa de cuadros por segundo y que la resolución sea uniforme en toda la región de interés.

2.2 Modelo de solución

Luego de analizar brevemente la teoría en la que se basa el método de elastografía por campo reverberante de ondas de corte, se delinear los pasos a seguir con el fin de cumplir los objetivos de la tesis. El objetivo principal del presente trabajo es evaluar la generación de campo reverberante de ondas de corte en medios homogéneos en función del número y posición de las fuentes de vibración externa, en una geometría particular. Para ello se sigue el esquema de solución utilizando el método de Monte Carlo, para las simulaciones numéricas, y el método de combinatoria extrema, para los experimentos con phantom.

2.2.1 Simulaciones numéricas

Primero, se realiza una simulación numérica de un campo reverberante ideal, aplicado en un medio cúbico, homogéneo y elástico. Con ello, se evalúan distintos escenarios diferenciados por la cantidad de ondas incidentes. Esta evaluación se realiza utilizando el Método de Monte Carlo.

2.2.1.1 Método de Monte Carlo

El método de Monte Carlo es una simulación estadística cuantitativa, en donde se realiza el muestreo sistemático de variables aleatorias involucradas, directa o indirectamente, en algún proceso o sistema. Se desarrolla a partir de un modelo matemático de dicho proceso, con el cual se conducen experimentos iterativos para analizar su comportamiento [52].

A partir del proceso mostrado en la Figura 2.7, se diseñan los experimentos para las simulaciones numéricas. El modelo matemático que se utiliza se basa en la ecuación (2.23), el cual se interpreta como una sumatoria de “ n ” ondas de corte incidentes. Las variables aleatorias de entrada consideradas son el vector de dirección de propagación (\mathbf{n}_q) y el vector de dirección de desplazamiento (\mathbf{n}_{ql}), quienes, a su vez, dependen de los ángulos α, θ, ϕ . Además, se consideran la magnitud de la velocidad de desplazamiento de las partículas (\hat{v}_{ql}), la frecuencia de vibración ($\omega_0 = 2\pi f_v^{simulación}$), el número de onda ($k = \frac{\omega_0}{c_s}$) y la fase (φ). El campo reverberante se forma dentro de un medio cúbico homogéneo delimitado,

durante un intervalo de tiempo t . La elasticidad del medio se define a través de la velocidad de propagación de las ondas de corte (C_s).

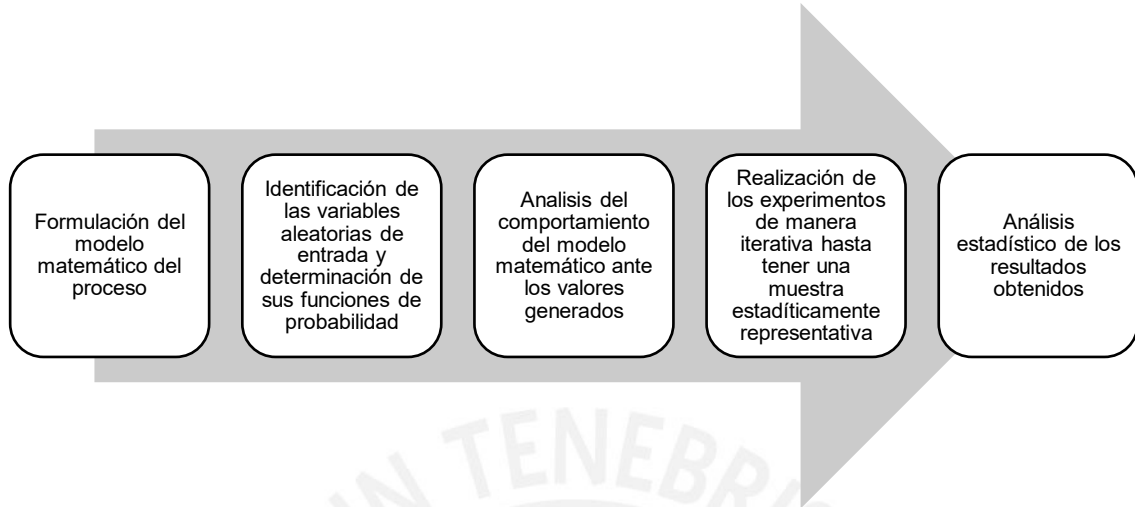


Figura 2.7. Pasos a seguir para la correcta implementación de la simulación de Monte Carlo [53]

Luego, se realiza un experimento de generación de campo reverberante, en el cual se registra la velocidad de partículas para cada punto del espacio en el tiempo $t = 0$. Se analiza su comportamiento tomando el plano XZ ($y = 0$) para evaluar su autocorrelación. De este resultado, se toman los perfiles axial ($B_{v_z v_z}(\Delta x = 0, \Delta z)$) y lateral ($B_{v_z v_z}(\Delta x, \Delta z = 0)$) y se les aplica tres estimadores de elasticidad: el ajuste de curva a las funciones de autocorrelación teóricas presentadas en la ecuación 2.32 [8], la aproximación del número de onda utilizada por [3], [4], [6] y la aproximación modificada del número de onda propuesta en la presente tesis, basada en el nuevo modelo matemático presentado en [8] y utilizando el procedimiento de aproximación propuesto por [4].

Como resultado del primer estimador se obtienen los Coeficientes de determinación (R^2) tanto para la dirección axial (R_{axial}^2) como lateral ($R_{lateral}^2$). Estos se calculan mediante

$$R^2 = 1 - \frac{\sigma_r^2}{\sigma^2}, \quad (2.44)$$

donde σ_r^2 es la varianza de los valores residuales, mientras que σ^2 es la varianza de la variable dependiente. Este valor nos indica la bondad del ajuste al modelo

teórico y que, por definición, $R^2 \in [0,1]$. Así mismo, para cada estimador se obtiene el valor de k_{axial} , $k_{lateral}$ y $k_{promedio}$ y, así, el valor estimado de C_s . El error relativo con respecto al valor real de la velocidad de las ondas de corte para la simulación se logra mediante

$$\% \text{ error} = \frac{|C_s \text{ real} - C_s \text{ estimado}|}{C_s \text{ real}} \times 100\%, \quad (2.45)$$

En la presente tesis, se postula como parámetros de calidad a los coeficientes de determinación (R_{axial}^2 y $R_{lateral}^2$), dado que estos nos indican, numéricamente, cuánto se asemeja el campo reverberante generado al campo difuso deseado. Por ello, se considera como campo válido a aquellos eventos cuyos coeficientes de determinación superen ciertos valores umbrales definidos arbitrariamente ($R_{axial}^2 > R_{axial}^2 \text{ umbral}$ y $R_{lateral}^2 > R_{lateral}^2 \text{ umbral}$).

Finalmente, este proceso se realiza iterativamente hasta tener una muestra estadísticamente representativa de \aleph eventos. Los resultados se analizan mediante el cálculo de la distribución, la media, desviación estándar y el error relativo con respecto a los valores reales de la simulación.

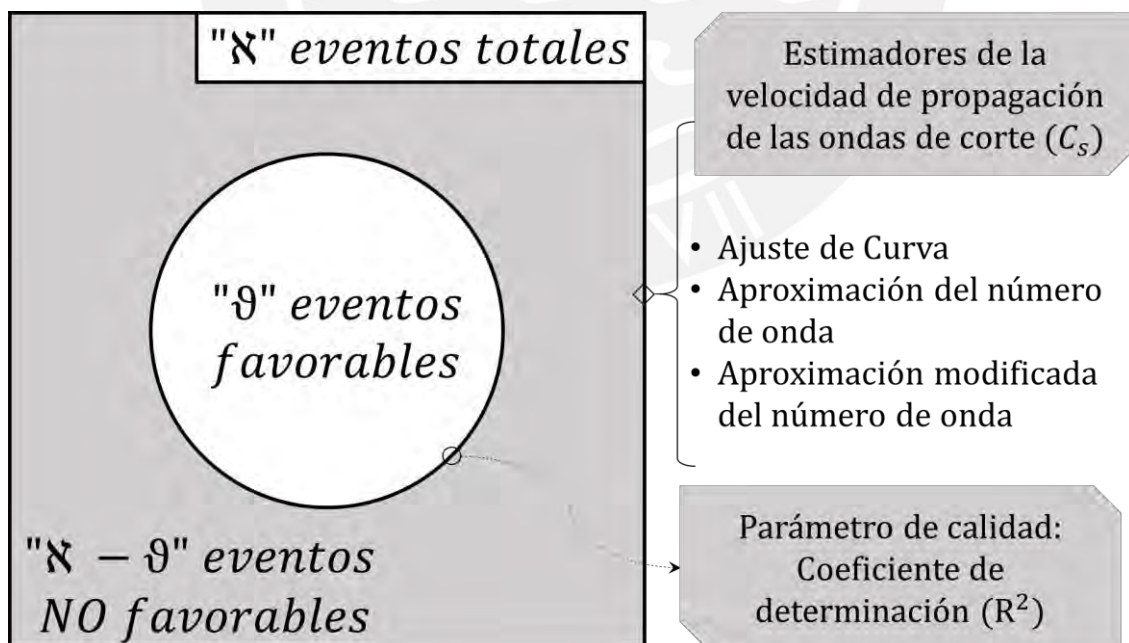


Figura 2.8. Esquema representativo de los resultados obtenidos mediante el Método de Monte Carlo para un escenario con n ondas incidentes.

2.2.2 Experimentos con maniquí de gelatina

Por otro lado, se realizan experimentos con maniquí de gelatina con el fin de validar el efecto de superposición de ondas para la formación de campo reverberante y evaluar su generación. Este objetivo se resuelve mediante un estudio de combinatoria extrema.

2.2.2.1 Combinatoria extrema

El método combinatoria extrema, consiste en determinar, para un conjunto S , el listado de subconjuntos posibles que cumplan con una condición previamente establecida [54]. En particular, se determina la cantidad y posición de fuentes de vibración para la formación de un campo reverberante que permita una correcta estimación.

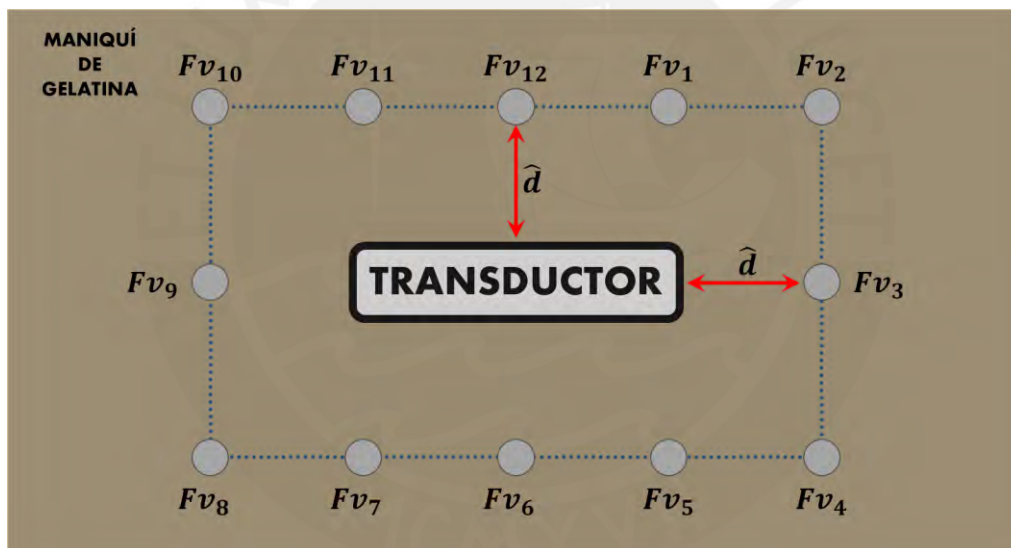


Figura 2.9. Vista superior del maniquí de gelatina, donde se representan las 12 ubicaciones posibles en donde se coloca una fuente de vibración.

Se establecen 12 posiciones en la cara superior del maniquí de gelatina a una distancia \hat{d} del transductor, en la que se logra el máximo valor de presión en el centro de la región de interés. Se registra el efecto producido por la fuente de vibración normal ubicada en cada una de las posiciones (Figura 2.9), induciendo ondas de corte a una frecuencia determinada ($f_v = f_v^{\text{simulación}}$). De esta manera, se establece el conjunto

$$S = \{Fv_1, Fv_2, Fv_3, Fv_4, Fv_5, Fv_6, Fv_7, Fv_8, Fv_9, Fv_{10}, Fv_{11}, Fv_{12}\} \quad (2.45)$$

que contiene a cada uno de los eventos determinados cuando la fuente de vibración se ubica en la posición Fv_n .

Se superponen los efectos, formando grupos de n casos, donde $n = 1,2,3 \dots 12$. Se analiza la existencia de campo reverberante homogéneo en cada uno de los $2^{n(s)} - 1$ subconjuntos posibles (4095 casos, en total), mediante el mismo criterio utilizado en las simulaciones. Finalmente se estima la velocidad de propagación de las ondas de corte para cada evento válido y se observa las estadísticas de los valores obtenidos.

2.2.2.2 Procedimiento general para la estimación de la elasticidad

Con el fin de estimar la elasticidad de cierto tejido estudiado, se sigue de manera general el procedimiento planteado por [3], en el cual, estima la velocidad de ondas de corte, extrayendo la fase y reduciendo la magnitud a la unidad. Esto es equivalente a la idealización del campo reverberante isotrópico perfectamente distribuido.

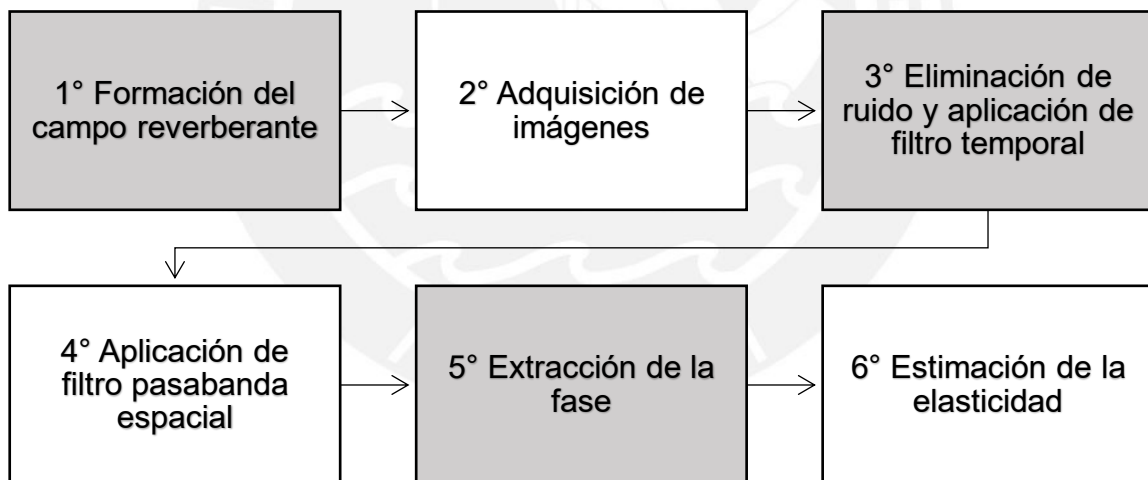


Figura 2.10. Cuadro de flujo que indica los pasos a seguir para estimar la elasticidad de cierto tejido estudiado. Adaptado de [3]

De acuerdo a la Figura 2.10, se forma el campo reverberante de ondas de corte mediante el uso de fuentes de vibración externa, luego se adquiere las imágenes mediante un ecógrafo de investigación y se realiza el procesamiento con los datos adquiridos. Finalmente, el valor de la elasticidad se logra mediante los tres estimadores.

CONCLUSIONES

Se logró describir el fundamento teórico y el modelo de solución para la realización futura del estudio experimental para evaluar la generación de campo reverberante de ondas de corte en función del número y posición de fuentes de vibración externa en medios homogéneos. A partir de esto, se concluye lo siguiente.

Primero, se propone como parámetro de calidad el coeficiente de determinación (R^2), como resultado del ajuste de curva de los perfiles axiales y laterales a sus respectivas funciones de autocorrelación teóricas. Así, se establecen valores umbrales para determinar la existencia de campo difuso.

Segundo, se plantea un nuevo estimador a partir del análisis de la densidad espectral hecho en [4], considerando el modelo teórico de campo reverberante planteado por [8]. Como resultado se obtiene la aproximación modificada del número de onda, cuyo aporte radica en la utilización de nuevas constantes que se desprenden del procedimiento descrito en la sección 2.1.2.2 ($C_z = 10$ y $C_x = 5$).

Tercero, se describen las simulaciones numéricas a partir del método de Monte Carlo. Cada escenario a evaluar corresponde a un determinado número de ondas de corte incidentes con amplitud, dirección y fase aleatorias. Se generarán "N" eventos totales para cada escenario. En cada uno de ellos se evaluará el desempeño de tres estimadores de velocidad de propagación de ondas de corte: el ajuste de curva (CF), la aproximación del número de onda (AoW) y la aproximación modificada del número de onda (MAoW). A partir de criterios de umbralización se calcula la probabilidad de generar un campo que cumpla con las condiciones establecidas con base en los coeficientes de determinación.

Cuarto, se describen los experimentos con maniquí de gelatina en el cual se evalúa, mediante el método de combinatoria extrema, el efecto de superposición de fuentes de vibración externa. Asimismo, se evalúa el desempeño de los tres estimadores y se halla la probabilidad de generar un campo reverberante mediante la misma metodología aplicada en las simulaciones numéricas.

Finalmente, se utilizará el método planteado por [3] para la estimación de la elasticidad en los experimentos físicos, el cual consiste en extraer la fase con el fin de reducir la magnitud a la unidad que equivale a un campo reverberante isotrópico perfectamente distribuido.



RECOMENDACIONES

- La elasticidad del medio en las simulaciones numéricas se establece mediante la velocidad de propagación de las ondas de corte (C_s). Este valor debe ser escogido considerando un rango entre 0.7 m/s y 5 m/s. Dado que es el intervalo en que C_s , comúnmente, se indica en la literatura para los tejidos blandos. Por ello, se seleccionará el valor de 2.5 m/s, correspondiente al del tejido mamario en la escala 1 del sistema de clasificación BI-RADS [7] y al maniquí calibrado de mama usado en [34], [35] y [53] (Modelo 509, CIRS, Norfolk, VA, USA).
- La elasticidad del maniquí de gelatina debe de ser aproximadamente igual al C_s utilizado en las simulaciones numéricas. Para ello se fabricará un maniquí con 6% de concentración de gelatina. Se recomienda realizar mediciones mecánicas de esfuerzo-deformación para cuantificar la rigidez del maniquí.
- Se analizará una única frecuencia de vibración (400 Hz) para ambos métodos, con el fin de obtener resultados comparables entre las simulaciones y los experimentos físicos. Además, se propone el uso del criterio de camino libre medio (*mean free path*) [7] para poder establecer una relación cuantitativa entre el número de ondas incidentes y la cantidad de puntos de contacto entre la fuente de vibración y el medio a analizar.
- Para los métodos de Monte Carlo y de combinatoria extrema se realizará una medición simple dada la magnitud de información a procesar. Para ello se escogerá el tamaño de ventana más conveniente a partir de lo reportado en la literatura. De acuerdo con [8], el mínimo tamaño de ventana para la estimación de la velocidad debe ser de media longitud de onda.
- Se compararán algunas imágenes elastográficas representativas en función de los mapas de C_s y R^2 para analizar la homogeneidad espacial de los estimadores.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] T. Shiina *et al.*, “WFUMB Guidelines and Recommendations for Clinical Use of Ultrasound Elastography: Part 1: Basic Principles and Terminology,” *Ultrasound in Medicine & Biology*, vol. 41, no. 5, pp. 1126–1147, 2015.
- [2] R. M. S. Sigrist, J. Liau, A. El Kaffas, M. C. Chammas, and J. K. Willmann, “Ultrasound elastography: Review of techniques and clinical applications,” *Theranostics*, vol. 7, no. 5, pp. 1303–1329, 2017.
- [3] J. Ormachea, B. Castaneda, and K. J. Parker, “Shear wave speed estimation using reverberant shear wave fields: Implementation and feasibility studies,” *Ultrasound in Medicine and Biology*, vol. 44, no. 5, pp. 963–977, 2018.
- [4] K. J. Parker, J. Ormachea, F. Zvietcovich, and B. Castaneda, “Reverberant shear wave fields and estimation of tissue properties,” *Physics in Medicine and Biology*, vol. 62, no. 3, pp. 1046–1061, 2017.
- [5] J. Ormachea, K. J. Parker, and R. Barr, “An initial study of complete 2D shear wave dispersion images using a reverberant shear wave field,” 2019.
- [6] J. Ormachea, K. J. Parker, and R. G. Barr, “An initial study of complete 2D shear wave dispersion images using a reverberant shear wave field,” *Physics in Medicine and Biology*, 2019.
- [7] J. Ormachea, “Viscoelastic Tissue Characterization Based on Harmonic and Transient ShearWave Elastography,” pp. 92–96, 2020.
- [8] F. Zvietcovich, P. Pongchalee, P. Meemon, J. P. Rolland, and K. J. Parker, “Reverberant 3D optical coherence elastography maps the elasticity of individual corneal layers,” *Nature Communications*, vol. 10, no. 4895, pp. 1–13, 2019.
- [9] K. J. Parker, M. M. Dooley, and D. J. Rubens, “Corrigendum: Imaging the elastic properties of tissue: the 20 year perspective,” *Physics in Medicine and Biology*, vol. 57, no. 16, pp. 5359–5360, 2012.

- [10] M. S. Taljanovic *et al.*, "Shear-wave elastography: Basic physics and musculoskeletal applications," *RadioGraphics*, vol. 37, no. 3, pp. 855–870, 2017.
- [11] J. F. Greenleaf, M. Fatemi, and M. Insana, "Selected methods for imaging elastic properties of biological tissues," *Annual review of biomedical engineering*, vol. 5, pp. 57–78, 2003.
- [12] A. P. Sarvazyan *et al.*, "Biophysical Bases of Elasticity Imaging," 2012.
- [13] R. G. Barr *et al.*, "WFUMB Guidelines and Recommendations on the Clinical Use of Ultrasound Elastography: Part 5. Prostate," *Ultrasound in Medicine & Biology*, vol. 43, no. 1, pp. 27–48, 2017.
- [14] J. J. Arroyo Barboza, "Generación de patrones de interferencia utilizando sonoelastografía cuantitativa bajo el principio de holografía," Pontificia Universidad Católica del Perú, 2017.
- [15] A. C. Saavedra, "Comparación de técnicas de elastografía cuantitativa basadas en vibración mecánica externa en equipos ultrasónicos de investigación con diferentes rangos de frecuencia," Pontificia Universidad Católica del Perú, 2015.
- [16] G. Torres, "Caracterización de un ecógrafo de investigación para aplicaciones en sonoelastografía," Pontificia Universidad Católica del Perú, 2014.
- [17] Z. Wu, "Shear wave interferometry and holography, an application of sonoelastography," University of Rochester, 2005.
- [18] B. S. Garra *et al.*, "Elastography of breast lesions: initial clinical results.," *Radiology*, 1997.
- [19] T. J. Hall, Y. Zhu, and C. S. Spalding, "In vivo real-time freehand palpation imaging," *Ultrasound in Medicine and Biology*, 2003.
- [20] J. Luo, K. Fujikura, and E. E. Konofagou, "Detection of murine infarcts using myocardial elastography at both high temporal and spatial resolution.," in

- IEEE Ultrasonics Symposium*, 2006, vol. 1, pp. 752–755.
- [21] J. Ophir, I. Céspedes, H. Ponnekanti, Y. Yazdi, and X. Li, “Elastography: A quantitative method for imaging the elasticity of biological tissues,” *Ultrasonic Imaging*, 1991.
- [22] M. Fatemi and J. F. Greenleaf, “Vibro-acoustography: An imaging modality based on ultrasound-stimulated acoustic emission,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 96, no. 12, pp. 6603–6608, 1999.
- [23] M. Fatemi and J. F. Greenleaf, “Ultrasound-stimulated vibro-acoustic spectrography,” *Science*, vol. 280, no. 82, pp. 82–85, 1998.
- [24] K. Nightingale, S. McAleavey, and G. Trahey, “Shear-wave generation using acoustic radiation force: In vivo and ex vivo results,” *Ultrasound in Medicine and Biology*, vol. 29, no. 12, pp. 1717–1723, 2003.
- [25] A. C. Sharma, M. S. Soo, G. E. Trahey, and K. R. Nightingale, “Acoustic radiation force impulse imaging of in vivo breast masses,” in *IEEE Ultrasonics Symposium, 2004*, 2004, vol. 1, pp. 728-731 Vol.1.
- [26] S. E. Salcudean, D. French, S. Bachmann, R. Zahiri-Azar, X. Wen, and W. J. Morris, “Viscoelasticity modeling of the prostate region using vibro-elastography,” pp. 389–396, 2006.
- [27] A. Manduca *et al.*, “Magnetic resonance elastography: non-invasive mapping of tissue elasticity.,” *Medical image analysis*, 2001.
- [28] D. Klatt, C. Friedrich, Y. Korth, R. Vogt, J. Braun, and I. Sack, “Viscoelastic properties of liver measured by oscillatory rheometry and multifrequency magnetic resonance elastography,” *Biorheology*, vol. 47, pp. 133–141, 2010.
- [29] S. Chatelin *et al.*, “In vivo liver tissue mechanical properties by transient elastography: Comparison with dynamic mechanical analysis,” *Biorheology*, vol. 48, pp. 75–88, 2011.
- [30] J. Bercoff *et al.*, “In vivo breast tumor detection using transient

- elastography,” *Ultrasound in Medicine and Biology*, 2003.
- [31] B. Castaneda, “Extracting information from sonoelastographic images,” University of Rochester, 2009.
- [32] B. Castaneda *et al.*, “Prostate cancer detection using crawling wave sonoelastography,” *Medical Imaging 2009: Ultrasonic Imaging and Signal Processing*, vol. 7265, no. 13, pp. 1–10, 2009.
- [33] M. Zhang *et al.*, “Congruence of Imaging Estimators and Mechanical Measurements of Viscoelastic Properties of Soft Tissues,” *Ultrasound in Medicine and Biology*, vol. 33, no. 10, pp. 1617–1631, 2007.
- [34] A. C. Saavedra, J. Arroyo, F. Zvietcovich, R. J. Lavarello, and B. Castaneda, “In vivo estimation of the Young’s modulus in normal human dermis,” in *Proceedings of the Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, EMBS*, 2018, vol. 2018-July, pp. 3456–3459.
- [35] K. D. Mohan and A. L. Oldenburg, “Elastography of soft materials and tissues by holographic imaging of surface acoustic waves.,” *Optics express*, 2012.
- [36] S. Chen *et al.*, “Shear wave dispersion ultrasound vibrometry (SDUV) for measuring tissue elasticity and viscosity,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 56, no. 1, pp. 55–62, 2009.
- [37] P. Song *et al.*, “Two-dimensional shear-wave elastography on conventional ultrasound scanners with time-aligned sequential tracking (TAST) and comb-push ultrasound shear elastography (CUSE),” *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol. 62, no. 2, pp. 290–302, Feb. 2015.
- [38] J. H. Langdon, E. Elegbe, and S. A. McAleavey, “Single tracking location acoustic radiation force impulse viscoelasticity estimation (STL-VE): A method for measuring tissue viscoelastic parameters,” *IEEE transactions*

- on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol. 62, no. 7, pp. 1225–1244, Jul. 2015.
- [39] K. G. Sabra, S. Conti, P. Roux, and W. A. Kuperman, “Passive in vivo elastography from skeletal muscle noise,” *Applied Physics Letters*, vol. 90, no. 19, p. 194101, May 2007.
- [40] J. Ormachea, R. G. Barr, and K. J. Parker, “2-D Shear wave dispersion images using the reverberant shear wave field approach: Application in tissues exhibiting power law response,” in *IEEE International Ultrasonics Symposium, IUS*, 2019.
- [41] J. D. Bronzino, *The biomedical engineering handbook*, Third Edit. Florida: CRC Press, 2006.
- [42] D. J. Santos Llave, “Diseño e implementación de un sistema de adquisición de datos ultrasónicos en un FPGA,” Pontificia Universidad Católica del Perú, 2013.
- [43] H. Zhao *et al.*, “Liver elasticity imaging using external Vibration Multi-directional Ultrasound Shearwave Elastography (EVMUSE),” in *IEEE International Ultrasonics Symposium, IUS*, 2014.
- [44] H. Zhao *et al.*, “External vibration multi-directional ultrasound shearwave elastography (EVMUSE): Application in liver fibrosis staging,” *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2014.
- [45] F. Zvietcovich, P. Pongchalee, P. Meemon, J. P. Rolland, and J. Parker, “Supplementary information for: ‘ Reverberant 3D Optical Coherence Elastography (Rev3D-OCE): A novel method for the elasticity mapping of individual layers in cornea .’”
- [46] A. D. Pierce, *Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications. 1989 Edition.* 1990.
- [47] A. Carrión Isbert, *Diseño acústico de espacios arquitectónicos.* 2001.
- [48] T. L. Szabo, *Diagnostic ultrasound imaging: inside out.* California: Elsevier

Inc., 2004.

- [49] R. K. Cook, R. V. Waterhouse, R. D. Berendt, S. Edelman, and M. C. Thompson, "Measurement of Correlation Coefficients in Reverberant Sound Fields," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 27, no. 6, pp. 1072–1077, 1955.
- [50] K. J. Parker and B. A. Maye, "Partially coherent radiation from reverberant chambers," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 76, no. 1, pp. 309–313, 2005.
- [51] M. Tanter and M. Fink, "Ultrafast imaging in biomedical ultrasound," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 61, no. 1, pp. 102–119, 2014.
- [52] D. Taco-Mena, M. Gutiérrez-Ojeda, A. Castillo-Reyes, and J. Iñiguez-Izquierdo, "Determinación del número óptimo de iteraciones para las simulaciones por el método de Montecarlo.," *Determination of the optimal iterations number for the simulations by the Montecarlo method.*, no. 2, Publicaciones Dyna SL, pp. 129–130, Mar-2019.
- [53] D. P. Landau and K. Binder, *A Guide to Monte Carlo Simulations in Statistical Physics*. 2014.
- [54] N. Alon and M. Krivelevich, "Extremal and probabilistic combinatorics," in *The Princeton Companion to Mathematics*, 2010.