

**MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LA LUBRICACIÓN
ELASTOHIDRODINÁMICA EN ENGRANAJES RECTOS**

ING. RAFAEL ANTONIO RAMÍREZ RESTREPO

PhD. HERIBERTO MAURY RAMÍREZ

**UNIVERSIDAD DEL NORTE
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA MECÁNICA**

2013

**MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LA LUBRICACIÓN
ELASTOHIDRODINÁMICA EN ENGRANAJES RECTOS**

ING. RAFAEL ANTONIO RAMÍREZ RESTREPO

Proyecto de grado para optar al título de

Magíster en Ingeniería Mecánica

DIRECTOR

PhD. HERIBERTO MAURY RAMÍREZ

UNIVERSIDAD DEL NORTE

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

MAESTRÍA EN INGENIERÍA MECÁNICA

2013

Nota de aceptación:

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

A Dios, por regalarnos el don de la vida, por enseñarnos que todo es posible.

A mi esposa Esther Beatriz Tapiero Ferrer su amor y comprensión.

A mis hijas, Karen y Natalia por su maravillosa presencia en mi vida.

A mis hermanos Lira, Elizabeth, María y Miguel por su amor y apoyo incondicional.

Rafael

AGRADECIMIENTOS

Al ingeniero Heriberto Maury, por su paciencia, dedicación y grandes aportes con sus conocimientos a mi vida profesional y así mismo a mi proyecto de grado,

Al cuerpo de docentes que me acompañó en este proceso por todos sus aportes en mi formación, sus consejos y apoyo: Jaime Torres, Ricardo Vásquez, Marco Sanjuán, Antonio Bula, Lesme Corredor, Humberto Gómez, Jovanny Pacheco, Roque Hernández.

A mis amigos Jesith Pabon Avila, James Díaz González, Alla Caneva, Cristian Pedraza Yepes, Antonio Saltarín Jiménez, Argemiro Palencia, quienes me han apoyado e impulsado para no desistir y me han brindado su consejo, amistad y colaboración.

A todos mis compañeros de las diferentes promociones.

TABLA DE CONTENIDO

1.	INTRODUCCIÓN	17
1.1	Objetivo	22
1.2	Justificación	22
1.3	Metodología	23
1.3.1	Etapa de exploración y análisis de la información	24
1.3.2	Etapa de planteamiento de los modelos teóricos.....	24
1.3.3	Etapa de planteamiento del método de solución de modelos propuestos	24
1.3.4	Descripción y análisis de los resultados	24
1.4	Resumen analítico	25
1.5	Conceptos básicos de tribología y Lubricación	27
1.5.1	Contacto entre sólidos.....	29
1.6	Lubricación	32
1.6.1	Modos de Lubricación	38
1.7	Modelo de Reynolds-Hertz para la LEH	42
1.7.1	Ecuación de Reynolds	42
1.7.2	La ecuación de deformación elástica	46
1.7.3	Geometría de los cuerpos en contacto	47
1.7.4	Desplazamientos elásticos.....	50
1.8	Engranajes	51
1.9	Lubricación de engranajes.....	56
1.9.1	Lubricantes para engranajes.....	56
1.9.2	Tipos de lubricantes.....	56
1.9.3	Métodos de Lubricación	57
2.	Modelo matemático.....	58
2.1	Sistema modelizado	59
2.2	Planteamiento de la física del modelo.....	61
2.3	Planteamiento del modelo Matemático.....	64
2.3.1	Dinámica y térmica de Fluidos del sistema Aire-Lubricante	65
2.3.2	Ecuaciones constitutivas para el lubricante	68
2.3.3	Termo-elasto-mecánica del Engranaje	70

2.3.4	Ecuaciones constitutivas para el piñón y la rueda	71
2.3.5	Interacciones de interfase	73
2.3.6	Condiciones de frontera	75
2.3.7	Condiciones iniciales.....	77
3.	Implementación computacional.....	78
3.1	Enfoques computacionales y algorítmicos	79
3.1.1	Interacción fluido estructura (IFE): Enfoque particionado.....	79
3.1.2	Dominios y mallas móviles y deformables: Formulación Lagrangiana-Euleriana Arbitraria (LEA).....	80
3.1.3	Dinámica de superficies libres: Método de volumen de Fluido (MVF).	81
3.2	Pre-proceso	82
3.2.1	Modelo 3D.....	82
3.2.2	Implementación de la simulación en <i>ANSYS Workbench</i> ®.....	84
3.2.3	Implementación ANSYS Structural.....	86
3.2.4	Implementación en Fluid Flow (CFX)	88
4.	Resultados y análisis.....	92
4.1	Introducción	92
4.2	Resultados de estudios anteriores	93
4.2.1	Espesor de película	93
4.2.2	Distribución de presión y perfiles de película.....	95
4.3	Arrastre y salpique. Fracción de volumen	98
4.4	Presión, temperatura, esfuerzos y película elastohidrodinámica.....	101
4.5	Residuales de Convergencia	112
5.	Conclusiones y Recomendaciones.....	116
6.	BIBLIOGRAFÍA.....	118

LISTA DE IMÁGENES

Figura 1.1. Etapas de la metodología	23
Figura 1.2. Representación esquemática de un sistema tribo-mecánico simple.....	29
Figura 1.3. Rugosidad superficial (tomada de [23])	30
Figura 1.4. Área real y área aparente de contacto (ilustración tomada de [17]).....	31
Figura 1.5. Curva de Stribeck y modos de lubricación	39
Figura 1.6. Separación de dos superficies sólidas por una película hidrodinámica en LH.	40
Figura 1.7. Contacto parcial entre asperezas y separación parcial por película fluida en LM.....	41
Figura 1.8. Contacto entre asperezas en LL	41
Figura 1.9. Película fluida entre dos superficies sólidas en movimiento relativo.	43
Figura 1.10. Geometría inicial de contacto entre dos superficies no conformes S_1 y S_2	49
Figura 1.11. Geometría de la separación entre dos superficies.....	50
Figura 1.12. Ley del engranaje (ilustración tomada de [57])	51
Figura 1.13. Engranajes de ruedas dentadas.....	52
Figura 1.14. Clasificación de los Engranajes [40]	54
Figura 1.15. Engranajes cilíndricos de dientes rectos. Terminología [41].....	55
Figura 2.1. Sistema Modelizado	60
Figura 2.2. Esquema de las físicas y sus acoples para un sistema Piñón-Rueda-Lubricante-aire.....	64
Figura 2.3. Condiciones de Frontera sobre el piñón y la rueda	77
Figura 2.4. Estado Inicial.....	78
Figura 3.1. Niveles de iteración de una simulación IFS bidireccional transitoria	80
Figura 3.2. Modelo 3D del Engrane-piñón.....	83
Figura 3.3. Implementación de la simulación en ANSYS Workbench	86
Figura 3.4. Configuración del sistema de análisis Transient Structural	87
Figura 3.5. Malla volumétrica del par engrane-piñón	88
Figura 3.6. Configuración del sistema de análisis Fluid Flow (CFX).....	89
Figura 3.7. Malla Volumétrica del dominio de flujo del lubricante	89
Figura 3.8. Campo inicial de fracciones de volumen. El Color rojo indica la presencia de lubricante y el azul de aire.	92
Figura 4.1. Variación del espesor de película mínimo y central a lo largo de la línea de acción. (a) Espesor de película central, (b) espesor de película mínimo [55].	94
Figura 4.2. Variación del espesor de película mínimo en [8].	94

Figura 4.3. Comparación de la variación del espesor de película mínimo para lubricante Newtoniano y de esfuerzos acoplado, para relaciones de transmisión de 1/1, 1/2, 1/3, 1/4. [56]	95
Figura 4.4. Comparación de la distribución de presión y película para condiciones térmicas e isotérmicas en el punto de paso (a) y en el punto de receso (b). [55].....	95
Figura 4.5. Distribución de presión (a) y perfiles de presión (b) en diferentes puntos a lo largo de la línea de acción. In = punto de aproximación, A ⁺ = momento justo antes de que la carga se duplique, P = punto de paso, B ⁺ = momento antes que las carga se reduzca a la mitad y Out = punto de receso. [8]	96
Figura 4.6. Comparación de distribución de presión (a) y perfil de película para fluido Newtoniano y de esfuerzos acoplados en varios puntos a lo largo de la línea de acción para relación de transmisión de 1/1. [56]	97
Figura 4.7. Fracción de volumen en estado inicial.....	98
Figura 4.8. Fracción de volumen en instante 0.2716 s	99
Figura 4.9. Fracción de volumen en instante 0.34071 s	99
Figura 4.10. Fracción de volumen en instante 0.48 s	100
Figura 4.11. Fracción de volumen en instante 0.48 s	100
Figura 4.12. Presión elastohidrodinámica para el primer time step.....	101
Figura 4.13. Temperatura elastohidrodinámica para el primer time step.....	102
Figura 4.14 Presión elastohidrodinámica para el segundo time step.	102
Figura 4.15 Temperatura elastohidrodinámica para el segundo time step.....	103
Figura 4.16. Presión elastohidrodinámica para el tercer time step.	103
Figura 4.17. Temperatura elastohidrodinámica para el tercer time step.....	104
Figura 4.18. Presión elastohidrodinámica para el cuarto time step.	104
Figura 4.19. Temperatura elastohidrodinámica para el cuarto time step	105
Figura 4.20. Presión elastohidrodinámica para el quinto time step.	105
Figura 4.21. Temperatura elastohidrodinámica para el quinto time step.	106
Figura 4.22. Presión elastohidrodinámica para el sexto time step.....	106
Figura 4.23. Presión elastohidrodinámica para el sexto time step.....	107
Figura 4.24. Esfuerzos equivalentes de Von Mises para el primer time step.	108
Figura 4.25. Esfuerzos equivalentes de Von Mises para el segundo time step.	108
Figura 4.26. Esfuerzos equivalentes de Von Mises para el tercer time step.	109
Figura 4.27. Esfuerzos equivalentes de Von Mises para el cuarto time step.....	109
Figura 4.28. Distribución espesor de película lubricante en el arco de acción del engranaje.....	110

Figura 4.29. Espesor de película en el sexto time step.	111
Figura 4.30. Espesor de película vs presión en el quinto time step.	111
Figura 4.31. Residuales de convergencia de momento y masa para la simulación de arrastre y salpique.....	112
Figura 4.32. Residuales de convergencia de fracción de volumen para la simulación de arrastre y salpique.....	113
Figura 4.33. Residuales de convergencia de momento y masa para la simulación de la IFS	113
Figura 4.34. Residuales de convergencia de fracción de volumen para la simulación de la IFS.	114
Figura 4.35. Residuales de convergencia para las cargas y movimientos transferidos en la interface IFS.....	114

LISTA DE TABLAS

Tabla 3.1. Propiedades térmicas y mecánicas del acero del engrane.....	87
Tabla 3.2. Propiedades del lubricante	90
Tabla 3.3. Expresiones construidas con lenguaje CEL de CFX	91

LISTA DE SÍMBOLOS

μ = coeficiente de fricción

A_0 = área de la superficie de contacto aparente

A_r = área de contacto real

W = carga normal

H = dureza

β = radio de punta

σ = desviación estándar de la distribución de alturas de asperezas

Θ = pendiente de aspereza

Ψ = índice de plasticidad

E = módulo elástico

P_y = presión de cedencia

C = constante de proporcionalidad

dS = diferencial de area

n = vector unitario

F = fuerza tangencial

$\dot{\gamma}$ = gradiente de velocidad

η = viscosidad dinámica

τ = esfuerzo cortante en la dirección del flujo sobre esta interface

ρ = densidad del lubricante

Z = constantes características del lubricante en específico

S_0 = constantes características del lubricante en específico

p = presión de interés en el lubricante

θ = temperatura absoluta de interés en el lubricante

α = Es el coeficiente de presión – viscosidad

p_t = presión de transición

i = coeficientes constantes

$\dot{\gamma}_E$ = componente elástica

$\dot{\gamma}_v$ = componente viscosa

G = módulo elástico

$F(\tau)$ = cualquier función no lineal

τ_E = esfuerzo Eyring que marca la frontera entre el comportamiento Newt. y no Newt.

τ_L = resistencia límite por cortante

τ_0 = resistencia límite por cortante en $p = 0$

γ_t = constante, usualmente toma valores entre 0.01 y 0.08

$C_1 = 5.9 \times 10^8$

$C_2 = 1.34$

ρ_0 = densidad a condiciones ambiente

λ = es el coeficiente de expansión térmica

θ_0 = temperatura ambiente

v = velocidad relativa entre las dos superficies

N = carga normal transmitida por la interface

p = *es la presión*

$h = h(x, z, t)$ es la geometría o perfil de la película lubricante

ρ = es la densidad del lubricante

η = es la viscosidad del lubricante

u_1 y u_2 = son las velocidades de las dos superficies en dirección x

w_1 y w_2 = son las velocidades de las dos superficies en dirección z

G = módulo de elasticidad por cortante

τ_e = esfuerzo equivalente resultante

v_1 y v_2 = son las velocidades de las dos superficies en dirección y

ρ_1 y ρ_2 = son las densidades del lubricantes sobre las superficies sólidas

O = origen de coordenadas cartesianas, punto inicial de contacto entre las superficies

S_1 y S_2 = Geometría inicial de contacto entre dos superficies no conformes

R_{ix} y R_{iy} = son los radios de curvaturas principales en las direcciones x y y

R_x y R_y = radios reducidos de curvatura

E_1 y E_2 = son los módulos elásticos de ambos cuerpos

ν_1 y ν_2 = denotan las razones de Poisson

α = vector generalizado de las densidades de las cantidades conservadas

β = vector generalizado de los flux

γ = vector generalizado de las densidades de fuente

v es el campo de velocidades.

ρ = es la densidad del fluido

e = energía interna específica del fluido

b = representa las fuerzas de cuerpo ejercida sobre el fluido

q_r = representa el aporte de las fuente internas de calor

F^{-T} = transpuesta inversa del gradiente de deformación del movimiento

u = velocidad convectiva

p = es la presión termodinámica

d = Es el tensor tasa de deformación Euleriano

I = Es el tensor unitario espacial

η^* = Es la viscosidad generalizada

α_v = coeficiente de dilatación térmica

c = capacidad calorífica del material

G = módulo de elasticidad por cortante

E^S = tensor de deformación de Green – Lagrange

μ y λ = son las constantes de Lamé, que están relacionadas con el módulo de Young E

LISTA DE SIGLAS

LEH: Lubricación elastohidrodinámica.

MMC: Mecánica de medios continuos.

MC: Mecánica Computacional.

IFE: Interacción Fluido-Estructura.

DCF: Dinámica Computacional de Fluidos

DCE: Dinámica Computacional de Estructuras

LH: Lubricación hidrodinámica

LM: Lubricación mixta

LL: Lubricación Límite

EP: Extrema presión

MEF: Método de Elementos Finitos

MVF: Método de Volúmenes Finitos

LEA: Formulación Lagrangiana-Euleriana Arbitraria

CEL: Expresiones construidas con el lenguaje

VFA0: Fracción de volumen inicial de aire

VFL0: Fracción de volumen inicial de lubricante

1. INTRODUCCIÓN

En una gran variedad de mecanismos tales como los engranajes, los pares leva-palpador y los rodamientos sus elementos acoplan e interactúan a través de pares cinemáticos inferiores en los cuales el contacto entre las superficies parte inicialmente de un punto o una línea, ya que la geometría de ambas superficies cerca de la zona de contacto es no conforme, en virtud a las cargas y los movimientos que comprimen un cuerpo contra el otro, pasan a formar, por deformación, un área de contacto muy pequeña en comparación con las dimensiones de los cuerpos que intervienen. Las cargas que se transmiten entre ambos cuerpos se confinan a esta área dando como resultado altas presiones y concentraciones de esfuerzos haciendo, a su vez, que los procesos tribológicos aparejados al contacto directo y el movimiento relativo de las superficies como el desgaste y la fricción, que son responsables del daño de los componentes y de la disipación de energía, sean bastante severos. Es por esta razón que la lubricación resulta crucial para el buen desempeño de este tipo de mecanismos. El objetivo de aplicar un lubricante (generalmente un fluido, algunas veces puede ser sólido o pasta) es evitar el contacto directo por medio de la formación de una película de suficiente espesor intercalada entre los dos cuerpos sólidos que soporta la carga normal transmitida por el contacto y se adapta a la diferencia de velocidades tangenciales entre las dos superficies. Por tanto, hay el interés tecnológico de calcular el espesor de película lubricante y compararlo con la rugosidad de las superficies reales para anticipar algún contacto potencial entre las superficies, y de este modo, asegurar un diseño confiable de estos sistemas.

En los mecanismos mencionados, donde las altas presiones hidrodinámicas ejercidas por la película lubricante causan grandes deformaciones elásticas de las superficies y cambios en la viscosidad del lubricante que afectan, a su vez, la formación del espesor de la película lubricante, el régimen de lubricación que tiene lugar recibe el nombre de lubricación elastohidrodinámica (LEH).

Este involucra un acople de diferentes físicas: hidrodinámica, elasticidad, termodinámica y transferencia de calor. Resultando así un problema altamente no lineal y particularmente difícil de resolver. Los modelos desarrollados en las últimas cuatro décadas como los de

Dowson y Higginson [1] y Hamrock y Dowson [2] se basan en el acople débil entre la ecuación de Reynolds (hidrodinámica) y la teoría de contacto de Hertz (elasticidad) para obtener el espesor de película.

En la presente tesis se considera para modelamiento y simulación un sistema de transmisión simple compuesto por un par rueda-piñón de dientes rectos con sistema de lubricación por arrastre y salpique. En este sistema el lubricante es almacenado en un depósito o cárter y en él se halla sumergido parcialmente uno de los engranajes, el cual al girar recoge el aceite, lo transporta y salpica hasta los puntos de contacto.

Aunque este es un sistema mecánico muy simple el análisis de la LEH que tiene lugar entre los dientes engranados es un problema bastante complejo debido a:

- Efectos transitorios o no estables intrínsecos. El movimiento de cuerpo rígido del par rueda-piñón causa que la geometría de contacto, los pares de dientes engranados, las velocidades relativas y las cargas transmitidas a través de la interfaces cambien con el tiempo. Aunque las velocidades rotacionales sean constantes o los pares aplicados sobre los ejes estén en equilibrio dinámico, y por ende, el sistema opere en estado estable globalmente, localmente es no estable, si bien puede operar en ciclos periódicos.
- Efectos transitorios externos causado por cargas dinámicas y condiciones de accionamiento que cambian con el tiempo, como por ejemplo, velocidades y pares sobre los ejes de entrada y salida variables con el tiempo
- Efectos térmicos. La disipación de energía mecánica debido a la fricción viscosa interna del lubricante ocasiona que la temperatura del sistema aumente en las zonas donde los gradientes de velocidad son altos. Estos cambios de temperatura, a su vez, causan dilataciones térmicas y cambios en las propiedades de los materiales como la viscosidad.
- El comportamiento constitutivo complejo del lubricante. Comprende la reología no-Newtoniana del lubricante, por la cual la relación entre las tasas de deformación y los esfuerzos cortantes es no lineal, los comportamientos termo-viscosos (dependencia de la viscosidad con la temperatura) y piezo-viscosos (dependencia de la viscosidad con la presión), la compresibilidad (dependencia de la densidad de

lubricante con la presión) y el fenómeno de cavitación que se presenta en las zonas divergentes del contacto

- Rugosidad de las superficies. A causa de las condiciones de velocidad, viscosidad y carga que pueden presentarse durante el arranque y el frenado, y durante otros eventos transitorios, el espesor de película puede llegar a no ser suficiente para separar completamente a las superficies llegándose a dar micro-contactos entre las asperezas. Estas condiciones de lubricación se conocen como lubricación mixta.

No es fácil incorporar todos esos efectos al mismo tiempo, por lo que se hace necesario, para obtener un modelo tratable, aplicar suposiciones que descartan unos u otros de estos efectos, además de las suposiciones propias del modelo de Reynolds-Hertz. Así, los primeros intentos por modelar la LEH en engranajes arrancan desde las fórmulas de Dowson y Higginson [3] que han sido usadas ampliamente durante las pasadas cuatro décadas para el cálculo del espesor de película, pero las hipótesis sobre los efectos antes enumerados son bastante fuertes. Wang and Cheng ([4], [5]) adoptaron un análisis tipo Grubin para obtener el espesor de película mínimo de varios puntos a lo largo de la línea de acción. Ellos también incluyeron las ecuaciones del movimiento del sistema de engranajes para determinar las cargas dinámicas a diferentes velocidades de rotación. Las temperaturas superficiales también fueron determinadas. Hua y Khonsari [6] presentaron una solución completamente transitoria e isotérmica Newtoniana sin considerar cargas dinámicas en el modelo. Lu y Zhang [7] obtuvieron una solución para condiciones no estables bajo cargas dinámicas. Larsson [8] dió también una solución completamente transitoria e isotérmica pero además incorporó el comportamiento no-Newtoniano del lubricante. Wang et al [9] y Mihailidis y Panagiotidis [10] propusieron modelos que toma en cuenta los efectos transitorios y térmicos para el cálculo del espesor de película, presión, temperatura y coeficiente de fricción, pero las cargas dinámicas y la rugosidad no fueron incluidas. Holmes et al [11] consideran los efectos transitorios y la rugosidad superficial en un modelo de LEH mixta. Similarmente, Li y Kahraman [12] desarrollaron un modelo de LEH mixta transitoria que incluye todos las condiciones que varían continuamente con el tiempo y la rugosidad de las superficies de los dientes de engranajes rectos, además considera un modelo no-Newtoniano de lubricante.

Los modelos propuestos en estas referencias se comportan bien para determinar el espesor de película lubricante entre los dientes engranados en situaciones en donde las hipótesis correspondientes son aplicables con buena aproximación. De esta manera solamente son válidos en las regiones de contacto y sus proximidades. El modelo de Reynolds-Hertz restringe el dominio físico del problema a zonas donde es razonable suponer que las fuerzas inerciales y de cuerpo, los efectos de la tensión superficial y los gradientes de las propiedades del flujo son descartables, donde la geometría de los cuerpos puede representarse localmente como paraboloides y semi-espacios elásticos, y donde las deformaciones pueden calcularse como si las superficies estuvieran en contacto directo y no separadas por una delgada película de lubricante como realmente ocurre. Por esta razón resulta inadecuado para describir el comportamiento del sistema completo y obtener una solución para los diferentes campos físicos a lo largo de todo el sistema. Así el fenómeno hidrodinámico de arrastre y salpique por el cual el lubricante es alimentado a los puntos de contacto desde el cárter en una caja de engranajes, por ejemplo, y la dinámica multicuerpo del par rueda-piñón queda fuera del alcance de este modelo. Sobra decir que el arrastre de lubricante afecta el flujo de éste que está disponible a la entrada de las zonas de contacto y de esta manera incide en el espesor de película que puede desarrollarse, a su vez, la cantidad de lubricante que puede arrastrarse depende del movimiento inducido en éste por los engranajes, y en el que hay que tener en cuenta, por lo menos, los gradientes de velocidad y presión, las fuerzas de cuerpo, inerciales y viscosas, y los efectos de la tensión superficial.

Las anteriores consideraciones muestran la necesidad de plantear un modelo matemático del sistema completo, es decir, un modelo que dé cuenta de los diferentes campos físicos a lo largo de todo el sistema (presiones, deformaciones, esfuerzos, desplazamientos, velocidades, temperaturas y sus respectivos gradientes) y como todo esto influye en la formación de los espesores de película. Este es el propósito de la presente tesis. En resumen el modelo que se plantea consiste del conjunto de ecuaciones acopladas formuladas desde el enfoque de la mecánica de medios continuos MMC que describen el comportamiento de los componentes del sistema rueda-piñón y lubricante, así como las interacciones entre estos componentes. Estas interacciones acoplan los campos de cada componente tomando la forma de condiciones de frontera, o más precisamente de condiciones de interface debido

al posible contacto rueda-piñón y a la interacción fluido-sólido entre el lubricante y los sólidos engranados. Posteriormente, dada la complejidad y no-linealidad del modelo resultante éste es abordado numéricamente con las técnicas de la Mecánica Computacional MC como un problema de Interacción Fluido-Estructura IFE y de contacto sólido-sólido acoplando la Dinámica Computacional de Fluidos DCF y la Dinámica Computacional de Estructuras DCE.

Algunas investigaciones, presentadas en la última década, que enfocan el modelamiento de la LEH con los métodos de la DCF y la DCE con el fin de superar algunos de los inconvenientes derivados de las suposiciones de la teoría de Reynolds. En [13] se lleva a cabo una simulación de LEH completa en un cojinete deslizante completo usando el software comercial ANSYS para resolver el acople IFE. En su tesis doctoral Markus Hartinger [14] y [15] emplea las ecuaciones completas de Navier-Stokes para posibilitar el modelamiento del dominio completo del flujo y además resolver todos los gradientes dentro del contacto elasto-hidrodinámico. Los comportamientos termo-viscoso, piezo-viscosos y la compresibilidad del lubricante y los efectos térmicos son tenidos en cuenta. El fenómeno de cavitación también es abordado conjuntamente con la conducción y convección, el calentamiento viscoso y la evaporación. La simulación numérica fue implementada con ayuda de la librería de código abierto OpenFOAM. Los resultados obtenidos fueron comparados con la teoría de Reynolds obteniéndose buena concordancia para el caso isotérmico en la mayoría de los casos. No obstante, para viscosidades elevadas, altas velocidades y condiciones de rodadura se encontraron pequeñas diferencias con la teoría de Reynolds. Almqvist y Larsson [16] investigaron la posibilidad de modificar el software comercial CFX4 para simular LEH térmica, transitoria en contactos lineales rugosos, y así investigar cómo se comportan el espesor de película, la distribución de presión y de temperatura en estas condiciones y bajo movimiento deslizante.

La LEH y la lubricación en general forman una pequeña pero importante parte del vasto campo de estudio y de las aplicaciones prácticas de la tribología. El sistema rueda-piñón es en caso típico de sistema tribológico simple. Por ello, se dedica aquí un espacio para introducir algunos conceptos básicos sobre esta disciplina, con lo que se pretende sentar un contexto conceptual y teórico para la exposición y desarrollo de los temas relacionados con

la LEH y su modelamiento matemático en apartes posteriores. Para un tratamiento más extenso y profundo sobre la materia se recomienda revisar las referencias bibliográficas: [17], [18], [19], [20], [21] y [22].

1.1 Objetivo

Objetivo General

Desarrollar un modelo computacional para lubricación en cajas de engranajes rectos, con el propósito de simular el comportamiento de la película de lubricación elastohidrodinámica en términos de presión y espesores de película.

Objetivos Específicos

- Establecer el estado actual y las tendencias de los modelos desarrollados relacionados con la lubricación elastohidrodinámica.
- Definir la física relevante, las variables y parámetros que intervienen en el fenómeno de la lubricación EHL para el caso de acople entre dientes de engranes rectos.
- Formular un modelo matemático de LEH en engranajes rectos para implementación computacional.
- Simular el modelo computacional para un caso específico en caja de engranajes con un par piñón-engrane de dientes rectos.
- Determinar el alcance de los resultados descritos por los perfiles de presión y los espesores de la película lubricante y comprar éstos con los resultados probados y obtenidos con el modelo de Reynold-Hertz para casos de estudio sencillos.

1.2 Justificación

Uno de los problemas principales de la Ingeniería Mecánica es la transmisión de movimiento y potencia rotacional, entre un conjunto motor y máquinas conducidas. Desde épocas muy remotas se han utilizado cuerdas y elementos fabricados de madera para solucionar los problemas de transporte, impulsión, elevación y movimiento. Los engranajes son uno de los elementos esenciales en la mayoría de las máquinas, son de uso frecuente y

extenso. El estudio de engranajes suele abordar análisis cinemático y cinético, diseño y selección de engranes, y consideración de desgaste. Los engranajes cilíndricos de dientes rectos se utilizan para transmitir movimientos de rotación entre ejes paralelos dada el gran uso de este tipo de elementos mecánicos en LEH en cajas de transmisión de potencias y en reductores de velocidad, es de interés tecnológico calcular el espesor mínimo de película del lubricante y la distribución de presión del mismo con el propósito de evitar la interacción entre los sólidos de manera plástica debido al rompimiento de la película lo cual provocaría desgastes abrasivos en ciertos materiales y en otros desgastes adhesivos y como consecuencia fatiga superficial.

De igual manera se requieren determinar los niveles máximos de presión como también la distribución de presión en la zona donde los espesores de película son mínimos es decir desde donde comienza el contacto del sistema piñón/rueda hasta que termina.

Es importante destacar la pertinencia de realizar simulaciones dentro del campo computacional sin partir del desarrollo de algoritmos, sino mediante el uso de herramientas computacionales e informáticas que de una u otra manera facilitan la obtención de resultados mediante el uso de sus plataformas.

1.3 Metodología

El proyecto se ejecutó en 15 meses dividiendo las metas en actividades bien específicas como se presenta en la figura 1.1

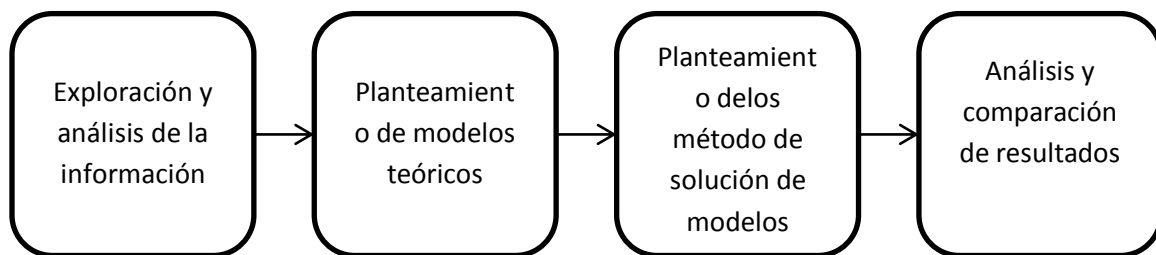


Figura 1.1. Etapas de la metodología

1.3.1 Etapa de exploración y análisis de la información

- Recolección de la información publicada por revistas técnicas, centros de investigación libros de texto y revistas especializadas en el tema de la LEH y la modelación de dicho fenómeno.
- Caracterización de la información mediante el análisis, clasificación y complementación.

1.3.2 Etapa de planteamiento de los modelos teóricos

- Evaluación de los diferentes modelos sobre LEH, con el propósito de establecer los alcances, limitaciones, posibilidades y completitud.
- Determinar la física del fenómeno, listar factores relevantes variables y parámetros.
- Formular un modelo con una representación matemática de la física del fenómeno, dentro del marco de la mecánica computacional.
- Definición de las variables que intervienen en la LEH tales como viscosidad, temperatura, presión, transferencia de calor y determinar cómo influye en el fenómeno.

1.3.3 Etapa de planteamiento del método de solución de modelos propuestos

Selección y formulación de los algoritmos numéricos, software y otras herramientas informáticas para la implementación computacional de las ecuaciones de gobierno que modelan el problema.

1.3.4 Descripción y análisis de los resultados

Decidir los resultados relevantes para describir la LEH y determinar el alcance de manera cualitativa y cualitativa.

1.4 Resumen analítico

Capítulo 1

En este capítulo se hace una descripción de los conceptos básicos de la tribología y la lubricación mediante el cual se describen las características de los engranajes rectos, los tipos de lubricante, los métodos de lubricación y las ecuaciones del contacto entre sólidos en lubricación LEH. Además se describen las características del modelo Reynolds-Hertz para este tipo de fenómenos. De igual manera las ecuaciones para deformación elásticas y desplazamientos elásticos como también la geometría de los cuerpos, no concordantes, en contacto.

Capítulo 2

En este capítulo se describe el sistema a modelar, es decir los elementos que lo componen y las conexiones e interacción posible entre éstos, se plantea la física relevante y se formula su representación matemática en el marco de la mecánica de medio continuo. Es claro que el enfoque que hay que abordar del modelamiento matemático y computacional de la LEH en una caja de engranaje es el multifísico. Por lo cual se requiere el modelizado del sistema, el planteamiento del físico del modelo, el planteamiento matemático, la dinámica del sistema aire lubricante, las ecuaciones constitutivas las interacciones piñón, rueda y fluido como también las condiciones de frontera.

Capítulo 3

En este capítulo se plantea en detalle la implementación computacional del modelo matemático formulado para la lubricación en la LEH en un sistema caja de engranaje recto; Para lo cual se tomó como software comercial Ansys 13 utilizando su plataforma workbench el cual es un software de ingeniería con capacidad de analizar interacciones fluido estructura implicando fenómenos térmicos es decir simulaciones multifísica. Los métodos numéricos con que se abordó la simulación son básicamente el método de elementos finitos (MEF) y el método de volumen finito (MVF). Para la interacción fluido estructura se usó el enfoque particionado que acopla Ansys estructural para mecánica de sólidos y Ansys CFX para mecánica de fluidos. El algoritmo para resolver numéricamente

el problema de la interacción fluido sólido transitorio consta de tres bucles, el bucle temporal, el bucle escalonado, y el bucle de campo consecuencia de lo anterior el dominio del lubricante se mueve y deforma al igual que la malla, razón por la cual se usa la formulación Lagrangiana-Euleriana arbitraria esto permite que el movimiento de los nodos de frontera se transmitan a los nodo interior aunque sea de manera arbitraria, su propagación sea suave para evitar excesivas distorsiones y pérdida de calidad de la malla.

Para la dinámica de cuerpo libre que se da debido al movimiento de las superficie libre provocado por el arrastre y el salpique ANSYS CFX trata la interface mediante el método de volumen fluido considerando que la fracción de volumen será 1 en un determinado punto si está ocupado estrictamente por él y 0 en el caso contrario y la interface representada por dos fluidos toma un valor entre 0 y 1. Para la implementación en Ansys se utilizó un modelo en 3D de un par engranaje piñón y del fluido lubricante aire en el software SolidWorks, el cual fue trasferido a Ansys.

La implementación propiamente dicha de la simulación se hizo en Ansys workbench en dos partes; primero se realizó el fenómeno del arrastre y salpique en Ansys CFX y luego se analizó la estructura en Ansys Structural y al tiempo los dos resultados anteriores se implementaron en CFX.

Capítulo 4

En este capítulo se presentan los resultados de la simulación para el caso de estudio descrito anteriormente. Los principales resultados a describir son:

- Campo de fracción de volumen desarrollado durante la simulación del arrastre y salpique del lubricante tal como ya fue descrita.
- La película y presión del lubricante en las zonas de contacto que ocurren cuando se considera condiciones de lubricación elastohidrodinámica.

Capítulo 5

En este capítulo se desarrollaron las conclusiones y recomendaciones con base en los resultados obtenidos de la simulación.

1.5 Conceptos básicos de tribología y Lubricación

La tribología es definida como “la ciencia y la tecnología de las superficies que interactúan en movimiento relativo y de los temas y prácticas relacionadas”¹. Los sistemas tribomecánicos [17], objeto de estudio de la tribología, son aquellos sistemas físicos en los cuales sus componentes, denominados tribo-elementos, están conectados físicamente por interfaces, denominadas interfaces tribológicas, que son las regiones donde las superficies limitantes de los componentes están, ya sea en contacto directo (interfaces tribológicas secas) o, separadas por una delgada película de lubricante (interfaces tribológicas lubricadas), y donde además, las superficies están en movimiento relativo, por lo general tangente a la superficies. Las interfaces tribológicas son, por tanto, el lugar donde los tribo-elementos interactúan a través de diversos mecanismos físicos. De manera general estas interacciones comprenden:

- La transferencia de cantidad de movimiento, de energía y potencia mecánica entre los cuerpos debido al movimiento y las fuerzas de contacto en las interfaces.
- La transferencia de energía térmica entre cuerpos, sea por conducción o por convección, como consecuencia de la diferencia de temperatura a través de las interfaces.
- Transformación de energía del dominio mecánico al térmico, es decir, procesos de disipación debido a fuerzas de fricción, que son fuerzas que se oponen al movimiento relativo de deslizamiento entre las superficies en contacto.
- Desgaste consistentes en el desprendimiento o pérdida progresiva de material en las interfaces entre los cuerpos como resultado del movimiento relativo.
- Lubricación. Es el proceso que ocurre cuando una sustancia, llamada lubricante, forma una película fluida de suficiente espesor intercalada entre las superficies de los dos cuerpos sólidos, que soporta la carga normal transmitida por el contacto debido a la presión hidrodinámica que se desarrolla a través de ella y se adapta a la diferencia de velocidades tangenciales entre las dos superficies, debido a que por lo general posee baja resistencia a la deformación por cortante. En este sentido la

¹ British Lubrication Engineering Working Group, 1966

lubricación previene o reduce los efectos del contacto directo o seco entre cuerpos sólidos como el desgaste y la fricción.

La fricción, el desgaste y la lubricación son los fenómenos propiamente tribológicos. El entendimiento de los mecanismos de la fricción y el desgaste es de importancia a nivel tecnológico. Por ejemplo en la industria y la minería, el desgaste y la fricción tienen importantes consecuencias económicas. La fricción constituye una de las principales causas de pérdidas energética que afecta la eficiencia de la maquinaria. El desgaste causa las pérdidas de material de los elementos de máquinas, lo que limita la vida útil de los mismos y conlleva a su remplazo y mantenimiento periódico. Es aquí donde la lubricación juega su papel como medio para controlar el desgaste y la fricción, y de esta manera, conservar la energía y los materiales.

El sistema tribo-mecánico más simple, desde el punto de vista estructural, constaría de dos cuerpos sólidos, los tribo-elementos (1) y (2), y una sustancia interpuesta entre ellos, tribo-elemento (3) o lubricante, bien que este pueda estar en cualquier estado físico (sólido, líquido o gaseoso) (ver Figura 1.1). El par rueda-piñón con lubricación fluida es un ejemplo típico de este caso en el cual las interfaces tribológicas entre las superficies involutas engranadas de los dientes se van formando y separando a medida que el piñón y la rueda van girando. Si las condiciones de operación y los parámetros del sistema son los adecuados una película de lubricante se formará entre los dientes actualmente engranados teniéndose así interfaces tribológicas lubricadas que previenen o reducen el desgaste y bajan la fricción, que de otro modo ocurrirían si las superficies hicieran contacto directo. La transmisión de trabajo mecánico entre los ejes de la rueda y el piñón ocurre a través de estas interfaces, también se presenta disipación de energía mecánica debido a los efectos viscosos de la película fluida con el consiguiente aumento de temperatura que conlleva a cambios en las propiedades de los materiales sólidos y del lubricante (como la viscosidad, que en el caso de lubricantes líquidos disminuye), dilatación térmica y transferencia de calor.

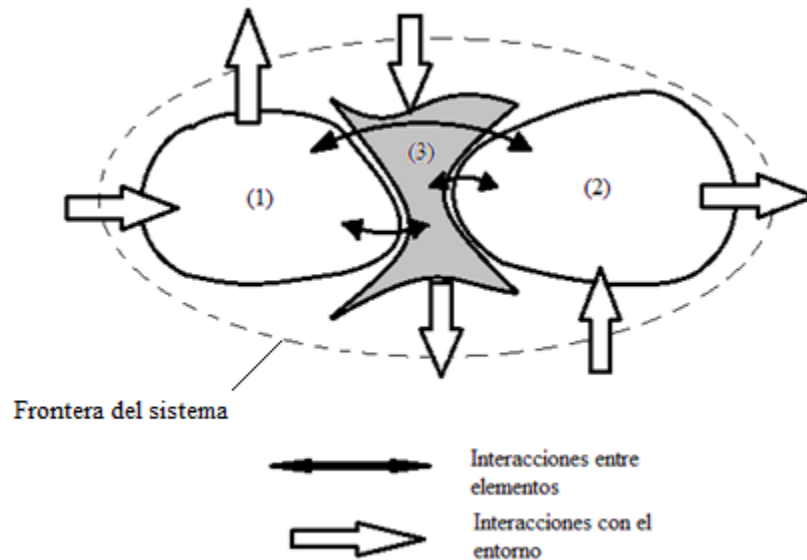


Figura 1.2. Representación esquemática de un sistema tribo-mecánico simple

La fricción y el desgaste están influidas y se explican con base a los mecanismos físicos de interacción a escala microscópica entre las asperezas de las superficies sólidas cuando estas entran en contacto directo. Por tanto para un entendimiento de estos fenómenos es necesario tener una idea de lo que pasa a escalas microscópicas cuando dos cuerpos sólidos entran en contacto.

1.5.1 Contacto entre sólidos

A nivel microscópico todas las superficies sólidas presentan, en mayor o menor grado, irregularidades, asperezas, picos y valles distribuidos aleatoriamente. Las altura entre picos y valles van desde los $0.05\mu\text{m}$ o menos, en superficies pulidas, hasta $10\mu\text{m}$ para superficies medio-maquinadas (Figura 1.2). Al tomar en cuenta esta compleja geometría el contacto entre dos superficies rugosas se confina a fracciones de área muy pequeñas del área de la superficie de contacto aparente A_0 que correspondería al área de contacto si las superficies fuesen perfectamente lisas. La totalidad de estos micro-contacts entre las asperezas y picos de ambas superficies constituyen el área de contacto real A_r . (Ver figura 1.3).

Bajo una carga normal dada W el área real de contacto depende de las propiedades de deformación y la topografía superficial ([21], [22]). Entre las propiedades de deformación se incluyen el módulo elástico E , las presión de cedencia P_y y la dureza H . Entre los parámetros relevantes que caracterizan la rugosidad superficial están: la distribución de asperezas, el radio de punta β , la desviación estándar de la distribución de alturas de asperezas σ y la pendiente de aspereza Θ . El modo de deformación de los micro-contactos (elástico o plástico) viene determinado por el índice de plasticidad:

$$\psi = \frac{E}{P_y} \left(\frac{\sigma}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.1)$$

Si el índice de plasticidad $\psi < 0.6$ el contacto es clasificado como elástico, y en ese caso el área real de contacto puede estimarse como:

$$A_r = C \left(\frac{W}{E} \right)^n \quad (1.2)$$

Donde $\frac{2}{3} < n < 1$;

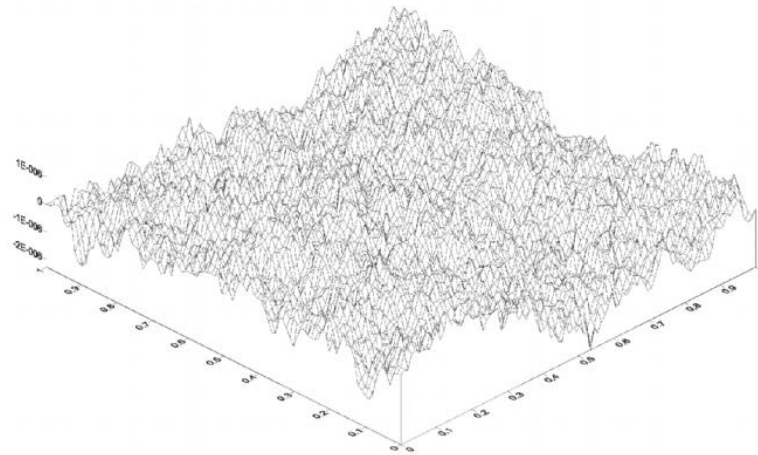


Figura 1.3. Rugosidad superficial (tomada de [23])

Si $\psi > 1.0$ el modo de deformación predominante en los micro-contactos es plástico, entonces el área real de contacto se aproxima por

$$A_r = C \frac{W}{P_y} \approx \frac{W}{H} \quad (1.3)$$

Donde C es una constante de proporcionalidad.

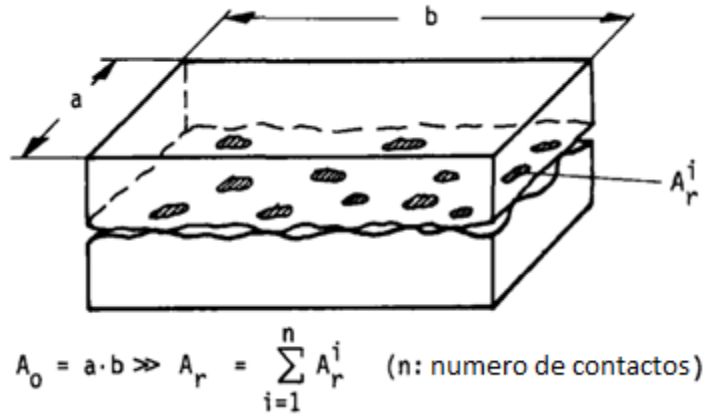


Figura 1.4. Área real y área aparente de contacto (ilustración tomada de [17])

En las ecuaciones (1.2) y (1.3) puede apreciarse que el área real de contacto aumenta con la carga normal aplicada. Si la carga es aumentada los micro-contactos se deformarán aumentando de tamaño, nuevos micro-contactos se formarán, y otros contiguos colapsarán para formar un micro-contacto de mayor área. De esta manera la carga normal aplicada es soportada. Puede verse también que aunque las tensiones nominales calculadas según el área de contacto aparente pueden estar en el rango elástico, las tensiones locales en el micro-contacto pueden exceder el límite elástico y por ende, estos se deformarán plásticamente.

Si además se aplica una fuerza tangencial F se produce un fenómeno conocido como crecimiento de juntas (junction growth, en inglés). Cuando se aplica una fuerza tangencial a un contacto las asperezas están ya cargadas a su límite elástico debido a la carga normal. Para soportar el efecto combinado de las fuerzas normal y tangencial las condición de plasticidad en las juntas no debe ser excedida, Por tanto, debe haber un incremento del área real de contacto

$$A_r = C \frac{W}{P_y} \sqrt{1 + \alpha \left(\frac{F}{W}\right)^2} \quad (1.4)$$

Para el análisis de las deformaciones y los esfuerzos a esta escala de contacto se tienen que implementar modelos estadísticos para representar la rugosidad superficial y otras características superficiales, también se ha registrado en la literatura modelos que emplean la geometría fractal para tal cometido, pero esto no es tema a tratar en la presente tesis.

1.6 Lubricación

En los sistemas mecánicos de transmisión de potencia es importante reducir la disipación de energía mecánica por fricción y aumentar la vida útil de los componentes de máquinas en contra de las pérdidas de material por desgaste en las superficies operantes de las interfaces tribológicas propias de estos sistemas. Se sabe, por lo expuesto anteriormente, que estos procesos tribológicos son originados por las interacciones físicas directas entre las asperezas superficiales en contacto y en movimiento relativo. Por tanto, con base a esto, la manera más directa y natural de influir o modificar esos procesos, la lubricación, consiste en interponer una película de una sustancia, llamada lubricante, con el suficiente espesor para separar a las superficies, de modo que se impide o reduce en lo posible el contacto directo entre las asperezas. Además esta sustancia debe ser capaz de soportar y transmitir de manera estable las cargas normales a la interface responsables de la transferencia de energía mecánica entre los componentes y acomodarse con facilidad a las prolongadas deformaciones por cortante debidas al movimiento relativo entre las superficies que separa. De esta manera, la lubricación es intentada para reducir o prevenir el desgaste y la fricción.

- Lubricante

Existen muchos tipos de lubricantes. Una primera considera el estado físico: gaseosos, líquidos, semisólidos y sólidos. Aquí sólo serán tenidos en cuenta los lubricantes líquidos que están entre los más empleados en lubricación industrial de engranajes. Entre los lubricantes líquidos más comunes están los aceites minerales y algunos derivados del petróleo.

Un modelo reológico o constitutivo de un fluido describe cómo reacciona y se comporta este ante diferentes estímulos o acciones físicas. Las principales estímulos físicos a tener en cuenta para estudiar el comportamiento de un lubricante son las acciones mecánicas

(fuerzas, presiones, esfuerzos y deformaciones) y térmicas (diferencias de temperatura y flujos de calor) entre otros. Que un lubricante cumpla su función para unas condiciones dadas de carga, velocidad y temperatura depende en como este responde a tales condiciones. Esta respuesta viene determinada por las propiedades físicas y químicas que definen su modo de comportamiento.

Para los lubricantes las propiedades más relevantes y modos constitutivos se describen a continuación.

- Viscosidad.

Esta propiedad juega el papel fundamental en la lubricación. Está relacionada con la resistencia interna al deslizamiento entre capas adyacentes de un fluido. Considérese una interface diferencial $dS = ndS$ en un punto de un fluido en movimiento de área dS y orientación dada por el vector unitario, sea τ es el esfuerzo cortante en la dirección del flujo sobre esta interface y $\dot{\gamma} = \left(\frac{\partial v}{\partial n}\right)$ el gradiente de velocidad o tasa de deformación por cortante del flujo en direcciónn. Se define la viscosidad dinámica η como la relación:

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (1.5)$$

La cual tiene las dimensiones fundamentales $FL^{-2}T$ o $ML^{-1}T^{-1}$. En el sistema de unidades CGS, la unidad de viscosidad es el poise que equivale a $1g/cm.s$ También se emplea el centipoise = $(1/100)$ poise. La unidad SI para la viscosidad dinámica es $1kg/m.s = 1N/m^2 = 1Pa.s$. En el sistema USCS las unidades son $1slug/pie.s$

La viscosidad cinemática se define como:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (1.6)$$

Donde ρ es la densidad del lubricante. Las dimensiones fundamentales para ν son L^2T^{-1} . En el sistema de unidades CGS, la unidad de viscosidad cinemática es el stoke = cm^2/s . También es de uso muy frecuente el centistokes = $(1/100)$ stoke. En el sistema USCS las unidades son pie^2/s .

Por lo general la viscosidad es función de la temperatura, la presión y las tasa de deformación por cortante, lo cual influye de manera significativa en los procesos de lubricación, en particular en la LEH la viscosidad y la densidad son extremadamente sensible a los cambios de presión y temperatura. A continuación se presentan estas relaciones.

- Piezo-viscosidad y termo-viscosidad.

En 1966 Roelands [24] observó que a presión constante la viscosidad de los aceites lubricantes incrementa más o menos exponencialmente con el recíproco de la temperatura absoluta, y a temperatura constante la viscosidad incrementa más o menos exponencialmente con la presión. La fórmula experimental obtenida por Roelands para esta dependencia es:

$$\eta = \eta(p, \theta) = \eta_0 \exp \left\{ [\ln(\eta_0) + 9.67] \left[\left(1 + \frac{p}{p_0} \right)^Z - 1 \right] \left[\frac{\theta - 138}{\theta_0 - 138} \right]^{S_0} \right\} \quad (1.7)$$

Dónde:

p Es la presión de interés en el lubricante [Pa], $p_0 = 1.98 \times 10^8$ Pa es una presión de referencia constante.

θ es la temperatura absoluta de interés en el lubricante [K], θ_0 es la temperatura de referencia o ambiente [K]

η_0 Es la viscosidad a presión y temperatura atmosférica [Pa. s]

Z y S_0 son constantes características del lubricante en específico, independientes de la temperatura y la presión. Esas constantes puede ser calculadas de las siguientes formulas

$$Z = \frac{\alpha p_0}{\ln(\eta_0) + 9.76} \quad (1.8)$$

$$S_0 = \frac{\beta(\theta_0 - 138)}{\ln(\eta_0) + 9.76} \quad (1.9)$$

Dónde:

α Es el coeficiente de presión-viscosidad [m^2/N], para aceites minerales α está generalmente en el rango de 10^{-8} y 2×10^{-8} Pa [25].

β Es la constante termo-viscosa [$1/\text{K}$].

Para presiones mayores a 1Gpa el modelo de Roelands sobrestima la viscosidad para algunos lubricantes. En 1970 Allen et al [26] basado en resultados experimentales propuso un modelo exponencial de dos pendientes para temperaturas constantes. La fórmula para este modelo es [27]:

$$\eta = \left\{ \begin{array}{l} \eta_0 \exp(\alpha_1 p) \\ \eta_0 \exp(c_0 + c_1 p + c_2 p^2 + c_3 p^3) \\ \eta_0 \exp(\alpha_1 p_t + \alpha_2 (p - p_t)) \end{array} \right\} \begin{array}{l} p < p_a \\ p_a \leq p \leq p_b \\ p_b < p \end{array} \quad (1.10)$$

Donde

p_t es la presión de transición, el valor más allá del cual el incremento en las viscosidad cambia de pendiente, de α_1 a α_2 , Allen sugirió $p_t = 380\text{MPa}$

$$p_a = 0.7p_t \text{ y } p_b = 1.4p_t,$$

$c_i, i = 1, 2, 3$ son coeficientes constantes determinados de modo que la transición entre las pendientes sea suave.

Esta fórmula es modificada [28] para incluir los efectos térmicos, la nueva expresión es:

$$\eta = \left\{ \begin{array}{l} \eta_0 \exp(\alpha_1 p - \beta(\theta - \theta_0)) \\ \eta_0 \exp(c_0 + c_1 p + c_2 p^2 + c_3 p^3 - \beta(\theta - \theta_0)) \\ \eta_0 \exp(\alpha_1 p_t + \alpha_2 (p - p_t) - \beta(\theta - \theta_0)) \end{array} \right\} \begin{array}{l} p < p_a \\ p_a \leq p \leq p_b \\ p_b < p \end{array} \quad (1.11)$$

Relación viscosidad-tasa deformación por cortante.

Los lubricantes para los cuales la viscosidad es independiente de la tasa de deformación por cortante son denominados como Newtonianos. Ejemplo de este tipo de fluidos son los líquidos como el agua, el benceno y los aceites ligeros. En estos fluidos la estructura molecular no es afectada por la acción cortante. Este es el modelo de fluido viscoso más

simple, y de acuerdo a la ecuación (1.5) el esfuerzo cortante es proporcional a la tasa de deformación por cortante:

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \quad (1.12)$$

Este modelo aplica satisfactoriamente en LEH cuando se trata de determinar el espesor de película para aceites minerales y sus lubricantes sintéticos equivalentes y cuando las tasa de deformación por cortante están en el rango aproximado de 10^5-10^6s^{-1} [29], pero falla completamente cuando se trata de estimar las fuerzas de fricción [30]. El modelo Newtoniano sobre-predice el esfuerzo cortante encontrado en experimentos como lo muestra Johnson y Tevaarwerk [31]. Además cuando las tasas de deformación están por arriba de los 10^6s^{-1} la proporcionalidad se pierde y el lubricante se comporta como un fluido no-Newtoniano. En estos fluidos la viscosidad depende de la tasa de deformación por cortante. El comportamiento no-Newtoniano es, en general, una función de la complejidad estructural molecular del fluido, que interfiere y se ve afectada por el proceso de deformación.

Los modelos no-Newtonianos en lubricación son, por lo general, un caso particular de fluido de Maxwell no lineal, para el cual la tasa de cortante por deformación presenta dos componentes, una componente elástica $\dot{\gamma}_E = \frac{\dot{\tau}}{G}$ y una componente viscosa $\dot{\gamma}_v = F(\tau)$,

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_E + \dot{\gamma}_v = \frac{\dot{\tau}}{G} + F(\tau) \quad (1.13)$$

Donde G es el módulo elástico en cortante del fluido y $F(\tau)$ es cualquier función no lineal que se reduzca a $\frac{\tau}{\eta}$ para τ pequeño y se ajuste a los datos experimentales.

Aquí se presenta una lista de los modelos más empleados para representar el comportamiento viscoso no lineal de los lubricantes en LEH identificados en la literatura:

- Modelo de Ree-Eyring [32]:

$$\dot{\gamma} = F(\tau) = \frac{\tau_E}{\eta} \sinh\left(\frac{\tau}{\tau_E}\right) \quad (1.14)$$

- El modelo visco-plástico [33]:

$$\dot{\gamma} = F(\tau) = -\frac{\tau_L}{\eta} \ln\left(1 - \frac{\tau}{\tau_L}\right) \quad (1.15)$$

- El modelo visco-plástico simplificado de Bair-Winer:

$$\dot{\gamma} = F(\tau) = -\frac{1}{\eta} \left(1 - \left|\frac{\tau}{\tau_L}\right|\right)^{-1} \quad (1.16)$$

- Modelo visco- plástico circular [34] [35] :

$$\dot{\gamma} = F(\tau) = \frac{\tau}{\eta} \left[1 - \left(\frac{\tau}{\tau_L}\right)^2\right]^{-1/2} \quad (1.17)$$

Donde

τ_E es el esfuerzo de Eyring que marca la frontera entre el comportamiento Newtoniano y no Newtoniano

τ_L es la resistencia límite por cortante.

La resistencia límite por cortante se asume a ser una función de la presión p solamente,

$$\tau_L = \tau_0 + \gamma_t p \quad (1.18)$$

Donde

τ_0 es la resistencia limite por cortante en $p = 0$

γ_t es una constante, usualmente toma valores entre 0.01 y 0.08.

Relación densidad-presión-temperatura.

La densidad de la mayoría de los aceites minerales incrementa con la presión. Frecuentemente este efecto es pequeño y puede ser despreciado. Sin embargo a las grandes presiones que ocurren en contactos elastohidrodinámicos el lubricante no puede ser ya considerado como un medio incompresible. Una relación empírica que describe esta dependencia de acuerdo con la fórmula propuesta por Dowson y Higginson [3] y que incorpora la dependencia con la temperatura [36] es

$$\rho(p, \theta) = \rho_0 \frac{(C_1 + C_2 p)}{(C_1 + p)} [1 - \lambda(\theta - \theta_0)] \quad (1.19)$$

Donde

$$C_1 = 5.9 \times 10^8 \text{ y } C_2 = 1.34$$

ρ_0 es la densidad a condiciones ambiente

λ es el coeficiente de expansión térmica

θ_0 es la temperatura ambiente.

1.6.1 Modos de Lubricación

Dependiendo de la relación entre el espesor promedio de película h y la media geométrica de las rugosidades superficiales $\sigma = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2}$, de la geometría y los materiales de las superficies en contacto lubricado, de las condiciones de operación como las velocidades relativas entre las superficies, la carga normal transmitida y la viscosidad del lubricante se puede distinguir tres diferentes modos o regímenes de lubricación (figura 1.4):

- Lubricación hidrodinámica (LH) y lubricación elastohidrodinámica (LEH).
- Lubricación mixta (LM) o lubricación elastohidrodinámica parcial.
- Lubricación Límite (LL)

Estos modos de lubricación pueden ser representados y distinguidos con ayuda de la curva de Stribeck (Figura 1.4), que muestra como depende el coeficiente de fricción μ de las condiciones de operación: viscosidad η , velocidad relativa entre las dos superficies v y carga normal transmitida por la interface N combinadas en el parámetro de Hersey $\frac{\eta v}{N}$.

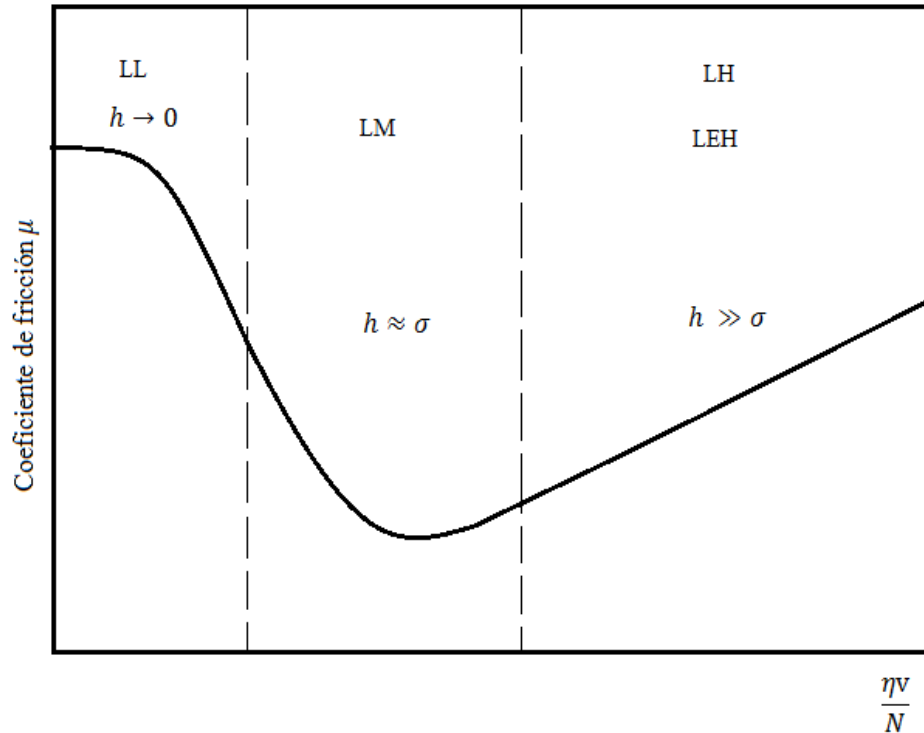


Figura 1.5. Curva de Stribeck y modos de lubricación

En lubricación hidrodinámica las superficies están separadas por una película fluida continua de lubricante, cuyo espesor es mucho mayor que la media geométrica de la rugosidad de ambas superficies, $h \gg \sigma$ (Figura 1.5.). La resistencia es debida a la fricción interna del lubricante. En este régimen el comportamiento tribológico del sistema está completamente determinado por la reología del lubricante, es decir, por sus propiedades viscosas, y puede ser calculado o estimado con los métodos de la hidrodinámica. La curva de Stribeck (figura 1.4) muestra que el coeficiente de fricción es directamente proporcional a $\frac{\eta v}{N}$ en este régimen.

La LEH es un caso especial de LH que se da en interfaces tribológicas entre superficies geoméricamente no conformes, donde las altas presiones, que ocurren debido a que las cargas normales se concentran sobre áreas relativamente pequeñas, dan lugar a deformaciones elásticas y cambios en la viscosidad y densidad apreciables. Entonces el comportamiento tribológico del sistema queda determinado, además de la hidrodinámica del lubricante, por los efectos piezo-viscoso y elásticos.

Debido a que ningún contacto directo entre las superficies ocurre en este modo de lubricación los procesos de desgaste no toman lugar, excepto el desgaste por fatiga superficial, cavitación o erosión. Por este aspecto este es el tipo de lubricación más simple y más deseable que se pueda tener.

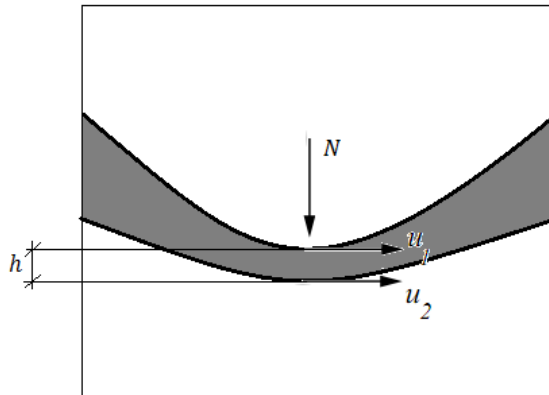


Figura 1.6. Separación de dos superficies sólidas por una película hidrodinámica en LH.

Si en condiciones de lubricación hidrodinámica o LEH, la viscosidad o la velocidad decrecen, o la carga normal incrementa, y por ende, la película de lubricante se hace más delgada, de modo que el espesor de película sea muy próximo a la rugosidad combinada de las superficies $h \approx \sigma$, entonces la separación no será completa, ocurre contacto entre las asperezas en algunos puntos a lo largo de la interface, mientras en otros las superficies son separadas por una delgada película fluida de lubricante (figura 1.6). Se dice entonces que la interface tribológica opera en modo de lubricación mixta. En este régimen la carga es parcialmente soportada por la película fluida y parcialmente por las asperezas en contacto. Por tanto, la fricción es debida parcialmente a la resistencia a deformación por cortante del fluido y parcialmente a las interacciones entre asperezas [17].

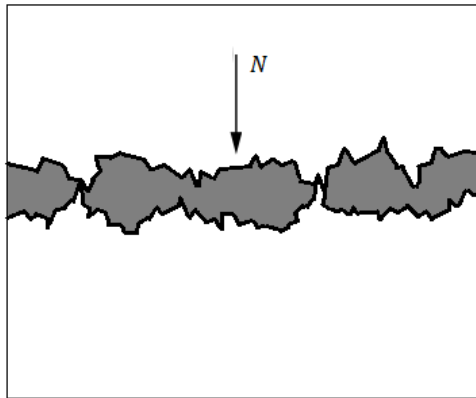


Figura 1.7. Contacto parcial entre asperezas y separación parcial por película fluida en LM

En el modo de lubricación límite, que es el que está ubicado a la izquierda en la curva de Stribeck, las superficies sólidas están tan cercas que la cantidad de contactos entre asperezas es considerable (Figura 1.7) y la película de lubricante apenas si es una capa límite delgadísima interpuesta entre las superficies. La carga normal, por tanto, es casi completamente soportada por la deformación de las asperezas. Y de aquí que los efectos hidrodinámicos y reológicos volumétricos son de poca importancia. El comportamiento tribológico está, más bien, determinado por las interacciones físico-químicas entre la capa límite y las superficies sólidas. En este régimen casi todos mecanismos de desgastes discutidos anteriormente ocurren, aunque seguramente son influenciados y modificados por la acción de la película de lubricante [17].

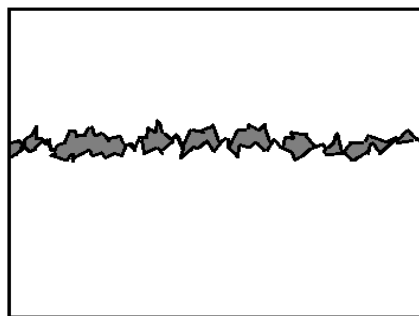


Figura 1.8. Contacto entre asperezas en LL

1.7 Modelo de Reynolds-Hertz para la LEH

En su forma más simple el problema de la LEH es planteado tradicionalmente por el siguiente grupo de ecuaciones [25]:

- La ecuación de Reynolds que describe el flujo dentro de una gabela estrecha entre dos superficies sólidas en movimiento relativo y la condición de cavitación que establece que la presión debería permanecer siempre positiva.
- La ecuación de deformación elástica que describe la geometría de la gabela deformada por la presión que ejerce el lubricante sobre las superficies.
- La ecuación piezo-viscosa y termo-viscosas, ya sea la ecuación (1.7) o (1.11) las cuales relacionan la viscosidad con la presión y la temperatura.
- La ecuación de compresibilidad del lubricante que usualmente es la ecuación (1.19), esta describe la dependencia de la densidad del lubricante con la presión y la temperatura.
- La ecuación de balance de fuerzas, que establece que la presión en la película debería balancear la carga aplicada.

Las ecuaciones para el comportamiento de lubricante ya fueron delineadas en la sección 1.1.2, a continuación se delinean las ecuaciones de Reynolds y la ecuación de Hertz para la deformación elástica.

1.7.1 Ecuación de Reynolds

El comportamiento hidrodinámico de las películas fluidas en LH y LEH puede ser modelado matemáticamente por la ecuación de Reynolds. Esta es una ecuación diferencial para la distribución de presiones debida al movimiento relativo entre las superficies sólidas y tomando en cuenta la geometría de la película fluida (Figura 1.8).

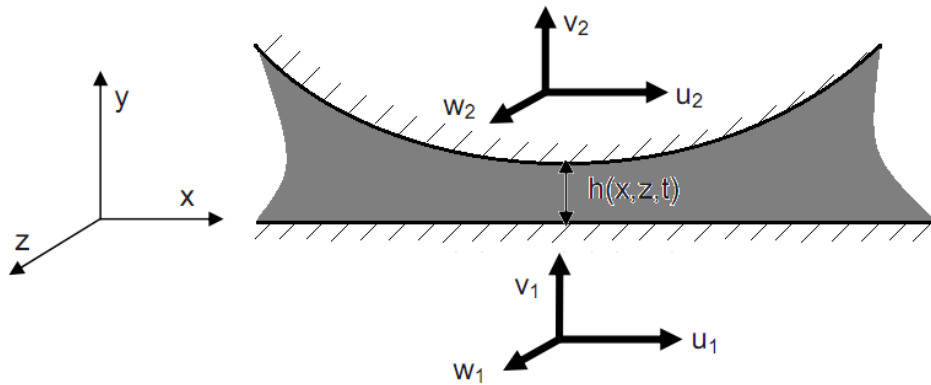


Figura 1.9. Película fluida entre dos superficies sólidas en movimiento relativo.

Esta ecuación fue derivada por Reynolds a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes haciendo ciertas suposiciones simplificadoras propiciadas por las condiciones particulares en películas fluidas de lubricantes, las cuales establecen:

- Las fuerzas de cuerpo son descartables.
- La presión es constante a través de la película (dirección y, Figura 1.10).
- No hay deslizamiento del lubricante sobre las superficies sólidas.
- El lubricante se comporta como un fluido Newtoniano.
- El flujo es laminar.
- La inercia del lubricante es descartable.
- La densidad del lubricante es constante (incompresible).
- La viscosidad es constante a través del espesor de película.

Con estas suposiciones la ecuación completa de Reynolds [30] transitoria y en dos dimensiones es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 6 \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [\rho h (u_1 + u_2)] + \frac{\partial}{\partial z} [\rho h (w_1 + w_2)] + 2 \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) \right\} \quad (1.20)$$

Donde

p es la presión

$h = h(x, z, t)$ es la geometría o perfil de la película lubricante

ρ es la densidad del lubricante

η es la viscosidad del lubricante

u_1 y u_2 son las velocidades de las dos superficies en dirección x

w_1 y w_2 son las velocidades de las dos superficies en dirección z

La ecuación (1.20) puede ser simplificada para obtener la ecuación de Reynolds para contacto lubricado lineal:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right] = 6 \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [\rho h (u_1 + u_2)] + 2 \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) \right\} \quad (1.21)$$

La restricción sobre la reología Newtoniana para el lubricante puede ser relajada para permitir lubricantes de comportamiento no Newtoniano incluyendo las dependencias de la viscosidad con la presión y la tasa de cortante. Wolf y Kubo [37] derivaron una ecuación generalizada de Reynolds no Newtoniana que permite incluir ecuaciones constitutivas de la forma (1.17) con $F(\tau)$ dado por cualquiera de los modelos (1.14-1.17). La forma bidimensional transitoria de esta ecuación es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[m_2 \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[m_2 \frac{\partial p}{\partial z} \right] = h \left[\frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[(u_1 - u_2) \frac{m_1}{f_0} + u_2 \rho_2 h - u_1 m_3 \right] - \\ \frac{\partial}{\partial z} \left[(w_1 - w_2) \frac{m_1}{f_0} + w_2 \rho_2 h - w_1 m_3 \right] - \frac{\partial}{\partial x} [m_{x4}] - \frac{\partial}{\partial z} [m_{z4}] + \int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial t} dy + \rho_2 v_2 - \rho_1 v_1 \end{aligned} \quad (1.22)$$

Donde

$$m_1 = \int_0^h \left(\rho \int_0^y F(\tau_e) d\hat{y} \right) dy$$

$$m_2 = \frac{f_1 m_1}{f_0} - \int_0^h \left(\rho \int_0^y F(\tau_e) \hat{y} d\hat{y} \right) dy$$

$$m_3 = \int_0^h \rho dy$$

$$m_{x4} = \frac{k_{x0} m_1}{f_0} - \int_0^h \left(\rho \int_0^y A \frac{d\tau_{xy}}{dt} d\hat{y} \right) dy$$

$$m_{x4} = \frac{k_{z0}m_1}{f_0} - \int_0^h \left(\rho \int_0^y A \frac{d\tau_{zy}}{dt} d\hat{y} \right) dy$$

$$k_{x0} = \int_0^h A \frac{d\tau_{xy}}{dt} dy$$

$$k_{z0} = \int_0^h A \frac{d\tau_{zy}}{dt} dy$$

$$f_0 = \int_0^h F(\tau_e) dy$$

$$f_1 = \int_0^h F(\tau_e) y dy$$

$A = \frac{1}{G}$ para fluidos viscoelástico, $A = 0$ para fluidos solamente viscoplástico, G es el módulo de elasticidad por cortante

$$\tau_e = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2}$$

τ_e es el esfuerzo equivalente resultante

v_1 y v_2 son las velocidades de las dos superficies en dirección y

ρ_1 y ρ_2 son las densidades del lubricantes sobre las superficies sólidas.

Para un flujo bidimensional en condiciones de contacto lineal se establece que

$$\frac{\partial(\cdot)}{\partial z} = 0, w_1 = w_2 = 0, \tau_{xy} = \tau_e = \tau,$$

$$v_1 = 0, v_2 = u_2 \frac{\partial}{\partial x} h, \frac{d\tau}{dt} = u \frac{\partial \tau}{\partial x}$$

Por tanto la ecuación (1.26) se reduce a:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[m_2 \frac{\partial p}{\partial x} \right] = u_1 \frac{\partial}{\partial x} [m_3] + (u_1 - u_2) \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{m_1}{f_0} \right] - \frac{\partial}{\partial x} [m_4] + \int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial t} dy \quad (1.23)$$

Que puede ser utilizada para obtener la distribución de presiones en los tribo-contacto de entre dientes de engranaje rectos.

1.7.2 La ecuación de deformación elástica

En particular la LEH es un modo de lubricación donde de las deformaciones elásticas en las interfaces tribológicas debidas a las altas presiones hidrodinámicas ejercidas por la película lubricante fluyendo en ellas son importantes para el desarrollo del espesor de película fluida. En los modelos matemáticos que frecuentemente se emplean para estudiar la LEH las deformaciones elásticas se determinan a partir de la teoría de contacto de Hertz. Aunque estrictamente en una interface tribológica lubricada no hay contacto directo entre las superficies debido a la película que las separa, el espesor de esta es muy pequeño comparado con las deformaciones elásticas promedios de cada superficie en la interface (por lo general nunca sobrepasa un 20% [30]), de modo que la distribución de presión y las deformaciones elásticas resultantes no son muy diferentes a las que se obtendrían cuando las superficies son presionadas una contra otra en modo de contacto elastoestático seco. Así que la teoría ha resultado relevante para modelar las deformaciones en LEH.

En el estudio y análisis de los procesos e interacciones en superficies de contacto pueden hacerse una gran variedad de consideraciones que comprenden:

- La macro-geometría de los cuerpos que entran en contacto, que abarca el ajuste geométrico entre las superficies, la geometría de la interface de contacto (punto, línea, superficie plana, área elíptica o rectangular, etc.).
- La micro-geometría o topografía de las superficies: suaves o rugosas.
- El tipo de movimiento en la interface: rodadura, deslizamiento, pivotamiento (spin) o una combinación de estos.
- Las fuerzas de contacto: fuerzas normales, fuerzas tangenciales de fricción y fuerzas adhesivas.
- El comportamiento constitutivo y las propiedades mecánicas de los materiales: elasticidad, plasticidad, viscoelasticidad.

La complejidad y variedad de los procesos de contacto queda en evidencia al mirar los factores que pueden ser considerados como se ha expuesto anteriormente. Por tanto, cualquier intento por obtener un modelo matemático tratable de los procesos de contacto tiene que hacer ciertas simplificaciones y suposiciones. Una de las teorías más antiguas y más difundida antes del advenimiento de la mecánica computacional de contacto es la teoría de Hertz. Este modelo se basa en las siguientes hipótesis:

- Los materiales que constituyen los cuerpos se suponen que son perfectamente elásticos, homogéneos e isotrópicos y que las deformaciones son lo suficientemente pequeñas (geométricamente lineal) en comparación con los radios de curvaturas de las dos superficies en los puntos iniciales de contacto. Por tanto, las dimensiones del área de contacto es relativamente pequeña comparadas con los radios de curvatura en los puntos de contacto. De esta manera los cuerpos pueden ser considerados como semi-espacios elásticos.
- Las superficies son suaves (diferenciables) y no conformes.
- Las rugosidades superficiales son descartables.
- Las cargas aplicadas son normales a las superficies en los puntos de contacto, ninguna fuerza tangencial es inducida en la interface, se desprecian las fuerzas fricción.
- Los cuerpos están en reposo y equilibrio (contacto estático).

Con base a estas suposiciones se desarrollan los siguientes planteamientos.

1.7.3 Geometría de los cuerpos en contacto

Se distingue entre contacto conforme y no conforme. Un contacto es conforme si las posibles superficies de contacto de dos cuerpos dados ajustan exactamente o por lo menos muy cercanamente sin forzarlos a deformación por la aplicación de cargas. Por ejemplo un punzón de extremo plano apoyado sobre una superficie plana. En este tipo de contacto el tamaño del área de contacto es independiente de la carga aplicada, por tanto, la secuencia de carga no es importante para este caso. Por otro lado, cuando dos sólidos son puestos en contacto sin deformarlos y se tocan únicamente en un punto, como el contacto entre dos esferas; o a lo largo de una línea como en el contacto entre dos cilindros, el contacto se dice

que es no conforme. La característica distintiva de este tipo de contacto es que el tamaño de la interface cambiará de acuerdo a la magnitud de las cargas externas a las que sean sometidos los cuerpos [38]. Estos se deformarán en la vecindad del punto o línea inicial de contacto y pasarán a tocarse en un área finita. Determinar la forma y tamaño de la superficie de contacto, la distribución de las fuerzas transmitidas a través de la interface, los movimientos, y los esfuerzos y deformaciones bajo unas condiciones o acciones externas como cargas y restricciones de movimiento es el principal fin de la mecánica de contacto.

Para una formulación básica de un problema de contacto se parte de una descripción de la geometría de las superficies, para lo que se requiere de un sistema de coordenadas. En el caso de superficies suaves no conformes, se toma la configuración no deformada de los cuerpos y se propone como origen de un sistema de coordenadas cartesianas un punto inicial de contacto entre las superficies, sea este O , convenientemente puede ser un punto que presente alguna simetría. El eje z se toma a lo largo de la normal común en O entre los cuerpo 1 y 2, por tanto, el plano $x - y$ es tangente, en O , a las dos superficies. Las direcciones de los ejes x y y se toma a lo largo, en los posible, de los ejes de simetría de los cuerpos (ver figura 1.11). Si el contacto inicial no deformado es puntual, evidentemente se toma como origen el punto de contacto, y si el contacto inicial es lineal se toma como origen uno de los puntos de la línea de contacto y el eje y se orienta a lo largo de esta línea.

En este sistema de coordenadas las formas no deformadas de las superficies S_1 y S_2 quedan representadas, respectivamente, por las funciones:

$$z_i = f_i(x, y) \quad i = 1, 2 \quad (1.24)$$

De esta manera la separación entre las dos superficies antes de la deformación es dada por:

$$h(x, y) = z_1(x, y) - z_2(x, y) \quad (1.25)$$

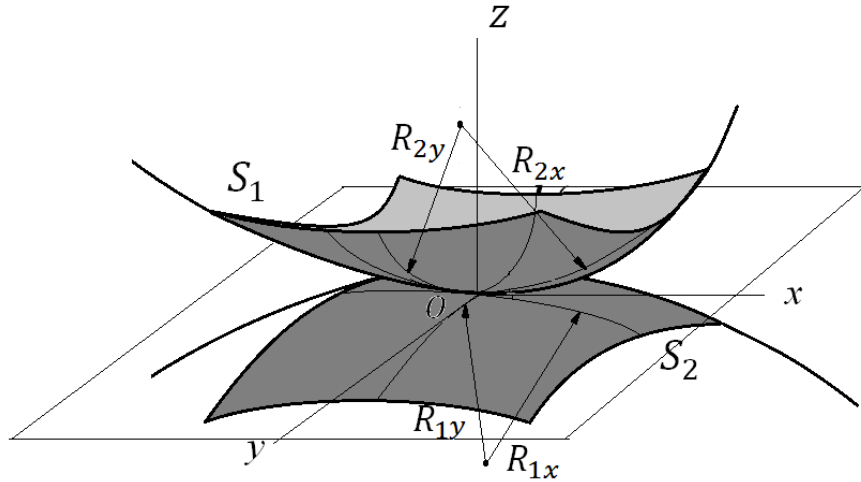


Figura 1.10. Geometría inicial de contacto entre dos superficies no conformes S_1 y S_2 .

Como se ha supuesto que las deformaciones son relativamente pequeñas y que por ende las dimensiones del área de contacto son pequeñas comparadas con el radio de curvatura local, los perfiles de las superficies no deformadas cerca de la zona de contacto se pueden aproximar por ecuaciones cuadráticas (paraboloides), esto es:

$$z_i(x, y) = \frac{x^2}{R_{ix}} + \frac{y^2}{R_{iy}} \quad i = 1, 2 \quad (1.26)$$

Donde R_{ix} y R_{iy} son los radios de curvaturas principales en las direcciones x y y . De aquí que la ecuación (1.25) para la separación entre los sólidos toma la siguiente forma:

$$h(x, y) = \frac{x^2}{2R_x} + \frac{y^2}{2R_y} \quad (1.27)$$

R_x y R_y son los radios reducidos de curvatura y vienen dados por:

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_{1x}} + \frac{1}{R_{2x}} \quad (1.28a)$$

$$\frac{1}{R_y} = \frac{1}{R_{1y}} + \frac{1}{R_{2y}} \quad (1.28b)$$

Se ha supuesto además que los ejes de coordenadas x y y están alineados con las direcciones principales de la separación para cancelar los términos cruzados xy (ver figura 1.10).

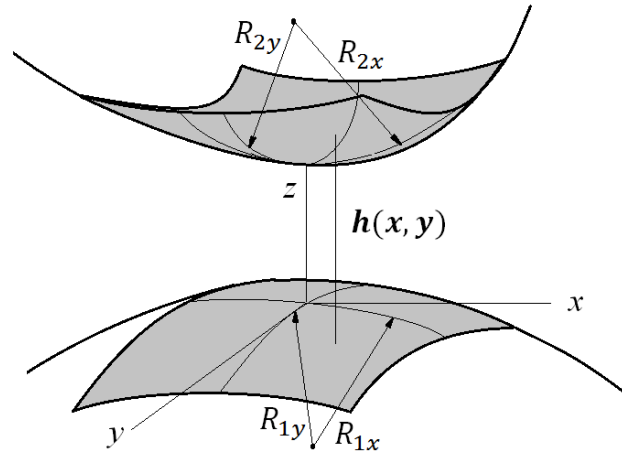


Figura 1.11. Geometría de la separación entre dos superficies

1.7.4 Desplazamientos elásticos

Puesto que los cuerpos se han supuesto como semi-espacios elásticos, las deflexiones elásticas de la interface Γ_c debidas a la presión de contacto $p(x', y')$ pueden calcularse para contacto puntual por [38] [30]:

$$\delta(x, y) = \frac{1}{E_r} \iint_{\Gamma_c} \frac{p(x', y') dx' dy'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \quad (1.29)$$

Donde E_r es el módulo elástico reducido y viene dado por:

$$\frac{1}{E_r} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \quad (1.30)$$

E_1 y E_2 son los módulos elásticos de ambos cuerpos

ν_1 y ν_2 denotan las razones de Poisson

Para contacto lineal (1.29) se reduce a:

$$\delta(x, y) = \frac{2}{E_r} \int_{x_0}^{x_f} p(x') \ln|x - x'| dx' \quad (1.31)$$

1.8 Engranajes

Los engranajes son mecanismos de transmisión mecánica entre dos ejes por medio del contacto entre superficies sólidas cuyos perfiles son tales que cumplen la ley del engranaje, esto es, que la línea normal a los perfiles o línea de empuje en el punto de contacto interseca en todo instante un punto fijo I de la línea de centros O_1O_2 (ver figura 1.11), lo que asegura que la relación de transmisión cinemática sea constante e independiente de la configuración del mecanismo. A los perfiles que cumplen con esta condición se les denomina perfiles conjugados de los cuales el más empleado en la práctica es el perfil de involuta de la circunferencia. La relación de transmisión τ se define por la expresión:

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (1.32)$$

Donde ω_2 es la velocidad angular de salida o velocidad angular del eje conducido, y ω_1 es la velocidad angular de entrada o velocidad angular del eje conductor.

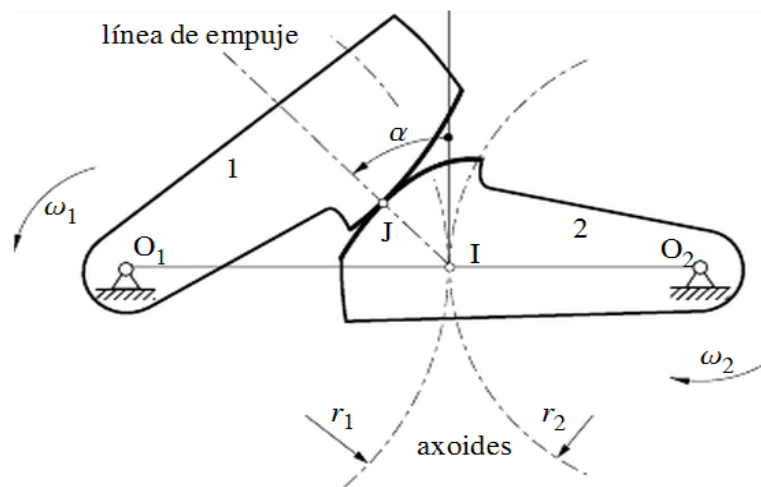


Figura 1.12. Ley del engranaje (ilustración tomada de [57])

En los mecanismos engranajes por lo general las superficies de contacto están ubicadas sobre los flancos de dientes uniformemente distribuidos en la periferia de una rueda de modo que la transmisión de movimiento solo se efectúa por lo menos en una pareja de perfiles conjugados a la vez durante una fracción del movimiento, manteniéndose la continuidad en la transmisión ya que antes de que una pareja de perfiles abandone el

contacto otra lo inicia. Además se posibilita la transmisión en ambos sentidos [39]. (Ver figura 1.12). Un engranaje consta por lo menos de un par de estas ruedas, de las cuales la más pequeña recibe el nombre de piñón y la más grande recibe el nombre propiamente de engrane(rueda o de corona).

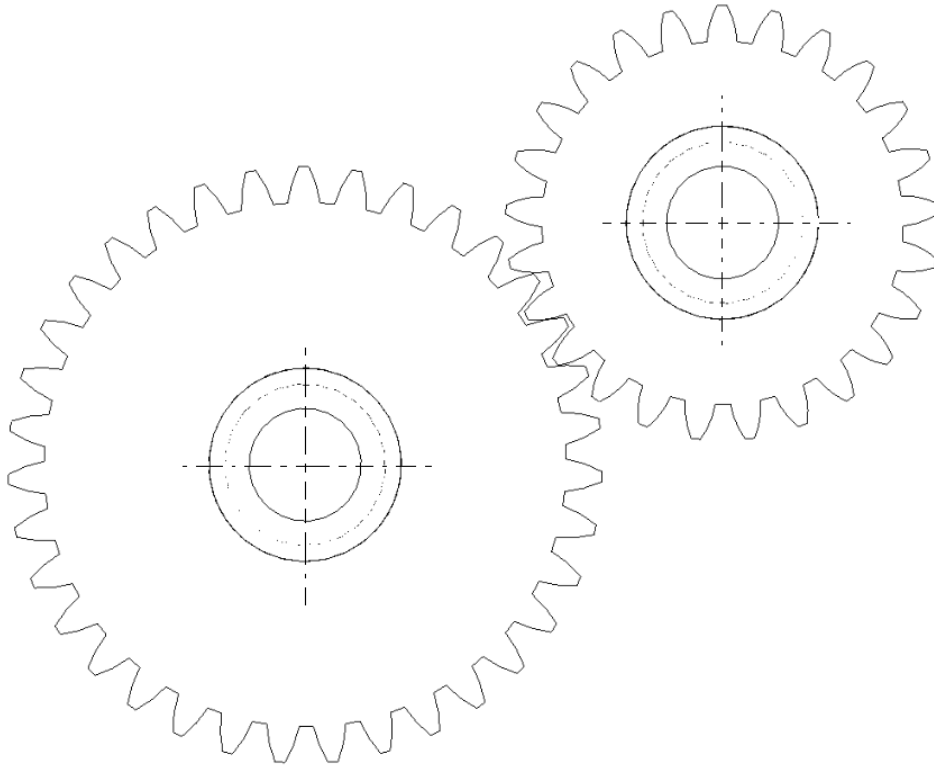


Figura 1.13. Engranajes de ruedas dentadas

Los engranajes suelen clasificarse de acuerdo con la geometría de los axoides del movimiento, esto es, de la forma de las superficies generada por el eje de rotación instantánea de uno de las ruedas con respecto a la otra. Así se tiene que:

- Si los ejes son paralelos el engranaje será cilíndrico
- Si los ejes se cortan el engranaje será cónico
- Si los ejes se cruzan el engranaje será hiperbólico

El otro criterio para clasificar los engranajes lo da la disposición del dentado sobre el núcleo de la rueda. Entre los más comunes están:

- Engranajes de dientes rectos

- Engranajes de dientes helicoidales

Los cuales pueden ser a vez interiores o exteriores.

De este modo se pueden tener engranajes cilíndricos de dientes rectos o cilíndricos helicoidales, o cónicos rectos, entre otros (ver figura 1.13). Existen otras características especiales para distinguir a los engranajes pero no serán tenidas en cuenta aquí. En este estudio sólo serán considerados los engranajes cilíndricos de dientes rectos externos.

Engranajes cilíndricos de dientes rectos. Terminología:

Esto son el tipo de engranajes más simple tanto geométrica como constructivamente y también son los más utilizados. En estos engranajes los dientes son paralelos a las generatrices de los cilindros axoides por tanto se pueden estudiar en un plano (Figura 1.12).

Los términos básico asociados con este tipo de engranajes son:

Circulo de paso o circunferencia primitiva: Es la circunferencia de un cilindro imaginario que rueda sin deslizar cuando entra en contacto con el cilindro del otro miembro del engranaje en el punto de intersección entre la línea de centros y la normal al punto de contacto real entre los dientes.

Circulo exterior: Es el circulo que limita las arista exteriores de los diente del engranaje.

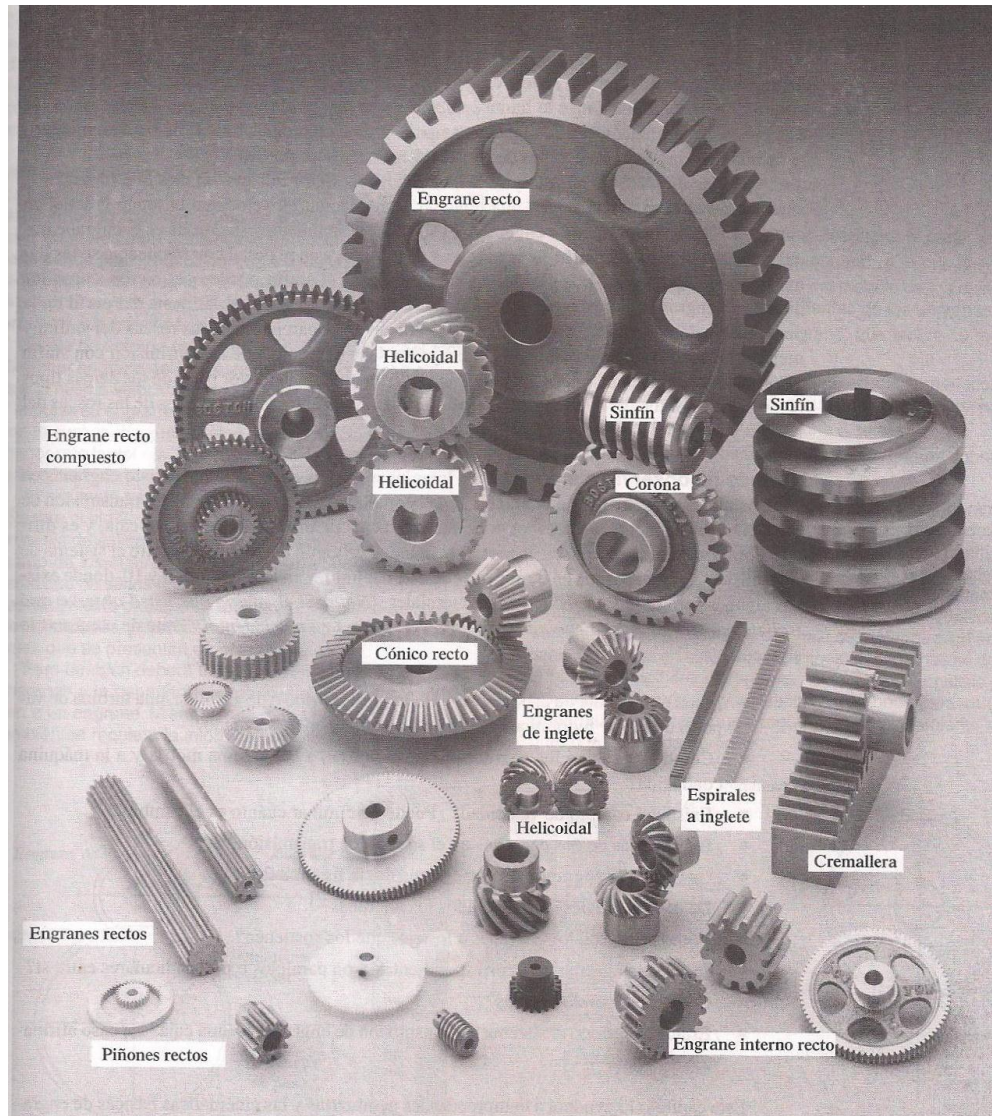


Figura 1.14. Clasificación de los Engranajes [40]

Círculo interior o de raíz: Es el círculo que limita la raíz de los dientes.

Círculo base: Es el círculo a partir del cual se desarrolla el perfil de involuta.

Addendum: Es la distancia radial entre el círculo de paso y el Círculo interior.

Dedendum: Es la distancia radial entre el círculo de paso y el círculo de raíz.

Altura de diente: Distancia radial entre el círculo interior y el círculo exterior.

Paso circular: Distancia entre dos puntos homólogos de dientes consecutivos medida sobre el círculo de paso.

Holgura circunferencial: Ancho del espacio entre dientes consecutivos medido sobre el círculo de paso.

Espesor de diente: Ancho del diente medido sobre el círculo de paso.

Juego: Diferencia entre el hueco de un diente y el espesor del que engrana con él.

Holgura: Diferencia entre el dedendum de un diente y el addendum del que engrana con él.

Anchura de cara: Dimensión del diente medida en dirección axial.

Módulo: Relación entre el diámetro primitivo y el número de dientes.

Línea de acción: Línea por la que se mueven los puntos de contacto durante el engranaje.

Ángulo de presión: Es el que forma la línea de acción con la tangente al círculo de paso en el punto de intersección con la línea de centros.

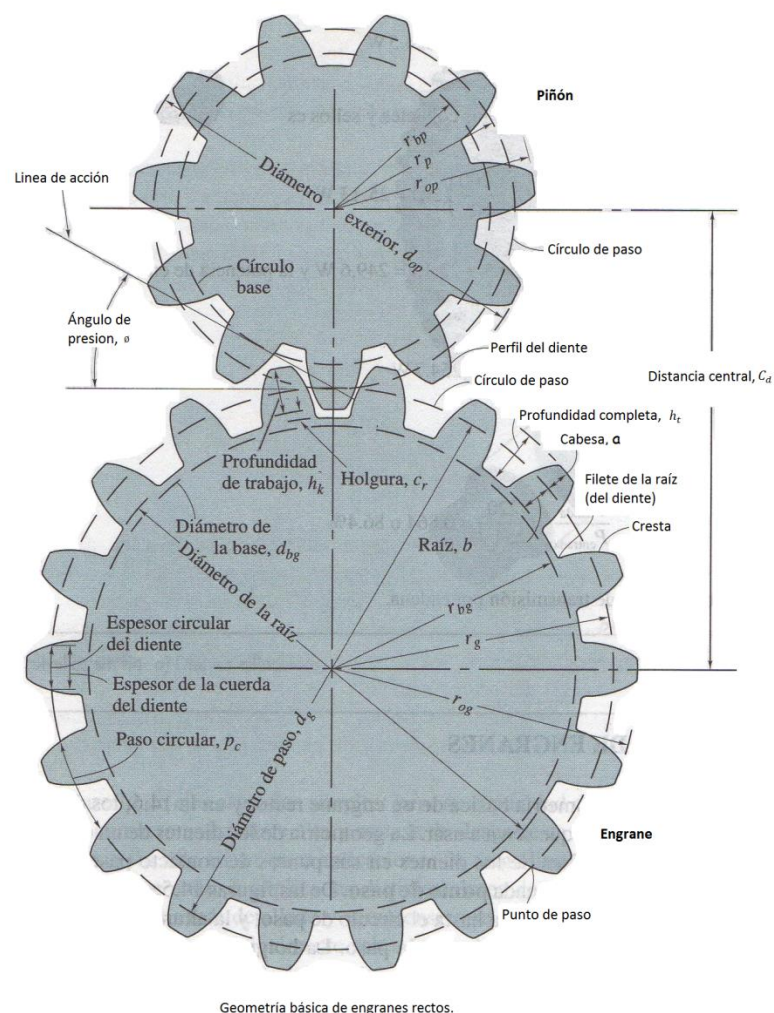


Figura 1.15. Engranajes cilíndricos de dientes rectos. Terminología [41]

1.9 Lubricación de engranajes

Como un sistema tribo-mecánico para transmisión de potencia los engranajes requieren lubricación para controlar el desgaste y la fricción. De acuerdo con la diversidad de materiales, configuraciones, formas y tamaños, así como de las condiciones de operación (carga, velocidad y temperatura), propios de cada aplicación, existe una gran variedad de lubricantes y métodos de lubricación a emplear. De la misma manera dependiendo de estas condiciones el modo de lubricación imperante en engranaje puede ser tanto límite, mixta o fluida.

1.9.1 Lubricantes para engranajes

Los lubricantes para engranajes tienen varias funciones [42] tales como:

- Lubricación.
- Refrigeración. En engranajes cerrados, como en las cajas de engranajes, el lubricante debe actuar como refrigerante para extraer el calor generado por disipación en los tribo-contactos.
- Protección. Los engranajes deben ser protegidos contra la corrosión y la herrumbre.
- Limpieza. El lubricante debe extraer los desechos que se forman durante el contacto de los dientes.

1.9.2 Tipos de lubricantes

Los siguientes son los tipos de lubricantes más usados en engranajes [42]:

Aceites minerales puros: Se aplican en engranajes que trabajan bajo condiciones moderadas de operación.

Aceites inhibidos contra la herrumbre y la corrosión: se utilizan cuando las temperaturas son altas y existe el riesgo de contaminación con agua, que conduce a la formación de herrumbre en los metales ferrosos. Poseen aditivos anti-herrumbre, anti-espuma y anti-desgaste.

Aceites minerales de extrema presión (EP): Se utilizan cuando los engranajes tienen que soportar altas cargas o cargas por choque y bajas velocidades. Son aceites inhibidos a los que se les incorporan aditivos para extrema presión, los cuales son normalmente azufre y fósforo. Es necesario tener cuidado con estos aceites cuando se aplican en reductores que trabajan en ambiente de alta humedad, ya que el vapor de agua presente puede reaccionar con el azufre formando ácidos, que atacan las superficies metálicas.

Aceites compuestos: Tienen como característica principal su elevada adhesividad. Son mezcla de aceite mineral y animal en proporciones variables. Se utilizan en reductores con engranajes de tornillo sin fin corona, en donde la acción de deslizamiento es muy elevada.

Aceites sintéticos: Se utilizan generalmente en engranajes que presentan alto grado de deslizamiento, o que trabajan a altas temperaturas por períodos prolongados.

Grasas: Su aplicación en engranajes no es muy amplia debido a que tienen poca capacidad refrigerante y tienden a adherir las partículas contaminantes, siendo difícil su eliminación. Se utilizan a veces en la lubricación de engranajes que operan a bajas velocidades y bajas cargas; son comúnmente utilizadas en engranajes abiertos y cajas de engranajes que tienden a dejar escapar aceite; también se utilizan en engranajes que operan intermitentemente. Las grasas semifluidas sintéticas son particularmente adecuadas para lubricar unidades de engranajes de por vida.

Lubricantes sólidos: Son usados cuando las temperaturas de operación son muy altas o muy bajas, cuando las fugas no pueden ser toleradas y cuando se debe operar en un vacío. Estos lubricantes son películas secas untuosas, que se aplican a los dientes de los engranajes; los más utilizados son el bisulfuro de molibdeno, bisulfuro de tungsteno, grafito, talco y politetrafluoroetileno; son costosos, tienen vida limitada contra el desgaste, pero son ideales para aplicaciones especiales como la aviación espacial.

1.9.3 Métodos de Lubricación

El método de lubricación es la forma en como el lubricante es suministrado y aplicado en los puntos de contacto entre los dientes. En engranajes los más comunes son [43]:

Lubricación manual: El lubricante se aplica, sobre los diente, con una aceitera o con una pistola engrasadora. Para lograr una mejor distribución sobre las superficies se emplea una brocha o una espátula.

Lubricación por salpique: Se emplea solamente en engranajes cerrados, como en el caso de los reductores. En este caso el lubricante se encuentra alojado en la parte inferior de la carcasa (cárter) y en él se hallan sumergidos parcialmente uno o varios engranajes, los cuales al girar recogen el aceite y lo transportan hasta el punto de contacto.

Lubricación por baño: normalmente se utiliza cuando la velocidad el engranaje encargado de salpicar el aceite es baja y no garantiza un flujo adecuado de lubricante hacia los contactos. En este sistema de lubricación el lubricante se hace fluir por medio de una bomba desde el cárter hacia un deposito superior, desde donde, por una serie, de conductos el aceite llega sin presión a los puntos de contacto del engranaje.

Lubricación por circulación: El aceite es impulsado por una bomba a través de un circuito de tuberías y atomizado directamente sobre los engranajes. El aceite se drena hacia el cárter de donde es nuevamente Recirculado.

Entendidos los fundamentos de la LEH y de que es un fenómeno tribológico que involucra varias físicas queda claro que el enfoque con el que hay que abordar el modelamiento matemático y computacional de la LEH en una caja de engranajes rectos es el multifísico. Esto en es el tema del siguiente capítulo.

2. Modelo matemático

Como se ha planteado anteriormente el presente proyecto apunta hacia el desarrollo e implementación computacional de un modelo de lubricación en engranajes. Es sabido que el régimen de lubricación que domina en los engranajes es la lubricación elastohidrodinámica (LEH). El enfoque convencional para abordar el modelado de la LEH se ha basado en la teoría de la lubricación hidrodinámica de Reynolds y la teoría de contacto elástico de Hertz con las consiguientes simplificaciones impuestas para hacer el problema tratable matemáticamente. Aun así la solución de estos modelos requiere, en muchos casos, un tratamiento numérico y el desarrollo de código computacional

especializado y hecho a la medida para la determinación de los espesores de película lo que conlleva, a su vez, tiempo y esfuerzo para su implementación. A diferencia de los modelos convencionales el enfoque en este proyecto aprovecha la potencia y la flexibilidad de los métodos numéricos de la mecánica computacional (MC) como el Método de Elementos Finitos (MEF) y el Método de Volúmenes Finitos (MVF) disponibles en los softwares comerciales de simulación como ANSYS para plantear y resolver un modelo más completo y robusto de la LEH en engranajes que permita incorporar más aspectos y factores del sistema que se son excluidos en los modelos convencionales. De este modo es posible, entre otras cosas, retirar algunas de las limitaciones de los modelos convencionales y manejar las ecuaciones completas que rigen la mecánica del engranaje y la hidrodinámica del lubricante lo que, por ende, posibilita que el dominio entero del sistema sea modelado más allá de las zonas de contacto elastohidrodinámico y tener así en cuenta el flujo de lubricante que se desarrolla como consecuencia del arrastre generado por el movimiento del engranaje parcialmente sumergido, en el caso que se considere que la alimentación del lubricante se hace por arrastre y salpique. También es posible tener en cuenta un modelo geométrico más detallado del dentado del engranaje y su cinemática, y por tanto, las variaciones transitorias derivadas de este comportamiento.

En este capítulo se describe el sistema a modelar, es decir, de los elementos que lo componen y las conexiones e interacciones posibles entre estos, se plantea la física relevante y se formula su representación matemática en el marco de la MC.

2.1 Sistema modelizado

El sistema piloto que se adoptó para modelar la LEH en engranajes consta de:

- Un dominio sólido conformado por un par engrane-piñón de dientes rectos. Este dominio sólido se modela a su vez como un sistema multicuerpo deformable. El engrane y el piñón están conectados a bancada por medio de juntas de revolución que restringen el movimiento de estos a solamente rotación sobre ejes fijos coincidentes con sus ejes constructivos. Entre el piñón y el engrane se da una conexión cinemática que bien puede plantearse como resultante de la mecánica del contacto entre los dientes de ambos, o bien, como una restricción algebraica de las

orientaciones angulares relativas o velocidades de rotación dada por la relación de transmisión. Se asume que la transmisión funciona como un reductor de velocidad con la carga resistiva aplicada en el eje del engrane y velocidad de rotación impuesta en el piñón.

- Un dominio fluido, bifásico, con las dos fases siendo aire y el lubricante (en estado líquido), entre los cuales está presente una interface liquido-gas que representa la superficie libre del lubricante. Este dominio está limitado por una superficie estacionaria en forma de caja rectangular que también encierra al engranaje. Las caras planas de la superficie contenedora definen parte de las fronteras del dominio fluido, y funcionan como paredes para este. La superficie de contacto del fluido con el engranaje define la interface fluido-sólido a través de la cual interactúan por medio de la transferencia de movimiento, fuerza y energía.

Una disposición general del sistema a modelar se muestra en la figura (2.1).

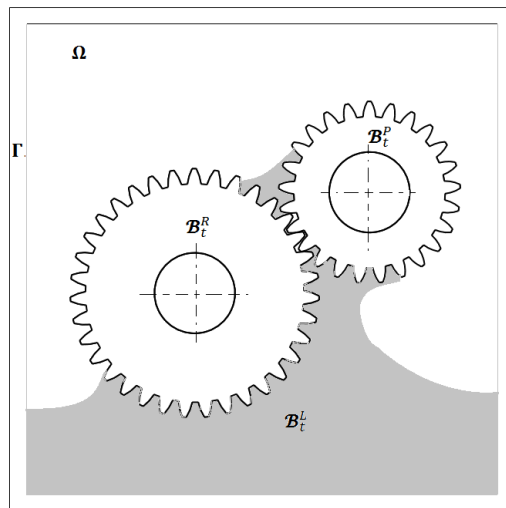


Figura 2.1. Sistema Modelizado

2.2 Planteamiento de la física del modelo

Una descripción y análisis físico de la dinámica del sistema por medio de la cual se establece la lubricación del engranaje muestra lo siguiente:

Considerando como estado inicial el reposo, esto es, las velocidades angulares del engranaje son cero, y el lubricante descansa en el fondo de la caja con campos de velocidad y presión dinámica cero, exhibiendo una superficie libre (interface lubricante-aire) prácticamente horizontal con el engrane parcialmente sumergido. En estas condiciones al arrancar el sistema se da lugar a que el movimiento aplicado al piñón sea transmitido al engrane como resultado de la conexión cinemática entre estos estableciéndose el flujo de potencia mecánica entre los ejes.

A su vez el engrane, que está parcialmente sumergido en el lubricante, arrastra y salpica el lubricante iniciando y estableciendo un flujo de aceite dentro de la caja como consecuencia de las interacciones entre la inercia rotacional, la gravedad, la tensión superficial y las fuerzas viscosas. Además el comportamiento de este flujo involucra efectos como la dinámica de superficies libres, la formación de burbujas y gotas, y los regímenes de flujo abarcan tanto el laminar como el transitorio y el turbulento [44]. De este modo el lubricante es alimentado a la zona de contacto del engranaje. Esta interacción entre el engrane y el lubricante es un caso de interacción fluido-sólido, en la cual a través de la interface el engrane impone movimiento sobre el lubricante en la interface y en respuesta el lubricante ejerce fuerzas sobre el engranaje que resisten el movimiento de éste y en menor medida lo deforman. En este punto, en lo que se refiere a la determinación del flujo de aceite a través de la caja, es posible omitir el efecto de las fuerzas de interface sobre el engranaje, dado que las deformaciones resultantes de estas fuerzas son muy pequeñas en comparación con las dimensiones y el movimiento de rotación de los cuerpos y puesto que la resistencia ofrecida al movimiento del engranaje es muy pequeña en comparación a las fuerzas transmitidas. Con esto es posible considerar el engranaje como un sistema de cuerpos rígidos, y por tanto, la interacción fluido-sólido sería en una dirección (one way), en la cual el movimiento del engranaje controla el movimiento del fluido pero no al contrario lo que simplifica notablemente el análisis del flujo de aceite en la caja. Bajo esta suposición

Lemfeld et al [45] llevaron a cabo simulaciones numéricas en un modelo simplificado de una caja de engranajes usando el software comercial FLUENT para tratar el complicado flujo transitorio turbulento bifásico.

Una vez este flujo se ha estabilizado, si el lubricante es por ende alimentado en la cantidad suficiente a la zona de contacto y si las condiciones operativas son las adecuadas tendrá lugar la formación de una película fluida consistente que separará las superficies de contacto de los dientes activos en la transmisión. En este punto la hidrodinámica del lubricante es inducida por la forma de la geometría (que define la forma de la película de lubricante interpuesta) y el movimiento relativo entre los dientes involucrados. A su vez, la presión hidrodinámica desarrollada en el lubricante deforma significativamente a las superficies de contacto de los dientes debido a que el carácter altamente no conforme de las geometrías de contacto causa que la carga transmitida soportada por esta presión sea concentrada sobre áreas muy pequeñas de los perfiles de los dientes. Esta deformación, a su vez, modifica la geometría de la película fluida. Por tanto la interacción fluido-estructura que toma lugar durante la consolidación y sostenimiento de la película de lubricante en las zonas de contacto entre los dientes es un tipo interacción bidireccional (dos vías), completamente acoplada. Se sabe además que en LEH las altas presiones alcanzadas en las zonas de transmisión llevan a aumentos apreciables de viscosidad (piezoviscosidad) y densidad (compresibilidad). El comportamiento piezo-viscoso interviene positivamente en la formación de la película de lubricante.

Por otro lado, si se considera que por los efectos de la fricción interna en lubricante la energía mecánica es disipada, el consiguiente aumento de temperatura conlleva a una disminución de la viscosidad y de aquí a un posible adelgazamiento de la película. El calor generado es transferido por conducción y convección en el seno del lubricante y también hacia el engranaje donde es transferido por conducción. El efecto de la temperatura en el engranaje es la dilatación térmica, la que puede llevar a que el huelgo entre los pares de dientes engranados sea reducido y por tanto, el espacio disponible para una película fluida se vea reducido.

Como se acaba de ver el sistema descrito anteriormente consiste de partes en fuerte interacción donde los comportamientos individuales o parciales no pueden ser

determinados por separado o de manera secuencial sin retroalimentación ya que muchas de estas interacciones son bidireccionales. De este modo, la LEH, como resultado de estas interacciones, constituye un sistema acoplado. Por tanto, resulta adecuado para abordar el modelamiento de este sistema un enfoque multifísico que dé cuenta del acople de los diferentes comportamientos o físicas que intervienen en la consolidación del proceso de LEH en el engranaje.

- La dinámica de fluidos del sistema bifásico lubricante-aire.
- La térmica del sistema bifásico lubricante-aire.
- La elasto-mecánica del piñón y la rueda.
- La térmica del piñón y la rueda.

Por otro lado se deben considerar los diferentes acoples y conexiones entre estas físicas, las cuales aquí son clasificadas en dos tipos a saber, acople interno de las físicas en cada componente y acople por interacciones de interface entre los elemento que constituyen al sistema. Las primeras incluyen:

- El acople termo-hidrodinámico en el lubricante. Este incluye los comportamientos de disipación, compresibilidad y expansión térmica.
- El acople termo-elástico en el piñón y la rueda. Este es principalmente debido a los efectos de la expansión térmica,

El principal acople a tener en cuenta por interacciones de interfaces es el acople fluido-sólido entre el lubricante-aire y el engranaje. La figura 2.1 esquematiza lo anteriormente expuesto.

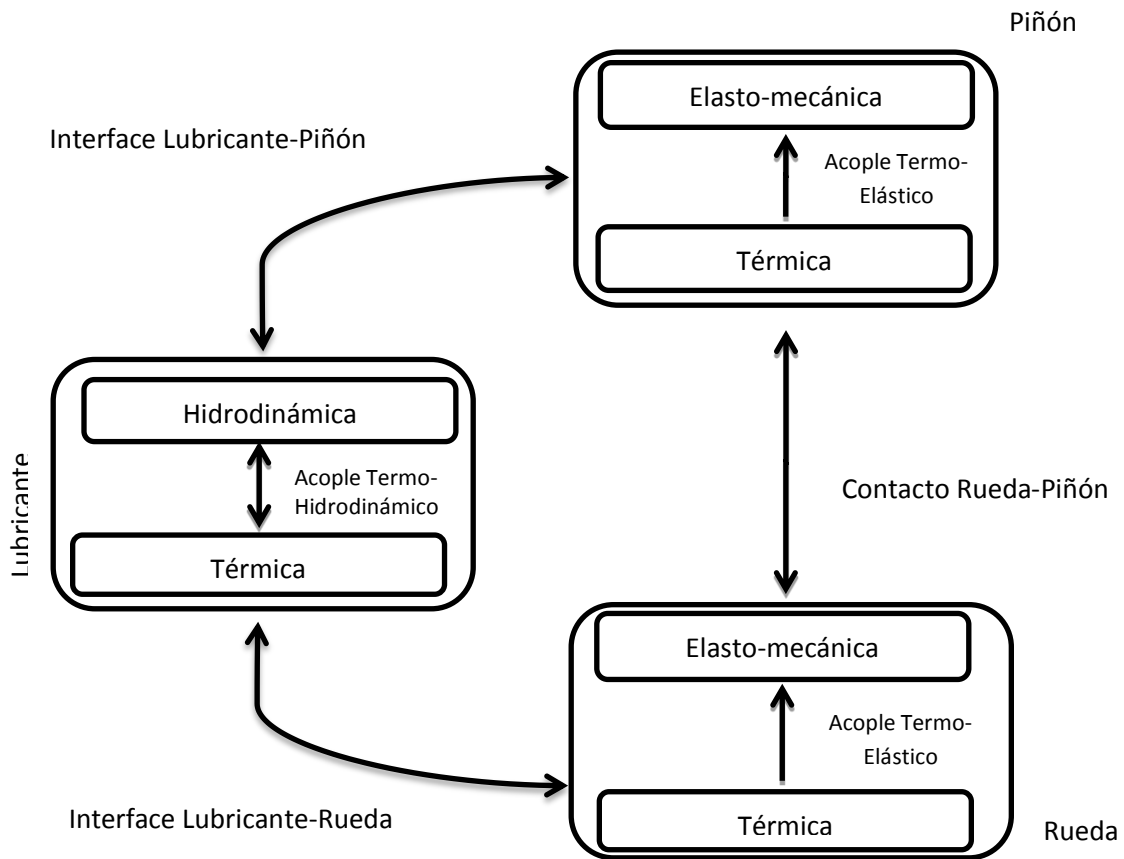


Figura 2.2. Esquema de las físicas y sus acoplos para un sistema Piñón-Rueda-Lubricante-aire

El siguiente paso en el desarrollo del modelo es la formulación matemática de la física delineada arriba. El enfoque adoptado para este planteamiento es el de la Mecánica Computacional (MC) la cual está en su mayoría basada en los principios básicos de la Mecánica de Medios Continuos (MMC) la que abarca a la dinámica de fluidos y a la mecánica de sólidos deformables.

2.3 Planteamiento del modelo Matemático

Un problema típico bien planteado en el marco de la MMC consta del siguiente grupo de ecuaciones:

- Ecuaciones de balance, que describen la dinámica de cualquier cuerpo continuo de manera general sin tener en cuenta el tipo de material que constituye al cuerpo.

- Ecuaciones constitutivas, que relacionan ciertos campos que describen el estado del cuerpo, como el campo de esfuerzo, el flujo de calor, los tensores de deformación, las tasas de deformación, la temperatura, la presión y otras variables termodinámicas de estado.
- Ecuaciones cinemáticas, que relacionan las diferentes campos cinemáticos como los de velocidad, aceleración, los tensores de deformación y tensores de tasas de deformación con el movimiento del cuerpo.
- Condiciones de frontera y condiciones iniciales. Que describen la influencia del entorno sobre el sistema a través de sus fronteras y el estado en un instante en particular del sistema.

2.3.1 Dinámica y térmica de Fluidos del sistema Aire-Lubricante

Para modelar la dinámica y la térmica del sistema aire-lubricante se considera que el flujo es bifásico. Bien que puede tener lugar el mezclado, la separación y la dispersión de las fases, no obstante, estos eventos y sus efectos no serán considerados en el presente modelamiento. Será suficiente considerar, para propósitos de estudiar la LEH, un modelo bifásico liquido-gas de superficie libre con el fluido primario siendo el lubricante. Un enfoque habitual dentro del marco Euleriano para el seguimiento de las fases y su interface en modelos de superficie libre es el de Fracciones de Volumen. En este enfoque se puede decir que los campos del flujo (velocidad, presión) así como otros campos relevantes tales como el de temperatura y turbulencia son compartidos por ambas fases, por tanto, el método de fracciones de volumen solo se resuelve un solo conjunto de ecuaciones de balance.

Las ecuaciones de balance general en forma diferencial Euleriana son

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \nabla \cdot (\beta - v \otimes \alpha) + \gamma$$

(2.1)

Donde

α es un vector generalizado de las densidades de las cantidades conservadas,

β es el vector generalizado de los flux,

γ es el vector generalizado de las densidades de fuente de las respectivas cantidades conservadas,

v es el campo de velocidades.

Las leyes de balance a considerar son las de masa, momento y energía, con lo que:

$$\alpha = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho v \\ \rho e + \frac{1}{2} \rho v^2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Donde

ρ es la densidad del fluido, dada por

$$\rho = \rho_l r_l + \rho_a r_a \quad (2.3)$$

El subíndice a aplica para el aire y el l aplica para el lubricante. $r_i, i = a \text{ o } l$ representa la fracción de volumen de la respectiva fase. Indica la fracción de volumen ocupada por cada fase.

e es la energía interna específica del fluido pondera por la masa a partir de la energía interna de cada fase

$$e = \frac{\rho_l r_l e_l + \rho_a r_a e_a}{\rho_l r_l + \rho_a r_a} \quad (2.4)$$

Los respectivo Flux considerando el transporte convectivo y difusivo son

$$\beta = \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma \\ \sigma \cdot v - q \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Donde

$\sigma = \sigma_1 r_1 + \sigma_a r_a$ es el tensor de esfuerzo de Cauchy,

$q = q_1 r_1 + q_a r_a$ es el vector de flujo de calor

Los correspondientes terminos fuentes vienen dados por el vector

$$\gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ b \cdot v + q_r \end{bmatrix}$$

(2.6)

Donde

b representa las fuerzas de cuerpo ejercida sobre el fluido

q_r representa el aporte de las fuente internas de calor

Por tanto, las ecuaciones de balance de masa, momentum y energía toman la forma general

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho v \\ \rho e + \frac{1}{2} \rho v^2 \end{bmatrix} = \nabla \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \sigma \\ \sigma \cdot v - q \end{bmatrix} - v \otimes \begin{bmatrix} \rho \\ \rho v \\ \rho e + \frac{1}{2} \rho v^2 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ b \cdot v + q_r \end{bmatrix}$$

(2.7)

Las cuales deben ser modificadas para tener en cuenta la deformación del dominio de fluido inducida por el movimiento del engranaje. Una forma de representar esto es mediante el la formulación Lagrangiana-Euleriana Arbitraria (LAE) en la cual se introduce un dominio de referencia adicional que se puede mover y deformar de manera independiente de los puntos materiales del fluido siguiendo una pauta más o menos arbitraria [46]. Con esto finalmente La forma LAE de las ecuaciones de balance es

$$\frac{\partial}{\partial t} J \begin{bmatrix} \rho \\ \rho v \\ \rho e + \frac{1}{2} \rho v^2 \end{bmatrix} = \nabla \cdot \left(J \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \sigma \\ \sigma \cdot v - q \end{bmatrix} - (v - u) \otimes \begin{bmatrix} \rho \\ \rho v \\ \rho e + \frac{1}{2} \rho v^2 \end{bmatrix} \cdot F^{-T} \right) \right) + J \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ b \cdot v + q_r \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Donde

F^{-T} es la transpuesta inversa del gradiente de deformación del movimiento del dominio de referencia, $J = \det(F)$ el jacobiano de este movimiento y u es la velocidad convectiva, que sería la velocidad con la que se mueven los puntos materiales relativa al dominio de referencia vista desde el dominio espacial.

2.3.2 Ecuaciones constitutivas para el lubricante

Como ya se ha visto los comportamientos relevantes de un lubricante en régimen de LEH son principalmente:

- El comportamiento reológico viscoso no-Newtoniano, que relaciona de manera no lineal las medidas de esfuerzo y las tasas de deformación. Una manera de abordar este comportamiento en LEH es a través del modelo reológico Newtoniano generalizado isotrópico:

$$\sigma_1 = \left(-p - \frac{2}{3} \eta^* \text{tr}(d)\right) I + 2\eta^* d \quad (2.9)$$

Donde

p Es la presión termodinámica

d Es el tensor tasa de deformación Euleriano.

I Es el tensor unitario espacial

η^* Es la viscosidad generalizada.

Que aparentemente sería lineal en las tasas de deformación si no fuese porque la viscosidad generalizada η^* es función, en general no lineal, de la tasa de deformación, de este modo el

comportamiento no Newtoniano es incluido a través de la de la viscosidad η^* . Existen una variedad de relaciones para la viscosidad en función de la tasa de cortante $\dot{\gamma}$ (ref, secc). Aquí se empleará como de costumbre en LEH el modelo de Ree-Eyring presentado anteriormente que establece que

$$\eta^*(\dot{\gamma}) = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \operatorname{arcsinh} \left(\frac{\eta \dot{\gamma}}{\tau_0} \right) \quad (2.10)$$

En esta forma es una ecuación unidimensional que requiere ser generalizada a tres dimensiones, lo cual se consigue de manera estándar (Bird et al., 1987, chapter 4) definiendo $\dot{\gamma}$ por medio de

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2\operatorname{tr}(\mathbf{d} \cdot \mathbf{d})} = \sqrt{2\mathbf{d}:\mathbf{d}} \quad (2.11)$$

- Los comportamientos termo-viscoso y piezo-viscoso son modelados por medio de la ecuación de Roelands

$$\eta = \eta(p, \theta) = \eta_0 \exp \left\{ [\ln(\eta_0) + 9.67] \left[\left(1 + \frac{p}{p_0}\right)^Z - 1 \right] \left[\frac{\theta - 138}{\theta_0 - 138} \right]^{S_0} \right\} \quad (2.12)$$

- La compresibilidad de lubricante es expresada por medio de la ecuación de Dowson-Higginson (1.23)

$$\rho_1(p, \theta) = \rho_{10} \frac{(C_1 + C_2 p)}{(C_1 + p)} [1 - \lambda(\theta - \theta_0)] \quad (2.13)$$

Que es una ecuación de estado.

- La otra ecuación de estado requerida para la formulación del problema es la ecuación para la energía térmica:

$$u = c(\theta - \theta_0) \quad (2.14)$$

Donde c es la capacidad calorífica del lubricante que se asume aproximadamente constante con respecto a los cambios de temperatura involucrados durante el funcionamiento del sistema

Combinando (2.16), (2.17) y (2.18) se obtiene la expresión completa para la viscosidad generalizada

$$\eta^*(\theta, p, d) = \frac{\tau_0 \sqrt{2d:d}}{2d:d} \operatorname{arcsinh} \left(\frac{\sqrt{2d:d} \cdot \eta_0 \exp \left\{ [\ln(\eta_0) + 9.67] \left[\left(1 + \frac{p^L}{p_0}\right)^Z - 1 \right] \left[\frac{\theta^L - 138}{\theta_0 - 138} \right]^{S_0} \right\}}{\tau_0} \right)$$

(2.15)

Y finalmente la ecuación constitutiva completa para el lubricante es

$$\begin{aligned} \sigma(\theta, p, d) \\ = -pI \\ - \frac{\tau_0 \sqrt{2d:d} \left(\frac{2}{3} \operatorname{tr}(d)d + 2d \right)}{2d:d} \operatorname{arcsinh} \left(\frac{\sqrt{2d:d} \cdot \eta_0 \exp \left\{ [\ln(\eta_0) + 9.67] \left[\left(1 + \frac{p}{p_0}\right)^Z - 1 \right] \left[\frac{\theta - 138}{\theta_0 - 138} \right]^{S_0} \right\}}{\tau_0} \right) \end{aligned}$$

(2.16)

2.3.3 Termo-elasto-mecánica del Engranaje

Similarmente al fluido, para la termo-mecánica del engranaje se debe considerar el balance de masa, el balance de momentum y el de energía. Aunque el balance de energía resulta redundante para el caso de la mecánica de sólido puesto que en la formulación puramente Lagrangiana la conservación de la masa es una consecuencia inmediata. Las ecuaciones de balance pueden ser agrupadas como

$$\frac{\partial A_i}{\partial t} = \nabla^X \cdot B_i + \Gamma_i \quad i = E, P$$

(2.17)

Con significados análogos a las ecuaciones de balance en forma Euleriana, pero con las cantidades expresadas en configuración referencial. El subíndice $i = E$ indica el engrane y el $i = P$ representa al piñón. Los vectores generalizados para las cantidades conservadas, los flux y las fuentes son

$$A_i = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho V \\ \rho E + \frac{1}{2} \rho (V)^2 \end{bmatrix}_i$$

$$(2.18)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ P \\ P \cdot V - Q \end{bmatrix}_i$$

$$(2.19)$$

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ B \cdot V + Q_r \end{bmatrix}_i$$

$$(2.20)$$

P es primer tensor de esfuerzo de Piola-Kirchhoff. Por tanto las ecuaciones de balance expandidas son

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho V \\ \rho E + \frac{1}{2} \rho (V)^2 \end{bmatrix}_i = \nabla^x \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ P \\ P \cdot V - Q \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ B \cdot V + Q_r \end{bmatrix}_i \quad i = E, P$$

$$(2.21)$$

2.3.4 Ecuaciones constitutivas para el piñón y la rueda

Para los materiales que constituyen el piñón y la rueda, en este caso metales, se emplea un modelo constitutivo de material lineal termoelástico isotrópico. Este establece que el potencial termodinámico, la energía libre de Helmholtz Ψ , está dado por [47]

$$\Psi(E, \Theta) = \mu |E|^2 + \frac{\lambda}{2} (\text{tr}(E))^2 + \left(\frac{2}{3} \mu + \lambda \right) \alpha_v (\Theta - \Theta_0) \text{tr}(E) - \frac{c}{2\Theta_0} (\Theta - \Theta_0)^2$$

$$(2.21)$$

Donde E^S es el tensor de deformación de Green-Lagrange,

μ y λ son las constantes de Lamé, que están relacionadas con el módulo de Young E , el módulo cortante G y la relación de Poisson ν por medio de

$$\mu = G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

(2.22)

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

(2.23)

α_ν es el coeficiente de dilatación térmica y c es la capacidad calorífica del material, G es el módulo de elasticidad por cortante.

De este potencial termodinámico se obtiene el segundo tensor de esfuerzo de Piola-Kirchhoff

$$S(E, \Theta) = \frac{\partial \Psi}{\partial E} = \lambda \text{tr}(E) I + 2\mu E - \left(\frac{2}{3}\mu + \lambda\right) \alpha_\nu (\Theta - \Theta_0)$$

(2.24)

La densidad de entropía

$$H(E, \Theta) = \frac{\partial \Psi}{\partial \Theta} = -\left(\frac{2}{3}\mu + \lambda\right) \alpha_\nu \text{tr}(E) + \frac{c}{\Theta_0} (\Theta - \Theta_0)$$

(2.25)

Y la energía interna U

$$U = \Psi + \Theta H$$

$$U(E, \Theta) = \mu |E|^2 + \frac{\lambda}{2} (\text{tr}(E))^2 - \Theta_0 \left(\frac{2}{3}\mu + \lambda\right) \alpha_\nu (\Theta - \Theta_0) \text{tr}(E) + \frac{c}{2\Theta_0} (\Theta - \Theta_0)^2$$

(2.26)

También se aplica la Ley de Fourier para determinar el flujo de calor

$$Q = kI \cdot \nabla^X \Theta$$

(2.27)

El primero tensor de esfuerzo de piola Kirchhoff se obtiene a partir de (ref ec)

$$P = F \cdot S = F \cdot \left(\lambda \text{tr}(E)I + 2\mu E - \left(\frac{2}{3}\mu + \lambda \right) \alpha_v (\Theta - \Theta_0)I \right)$$

(2.28)

Las ecuaciones de balance junto con las ecuaciones constitutivas proveen un sistema cerrado de ecuaciones. Para complementar el sistema se requieren establecer también las condiciones de frontera e iniciales adecuadas. Estas incluyen las interacciones de interface que serán planteadas a continuación.

2.3.5 Interacciones de interfase

Como se ha mencionado en la introducción del presente capítulo además del comportamiento físico que toma lugar internamente en el dominio espacial ocupado por cada componente del sistema se deben tener en cuenta, para el tratamiento matemático de la LEH, las interacciones de interface debidas al contacto eventual entre los diferentes componentes del sistema rueda-piñón-lubricante. En particular para LEH en engranajes es de suma importancia considerar y centrarse en lo que ocurre en las interfaces tribológicas del sistema, esto es, en la regiones comprendidas entre dos dientes engranados, en las que se espera que se forme un película de lubricante que impida el contacto directo entre los dientes, conformando así interfaces fluido-sólido con ambos dientes. Las interacciones de interface, sean de tipo sólido-sólido o sólido-fluido, son usualmente abordadas como condiciones de fronteras adicionales a las condiciones de fronteras clásicas. Estas condiciones expresan restricciones impuestas sobre los campos cinemáticos y cinéticos que caracterizan el estado físico de cada cuerpo, y a diferencia de las condiciones de contacto clásicas estas tienen la particularidad de que no son conocidas de antemano sino que hacen parte de la solución del problema mismo, ya que generalmente el área o interface de contacto sobre la cual operan las interacciones de interface evoluciona con el movimiento de los componentes del sistema. La interfaces de contacto pueden cambiar ya sea de forma

y tamaño, deformarse, moverse con los cuerpos e incluso pueden formarse en la aproximación de dos superficies (por ejemplo dos dientes que entran en contacto o el lubricante salpicando una superficie sólida expuesta) o deshacerse cuando dos superficies se separan (por ejemplo un par de dientes que desengranan). Por otro lado, cuando la interface de contacto es conocida el valor mismo de las interacciones sobre tal superficie resulta ser también una incógnita del problema dado el carácter acoplado del problema.

Acople fluido-sólido

Para el caso del lubricante en relación con el contenedor y los engranajes la condición de no penetrabilidad puede expresarse como el confinamiento

$$\varphi^L(\mathcal{B}_0^L, t) = \mathcal{B}_t^L \subset \Omega - (\mathcal{B}_t^R \cup \mathcal{B}_t^P)$$

(2.29)

De este modo, también es válido establecer una condición de impenetrabilidad en términos de una función de distancia normal

$$h = (\mathbf{x}^L - \bar{\mathbf{x}}^S) \cdot \bar{\mathbf{n}}^S \geq 0$$

(2.30)

Donde S designa ya sea a la rueda, el piñón o el contenedor, $\bar{\mathbf{x}}^S$ designa un punto sobre la superficie de S, $\bar{\mathbf{n}}^S$ es la normal en ese punto. Por tanto, para el sistema rueda-piñón-lubricante-contenedor existen tres posibles interfaces fluido-sólido, interface lubricante-rueda $\Gamma^{R,L}$, interface lubricante-piñón $\Gamma^{P,L}$ e interface lubricante-contenedor $\Gamma^{\Omega,L}$. En cualquiera de ellas cuando el contacto está cerrado, esto es, $h = 0$, las condiciones de interface se expresan como condiciones de compatibilidad cinemática y dinámica sobre las fronteras. Para un fluido viscoso como el lubricante, puesto que no existe deslizamiento sobre la interface y se supone que el régimen de operación del flujo es tal que una vez que la interface se ha cerrado no tendrá lugar posteriormente una separación apreciable entre el fluido y el sólido, las condiciones de compatibilidad cinemática establecen que los desplazamientos \mathbf{u} y las velocidades \mathbf{v} tanto en el fluido como en los sólidos son tales que,

$$\mathbf{u}^L = \mathbf{u}^S \quad \text{sobre } \Gamma^{R,L} \text{ y } \Gamma^{P,L}$$

$$v^L = v^S \quad \text{sobre } \Gamma^{R,L} \text{ y } \Gamma^{P,L}$$

(2.31)

Similares condiciones se imponen también sobre las aceleraciones. En particular las condiciones de interface sobre $\Gamma^{\Omega,L}$, ya que Ω se considera rígido y estacionario, son simplemente

$$u^L = 0 \quad \text{sobre } \Gamma^{\Omega,L}$$

$$v^L = 0 \quad \text{sobre } \Gamma^{\Omega,L}$$

(2.32)

Las condiciones de compatibilidad dinámica establece simplemente el equilibrio de fuerzas sobre la interface, esto es

$$\sigma^L \cdot n = \sigma^S \cdot n \quad \text{sobre } \Gamma^{R,L} \text{ y } \Gamma^{P,L}$$

(2.33)

Donde n es la normal unitaria exterior a $\Gamma^{R,L}$ o a $\Gamma^{P,L}$.

2.3.6 Condiciones de frontera

Entre estas cuenta la restricción en los desplazamientos del piñón y la rueda impuesta por las superficies de los cojinetes a los ejes de los mismos [fig.4]. En estas superficies el movimiento de los ejes del engranaje está limitado solamente a deslizar tangente a la superficie del cojinete, esto es:

$$u^S \cdot n = 0 \quad \text{sobre } \Gamma_D^S, S = P, R$$

(2.34)

Nótese que Γ_D^S puede se considerada como la interface de contacto de los ejes del engranaje con el contenedor, por tanto, esta condición de frontera también puede ser considerada una condición de contacto. Estas corresponden a las condiciones de frontera clásicas tipo Dirichlet.

Las otras condiciones de frontera sobre la rueda y el piñón están relacionadas con las cargas aplicadas al engranaje, es decir, condiciones de Neumann que expresan que:

$$\sigma^S \cdot n = t \text{ sobre } \Gamma_N^S, S = P, R$$

(2.35)

El vector de tracciones t es originado por los pares $M^R(t)$ y $M^P(t)$ aplicados a los ejes del engranaje. Se puede suponer además que t consiste solamente de tracciones tangenciales distribuidas uniformemente sobre las superficies cilíndricas Γ_N^S (fig), de modo que:

$$\int_{\Gamma_N^S}^0 a_\theta \cdot \sigma^S \cdot nds = M^S(t)$$

$$\int_{\Gamma_N^S}^0 n \cdot \sigma^S \cdot nds = 0$$

$$\int_{\Gamma_N^S}^0 a_a \cdot \sigma^S \cdot nds$$

(2.36)

a_θ es el vector tangencial a Γ_N^S que es perpendicular al eje de los engranajes y a_a es el vector axial tangente a Γ_N^S .

En cuanto a lubricante, además de las condiciones de interfaces con sólidos, solamente se tienen condiciones de frontera de superficie libre S_0 en la cual solamente está impuesta una presión constante y uniforme, que podría pensarse como la presión atmosférica:

$$n \cdot \sigma^L \cdot n = p_0 \text{ sobre } \Gamma_{S_0}^S$$

(2.37)

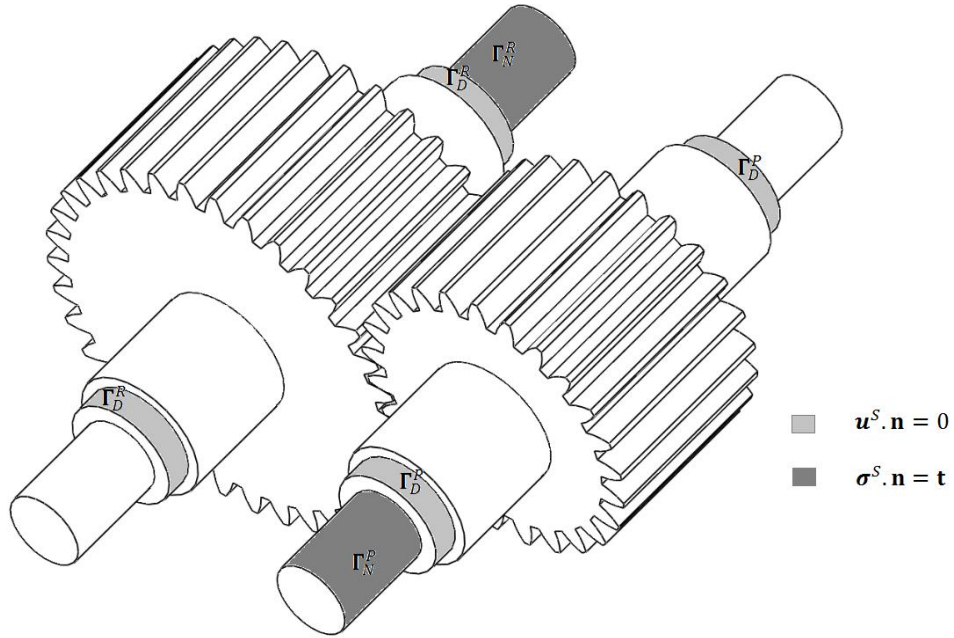


Figura 2.3. Condiciones de Frontera sobre el piñón y la rueda

2.3.7 Condiciones iniciales

Se asume que el sistema parte del reposo y del equilibrio térmico interno y con el ambiente, la configuración inicial es mostrada en la figura 2.4, en la cual se tiene

$$v^C = 0 \text{ en } \mathcal{B}_0^C \text{ y } t = 0$$

$$\sigma^C = 0 \text{ en } \mathcal{B}_0^C \text{ y } t = 0$$

$$\theta^C = \theta_0 \text{ en } \mathcal{B}_0^C \text{ y } t = 0$$

(2.38)

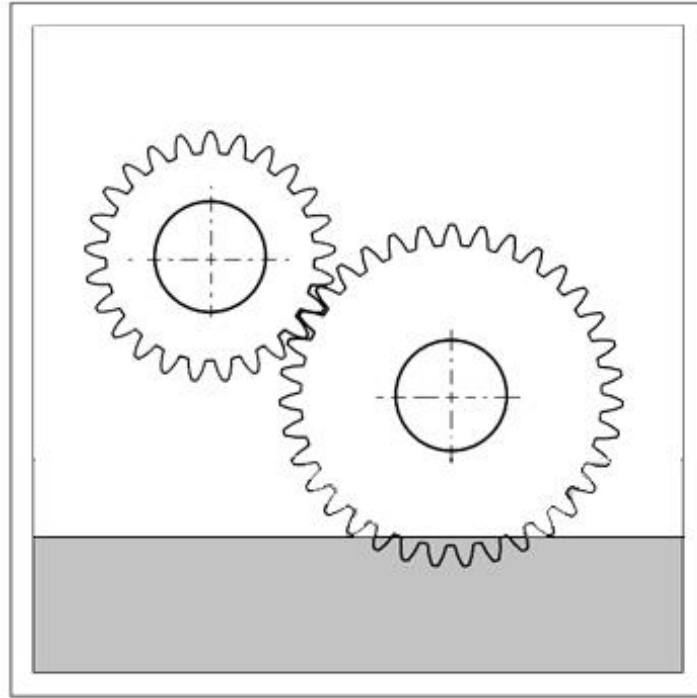


Figura 2.4. Estado Inicial

Con el modelo matemático establecido lo siguiente es implementarlo representación computacionalmente y resolverlo numéricamente por computador, esto implica adoptar y desarrollar algoritmos, o seleccionar códigos y programas para tal fin. En el siguiente capítulo se aborda la implementación.

3. Implementación computacional

En este capítulo se plantea en detalle la implementación computacional del modelo matemático formulado en el capítulo anterior para la LEH en un sistema de engranajes rectos. Para ello es necesario hacer algunas adaptaciones a las capacidades, limitaciones y enfoques del software a usar y los recursos computacionales disponibles. El problema se implementó en el software comercial ANSYS 13 usando la plataforma ANSYS Workbench. ANSYS es un software de simulación en ingeniería con capacidades para mecánica estructural, dinámica de fluidos, dinámica explícita, electromagnetismo, transferencia de calor y simulaciones multifísicas entre otros. Los métodos numéricos con los que se aborda la simulación en ANSYS son básicamente el Método de Elementos Finitos (MEF), usado principalmente para mecánica estructural, y el Método de Volumen

Finitos (MVF), que es el esquema numérico en dinámica de fluidos. La plataforma ANSYS Workbench es un entorno que permite integrar las herramientas y capacidades de ANSYS para facilitar el manejo, la automatización y la transferencia de información dentro de un proyecto de simulación. Se remite a la documentación y los diferentes manuales de ANSYS disponible en la ayuda del software o en la Web de ANSYS Inc. Para las especificaciones del equipo utilizado en la simulación véase el apéndice A.

3.1 Enfoques computacionales y algorítmicos

Desde el punto de vista algorítmico y computacional el problema de modelar el comportamiento de la lubricación en engranajes presenta las siguientes cuestiones a destacar:

3.1.1 Interacción fluido estructura (IFE): Enfoque particionado.

Los dos principales enfoques numéricos para tratar la solución de problemas IFE son el **monolítico** y el **particionado** [48]. En el enfoque monolítico las ecuaciones del fluido, el sólido y las ecuaciones de acople son resueltas simultáneamente con un sólo solver. Con el enfoque particionado o escalonado cada grupo de ecuaciones representando la física del fluido y el sólido son tratados como campos separados con modelos y mallas independientes [49]. Mientras en el enfoque monolítico se requiere desarrollar un código especial para cada aplicación en el enfoque particionado se preserva la modularidad del programa ya que se puede acoplar dos soluciones ya existentes tanto de mecánica de sólidos como de fluidos, lo que permite utilizar técnicas bien establecidas y más eficientes para resolver cada campo. El problema con el enfoque particionado es la muy poca o nula estabilidad y la falta de precisión que, sin embargo, son tratados con esquemas más avanzados. La manera de resolver en ANSYS problemas IFE bidireccionales es por medio del enfoque particionado que acopla el ANSYS STRUCTURAL para mecánica de sólidos y el ANSYS CFX para la mecánica de fluidos [50]. ANSYS STRUCTURAL es un software de elementos finitos para el análisis lineal y no lineal de esfuerzos y deformaciones en sistemas mecánicos y estructuras [51]. CFX es un paquete de dinámica computacional de fluidos (DCF) basado en la formulación de volúmenes de control finitos para discretizar las ecuaciones de gobierno del fluido. Más detalles sobre CFX pueden encontrarse en [52].

El algoritmo para resolver numéricamente el problema de IFS bidireccional transitorio consta de tres bucles anidados: el bucle temporal, el bucle escalonado o de acople y el bucle de campo (Figura 3.1). Por cada iteración del bucle de tiempo se avanza un paso de tiempo a la vez. En el bucle de acople los movimiento y las cargas de interface son transferidos entre CFX y ANSYS, CFX transfiere cargas a ANSYS mientras ANSYS transfiere los desplazamientos a CFX. En el bucle de campo se resuelven cada campo individualmente hasta que cada uno alcanza la convergencia o número máximo de iteraciones.

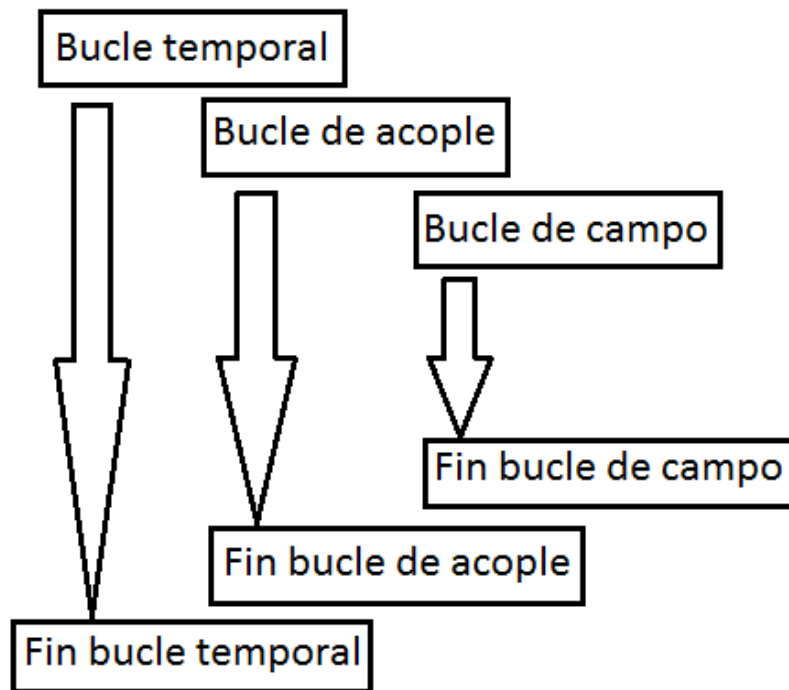


Figura 3.1. Niveles de iteración de una simulación IFS bidireccional transitoria

3.1.2 Dominios y mallas móviles y deformables: Formulación Lagrangiana-Euleriana Arbitraria (LEA).

Como consecuencia de la IFS en la LEH el dominio del lubricante se mueve y deforma, por consiguiente también la malla donde se resuelven las ecuaciones del fluido. Para tratar con esto se usa la formulación LEA de las ecuaciones de balance que son modificadas, tal como se mostró en el capítulo anterior, para ser expresadas en un dominio (o malla) que se mueve

de manera arbitraria salvo que sigue el movimiento del fluido en las fronteras por lo menos en la dirección normal a esta, tal como ocurriría en las interfaces fluido-sólido. En términos computacionales, una vez que los movimientos de los nodos en la frontera del fluido se obtienen es necesario propagar el movimiento a los nodos en el interior de la malla, si bien la manera obtener esto puede ser arbitraria se requiere que la propagación sea suave para evitar distorsiones excesivas y pérdidas prematuras en la calidad de la malla. Esto se lleva a cabo usando un procedimiento de suavizado local explícito tal como el suavizado laplaciano.

3.1.3 Dinámica de superficies libres: Método de volumen de Fluido (MVF).

Anteriormente se había advertido que una de las cuestiones que hace particularmente demandante el estudio numérico de lubricación en cajas de engranajes es el movimiento de la superficie libre de este como consecuencia del arrastre y el salpique inducido por los engranajes. Los métodos numéricos para computar superficies libres o interfaces entre fluidos pueden ser ampliamente divididos en: **captura** y **rastreo** [53]. En los métodos de captura tales como el modelo de fuerza superficial continua, el enfoque de conjuntos de nivel, el método de campo de fase y el método de volumen de fluido (VF), la interface del fluido es implícitamente definida a través de una función escalar globalmente especificada (la densidad de masa, un función de distancia asignada, un parámetro de orden, o una fracción de volumen) que actúa como indicador del fluido. Estos métodos capturan el movimiento de la interface o de la superficie libre sobre una red Euleriana y manejan automáticamente cambios topológicos. Los métodos de rastreo de frente por otro lado, usan una red para explícitamente seguir el movimiento de la interface y así poder lograr, en general, una representación precisa de las cantidades geométricas superficiales.

En la caja de engranaje el fluido consta del lubricante y el aire, es decir, se tiene un fluido bifásico donde la interface lubricante-aire en este caso se considera como una superficie libre. En ANSYS CFX el tratamiento de esta interface se hace por medio de la formulación de VF. El campo escalar en este caso es la fracción de volumen del fluido [54], que es la fracción de un volumen de control que ocupa el fluido. De este modo la fracción de

volumen del lubricante será 1 en un determinado punto si este está ocupado enteramente por lubricante, 0 en el caso contrario, y la interface queda representada por aquella región donde la fracción de volumen toma un valor entre 0 y 1.

3.2 Pre-proceso

Un proceso típico de simulación se lleva a cabo a través de tres etapas:

- **Pre-proceso**, en el cual se establece el modelo geométrico, se especifican los materiales y/o sus propiedades, se definen las condiciones de frontera, las condiciones iniciales, las cargas aplicadas y la conectividad del modelo, se genera la malla que discretiza la geometría del modelo.
- **Proceso**, se obtiene la solución
- **Post-proceso**, se visualizan y se presentan los resultados en trazados, graficas, tablas y animaciones

A continuación se aborda el pre-proceso con el cual el modelo físico-matemático del problema para LEH en engranajes rectos es representado en términos de entradas al programa, en este caso, ANSYS.

3.2.1 Modelo 3D

El par engrane-piñón y el dominio del fluido lubricante-aire se modelaron en el software SolidWorks y de aquí el archivo 3D resultante es transferido a ANSYS para la simulación. El modelo 3D consta de las coronas dentadas del engrane y el piñón en relación de posición y orientación para engranar, y una caja contenedora que representa el dominio para el movimiento del lubricante (Ver Figura 3.2). Como se puede ver en las figuras el modelo fue simplificado lo más posible en cuanto a los detalles que no intervienen o influyen muy poco en el fenómeno a estudiar. El dentado del engranaje se hizo de acuerdo al sistema de involuta.

Los parámetros básicos del engranaje que se modelo son:

- Número de dientes del piñón: 35
- Número de dientes del engrane: 140

- Módulo: 2 mm
- Angulo de presión nominal: 20°
- Ancho de diente: 20 mm

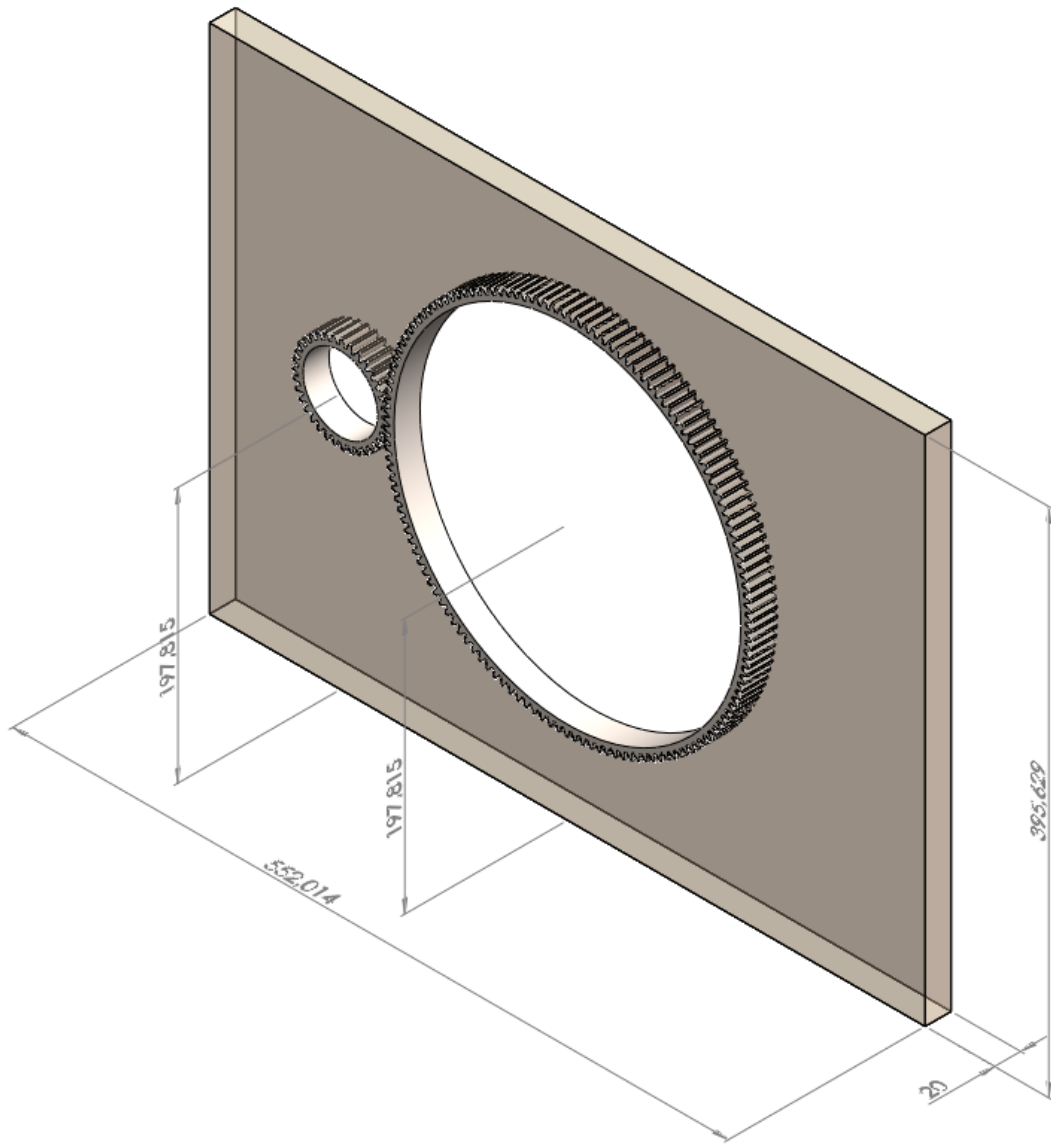


Figura 3.2. Modelo 3D del Engrane-piñón

3.2.2 Implementación de la simulación en ANSYS Workbench®

Como ya se ha hecho notar el núcleo de la simulación está en el acople fluido-estructura del sistema de engranajes con el fluido bifásico lubricante-aire. Para ello lo inmediato era implementar un sistema de análisis TRANSIENT STRUCTURAL para la dinámica de multicuerpo deformables del par rueda piñón, y un sistema FLUID FLOW (CFX) para la hidrodinámica del lubricante-aire. Sin embargo, llevar a cabo una simulación completa y continua de la LEH en este sistema que abarcara todo el proceso de una vez resultó ser un tanto demandante en recursos computacionales y tiempo. Por ello fue necesario dividir la implementación en dos partes y centrarse en eventos de duración y ubicación específicas y de interés dejando de lado eventos que consumirían recursos computacionales innecesariamente.

La primera etapa comprende el salpique y el arrastre de lubricante que era necesaria con el fin de desarrollar una distribución y un estado inicial del lubricante en la zona de contacto antes de iniciar propiamente la simulación LEH transitoria. Bien que el interés en esta etapa del proceso era porque determinaba la disponibilidad de lubricante en los puntos de contacto. En este respecto se consideró que dada la escala de los movimientos involucrados en esta etapa la deformación del engranaje puede omitirse por ser relativamente pequeñas y no tener prácticamente ninguna influencia en este proceso. Con esto tanto el piñón y el engrane pueden ser considerados como cuerpos rígidos. Esta condición resulta ventajosa porque el acople fluido-estructura deja de ser bidireccional para ser unidireccional, de modo que solo el engranaje impulsa el movimiento del lubricante sin ser significativamente influido por este. Y en este caso la rueda y el piñón pueden ser tratados como sólidos sumergidos en CFX sin requerir un análisis estructural externo para el movimiento del engrane.

La segunda etapa estudia la formación de la película elastohidrodinámica entre pares de dientes involucrados en la transmisión por un intervalo de movimiento del engranaje de aproximadamente el arco de acción. Durante esta etapa son considerados todos los factores relevantes para la LEH: deformación elástica de las superficies de transmisión, reología no-Newtoniana y compresibilidad del lubricante.

En la figura 3.3 se muestra un pantallazo del esquema del proyecto que implementa las dos etapas de la simulación. El orden de ejecución y la transferencia de datos es el siguiente: el sistema A corresponde a desarrollo del flujo de aceite por salpique, como ya se había explicado, este es el que se ejecuta en primer lugar. Luego la segunda etapa conlleva la ejecución escalonada de los sistemas B y C partiendo del estado inicial proveniente del sistema A, a través de las celdas A5 y C5. Los sistemas B y C comparten la geometría más no las mallas, en el sistema B se suprime la geometría del dominio del fluido y se mantiene la de los engranajes, en el sistema C se mantiene la geometría del dominio de fluido y se suprime la de los engranajes, luego cada una es mallada independientemente. A través de las celdas B5 y C4 se da el acople fluido-estructura donde A recibe fuerzas de interface de C y C recibe de B el movimiento de interface.

Nota: En ANSYS Workbench la transferencia de información dentro de cada sistema de análisis es desde las celdas superiores a las inferiores y de derecha a izquierda entre sistemas interconectados. Las celdas Engineering Data especifican datos sobre los materiales y sus propiedades, la celda Geometry contiene el modelo geométrico del sistema a simular, en la celda Model se establece el mallado de la geometría, en la celda Setup se configuran las condiciones de fronteras, las cargas y acciones aplicadas y algunos parámetros constitutivos del sistema, en la celda Solution se ejecuta y controla la solución de la simulación y en la celda de Resultados se procesan y presentan los resultados.

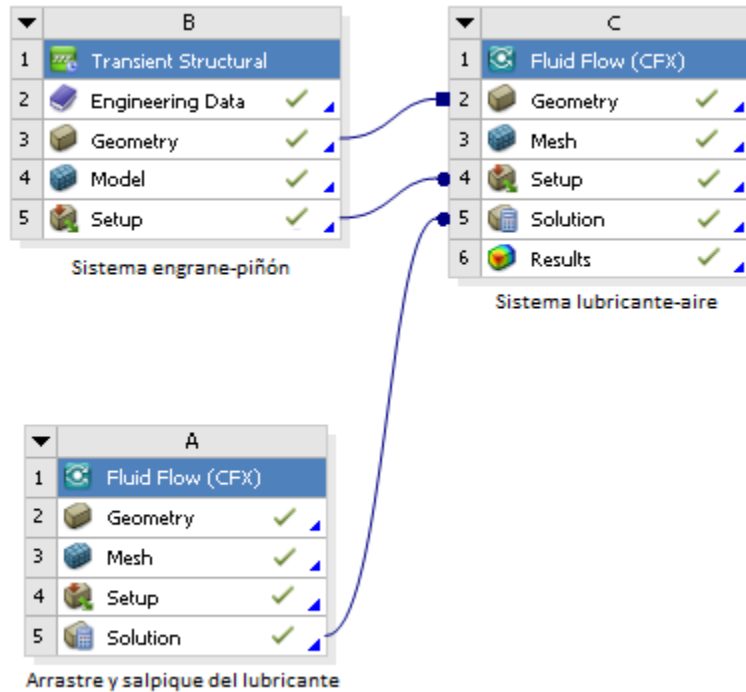


Figura 3.3. Implementación de la simulación en ANSYS Workbench

3.2.3 Implementación ANSYS Structural

En el sistema de análisis estructural se configura la parte de la simulación del par engrane piñón. Esto comprende materiales y sus propiedades, mallado, las especificaciones de las conexiones, sujeciones, interfaces, juntas cinemáticas, pares de contacto, condiciones iniciales cargas y movimientos impuestos (véase figura 3.4). También se configuró el sistema para tratar la no linealidad resultante del movimiento de rotación de los engranajes, los parámetros del análisis transitorio, duración, tiempo inicial y paso de tiempo.

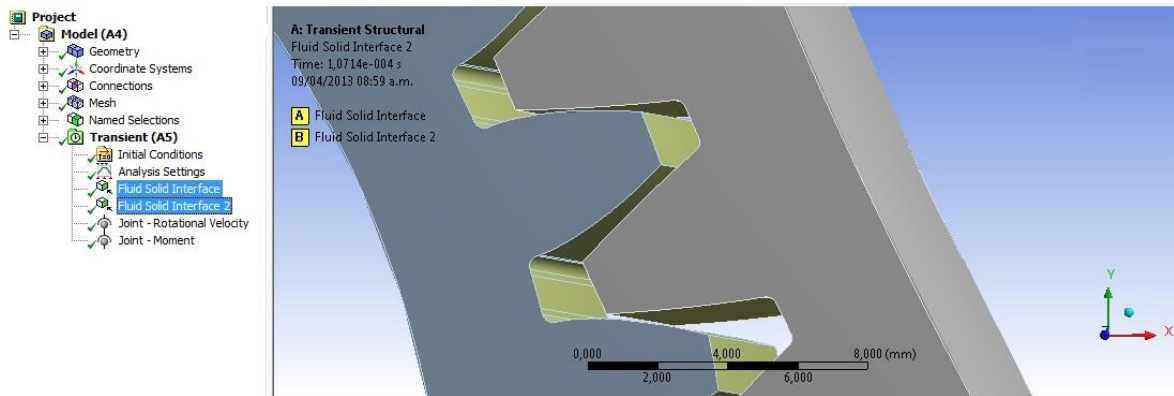


Figura 3.4. Configuración del sistema de análisis Transient Structural

- El material seleccionado para ambos sólidos fue acero con las siguientes propiedades

Tabla 3.1. Propiedades térmicas y mecánicas del acero del engrane

Material	Acero
Estado termodinámico	Sólido
Densidad	7850 kg / m ³
Resistencia a la tracción	2.5e08 Pa
Límite de elasticidad a la compresión	2.5e08 Pa
Carga límite de ruptura por tracción	4.6e08 Pa
Conductividad térmica isotrópica	60.5 W / m K
Calor específico	434 J / kg K

- La malla del par engrane-piñón se tomó hexaédrica (ver figura 3.5), generada por el método de barrido desde la caras planas.

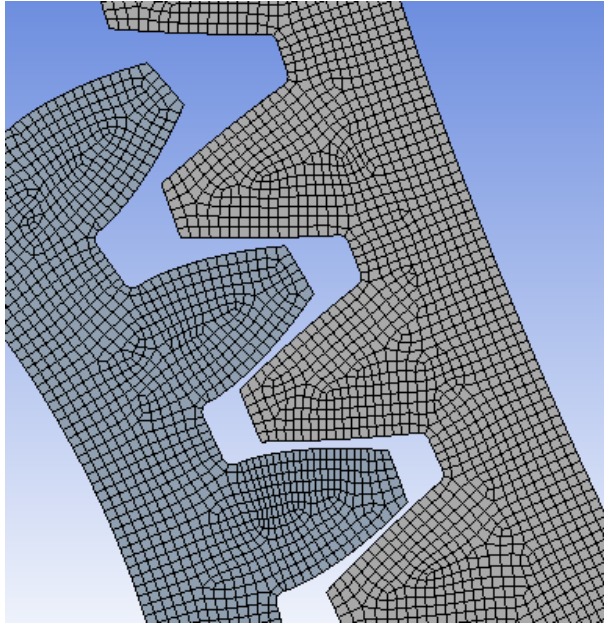


Figura 3.5. Malla volumétrica del par engrane-piñón

- Se agregaron pares de revolución a referencia al piñón y el engrane en sus caras cilíndricas internas. En la junta de revolución del piñón se agregó una carga de velocidad angular de 1000 rpm. y en la junta de revolución del engrane se impuso un torque resistivo de 458 N.m.
- Se especificaron las interfaces fluido-estructura en las caras periféricas de los engranes. Entre esas misma caras se especificó pares de contacto entre las respectivas del piñón y el engrane, aunque no era estrictamente necesario si aseguraba que el lubricante generaría las película de separación que evitaría el contacto directo sólido-sólido se previa que esta posibilidad podía presentarse de acuerdo a las condiciones operativas y en ese caso el programa debía manejarlas.

3.2.4 Implementación en Fluid Flow (CFX)

En la figura 3.6 aparece un pantallazo de la implementación en CFX del comportamiento del sistema bifásico lubricante-aire. Entre las configuraciones y especificaciones están:

- La malla del dominio de flujo. Similar a lo que se hizo en ANSYS la malla se generó también con la aplicación Mechanical siguiendo un patrón de barrido a partir de elementos cuadriláteros (Figura 3.7).

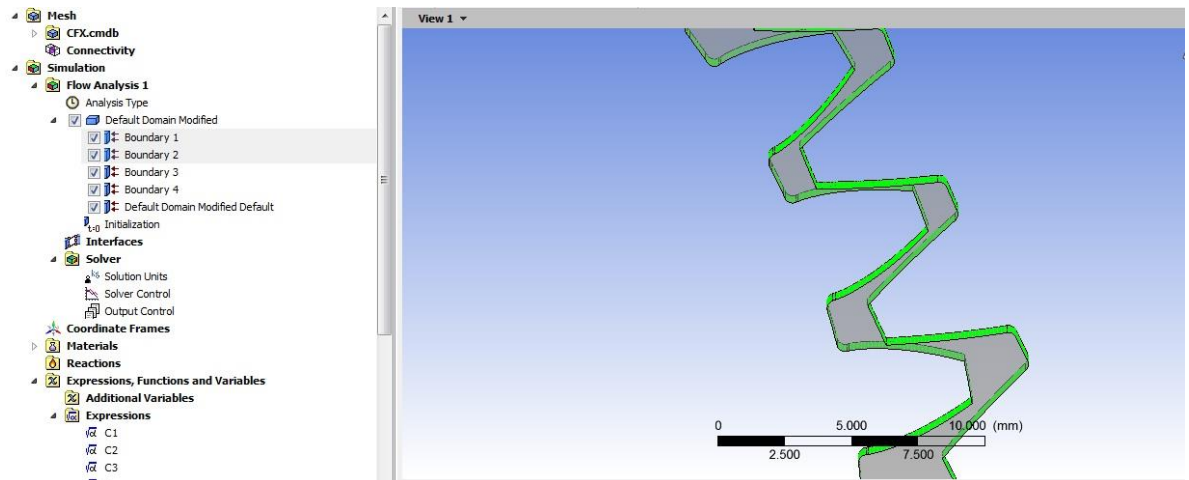


Figura 3.6. Configuración del sistema de análisis Fluid Flow (CFX)

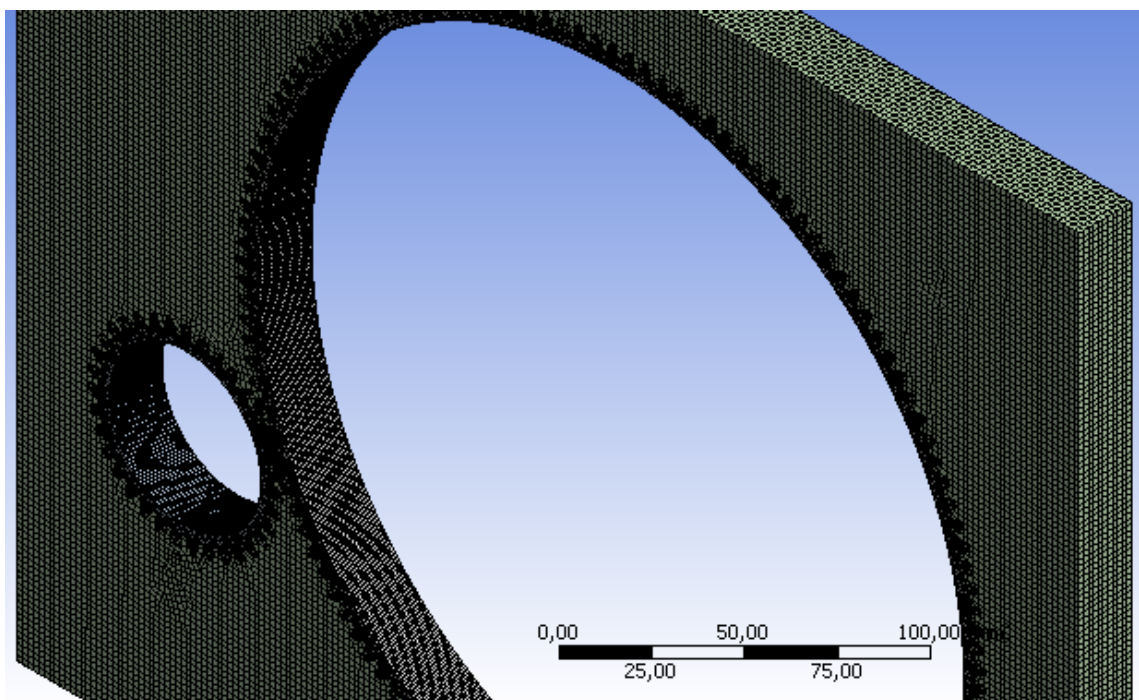


Figura 3.7. Malla Volumétrica del dominio de flujo del lubricante

- Las propiedades del lubricante especificadas en CFX se listan en la siguiente tabla

Tabla 3.2. Propiedades del lubricante

Material	Lubricante
Estado termodinámico	Liquido
Densidad	Rho
Calor especifico	2000 J / kg k
Conductividad térmica	1.4e-05 W / mm k
Viscosidad dinámica	viscEyring

Dado que se tiene un comportamiento no-Newtoniano y se consideraba que el lubricante es compresible la viscosidad y la densidad resultaban ser variables dependientes de la tasa cortante, la presión y la temperatura. Por eso en la tabla anterior estas propiedades aparecen indicadas por variables definidas a través expresiones construidas con el lenguaje CEL de CFX como se muestra en la tabla 3.3, que desarrolla otras propiedades del lubricante y otros parámetros del sistema:

Tabla 3.3. Expresiones construidas con lenguaje CEL de CFX

Ecuación	Descripción
$C1 = (0.6 \cdot 10^{-9}) \text{ [kg}^{-1} \text{ m s}^2\text{]}$	Constante para la ecuación compresibilidad del lubricante
$C2 = (1.7 \cdot 10^{-9}) \text{ [kg}^{-1} \text{ m s}^2\text{]}$	
$C3 = (0.65 \cdot 10^{-3}) \text{ [K}^{-1}\text{]}$	
$H = 0.06 \text{ [m]}$	Altura inicial del lubricante en el cárter
$S0 = \text{betaTV} \cdot (T0 - 138 \text{ [K]}) / (\log_e(\text{visc0} / (1 \text{ [kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}]}) + 9.76)$	Constante para la ecuación de viscosidad
$T0 = 313 \text{ [K]}$	Temperatura ambiente
$\text{VFA0} = \text{step}((y - H) / (1 \text{ [m]}))$	Expresión para la fracción de volumen inicial del Aire
$\text{VFL0} = 1 - \text{VFA0}$	Expresión para la fracción de volumen inicial del Lubricante
$Z0 = \alpha \cdot p0 / (\log_e(\text{visc0} / (1 \text{ [kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}]}) + 9.76)$	Constante para la ecuación de viscosidad
$\alpha = (2.19 \cdot 10^{-8}) \text{ [kg}^{-1} \text{ m s}^2\text{]}$	Coefficiente piezo-viscoso
$\text{betaTV} = 0.042 \text{ [K}^{-1}\text{]}$	Coefficiente termo-viscoso
$p0 = (1.98 \cdot 10^8) \text{ [kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}\text{]}$	Presión ambiente
$\rho = \rho0 \cdot (1 + C1 \cdot \text{pabs} / (1 + C2 \cdot \text{pabs}) - C3 \cdot (T - T0))$	Ecuación de compresibilidad del lubricante. Densidad
$\rho0 = 870 \text{ [kg m}^{-3}\text{]}$	Densidad inicial a condiciones iniciales
$\tau0 = (5 \cdot 10^6) \text{ [kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}\text{]}$	Esfuerzo limite de Eyring
$\text{visc0} = 0.075 \text{ [kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}\text{]}$	Viscosidad a condiciones iniciales
$\text{viscEyring} = (\tau0 / (\text{sstrnr} + 0.00001 \text{ [s}^{-1}\text{]})) \cdot \ln((\text{viscHoupert} \cdot \text{sstrnr} / \tau0) + \sqrt{((\text{viscHoupert} \cdot \text{sstrnr} / \tau0)^2 + 1)})$	Expresión de viscosidad según Eyring
$\text{viscHoupert} = \text{visc0} \cdot \exp((\log_e(\text{visc0} / (1 \text{ [kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}]}) + 9.67)) \cdot ((1 + \text{pabs} / p0)^{Z0} - 1) \cdot (fe))$	Expresión de Viscosidad según Houpert

- Las expresiones VFA0 y VFLO especifican la fracción de volumen inicial a través de todo el dominio del lubricante y del aire, esto indica que inicialmente el lubricante se encuentra asentado en el fondo de la caja con el engrane parcialmente sumergido (Ver figura 3.8).

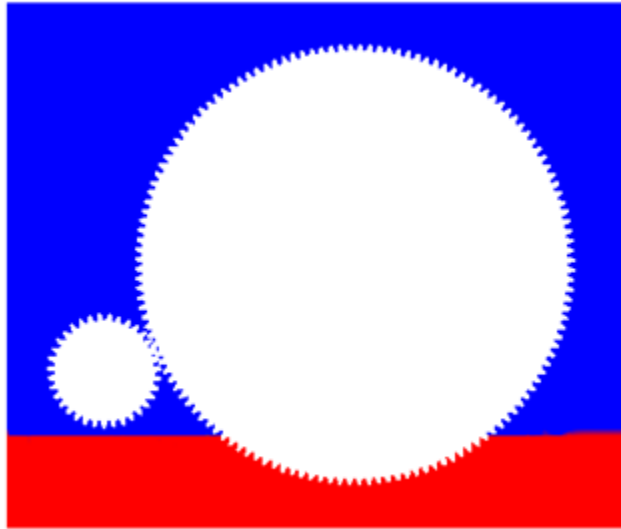


Figura 3.8. Campo inicial de fracciones de volumen. El Color rojo indica la presencia de lubricante y el azul de aire.

- Las condiciones de frontera comprenden: condiciones de pared sin deslizamiento, en las caras exteriores de la caja así como en las caras de la interface fluido-estructura. Las caras exteriores son estacionarias así que el movimiento es nulo, en cambio en las interfaces el movimiento es el prescrito por ANSYS.

4. Resultados y análisis

4.1 Introducción

En este capítulo se presentan los resultados de la simulación para el caso de estudio descrito en el capítulo anterior. Los principales resultados a describir son:

- Campo de fracción de volumen desarrollado durante la simulación del arrastre y salpique del lubricante tal como ya fue descrita.

- La película y presión del lubricante en las zonas de contacto que ocurren cuando se considera condiciones de lubricación elastohidrodinámica.

4.2 Resultados de estudios anteriores

En este aparte se presentan algunos de los resultados típicos obtenidos en estudios previos sobre lubricación en engranajes de dientes rectos basados en el modelo de Reynolds-Hertz para LEH con fines comparativos. Los resultados a considerar de estos estudios son los que tratan sobre el espesor de película, la distribución de presión y el perfil de película. La información se presenta en el formato de gráficas.

Los resultados son tomados de la referencias [55], [8] y [56]. En [55] se consideran todos los efectos transitorios y térmicos, dientes rígidos, superficies suaves y lubricante Newtoniano. En [8] a diferencia del anterior considera condiciones isotérmicas y lubricante Newtoniano. En [56] también se toman consideraciones isoterma y fluido lubricante de esfuerzos acoplado, además de efectos transitorios.

4.2.1 Espesor de película

En la figuras de la 4.1 a la 4.3 se muestran los espesores de película mínimo y central a lo largo de la línea de acción para las tres fuentes citadas anteriormente. La tendencia general en esto resultados es un aumento de estos espesores desde el punto de aproximación hasta el punto de receso presentándose fluctuaciones cerca al punto de paso entre los puntos a lo largo de línea de acción donde la carga es súbitamente duplicada o reducida a la mitad [8]. El espesor de película es muy pequeño en el punto de aproximación debido a que la curvatura y la velocidad son pequeñas en ese punto.

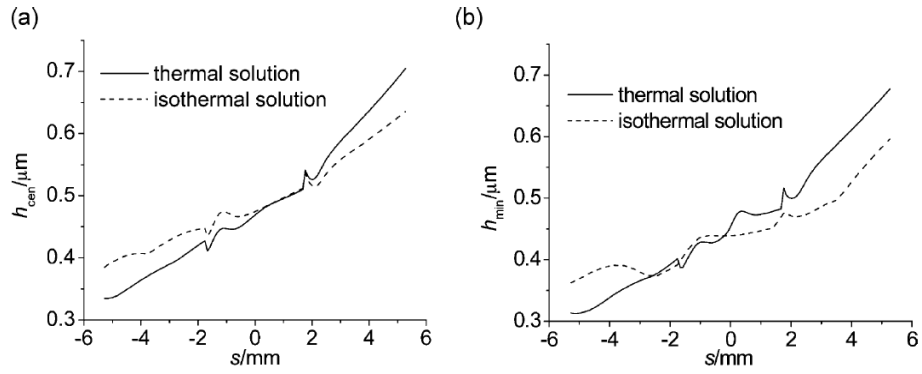


Figura 4.1. Variación del espesor de película mínimo y central a lo largo de la línea de acción. (a) Espesor de película central, (b) espesor de película mínimo [55].

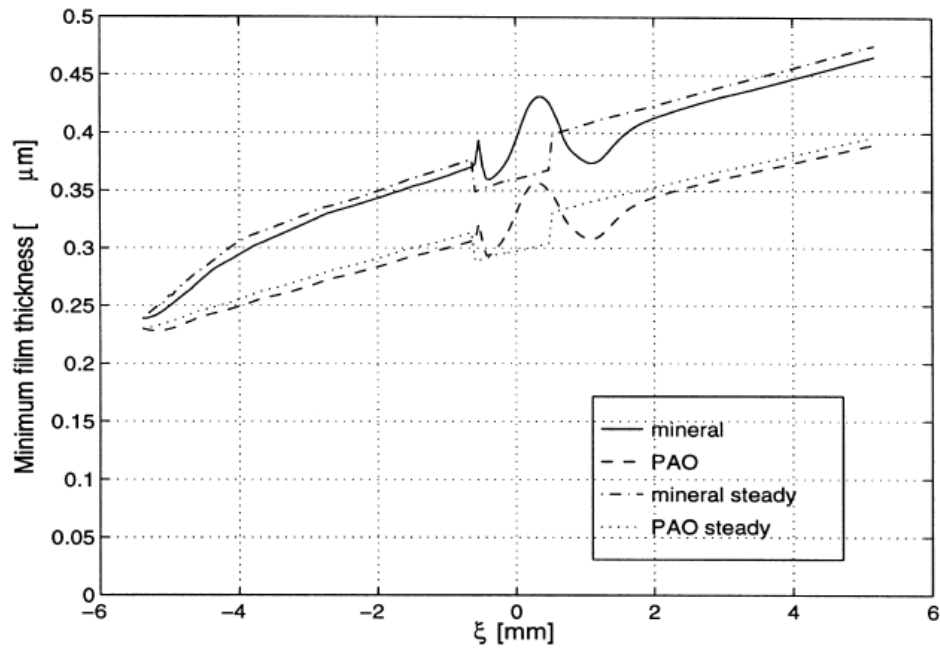


Figura 4.2. Variación del espesor de película mínimo en [8].

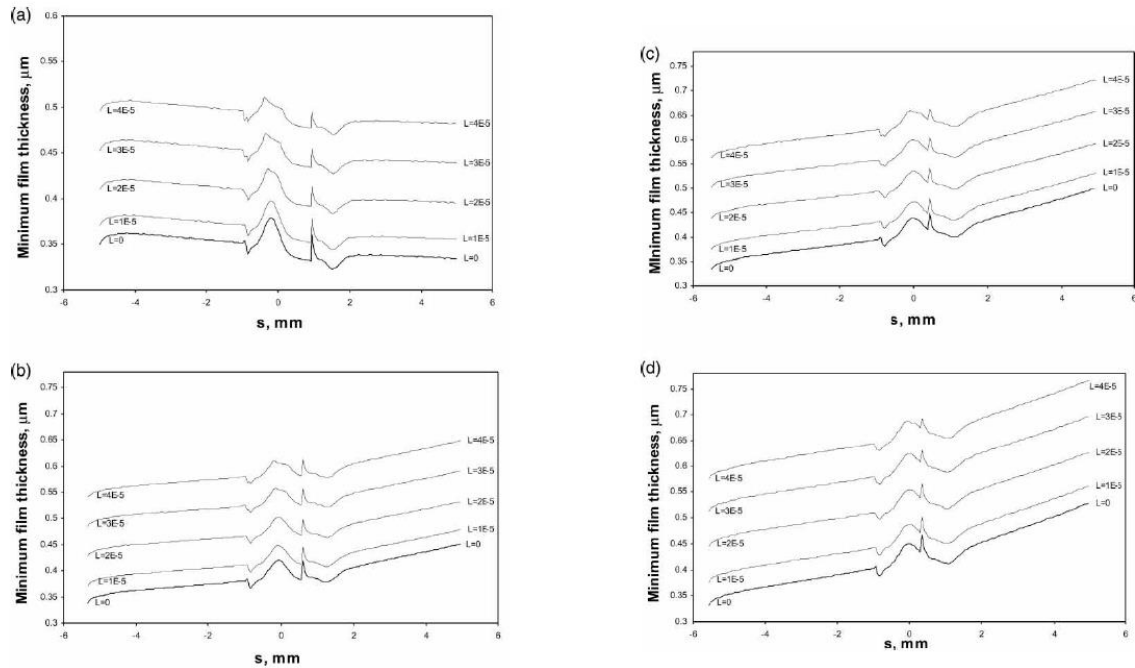


Figura 4.3. Comparación de la variación del espesor de película mínimo para lubricante Newtoniano y de esfuerzos acoplado, para relaciones de transmisión de 1/1, 1/2, 1/3, 1/4. [56]

4.2.2 Distribución de presión y perfiles de película.

La figuras de la 4.4 a la 4.6 muestran la distribución de presión y los perfiles de películas en diferentes puntos a lo largo de la línea de acción para las tres fuentes citadas.

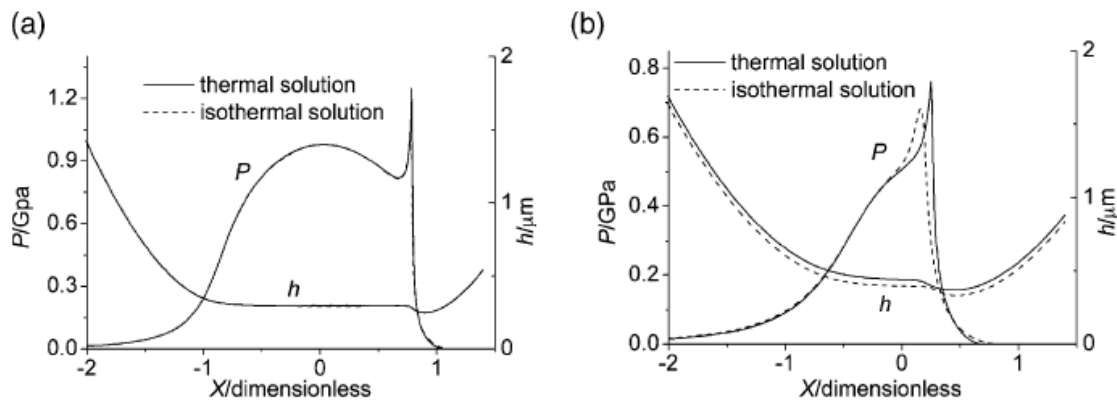


Figura 4.4. Comparación de la distribución de presión y película para condiciones térmicas e isotérmicas en el punto de paso (a) y en el punto de receso (b). [55]

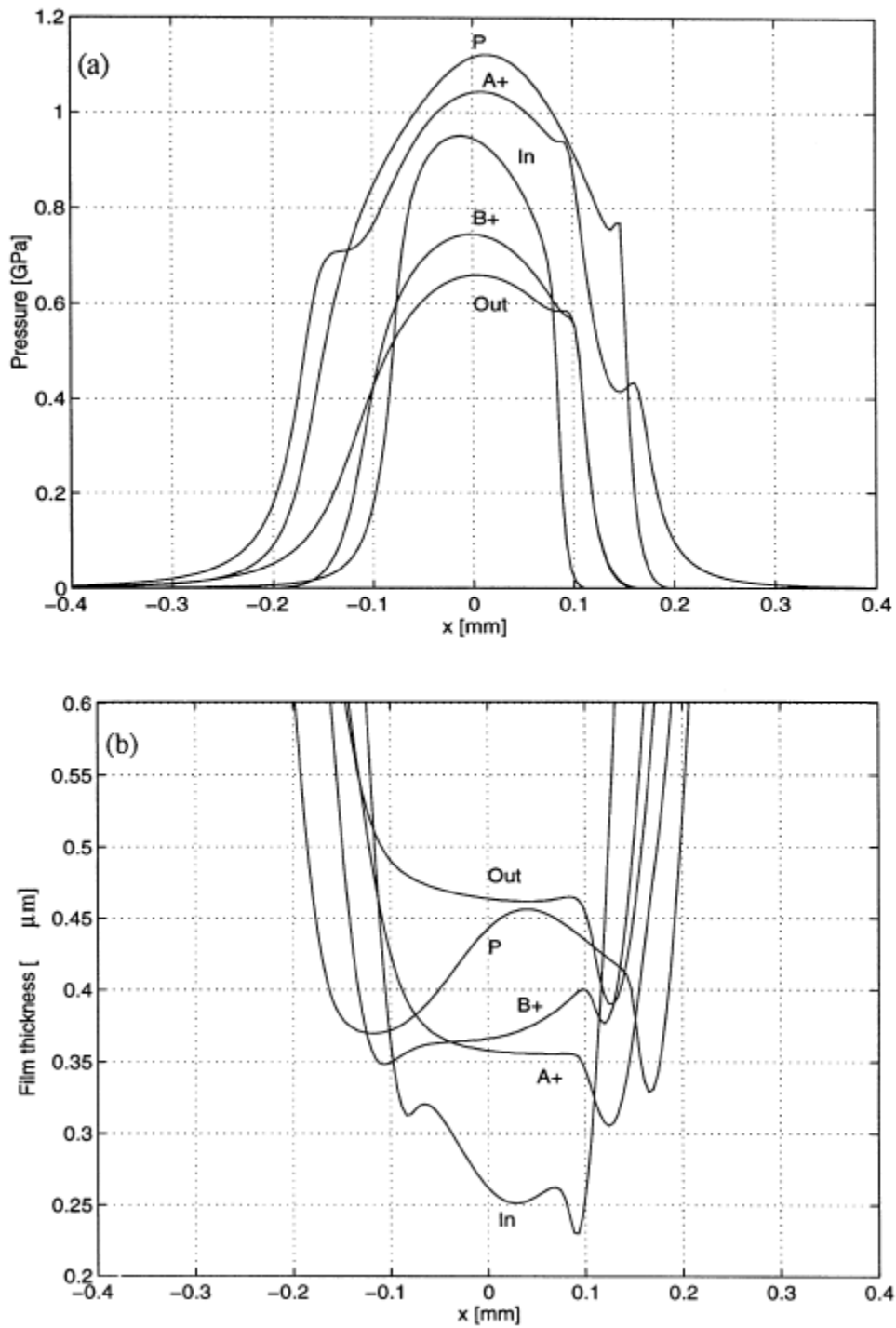


Figura 4.5. Distribución de presión (a) y perfiles de presión (b) en diferentes puntos a lo largo de la línea de acción. In = punto de aproximación, A^+ = momento justo antes de que la carga se duplique, P = punto de paso, B^+ = momento antes que las carga se reduzca a la mitad y Out = punto de receso. [8]

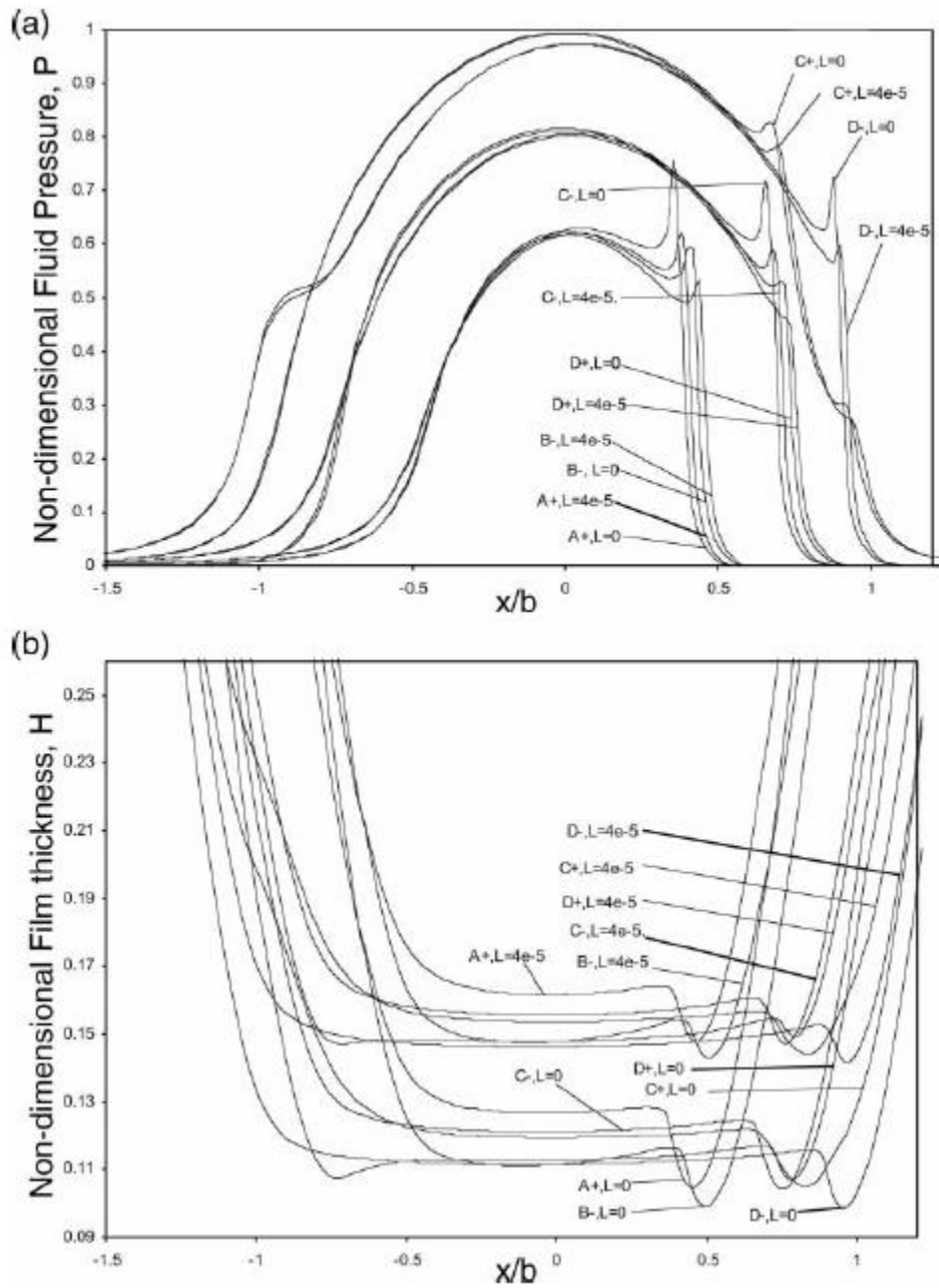


Figura 4.6. Comparación de distribución de presión (a) y perfil de película para fluido (b) para fluido Newtoniano y de esfuerzos acoplados en varios puntos a lo largo de la línea de acción para relación de transmisión de 1/1. [56]

4.3 Arrastre y salpique. Fracción de volumen

En las figuras 4.7 a la 4.10 se muestra la progresión del flujo de lubricante durante el arrastre y salpique del mismo por el engranaje desde el instante inicial en el que el lubricante descansa en el fondo de la caja (cárter) hasta un flujo en estado estable. En estas graficas las distribuciones del lubricante en instantes de tiempo consecutivos son representadas por medio del campo de fracción de volumen. Las zonas de color rojo representan el lubricante puro, las azules indican que están enteramente ocupadas por aire, y los colores intermedios representan mezclas en diferentes proporciones de las dos fases.

Esta simulación se dejó correr hasta que se alcanzó un estado en el que el flujo de aceite alimenta completamente la zona de contacto de los engranajes. Los datos resultantes que describen esta situación son transferidos como estimación inicial a una simulación IFE por medio de ANSYS Workbench. Este estado se representa en la figura 4.11 en la que se aprecia en detalle la distribución de lubricante alrededor de las coronas dentadas del engranaje. Puede observarse que la zona de contacto, conformada por los tres pares de dientes en contacto, está completamente ocupada por lubricante.

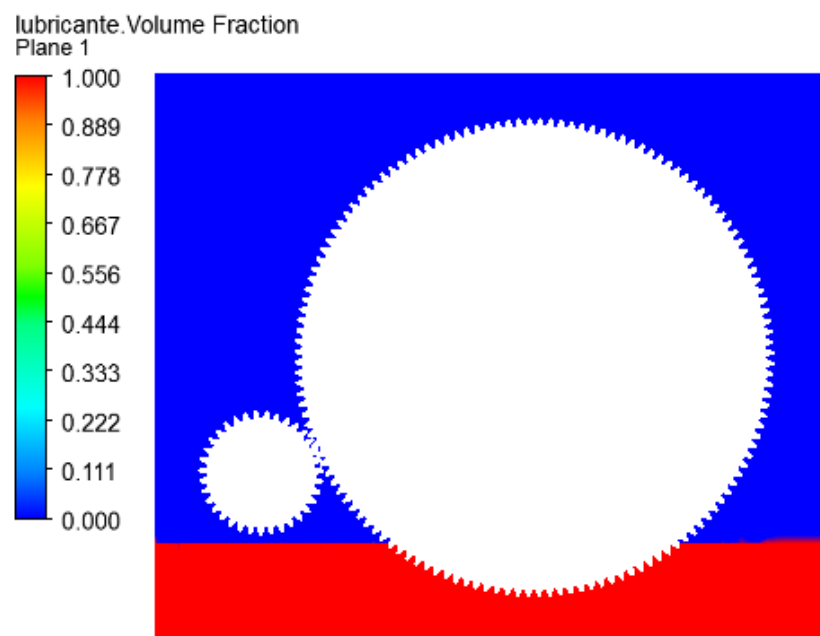


Figura 4.7. Fracción de volumen en estado inicial.

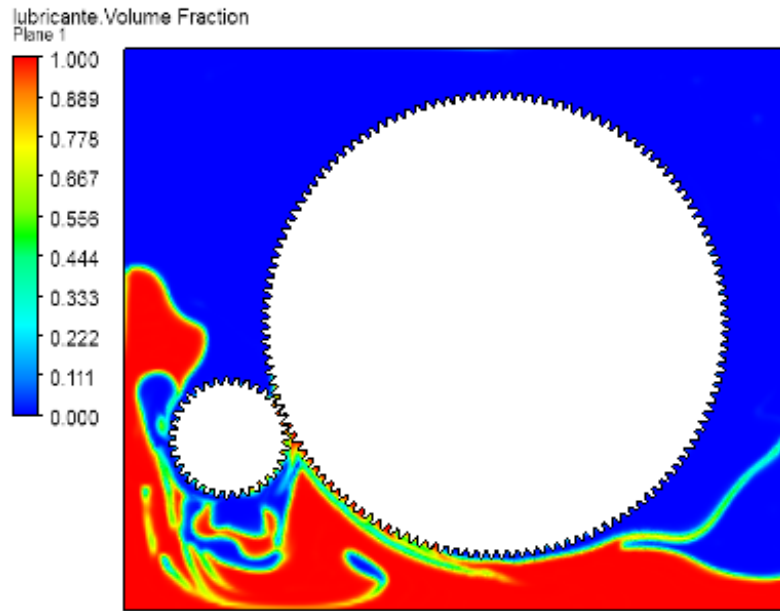


Figura 4.8. Fracción de volumen en instante 0.2716 s

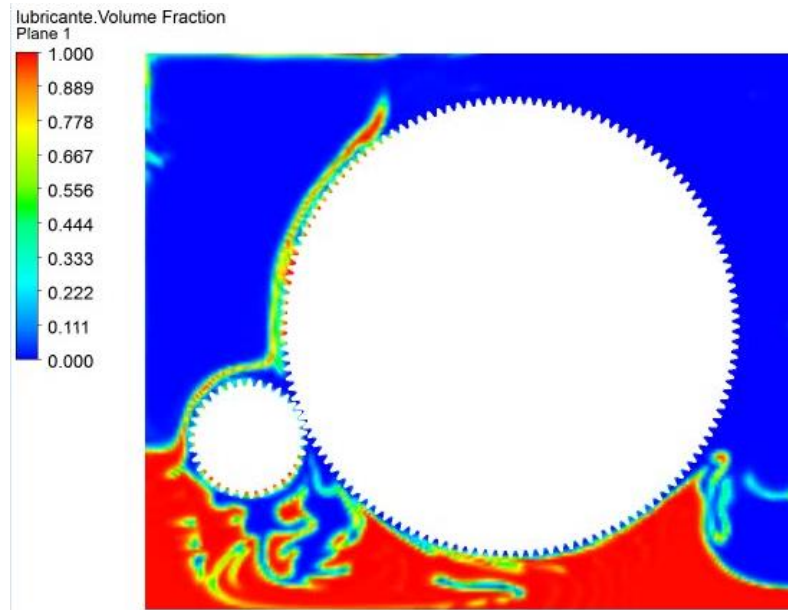


Figura 4.9. Fracción de volumen en instante 0.34071 s

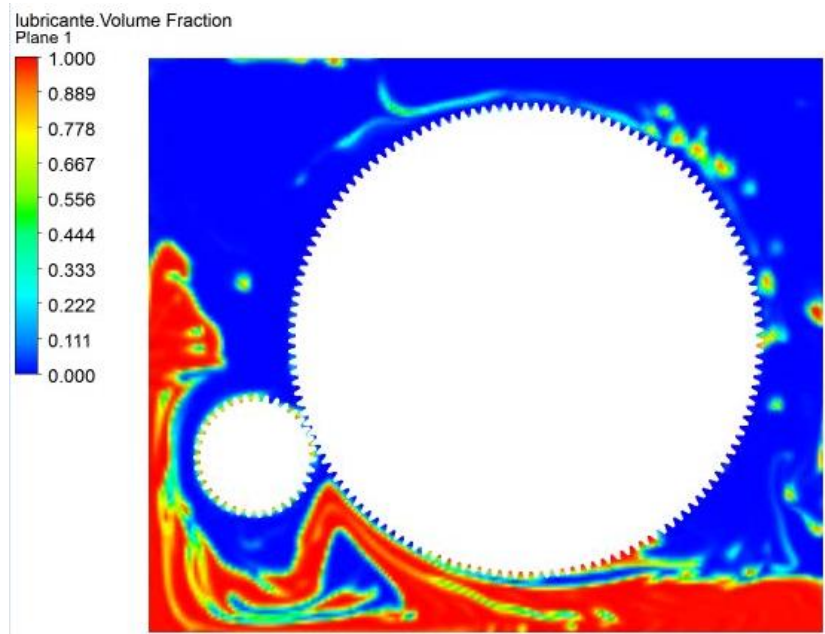


Figura 4.10. Fracción de volumen en instante 0.48 s

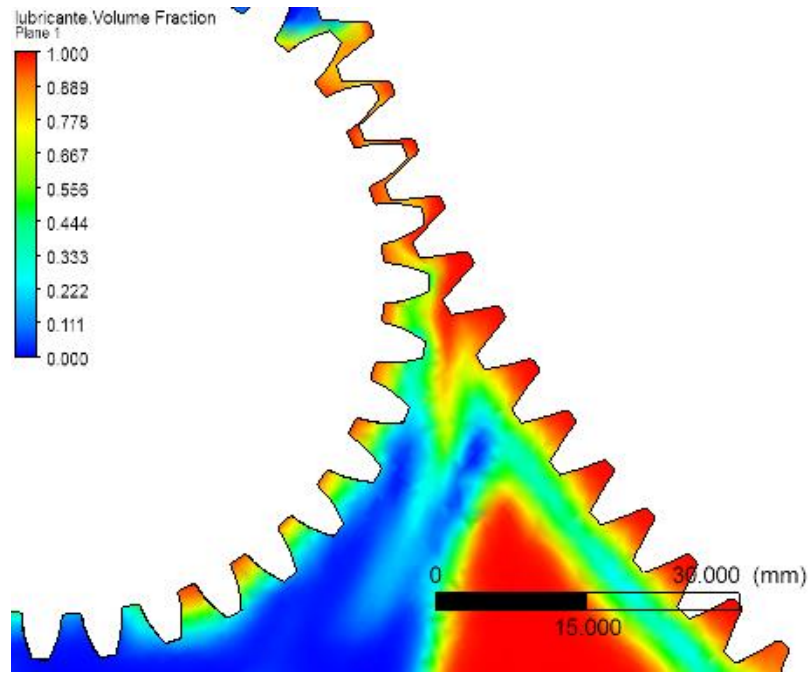


Figura 4.11. Fracción de volumen en instante 0.48 s

4.4 Presión, temperatura, esfuerzos y película elastohidrodinámica

Las gráficas de la 4.12 a la 4.23 muestran la presión y la temperatura para instantes de tiempo consecutivos para un par de dientes interactuando durante el arco de acción del engranaje. La grafica de presión da la distribución de presión en contra de la longitud medida a lo largo de curva seccional de contacto. Las presiones máximas (entre 0.135 y 1.5 GPa) están ubicadas aproximadamente hacia la mitad de la zona de contacto en parte éste perfil de presión puede explicarse por la respuesta elástica de los dientes a las fuerzas ejercidas por el lubricante. Estas presiones máximas se encuentran comprendidas en el rango encontrado típicamente en las referencias consultadas (0.05 y 1.2 GPa) [8].

Chart 1

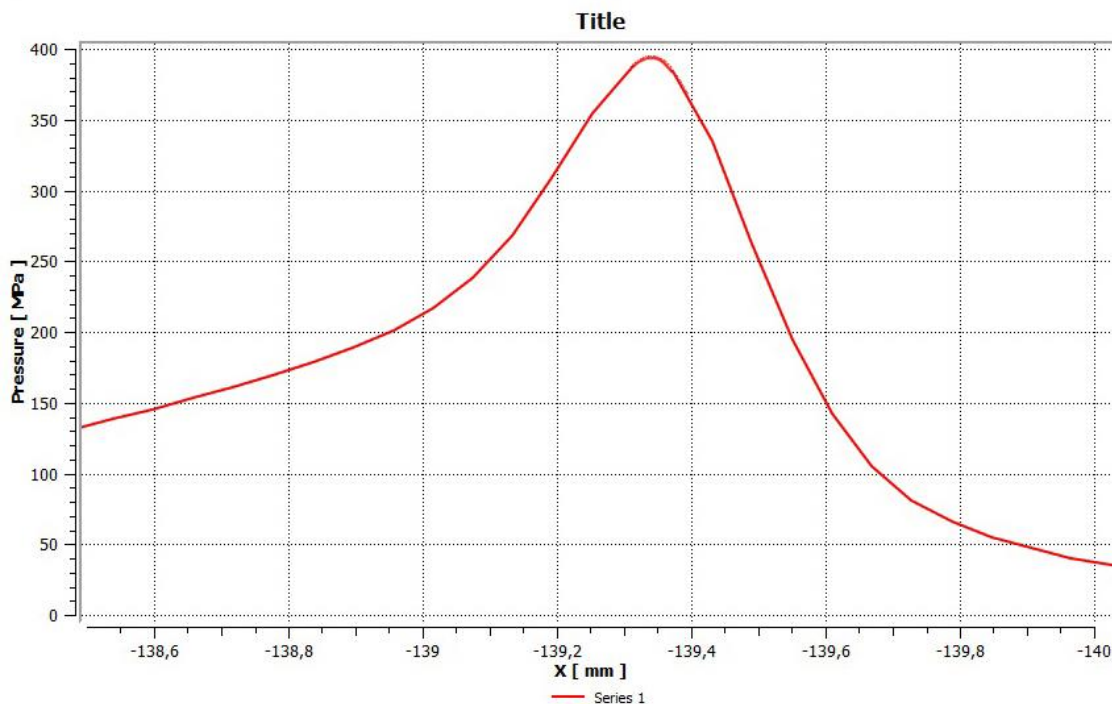


Figura 4.12. Presión elastohidrodinámica para el primer time step.

Chart 1

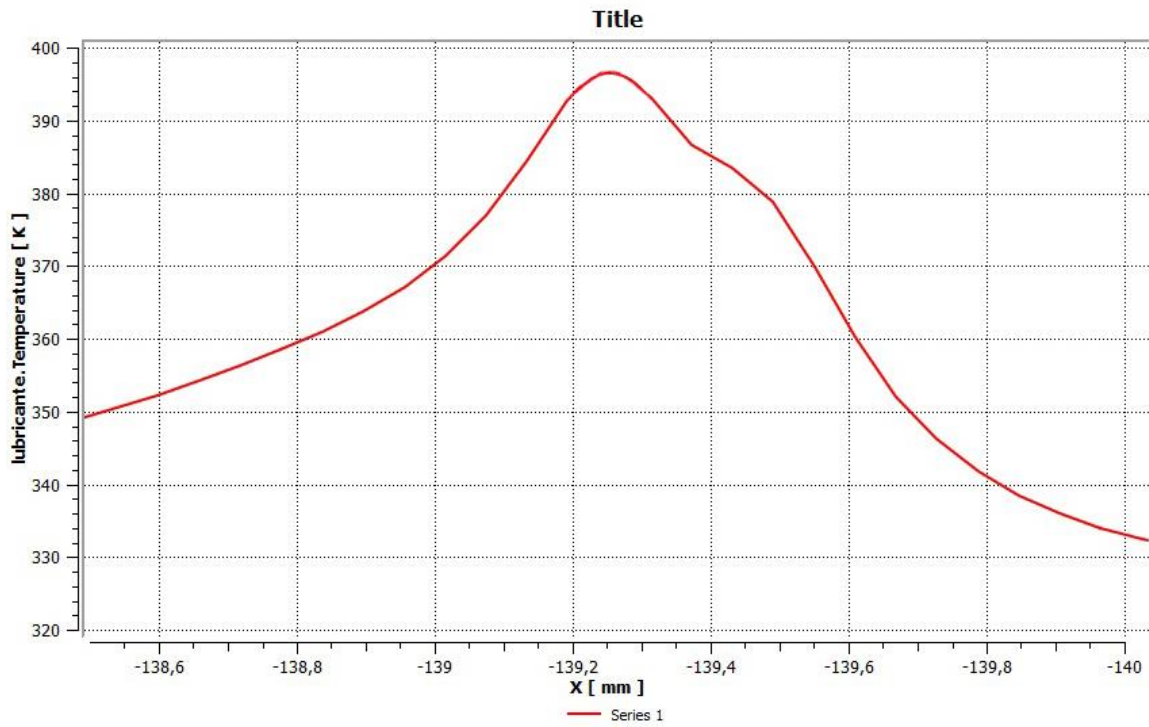


Figura 4.13. Temperatura elastohidrodinámica para el primer time step.

Chart 1

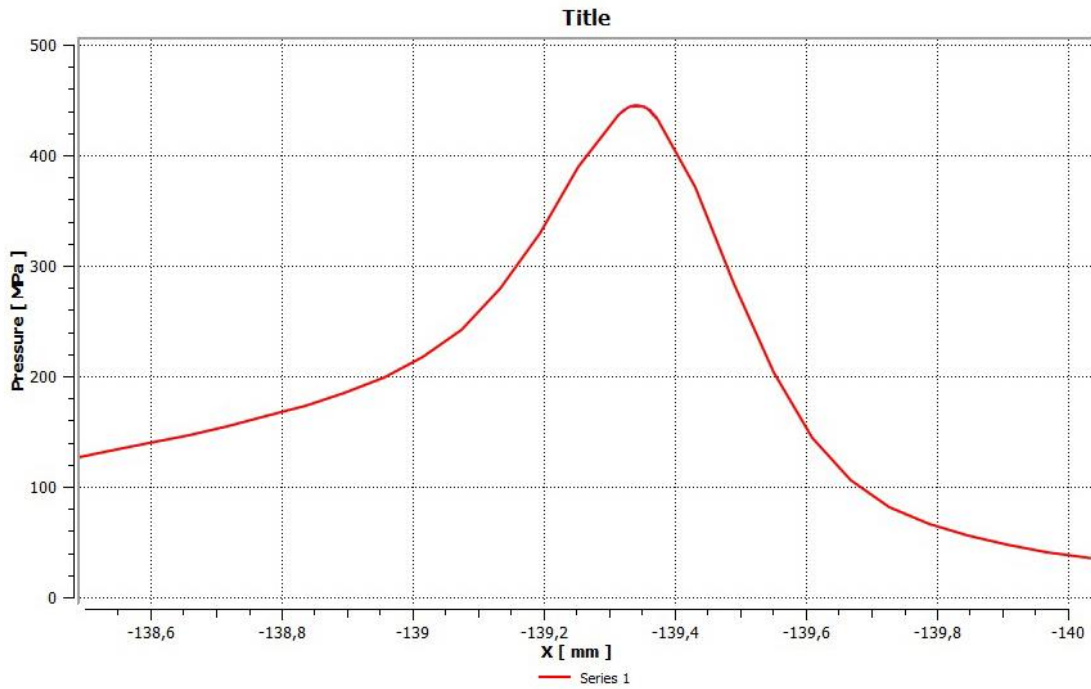


Figura 4.14 Presión elastohidrodinámica para el segundo time step.

Chart 1

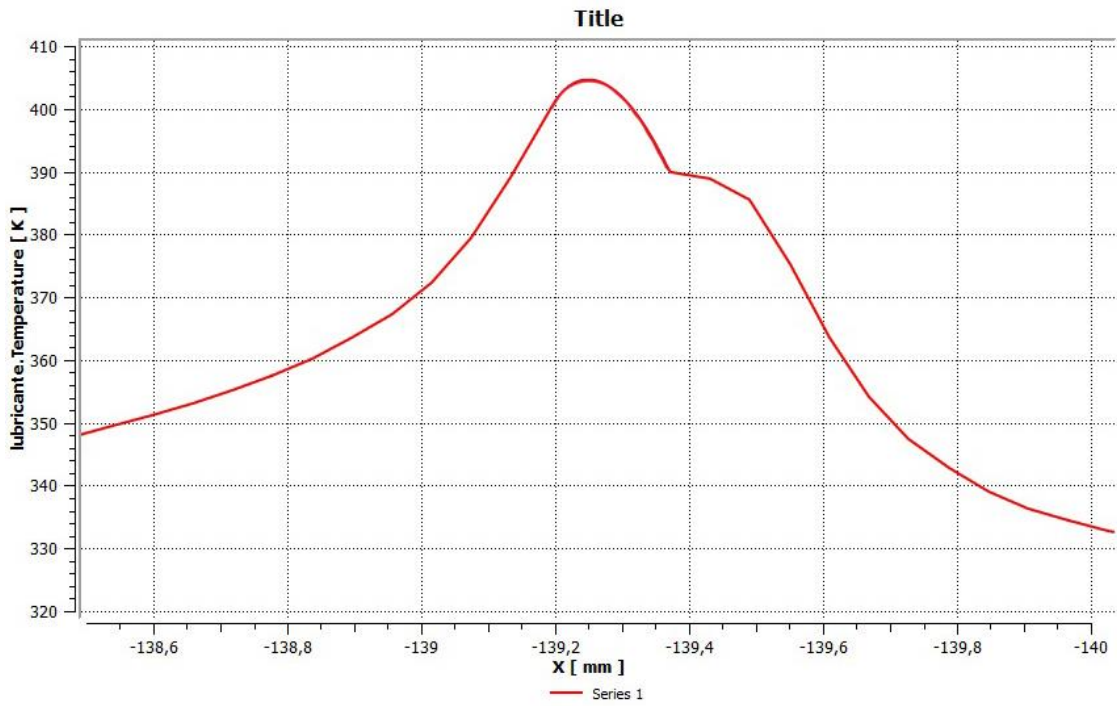


Figura 4.15 Temperatura elastohidrodinámica para el segundo time step.

Chart 1

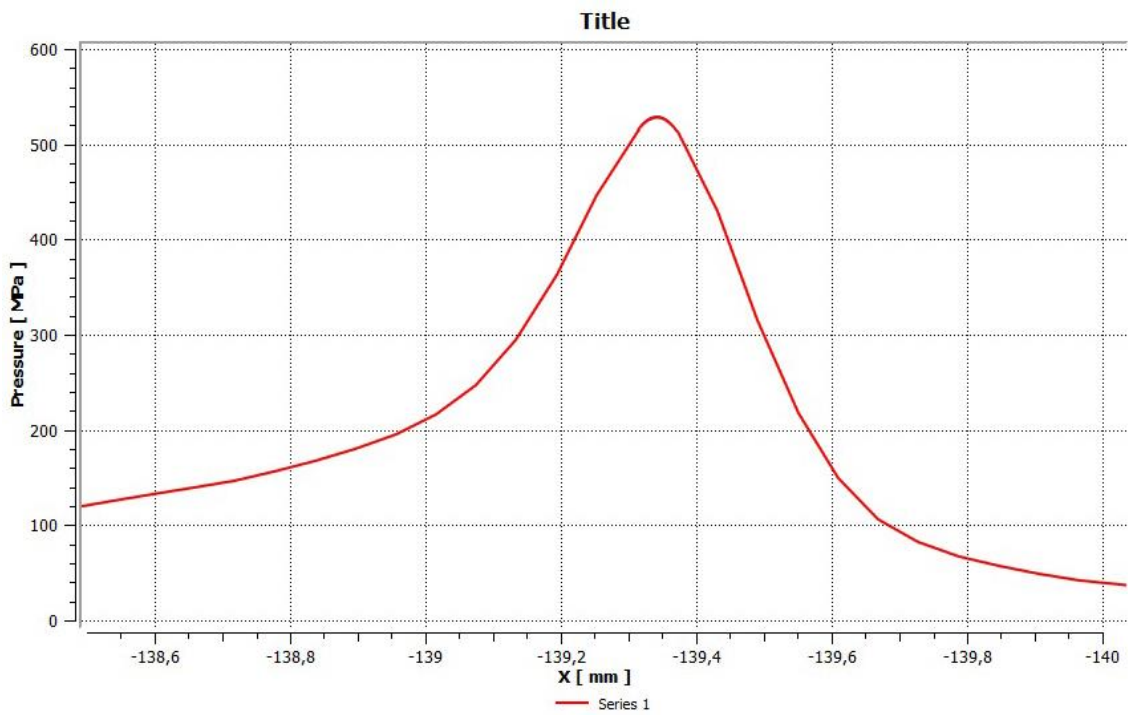


Figura 4.16. Presión elastohidrodinámica para el tercer time step.

Chart 1

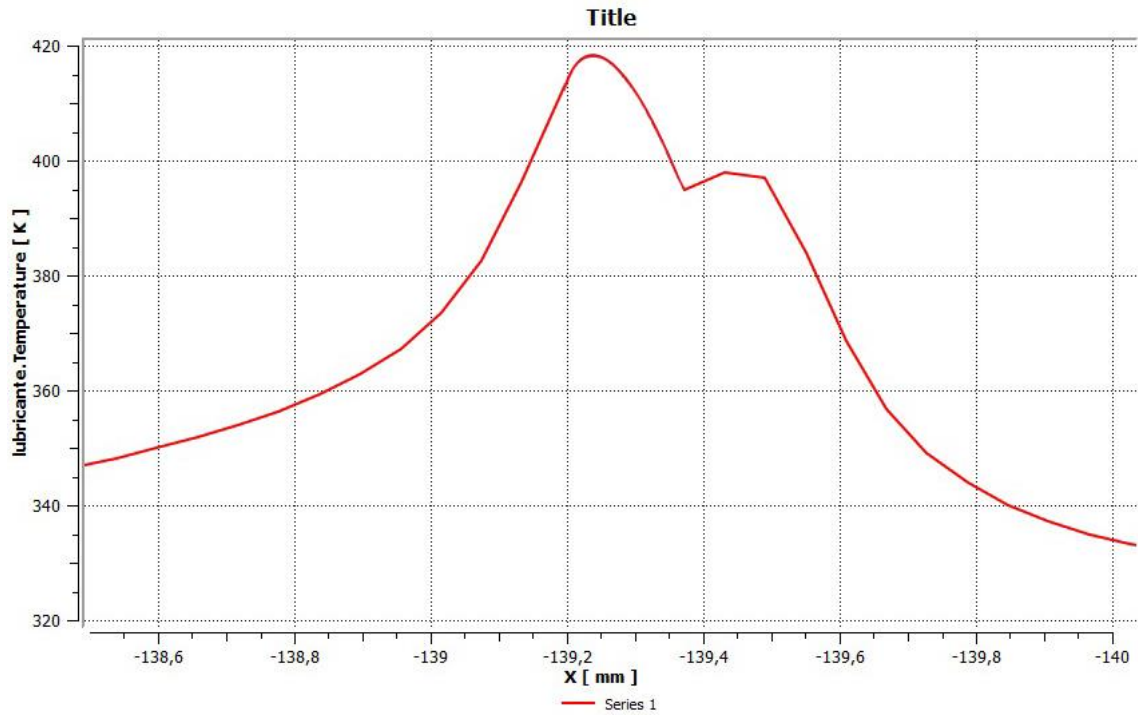


Figura 4.17. Temperatura elastohidrodinámica para el tercer time step.

Chart 1

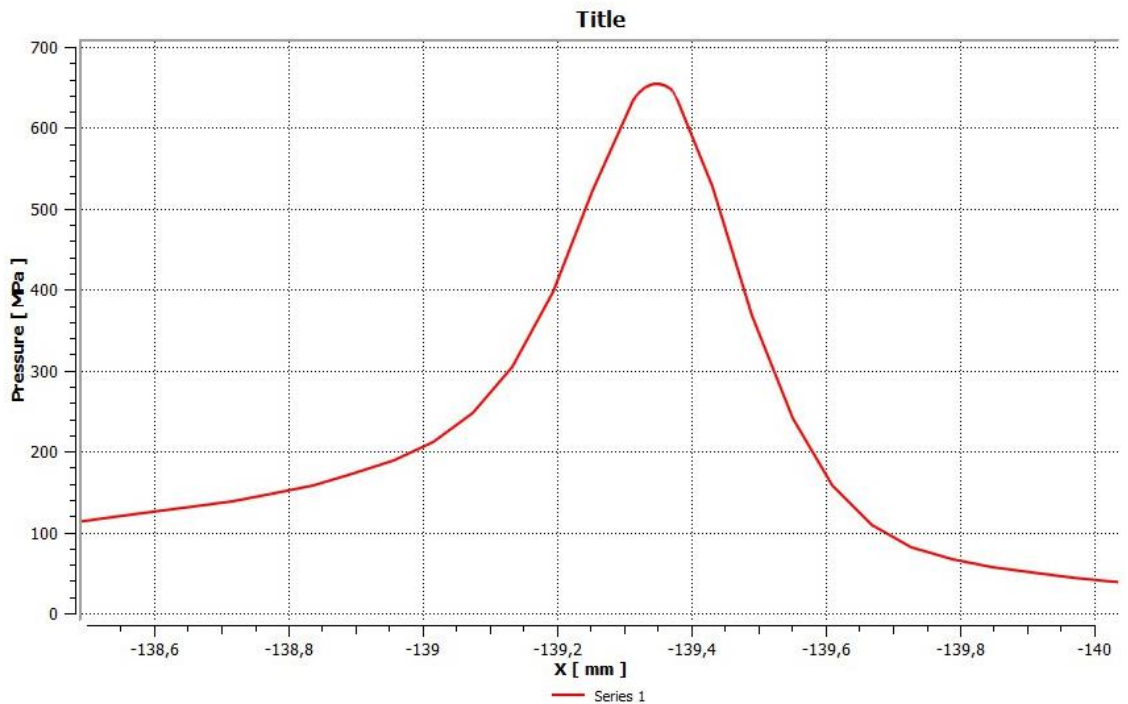


Figura 4.18. Presión elastohidrodinámica para el cuarto time step.

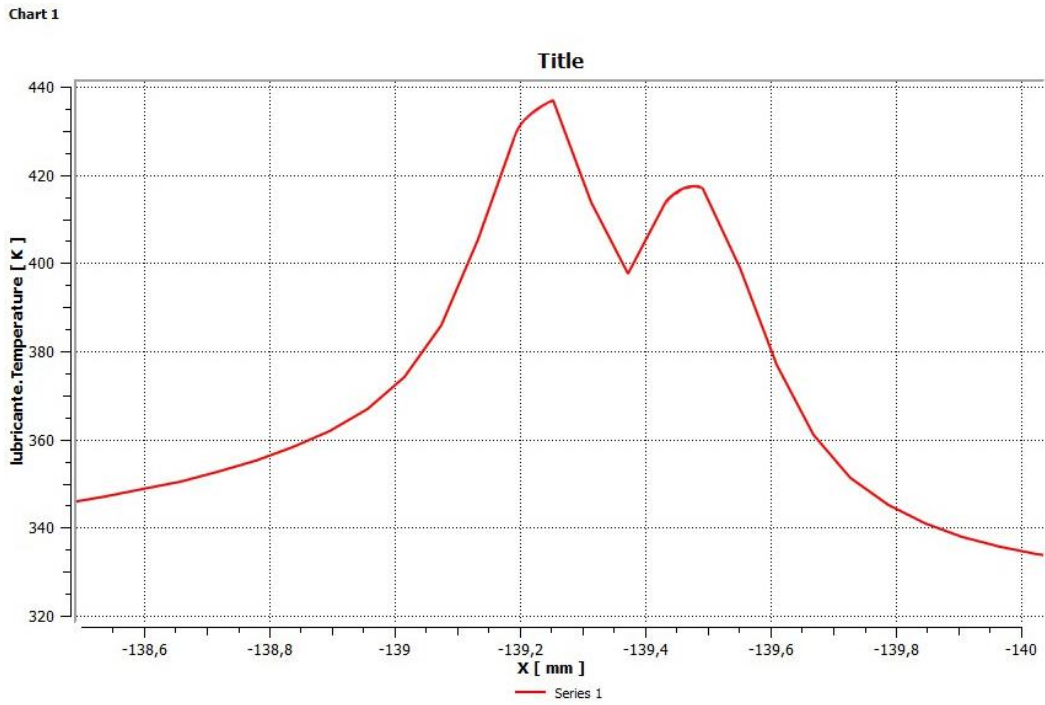


Figura 4.19. Temperatura elastohidrodinámica para el cuarto time step

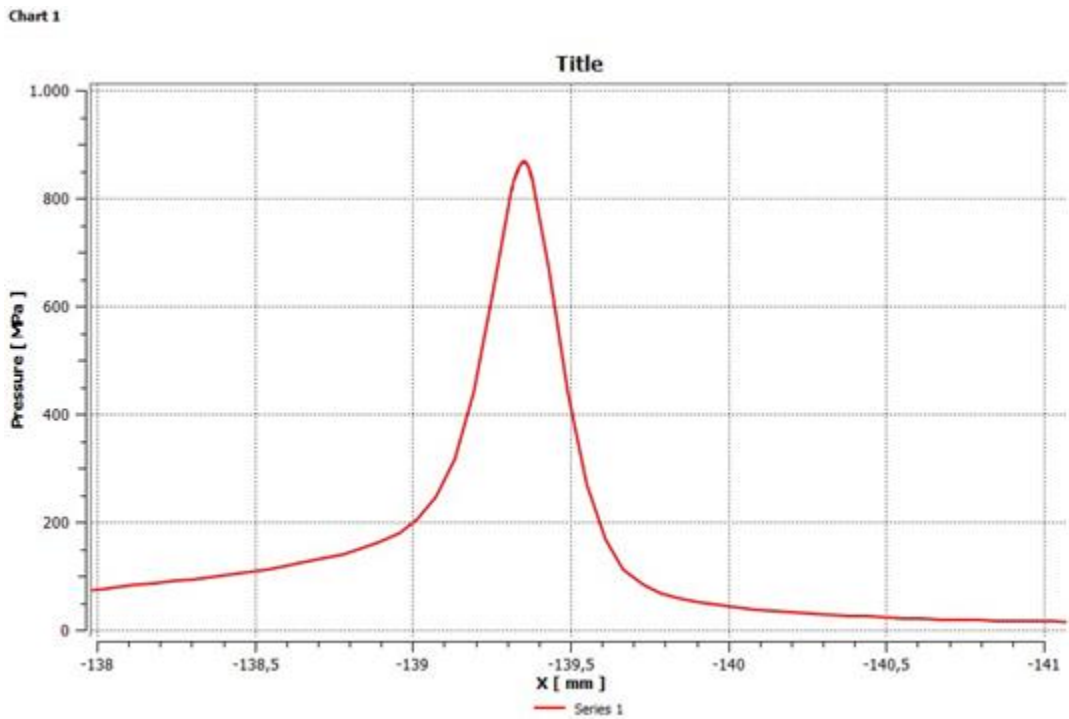


Figura 4.20. Presión elastohidrodinámica para el quinto time step.

Chart 1

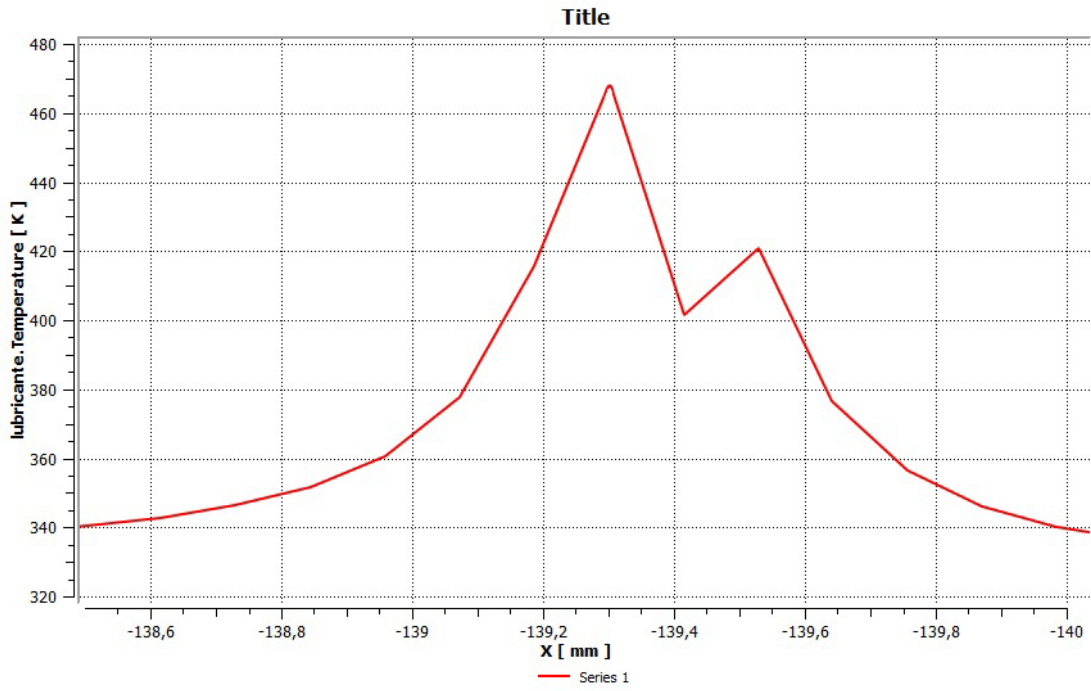


Figura 4.21. Temperatura elastohidrodinámica para el quinto time step.

Chart 1

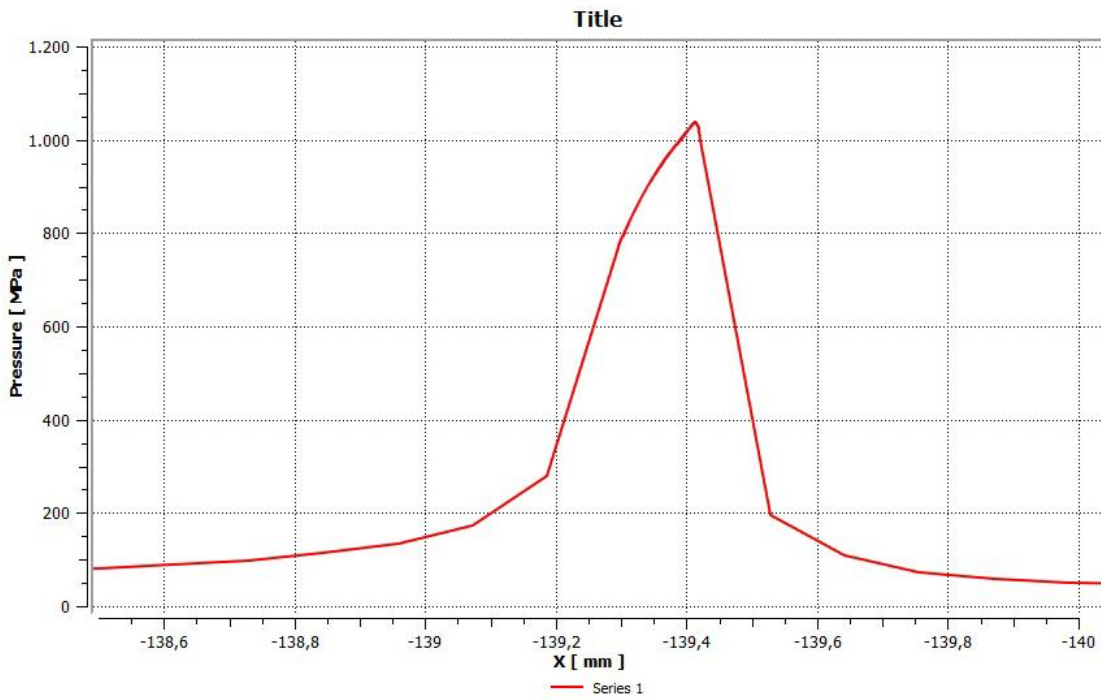


Figura 4.22. Presión elastohidrodinámica para el sexto time step.

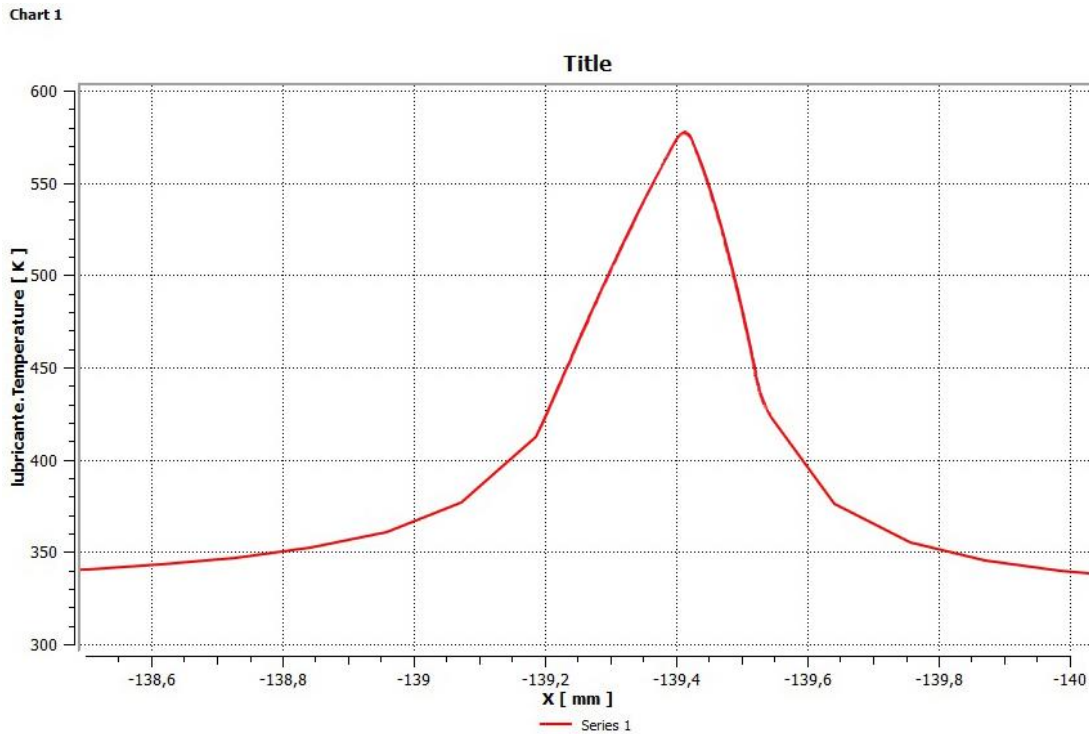


Figura 4.23. Presión elastohidrodinámica para el sexto time step.

En las figuras de la 4.24 a la 4.27, se muestran para propósitos ilustrativos y explicativos las gráficas de los esfuerzos equivalentes de Von Mises sobre las superficies de transmisión de los dientes. Un hecho observado típicamente en LEH es un pico o espiga de presión hacia la salida del contacto relacionada con una ondulación del espesor de película en ese mismo punto. En este caso se piensa que no está presente en las gráficas de presión obtenidas dado que las mallas usadas en comparación con las escalas de longitudes características del sistema modelado son tales que este evento queda filtrado del resultado dado que su espacio de ocurrencia es menor que el elemento de malla típico en ese punto. Sin embargo al observar las gráficas de temperatura y de esfuerzos de von mises se observa una fluctuación o pico alrededor de la posición esperada de ocurrencia de la espiga de presión. Ambos picos, de temperatura y de esfuerzo, pueden explicarse por un máximo local de presión. Así el máximo local de esfuerzos en la superficie es debido a una mayor presión en ese punto que induce mayores esfuerzos en esa zona. El máximo de temperatura es debido a una mayor disipación de energía como consecuencia de una mayor viscosidad de lubricante en ese punto dado que esta aumenta con la presión (piezoviscosidad), por tanto, es debida también a una presión más elevada en esa zona.

Chart 1

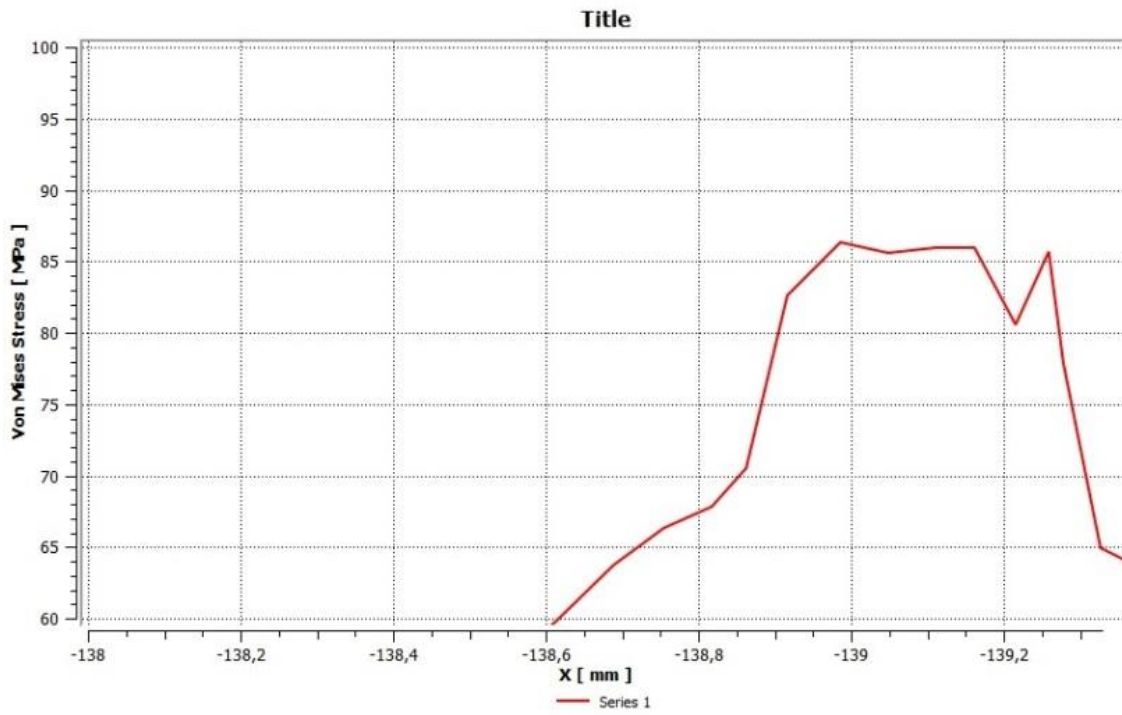


Figura 4.24. Esfuerzos equivalentes de Von Mises para el primer time step.

Chart 1

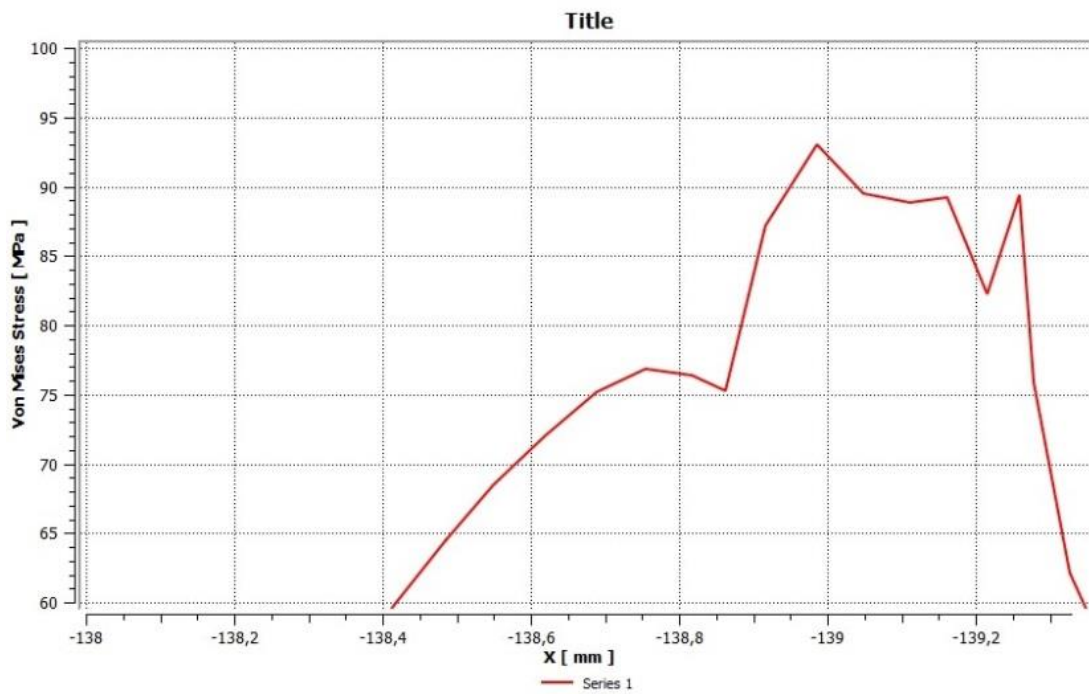


Figura 4.25. Esfuerzos equivalentes de Von Mises para el segundo time step.

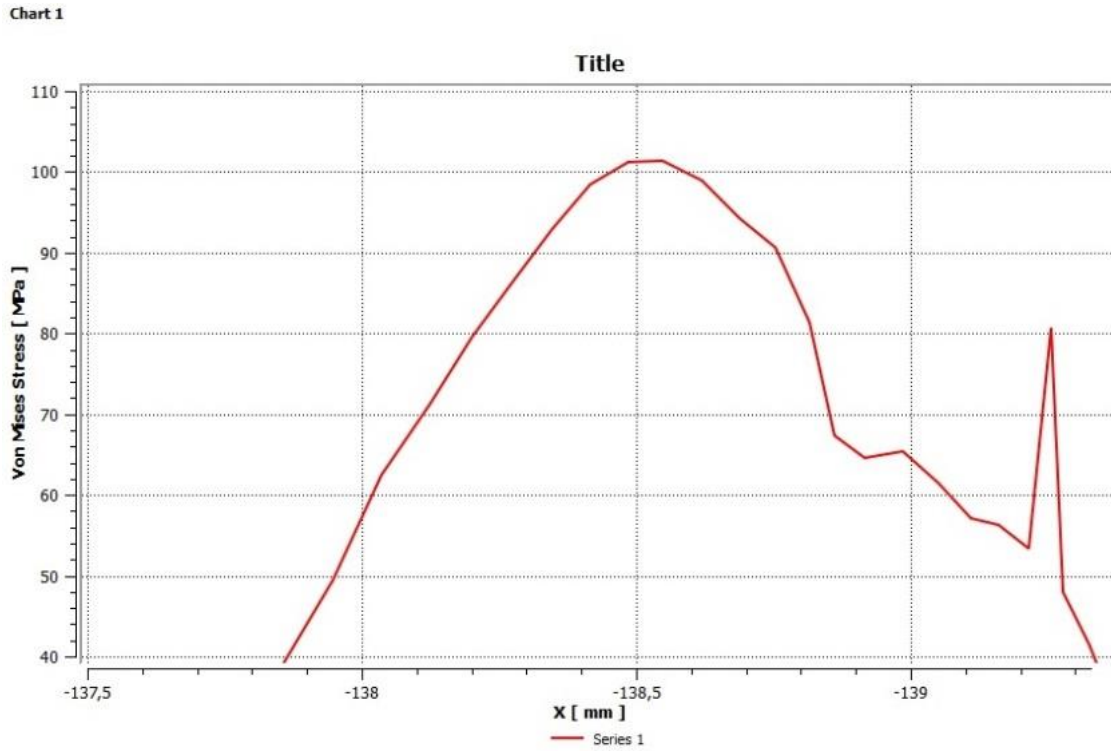


Figura 4.26. Esfuerzos equivalentes de Von Mises para el tercer time step.

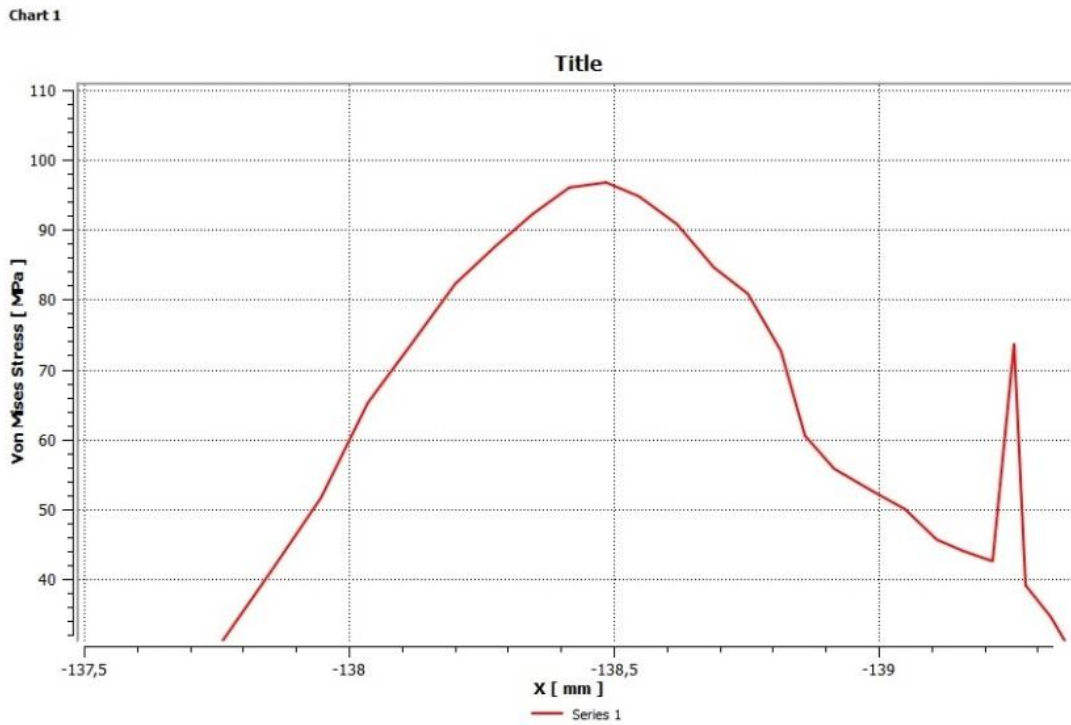


Figura 4.27. Esfuerzos equivalentes de Von Mises para el cuarto time step

En la figura 4.28 se muestra la distribución del espesor de película de lubricante entre un par de dientes engranados cuando la presión alcanza el máximo en el recorrido que comprende el arco de acción del engranaje. Como se indica en esta grafica el mínimo espesor de película toma aproximadamente un valor 0.0002 mm. Este valor se compara bastante cercano a los obtenidos en los estudios previos revisados donde el espesor de película mínimo está por debajo de los 0.00025 mm [8].

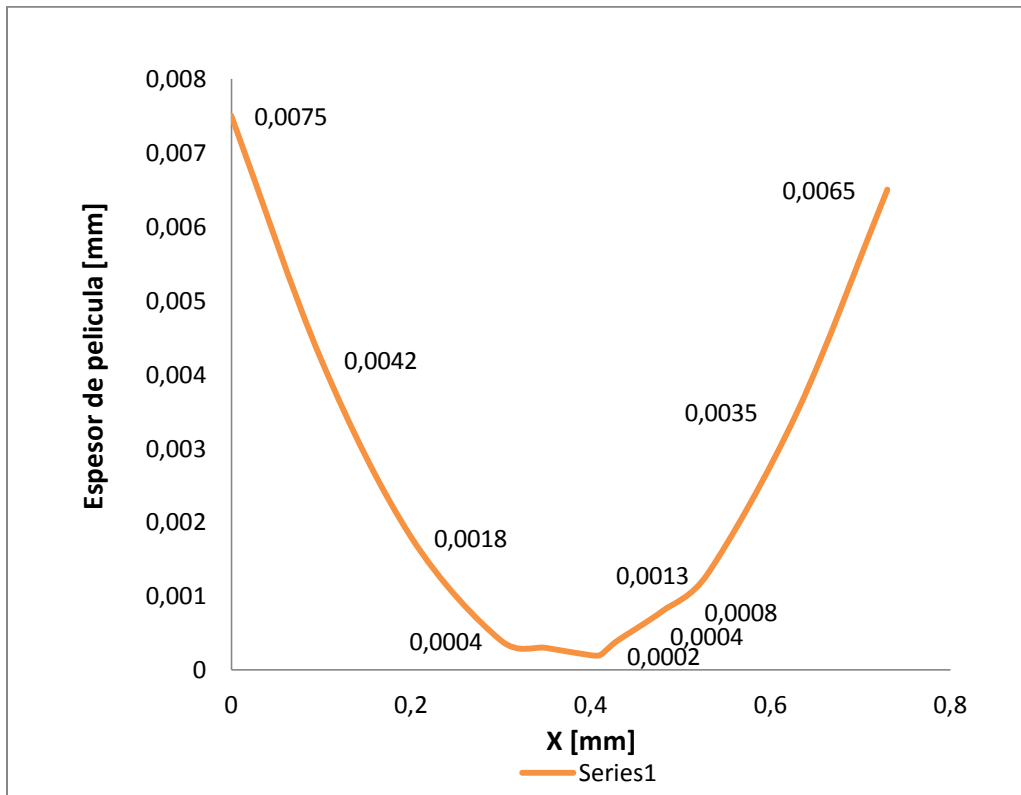


Figura 4.28. Distribución espesor de película lubricante en el arco de acción del engranaje

En la figura 4.29, se muestra el espesor mínimo de película, el cual es aproximadamente 0,0003 mm cuando la presión alcanza un valor superior a 1Gp en el lubricante valor que concuerda con el referente teórico [8] con el perfil A+.

En la figura 4.30, se ilustra una relación del espesor de película de 0.08 mm con respecto a la presión con un valor de 0,8 Gp para el quinto time step

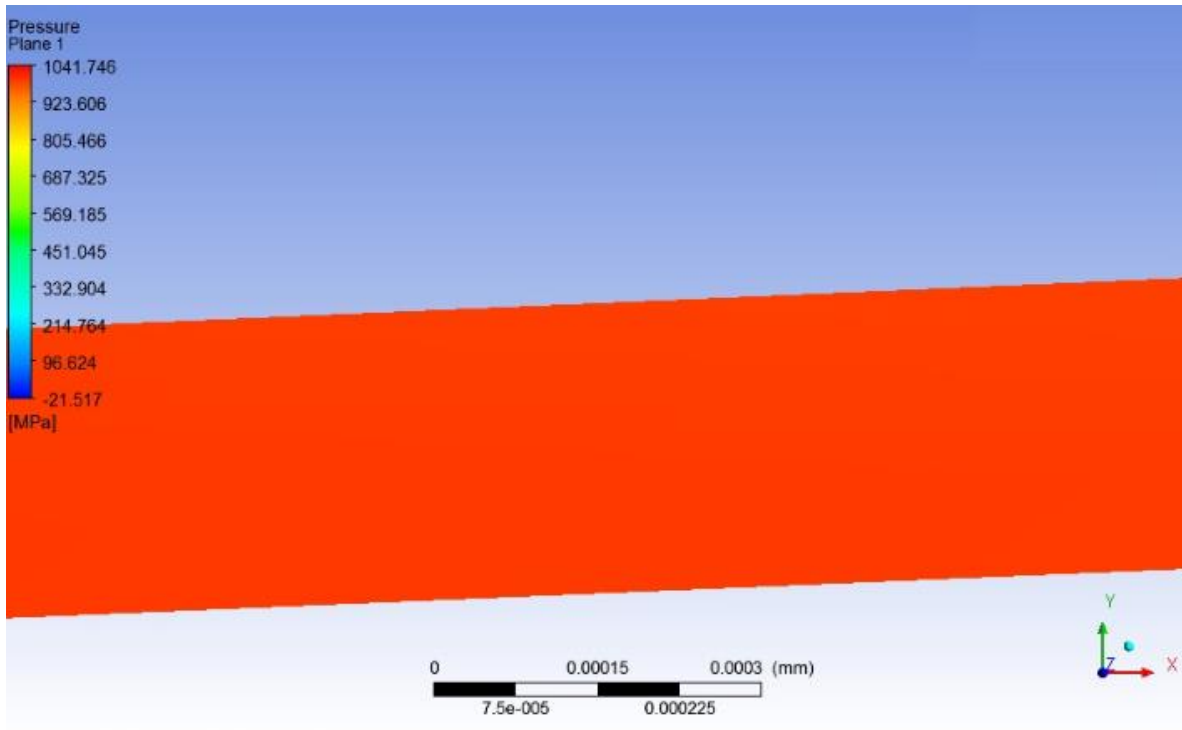


Figura 4.29. Espesor de película en el sexto time step.

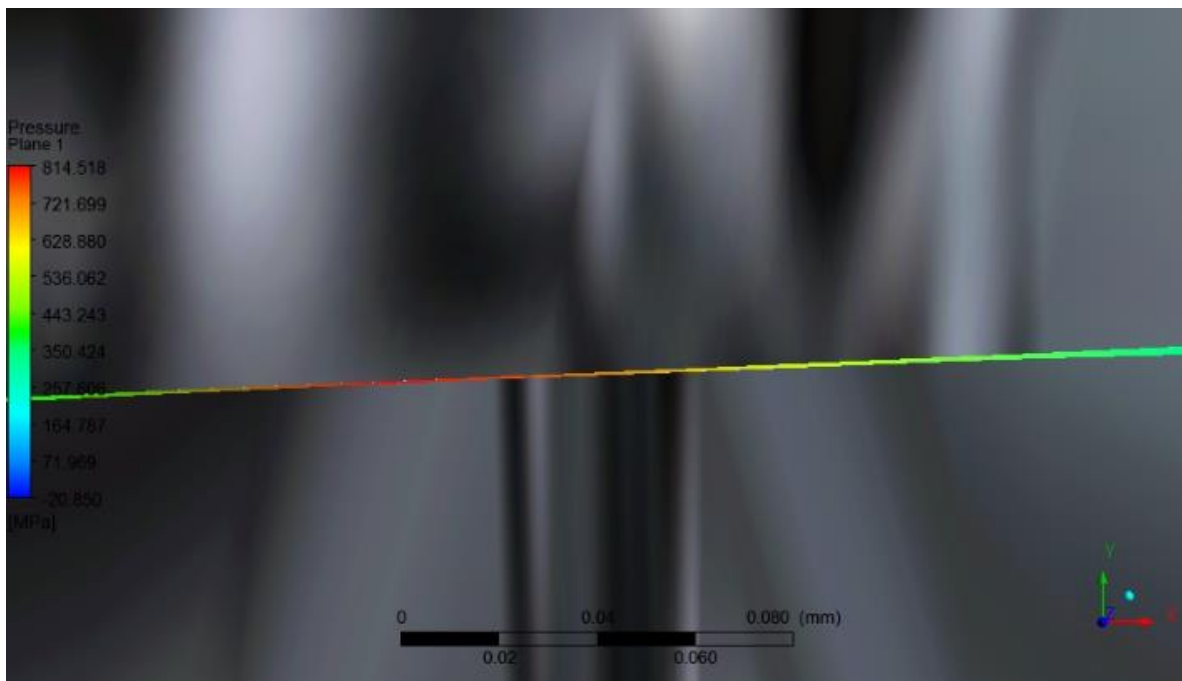


Figura 4.30. Espesor de película vs presión en el quinto time step.

4.5 Residuales de Convergencia

Los residuales para el momento, la masa y para la fracción de volumen para la simulación del arrastre y el salpique del lubricante son presentados en las gráficas 4.31 y 4.32 respectivamente, estos muestran la evolución de los residuos de las ecuaciones de balance implicadas en la simulación (masa, momentum) a medida que los pasos de tiempo progresan y de este modo indican también cómo evoluciona la convergencia de estas ecuaciones bajo el criterio de convergencia seleccionado, el cual se estableció en $1e-4$. En la figura 4.31 los residuales de momentum son registrados para cada una de las componentes escalares del vector de momentum.

Desde la figura 4.33 hasta la 4.35 se presentan las respectivas gráficas de residuales para la simulación de la LEH con la interacción fluido-estructura. La figura 4.33 muestra el trazado de convergencia para la conservación de momentum y masa, se evidencia en este gráfico una oscilación bastante marcada y de alta frecuencia aunque relativamente estable en amplitud. La figura 4.34 indica los residuales de convergencia de la fracción de volumen en esta etapa. Finalmente en la figura 4.35 se grafica la convergencia de las cargas y movimientos transferido por la interface.

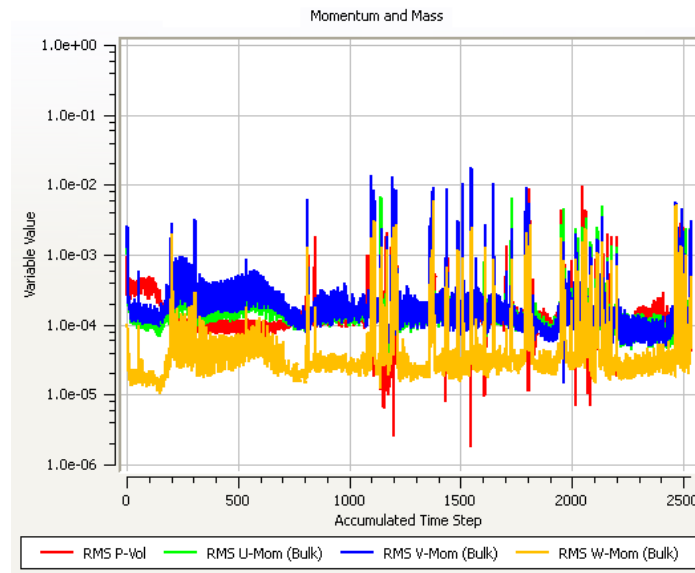


Figura 4.31. Residuales de convergencia de momento y masa para la simulación de arrastre y salpique

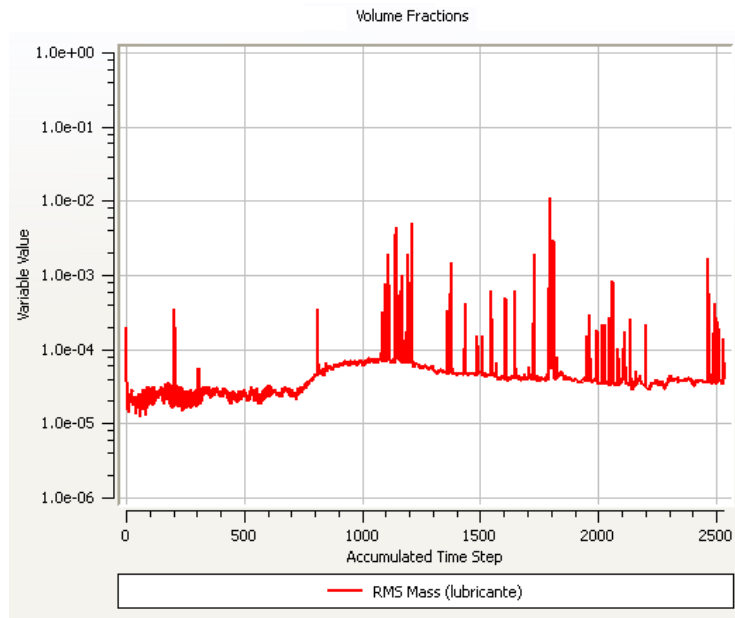


Figura 4.32. Residuales de convergencia de fracción de volumen para la simulación de arrastre y salpique

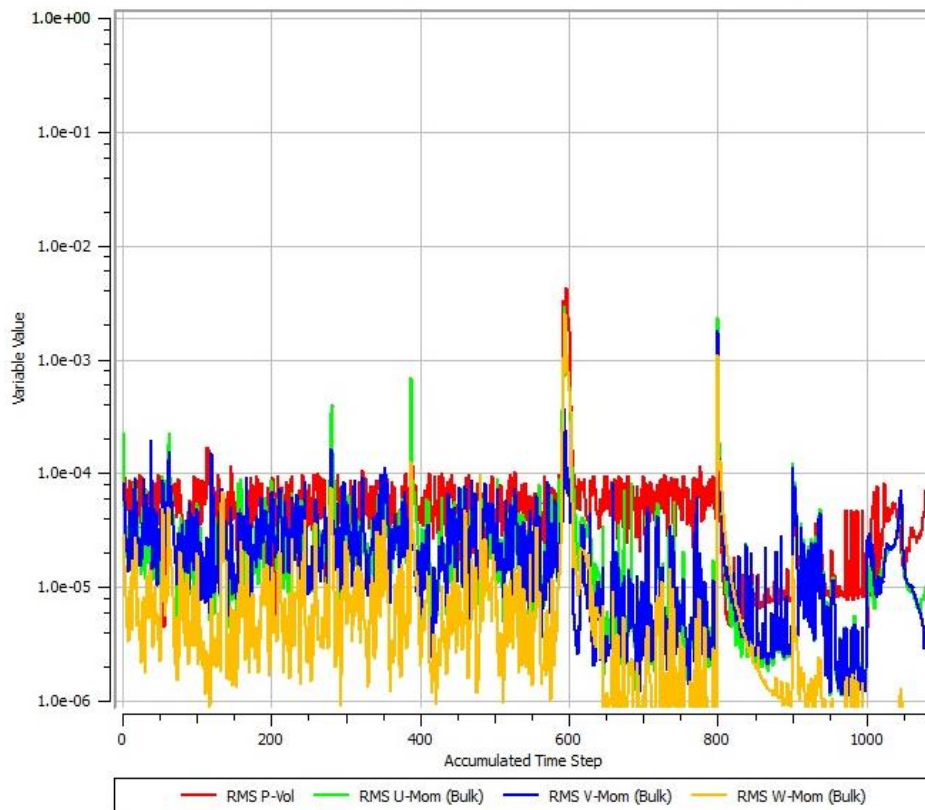


Figura 4.33. Residuales de convergencia de momento y masa para la simulación de la IFS

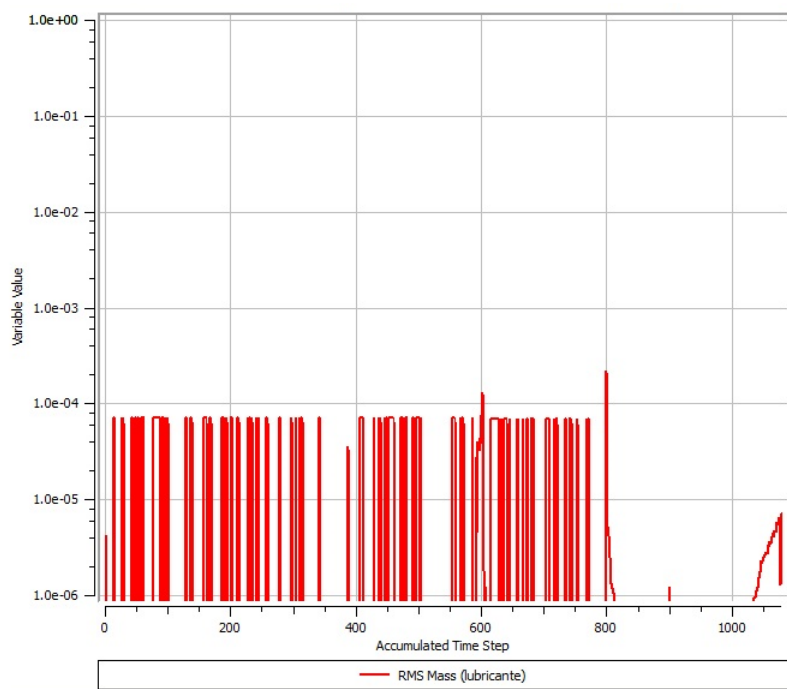


Figura 4.34. Residuales de convergencia de fracción de volumen para la simulación de la IFS.

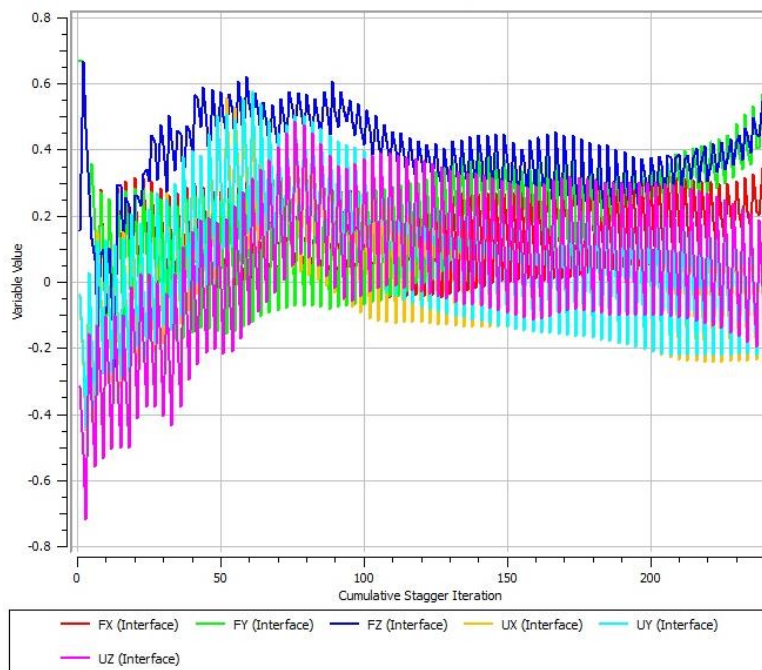


Figura 4.35. Residuales de convergencia para las cargas y movimientos transferidos en la interface IFS

En este capítulo se presentó una muestra de los resultados obtenidos mediante simulación computacional en ANSYS del problema de LEH en una par de engranajes rectos. También se compararon estos resultados, para la presión y el espesor de película, con resultados obtenidos anteriormente en otras investigaciones basadas en el modelo Reynolds-Hertz. Si bien una comparación en sentido estricto no es posible dado que el modelo que se asume en este caso es muy diferente en enfoque además de ser más robusto los resultados obtenidos son cercanos a los mostrados en estos estudios estando en los mismos rangos y ordenes de magnitud. El comportamiento de los residuales muestra para los diferentes campos investigados que están bien acotados entre los límites de tolerancia impuestos para la convergencia lo que permite asumir con confiabilidad los resultados obtenidos.

5. Conclusiones y Recomendaciones

El principal interés del presente estudio es desarrollar un modelo computacional para el análisis del proceso de lubricación elastohidrodinámica en sistemas de engranaje de dientes rectos. Con respecto a ese enfoque el siguiente proyecto permite extraer las siguientes conclusiones:

- Al ser posible el uso de programas multifísicas disponibles comercialmente un amplio rango de herramientas, funciones y solvers pueden ser implementados sin necesidad de dedicarse a las complejidades de los algoritmos que contienen. Este enfoque de caja negra, con algoritmos numéricos de eficacia probada, es por tanto más atractivo frente al enfoque tradicional basado en la teoría de Reynolds-Hertz en la cual una gran cantidad de tiempo y esfuerzo es dedicada al desarrollo de código y algoritmos especializados.
- Bajo las condiciones que provee un enfoque computacional implementado en un software multifísico ya disponible, el modelo es capaz de incluir un amplio rango de efectos físicos como el comportamiento no-Newtoniano del lubricante, la piezoviscosidad y la termoviscosidad, la complejidad geométrica y el comportamiento volumétrico mecánico y térmico de los sólidos interactuantes (no sólo la deformación de las superficies como en los modelos convencionales), las condiciones transitorias, dinámicas y variables con el tiempo y las no linealidades inherentes. Con esto es posible modelar el sistema más allá de las zonas de interacción elastohidrodinámica y de este modo incluir una mayor porción del dominio del sistema. Esto posibilita, a su vez, que las condiciones de fronteras e iniciales fuertemente simplificadas por el modelo de Reynolds-Hertz sean reemplazadas por condiciones más realistas sobre el sistema entero y considerar los efectos.
- El acople fundamental del problema de la LEH, esto es, el que existe entre el espesor de película que depende de la deformación elástica de las superficies de transmisión y la presión ejercida sobre estas por el lubricante, puede modelarse de manera rutinaria en el entorno de la mecánica computacional como un problema de interacción fluido-estructura. Posibilidad incluida en la mayoría de los códigos multifísicas disponibles (ANSYS, COMSOL, OPENFOAM).

- Los resultados obtenidos por este enfoque pueden compararse de manera aceptable a otros obtenidos para el mismo caso de estudio en cuanto a los perfiles de presión y distribución de espesores de película. Cuantitativamente los resultados caen en los mismos rangos y ordenes de magnitud.
- La principal limitación de este enfoque estriba en los recursos computacionales y el tiempo disponible para correr las simulaciones. Esto puede limitar los factores físicos a incluir y la complejidad y el tamaño de la geometría del sistema para obtener un modelo abordable bajo los recursos computacionales disponibles, por ejemplo, en un computador de escritorio. Con esto la precisión, la validez y la significatividad de los resultados puede verse afectada negativamente. Se estima que para correr un modelo computacional de un sistema de caja de engranajes de dientes rectos con apenas par engrane-piñón, como el planteado en este proyecto, se requiere computación de mainframes o hasta supercomputadoras, donde los recursos alcanzan los cientos de miles de núcleos de procesador y varios Terabytes de RAM (Ver Anexos A y B).

Para desarrollos futuros de este enfoque de análisis y modelamiento de LEH se recomienda:

- Desarrollar una implementación computacional más eficiente para requerir la menor cantidad de recursos computacionales y tiempo que permitan correr un número adecuado de simulaciones dentro de tiempos factibles. Con ello sería posible afinar el modelo a través de varios ensayos y de esta manera hacer comparaciones y análisis más profundos de los resultados. Esto implicaría la selección de las herramientas de software adecuado o de una configuración más detenida para optimizar la simulación.
- Reformular el modelo para incluir los efectos de la cavitación que tiene lugar en las zonas divergentes del contacto a causa de la caída de presión en esos puntos.
- Incluir los efectos de la rugosidad superficial de las superficies de transmisión.

6. BIBLIOGRAFÍA

[1] Dowson D., Higginson G. R., 1966. *Elasto-Hydrodynamic Lubrication*, SI, Oxford, Pergamon Press Ltd, p. 236.

[2] Hamrock B. J., Dowson, D., 1976. ‘‘Isothermal EHD Lubrication o Points Contacts: Part I—Theoretical Formulation’’ *ASME J. Lubr. Technol.* 98, No. 2, pp. 223–229.

[3] Dowson D., Higginson G. R. 1966. *Elastohydrodynamic lubrication, the fundamentals of roller and gear lubrication*, Pergamon Press, Oxford, Great Britain.

[4] Wang K.L., Cheng H.S., 1981. A numerical solution to the dynamic load, film thickness and surface temperatures in spur gears, Part I--Analysis, *ASME J.of Mech. Design*, 103:177~187.

[5] Wang K.L., Cheng H.S., 1981. A numerical solution to the dynamic load, film thickness and surface temperatures in spur gears, Part II—Results, *ASME J.of Mech.Design*, 103:188~194.

[6] Hua DY., Khonsari MM., 1995. Application of transient elastohydrodynamic lubrication analysis for gear transmissions. *Tribol Trans* 38(4):905–913.

[7] Lu L.X., Zhang H.H., 2002. Non-steady elastohydrodynamic lubrication of gear transmission system under dynamic load, *Lubrication Engineering (in Chinese)*, 1: 12~14.

[8] Larsson R., 1997. Transient non-Newtonian elastohydrodynamic lubrication analysis of an involute spur gear, *Wear*, 207: 67~73.

[9] Wang Y., Li H., Tong J., Yang P., 2004. Transient Thermoelastohydrodynamic lubrication analysis of an involute spur gear. *Tribol Int* 7:773–782.

- [10] Mihailidis A., Panagiotidis K., 2001. Transient thermoelastohydrodynamic lubrication of gear teeth. In: Proceedings of world tribology conference, Vienna, Austria.
- [11] Holmes M.J.A., Evans H.P., Snidle R.W., 2005. Analysis of mixed lubrication effects in simulated gear tooth contacts. *ASME J Tribol* 127:61–69.
- [12] Li S., Kahraman A., 2009. A Transient Mixed Elastohydrodynamic Lubrication Model for Spur Gear Pairs. *ASME J Tribol* 132
- [13] Shenoy B.S., Pai R.S., Rao D.S., Pai R., 2009. Elasto-hydrodynamic lubrication analysis of full 360° journal bearing using CFD and FSI techniques. *World Journal of Modelling of Simulation*, Vol. 5, No. 4, pp. 315-320.
- [14] Hartinger M., 2007. CFD Modelling of Elastohydrodynamic Lubrication. Doctorate Thesis. Department of Mechanical Engineering Imperial College London.
- [15] Hartinger M., Dumont M., Gosman D., 2008. CFD Modeling of a Thermal and Shear-Thinning Elastohydrodynamic Line Contact. *Journal of Tribology*, Vol. 130.
- [16] Almqvist T., Larsson R., 2008. Thermal transient rough EHL line contact simulations by aid of computational fluid dynamics. *Tribology International* 41 pp. 683-693.
- [17] Czichos H., 1978. *Tribology ; a systems approach to the science and technology of friction, lubrication and wear*. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Oxford, New York. Tribology series, volumen 1.
- [18] Szeri A. Z., 2011. *Fluid Film Lubrication*, second edition. Cambridge University Press, Cambridge.

- [19] Dorinson A., Ludema K.C., 1985. Mechanics and Chemistry in Lubrication. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Oxford, New York. Tribology series, volumen 9.
- [20] Stachowiak G. W., Batchelor A. W., 2005. Engineering Tribology, third edition. Elsevier Butterworth-Heinemann, Amsterdam, Boston, Heidelberg, London, New York , Oxford, Paris, San Diego, San Francisco, Singapore, Sydney, Tokyo.
- [21] Stolarski T.A., 2000. Tribology in Machine Design. Butterworth-Heinemann, Oxford Auckland, Boston, Johannesburg, Melbourne, New Delhi.
- [22] Bhushan B.,1999. Handbook of Micro/Nanotribology, second edition. CRC Press LLC, Boca Raton, London, New York, Washington D.C.
- [23] Wriggers P. 2006. Computational Contact Mechanics, second edition. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [24] Roelands, C. J. A., 1966. Correlation aspects of viscosity– temperature–pressure relationship of lubricating oils. PhD Thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
- [25] Venner C., Lubrecht A. A., 2000. Multilevel Methods in Lubrication. Elsevier Scientific Publishing Company. Amsterdam, Lausanne, New York , Oxford, Shannon, Singapore, Tokyo. Tribology series, volumen 37.
- [26] Allen C.W., Townsend D. P., Zaretsky E. V.,1970. Ehd lubrication of a spinning ball in a a non-conforming groove. Trans. ASME, J, Lub. Tech. 92, 89-96.
- [27] Goglia P.R., Cusano, C. Conry T.F., 1984. The effects of surface irregularities on the elasto-hydrodynamic lubrication of sliding line contacts, Part I – Single irregularities, Part II – Wavy surfaces. ASME Journal of Tribology, 106, 104–119.

[28] Beatrice C. A., 2004. An Elastohydrodynamics Lubrication Model for Helicopter High-Speed Transmission Components. PhD Thesis, The University of Toledo, Toledo.

[29] Porter R.S., Johnson J.F., 1961. Viscosity Performance of Lubricating Base Oils at Shears Developed in Machine Elements., *Wear*, Vol. 4, pp. 32-40.

[30] Gohar R.,2001. *Elastohydrodynamics*, second edition. Imperial College Press, London, Singapore.

[31] Johnson K. L., Tevaarwerk J. L., 1977. “The shear behaviour of elastohydrodynamic oil films”. *Proc. R. Soc. London*, A356, pp. 215–236.

[32] Ree T., Eyring H., 1955. Theory of non-Newtonian flow. I. Solid plastic system. II. Solution system of high polymers. *J Appl Phys* 1955;26: 793–809.

[33] Bair,S., Winer W. O., 1979. A rheological model for elastohydrodynamical contacts. *ASME J. Lub. Tech.*, 101, 248.

[34] Lee R.T., Hamrock B.J., 1990. A circular non-Newtonian fluid model: Part I—used in elastohydrodynamic lubrication. *ASME J. Tribol.* 112 486–496.

[35] Hsiao H.S., Hamrock B.J., 1992. A complete solution for thermal elastohydrodynamic lubrication of line contacts using circular non-Newtonian fluid model, *ASME J. Tribol.* 114 540–552.

[36] Bos J.,1994. Frictional heating of tribological contacts. Ph.D. Thesis University of Twente, nchede.

[37] Wolff R., Kubo A., 1996. A generalized non-Newtonian fluid model incorporated into elastohydrodynamic lubrication. *ASME Journal of Tribology*, 118, 74–82.

[38] Johnson, K. L., 1985. Contact Mechanics. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.

[39] Cardona Foix S., Clos Costa D., 2001. Teoría de Maquinas. Edicions UPC, Barcelona, España. Politext 95.

[40] Mott R, 2006 Diseño de elementos de máquinas, Pearson Education, 944 paginas.

[41] Hamrock B., Jacobson B., Schmid S., Elementos de máquinas, Mc Graw Hill, 926 paginas.

[42] Tutor de lubricación Shell. Módulo 4: Engranajes.

[43] Albarracín Aguillon R. R. Lubricación industrial y automotriz. Editorial Omega.

[44] Chernoray V. & Jahnmiri. Experimental study of multiphase flow in a model gearbox. WIT Transactions on Engineering Sciences, Vol 70, © 2011 WIT Press

[45] lemfeld Fr. Fraña K. Study of the Geometrical model parameters for simplification of tooth systems effect. Journal of applied science in the thermodynamics and fluid mechanics Vol.3 No. 2/2009, ISSN 1802-9388

[46] Donea J, Huerta A, Ponthot J-P, Rodriguez-Ferran A (2004). Arbitrary Lagrangian-Eluerian Methods. In: Stein E, de Borst R, Hughes TJR (eds) Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 1: Fundamentals, Chapter 14, pp 1-25, John Wiley & Sons Ltd ISBN:0-470-84699-2.

[47] Gurtin M.E., Fried E., Anand L., 2010. The mechanics and Thermodynamics of Continua. Cambridge University Press.

[48] Giorgio Fotia. Computational Fluid-Structure Interaction a State-of-the-Art Review. CRS4, Center for Advanced Studies, Research and Development in Sardinia Cagliari, Italy num. 00/77 techreport – 2000

[49] Richter T. Numerical Methods for Fluid-Structure Interaction Problems. Heidelberg. July 23, 2010.

[50] Penrose, J.M.T., Hose, D.R., Staples, C.J., Hamill, I.S., Jones, I.P. and Sweeney, D., "Fluid Structure Interactions: Coupling of CFD and FE", 18. CAD-FEM Users' Meeting, Internationale FEM-Technologietage, Sep. 20- 22, 2000.

[51] ANSYS manuals, ANSYS Inc, 2000.

[52] CFX-5.4 Solver Manual, AEA Technology, 2000.

[53] Hector D. Ceniceros, Alexandre M. Roma, Aristeu Silveira-Neto and Millena M. Villar. A robust, fully adaptive hybrid level-set/front-tracking method for two-phase flows with an accurate surface tension computation. *Commun. Comput. Phys.*, 8 (2010), pp. 51-94. Published Online: February 12, 2010.

[54] Hirt C.W. and Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *J. of Computational Physics*, volume 39, pages 201-255, 1981.

[55] Youqiang Wang, Hongqi Li, Jingwei Tong, Peiran Yang. Transient thermoelastohydrodynamic lubrication analysis of an involute spur gear. *Tribology International* 37 (2004) 773–782.

[56] P Kumar, P K Saini, and P Tandon. Transient elastohydrodynamic lubrication analysis of an involute spur gear using couple-stress fluid. *Proc. IMechE Vol. 221 Part J: J. Engineering Tribology*. JET265 © IMechE 2007.

[57] Salvador Cardona, Daniel Clos Costa. Teoría de máquinas, editions UPC, 2001, 245 paginas.

Apéndice A: Especificaciones del PC donde se realizó y se simuló el modelo

A.1. Tarjeta Madre

MSI Z68A-GD55 (B3)

CPU (Soporte máximo)	i3/i5/i7
FSB / Bus Hyper Transport	100MHz
Chipset	Intel® Z68 (B3)
Memoria DDR3	DDR3 1066/1333/1600*/2133*(OC)
Canal de Memoria	Dual
Ranuras DIMM	4
Memoria Máxima (GB)	32
PCI-Ex16	2
PCI-E Gen	Gen2 (1x16, 1x8)
PCI-Ex1	3
PCI	2
SATAIII	2
SATAII	4
RAID	0/1/5/10
LAN	10/100/1000*1
Puertos USB 3.0 (Traseros)	2
Puertos USB 2.0 (Traseros)	4
Puertos de Audio (Traseros)	6+Coaxial / Optical SPDIF
VGA	1
HDMI	1
DVI	1
DirectX	DX10.1
DrMOS	Sí
APS	Sí
SLI	Sí
CrossFire	Sí

A.2. Procesador

Intel® Core™ i7-2600 Processor (8M Cache, up to 3.80 GHz)

Número de procesador	i7-2600
Cantidad de núcleos	4
Cantidad de subprocesos	8
Veloc. Reloj	3.4 GHz
Frecuencia turbo máxima	3.8 GHz
Caché Intel® inteligente	8 MB
DMI	5 GT/s
Conjunto de instrucciones	64-bit
Extensiones de conjunto de instrucciones	SSE4.1/4.2, AVX
Opciones integradas disponibles	Yes
Litografía	32 nm
Máximo de TDP	95 W
Tamaño de memoria máximo	32 GB
Tipo de memoria	DDR3-1066/1333
Cantidad de canales de memoria	2
Máximo de ancho de banda de memoria	21 GB/s
Compatibilidad con memoria ECC	No
Gráficos incorporados al procesador	Intel® HD Graphics 2000
Frecuencia de base de gráficos	850 MHz
Frecuencia dinámica máxima de gráficos	1.35 GHz
Video Intel® Quick Sync	Yes
Tecnología Intel® InTru™ 3D	Yes
Intel® Insider™	Yes
Intel® Wireless Display	No
Interfaz Intel® de visualización flexible	Yes
Tecnología Intel® HD de video nítido	Yes
Nº de pantallas admitidas	2
Revisión de PCI Express	2.0
Cantidad de líneas PCI Express	16
Máximo de configuración de CPU	1
TCASE	72.6°C
Tamaño de paquete	37.5mm x 37.5mm
Zócalos compatibles	LGA1155
Baja concentración de halógenos disponibles	Ver MDDS

A.4. Memoria RAM

4 x 4 Gb con frecuencia de 1333

A.5. Disco Duro

Vertex 3 - Max IOPS SATA 3 2.5" SSD de 128 Gb

Segate Barracuda ST3000DM001 7200 rpm, 64 mb de memoria cache, 3 Tb

A.5. Tarjeta Grafica

GTS 450, 1024 Mb ddr5, DirectX 11, Nvidia 3d visión, Nvidia PhysX technology, Nvidia CUDA technology

Apéndice B: Especificaciones del PC que se requiere para simular un modelo más robusto.

Dell Precision T7600

Starting Price \$20,822.43

Instant Savings \$6,138.73

Subtotal \$14,683.70

B.1. Procesador:

Two Intel® Xeon® Processors E5-2687W (Eight Core, 3.1GHz, 20M, 8.0 GT/s, Turbo+).

B.2. Fuente de poder:

1300W Power Supply, 85% Efficiency

B.3. Memoria RAM:

128GB, DDR3 RDIMM Memory, 1600MHz, ECC (16 x 8GB DIMMs).

B.4. Tarjeta 3D:

2.5GB NVIDIA® Quadro® 5000, DUAL MON, 2DP & 1DVI NVQ5000

B.5. Tarjeta Coprocesadora:

NVIDIA® Tesla™ Dual C2075 Computing Processor DC2075

B.6. Disco duro:

2TB, 7200 RPM 3.5" SATA 6Gb/s Hard Drive 2TBST3