

José Rafael Rodrigues Coelho

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

Aplicação do método SPH para estudar a separação de substâncias sólidas do fluido num hidrociclone

Dissertação para obtenção de grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador:	Doutor	Moisés	Gonçalves	de	Brito,	Investiga	dor
	Doutora	do, Institu	uto Superior	Técn	ico, Uni	iversidade	de
	Lisboa						

Coorientador: Doutor Luís Miguel Chagas da Costa Gil, Professor Auxiliar, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

Júri:

- Presidente: Doutor José Fernando de Almeida Dias, Professor Associado da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa
 Arguente: Doutor Eric Lionel Didier, Bolseiro de Pós-doutoramento
 - do LNEC, Departamento de Hidráulica e Ambiente, Núcleo de Portos e Estruturas Marítimas
 - Vogal: Doutor Moisés Gonçalves de Brito, Investigador Doutorado, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa



Março, 2020

Aplicação do método SPH para estudar a separação de substâncias sólidas do fluido num hidrociclone

Copyright © José Rafael Rodrigues Coelho, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Ao meu orientador Doutor Moisés Gonçalves de Brito e ao coorientador Professor Doutor Luís Miguel Chagas da Costa Gil, por toda a orientação e disponibilidade de recursos ao longo desta investigação. Uma palavra de especial apreço ao Doutor Moisés Brito pela ajuda e envolvimento continuo e pela constante proposta de soluções aos inúmeros obstáculos que apareceram no decorrer desta dissertação.

Aos meus pais e irmão, um agradecimento muito especial por todo o apoio e carinho transmitidos não só no decorrer deste projeto, mas ao longo da vida. Sem eles esta meta seria impossível de alcançar.

Aos meus amigos e família que sempre me apoiaram.

E finalmente à minha namorada Rita Encarnação, por todo o apoio, carinho e paciência que foram cruciais ao longo desta caminhada.

Resumo

Os hidrociclones são equipamentos amplamente utilizados nos processos de separação sólidolíquido, devido a sua alta eficiência de separação, aliada à demanda por processos rápidos e baixos custos de instalação, operação e manutenção. Estes equipamentos apresentam geometrias compactas, compostas essencialmente por um corpo com uma secção superior cilíndrica e uma secção inferior cónica, uma entrada e duas saídas (bocal de saída inferior e superior).

O escoamento nos hidrociclones apresenta uma estrutura complexa com vórtices de diferentes escalas e orientações. No campo de escoamento existe a reação das partículas e também interação sólido-sólido (i.e., interações partícula-partícula e partícula-parede do hidrociclone). No entanto, a maioria dos modelos numéricos (*computational fluid dynamics* - CFD) desprezam estes efeitos.

O objetivo principal desta dissertação é validar e demonstrar a aplicabilidade do método *smoothed particle hydrodynamics* (SPH) no estudo da separação de substâncias sólidas do líquido num hidrociclone. A interação sólido-sólido é resolvida aplicando o método *distributed contact discrete-element method* (DCDEM). O código numérico utilizado é o DualSPHysics. Este código baseia-se no método SPH para resolver as equações que gerem a dinâmica dos fluidos. O fluido é considerado como sendo um conjunto de partículas. As trajetórias e as velocidades das partículas do fluido em função da sua posição inicial e do tempo são dadas pelo seguimento de cada partícula durante um determinado período de tempo. Portanto, neste método para descrever a dinâmica dos fluidos não é necessário uma malha de cálculo. O movimento individual de cada partícula é obtido a partir do movimento das partículas que estão à sua volta (partículas vizinhas). Numericamente as interações entre as partículas são asseguradas por um kernel de interpolação.

A validação do modelo numérico é feita através da comparação dos resultados numéricos com resultados numéricos e experimentais da literatura. Esta validação é feita em duas etapas. Na primeira etapa verifica-se o acoplamento do método DCDEM e do método SPH. A comparação entre os resultados numéricos e os dados experimentais mostra que o modelo numérico permite simular com precisão as interações sólido-líquido e sólido-sólido, com um erro relativo de aproximadamente 3%. Na segunda etapa analisa-se o escoamento no interior de um hidrociclone. O modelo revelou-se capaz de reproduzir as componentes axial, tangencial e radial da velocidade.

Posteriormente, o código numérico é aplicado para estudar a influência do diâmetro do bocal de saída inferior, do comprimento do localizador de vórtice e do comprimento da câmara de separação de secção cônica na eficiência de separação de um hidrociclone comercial. A diminuição do diâmetro do bocal inferior de saída provoca um aumento da eficiência de separação do hidrociclone. Em sentido contrário, o aumento do comprimento do localizador de vórtice, para além do comprimento da camara de secção cilíndrica, promove a diminuição de eficiência da separação do hidrociclone. O aumento do comprimento da camara de separação cônica até 0.925 m denota pouca influência na eficiência de separação do hidrociclone. Contudo, valor superior a 0.925 provoca uma diminuição considerável da eficiência de separação.

Palavras-chave: Hidrociclone, Modelação numérica, DualSPHysics, *smoothed particle hydrodynamics* (SPH), *distributed contact discrete-element method* (DCDEM).

Abstract

Hydrocyclones are an equipment widely used in solid-liquid separation processes, due to their high separation efficiency, combined with the demand for fast processes and lower costs for installation, operation and maintenance. These devices have compact geometries composed essentially as a structure with a upper cylindrical section and a bottom conical section, an inlet and two outlets (underflow and overflow).

The flow in hydrocyclones has a complex structure with vortices of different orientations. In the flow field there are reactions of the particles and also solid-solid interaction (i.e., particle-particle and particle-wall interactions of the hydrocyclone). However, most numerical models (computational fluid dynamics - CFD) neglect these effects.

The main objective of this dissertation is to validate and demonstrate the applicability of the smoothed particle hydrodynamics (SPH) method to study the separation of solid substances from liquid in a hydrocyclone. The solid-solid interaction is resolved by applying the distributed contact discrete-element method (DCDEM) method. The numerical code used is DualSPHysics. To resolve the equations of fluid dynamics the code is based on the SPH method. The fluid is considered has a set of particles. The velocity and trajectory of the fluid particles in function of the initial position and time are given by the following of each particle during a certain period of time. Therefore, to describe the fluid dynamics, a computation mesh is not need in this method. Numerically, the interactions between particles are ensured by an interpolation kernel.

The validation of the numerical model is held by comparing the obtained numerical results with numerical and experimental results in the literature. This validation is performed in two steps. In the first stage, the coupling between the DCDEM method and the SPH method is verified. The relation between the numerical results and the experimental data shows that the numerical model allows to accurately simulate the solid-liquid and solid-solid interaction, with a relative error of approximately 3%. In the second step, the flow inside the hydrocyclone is analyzed. The model proved to be capable of reproducing the axial, tangential and radial velocity components.

Once properly validated, the numerical code is applied to study the influence of the underflow diameter, the length of the vortex finder and the length of the conical section separation chamber on the separation efficiency of a commercial hydrocyclone. The decrease in the diameter of the underflow causes an increase in the separation efficiency of the hydrocyclone. In contrast, the increase in the length of the vortex finder, in addition to the length of the chamber with a cylindrical section, promotes a decrease in the efficiency of separation of the hydrocyclone. The increase in the length of the conical separation chamber up to 0.925 m shows little influence on

the separation efficiency of the hydrocyclone. However, above this value the separation efficiency decreases considerably.

Keywords: Hydrocyclone, Numerical modelling, DualSPHysics, smoothed particle hydrodynamics (SPH), distributed contact discrete-element method (DCDEM).

Índice

1	INT	RODUÇÃO 1
	1.1	Enquadramento do trabalho1
	1.2	Objetivo e metodologia2
	1.3	Estrutura da dissertação3
2	REV	/ISÃO BIBLIOGRÁFICA5
	2.1	Descrição dos hidrociclones5
	2.1.1	Secção cilíndrica da camara de separação7
	2.1.2	Tubo de entrada
	2.1.3	Localizador de vórtice10
	2.1.4	Bocal de saída inferior
	2.1.5	Secção cónica da camara de separação11
	2.1.6	Escoamento no interior dos hidrociclones12
	2.2	Estudos de hidrociclones
3	MÉ	TODOS NUMÉRICOS17
	3.1	SPH17
	3.1.1	Kernel de interpolação
	3.1.2	Equações da dinâmica dos fluidos no formalismo SPH
	3.1.3	Condições de fronteira
	3.2	DCDEM
	3.3	DCDEM-SPH
4	VEF	RIFICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO29
	4.1	Interações líquido-sólido e sólido-sólido
	4.2	Campo de velocidade num hidrociclone
	4.2.1	Geometria do hidrociclone
	4.2.2	Análise de sensibilidade
5	EST	UDO NUMÉRICO DA EFICIÊNCIA DE SEPARAÇÃO DE UM
H	IDROC	SICLONE

	5.1.1	Influência do diâmetro do bocal de saída inferior	39
	5.1.2	Influência do comprimento do localizador de vórtice	40
	5.1.3	Influência do comprimento da câmara de separação cônica	42
6	CON	CLUSÕES	44
	6.1 I	Principais conclusões	44
	6.2 5	Sugestões para trabalhos futuros	45
7	BIBL	IOGRAFIA	47

Índice de Figuras

Figura 2.1 – Principais componentes de um hidrociclone (adaptado de [1])5
Figura 2.2 – Esquema de um hidrociclone e características geométricas (adaptado de [17])6
Figura 2.3 – Variação da eficiência de separação em função do diâmetro das partículas com os diferentes ângulos do tubo de entrada (retirado de [12])9
Figura 2.4 – Esquema de formatos de tubos de entrada do hidrociclone (usados em [6])9
Figura 2.5 – Esquema das configurações do bocal de saída inferior do hidrociclone (retirado de [6])11
Figura 2.6 – Esquema do escoamento no interior de um hidrociclone (adaptado de [15])13
Figura 3.1-Domínio de influência em torno de uma partícula a (adaptado [44])18
Figura 3.2 -Esquema do princípio de funcionamento da OBC (adaptado de [31])23
Figura 3.3- Esquema de implementação do algoritmo OBC (adaptado de [31])24
Figura 3.4- Esquema da transição camada amortecedora-fluido e geração de uma nova partícula amortecedora (adaptado de [31])
Figura 3.5 - Esquema da interação entre duas partículas no método DCDEM (adaptado de [35])26
Figura 4.1 - Arranjo inicial dos cilindros utilizado na simulação numérica
Figura 4.2 - Comparação dos resultados experimentais (esquerda) e numéricos (centro) de [42] com os resultados da simulação realizada neste estudo (direita): a) $t = 0.3$ s ; b) t= 0.5 s
Figura 4.3 - Acumulação dos cilindros na parte esquerda do tanque no instante $t = 0.4$ s
Figura 4.4 - Geometria do hidrociclone (adaptado de [45])
Figura 4.5- Geometria do hidrociclone
Figura 4.6 – Trajetória das partículas no interior do hidrociclone: a) plano <i>x</i> - <i>z</i> ; b) plano <i>y</i> - <i>z</i> ; c) isométrica.
Figura 4.7 – Perfis de velocidade para <i>dp</i> = 0.01 m no plano <i>y-z</i> : a) componente radial; b) componente tangencial; c) componente axial
Figura 4.8 – Perfis de velocidade axial para $dp = 0.005$, $dp = 0.0075$, $dp = 0.01$, $dp = 0.015$, $dp = 0.02$ e $dp = 0.025$ m em $z = 0.35$ m
Figura 4.9 - Perfis de velocidade tangencial para $dp = 0.005$, $dp = 0.0075$, $dp = 0.01$, $dp = 0.015$, $dp = 0.025$ m para $z = 0.35$ m
Figura 4.10 - Perfis de velocidade radial para $dp = 0.005$, $dp = 0.0075$, $dp = 0.01$, $dp = 0.015$, $dp = 0.02$ e $dp = 0.025$ m para $z = 0.8$ m
Figura 5.1 – Eficiência do hidrociclone em função do diâmetro do bocal de saída inferior

Figura 5.2 - Eficiência do hidrociclone em função do comprimento do localizador de vórtice	41
Figura 5.3 - Eficiência do hidrociclone em função do comprimento da câmara de separação de secção	
cônica	42

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Grupos de hidrociclones (retirado de [4])	7
Tabela 4.1-Parâmetros numéricos utilizados na simulação de rotura de barragem	29
Tabela 4.2- Dimensões do hidrociclone	32
Tabela 4.3 – Parâmetros numéricos utilizados nas simulações	

Acrónimos

CFD	Computational Fluid Dynamics
DCDEM	Distributed Contact Discrete-Element Method
LDA	Laser Doppler Anemometer
LDV	Laser Doppler Velocimeter
SPH	Smoothed Particle Hydrodynamics
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional

Simbologia

Símbolo	Designação	Unidades SI
α	Coeficiente do termo da viscosidade artificial	-
А	Função genérica	-
С	Velocidade do som	m s ⁻¹
C_{v}	Concentração volúmica dos sólidos	${ m Kg}~{ m m}^{-3}$
d_{50}	Diâmetro de corte	m
D _c	Diâmetro da secção cilíndrica do hidrociclone	m
D_o	Diâmetro do localizador de vórtice	М
D_t	Diâmetro do tubo de entrada	m
D_U	Diâmetro do bocal de saída inferior	m
η	Rendimento	-
e	Parâmetro da equação balanço movimento partículas	-
g	Aceleração gravítica	${\rm m~s^{-2}}$
γ	Constante politrópica	-
h	Smoothing length	m
k	Constante de rigidez	N m
J	Momento de inércia	Kg m ²
L	Comprimento do hidrociclone	m
m	Massa	Kg
Р	Pressão	Pa
П	Viscosidade artificial	-
q	Distância adimensional entre partículas	-
$Q_{Entrada}$	Caudal mássico de partículas que entra no hidrociclone	$m^{3}s^{-1}$
$Q_{saída\ inferior}$	Caudal mássico de partículas que saem no bocal de saída inferior	$m^{3}s^{-1}$

r	Posição da partícula	m
ρ	Massa volúmica	${\rm Kg}{\rm m}^{-3}$
ρ _o	Massa volúmica referência	$\mathrm{Kg}\mathrm{m}^{-3}$
ρ _s	Massa volúmica das partículas sólidas	$\mathrm{Kg}\mathrm{m}^{-3}$
θ	Ângulo da secção cónica do hidrociclone	о

1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se uma visão global da dissertação, começando pelo enquadramento do trabalho, os objetivos e a metodologia adotada. Na parte final apresenta-se a estrutura da dissertação e os conteúdos de cada capítulo.

1.1 Enquadramento do trabalho

O processo de separação sólido-líquido desempenha um papel importante em várias indústrias [1]–[3]. Neste sentido foram desenvolvidos vários tipos de equipamentos, como por exemplo: centrifugadoras, decantadores, hidrociclones e filtros. A eficiência, rapidez e o custo destes equipamentos são parâmetros fulcrais na escolha do equipamento mais adequado no processo de separação sólido-líquido.

De entre os vários tipos de equipamentos de separação, os hidrociclones apresentam muitas vantagens nomeadamente baixo custo de construção e manutenção, ausência de componentes móveis, baixo consumo de energia e eficiência de separação elevada [4]–[6]. Os hidrociclones são equipamentos de separação estáticos que atuam com base na diferença de densidades entre as substâncias, separação de suspensões (sólido-líquido) e emulsões (líquido-líquido). Do ponto de vista geométrico os hidrociclones são constituídos por uma camara de rotação com a parte superior de secção cilíndrica e a parte inferior com uma secção cónica, uma entrada tangencial, junto ao topo da secção cilíndrica, e duas saídas. As saídas estão localizadas no topo e na base da camara e são normalmente denominadas de bocal de saída superior e bocal de saída inferior respetivamente. A parede lateral da secção de saída estende-se para o interior e é designada de localizador de vórtice. Todos os componentes têm um efeito direto na eficiência de separação.

Os hidrociclones foram desenvolvidos há várias décadas, inicialmente eram utilizados essencialmente na separação da areia de água na indústria mineira. No entanto devido as suas vantagens de aplicação, ao longo dos anos, o seu ramo de aplicação foi crescendo e foram utilizados em várias indústrias, como a petrolífera e a química, em diversos processos de separação [7], [8] e em vários complexos industriais em processos de limpeza de águas para reutilização ou remoção de poluentes [4]. Neste contexto, foram realizados diversos estudos experimentais e numéricos.

Atualmente a simulação numérica de hidrociclones é feita através do método Euleriano (método de malha). Os estudos realizados mostram que este método permite estimar a influência, na eficiência de separação, dos componentes geométricos do hidrociclone, e permitem caracterizar o campo de escoamento como a velocidade tangencial, pressão e trajetória das partículas [14], [20]. No entanto, o método Euleriano não permite resolver explicitamente a interação sólidolíquido, a reação das partículas ao campo do escoamento e interação sólido-sólido (i.e., interações partícula-partícula e partícula-parede do hidrociclone). Por esta razão a maioria dos estudos numéricos foram feitos desprezando estes efeitos. Neste contexto, os métodos Lagrangianos oferecem uma alternativa para incluir os efeitos dos sólidos no campo de escoamento. De entre vários métodos Lagrangianos o método smoothed particle hydrodynamics (SPH) tem sido o mais usado para resolver as equações que gerem a dinâmica dos fluidos. Este método segue uma abordagem Lagrangiana, onde o fluido é considerado como sendo um conjunto de partículas. As trajetórias e as velocidades das partículas do fluido em função da sua posição inicial e do tempo são dadas pelo seguimento de cada partícula durante um determinado período de tempo. Portanto, neste método para descrever a dinâmica dos fluidos não é necessário uma malha de cálculo. O movimento individual de cada partícula é obtido a partir do movimento das partículas que estão à sua volta (partículas vizinhas). Numericamente as interações entre as partículas são asseguradas por um kernel de interpolação. Assim, uma partícula está apenas em interação com as partículas contidas no domínio de influência definido pela dimensão do suporte do kernel e cada uma destas partículas tem apenas uma contribuição no kernel.

1.2 Objetivo e metodologia

O objetivo principal deste trabalho é validar e demostrar a aplicabilidade do método *smoothed particle hydrodynamics* (SPH) no estudo da separação de substâncias sólidas do líquido num hidrociclone. Para atingir este objetivo definiu-se os seguintes objetivos específicos: verificar e calibrar os parâmetros numéricos; validar a interação sólido-líquido, recorrendo ao acoplamento entre o método SPH e o método *distributed contact discrete-element method* (DCDEM); validar o escoamento no interior de um hidrociclone e posteriormente realizar simulações 3D do dispositivo com escoamento sólido-fluido, por formar a analisar, obter e estabelecer a eficiência do hidrociclone.

As simulações numéricas são realizadas usando o código DualSPHysics. A geometria do hidrociclone é modelada utilizando o software SolidWorks. A validação do código DualSPHysics é feita através da comparação dos resultados numéricos com resultados numéricos e experimentais da literatura. Esta validação é feita em duas etapas. Na primeira etapa verifica-se o

acoplamento SPH-DCDEM. Na segunda etapa analisa-se o escoamento no interior de um hidrociclone. Posteriormente, o código numérico é aplicado para estudar a influência do diâmetro do bocal de saída inferior, do comprimento do localizador de vórtice e do comprimento da câmara de separação de secção cônica na eficiência de separação de um hidrociclone comercial.

1.3 Estrutura da dissertação

A dissertação encontra-se estruturada em seis capítulos: Introdução, Revisão bibliográfica, Modelo numérico, Verificação do modelo numérico, Estudo numérico da eficiência de separação de um hidrociclone e Conclusões.

No primeiro capítulo, Introdução, apresenta-se o enquadramento do trabalho, objetivos, metodologia e estrutura da dissertação.

O segundo capítulo é composto pela Revisão bibliográfica, onde inicialmente descreve-se os principais componentes e o funcionamento dos hidrociclones. Na parte final apresenta-se os estudos realizados por outros autores e o enquadramento deste trabalho.

No terceiro capítulo, Modelo numérico, são descritos os métodos SPH e DCDEM, assim como os parâmetros numéricos utilizados no estudo.

O quarto capítulo dedica-se a verificação do modelo numérico com intuito de validar o escoamento no interior do hidrociclone e as interações sólido-líquido e sólido-sólido.

No quinto capítulo, Estudo numérico da eficiência de separação de um hidrociclone, aplica-se o modelo numérico validado para analisar a eficiência dos principais parâmetros na eficiência do hidrociclone.

No sexto capítulo são apresentadas as conclusões referentes aos resultados obtidos e os possíveis desenvolvimentos futuros.

2 Revisão Bibliográfica

Neste capítulo descreve-se o funcionamento e as principais características geométricas dos vários componentes e as suas influências na eficiência dos hidrociclones. Na parte final do capítulo descrevem-se os estudos de hidrociclones realizados por outros autores e identificam-se as lacunas existentes na literatura.

2.1 Descrição dos hidrociclones

Os hidrociclones são equipamentos de separação estáticos que atuam com base na diferença de densidades entre os fluidos, no caso de separação líquido-líquido, ou o fluido e as partículas, no caso de separação sólido-líquido. Estes equipamentos foram desenvolvidos há várias décadas, inicialmente eram utilizados essencialmente na separação da areia de água na indústria mineira. Ao longo dos anos o seu ramo de aplicação foi crescendo e foram implementados em várias indústrias, como por exemplo a petrolífera e a química, em diversos processos de separação [7], [8].

Do ponto de vista geométrico os hidrociclones são constituídos por uma camara de rotação com a parte superior de secção cilíndrica e a parte inferior com uma secção cónica, uma entrada tangencial junto ao topo da secção cilíndrica, e duas saídas (Figura 2.1).



Figura 2.1 – Principais componentes de um hidrociclone (adaptado de [1])

As saídas estão localizadas no topo e na base da camara e são normalmente denominadas de bocal de saída superior e bocal de saída inferior respetivamente. A parede lateral da secção de saída estende-se para o interior e é designada de localizador de vórtice.

Os hidrociclones podem ser agregados em vários grupos tendo por base as relações geométricas entre os componentes principais: diâmetro da entrada (D_t) , diâmetro da camara (D_c) , diâmetro do localizador de vórtice (D_o) , diâmetro do bocal de saída inferior (D_u) , comprimento do hidrociclone (L), comprimento do localizador de vórtice (I) e o ângulo da secção cónica (Θ) , conforme esquematizado na Figura 2.2. Alguns exemplos desses grupos são: Rietema, Bradley, Mozley, Warman e Hi-Klone [4]. Na prática a escolha do tipo de hidrociclone, prende-se com o tamanho das partículas que o equipamento permite separar ou com a concentração da suspensão no bocal de saída superior.



Figura 2.2 - Esquema de um hidrociclone e características geométricas (adaptado de [17]).

Em virtude do seu grande potencial de aplicação, diversas configurações de hidrociclones vêm sendo propostas. Essas configurações são denominadas famílias. Na Tabela 2.1 apresenta-se as principais características geométricas de cada grupo [4].

Grupos de	Proporções Geométricas					
hidrociclone	D_t/D_c	D_o/D_c	D_U/D_c	L/D_c	θ	
Rietma	0.28	0.34	0.4	5	20°	
Bradley	0.133	0.2	0.33	6.85	9°	
Mozley	0.154	0.214	0.57	7.43	6°	
Mozley	0.16	0.25	0.57	7.71	6°	
Mozley	0.197	0.32	0.57	7.71	6°	
Warman	0.29	0.2	0.31	4	15°	
RW 2515	0.2	0.32	0.8	6.24	15°	
Hi-Klone	0.175	0.25	0.92	5.6	10°	
Hi-Klone	0.15	0.2	0.8	5.4	10°	
Demco	0.217	0.5	1	4.7	25°	
Demco	0.244	0.313	0.833	3.9	20°	

Tabela 2.1 – Grupos de hidrociclones (retirado de [4])

De uma forma resumida a alteração da geometria de cada componente do hidrociclone influencia significativamente o seu funcionamento e rendimento [1]. De seguida apresenta-se os efeitos da alteração das propriedades geométricas dos principais componentes.

2.1.1 Secção cilíndrica da camara de separação

O diâmetro da secção cilíndrica do hidrociclone apresenta um papel importante na eficiência de separação. A gama de valores para o diâmetro da secção cilíndrica pode variar entre 10 mm e 2.5 m, o que resulta na separação de partículas com tamanhos entre 2 a 250 µm. Para conseguir separar partículas de menores dimensões o processo requer valores mais elevados de força centrifuga. Este aumento da força é obtido através da redução das secções cilíndricas, uma vez que, o tamanho das partículas apresenta uma relação direta com o diâmetro da secção cilíndrica. Neste contexto, para aumentar a eficiência de separação é normalmente necessário reduzir o diâmetro da secção cilíndrica da camara de separação [1].

O comprimento da secção é um parâmetro a ter também em conta, embora apresente menor relevância que o diâmetro. [1] constatou-se que quanto maior o valor do comprimento da secção cilíndrica maior é o tempo de residência do fluido no hidrociclone, o que permite aumentar também a eficiência do hidrociclone.

2.1.2 Tubo de entrada

O tubo de entrada tem normalmente secção circular ou retangular, sendo a secção circular a mais comum. Neste caso, o diâmetro do tubo de entrada tem uma forte influência no consumo de energia. Uma vez que a velocidade de entrada é diretamente proporcional ao consumo de energia e é inversamente proporcional à área da secção de entrada. Ainda assim, diâmetros excessivamente grandes ou pequenos podem resultar em redução da eficiência do hidrociclone [1].

[11] verificaram que a diminuição da eficiência de separação, derivada da configuração da secção de entrada, é provocada de duas formas: quando o diâmetro do tubo de entrada excede um valor crítico uma grande parte de partículas mais grosseiras serem separadas pelo localizador de vórtice; quando a velocidade de entrada do fluxo é relativamente elevada parte das partículas finas saírem pelo bocal de saída inferior. No primeiro caso a diminuição da eficiência de separação deve-se a a um efeito combinado entre um escoamento caótico e um gradiente de pressão mais elevado na zona em volta do localizador de vórtice. No segundo caso a velocidade de entrada do escoamento afeta significativamente a eficiência de separação pois eleva a força centrífuga, resultando num maior número de partículas finas que saem pelo bocal de saída inferior.

No caso de entrada de secção retangular o aumento da área da secção traduz-se na diminuição da eficiência de separação e do consumo de energia. Contudo secções com a mesma área, mas com diferente rácio entre o comprimento e a altura, apresentam eficiências de separação diferentes [1]. Os estudos [9] e [10] demostram que quando maior este rácio, menor é a eficiência dos hidrociclones.

Comparando entradas de secção circular e retangular, vários estudos mostram que a secção retangular, com lado maior paralelo ao eixo do hidrociclone, apresenta maior eficiência que uma entrada de secção circular com a mesma área da secção transversal [1].

O ângulo de entrada também pode influenciar a eficiência de separação. [12] demonstraram que partículas com tamanhos compreendidos entre 4 a 7 μ m, o ângulo de entrada tem um efeito significativo na eficiência de separação, dado que à medida que o ângulo aumenta, até 30°, a eficiência aumenta. A Figura 2.3 mostra a variação da eficiência de separação com os diferentes ângulos do tubo de entrada em função do diâmetro das partículas.



Figura 2.3 – Variação da eficiência de separação em função do diâmetro das partículas com os diferentes ângulos do tubo de entrada (retirado de [12]).

[6] estudaram o efeito do posicionamento do tubo de entrada. Neste estudo foram analisadas diferentes configurações de tubos de entrada, como apresentado na Figura 2.4. [6] concluíram que, em comparação com o tradicional tubo de entrada tangencial, nenhum dos formatos alternativos se traduzia num aumento da eficiência de separação do hidrociclone, mas sim numa diminuição da sua eficiência de separação.



Figura 2.4 – Esquema de formatos de tubos de entrada do hidrociclone (usados em [6]).

2.1.3 Localizador de vórtice

Na estrutura do localizador de vórtice existem três parâmetros que são relevantes na eficiência dos hidrociclones, nomeadamente a espessura, o diâmetro e o comprimento. Os resultados de [13] mostram que os três parâmetros têm efeitos distintos na eficiência, sendo o diâmetro o mais relevante, seguido do comprimento. Por fim, a espessura tem menor influência na eficiência de separação. Para evitar que as partículas maiores e mais densas saiam pelo bocal de saída superior, o comprimento do localizador de vórtice deve ser inferior ao comprimento da secção cilíndrica. Esta condição força a saída no bocal de saída inferior. Por esta razão, o comprimento do localizador de vórtice é geralmente expresso de forma adimensional (rácio entre o seu comprimento e o comprimento da secção cilíndrica ou o comprimento da secção cónica). No entanto, não existe gama de comprimentos ideais para o localizador de vórtice, uma vez que depende também de outros fatores, como, por exemplo, a dimensão, a massa volúmica e a concentração das partículas.

[3] e [14] mostram que o aumento na espessura do localizador de vórtice resulta na diminuição da eficiência de separação do hidrociclone, enquanto que o coeficiente de energia consumida aumenta. A diminuição do diâmetro interno do localizador de vórtices provoca um aumento considerável na eficiência de separação comparativamente aos outros dois parâmetros. No entanto, o diâmetro não pode ser excessivamente pequeno, visto que provocaria um decréscimo na força de arrasto, que permitia que as partículas subissem para o bocal de saída superior, e consequentemente aumentar o consumo de energia. É possível definir uma gama de valores ótimos para o diâmetro utilizando uma função que tem como variáveis o caudal de entrada, a concentração e o tamanho das partículas. É de referir que o dimensionamento do diâmetro do localizador de vórtice é fulcral para se conseguir obter uma boa relação entre a eficiência de separação e o consumo de energia.

[3] estudaram o desempenho de um hidrociclone com diferentes localizador de vórtices concluíram que a eficiência de separação diminui para partículas finas e aumenta para partículas mais grosseiras com a diminuição do comprimento do localizador de vórtice devido ao efeito de curto-circuito no escoamento. Um localizador de vórtice com menor espessura pode aumentar a eficiência de separação, mas também aumenta a queda de pressão. À medida que a espessura do localizador de vórtice aumenta o efeito de vórtice do escoamento é enfraquecido, mas o efeito de curto circuito é fortalecido resultando em baixa eficiência de separação para partículas mais grosseiras.

2.1.4 Bocal de saída inferior

A maioria dos hidrociclones possuem a capacidade de ajustar o diâmetro do bocal de saída inferior, uma vez que este parâmetro é muito importante no desempenho do hidrociclone. Os resultados experimentais e numéricos indicam que o aumento do diâmetro promove uma maior eficiência de separação [1]. No entanto, diâmetros muito elevados provocam a diminuição da perda de carga, o que se traduz numa diminuição da eficiência de separação.

[6] compararam a eficiência de separação de várias configurações do bocal de saída inferior (Figura 2.4). Concluíram que o bocal de saída inferior com formato cilíndrico circular e cónico permite aumentar ligeiramente a eficiência de separação comparando com o convencional.



Figura 2.5 – Esquema das configurações do bocal de saída inferior do hidrociclone (retirado de [6]).

2.1.5 Secção cónica da camara de separação

A secção cónica da camara de separação é a principal zona de separação num hidrociclone. A diminuição do ângulo do cone promove o aumento considerável da eficiência de separação. Os hidrociclones com ângulos até 25° permitem a separação de partículas com maiores dimensões. Portanto, quando é pretendida a separação de partículas com tamanhos semelhantes são utilizados cones com ângulos superiores a 25°. Esta gama de ângulos promove o aumento da força centrifuga na zona cónica, o que permite uma maior separação das partículas [1].

[15] estudaram a influência da geometria da camara e verificaram que a eficiência aumenta consideravelmente com o aumento do comprimento da secção cónica. Em hidrociclones com cones longos as partículas mais finas entram no vórtice interior em direção ao bocal de saída superior e as partículas de maiores dimensões vão se acumulando na zona junto à parede. Por sua

vez, em hidrociclones com cones curtos as partículas de menores dimensões agregam na zona próxima ao bocal de saída inferior porque o espaço de separação se tornar reduzido. Além disso também se verifica um aumento do efeito de curto-circuito no escoamento onde a maior velocidade tangencial produz uma maior pressão.

Uma vez que os hidrociclones com secções cónicas mais compridas apresentam um melhor rendimento, recomenda-se a utilização de uma secção cónica tão grande quanto possível tendo apenas como fator limitativo o decaimento da intensidade de vórtice na zona mais baixa do cone, o que provoca diminuição na eficiência de separação [15].

2.1.6 Escoamento no interior dos hidrociclones

O escoamento no interior dos hidrociclones apresenta estruturas complexas. De forma resumida, estas estruturas podem ser descritas da seguinte forma. O escoamento é injetado tangencialmente pela entrada e na secção cilíndrica da camara de separação desenvolve-se um movimento em espiral descendente, em direção ao bocal de saída inferior. Esta rotação do escoamento gera forças centrifugas que projetam as partículas para junto das paredes laterais do hidrociclone. Quando o escoamento da mistura atinge a secção cónica o raio de rotação vai diminuir, o que provoca um aumento da velocidade de rotação do escoamento, que se traduz num aumento das forças centrifugas o que permite separar partículas de menores dimensões. As partículas de maiores dimensões ou mais densas apresentam maior força centrífuga, devido à sua massa e são então projetadas para as paredes do hidrociclone, seguindo o movimento descendente do fluxo, e depositadas no bocal de saída inferior. Na parte central do hidrociclone gera-se um vórtice ascendente e as partículas de menores dimensões e menos densas entram no vórtice central, uma vez que a sua massa é menor e não são influenciadas pela força centrifuga, sendo direcionadas para o bocal de saída superior. A Figura 2.6 mostra um esquema do escoamento no interior de um hidrociclone.



Bocal de Saida Inferior

Figura 2.6 – Esquema do escoamento no interior de um hidrociclone (adaptado de [15]).

A distribuição das velocidades pode ser decomposta nas componentes axial, radial e tangencial. A componente tangencial gera as forças centrífugas e de corte, que são responsáveis pela separação das partículas. As componentes radial e axial são responsáveis pela saída das partículas, especialmente na zona cónica próxima ao bocal de saída inferior, onde a energia de rotação do fluido é transferida para estas componentes [4].

A separação das partículas pode ser descrita através das seguintes teorias: teoria da órbita de equilíbrio, teoria do tempo de residência e teoria populacional. A teoria da órbita de equilíbrio é baseada no conceito de raio de equilíbrio, que pressupõe que partículas de um dado tamanho atingiram uma posição de equilíbrio dentro da órbita radial do hidrociclone quando as velocidades de sedimentação forem iguais à velocidade radial do fluido no sentido do eixo do equipamento. Assim as partículas de maiores dimensões irão atingir a posição de equilíbrio na zona próxima da parede, onde a velocidade axial do fluido é descendente e serão encaminhadas para o bocal de saída inferior. Enquanto que as partículas de dimensões inferiores atingem a posição de equilíbrio na zona central do hidrociclone, onde a velocidade axial do fluido é ascende, sendo encaminhadas para o bocal de saída superior. Esta teoria representa de forma correta o funcionamento do hidrociclone quando opera com suspensões diluídas. Contudo quando a concentração de sólidos é elevada a teoria não permite prever o funcionamento adequado dos hidrociclones, uma vez que não são considerados os efeitos da turbulência no escoamento nem as interações entre partículas.

A teoria do tempo de residência considera que uma partícula ao ser coletada desloca-se radialmente da entrada até à parede num tempo igual ou inferior ao que permanece no interior do hidrociclone.

A teoria populacional indica que o diâmetro de corte das partículas é uma função do diâmetro do bocal de saída inferior e da distribuição granulométrica da alimentação. Apesar da teoria ser plausível, as informações obtidas não produziram resultados quantitativos.

Os modelos descritos anteriormente não incluem o efeito da turbulência no escoamento, que modifica consideravelmente os perfis de velocidades. A alteração condiciona o desempenho do hidrociclone. Para colmatar esta lacuna tem-se estudado a teoria do escoamento bifásico em regime turbulento, onde já foram propostos alguns modelos como por exemplo [16] e [17]. Esta teoria, por si só, não reproduz o mecanismo de separação no hidrociclone e é utilizada em conjunto com a teoria do tempo de residência ou com a teoria populacional [4].

2.1.6.1 Variáveis relevantes

Ainda que as equações de Navier-Stokes possam ser utilizadas para descrever o escoamento no interior de um hidrociclone, a sua resolução é extremamente complexa. Por forma a contornar esta dificuldade na prática recorre-se à abordagem através de grupos adimensionais. Os parâmetros importantes para descrever o processo de separação de um hidrociclone são: o diâmetro de corte (d_{50}), o diâmetro da camara de separação de secção cilíndrica (D_c), a massa volúmica do fluido (ρ), a massa volúmica dos sólidos (ρ_s), a viscosidade dinâmica do fluido (μ), a velocidade axial do fluido na secção cilíndrica (u_c), a concentração volúmica de sólidos (C_V), a variação da pressão (ΔP) e a razão de fluido (R_L) [4]. Aplicando o teorema de Buckingham obtém-se os números de Reynolds (Re), Stokes (Stk_{50}) e Euler (Eu).

$$Stk_{50} = \frac{(\rho_S - \rho)u_c(d_{50})^2}{18\mu D_c}$$
(2.1)

$$Eu = \frac{2(-\Delta P)}{\rho u_c^2} \tag{2.2}$$

$$Re = \frac{\rho D_c u_c}{\mu} \tag{2.3}$$

A propriedade mais relevante de um hidrociclone é a sua eficiência de separação, quantificada da seguinte forma:

$$\eta = \frac{Q_{saida \ inferior}}{Q_{Entrada}} \tag{2.4}$$

onde $Q_{saída inferior}$ é o caudal mássico das partículas que saem no bocal de saída inferior e $Q_{Entrada}$ é o caudal mássico das partículas que entra no hidrociclone.

A eficiência de separação está também relacionada com o diâmetro de corte (d_{50}) . Partículas com diâmetros iguais ao diâmetro de corte são coletadas com uma eficiência de 50%. Se as partículas apresentarem diâmetros superiores, a eficiência será superior a 50%. No caso das partículas com diâmetro inferior, a eficiência de separação diminui, tomando valores inferiores a 50%. O rendimento é dado da seguinte forma:

$$\eta = \frac{e^{\left(\frac{5D}{d_{50}}\right)}_{-1}}{e^{\left(\frac{5D}{d_{50}}\right)}_{+146}}$$
(2.5)

2.2 Estudos numéricos de hidrociclones

Atualmente a simulação numérica de hidrociclones é feita através de dois métodos: com malha (Euleriano) e sem malha (Lagrangiano).

[6] realizaram um estudo mais amplo que pretendia avaliar alterações geométricas nos vários componentes do hidrociclone. Foram analisadas diferentes configurações de tubos de entrada, localizador de vórtices, bocais de saída inferiores e superiores, seções cónicas e cilíndricas. Concluindo que o nível de influência na redução da eficiência de separação, devido a fatores estruturais, pode ser colocado na seguinte ordem: tubo de entrada; comprimento da secção cilíndrica; secção cónica; localizador de vórtice; bocal de saída inferior. Isto é, o tubo de entrada tem maior efeito na redução da eficiência de separação e o do bocal de saída inferior tem menor.

No trabalho desenvolvido por [14] foi avaliado o comportamento dos efeitos estruturais de um hidrociclone na separação sólido-líquido aplicado para purificação de óleos hidráulicos. Através da simulação numérica em realizada com Fluent foi possível obter características do escoamento como a velocidade tangencial, pressão e trajetória das partículas. Concluindo ainda que a velocidade tangencial tem um papel preponderante na produção de força centrifuga.

Recentemente, [20] desenvolveram uma simulação numérica para avaliar o desempenho de um hidrociclone industrial com tubo de entrada em espiral. A simulação foi realizada recorrendo ao software OpenFOAM. As equações de conservação da massa e quantidade de movimento foram resolvidas com a inclusão de forças de arrasto e impulsão através do método dos volumes finitos. Para simular o escoamento turbulento foi utilizado o modelo *Large Eddy Simulation* (LES). Os resultados da simulação apresentaram boa concordância com os resultados experimentais.

Os estudos realizados mostram que é possível estimar a influência, na eficiência de separação, dos componentes geométricos do hidrociclone, e permitem caracterizar o campo de escoamento. Contudo os estudos apresentados não permitem resolver explicitamente a interação sólidolíquido, com este estudo pretende-se estimar a influência dos parâmetros geométricos do hidrociclone na eficiência de separação, resolvendo explicitamente a interação sólido-líquido.

3 Métodos Numéricos

3.1 SPH

O método *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) foi introduzido por [22] e [23], para resolver problemas de astrofísica. Posteriormente foi aplicado para resolver uma vasta variedade de problemas de engenharia, como por exemplo: simulação de escoamentos com superfície livre e interação sólido-líquido [24]–[26]. O método SPH permite obter soluções numéricas aproximadas das equações que governam a mecânica dos fluidos. Neste método o fluido é considerado como sendo um conjunto de partículas [21].

Matematicamente a sua formulação é frequentemente dividida em duas etapas. Na primeira etapa, um campo arbitrário variável é aproximado pelo integral de interpolação. Na segunda etapa, o integral de interpolação do campo arbitrário variável é aproximado pela soma das partículas vizinhas. O princípio fundamental do método SPH consiste em representar um campo genérico variável *A* como uma interpolação de todos os valores conhecidos da mesma variável no domínio de interesse. A função genérica $A(\vec{r})$ pode ser aproximada da seguinte forma:

$$A(\vec{r}) = \int A(\vec{r'}) W(\vec{r} - \vec{r'}, h) dr'$$
(3.1)

onde h é o comprimento característico (*smoothing length*), W é o kernel de interpolação \vec{r} é o vetor posição, $\vec{r'}$ é o vetor posição onde a função A é definida e dr' é um elemento de volume diferencial. Numericamente o integral de interpolação do campo arbitrário variável é aproximado pela soma dos valores das partículas vizinhas [28],[29] e [30]. A aproximação em notação discreta resulta em:

$$A(\overrightarrow{r_a}) \cong \sum_{b} A(\overrightarrow{r_a}) W(\overrightarrow{r_a} - \overrightarrow{r_b}, h) \Delta V_b$$
(3.2)

onde ΔV_b é o volume das partículas vizinhas *b* dado por $V_b = \frac{m_b}{\rho_b}$. Substituindo na Equação (3.2) resulta:

$$A(\overrightarrow{r_a}) \cong \sum_{b} A(\overrightarrow{r_a}) \frac{m_b}{\rho_b} W(\overrightarrow{r_a} - \overrightarrow{r_b}, h)$$
(3.3)

onde m_b é a massa e ρ_b a massa volúmica das partículas vizinhas b.

3.1.1 Kernel de interpolação

O kernel de interpolação é definido como uma função analítica que pode ser derivada sem necessitar de uma discretização espacial que varia com a distância entre as partículas [28]. Numericamente, o kernel é uma função com um suporte compacto dentro de uma região determinada por um raio h, normalmente a dimensão h deve ser superior à separação inicial das partículas. Permitindo assim que uma partícula esteja em interação com partículas contidas no domínio de influência definido e todas essas partículas tem contribuição no kernel. Na Figura 3.1 apresenta-se o domínio de influência de um Kernel em torno de uma partícula a.



Figura 3.1-Domínio de influência em torno de uma partícula a (adaptado [44])

As propriedades do kernel W são as seguintes:

$$\int_{\Omega} W(r - r', h) dr' = 1$$
(3.4)

$$\lim_{h \to 0} W(r - r', h) dr' = \delta(r - r')$$
(3.5)

$$W(r - r', h) = 0 \ se \ |r - r'| > h \tag{3.6}$$

onde Ω é o domínio de influência do kernel.

A condição de normalização (3.4) e a condição da função delta (3.5) relacionam-se com a aproximação de δ , e a condição de compactação (3.6) significa que o kernel W tem um suporte compacto e desta forma a contribuição das variáveis fora do kernel podem ser negligenciadas.

A eficiência do modelo SPH é fortemente afetada pelo tipo de kernel de interpolação utilizado na simulação. Os kernels de interpolação mais comuns são: o *Cubic Spline* e o *Quintic Wendland*.

3.1.1.1 Cubic Spline

O kernel cubic spline é definido da seguinte forma:

$$W(q,h) = \frac{\sigma}{h^{\nu}} \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 - \frac{3}{4}q^3, & 0 \le q \ge 1\\ \frac{1}{4}(2-q)^3, & 1 \le q \ge 2\\ 0, & q > 2 \end{cases}$$
(3.7)

onde v é o número de dimensões, σ é a constante de normalização que pode assumir os valores $\frac{2}{3}$ para modelação 1D, $\frac{10}{7\pi}$ para 2D e $\frac{1}{\pi}$ para 3D. A distância adimensional é definida da seguinte forma: $q = \frac{\vec{r}}{h}$, onde \vec{r} é a distância entre partículas *a e b*.

O kernel *Cubic Spline* satisfaz os requisitos da conservação da massa, contudo a sua utilização pode levar ao aglomerar de partículas e causar a chamada instabilidade elástica no método SPH.

3.1.1.2 Quintic Wendland

O kernel Quintic Wendland é definido da seguinte forma:

$$W(q,h) = \frac{\sigma}{h^{\nu}} \begin{cases} (1 - \frac{q}{2})^4 (2q + 1), & q \le 2\\ 0, & q > 2 \end{cases}$$
(3.8)

Neste kernel a constante σ pode assumir os valores, $\frac{7}{4\pi}$ para modelação 2D e $\frac{21}{16\pi}$ para 3D.

A aplicação deste kernel resulta numa redução significativa da dissipação numérica e do aglomerado de partículas.

3.1.2 Equações da dinâmica dos fluidos no formalismo SPH

3.1.2.1 Balanço da quantidade movimento

A equação de Navier-Stokes para fluidos invíscidos pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \vec{g}$$
(3.9)

Em SPH o gradiente de pressão pode ser derivado diretamente da seguinte forma:

$$\nabla \frac{P}{\rho} = \frac{1}{\rho} \nabla P - \frac{P}{\rho^2} \nabla \rho \tag{3.10}$$

Sendo
$$\frac{1}{\rho}\nabla P = \nabla \frac{P}{\rho} + \frac{P}{\rho^2}\nabla \rho$$
(3.11)

Aplicando as aproximações do SPH (Equação (3.3)), os termos do lado direito a Equação (3.11) podem ser escritos, respetivamente, da seguinte forma:

$$\nabla \frac{P_a}{\rho_a} = -\sum_{b=1} m_b \left(\frac{P_b}{\rho_b^2}\right) \nabla_a W_{ab}$$
(3.12)

$$\nabla \frac{P_a}{\rho_a{}^2} = \frac{P_b}{\rho_b{}^2} \sum_b m_b \, \nabla_a W(|r_a - r_b|, h)$$
(3.13)

A equação do balanço da quantidade de movimento pode ser escrita em SPH da seguinte forma:

$$\frac{d\overrightarrow{v_a}}{dt} = -\sum_b m_b \left(\frac{P_b}{\rho_b^2} + \frac{P_a}{\rho_a^2}\right) \nabla_a W(|\overrightarrow{r_a} - \overrightarrow{r_b}|, h) + \overrightarrow{g}$$
(3.14)

Para considerar o efeito da viscosidade, prevenir penetração entre partículas e melhorar a estabilidade do código é necessário incluir um termo adicional na Equação (3.14). Normalmente

é feito através da inclusão da viscosidade artificial proposta por [24]. A viscosidade artificial (Π_{ab}) é introduzida na Equação (3.14) da seguinte forma:

$$\frac{d\overrightarrow{v_a}}{dt} = -\sum_b m_b \left(\frac{P_b}{\rho_b^2} + \frac{P_a}{\rho_a^2} + \Pi_{ab}\right) \nabla_a W(|\overrightarrow{r_a} - \overrightarrow{r_b}|, h) + \vec{g}$$
(3.15)

O termo Π_{ab} é descrito pela seguinte equação:

$$\Pi_{ab} = \begin{cases} \frac{-\alpha_v (c_a + c_b)}{(\rho_a + \rho_b)} \frac{h(v_{ab})(r_{ab})}{(r_{ab})^2 + 0.01h^2}, & \overrightarrow{v_{ab}} \cdot \overrightarrow{r_{ab}} < 0\\ 0, & \overrightarrow{v_{ab}} \cdot \overrightarrow{r_{ab}} \ge 0 \end{cases}$$
(3.16)

onde α_v é um coeficiente empírico com valores definidos entre 0.01 e 0.1 e *c* é a velocidade do som.

3.1.2.2 Equação de conservação da massa:

A equação da conservação da massa pode ser derivada diretamente na forma SPH usando a seguinte expressão:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla . \vec{v} = 0 \tag{3.17}$$

Derivando fica:

$$\rho \nabla . \mathbf{v} = \nabla . \left(\rho \vec{\mathbf{v}} \right) - \mathbf{v} \nabla \rho \tag{3.18}$$

Substituindo a Equação (3.18) na Equação (3.1) resulta:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\nabla . \left(\rho \vec{\mathbf{v}}\right) + \mathbf{v} \nabla \rho \tag{3.19}$$

Pela Equação (3.6) é possível escrever a evolução de ρ de uma partícula *a* da seguinte forma:

$$\rho_a \cong \sum_b m_b \, W(\vec{\mathbf{r}}_a - \vec{\mathbf{r}}_b, h) \tag{3.20}$$

A equação da conservação da massa pode ser escrita em SPH da seguinte forma:

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b \mathbf{m}_b (\vec{\mathbf{v}}_a - \vec{\mathbf{v}}_b) \nabla_a W(\vec{\mathbf{r}}_a - \vec{\mathbf{r}}_b, h)$$
(3.21)

3.1.2.3 Equação de estado

No código DualSPHysics o fluido é tratado como fracamente compressível e a equação utilizada para determinar a pressão no fluido, baseado na massa volúmica das partículas, é dada da seguinte forma:

$$P_a = \frac{c_0^2 \rho_0}{\gamma} \left[\left(\frac{\rho_a}{\rho_0} \right)^{\gamma} - 1 \right]$$
(3.22)

onde $\gamma = 7$ é a constante politrópica e $\rho_0 = 1000 \frac{kg}{m^3}$ é a massa volúmica de referência, e c_0 é a velocidade do som a ρ_0 , dada por:

$$c_0 = c(\rho_0) = \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho}}\Big|_{\rho_0}$$
(3.23)

3.1.3 Condições de fronteira

No código *DualSPHysics* encontram-se diversas condições de fronteiras que permitem simular uma vasta gama de cenários de engenharia. Alguns exemplos são *Dynamic Boudary Particles*, SPH-DEM *coupling* e *Periodic Open Boundary Conditions* [31]. Contudo, nenhuma destas formulações é apropriada quando o problema computacional necessita de condições específicas no escoamento exercidas no domínio da fronteira. O escoamento que passa por um objeto é um desses casos, onde geralmente é necessário impor uma velocidade de entrada e uma condição de pressão à saída [31].

A implementação da condição de fonteira aberta *Open Boundary Conditions* (OBC) no SPH é muito difícil. Especialmente para obter formulações 3D fidedignas de aplicações de engenharia. Em [32] é apresentada a implementação de uma OBC baseada no uso de "camadas amortecedoras" (*buffer layers*) adjacentes ao domínio do fluido. Nestas camadas um conjunto de "partículas amortecedoras" (*buffer particles*) são utilizadas para forçar as condições de entrada e saída do escoamento. Nestas fronteiras podem ser utilizadas a velocidade e\ou a pressão. No entanto, a pressão do escoamento pode ser calculada a partir do domínio do fluido através da utilização de *ghost nodes*.

Na Figura 3.2 apresenta-se esquematicamente o princípio de funcionamento da OBC para uma entrada e/ou saída com duas "áreas amortecedoras" (*buffer areas*).

As camadas amortecedoras podem ser uma entrada ou saída, dependendo do tipo de problema. Se uma área amortecedora for utilizada como entrada, a velocidade e profundidade da água podem ser especificadas enquanto que a pressão ou a densidade podem ser extrapoladas através das partículas do fluido.

A extrapolação é feita através da colocação de *ghost nodes* no domínio do fluido, um por cada partícula amortecedora. Os *ghost nodes* são colocados a uma distância da fronteira permeável, esta distância é igual à distância que a partícula amortecedora correspondente se encontra da fronteira permeável [31].



Figura 3.2 - Esquema do princípio de funcionamento da OBC (adaptado de [31]).

Na Figura 3.2 os *ghost nodes* e as partículas de fluido encontra-se sobrepostos, algo típico do passo de tempo inicial, contudo durante a simulação podem não ser coincidentes.

De forma a ser possível definir o local de referência da fronteira permeável para a colocação dos *ghost nodes* e das partículas amortecedoras são criados uma série de pontos fixos ao longo de uma curva definida em 2D ou de uma superfície em 3D. Como ilustrado na Figura 3.3, as partículas amortecedoras são geradas ao longo da direção normal em relação à fronteira permeável, começando nos pontos fixos e apenas para profundidades inferiores ao nível de água definido em casos de escoamento com superfície livre. As partículas amortecedoras junto ao fluido são geradas a uma distância dos pontos fixos equivalente a metade do tamanho da partícula. As outras partículas são colocadas a múltiplos de metade do tamanho da partícula.



Figura 3.3- Esquema de implementação do algoritmo OBC (adaptado de [31]).

Quando uma partícula amortecedora passa a fronteira permeável para o interior do domínio do fluido, torna-se uma partícula de fluido e simultaneamente uma nova partícula amortecedora é gerada. O processo é similar quando uma partícula de fluido atravessa a fronteira permeável para o interior da camada amortecedora, isto é, a partícula de fluido transforma-se numa partícula amortecedora e segue as condições especificadas naquela zona. Neste caso específico não existe criação de novas partículas. Numericamente, quando uma partícula amortecedora ultrapassa o limite do domínio computacional é descartada no cálculo. Na Figura 3.4 esquematiza-se a transição de uma partícula amortecedora para uma partícula de fluido e a criação de uma nova partícula amortecedora.



Figura 3.4- Esquema da transição camada amortecedora-fluido e geração de uma nova partícula amortecedora (adaptado de [31]).

3.2 DCDEM

O *Distributed Contact Discrete Element Method* (DCDEM) é um método de modelação numérica Lagrangiana utilizado na resolução de problemas de corpo rígido. Neste método um corpo é representado por um conjunto de partículas discretas, interagindo entre si através de forças de contacto. Uma vez que não existem restrições quanto ao modo de deformação ou ao deslocamento de cada partícula o DCDEM torna-se adequado para a modelação de processos com grande deformação.

As simulações utilizando o método DCDEM podem fornecer informações dinâmicas tais como trajetórias e forças em cada partícula. A força total exercida em cada partícula num sistema granular é modelada e as consequentes posições, velocidades e acelerações são controladas ao longo de um certo período de tempo. Uma partícula num meio granular pode ter movimento de translação ou rotacional. No seu movimento, uma partícula sólida, pode trocar energia e quantidade de movimento com partículas vizinhas e\ou as partículas do fluido ou com as paredes do dispositivo. No entanto o movimento da partícula não é só afetado por estas interações com fluido e partículas mais próximas. O fluido e partículas mais distantes também influenciam o movimento, através da propagação de ondas de perturbação [33].

O método DCDEM baseia-se na aplicação da segunda lei de Newton a cada partícula resultando no seguinte conjunto de equações:

$$\vec{F}_{i} = m_{i} \frac{d^{2} \vec{r}_{i}}{dt^{2}} \tag{3.24}$$

$$\vec{M}_i = J_i \frac{d^2 \vec{\theta}_i}{dt^2}$$
, (i=1, ..., N) (3.25)

onde *m* é a massa, \vec{r} é a posição, *J* é o momento de inercia, $\vec{\theta}$ é a posição angular, \vec{F} é a resultante das forças, \vec{M} é a resultante dos momentos, o subscrito *i* refere-se a uma partícula e *N*é o número total de partículas [34].

Todas as partículas são analisadas ao longo do tempo de simulação, os campos de variação da partícula são atualizados a cada passo de tempo de acordo com a interação com partículas vizinhas em contacto direto ou indireto. As partículas em contacto direto podem tocar-se ou sobrepor-se. Duas partículas dizem-se em contato indireto se a sua distância estiver dentro de um determinado kernel. O contacto entre duas partículas é geralmente representado por um conjunto mola-amortecedor nas direções normal e tangencial no ponto de contacto [35].



Figura 3.5 - Esquema da interação entre duas partículas no método DCDEM (adaptado de [35]).

As interações entre as partículas podem ser descritas pela seguinte expressão [35]:

$$F_{n,ij} = F_n^r + F_n^d = k_{n,ij} \delta_{ij}^{p_1} e_{ij} - \gamma_{n,ij} \delta_{ij}^{p_2} \dot{\delta}_{ij} e_{ij}$$
(3.3)

onde F_n^r são as forças de repulsão, F_n^d são as forças de amortecimento, $k_{n,ij}$ é a constante de rigidez do par ij, $\delta_{ij} = \max\left(0, \frac{d_i+d_j}{2} - |r_{ij}|\right)$ é a sobreposição das partículas, e_{ij} é o vetor unitário entre os dois centros de massa e $\gamma_{n,ij}$ é a constante de amortecimento.

O método DCDEM é amplamente aceite para avaliar problemas de engenharia envolvendo materiais granulares, especialmente em problemas de escoamento de partículas [36] e [37]. Uma das principais vantagens do DCDEM é a visualização do movimento das partículas dentro do sistema estudado [38]. Contudo o método revela algumas limitações na sua aplicação, estas limitações prendem-se essencialmente com características relacionadas com as partículas e com os parâmetros simulação. O que torna o método DCDEM impraticável nas aplicações industriais devido ao tempo necessário para a determinação dos parâmetros de entrada e para a simulação. Estas limitações levam à imprecisão do modelo, o que torna os resultados apenas qualitativos [39].

Grande parte das simulações DCDEM considera um número reduzido de partículas, e geometria simplificada (esférica), diâmetros na ordem dos milímetros e um número máximo de partículas na ordem dos milhares. Estas condições permitem obter resultados num tempo de simulação aceitável [39].

Um dos pontos mais importantes na aplicação do DCDEM assenta na especificação das propriedades do material ou da partícula que são propriedades de entrada requeridas para utilizar o método. Estas propriedades podem ser medidas ou calibradas. Em casos de partículas de geometrias complexas e tamanhos muito reduzidos, muitas vezes estes parâmetros não são medidos e são assumidos sem justificações uma vez que não existe um método para a sua determinação. Assim em muitos casos não é claro como os parâmetros de entrada são selecionados, calibrados ou medidos. O que leva muitas vezes a que a simulação final a não seja validada [39].

3.3 DCDEM-SPH

O acoplamento DCDEM e SPH permite obter um método puramente Lagragiano. Esta abordagem é muito adequada para aplicações onde existem fortes interações entre o fluido e partícula coexistem [40].

O domínio computacional é discretizado por um conjunto de partículas, com propriedades físicas diferentes. As partículas interagem entre si na sua vizinhança e movem-se devido a forças resultantes dessas interações [41].

Este método tem sido aplicado em diversos problemas, incluindo problemas de interação fluidopartícula-estrutura, para o estudo da sedimentação e decantação. Neste estudo será aplicado para o caso da separação de partículas.

4 Verificação do modelo numérico

Neste capítulo a verificação do modelo numérico é feita em duas etapas. Na primeira etapa é feita a validação da interação líquido-sólido e das forças de interação entre partículas sólidas, tendo por base os resultados apresentados em [42]. A segunda etapa consiste na simulação do escoamento de fluido num hidrociclone comercial de formato cónico adaptado do catálogo da Odis [43].

4.1 Interações líquido-sólido e sólido-sólido

A verificação das interações líquido-sólido e sólido-sólido é realizada considerando um caso de rotura de barragem, com cilindros rígidos empilhados em várias camadas no volume de água. As condições e os dados dos ensaios foram retirados de [42]. Estas condições e os parâmetros de simulação mais relevantes estão descritos na Tabela 4.1.

Altura do tanque	0.26 m
Comprimento do tanque	0.26 m
Densidade dos cilindros	$2.7 \text{x} 10^3 \text{ Kg m}^{-3}$
Diâmetro dos cilindros	0.01 m
Número total de cilindros	33
Densidade da água	1000 Kg m ⁻³
Viscosidade da água	$0.01 \frac{m^2}{s}$
Altura de água	0.12 m
Algoritmo de discretização temporal	Sympletic
Modelo para descrever os termos viscosos	Viscosidade artificial 0.01
Distância entre partículas	0.0005 m
Kernel de interpolação	Quintic Wendland
RigidAlgorithm	DEM
Tempo de simulação	2.5 s
Tempo de cálculo	71 min

Tabela 4.1-Condições e parâmetros numéricos utilizados na simulação de rotura de barragem

O tempo de cálculo referenciado na Tabela 4.1 foi obtido numa máquina com um processador Intel Core i7-8700 e uma unidade gráfica Nvidia GeForce GTX 970 com 1664 CUDA Cores. Na Figura 4.1 mostra-se a disposição inicial do domínio computacional para a validação do modelo numérico. Os cilindros foram empilhados em 6 camadas no lado esquerdo de um tanque de aço com 26 cm de comprimento, 26 cm de altura e 10 cm de largura. Os cilindros são construídos de alumínio com 1 cm de diâmetro e massa volúmica de 2.7×10^3 Kg m⁻³. [42] utilizou uma comporta para manter os cilindros na posição inicial, no entanto, neste estudo considerou-se uma superfície aberta, uma vez que as condições de abertura não foram fornecidas. Devido a falta de informação do espaçamento entre a parede lateral do canal e os cilindros as simulações foram realizadas em 2D. Esta simplificação significa que os cilindros têm comprimento infinito e, portanto, os efeitos da extremidade são desprezáveis.



Figura 4.1 - Arranjo inicial dos cilindros utilizado na simulação numérica.

Na Figura 4.2 comparam-se os resultados numéricos com os dados experimentais e numéricos obtidos por [42].



Figura 4.2 - Comparação dos resultados experimentais (esquerda) e numéricos (centro) de [42] com os resultados da simulação realizada neste estudo (direita): a) t = 0.3 s; b) t = 0.5 s.

Os resultados apresentam boa concordância com erro relativo inferior a 3% no tempo de chegada do primeiro cilindro à parede a jusante. O tempo de chegada do primeiro cilindro no estudo de [42] é de t = 0.35 s e na simulação realizada é de t = 0.36 s (Figura 4.2). No entanto, existe uma pequena diferença na disposição dos cilindros. Este facto pode ser justificado pela razão do estudo numérico ser realizado em 2D e o estudo experimental tem efeitos das extremidades dos cilindros (efeitos 3D). Acresce ainda o facto da abertura da comporta não ser instantânea, o que leva a uma acumulação de massa de água na parte esquerda do tanque o que acontece na Figura 4.3.



Figura 4.3 - Acumulação dos cilindros na parte esquerda do tanque no instante t = 0.4 s.

4.2 Campo de velocidade num hidrociclone

4.2.1 Geometria do hidrociclone

A geometria do hidrociclone escolhida para a simulação do escoamento foi adaptada do catálogo da Odis [43]. Esta empresa dedica-se à produção dos hidrociclones de grande escala. A Figura 4.4 ilustra os planos de corte transversal e longitudinal do hidrociclone adotado. Na Tabela 4.2 apresenta-se as dimensões de cada componente do hidrociclone.



Figura 4.4 - Geometria do hidrociclone (adaptado de [45]).

Designação	Simbologia	Valor
Diâmetro de entrada	В	0.15 m
Ângulo secção cónica	β	14°
Diâmetro secção cilíndrica	D	0.61 m
Diâmetro do bocal de saída	D ₀	0.15 m
superior		
Diâmetro do bocal de saída	D_U	0.15 m
inferior		
Comprimento do	Н	1.405 m
hidrociclone		
Comprimento da secção	H_{CL}	0.48 m
cilíndrica		
Comprimento da secção	H _{CN}	0.925 m
cónica		
Comprimento localizador		0.35 m
de vórtice		

Tabela 4.2- Dimensões do hidrociclone.

Na Figura 4.5 apresenta-se um esquema da geometria e dimensões do hidrociclone criado com recurso ao software SolidWorks.



Figura 4.5- Geometria do hidrociclone.

4.2.2 Análise de sensibilidade

O d_p desempenha um papel fundamental na precisão dos resultados do método SPH. Quanto menor for o valor do d_p mais precisos são os resultados. Em contrapartida, menor d_p conduz a um maior tempo de cálculo.

Nesta secção efetua-se uma análise de sensibilidade do parâmetro d_p (distância inicial entre partículas). Esta análise é feita considerando apenas o escoamento da fase líquida. Os principais parâmetros utilizados nas simulações encontram-se descritos na Tabela 4.1, com algumas alterações descritas na Tabela 4.3. A condição de fronteira de entrada de fluido foi definida como fronteira aberta (*Open Boundary Conditions* - OBC) com 6 camadas amortecedoras e com um perfil de velocidade a entrada constante de 8 m/s.

Modelo para descrever os	Viscosidade artificial
termos viscosos	0.02
Distância entre partículas	0.01 m
Passo de tempo para gerar ficheiros de saída	0.02 s
RigidAlgorithm	SPH
Tempo de simulação	20 s

Tabela 4.3 - Parâmetros numéricos utilizados nas simulações.

Neste estudo optou-se por variar o d_p de 0.005 a 0.025 m. A Tabela 4.2 mostra os valores de d_p utilizados nas simulações e os respetivos tempos de cálculo. Para aferir sobre a influência do d_p analisa-se os perfis de velocidade axial, radial e tangencial.

d_p (m)	Tempo de cálculo (min)
0.005	16233
0.0075	2709
0.01	1102
0.015	242
0.02	103
0.025	45

Tabela 4.2 – Distância inicial entre partículas utilizadas nas simulações.

Na Tabela 4.2 confirma-se que o aumento da distância entre partículas traduz-se numa diminuição considerável do tempo de cálculo, isto é, redução do esforço computacional.

A Figura 4.6 mostra a trajetória das partículas no interior do hidrociclone em dois planos e numa vista isométrica.



Figura 4.6 – Trajetória das partículas no interior do hidrociclone: a) plano x-z; b) plano y-z; c) isométrica.

Na Figura 4.7 apresenta-se os perfis de velocidade axial, tangencial e radial no plano y-z para z = 0.35, 0.05, 0.8 e 1.3 m.



Figura 4.7 – Perfis de velocidade para $d_p = 0.01$ m no plano y-z: a) componente radial; b) componente tangencial; c) componente axial.

Na Figuras 4.8 compara-se os perfis de velocidade axial para os diferentes d_p , para z = 0.35. Qualitivamente o campo de velocidade assemelha-se com os artigos análisados, contudo não é possível realizar uma análise quantitativa, visto que neste estudo se apresenta um hidrociclone comercial onde não existe dados do campo de velocidade. Enquanto que nos artigos análisados são utilizados casos muito específicos com escalas muito diferentes.



Figura 4.8 – Perfis de velocidade axial para $d_p = 0.005$, $d_p = 0.0075$, $d_p = 0.01$, $d_p = 0.015$, $d_p = 0.02$ e $d_p = 0.025$ m em z = 0.35 m.

Verifica-se na Figura 4.10 que a velocidade axial na zona central do hidrociclone é positiva, provocada pelo deslocamento ascendente das partículas. Nas zonas próximas às paredes do hidrociclone a velocidade axial é negativa, o fluxo das partículas neste local é descendente. Numa das extremidades do hidrociclone verifica-se que a velocidade axial é positiva pois neste local fica colocado o tubo de entrada.

A diminuição do d_p provoca uma diminuição da velocidade axial na zona central do hidrociclone, isto deve-se ao facto de o bocal de saída inferior apresentar um diâmetro elevado e as partículas começam a escoar-se maioritariamente por essa saída.

Nas Figuras 4.9 e 4.10 ilustram-se os perfis de velocidade tangencial e radial, respetivamente, para z = 0.35 e 0.8 m para os mesmos valores de d_p descritos anteriormente.



Figura 4.9 - Perfis de velocidade tangencial para $d_p = 0.005$, $d_p = 0.0075$, $d_p = 0.01$, $d_p = 0.015$, $d_p = 0.02$ e $d_p = 0.025$ m para z = 0.35 m.



Figura 4.10 - Perfis de velocidade radial para $d_p = 0.005$, $d_p = 0.0075$, $d_p = 0.01$, $d_p = 0.015$, $d_p = 0.02$ e $d_p = 0.025$ m para z = 0.8 m.

O método SPH mostra-se capaz de simular explicitamente a interação sólido-líquido, a reação das partículas ao campo do escoamento e interação sólido-sólido (i.e., interações partícula-partícula e partícula-parede do hidrociclone) e permite caracterizar o escoamento no interior do hidrociclone.

Por forma a encontrar o d_p mais indicado para as simulações do capítulo seguinte, optou-se por escolher o valor que apresentasse um equilíbrio entre precisão dos resultados e menor tempo de cálculo. Analisando os perfis de velocidade axial, tangencial e radial, assim como os tempos de cálculo observa-se que o d_p = 0.01 m permite obter resultados precisos mantendo um tempo de computação aceitável, sendo assim considerado o mais adequado.

5 Estudo numérico da eficiência de separação de um hidrociclone

Neste capítulo apresenta-se os resultados do estudo da influência dos principais parâmetros geométricos, nomeadamente o diâmetro do bocal de saída, do comprimento do localizador de vórtice e do comprimento da zona cónica do hidrociclone, na eficiência de separação de um hidrociclone.

A geometria do hidrociclone adotada neste estudo encontra-se apresenta na Figuras 4.5, com as dimensões descritas na Tabela 4.2 e os parâmetros nas Tabelas 4.1 e 4.3.

Neste capítulo a eficiência do hidrociclone é calculada da seguinte forma:

$$\varepsilon = \frac{Q_{Bocal} \, de \, saída \, inferior}{Q_{Entrada}} \tag{5.1}$$

5.1.1 Influência do diâmetro do bocal de saída inferior

O estudo da influência do diâmetro do bocal de saída inferior foi realizado variando o diâmetro de 0.15 a 0.03 m, com variações de 10 %. Na Figura 5.1 apresenta-se a variação da eficiência com o diâmetro do bocal de saída inferior do hidrociclone.



Figura 5.1 - Eficiência do hidrociclone em função do diâmetro do bocal de saída inferior.

Observa-se na Figura 5.1 que a diminuição do diâmetro do bocal de saída faz aumentar a eficiência de separação do hidrociclone. A diminuição no diâmetro do bocal provoca uma maior intensidade de vórtice na zona inferior da camara de separação de secção cônica, o que promove a saída das partículas pelo bocal de saída superior (Figura 5.2).



Figura 5.2 - Trajetória das partículas no interior do hidrociclone para diâmetro do bocal de saída 0.03 m.

5.1.2 Influência do comprimento do localizador de vórtice

O estudo da influência do comprimento do localizador de vórtice foi realizado variando o comprimento do localizador de vórtice de 0.35 a 1 m. Para este conjunto de simulações o diâmetro do bocal de saída utilizado foi 0.075 m, uma vez que para este diâmetro a eficiência de separação é mais elevada (ver Figura 5.1). Na Figura 5.2 apresenta-se os valores da eficiência para os diferentes comprimentos de localizador de vórtice do hidrociclone.



Figura 5.3 - Eficiência do hidrociclone em função do comprimento do localizador de vórtice.

Observa-se claramente na Figura 5.2 que o aumento do comprimento do localizador de vórtice até aproximadamente o comprimento da secção cilíndrica da câmara de separação não influencia significativa a eficiência de separação. Este facto pode ser justificado pelo campo de escoamento. Porém, o aumento do comprimento do localizador de vórtice superior ao comprimento da câmara de separação cilíndrica faz diminuir significativamente a eficiência de separação do hidrociclone. Devido ao estrangulamento do escoamento e turbulência que faz com a estrutura do vórtice apresente vários eixos com orientações horizontais (Figura 5.4).



Figura 5.4- Trajetória das partículas no interior do hidrociclone para comprimento do localizador de vórtice 1 m.

5.1.3 Influência do comprimento da câmara de separação cônica

A influência do comprimento da câmara de separação de secção cônica foi feita variando o comprimento da mesma de 0.4 a 1.1 m. Semelhante a Secção 5.1.2, estas simulações foram realizadas para o diâmetro do bocal de saída utilizado foi 0.075 m. Na Figura 5.3 apresenta-se os valores da eficiência para os diferentes comprimentos da câmara de separação de secção cônica.



Figura 5.5 - Eficiência do hidrociclone em função do comprimento da câmara de separação de secção cônica.

Na Figura 5.3 observa-se que o aumento do comprimento da câmara de separação de secção cônica até 0.925 m promove um ligeiro aumento na eficiência de separação. No entanto para comprimentos da câmara de separação de secção cônica superiores a 0.925 m observa-se uma diminuição significativa na eficiência de separação. Isto porque a grande dimensão da câmara de separação de secção cônica promove o decaimento da intensidade de vórtice na zona mais baixa do cone (Figura 5.6).



Figura 5.6 - Trajetória das partículas no interior do hidrociclone para comprimento da câmara de separação de secção cônica 1.1 m.

6 Conclusões

Neste capítulo apresentam-se as principais conclusões do trabalho realizado e as sugestões para desenvolvimentos futuros.

6.1 Principais conclusões

A presente dissertação teve como principal objetivo validar e demonstrar a aplicabilidade do método *smoothed particle hydrodynamics* (SPH) no estudo da separação de substâncias sólidas do fluido num hidrociclone. A interação sólido-sólido foi resolvida aplicando o método *distributed contact discrete-element method* (DCDEM). As simulações foram realizadas utilizando o código DualSPHysics.

Este estudo iniciou-se com a verificação do modelo numérico tendo em conta o acoplamento dos métodos SPH-DCDEM e do escoamento no interior de um hidrociclone. A verificação do acoplamento dos métodos SPH-DCDEM foi feita através da comparação dos resultados numéricos com os dados numéricos e experimentais de [42]. Os resultados apresentam uma boa concordância com os dados experimentais de [42], com um erro relativo de 3%. Por forma a validar o escoamento no interior de um hidrociclone, analisou-se os perfis de velocidade axial, tangencial e radial. Qualitativamente o modelo numérico permite simular o campo de escoamento no interior do hidrociclone. Nas zonas mais próximas às paredes do hidrociclone o modelo revelou algumas debilidades não conseguindo resolver as condições de parede.

Validado o modelo numérico, estudou-se a eficiência de separação do hidrociclone variando os parâmetros geométricos do hidrociclone. Concluiu-se que a redução do diâmetro do bocal de saída inferior permite aumentar a eficiência de separação do hidrociclone, uma vez que o diâmetro do bocal de saída inferior inicialmente utilizado, revelou-se elevado para o diâmetro das partículas escolhido na simulação. O aumento do localizador de vórtice, até atingir a dimensão da câmara de separação de secção cilíndrica, apresenta pouca relevância na eficiência de separação. Para comprimentos de localizador de vórtice superiores ao comprimento da câmara de separação de secção cilíndrica, a eficiência de separação do hidrociclone decresce significativamente. Por fim, o aumento do comprimento da câmara de separação cônica, até 0.925 m, promove ligeiramente o aumento da eficiência de separação. Após este valor, o aumento deste componente promove a diminuição da eficiência de separação, dado que o decaimento da intensidade de vórtice na zona inferior do cone aumenta.

O modelo numérico apresentado nesta dissertação revelou-se capaz de estimar a influência dos parâmetros na eficiência de separação, resolvendo explicitamente a interação sólido-líquido.

6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Por forma a dar continuidade a este trabalho, diversas situações podem ser ponderadas. Assim, apresentam-se as seguintes sugestões para trabalhos futuros: analisar a influência do caudal de entrada na eficiência de separação e a geometria do tubo de entrada; estudar o efeito da variação do comprimento da zona cilíndrica; analisar o efeito da concentração das partículas, formas das partículas sólidas e diferentes granulometrias.

7 Bibliografia

- L. Ni, J. Tian, T. Song, Y. Jong, and J. Zhao, "Optimizing geometric parameters in hydrocyclones for enhanced separations: a review and perspective," *Sep. Purif. Rev.*, vol. 48, no. 1, pp. 30–51, 2018.
- [2] C. Ni Ketut, Dwinanto, and Attegar, "Optimization high vortex finder of cyclone separator with computational fluids dynamics simulation," *MATEC Web Conf.*, vol. 101, 2017.
- [3] B. Wang and A. B. Yu, "Numerical study of the gas-liquid-solid flow in hydrocyclones with different configuration of vortex finder," *Chem. Eng. J.*, vol. 135, no. 1–2, pp. 33– 42, 2008.
- [4] F. F. Salvador, "Estudo experimental do comportamento de um hidrociclone com cone e cilindro filtrantes," Universidade Ferderal de Uberlândia, 2013.
- [5] K. J. Hwang and S. P. Chou, "Designing vortex finder structure for improving the particle separation efficiency of a hydrocyclone," *Sep. Purif. Technol.*, vol. 172, pp. 76–84, 2017.
- [6] L. Y. Chu, W. M. Chen, and X. Z. Lee, "Effect of structural modification on hydrocyclone performance," *Sep. Purif. Technol.*, vol. 21, no. 1–2, pp. 71–86, 2000.
- [7] G. Altieri, F. Genovese, A. Tauriello, and G. C. Di Renzo, "Innovative plant for the separation of high quality virgin olive oil (VOO) at industrial scale," *J. Food Eng.*, vol. 166, pp. 325–334, 2015.
- [8] M. Amaral, "Uso de hidrociclones na separação de partículas de baixa densidade no processo de perfuração com duplo gradiente," Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008.
- [9] L. G. M. Vieira, D. O. Silva, and M. A. S. Barrozo, "Effect of inlet diameter on the performance of a filtering hydrocyclone separator," *Chem. Eng. Technol.*, vol. 39, no. 8, pp. 1406–1412, 2016.
- [10] D. F. Kelsall, "A further study of the hydraulic cyclone," *Chem. Eng. Sci.*, vol. 2, no. 6, pp. 254–272, 1955.
- [11] B. Tang, Y. Xu, X. Song, Z. Sun, and J. Yu "Effect of inlet configuration on hydrocyclone performance," *Trans. Nonferrous Met. Soc. China (English Ed.*, vol. 27, no. 7, pp. 1645– 1655, 2017.

- [12] Y. Fan, J. Wang, Z. Bai, J. Wang, and H. Wang, "Experimental investigation of various inlet section angles in mini-hydrocyclones using particle imaging velocimetry," *Sep. Purif. Technol.*, vol. 149, pp. 156–164, 2015.
- [13] B. Tang, X. Y. Xu, X. F. Song, Z. Sun, and J. G. Yu, "Numerical study on the relationship between high sharpness and configurations of the vortex finder of a hydrocyclone by central composite design," vol. 278, pp. 504–516, 2015.
- [14] H. Ji, S. Nie, H. Sun, Y. Cheng, and Y. Li, "Effects of key structural parameters on solidliquid separation behavior of hydrocyclone separator applied to hydraulic oil purification," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part E J. Process Mech. Eng.*, vol. 227, no. 4, pp. 273–286, 2013.
- [15] S. M. Mousavian and A. F. Najafi, "Influence of geometry on separation efficiency in a hydrocyclone," *Arch. Appl. Mech.*, vol. 79, no. 11, pp. 1033–1050, 2009.
- [16] H. Schubert and T. Neesse, "A hydrocyclone separation model in consideration of the multiphase flow," *Proc. Int. Conf. hydrocyclones*, pp. 23–26, 1980.
- [17] M. I. G. Bloor and D. B. Ingham, "Turbulent spin in a cyclone," *Trans. Inst. Chem. Eng.*, vol. 15, pp. 1–6, 1975.
- [18] Q. Luo, C. Deng, J. Xu, L. Yu, and G. Xiong, "Comparison of the Performance of Water-Sealed and Commercial Hydrocyclones," *Int. J. Miner. Process.*, vol. 25, no. 3, pp. 297– 310, 1989.
- [19] C. C. Hwang, H. Q. Shen, G. Zhu, and M. M. Khonsari, "On the main flow pattern in hydrocyclones," J. Fluids Eng., vol. 115, no. 1, p. 21, 1993.
- [20] H. Razmi, A. Soltani Goharrizi, and A. Mohebbi, "CFD simulation of an industrial hydrocyclone based on multiphase particle in cell (MPPIC) method," *Sep. Purif. Technol.*, vol. 209, no. February 2018, pp. 851–862, 2019.
- [21] J. J. Monaghan, "Smoothed particle hydrodynamis," *Reports Prog. Phys.*, vol. 68, pp. 1703–1759, 2005.
- [22] R. A. Gingold and J. J. Monaghan, "Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 181(3), pp. 375–389, 1977.
- [23] L. B. Lucy, "A numerical approach to the testing of the fission hypothesis," *Astron. J.*, vol. 82, p. 1013, 1977.
- [24] H. Ghassemi, A. Safaei, and S. Abtahi, "Implementing vibration framework for simulation of VIV on rigid pier by SPH," vol. 3, no. 4, pp. 137–143, 2015.

- [25] A. Colagrossi, M. Antuono, and D. Le Touzé, "Theoretical considerations on the freesurface role in the smoothed-particle-hydrodynamics model," *Phys. Rev. E - Stat. Nonlinear, Soft Matter Phys.*, vol. 79, no. 5, 2009.
- [26] R. A. Dalrymple and O. Knio, "SPH modelling of water waves," *Coast. Dyn. '01*, vol. 40566, no. May, pp. 779–787, 2001.
- [27] A. C. Crespo, J. M. Dominguez, A. Barreiro, M. Gómez-Gesteira, and B. D. Rogers, "GPUs, a new tool of acceleration in CFD: Efficiency and reliability on smoothed particle hydrodynamics methods," *PLoS One*, vol. 6, no. 6, 2011.
- [28] J. J. Monaghan, "Smoothed Particle Hydrodynamics," *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, vol. 30, pp. 543–574, 1992.
- [29] A. Crespo, M. Gómez-Gesteira, and R. Dalrymple, "Boundary conditions generated by dynamic particles in SPH methods," *Tech Sci. Press*, vol. 5, 2007.
- [30] M. Brito, "Numerical modeling and experimental testing of an oscillating wave surge converter," tese de doutoramento, Universidade de Lisboa - Instituto Superior Técnico, 2018.
- [31] A. Tafuni, J. M. Domínguez, R. Vacondio, and A. J. C. Crespo, "Accurate and efficient SPH open boundary conditions for real 3-D engineering problems," *12th Int. SPHERIC Work.*, no. March, pp. 3–4, 2017.
- [32] A. A. J. C. Crespo, A. Tafuni, I. Sahin, and R. Vacondio, "Open boundary conditions for large-scale SPH simulations," *11th Int. SPHERIC Work.*, no. June, 2016.
- [33] M. E. Assumpção, D. B. Mazzinghy, L. D. Souza, J. F. C. Russo, B. Bailona, and N. Spogis, "Aplicação do método dos elementos discretos na avaliação de chutes de escoamento de minérios de ferro itabiríticos," *Holos*, vol. 7, no. January 2016, p. 34, 2015.
- [34] M. V. Casagrade, "Acoplamento de métodos descontínuo e contínuo para simulação de transporte de partículas em meio fluido," Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2015.
- [35] R. Canelas, "Numerical modeling of fully coupled solid-fluid flows," tese de doutoramento, Universidade de Lisboa Instituto Superior Técnico, 2015.
- [36] G. Mollon and J. Zhao, "The influence of particle shape on granular Hopper flow," AIP Conf. Proc., vol. 1542, no. June 2013, pp. 690–693, 2013.
- [37] P. W. Cleary and M. L. Sawley, "DEM modelling of industrial granular flows: 3D case studies and the effect of particle shape on hopper discharge," *Appl. Math. Model.*, vol. 26, no. 2, pp. 89–111, 2002.

- [38] M. O. Binelo, O. Khatchtourian, E. L. Padoin, and R. F. de Lima, "Método dos elementos discretos e desafios de desempenho computacional," *Univ. Reg. do Noroeste do Estado do Rio Gd. do Sul*, pp. 43–62, 2017.
- [39] M. Marigo and E. H. Stitt, "Discrete element method (DEM) for industrial applications: Comments on calibration and validation for the modelling of cylindrical pellets," KONA Powder Part. J., vol. 32, no. 32, pp. 236–252, 2015.
- [40] Y. He, A. E. Bayly, A. Hassanpour, F. Muller, K. Wu, and D. Yang, "A GPU-based coupled SPH-DEM method for particle-fluid flow with free surfaces," *Powder Technol.*, vol. 338, pp. 548–562, 2018.
- [41] A. Komoróczi, S. Abe, and J. L. Urai, "Meshless numerical modeling of brittle-viscous deformation: First results on boudinage and hydrofracturing using a coupling of discrete element method (DEM) and smoothed particle hydrodynamics (SPH)," *Comput. Geosci.*, vol. 17, no. 2, pp. 373–390, 2013.
- [42] S. Zhang, S. Kuwabara, T. Suzuki, Y. Kawano, K. Morita, and K. Fukuda, "Simulation of solid-fluid mixture flow using moving particle methods," *J. Comput. Phys.*, vol. 228, no. 7, pp. 2552–2565, 2009.
- [43] Odis Irrigation Equipment LTD, disponivel em "http://www.odis.co.il", consultado a 6 de outubro de 2019.
- [44] C. Wang, Y. Wang, C. Peng, and X. Meng, "Smoothed particle hydrodynamics simulation of water-soil mixture flows," *J. Hydraul. Eng.*, vol. 142, no. 10, pp. 1–16, 2016.
- [45] B. Chiné and F. Concha, "Flow patterns in conical and cylindrical hydrocyclones," *Chem. Eng. J.*, vol. 80, no. 1–3, pp. 267–273, 2000.