

**TRANSFORMACIONES EN LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA DE  
DOCENTES DE PRIMARIA ASOCIADAS A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE  
LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES**

**YULY MARITZA MEDINA ORDOÑEZ  
MARTHA LUCIA OJEDA GÓMEZ  
ANGELA FABIOLA PARRA SILVA  
ADRIANA PAOLA RUIZ RODRIGUEZ**

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA  
MARZO DE 2018**

**TRANSFORMACIONES EN LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA DE DOCENTES  
DE PRIMARIA ASOCIADAS A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE LAS  
MATEMÁTICAS ESCOLARES**

**YULY MARITZA MEDINA ORDOÑEZ  
MARTHA LUCIA OJEDA GÓMEZ  
ANGELA FABIOLA PARRA SILVA  
ADRIANA PAOLA RUIZ RODRIGUEZ**

**ASESOR  
YIMMY SECUNDINO TRIANA ESTRELLA**

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA  
MARZO DE 2018**

## **Agradecimientos**

A Dios por darnos la sabiduría y orientación en cada una de las etapas de nuestras vidas.

A nuestras familias por el apoyo incondicional, la comprensión y el acompañamiento durante estos dos años de formación; sin ustedes este logro no sería posible.

Al asesor Yimmy Triana Estrella, por sus orientaciones, consejos, el tiempo dedicado, su paciencia y sobre todo por la confianza depositada.

A la Universidad de la Sabana y cada uno de los docentes de la Maestría por compartir con nosotros sus conocimientos y experiencias que enriquecieron cada día nuestras prácticas pedagógicas.

Al Ministerio de Educación Nacional por brindarnos la oportunidad de mejorar nuestros procesos de formación humana y profesional.

A nuestros estudiantes, quienes desempeñaron un papel muy importante para el desarrollo del presente trabajo investigativo. De igual forma a la comunidad educativa de la Institución por permitirnos implementar las estrategias diseñadas.

## Contenido

Resumen	12
Abstract	13
Introducción	14
Capítulo 1: Planteamiento del problema	16
1.1 Antecedentes del problema	16
1.2 Justificación	19
1.3 Pregunta de investigación:	21
1.4 Objetivos	21
1.4.1 Objetivo general.	21
1.4.2 Objetivos específicos.	21
Capítulo 2 Marco teórico	23
2.1 Antecedentes investigativos	23
2.2 Marco conceptual.	27
2.2.1 Pensamiento matemático.	27
2.3 Problemas matemáticos.	28
2.3.1 Concepto.	28
2.3.2. Características de un problema matemático.	31
2.4 Resolución de problemas.	31
2.4.1 Algunas concepciones sobre resolución de problemas.	32
2.4.1.1 <i>Tendencia investigativa.</i>	32
2.4.1.2 <i>Tendencia espontaneísta.</i>	32
2.4.1.3 <i>Tendencia tecnológica.</i>	33
2.4.1.4 <i>Tendencia tradicional.</i>	33
2.4.2 Creencias de los docentes sobre la resolución de problemas.	33
2.4.3 Dimensiones en la resolución de problemas.	35
2.4.4 Enseñanza de la resolución de problemas.	37
2.4.5 <i>Retos para enseñar a resolver problemas matemáticos.</i>	38

2.4.6	Importancia de enseñar a resolver problemas matemáticos.	39
2.4.7	Roles en las prácticas orientadas a la enseñanza de la resolución de problemas.	39
2.4.8	<i>Dificultades en la Resolución de Problemas matemáticos.</i>	40
2.5	Aprendizaje basado en problemas (ABP): una alternativa para mejorar en el proceso de resolver problemas	41
2.5.2	¿Qué deben hacer los alumnos al enfrentarse a un problema en el ABP?	44
2.6	Modelo Integrado de la resolución de Problemas	45
2.7	Práctica pedagógica.	47
Capítulo 3	Metodología	53
3.1	Enfoque	53
3.2	Alcance	54
3.3	Diseño de investigación	54
3.4	Población	55
3.5	Dimensiones y categorías de análisis	57
3.5	Instrumentos de recolección de información	63
3.6	Plan de acción	65
3.6.1	Primer ciclo de Reflexión.	65
3.6.2	Segundo ciclo de Planeación, Implementación, Evaluación y Reflexión.	66
3.6.3	Tercer ciclo PIER y evaluación de la estrategia.	66
Capítulo 4.	Resultados y análisis de investigación	67
4.1	Indagación con docentes	67
4.2	Aplicación prueba estudiantes	67
4.3	Análisis de dificultades de los estudiantes en relación con las prácticas pedagógicas.	71
4.4	Resultados implementación Segundo ciclo	79
4.4.1	Resultados Aula 1.	79
4.4.2	Análisis aula 2.	88
4.4.3	Análisis Aula 3.	94
4.4.4	Análisis aula 4 grado cuarto sede Peñas de Cajón.	102
4.4.5	Conclusiones grupales segundo ciclo.	111
4.5	Resultados tercer ciclo	116
4.5.1	Resultados Aula 1.	116

4.5.2 Resultados Aula 2.	128
4.5.3 Análisis aula No. 3.	137
4.5.4 Análisis De Resultados Aula 4.	147
4.5.5 Conclusiones Generales III Ciclo.	156
4.6 Aplicación Matrices de Evaluación del Proceso de RPM.	161
Conclusiones	164
Recomendaciones	167
Reflexión Pedagógica	168
Referencias	177
Anexos	183

## **Lista de Tablas**

Tabla 1 Categorías de análisis.....	63
Tabla 2 Plantilla para autoevaluar las habilidades de la resolución de problemas .....	65
Tabla 3 Estudiantes que fueron analizados mediante la prueba diagnóstica .....	68

## **Tabla de figuras**

Figura 1 Rendimiento académico año 2015 sedes Luis Boada y Peñas de Cajón.....	16
Figura 2 Rendimiento académico año 2016 sedes Luis Boada y Peñas de Cajón.....	17
Figura 3 Pasos del proceso de aprendizaje en el esquema convencional. Instituto Tecnológico y de estudios superiores de Monterrey (2004).....	42
Figura 4 Pasos del proceso de aprendizaje en el ABP. Adaptación del esquema propuesto por Instituto Tecnológico y de estudios superiores de Monterrey (2004).....	43
Figura 5 Modelo Integrado de RPM (Caballero, 2011, 2013. p.113).....	46
Figura 6 Gráfico estadístico Aciertos prueba diagnóstica .....	68
Figura 7 Resultados autoevaluación proceso de Resolución de problemas.....	161
Figura 8 Resultados heteroevaluación proceso de resolución de problemas.....	162



## Lista de Imagenes

Imagen 1 Esquema proceso tradicional de la RPM .....	72
Imagen 2 Problemas Tradicionales .....	73
Imagen 3 Planeación que refleja la insuficiente importancia que se le concedía a la RPM .....	74
Imagen 4 Acciones de los estudiantes al enfrentarse a un problema .....	75
Imagen 5 Transformaciones en la planeación aula 1 .....	80
Imagen 6 Uso de material concreto para identificar una fracción de hora. ....	81
Imagen 7 Diálogo uso de material concreto para realizar asociaciones entre un objeto y un valor numérico. ....	81
Imagen 8 La docente evalúa a través de preguntas .....	84
Imagen 9 Uso de diferentes representaciones semióticas .....	84
Imagen 10 Los estudiantes se plantean preguntas para comprender el problema .....	85
Imagen 11 Uso de heurística ensayo error .....	86
Imagen 12 Esquema planeación Aula 2.....	88
Imagen 13 Estudiante explica por qué usó material concreto.....	89
Imagen 14 Fragmento diario de campo, Medina, Mayo de 2017. ....	90
Imagen 15 Evaluación del proceso de resolución de problemas .....	92
Imagen 16 Tipo de problemas planteados .....	95
Imagen 17 Algoritmos hechos por los estudiantes al resolver un problema.....	96
Imagen 18 Uso de material concreto para resolver un problema.....	96
Imagen 19 Evaluación mediante preguntas .....	98
Imagen 20 Proceso de Resolución de problemas.....	99
Imagen 21 Aprendizaje de un objeto matemático a través de la resolución de problemas .....	101
Imagen 22 Planeación Aula .....	102
Imagen 23 Utilización de recursos y material concreto.....	104
Imagen 24 Aprendizaje tradicional.....	106
Imagen 25 Evaluando procesos más que resultados obtenidos. ....	107
Imagen 26 Gestión en el aula 4 organización y participación .....	109
Imagen 27 Se transforma la manera de plantear los problemas.....	117
Imagen 28 Uso de material concreto Aula 1.....	118

Imagen 29 Evaluación por medio del geoplano.....	121
Imagen 30 Los estudiantes plantean preguntas para comprender el problema.....	122
Imagen 31 Socialización proceso de RPM .....	125
Imagen 32 Indagación componente afectivo en el Proceso de RPM. Grado quinto Dimensión Pensamiento.....	126
Imagen 33 Los estudiantes construyen conceptos a través de la RPM.....	127
Imagen 34 Planeación sesión de clase Aula 2 .....	128
Imagen 35 Representación de la fracción de un número. ....	129
Imagen 36 Opinión de los estudiantes sobre el trabajo cooperativo.....	130
Imagen 37 Diferentes registros semióticos empleados por los estudiantes .....	133
Imagen 38 Verificación.....	134
Imagen 39 Construcción de fracciones equivalentes .....	136
Imagen 40 Planeación teniendo en cuenta las dificultades de los estudiantes.....	137
Imagen 41 Uso de la Mackinder para resolver problemas que involucran repartos .....	138
Imagen 42 Preguntas resueltas por los estudiantes para comprender el problema.....	139
Imagen 43 Estrategias llevadas a cabo por los estudiantes.....	143
Imagen 44 Emociones y sentimientos de los estudiantes en la RPM .....	145
<i>Imagen 45 Construcción de conceptos .....</i>	<i>146</i>
Imagen 46 Transformaciones en la planeación.....	147
Imagen 47 Implementación de estrategias .....	148
Imagen 48 Indagación y pensamiento.....	151
Imagen 49 Elaboración de un plan.....	152
Imagen 50 Ejecución estrategia ensayo y error .....	153
Imagen 51 Verificación del proceso realizado.....	154
Imagen 52 Aclaración de conceptos .....	155

## **Lista de Anexos**

ANEXO 1 Resultados Encuesta A Docentes.....	183
ANEXO 2 Resultados prueba diagn3stica a estudiantes .....	187
ANEXO 3 Resultados Autoevaluaci3n RPM .....	208
ANEXO 4 Resultados heteroevaluaci3n proceso de RPM.....	209

## Resumen

*“En las matemáticas existen axiomas, principios y métodos importantes; pero resolver problemas es el corazón de esta disciplina”* (Halmos, citado en Santos, 2014. p.29)

Este documento pretende dar a conocer el resultado de una investigación centrada en la práctica pedagógica de cuatro profesoras de primaria, que problematizan sobre la dificultad que muestran sus estudiantes para resolver problemas de las matemáticas escolares. La investigación es realizada por las cuatro docentes con estudiantes de grado tercero, cuarto y quinto, de la Institución Educativa Departamental Integrada (IEDI) Sutatausa y tuvo como propósito fundamental determinar los factores que se deben transformar en su práctica pedagógica para fortalecer en los estudiantes su desempeño en el proceso de resolución de problemas de las matemáticas escolares. Para llevar a cabo la investigación se adoptó un diseño de investigación acción, el desarrollo del ciclo de Planeación, Implementación, Evaluación y Reflexión (PIER), los principios básicos del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y del Modelo Integrado de Resolución de Problemas. Luego de los ciclos de reflexión pedagógica, se concluye que las transformaciones necesarias en las prácticas pedagógicas, para fortalecer en los estudiantes sus procesos para resolver problemas matemáticos, deben comenzar con las concepciones, los conocimientos y métodos utilizados en la enseñanza de las matemáticas. Se reportan cambios en la concepción de problema matemático de las docentes, en los procesos de enseñanza que permiten desarrollar el pensamiento matemático y construir nuevos conceptos, en los procesos asociados a la enseñanza de Resolución de Problemas Matemáticos (RPM), en la transformación de las planeaciones de clase como elemento fundamental para profundizar en el conocimiento matemático y didáctico del docente y en los procesos de la gestión de aula a partir de la implementación del trabajo cooperativo.

*Palabras claves:* práctica pedagógica, resolución de problemas, matemáticas escolares, trabajo cooperativo.

## Abstract

*"In mathematics there are axioms, principles and important methods; but solving problems is the heart of this discipline"*(Halmos, cited in Santos, 2014. p.29).

This document aims to present the result of a research centered on the pedagogical practice of four primary school teachers, who question the difficulty their students have in solving problems in school mathematics. The research is carried out by the four teachers with third, fourth and fifth grade students of Institución Educativa Departamental Integrada (IEDI) Sutatausa and its main purpose was to determine the factors that must be transformed in their pedagogical practice to strengthen in students their performance in the solving process of school mathematics problems. To carry out the research, an action research design was adopted, the development cycle of Planning, Implementation, Evaluation and Reflection (PIER), the basic principles of Problem Based Learning (PBL) and the Integrated Model of Problem Solving. After the cycles of pedagogical reflection, it is concluded that the necessary transformations in the pedagogical practices, to strengthen in the students their processes to solve mathematical problems, must begin with the conceptions, knowledge and methods used in the teaching of mathematics. Changes are reported in the conception of the mathematical problem, in the teaching processes that allow the development of mathematical thinking and the construction of new concepts, in the processes associated with the teaching of Mathematical Problem Solving (RPM), in the transformation of class planning as a fundamental element to deepen in the mathematical and didactic knowledge of the teacher and in the processes of classroom management based on the implementation of cooperative work.

Keywords: pedagogical practice, problem solving, school mathematics, cooperative work.

## Introducción

El Ministerio de Educación Nacional, en el marco de los Estándares Curriculares (2006) plantea que la resolución de problemas, es uno de los procesos generales de la actividad matemática, a través del cual el conocimiento matemático cobra sentido. Por esta razón debería ser asumido como eje transversal para la enseñanza de las Matemáticas. Es importante que los docentes profundicen en los aspectos relevantes para su enseñanza y tratamiento en el aula de clases, pues este es uno de los procesos que genera más dificultad en los estudiantes, lo que se evidencia en el trabajo cotidiano en las aulas.

La presente investigación surgió a partir de la identificación de las dificultades que presentaban los estudiantes de los grados tercero, cuarto y quinto de las sedes Peñas de Cajón y Luis Boada de la Institución Educativa Departamental Integrada de Sutatausa en la Resolución de problemas de las matemáticas escolares. El análisis de este primer ciclo de investigación condujo a las cuatro docentes investigadoras a iniciar un proceso de reflexión pedagógica sobre sus propias prácticas, para identificar qué elementos de éstas incidían en la dificultad para resolver problemas de los niños y niñas.

Luego de la reflexión pedagógica las docentes concluyen que gran parte de las dificultades que los estudiantes presentan en la resolución de problemas tiene su origen en sus concepciones y estrategias de enseñanza, por lo cual plantean que el propósito de la investigación es identificar qué transformaciones deben realizar a sus prácticas pedagógicas para mejorar en sus estudiantes el proceso de resolución de problemas de las matemáticas escolares.

En este sentido las docentes investigadoras proponen el desarrollo de ciclos de intervención pedagógica donde implementan cuatro de los principios básicos del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el Modelo Integrado de Resolución de Problemas propuesto por Caballero (2015), con lo cual transforman sus prácticas y evalúan la incidencia de ese cambio en el proceso de resolución de problemas de los estudiantes.

Es importante resaltar que la reflexión pedagógica fue una constante a lo largo de todo el proceso investigativo y fue fundamental para dar origen a las transformaciones que se suscitaron en cada una de las aulas.

El presente documento se organiza en cuatro capítulos:

En el primer capítulo se contextualiza el problema relacionado con la dificultad de los estudiantes para resolver problemas, se reflexiona sobre la importancia de abordar esta problemática y se plantean los objetivos generales y específicos.

En el capítulo dos se exponen los antecedentes investigativos y el marco conceptual. En el primer apartado de este capítulo se presentan los estudios realizados en el ámbito nacional e internacional relacionados con el problema de investigación, y en el segundo se presentan los referentes teóricos que dieron fundamento al proceso investigativo.

En el tercer capítulo se explica la metodología de la investigación: su enfoque, alcance y diseño. Se presenta también la descripción de la población, los instrumentos empleados para la recolección de la información, las dimensiones y categorías que orientaron el análisis de los datos y las fases de la investigación.

En el capítulo cuatro se muestra el análisis descriptivo de los resultados a la luz de las categorías de investigación. Allí se exponen las dificultades identificadas en los estudiantes cuando se enfrentan a resolver un problema, se muestran los avances logrados con la implementación del ABP y del Modelo integrado de resolución de problemas: un análisis basado en la reflexión pedagógica con la que se evaluaban constantemente los logros y aspectos por mejorar frente a las dimensiones de enseñanza, aprendizaje y pensamiento..

A partir de estos análisis, las docentes investigadoras plantean conclusiones y recomendaciones para continuar fortaleciendo en la institución educativa el proceso de resolución de problemas.

Para finalizar, las docentes comparten las reflexiones pedagógicas producto del desarrollo de la presente investigación y de su proceso de formación en la Maestría en Pedagogía de la Universidad de la Sabana.

## Capítulo 1: Planteamiento del problema

### 1.1 Antecedentes del problema

Al realizar un análisis a los informes de rendimiento académico de la básica primaria en las sedes Peñas de Cajón y Luis Boada de la Institución Educativa Departamental Integrada de Sutatausa (IEDIS) durante los años 2015 y 2016, se observó que matemáticas era el área que presenta mayor índice de reprobación respecto a las demás áreas de conocimiento, tal como se visualiza en las siguientes figuras.

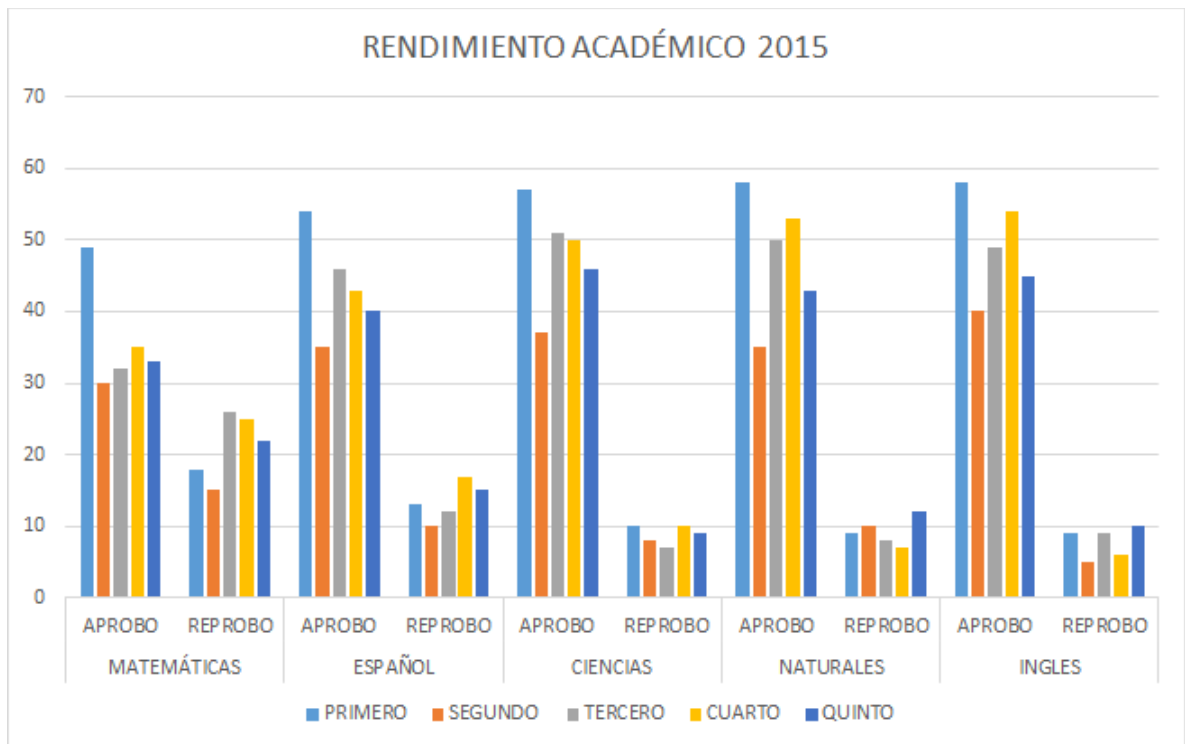


Figura 1 Rendimiento académico año 2015 sedes Luis Boada y Peñas de Cajón.



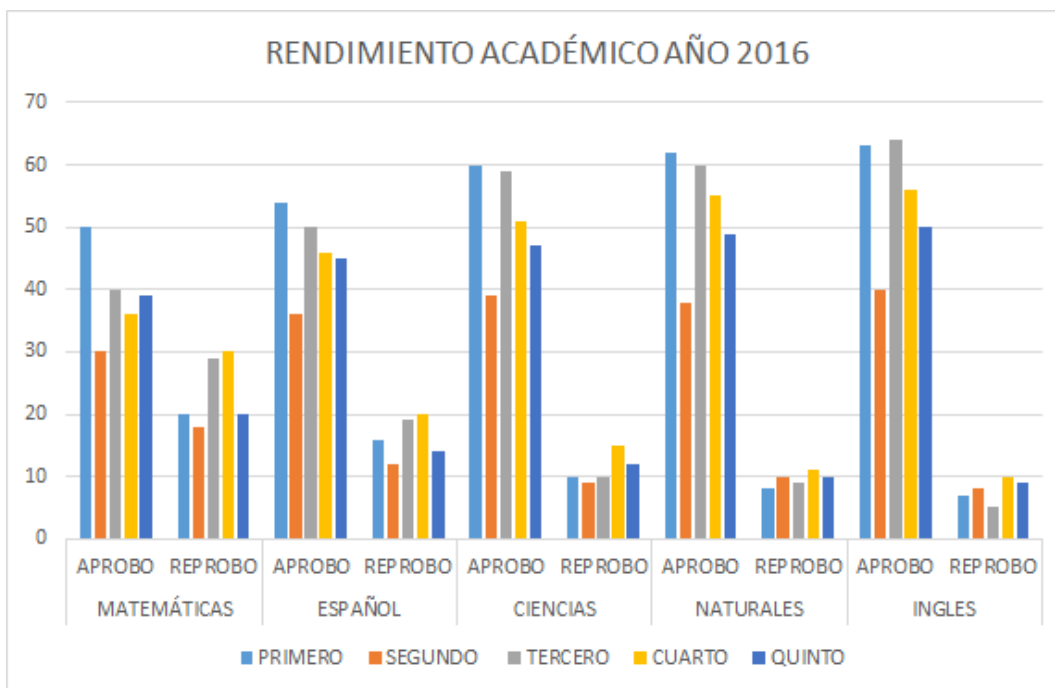


Figura 2 Rendimiento académico año 2016 sedes Luis Boada y Peñas de Cajón

Esta situación llevó a las maestras investigadoras a plantearse algunas preguntas: ¿Qué está pasando en las clases de matemáticas? ¿Qué ocurre al interior de las aulas que no favorece el proceso de enseñanza- aprendizaje? ¿Cuáles son las principales dificultades que los estudiantes presentan en esta área?

Para iniciar la búsqueda de respuestas a estos cuestionamientos, se aplicó una encuesta (ver anexo 1) a los trece docentes de primaria de las sedes Luis Boada y Peñas de Cajón, para identificar la percepción que los docentes tenían con relación al bajo rendimiento académico de los estudiantes en el área de matemáticas, sus posibles causas, y el tratamiento que le daban a la resolución de problemas en sus clases de matemáticas.

Al realizar la sistematización de los resultados de la encuesta (como se muestra en el capítulo IV), se identificó que la dificultad más común para los maestros, estaba relacionada con los procesos de análisis y resolución de problemas matemáticos.

Los docentes mencionaron que los niños y niñas tenían habilidad en el desarrollo de operaciones básicas, sin embargo, presentaban dificultades para resolver problemas, en especial porque les costaba mucho trabajo encontrar estrategias adecuadas de solución.

Por su parte, las docentes investigadoras realizaron un ejercicio diagnóstico a 95 estudiantes de los grados tercero, cuarto y quinto, para observar su desempeño cuando resolvían problemas matemáticos. Para ello les plantearon cuatro problemas: los dos primeros de selección múltiple con única respuesta, y los otros con respuesta abierta (Ver anexo 2).

Los resultados generales de este ejercicio diagnóstico, que se muestran en el capítulo IV permitieron a las docentes investigadoras identificar las siguientes dificultades:

La mayoría de los estudiantes no disponía de estrategias auténticas, sino que recurrían a la aplicación irreflexiva de un algoritmo, es decir sumaban, restaban, multiplicaban o dividían las cantidades que se presentaban en el enunciado de manera indiscriminada, sin someter estas decisiones a un análisis adecuado. De igual manera, se observó que se preguntaban con frecuencia por la operación o procedimiento que debían aplicar para hallar la respuesta. Para García (2010) esto es una consecuencia de los aprendizajes mecánicos, es decir “memorización de conceptos matemáticos y la automatización de procedimientos algorítmicos, que se insertan en la mente del alumno pero no le son útiles a la hora de enfrentarse a un problema real” (p.59)

Al realizar el análisis de las estrategias utilizadas en la solución de las preguntas de selección múltiple, se observó que la mayoría intentó ajustar el algoritmo a alguna de las opciones dadas, y cuando se les cuestionó por los procedimientos realizados, les fue imposible justificar la aplicación de la estrategia o el algoritmo utilizado. Al respecto Santos (Citado por García 2010) señala que “cuando los alumnos se enfrentan a problemas matemáticos aplican reglas y algoritmos con cierta fluidez, pero cuando se les solicita que expliquen o interpreten sus procedimientos se tienen serias dificultades” (p.61).

Al plantearles un problema, los estudiantes, de manera automática, trazan un cuadro para consignar un -supuesto- análisis, desarrollar la operación necesaria para resolverlo y dar una respuesta. Para realizar el “análisis”, los estudiantes retoman la pregunta y expresan: -para saber...(pregunta del problema)...debo hacer una...(suma, resta, multiplicación o división)-. En la mayoría de los casos realizan un algoritmo incluyendo todos los números encontrados en el enunciado, aunque no tengan relación con la pregunta. Por esta razón, dan una respuesta casi de inmediato, sin reflexionar sobre si ésta es o no razonable” (Ruiz, Noviembre de 2016, Diario de campo).

Las docentes investigadoras consideraron que una de las posibles causas de la dificultad que presentaban los estudiantes para resolver un problema matemático eran sus prácticas pedagógicas, pues al caracterizarlas a través del análisis de diarios de campo y videos de clases, a la luz de las reflexiones suscitadas en los seminarios de Enseñabilidad de las Matemáticas, reconocieron que la RPM era empleada, en su mayoría como una estrategia para aplicar los conceptos o algoritmos aprendidos; en consecuencia, se implementaba al final del estudio de un tema o unidad.

Por otra parte, se identificó que los problemas matemáticos eran extraídos en su mayoría de los libros de texto, por lo cual era posible que carecieran de sentido para los estudiantes o no les permitieran pensar matemáticamente. Rizo y Campistrous (1999) afirman:

Los estudiantes pueden no entender los problemas que resuelven. La mayor parte de los problemas rutinarios pueden ser resueltos mecánicamente aplicando un algoritmo de cálculo de rutina. En tales problemas los alumnos pueden no tener la necesidad de entender la situación problema, porque ese cálculo particular es apropiado, o si la respuesta es razonable. Los errores cometidos en algunos problemas indican que los alumnos tratan de usar todos los números dados en una situación problemática (p.5).

En síntesis, las docentes investigadoras reconocieron que algunas de las falencias que los estudiantes presentaban en la resolución de problemas de las matemáticas escolares se debía a que sus prácticas no estaban orientadas al desarrollo de este proceso; identificaron que las dificultades de los estudiantes se encontraban asociadas a sus concepciones y prácticas pedagógicas que debían ser objeto de reflexión y transformación.

## **1.2 Justificación**

El Ministerio de Educación Nacional en su documento de Estándares Curriculares (2006) le confiere especial importancia a la resolución de problemas, manifestando que es uno de los procesos generales presentes en toda actividad matemática pues conduce al estudiante a ser matemáticamente competente.

Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el

contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos (p.52)

Por otra parte, en la cotidianidad, los estudiantes se ven enfrentados a situaciones que requieren del análisis detallado de la información y del uso de diferentes estrategias para encontrar una solución. Sin embargo, este es uno de los procesos que más genera dificultad en los estudiantes, y que menos atención recibe por parte de las docentes investigadoras. García (2010) afirma:

Una buena proporción del desarrollo matemático se ha visto favorecido por la necesidad que tiene el hombre de enfrentarse a problemas para resolverlos; esta situación le ha permitido, sin lugar a dudas, evolucionar y crearse una vida más cómoda..... Es por ello que, en la última década, la resolución de problemas se identifica como una actividad de primer orden en el aprendizaje de las matemáticas (p.18).

Luego de caracterizar las dificultades que los estudiantes presentaban en el proceso de resolución de problemas, las docentes decidieron analizar sus prácticas pedagógicas para establecer la incidencia de éstas en el problema identificado. Como fruto de estas reflexiones se identificó que una de las posibles causas de las dificultades que presentaban los estudiantes para resolver problemas matemáticos, se relacionaba con la ausencia de prácticas pedagógicas encaminadas al desarrollo de este proceso.

En este sentido, se hace necesario diseñar estrategias que permitan transformar las prácticas pedagógicas y orientarlas a la enseñanza de la resolución de problemas: un proceso que además de promover el desarrollo del pensamiento permite que los estudiantes construyan conocimiento matemático ante la necesidad de resolver un problema, superando el esquema tradicional de enseñar un tema y luego aplicarlo a través la resolución de una situación.

Frente a esta necesidad, surge la propuesta de implementar el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el Modelo Integrado de Resolución de Problemas como estrategias para transformar las prácticas pedagógicas y mejorar en los estudiantes sus procesos de resolución de problemas de las matemáticas escolares.

### **1.3 Pregunta de investigación:**

¿Qué transformaciones en la práctica pedagógica de las docentes investigadoras contribuyen al mejoramiento de los procesos de resolución de problemas de las matemáticas escolares de los estudiantes de los grados Tercero, Cuarto y Quinto de las sedes Peñas de Cajón y Luis Boada de la IEDI Sutatausa?

### **1.4 Objetivos**

#### **1.4.1 Objetivo general.**

Determinar qué transformaciones se deben generar en las prácticas pedagógicas de las docentes investigadoras, para mejorar el desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas de las matemáticas escolares

#### **1.4.2 Objetivos específicos.**

- Caracterizar las concepciones de las docentes investigadoras frente a la resolución de problemas matemáticos y su incidencia en las dificultades que presentan los estudiantes frente al desarrollo de este proceso.
- Determinar las principales dificultades que presentan los estudiantes de los grados tercero, cuarto y quinto de básica primaria cuando se enfrentan a resolver problemas de las matemáticas escolares.
- Determinar los cambios que deben ser realizados en la práctica pedagógica de las docentes investigadoras para contribuir al mejoramiento del proceso de resolución de problemas de los estudiantes.
- Determinar los aspectos del ABP y del Modelo Integrado de resolución de Problemas que se pueden abordar como estrategias para mejorar en los estudiantes los

procesos de resolución de problemas de las matemáticas escolares.

- Evaluar los cambios que se producen en la práctica pedagógica de las docentes, asociados a la implementación de los principios básicos del ABP y del Modelo Integrado de Resolución de Problemas.

## Capítulo 2 Marco teórico

### 2.1 Antecedentes investigativos

En este apartado del proyecto se exponen los planteamientos del Ministerio de Educación Nacional frente a la resolución de problemas, y se enuncian estudios hechos por diferentes autores que han abordado elementos relacionados con la presente investigación.

El Ministerio de Educación Nacional (2006) en los estándares curriculares para el área de matemáticas, concibe la resolución de problemas como uno de los cinco procesos generales presentes en la actividad matemática, cuyo fin es hacer al niño matemáticamente competente en cuanto a su conocimiento conceptual y procedimental.

Por otra parte, lo considera el elemento que permite la integración del currículo, así como la aplicación del conocimiento matemático en situaciones y contextos reales. Al respecto, en el documento mencionado se establece:

Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad (p.52).

En este sentido abordar la resolución de problemas como eje dinamizador de los procesos de enseñanza y aprendizaje constituyó un reto para las docentes investigadoras, pues implicó superar las concepciones y métodos que por mucho tiempo desarrollaron en las clases de matemáticas, en las que se dio prioridad a la mecanización de procedimientos y algoritmos y se dejó de lado la pertinencia de los conocimientos en contextos reales.

Para la presente investigación se hizo un rastreo bibliográfico que permitió identificar herramientas al problema planteado, de esta manera se obtuvieron los siguientes aportes:

En el contexto nacional se puede destacar la tesis “La enseñanza de la resolución de

problemas aritméticos en el grado 5° del colegio Nestor Forero Alcala (Bogotá D.C.)”. Peña (2015), una investigación cualitativa que buscaba implementar la enseñanza de la resolución de problemas propuesta por Rizo y Campistrous (2002). Esta investigación aportó aspectos relevantes frente al uso de estrategias para la enseñanza de la resolución de problemas que consta de cuatro fases: comprender el problema, planificar una estrategia, ejecución de la misma y por último la verificación del proceso utilizado; todo esto orientado a que el estudiante sea reflexivo en su proceso de resolución entendiendo que hay varias posibilidades para encontrar y dar la solución a un problema, haciendo uso de diferentes sistemas de representación.

Esta investigación lleva a las docentes investigadoras a reflexionar sobre la manera en que han orientado a sus estudiantes frente a la resolución de problemas, pues por lo general se esperaba que llegaran a la solución por un mismo camino, cuando precisamente lo que hay que promover es la búsqueda de diversas herramientas, que le permitan comprender y dar solución a los problemas planteados.

La investigación realizada por Vargas (2015) titulada “Resolviendo problemas de estructura multiplicativa mediante modelos organizadores” tuvo como objetivo general diseñar, aplicar y evaluar una intervención de aula para facilitar el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas de estructura multiplicativa que involucren relaciones de proporcionalidad simple, de comparación multiplicativa y combinatoria a través de los modelos organizadores y la aplicación del ciclo de análisis

Podemos tomar como aporte a la presente investigación el hacer y aplicar ciclos de análisis ya que esto permite tener conocimientos sobre cómo orientar a los estudiantes en la construcción de nuevos conocimientos, cuáles pueden ser sus dificultades y las variables que se presentan durante su desarrollo.

En el ámbito internacional se pueden citar experiencias como la titulada: “Dificultades de los alumnos de sexto grado de educación primaria para la resolución de los problemas matemáticos. Análisis retrospectivo” Sánchez (2001). Investigación de carácter cualitativo que se implementó en la ciudad de México y tuvo como propósito conocer y comprender la relación que existe entre las dificultades para la resolución de problemas matemáticos presentes en los alumnos del sexto grado y la forma en que se les enseñaron las matemáticas en los grados



anteriores. Presenta los resultados de las encuestas y entrevistas aplicadas a estudiantes, docentes y padres de familia frente al concepto que tienen de las matemáticas en la escuela, así como las motivaciones y principales dificultades de los alumnos al resolver problemas matemáticos. Los resultados conducen a concluir que existen múltiples factores que inciden en esta problemática, entre los cuales menciona la falta de reconocimiento del proceso de desarrollo cognitivo de los estudiantes, la sobrevaloración del libro de texto por parte de los docentes, la reproducción de los métodos de enseñanza que los docentes recibieron en su proceso de formación, la enfatización al manejo del aspecto mecánico de los algoritmos; el uso de situaciones descontextualizadas que no promueven la reflexión: acciones que se identifican con las prácticas pedagógicas de las docentes investigadoras.

Esto corrobora lo enunciado en el presente documento de investigación, al afirmar que la causa de las dificultades no radica únicamente en los estudiantes, ya que en éstas también inciden las prácticas pedagógicas.

Otro antecedente investigativo se puede encontrar en la tesis de pregrado de Bahamonde y Vicuña (2011) denominado “Resolución de problemas matemáticos” desarrollado en Chile. Los autores realizan una adaptación del método Pólya de los cuatro pasos para la resolución adecuada de dichas situaciones: comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva. El propósito fundamental de esta investigación era incrementar los niveles cognitivos de análisis, pensamiento lógico y reflexivo en los estudiantes, aumentando su habilidad para resolver problemas en el área de Matemáticas. Implementaron actividades como la interrogación, la ejemplificación, ejercitación, la producción de texto, auto-evaluación y técnicas artísticas.

Por otra parte la tesis doctoral de González (2015) “Elaboración y evaluación de tareas matemático-literarias para mejorar la comprensión en 3° de la E.S.O”, en ésta se diseñaron tareas, para tratar contenidos matemáticos en contextos no académicos, por lo que se utilizó la literatura como herramienta para desarrollar las actividades de comprensión matemática y de lectura, igualmente se hace referencia a conceptos de lengua castellana.

Con relación a la resolución de problemas, se partió con un cuestionario para determinar

las dificultades que presentan los estudiantes en este tema (no comprensión de los enunciados, poca reflexión previa sobre el problema), de los resultados obtenidos parte la propuesta denominada tareas matemático-literarias, con el objetivo de determinar si los alumnos usaban heurísticas para facilitar, el análisis y la comprensión de los enunciados; finalmente los docentes participantes concluyeron “los alumnos han demostrado que la clave para la comprensión de un texto es leerlo con atención, conocer e interpretar palabras y expresiones y ser conscientes de los matices y ambigüedades del lenguaje”, González (2015, p 284).

Por último Ramírez (2015), en la ciudad de Madrid (España), implementó su tesis doctoral titulada “Desarrollo de conocimientos matemáticos informales a través de resolución de problemas aritméticos verbales en primer curso de educación primaria”.

Diseñaron talleres que tuvieron como base planteamientos de estructura multiplicativa, grupos iguales, agrupaciones de 10, división, adición y resta. Los problemas estaban basados en cuentos leídos en el aula. A los alumnos se les ofrecían diversos materiales manipulativos (estructurados y no estructurados), sin instrucción sobre su uso, entre los cuales podían elegir libremente. En los talleres había una fase de trabajo individual, seguida de una puesta en común, y la escritura de una carta con la explicación de proceso de resolución del problema.

En esta investigación se indagó sobre los posibles errores que cometen los estudiantes al momento de resolver un problema. Rodríguez (1992), clasifica los posibles errores de los niños al resolver los problemas en ejecución, donde los niños eligen bien la operación o acción pero no la realizan correctamente, repiten alguna cantidad del problema, inventan una respuesta, eligen mal la operación. Bermejo, Lago y Rodríguez (citados por Ramírez 2015) indican que uno de los procedimientos inadecuados que utilizan los niños es la selección de una operación inadecuada. (p. 45).

Esta investigación se basó en la literatura infantil (cuentos), la cual buscaba que el niño se animara, preguntara, resolviera problemas, discutiera sus ideas, estrategias y soluciones; uno de los principios de enseñanza se enfatizó en situaciones familiares para los niños por lo que se eligieron cuentos en los que aparecen situaciones con acciones, relaciones, colecciones de objetos o personajes. Los niños tuvieron la oportunidad de crear sus propias estrategias, de articularlas para compartirlas con sus compañeros y poder debatir sobre ellas.

Estas tesis aportan al presente proyecto de investigación la importancia de llevar al

aula diversas estrategias, que permitan a las docentes mejorar sus prácticas pedagógicas en torno a la enseñanza de la matemática y en consecuencia mejorar en los estudiantes su desempeño en el proceso para la resolución de problemas, con ayuda de la literatura, material concreto, el trabajo cooperativo, entre otras.

De igual manera, este rastreo de información, ayudó a conocer la postura de diferentes autores que referencian temas relacionados con la resolución de problemas y permitieron contrastar el trabajo realizado, proporcionando a las docentes investigadoras estrategias e información pertinente para el desarrollo de esta investigación.

## **2.2 Marco conceptual.**

A continuación se exponen los referentes teóricos que fundamentaron el trabajo desarrollado. Se expone la conceptualización de pensamiento matemático que sirvió de base para la reflexión inicial de las docentes investigadoras frente a sus prácticas pedagógicas. Posteriormente se profundiza en la concepción de problema, y en las estrategias de resolución implementadas: ABP y Modelo Integrado de Resolución de Problemas.

### **2.2.1 Pensamiento matemático.**

Uno de los elementos que hoy consideramos esenciales es que la enseñanza matemática debe pasar de la preocupación casi exclusiva del manejo de los números y las operaciones, al desarrollo de pensamiento matemático. En términos de Guzmán (2007),

Una de las tendencias generales más difundida hoy consiste en el hincapié en la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática que en la mera transferencia de contenidos. La matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido. Por ello, se concede una gran importancia al estudio de las cuestiones, en buena parte colindantes con la psicología cognitiva, que se refieren a los procesos mentales de resolución de problemas (p.27).

El pensamiento humano ha venido desarrollando diferentes saberes y competencias que le son útiles en su cotidianidad; la capacidad para resolver un problema, la habilidad para construir y adquirir conceptos, el orientarse y ubicarse en el espacio, los valores afectivos y sociales, son algunos aspectos en los que el pensamiento matemático está presente y se hace necesario fortalecer en las aulas de clase, es por esto que el Ministerio de Educación Nacional en

sus estándares curriculares, viene promoviendo en la comunidad educativa su iniciativa *Potenciar el pensamiento matemático ¡un reto escolar!*, una propuesta educativa que busca desarrollar en los estudiantes diversas habilidades y para lograrlo proponen que ...“es necesario que en los procesos de enseñanza de las matemáticas se asuma la clase como una comunidad de aprendizaje donde docentes y estudiantes interactúan para construir y validar conocimiento, para ejercer la iniciativa y la crítica y aplicar ese conocimiento en diversas situaciones y contextos” (MEN, 2006, p. 48).

Esta construcción de conocimiento se basa en un conocimiento conceptual (actividad cognitiva), que se asocia con el saber qué y el saber por qué, y procedimental, basado en las técnicas y estrategias para representar conceptos, las dos están ligadas al hacer y al comprender; se evidencian mediante una serie de actividades como: formular, plantear y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, formar modelos mentales y representarlos, formular preguntas y posibles respuestas, integrar el razonamiento, utilizar diferentes registros de representación, usar la argumentación, la prueba y la refutación, dominar procedimientos y algoritmos matemáticos, las cuales determinan si se es matemáticamente competente, y se centra en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional.

## **2.3 Problemas matemáticos.**

En el presente título se exponen los referentes conceptuales que sirvieron de fundamento a esta investigación. Se menciona la definición de problema, sus características, componentes y referentes teóricos sobre resolución de problemas

### **2.3.1 Concepto.**

Es fundamental definir qué es un problema matemático, pues su concepción influye en la forma de abordar el proceso de resolución de problemas por parte no solo de los estudiantes, sino de los maestros. Al hacer una búsqueda bibliográfica sobre las definiciones del problema, se encontraron diversas concepciones como las que refiere García (2010) y se mencionan a continuación:

Para Campistrous y Rizo “es toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo; esta vía de transformación es desconocida por el sujeto” (p. 22).

Perales lo define como “cualquier situación prevista o espontánea que produce, por un lado, un cierto grado de incertidumbre y, por el otro, una conducta tendiente a la búsqueda de solución” (p 22).

Resnick y Ford “situación que exige una búsqueda de soluciones posibles porque no existe ninguna solución obvia; esto implica utilizar la información disponible y buscar información necesaria para plantear la estrategia de resolución de problemas” (p.22).

En términos de Schoenfeld (1985) un problema no es inherente a una tarea matemática, más bien es una relación particular entre el individuo y la tarea; utiliza la palabra problema para referirse a una tarea que resulta difícil para el individuo que está tratando de resolverla.

Para Schoenfeld (citado por Santos 2014) Un problema tiene los siguientes componentes:

- La existencia de un interés; es decir, una persona o un grupo de individuos quiere o necesita encontrar una solución.
- La no existencia de una solución inmediata. Es decir, no hay un procedimiento o regla que garantice la solución completa de la tarea. Por ejemplo la aplicación directa de un algoritmo o conjunto de reglas no es suficiente para determinar la solución.
- La presencia de diversos caminos o métodos de solución. (algebraicos, geométricos, numéricos) aquí, también se considera la posibilidad de que el problema pueda tener más de una solución.
- La atención por parte de una persona o un grupo de individuos para llevar a cabo un conjunto de acciones tendientes a resolver esa tarea. Es decir, un problema es tal hasta que existe un interés y se emprenden acciones específicas para intentar resolverlo (p.61).

Para el caso de la presente de investigación se retoma la de Blanco (citado en Blanco, Caballero y Cárdenas, 2015) quien afirma:

Un problema es una situación en la que se formula una tarea que debe ser desarrollada, y en la que, en un ambiente de discusión, de incertidumbre y de comunicación se pretende alcanzar unos objetivos. En este propósito cuantitativo o no, pero que debe requerir técnicas Matemáticas, el proceso a seguir no debe ser conocido inmediata y fácilmente. Se requiere en todo caso una voluntad de atacar el problema provocado, por la necesidad de la solución o bien por algún tipo de motivación. (p.84).

Esta conceptualización es pertinente para la presente investigación, pues coincide en afirmar que un problema matemático se resuelve en medio de procesos de comunicación: elemento básico en el trabajo cooperativo que se implementará en los ciclos didácticos.

Se reconoce también la importancia de plantear problemas que lleven a los estudiantes a involucrarse con la resolución, y no ejercicios cuya respuesta sea conocida inmediatamente por éstos.

### **2.3.2. Características de un problema matemático.**

Un problema matemático es mucho más que un enunciado con sentido completo; constituye la representación de situaciones que requieren del desarrollo del pensamiento matemático, expresado no sólo por medio de signos lingüísticos sino gráficos, verbales o numéricos.

Villalobos (2008) menciona muy explícitamente las características de un problema matemático:

a) Todo problema matemático debe representar una dificultad intelectual y no sólo operacional o algorítmica. Debe significar un real desafío para los estudiantes.

b) Todo problema debe ser en sí mismo, un objeto de interés. Por tanto, debe ser motivante y contextual.

c) Debe tener multiformas de solución, es decir, puede estar sujeto a conocimientos previos, experiencias o se pueden resolver mediante la utilización de textos o personas capacitadas.

d) Puede estar adscrito a un objeto matemático o real, o simplemente a la combinación de ambos.

e) Debe establecerse en la idea de posibles soluciones mediante diferentes métodos, con exigencias e interrogantes relacionales.

f) Deben tener una dificultad no tan sólo algorítmica, sino también del desarrollo de habilidades cognitivas.

g) Se debe dar en una variedad de contextos, en distintas formas de representación de la información y en lo posible que sean resueltos por más de un modelo matemático (p.39).

### **2.4 Resolución de problemas.**

La resolución de problemas es una actividad fundamental en el desarrollo de las

matemáticas, ya que genera ambientes propicios para que los estudiantes, comprendan conceptos matemáticos.

En esta actividad se pone en juego el desarrollo de diferentes habilidades y el uso de estrategias que permitan no solo construir nuevos conocimientos, sino pensar matemáticamente. Santos (2014) afirma que “La resolución de problemas es una forma de interactuar y pensar acerca de las situaciones (problemas o conceptos) matemáticas” (p.18).

En el contexto escolar, se suelen emplear los problemas matemáticos como estrategia para aplicar los conceptos aprendidos en el área, y poco se aborda como estrategia para comprender o construir saberes nuevos para los estudiantes.

#### **2.4.1 Algunas concepciones sobre resolución de problemas.**

Contreras y Carrillo (1996) realizan un estudio para identificar las diferentes concepciones de los docentes sobre resolución de problemas en el aula, así como las tendencias didácticas en resolución de problemas. A continuación, se presenta un resumen de éstas.

##### ***2.4.1.1 Tendencia investigativa.***

En esta tendencia los problemas cobran el sentido de instrumentos institucionalizados de los aprendizajes, se trabajan durante todo el año escolar y se organizan de acuerdo con los objetivos planteados. Los problemas son polivalentes y a través de su resolución se promueve la metacognición. Los estudiantes abordan los problemas como una investigación donde se ponen en común diferentes puntos de vista a través del diálogo y la reflexión, por lo cual son protagonistas en el proceso de aprendizaje. El profesor genera problemas, orienta el proceso de resolución detectando fortalezas y dificultades, sugiriendo heurísticos para superar los “atascos” que puedan encontrar. Los errores son aprovechados para construir nuevos aprendizajes.

##### ***2.4.1.2 Tendencia espontaneísta.***

En ésta los problemas se convierten en vehículos para propiciar el descubrimiento espontáneo de los conceptos nuevos. Los problemas se eligen aleatoriamente de acuerdo con el contexto y el ambiente de aula, sin ir enfocados a un elemento conceptual específico. Aquí los problemas sirven para adquirir habilidad en ciertos procedimientos, para generar actitudes



positivas, por lo cual prevalece el trabajo en grupo. El protagonismo del proceso es compartido entre el docente y el estudiante. El profesor sugiere problemas, orienta a los estudiantes, y al final del proceso contribuye a la construcción de conclusiones.

A diferencia de la tendencia investigativa, en ésta, la solución no determina el final del proceso, sino el final de una etapa, pues la respuesta se emplea para generar nuevos problemas.

#### ***2.4.1.3 Tendencia tecnológica.***

Los problemas son la forma de aplicar la teoría. Por lo general el docente es el protagonista en la clase, pues promueve determinados esquemas para resolver los problemas y los estudiantes repiten procedimientos y aceptan resultados. Se le concede más importancia a la estructuración de conceptos.

#### ***2.4.1.4 Tendencia tradicional.***

Los problemas que son extraídos de listados externos, como libros de texto- se abordan como ejercicios planteados por el docente al final de una lección, con el propósito de aplicar el conocimiento. El docente es el protagonista del proceso, pues plantea problemas con proceso y solución únicos, y el papel del estudiante se limita a identificar el concepto o algoritmo que se debe aplicar. Lo más importante del proceso es el resultado, que debe ser validado por el docente, quien determina qué es lo correcto y lo incorrecto.

De acuerdo a estos planteamientos las docentes consideran que la presente investigación se enmarca dentro de la tendencia investigativa pues los estudiantes son los protagonistas en su proceso de aprendizaje, la resolución de problemas se desarrolla en un ambiente de diálogo, donde los errores son una oportunidad para el aprendizaje.

### **2.4.2 Creencias de los docentes sobre la resolución de problemas.**

Las creencias son establecidas de acuerdo con las primeras perspectivas o conocimientos que se tengan sobre la matemática, e influyen en la manera como se abordará la resolución de problemas o la enseñanza de un objeto matemático, de igual manera determinará el tiempo y dedicación a dicha tarea.

La resolución de problemas no es sólo uno de los fines de la enseñanza de las matemáticas, sino el medio esencial para lograr el aprendizaje, los estudiantes deberán tener

frecuentes oportunidades de analizar, explorar, resolver, evaluar y reflexionar sobre el proceso que conlleva resolver un problema matemático o incluso de la vida diaria. Es esencial que la resolución de problemas se establezca como el eje organizador del currículo de matemáticas, donde se aborde la enseñanza de los objetos matemáticos a partir de situaciones problemas de su cotidianidad.

Una creencia que se tiene frente a la resolución de problemas es que se trata de una tarea matemática en la que se aplican algoritmos y fórmulas, de forma que, si se resuelve un problema por esta vía, es muy probable resolver otro similar solo cambiando los datos. (Blanco, Caballero y Cárdenas, 2015).

Otra creencia en la enseñanza de las matemáticas, es la referida a las actitudes y emociones del docente frente al área, dado que esta relación entre lo cognitivo y lo afectivo influye en el comportamiento, aprendizaje y rendimiento de los estudiantes en esta área. Blanco (como se citó en Blanco, Caballero y Cárdenas, 2015).

Bohórquez (2014) hace una recopilación de las opiniones frente a los términos de creencias y concepciones que tienen diversos autores como: Pajares, Ponte, Pehkonen, Thompson, entre otros.

Pajares (1992) considera que las creencias están conformadas de tres componentes: el cognitivo (conocimiento), el afectivo (emoción) y el conductual (acción). Además, las creencias son un tipo de conocimiento basado en evaluaciones y juicios ligados a la componente afectiva, mientras que el conocimiento se basa en hechos objetivos.

Ponte (1994) también establece que las creencias personales no requieren, incluso, consistencia interna. Esto implica que las creencias son a menudo discutibles, más inflexibles, y menos dinámicas que otros aspectos del conocimiento. Las creencias juegan un papel más importante en aquellos dominios del conocimiento en los que la verificación es difícil o imposible (p. 30) .

Por su parte, Ponte (1994) señala que las concepciones pueden ser vistas como el plano de fondo organizador de los conceptos. En donde las concepciones se constituyen como “miniteorías”, o sea cuadros conceptuales que desempeñan un papel semejante a los

presupuestos teóricos de los científicos. Para este autor, las concepciones condicionan la forma de abordar las tareas y ligadas a ellas están las actitudes, las expectativas y el entendimiento que cada sujeto tiene de lo que constituye su papel en una situación dada (p. 195).

Pehkonen (2006), también relaciona las creencias con las concepciones, pues define las concepciones como las creencias conscientes. De esta manera, las concepciones forman un subgrupo de las creencias (Pehkonen, 2006). En donde el autor entiende las creencias de un individuo como lo subjetivo, basado en la experiencia, el conocimiento y las emociones a menudo implícitos en algún asunto o el estado del arte.

Thompson (1992) señala que las concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas son también probablemente reflejo de los puntos de vista, aunque tácitos, del conocimiento matemático de los estudiantes, de cómo ellos aprenden matemáticas, y de los roles y objetivos de la escuela en general.

Kuhs y Ball (1986) identificaron cuatro modelos de enseñanza de las matemáticas asociadas a formas de actuación en el aula (gestión del aula) en las concepciones de los profesores. Un modelo establecido desde un punto de vista constructivista; un segundo modelo centrado en el contenido con énfasis en la comprensión conceptual; un tercer modelo centrado en el contenido con énfasis en el desempeño y finalmente un cuarto modelo está centrado en el aula.

Para estos autores, los términos están muy ligados especialmente al conocimiento que tiene el docente al enfrentarse a una situación de enseñanza en el aula u otro escenario. Las creencias son más discutibles, ya que involucran emociones y acciones, las concepciones por su parte se basan en la organización de contenidos, cómo abordar las tareas y las experiencias que surgen en este proceso.

#### **2.4.3 Dimensiones en la resolución de problemas.**

Schoenfeld (citado por Santos, 2014) sugiere que para entender cómo intentan los estudiantes resolver problemas y de acuerdo a ello proponer actividades que puedan ayudarlos, es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar dimensiones o categorías en la instrucción matemática. Este autor encontró que existen cuatro dimensiones que influyen en el

proceso de resolver problemas.

1. Recursos: se refieren a los conocimientos previos del individuo. Dentro de éstos se mencionan:

a) Dominio del conocimiento o recursos: se refiere a lo que el individuo sabe y las formas en que adquiere ese conocimiento. Schoenfeld identifica cinco tipos de conocimientos que influyen en este dominio.

b) Conocimiento informal e intuitivo del dominio (la disciplina) o del problema por resolver: se relaciona con las ideas que los estudiantes tienen acerca del uso de conceptos en el mundo real.

c) Hechos y definiciones: son los inventarios de recursos no solamente de conocimientos, hechos y definiciones básicas, sino también la forma en la que el estudiante recuerda ese conocimiento y tiene acceso a él para resolver el problema.

d) Procedimientos rutinarios: es el plan para resolver el problema y la evolución de este durante el proceso de solución.

e) Errores consistentes o recursos débiles: cuando se cometen varios errores, se puede pensar que es el resultado de un mal aprendizaje.

2. Los métodos heurísticos: son estrategias generales para avanzar en la resolución de un problema, Schoenfeld (1985) ilustra que una estrategia heurística general origina otras subcategorías que se aplican en diferente forma, él mismo sugiere que no es solo identificar las subcategorías sino que también el estudiante debe ser entrenado en el uso de cada una de estas subestrategias.

3. Las estrategias metacognitivas: se refieren al conocimiento de nuestro propio proceso cognoscitivo, al monitoreo activo y a la consecuente regulación de los procesos utilizados en la resolución de problemas. Schoenfeld (1987) identificó tres categorías donde se presenta la metacognición : a) el conocimiento acerca de nuestro propio proceso, b) el control y la autorregulación c) creencias e intuiciones.

Igualmente se sugieren algunas actividades que pueden ayudar a desarrollar habilidades metacognitivas en la resolución de problemas: el uso de videograbaciones,

conocer las dificultades que se presentan, discutir los problemas y resolverlos en pequeños grupos, para que el estudiante use eficientemente la estrategia se debe estar observando y retroalimentando durante el proceso de resolver el problema.

4. Los sistemas de creencias: aquí se ubica la concepción que tenga el individuo de las matemáticas, y esta proviene del tipo de instrucción que recibe en el salón de clases, al respecto Santos (1994) afirma que cuando un estudiante se enfrenta a problemas donde solo tiene que aplicar reglas, algoritmos o fórmulas, generalmente se observa cierta fluidez y eficiencia al resolverlos. Sin embargo, cuando se le pide explicar o interpretar cierta información estos mismos estudiantes muestran serias dificultades.

#### **2.4.4 Enseñanza de la resolución de problemas.**

En el entorno escolar resulta más significativo aprender conceptos nuevos a partir de la necesidad de dar solución a un problema, tal como lo plantean Alsina C. Burgués, C., Callejo de la Vega, M., García, J., Pérez, R., Ruiz, L., y Torra, M.(2008).

Para conseguir unos aprendizajes más funcionales, es preciso superar el esquema clásico: primero enseñar y después aplicar, para pasar a aprender directamente en situaciones en las que se precisa un determinado conocimiento, es decir, en situaciones de uso. Es en estas situaciones cuando el objetivo está más claro y el aprendizaje surge como necesario para conseguir el objetivo, contando con los recursos al alcance o buscando nuevos recursos si fuera necesario (p.84).

En consecuencia es necesario que en el aula de clases, además de generar espacios para que los estudiantes resuelvan problemas, el docente enseñe a sus estudiantes a realizar este proceso, orientandolos en la comprensión del problema, la búsqueda e implementación de estrategias y la revisión de los resultados.

Hay una aceptación general de que el primer objetivo de la enseñanza de las matemáticas debe ser convertir a los alumnos en competentes resolutores de problemas. Pero si queremos que la resolución de problemas sea educativamente eficaz, ha de contribuir a desarrollar determinadas capacidades básicas en los alumnos: leer comprensivamente, reflexionar, establecer hipótesis, planificar y evaluar las estrategias, comprobar resultados y saberlos comunicar. (Casas y Torres, p.149).

### ***2.4.5 Retos para enseñar a resolver problemas matemáticos.***

Abordar la enseñanza de la Resolución de Problemas trae consigo diferentes retos para los docentes, pues no se trata solamente de plantear un problema al iniciar una lección, o de transformar problemas rutinarios en problemas que verdaderamente promuevan el desarrollo del pensamiento, sino que requiere de una transformación de concepciones, métodos y estrategias de evaluación.

En cuanto a lo metodológico, Villalobos (2008) plantea una serie de procedimientos necesarios a la hora de enseñar a resolverlos:

Trabajar con actividades de enseñanza coherente con los contenidos y adecuada al tiempo disponible.

Dominar estrategias didácticas para el trabajo con resolución de problemas.

Plantear problemas matemáticos cercanos y vinculados al nivel y contexto de los estudiantes.

Evitar el trabajo mecánico y rutinario con la utilización sólo de ejercicios algorítmicos, prácticas mal asociadas a la resolución de problemas.

Promover la capacidad de comprender el problema y concebir un plan de solución, evitando centrar sólo la atención en el resultado y la ejercitación del contenido matemático.

Evitar rutinas de actividades similares, relacionando los problemas matemáticos a otras situaciones de la vida.

Insistir en la verificación, explicitación o justificación de los razonamientos presentes durante los procesos de resolución (p.45)

Los aportes de Villalobos (2008) constituyen una orientación para la caracterización de las prácticas de las docentes investigadoras, y dan pautas para reflexionar acerca de la forma en que se debe abordar la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos.

#### **2.4.6 Importancia de enseñar a resolver problemas matemáticos.**

Como se ha mencionado en apartados anteriores, la resolución de problemas se ha constituido en un elemento que puede marcar la diferencia entre una enseñanza convencional y una orientada hacia la búsqueda de sentido de los aprendizajes construidos en diferentes áreas del saber. En este sentido, es necesario mencionar algunas de las ventajas de desarrollar esta competencia. Villalobos (2008) plantea:

La enseñanza por resolución de problemas favorece la autonomía, el emprendimiento de resolución y el reconocimiento de múltiples soluciones.

La resolución de problemas matemáticos debe facilitar el abordar de manera reflexiva y metódica y con una disposición crítica y autocrítica, tanto situaciones del ámbito escolar como las vinculadas con la vida cotidiana a nivel familiar, social y laboral.

Como procedimiento, la resolución de problemas tiene la finalidad de trabajar su aprendizaje por medio de la investigación y con los aprendizajes previos, es decir, conectar y aplicar dichos aprendizajes con las matemáticas que se conocen y se conocerán (p.40).

#### **2.4.7 Roles en las prácticas orientadas a la enseñanza de la resolución de problemas.**

Abordar la resolución de problemas en el aula implica no solo abandonar el esquema cerrado de enseñar fundamentalmente a emplear los algoritmos para resolver ejercicios aislados y carentes de sentido, y empezar a fortalecer el pensamiento matemático a través del análisis y resolución de problemas. El estudiante, en esta perspectiva cobra un papel protagónico, en tanto es capaz de descifrar una situación, cuestionar, comprender y dar una respuesta empleando el método que mejor considere, pero también el docente se convierte en un facilitador de espacios de aprendizaje, un dinamizador de los procesos de indagación, orientador en la construcción de interrogantes y en la formulación de nuevos problemas.

Abrir un espacio para trabajar problemas matemáticos tiene diferentes implicaciones y

retos para el docente. Es una estrategia que le permite generar una nueva dinámica en el aula: promover la curiosidad, la formulación de preguntas, la construcción de enunciados. Polya (citado por Iriarte y Sierra, 2011) manifiesta que:

El profesor tiene en las manos la llave del éxito ya que, si es capaz de estimular en los alumnos la curiosidad, podrá despertar en ellos el gusto por el pensamiento independiente; pero, si por el contrario dedica el tiempo a ejercitar en operaciones de tipo rutinario, matará en ellos el interés (p.77).

#### ***2.4.8 Dificultades en la Resolución de Problemas matemáticos.***

Existen distintos factores que influyen en los estudiantes al momento de resolver problemas y que afectan el desarrollo de este proceso matemático, estas dificultades fueron catalogadas por Juidías y Rodríguez (2007) en cuatro aspectos:

a. Conocimientos de base

- Dificultades en la comprensión del problema debido a deficiencias semánticas, lingüísticas, de comprensión lectora o por el lenguaje utilizado en el enunciado del problema.

- Dificultad para elegir la estrategia que resuelve el problema, aunque comprende el enunciado.

- Los estudiantes no identifican qué conocimientos emplear para resolver un problema, como consecuencia de la forma aislada en que le fueron enseñados.

b. Heurísticos: En este aspecto las dificultades están ligadas a las prácticas pedagógicas, pues no se enseñan las heurísticas de manera explícita haciendo referencia en su utilidad y aplicación en diferentes contextos, por lo cual los estudiantes no poseen el conocimiento apropiado del uso de ellas en el proceso de resolución de problemas.

c. Procesos metacognitivos:

- Los estudiantes aunque conocen diferentes heurísticas, no son capaces de determinar en qué problemas se emplean

- Dificultad de los estudiantes para cambiar su punto de vista y/o estrategia



cuando estas no los conducen a resolver el problema. Además les cuesta encontrar diferentes caminos para resolver un mismo problema.

- Los estudiantes no están en capacidad de verificar su estrategia y cuando se presente el caso corregir los errores que ha cometido en el proceso de RPM
- Los estudiantes suelen leer el enunciado sin hacer un análisis detallado del mismo, en consecuencia proponen como estrategia de solución un algoritmo que ha sido mecanizado, pero no están en capacidad de explicar el procedimiento realizado.

Todos estos aspectos están ligados a los procesos que se llevan a cabo al interior de las aulas donde son pocos los espacios que permiten a los estudiantes hacer reflexiones metacognitivas sobre la RPM. De igual manera la retroalimentación que se brinda a los estudiantes está ligada más a la respuesta que al proceso.

d Componentes afectivos: Este aspecto está ligado a las concepciones y creencias que poseen tanto los estudiantes como los maestros, provenientes de su contexto o de vivencias; las cuales determinan el desempeño en la resolución de problemas, entre ellas se encuentran:

- La matemática está ligada a las operaciones por tal razón solo se requiere la memorización y cumplir una serie de reglas.
- Los problemas matemáticos se resuelven en pocos pasos y de manera rápida.
- El rol del maestro es transmitir conocimientos y el del estudiante recibirlos para luego ser evaluados mediante la resolución de una serie de ejercicios o problemas.
- Los problemas matemáticos sólo se resuelven mediante una o varias operaciones.
- En los problemas aparecen una serie de palabras claves que indican qué algoritmo aplicar.
- Solo algunos estudiantes son buenos en resolver problemas porque se requieren de habilidades especiales para tal fin.

## **2.5 Aprendizaje basado en problemas (ABP): una alternativa para mejorar en el proceso de resolver problemas**

Se profundiza conceptualmente en el ABP luego de hacer una búsqueda de estrategias que permitieran transformar las prácticas pedagógicas frente a la resolución de problemas.

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es una metodología sustentada en el

constructivismo que tiene sus orígenes en la década de los 60's en Estados Unidos y Canadá, en las facultades de medicina. Barrows (citado por Morales & Landa, 2004) define el ABP como “un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e interrogación de los nuevos conocimientos” (p.147).

Esta metodología tiene por objetivo mejorar la calidad de la educación, haciendo un cambio en la orientación del currículo, de tal manera que este sea más integrado, pues permite incorporar diversas áreas del conocimiento y orientarlo hacia problemas de la vida cotidiana, los cuales son el vehículo para el aprendizaje.

En el modelo conductista (metodología empleada actualmente en la institución), el proceso de aprendizaje se da por las siguientes fases: se presentan los contenidos, se memorizan, se aplican problemas para reforzar lo aprendido.

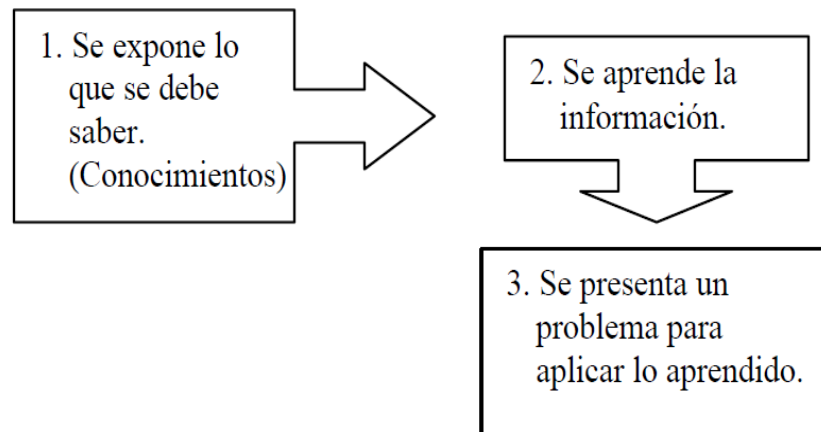


Figura 3 Pasos del proceso de aprendizaje en el esquema convencional. Instituto Tecnológico y de estudios superiores de Monterrey (2004)

Lo anterior es una metodología monótona en la que solo se busca practicar un concepto aprendido; ésta cohibe a los estudiantes en la construcción de conocimiento; con el método del ABP el proceso de aprendizaje se realiza en 4 fases: se inicia con un problema, se crea la necesidad de resolverlo, se construye el conocimiento y se generan nuevos problemas. Como lo plantea el Instituto Tecnológico y de estudios superiores de Monterrey (2004)

El objetivo no se centra en resolver el problema sino en que éste sea utilizado como base para identificar los temas de aprendizaje para su estudio de manera independiente o grupal, es decir, el problema sirve como detonador para que los alumnos cubran los objetivos de aprendizaje del curso (p.4).

Pasos del proceso de aprendizaje en el ABP:

### **Pasos del proceso de aprendizaje en el ABP**

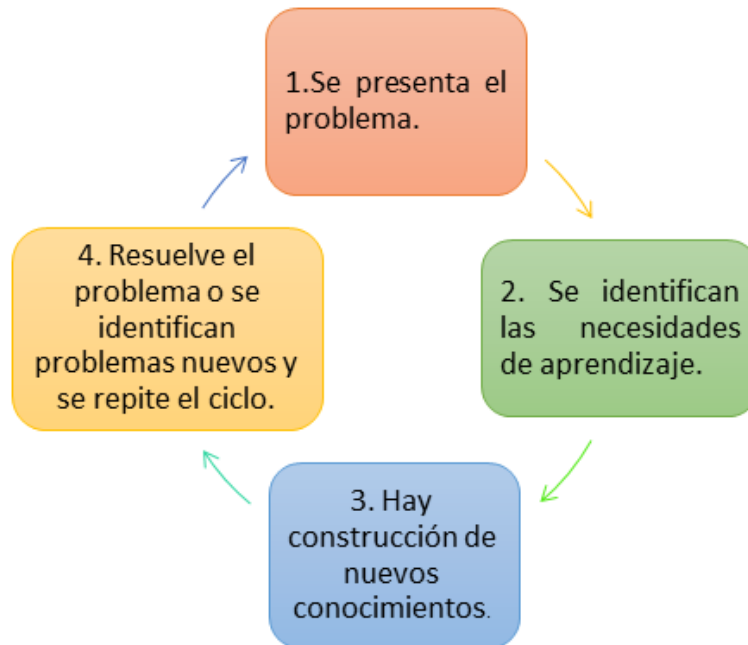


Figura 4 Pasos del proceso de aprendizaje en el ABP. Adaptación del esquema propuesto por Instituto Tecnológico y de estudios superiores de Monterrey (2004)

#### **2.5.1 Características y principios del Aprendizaje Basado en Problemas.**

Barrows como se cita en Vázquez (2008) menciona que las características fundamentales del ABP son:

- a. El aprendizaje se centra en el alumno. Los estudiantes deben tomar la responsabilidad de su propio aprendizaje bajo la guía de un tutor, deben identificar los elementos necesarios para entender y manejar el problema en el cual se trabaja y saber localizar la información necesaria.

- b. Generación del aprendizaje en grupos pequeños. Los equipos de trabajo se conforman por cinco a ocho alumnos.
- c. El docente es un facilitador. El rol del maestro es plantear preguntas a sus alumnos que les ayuden a cuestionarse y encontrar por ellos mismos la mejor ruta de entendimiento y manejo del problema.
- d. El método se orienta a la solución de problemas.
- e. Los problemas generan habilidades. Es recomendable la solución de un problema real o lo más cercano posible a una situación real, y contener preguntas abiertas que no se limiten a una respuesta concreta y estar ligados al conocimiento previo.
- f. El aprendizaje autodirigido genera nuevo conocimiento. Durante la tarea, los estudiantes trabajan juntos, discuten, comparan, revisan y debaten permanentemente lo que han aprendido.

### **2.5.2 ¿Qué deben hacer los alumnos al enfrentarse a un problema en el ABP?**

El Instituto Tecnológico y de estudios superiores de Monterrey (2004) describe el proceso de los estudiantes cuando resuelven problemas en la metodología ABP.

- Analizar el escenario en el que se presenta el problema.
- Identificar la información con la que se cuenta
- Elaborar grupalmente una lista de lo que se requiere para enfrentar al problema, preparar un listado de preguntas de lo que se necesita saber para poder solucionar el problema.
- Recopilar y analizar la información: El equipo busca información en todas las fuentes pertinentes para cubrir los objetivos de aprendizaje y resolver el problema
- Plantearse los resultados, es decir, resolver el problema. Todo el grupo debe participar en este proceso de tal modo que cada miembro tenga la capacidad de responder a cualquier duda sobre los resultados.
- Retroalimentar: el proceso de retroalimentación debe ser constante a lo largo de todo el proceso de trabajo del grupo, de tal manera que sirva de estímulo a la

mejora y desarrollo del proceso (p.13).

## **2.6 Modelo Integrado de la resolución de Problemas**

El proceso para la resolución de problemas se desarrolla a lo largo del tiempo e implica que los estudiantes no sólo resuelvan una serie de problemas de diferentes estructuras, sino que también participen de espacios donde se posibilite el trabajo Cooperativo el cual ayuda en este aprendizaje tal como lo menciona Blanco y Caballero (2015) “La comunicación que se establece entre los estudiantes resolviendo el problema es una buena base que permite reflexionar y discutir sobre el proceso seguido, y favorece que los resolutores puedan comprender y asimilar los diferentes procedimientos para resolver problemas”(p.110).

Adicionalmente es importante que se presenten diversas estrategias o heurísticas para resolver problemas que permitan a los estudiantes desarrollar esta habilidad; generalmente estos modelos se fundamentan en Polya como se citó en Lorenzo y Caballero (2015), a través del desarrollo de cuatro fases: comprender el problema, concebir un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva.

En ese orden de ideas se propone implementar dentro de la estrategia el Modelo Integrado de la resolución de Problemas, propuesto por Caballero (2011, 2013), compuesto de cinco fases las cuales se representan en la siguiente figura:



Figura 5 Modelo Integrado de RPM (Caballero, 2011, 2013. p.113).

En la primera fase se busca que los estudiantes se acerquen al problema, comprendan el enunciado y evidencien sus dificultades o inquietudes con relación a la situación problemática que se les ha planteado. Es importante dentro de la RPM, como lo menciona Blanco y Caballero (2015) “(...) desmontar el error de enseñar a resolver problemas en primaria asociando palabras con operaciones que pudieran utilizarse para resolver los problemas” (p.114). Generalmente los maestros aducen que cuando en un problema aparece la palabra añadir, más, se debe realizar una adición, o por el contrario si aparece la palabra menos, quitar, perdió, se asocia a una diferencia.

Adicionalmente, dentro de esta primera fase es importante que los estudiantes cuenten con material concreto, realicen gráficos, parafraseen y descompongan el problema para así llegar a la comprensión de su enunciado.

La segunda fase tiene que ver con la búsqueda o el diseño de estrategias de solución, aquí es importante que el estudiante investigue, reflexione, argumente e identifique la más apropiada, al respecto Santos (citado por Blanco y Caballero, 2015) manifiesta que “no solamente es importante que el estudiante conozca la existencia de ciertas estrategias, sino que también es importante que desarrolle una serie de habilidades que le permitan identificar en qué situaciones

utilizarlas” (p. 118).

En la tercera fase se ejecutan las estrategias propuestas, aquí es clave que en todo momento los estudiantes registren, expliquen los pasos que han seguido, resalten sus logros y por supuesto, mantengan el orden y la precisión

La cuarta fase corresponde al análisis del proceso y de la solución, este proceso es clave pues no solo consiste en resolver el problema, sino debe ser un espacio que se aproveche para la asimilación de nuevos aprendizajes, creando un enlace con los objetivos propuestos, conceptos, heurísticas o procedimientos algorítmicos; todo esto para transferir este conocimiento a problemas que se trabajen más adelante, porque tal como lo afirman Blanco y Caballero (2015)

La actividad de resolución de problemas no está enteramente concluida porque las respuestas dadas sean correctas. Lo estará si el resolutor comprende y es capaz de explicar lo que ha hecho, cómo lo ha hecho y por qué sus acciones son las apropiadas para esa situación (p. 120)

En la última fase buscan fortalecer la parte afectiva y cognitiva frente a la resolución de problemas, es decir, que haya sido una actividad que aunque genera un desafío fortalezca la confianza y la adquisición de nuevos conocimientos.

Teniendo en cuenta que el objetivo de la presente investigación busca transformar las prácticas pedagógicas de las docentes investigadoras, es necesario conocer a la luz de los autores los aspectos que se deben tener en cuenta al abordar la práctica docente y de esta manera articular los planteamientos teóricos en torno a la resolución de problemas y el actuar del docente.

## **2.7 Práctica pedagógica.**

Se concibe la práctica pedagógica como el actuar del docente dentro y fuera del aula, Llinares (2002) la define como “una práctica que debe ser comprendida y aprendida, y se articula a través de acciones cómo diagnosticar, planificar, evaluar y gestionar debates...” (p.116).

Esta concepción implica una transformación del rol docente, quien no es aquel que posee el conocimiento absoluto y lo debe transmitir a sus estudiantes, los cuales simplemente se

limitan a recibirlo para luego dar cuenta de ello a través de la evaluación. Por el contrario la práctica pedagógica debe estar enfocada a que el docente sea reflexivo, analítico y crítico en torno a las vivencias que se dan con relación a los procesos de aprendizaje, en consecuencia surge la necesidad de la investigación para dar respuesta a las situaciones problema que suceden al interior de las aulas y descubrir los elementos e instrumentos que fortalecen la práctica pedagógica.

La práctica pedagógica entonces requiere que el maestro se reinvente continuamente, pues lo que el docente cree que sabe y sus creencias en torno a la enseñanza terminan condicionando sus métodos y su proceder en el que hacer docente.

#### *Los instrumentos característicos de la práctica.*

Se constituyen como los medios para hacer o construir un fin, los docentes los utilizan como una forma de razonar, incluir conceptos, generar discursos, que permiten la interacción dentro de la comunidad.

Los instrumentos técnicos son todas las herramientas materiales con las que cuenta el docente para trabajar y evaluar el conocimiento de los estudiantes.

Los instrumentos conceptuales, son los conceptos, tipos de problemas, estrategias de solución, lo que permite comprender la realidad de lo que se enseña.

Finalmente, para analizar la práctica pedagógica es necesario implementar cambios significativos que se centren en los análisis críticos de los procesos formativos, contextos escolares y prácticas de aulas.

Las aulas de clase deben dejar de ser un lugar donde se agrupan una cantidad de estudiantes, quienes solo deben estar pendientes de lo que diga el docente, y se conviertan en autores y partícipes de su propio aprendizaje y constructores de su conocimiento.

El docente debe alejarse del papel de conocedor absoluto en el aula y convertirse en un constructor y enriquecedor de conocimiento, creando espacios y situaciones de aprendizaje creativo, de igual manera hacer representaciones de la realidad que estén más cercanas a las



vivencias de los estudiantes.

### **2.7.1 Planeación**

La planeación es el principal aspecto que se debe tener en cuenta para el momento de realizar una clase, ya que de allí parten todos los saberes, dificultades, enseñanza y variable que se le pueden presentar a un docente en su práctica.

Para la presente investigación las docentes basaron sus planeaciones en los cuatro aspectos que presenta Gómez (2007), análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación. Cada uno de estos análisis se centra en una de las dimensiones del currículo y todos tienen un objetivo común: contribuir al diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas sobre temas concretos de las matemáticas escolares, y son descritos de la siguiente manera.

a) Análisis de contenido: Cañadas y Gómez (2007), El primer paso es hacer una revisión de ese contenido matemático para conocer sus diferentes significados. Este análisis se aborda a través de tres organizadores del currículo: (a) estructura conceptual, (b) sistemas de representación y (c) fenomenología.

*Campo conceptual:* Hace referencia a la sustancia del conocimiento: qué es lo que lo compone.

En él, se pueden identificar diferentes niveles: (a) hechos, (b) conceptos y (c) estructuras conceptuales Rico, (citado en Gómez , 2007), establece que los hechos son las unidades más pequeñas de información dentro de un tema matemático y se suelen distinguir entre: (a) términos, (b) notaciones, (c) convenios y (d) resultados.

*Campo procedimental:* incluye los procedimientos y modos de actuación con respecto al conocimiento. Rico, distingue entre (a) destrezas, (b) razonamientos y (c) estrategias. Las destrezas se ejecutan procesando hechos, se produce una manipulación de símbolos y transformaciones. Los razonamientos se ejecutan sobre conceptos y las estrategias se ejecutan sobre estructuras conceptuales a través de diferentes sistemas de representación.

b) Análisis cognitivo: González y Gómez (2007), permite hacer una descripción de lo que

el profesor espera que el estudiante aprenda sobre el tema matemático en cuestión y sobre sus previsiones acerca del modo en que el estudiante va a desarrollar ese aprendizaje.

El análisis cognitivo da respuesta a las siguientes cuestiones.

- Establecer las expectativas de aprendizaje que se desean desarrollar en el tema matemático, al considerar distintos niveles en la formulación de expectativas, y diferenciar el ámbito cognitivo y el afectivo.
- Caracterizar las expectativas de aprendizaje del tema de modo que sean operativas y orienten el diseño de tareas para el aula. Para ello, se presentarán distintas herramientas que permitirán expresar las hipótesis del profesor sobre cómo se puede desarrollar el aprendizaje al abordar tareas matemáticas. Estas herramientas tendrán en cuenta las capacidades que activen los estudiantes al resolver problemas, las dificultades y los errores que surjan, y los elementos afectivos que intervengan en el proceso de aprendizaje.

c) Análisis de instrucción: Gómez y Mora (2007), introducción de conceptos y proposición de técnicas para la búsqueda, diseño, descripción, análisis y modificación de las tareas y de la secuencia de tareas que configuran la propuesta del profesor para la enseñanza de un tema de las matemáticas escolares. Esto se basa en la información que surge de la caracterización de los objetivos de aprendizaje.

d) Análisis de actuación: Romero y Gómez (2007) consta de tres partes: (a) la planificación del análisis, (b) el análisis a lo largo de la implementación y (c) el análisis a posteriori. En este módulo, previo a la implementación, se planificará todo lo necesario para la recogida de los datos y para su análisis a lo largo de la implementación. Los principios y procedimientos de la evaluación formativa nos servirán de base para hacerlo. La comparación global de lo planificado con lo acaecido en el aula, así como las reformulaciones pertinentes, se llevará a cabo en los módulos siguientes, una vez implementadas las propuestas didácticas.

Los cambios propuestos en la manera de concebir el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas tienen que venir acompañados de un cambio acorde en la evaluación. Esto es así porque la evaluación es, probablemente, la actividad de la enseñanza que muestra de forma más clara a qué se le concede importancia realmente. Aquello a lo que el profesor da importancia es percibido también por los alumnos, que actúan en consecuencia y adaptan a la evaluación sus estrategias de aprendizaje. Por ello, la forma en la que el profesor elige evaluar a sus estudiantes

tiene un impacto importante en su experiencia matemática y, por ende, en su visión de las matemáticas.

### **2.7.2 Implementación**

En esta etapa se llevan a cabo las acciones diseñadas por el docente para alcanzar los objetivos propuestos en la primera fase. Se hace uso de técnicas de recolección de información que permitan determinar la pertinencia de las decisiones tomadas en la planeación. Latorre (2007) menciona que luego de idear el plan de acción, el investigador tiene que llevarlo a la práctica y a la luz de ésta ver si resulta como esperaba. En esta fase es importante registrar lo que ocurre para determinar los efectos que los cambios generan en la situación, recoger datos para obtener las evidencias y si es necesario modificar el plan a la luz de los resultados y continuar con la acción. Las acciones implementadas por el investigador deben ser controladas a través de técnicas de recogida de datos. La observación tiene que controlar siempre lo que ocurre con las acciones que se implementen en el plan de acción.

**2.7.3 Evaluación:** en esta fase se pretende determinar el impacto de las acciones desarrolladas en las categorías de análisis. Para lograrlo es indispensable contar con la perspectiva de diferentes integrantes del equipo investigador.

Tenemos que reflexionar y evaluar los resultados; ver qué han supuesto de cambio o mejora, las ventajas y los inconvenientes. Continuar así hasta lograr la mejora o cambio pretendido. La investigación-acción es un proceso progresivo, que procede paso a paso en busca de la mejora y de una mejor calidad de la enseñanza. Para evaluar su investigación necesita considerar si ha tenido lugar la mejora que afirma. Esto ocurre al recoger información, identificar criterios de mejora, seleccionar fragmentos de datos que sirvan como evidencia de la mejora, casar esa evidencia con su preocupación inicial de investigación y presentar su trabajo a otros para que juzguen si ha tenido lugar la mejora establecida. (Latorre, 2007, p.80 )

**2.7.4 Reflexión:** esta fase del ciclo se encuentra en constante desarrollo durante la investigación, pues es el elemento que permite al docente investigador cuestionar y comprender sus prácticas, realizando un proceso de análisis de los datos y de triangulación de los mismos a la luz de las categorías de análisis. El resultado de esta fase debe dar inicio a un nuevo ciclo PIER.

La reflexión, en la investigación-acción, constituye la fase con la que se cierra el ciclo y da paso a la elaboración del informe y posiblemente al replanteamiento del problema para iniciar un nuevo ciclo de la reflexión. Constituye uno de los momentos más importantes del proceso de investigación-acción. No es una fase aislada en el tiempo, ni algo que ocurre al final de la investigación, sino una tarea que se realiza mientras persiste el estudio.

La reflexión o análisis de datos la entendemos como el conjunto de tareas -recopilación, reducción, representación, validación e interpretación- con el fin de extraer significados relevantes, evidencias o pruebas en relación con los efectos o consecuencias del plan de acción. La tarea de analizar e interpretar da sentido a la información obtenida. Es una tarea que requiere creatividad por parte del investigador. En este sentido es un proceso singular y creativo, donde el componente artístico tiene un peso importante. La reflexión e interpretación nos permiten indagar en el significado de la realidad estudiada y alcanzar cierta abstracción o teorización sobre la misma. La reflexión es el proceso de extraer el significado de los datos; implica una elaboración conceptual de esa información y un modo de expresarla que hace posible su conservación y comunicación. (Latorre, 2007, p.83)

## Capítulo 3 Metodología

En la práctica docente es importante hacer ejercicios de reflexión constante que permitan analizar e intervenir en las dificultades que se generan al interior de las aulas, por tal razón la presente investigación nace de la necesidad de transformar las prácticas pedagógicas de las docentes investigadoras para fortalecer en los estudiantes su desempeño en la RPM.

Para lograr este propósito es fundamental determinar las fases que seguirán el proceso investigativo, en consecuencia en el presente capítulo se expone el enfoque y el diseño que orientó el desarrollo de la investigación; además, se determina el alcance del proceso investigativo. Así mismo se describe la población objeto de estudio, las dimensiones y categorías de análisis, los instrumentos empleados para la recolección de la información y las fases llevadas a cabo en la investigación.

### 3.1 Enfoque

Teniendo en cuenta que la problemática identificada se relaciona con lo que a diario sucede en las clases de matemáticas, el enfoque cualitativo fue el más pertinente para abordar el proceso de investigación. Como lo plantean Blasco y Pérez (2007), permitió el estudio de la realidad a través de procesos de observación y reflexión sobre las prácticas pedagógicas de las docentes investigadoras y su incidencia en el proceso de resolución de problemas de los estudiantes.

Se buscó no solo identificar las posibles causas de las dificultades de los estudiantes, sino también adelantar acciones para transformar dicha problemática. Como lo plantea León y Montero, citados en Sampieri, Fernández y Baptista (2010), mediante la investigación acción se logró representar el estudio de un contexto social donde mediante un proceso de investigación con pasos “en espiral”, se investigó y se realizó intervención al mismo tiempo. (p. 510). Por esta razón la investigación se desarrolló en tres ciclos de Planeación, Implementación, Evaluación y Reflexión.

En consecuencia la reflexión pedagógica sobre las prácticas fue una herramienta fundamental en todas las etapas de la investigación. La observación participante fue la técnica

principal para la recolección de información. Se utilizaron como instrumentos de recolección de datos: el diario de campo, el material audiovisual, pruebas escritas y matrices de análisis.

### **3.2 Alcance**

El alcance del presente proyecto fue explicativo pues se orientó en buscar y exponer las causas de las dificultades que presentaban los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas matemáticos, lo que condujo a reflexión de la práctica pedagógica de las docentes investigadoras en busca de una transformación de la misma.

Mediante el cumplimiento de los objetivos específicos que permitieron en primera instancia su caracterización a partir de una reflexión inicial, se determinaron estrategias que ayudaron a mejorar la práctica pedagógica en cada una de las aulas, y se brindaron diferentes métodos que les permitieron a los estudiantes mejorar en el proceso para la resolución de problemas.

### **3.3 Diseño de investigación**

Se adopta un diseño de investigación acción, ya que su objetivo fue no solo caracterizar las prácticas de las docentes investigadoras, sino mejorarlas a partir de la reflexión continua.

Elliott (1993) define la investigación-acción como «un estudio de una situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma». La entiende como una reflexión sobre las acciones humanas y las situaciones sociales vividas por el profesorado que tiene como objetivo ampliar la comprensión (diagnóstico) de los docentes de sus problemas prácticos. Las acciones van encaminadas a modificar la situación una vez que se logre una comprensión más profunda de los problemas. (Latorre, 2005, p.29)

Para el caso del problema de investigación este diseño permitió a las docentes investigadoras analizar la problemática relacionada con sus prácticas pedagógicas en el área de matemáticas, lo que influía directamente con el desempeño de sus estudiantes en el proceso de la resolución de problemas; y por medio de un proceso cíclico determinar y evaluar estrategias a implementar en busca de la transformación de las prácticas pedagógicas.

Para este diseño de investigación se plantearon tres ciclos de reflexión, que parten del análisis y se llevan a la acción con una espiral constante de Planificación, Intervención,

Evaluación y Reflexión denominados ciclos PIER, el cual es un proceso que se constituye en etapas de acción que inicia con una reflexión acerca del problema de investigación, luego se procedió a realizar una planeación de estrategias que posteriormente se implementaron en el aula, para luego ser evaluadas con el fin de hacer una reflexión sobre lo que funcionó, lo que mejoró, lo que se debía reestructurar, es decir, se evaluaron los aspectos que se consideraron relevantes para implementar el siguiente ciclo de reflexión.

### **3.4 Población**

La Institución Educativa Departamental Integrada de Sutatausa (IEDIS) es una entidad pública integrada por 10 sedes rurales de primaria, una sede urbana primaria y una sede de básica secundaria y técnica Urbana. Ofrece el servicio educativo en los niveles de preescolar, básica primaria, básica secundaria, media técnica, media vocacional y educación para adultos, atendiendo a estudiantes entre los 5 años y los 45 años pertenecientes a poblaciones en su mayoría de estratos 1 y 2 del área rural, desplazados y personas provenientes de otros departamentos.

La IEDI Sutatausa en su Proyecto Educativo Institucional plantea que luego de analizar los diferentes enfoques y modelos pedagógicos, y contrastarlos con las necesidades sociales, geográficas y culturales de la comunidad educativa, desde el año 2014 se estableció como modelo pedagógico el cognitivista con enfoque histórico-cultural, el cual “se entiende como un sistema dinámico y articulado que permite organizar, planear, ejecutar y evaluar los procesos de enseñanza aprendizaje donde el estudiante se concibe como el centro del proceso, y el docente como facilitador; teniendo como referente el contexto socio-cultural con el propósito de formar líderes sociales, capaces de definir y apropiar su proyecto de vida enmarcado en la práctica de valores como el respeto, la corresponsabilidad, la justicia, el diálogo, la autodisciplina y el emprendimiento, encaminado a la transformación de su entorno en el ámbito productivo” (p.28).

La investigación se desarrolló en los grados tercero y quinto de la sede Luis Boada y el grado cuarto la sede rural Peñas de Cajón, las cuales se describen a continuación:

El grado quinto B (Aula 1) de la sede Luis Boada estuvo orientado por la docente

Adriana Paola Ruiz Rodríguez, licenciada en educación básica con énfasis en matemáticas humanidades y lengua castellana, con un experiencia de 15 años, orientando 23 estudiantes: 11 niñas y 12 niños con edades entre los 10 y los 13 años.

El grado tercero A (Aula 2) de la Sede Luis Boada, Orientado por Yuly Maritza Medina Ordoñez, licenciada en educación básica con énfasis en matemáticas humanidades y lengua castellana, quien se desempeña como docente de básica primaria, desde hace 10 años. Con un grupo de 30 estudiantes (14 niñas y 16 niños), con edades que oscilan entre los 7 y 11 años.

El grado tercero B (Aula 3), dirigido por Ángela Parra Silva, licenciada en informática, educadora desde hace 8 años, vinculada a la sede Luis Boada, tenía a su cargo 29 estudiantes: 9 niñas, 20 niños, con edades entre los 8 y 10 años.

El grado cuarto (Aula 4), de la sede rural Peñas de Cajón, dirigido por la docente Martha Lucía Ojeda Gómez, licenciada en administración educativa, con una experiencia laboral de 27 años, orientando los diferentes grados de básica primaria. Su grupo está constituido por 21 niños (11 niños y 10 niñas) con edades entre 8 y 11 años.

La caracterización de las familias está distribuida en un 40% nuclear y el 60% familias monoparentales o mixtas. Se evidencia escasa orientación y acompañamiento de los padres de familia en los procesos académicos, pues la mayoría están vinculados a empresas mineras y de flores, cuya jornada laboral es extensa. Sumado a esto se estima que el 5% de los padres son analfabetas, lo cual incide significativamente en el desempeño escolar de sus hijos. El nivel académico de los padres es básico, ya que muy pocos han logrado acceder a estudios superiores. Se evidencia que la mayoría de las familias carecen de hábitos de lectura y esta situación puede incidir en el bajo nivel de comprensión que presentan los estudiantes: lo cual se encuentra relacionado con el problema identificado en la presente investigación.

Respecto a las prácticas pedagógicas, se puede afirmar que a pesar del enfoque de la institución, las prácticas de las docentes investigadoras se ubicaban en un modelo donde ellas eran las protagonistas del proceso de enseñanza- aprendizaje: se encargaban de exponer, explicar un tema y dirigir a los estudiantes por un camino, controlando de esta forma su manera de pensar



y actuar, dando prioridad en el área de matemáticas a la memorización y la ejercitación de algoritmos: prácticas que habían sido repetidas por años sin ser sometidas a reflexión pedagógica.

Las docentes no contaban con la formación específica en Matemáticas, por lo cual su conocimiento del contenido limitaba sus procesos de enseñanza. Por ello, para planear sus clases acudían solamente a libros que les proporcionaban conceptos y ejercicios de aplicación, pero no profundizaban en el conocimiento del contenido ni didáctico, teniendo así una visión sesgada de las matemáticas.

### 3.5 Dimensiones y categorías de análisis

Para el análisis e interpretación de los datos cualitativos se tuvieron en cuenta tres dimensiones principales: Enseñanza, aprendizaje y pensamiento, cada una de ellas con sus respectivas categorías que orientaron el proceso de recolección y análisis de los resultados. A continuación, se presenta la conceptualización de las dimensiones y categorías.

Dimensiones y Categorías	Definición	Relación con el problema de investigación
Dimensión Enseñanza	“la enseñanza de las matemáticas supone un conjunto de variados procesos mediante los cuales el docente planea, gestiona y propone situaciones de aprendizaje matemático significativo y comprensivo –y en particular situaciones problema– para sus alumnos y así permite que ellos desarrollen su actividad matemática e interactúen con sus compañeros, profesores y materiales para reconstruir y validar personal y colectivamente el saber matemático.” (MEN, 1996 p.72)	Esta dimensión tiene relación directa con el problema de investigación, ya que la dificultad que los niños y niñas presentaban para resolver problemas matemáticos por lo general encuentra su origen en las prácticas de enseñanza de las docentes investigadoras. Esta categoría les permitirá identificar cómo son sus prácticas frente a la RPM y qué transformaciones deben surgir para que los estudiantes mejoren en el proceso de resolución de problemas.
Categorías	Definición	Relación con el problema de investigación

Planeación	Corresponde al análisis de los objetivos, contenidos, procesos, estrategias, recursos y dificultades en el aprendizaje y la enseñanza de un objeto matemático, que el maestro contempla para el desarrollo de sus clases, según Flores y Rico (2015) “en sus tareas de planificación, el profesor de Primaria tiene que considerar el trabajo y la acción del escolar aprendiz y su propia acción y trabajo” (p.38)	En las planeaciones se podrá determinar de qué manera las maestras investigadoras están abordando la RPM en el desarrollo de sus clases, determinando los propósitos trazados, las estrategias diseñadas y los recursos propuestos. Como afirma Gómez (2007) “Si esperamos que los profesores de matemáticas aborden su trabajo diario de manera sistemática y reflexiva, basándose en un conocimiento profesional, entonces ellos deberían conocer y utilizar principios, procedimientos y herramientas que, fundamentados en la didáctica de la matemática, les permitan diseñar, evaluar y comparar las tareas y actividades de enseñanza y aprendizaje que pueden conformar su planificación de clase” (p.18)
Recursos y Materiales	<p>“Un recurso es cualquier medio que se pueda emplear en el aprendizaje de un concepto o procedimiento matemático determinado, aunque no haya sido diseñado específicamente para ello.</p> <p>Los materiales se distinguen de los recursos porque se diseñan con fines didácticos” (Carretero, Coriat y Nieto) citado en Gómez (2007). (p.89)</p> <p>La tiza, la pizarra (tradicional o electrónica), el papel y el lápiz son recursos; mientras que el geoplano o el dominó de fracciones son materiales diseñados para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.</p>	<p>En el aula es indispensable contar con recursos apropiados que faciliten el trabajo del docente y los estudiantes. Para la presente investigación es fundamental contar con la cantidad y calidad de fuentes de información y material necesario, para que los estudiantes indaguen, experimenten y lleguen a cumplir con los objetivos propuestos.</p> <p>Esta categoría permitirá determinar si las docentes investigadoras, diseñan y trabajan con diferentes materiales que faciliten la comprensión y construcción, de nuevos conocimientos.</p>
Estrategias para la enseñanza de la RPM	Las estrategias son planes de acción que elabora el docente, las cuales buscan ayudar a los estudiantes para mejorar sus procesos de resolución George Polya citado por Schoenfeld (1985) ,realizó durante muchos años un importante trabajo dirigido a proporcionar elementos para que los estudiantes tuvieran mayor probabilidad de éxito al resolver problemas. Para tal efecto, desarrolló una serie de estrategias heurísticas que, si bien no garantizan que al usarlas el problema quede resuelto, sí constituyen una guía que empleada correctamente puede contribuir a desarrollar en el estudiante hábitos eficientes de reflexión y estudio que a la larga rendirán sus frutos.	Esta categoría permitirá evidenciar las estrategias que las docentes investigadoras implementan en la enseñanza de la resolución de problemas. Se buscará identificar si promueven el uso de heurísticas y el desarrollo de las fases de comprensión, planificación, ejecución y revisión teniendo en cuenta los pasos propuestos por Polya. El docente dentro de su aula tiene infinidad de posibilidades de desarrollar nuevas propuestas que permitan a los estudiantes la resolución de un problema matemático que lo lleven a aplicar una respuesta acertada en busca del aprovechamiento de sus capacidades.

<p>Gestión de aula</p>	<p>“La gestión en el aula está relacionada con todo el proceso desarrollado por el docente para lograr aprendizajes en el estudiante, dentro de éste resultan importantes las estrategias didácticas aplicadas en el aula, por cuanto, constituyen el conjunto de orientaciones didácticas que señalan, en forma clara e inequívoca, los métodos, procedimientos, técnicas y recursos que se planifican para el logro de todos y cada uno de los aprendizajes contemplados. (Coll, et al.,2001). citado por Castro, Clemenza y Araujo.(2014)</p> <p>Dentro de esta gestión de aula es relevante el aprendizaje cooperativo entendido como “un enfoque pedagógico en el que se da una estructuración tal del aprendizaje que grupos heterogéneos de alumnos pueden trabajar juntos hacia el logro de una meta compartida en el mismo proceso de aprendizaje. Cada estudiante no se responsabiliza única y exclusivamente de su aprendizaje, sino también del de otros miembros del grupo” (Santos, Lorenzo y Priegue 2009, p.291). El trabajo cooperativo permite que los estudiantes trabajen de manera conjunta para alcanzar los objetivos. “El aprendizaje cooperativo es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. (Johnsons-Y-Johnson, 1999,p.3).</p>	<p>A través de esta categoría se dará evidencia de las formas de organización del aula empleadas por las docentes investigadoras. Permitirá determinar si promueven el trabajo cooperativo o el individual: aspectos que inciden al mejorar en el proceso para resolver problemas matemáticos.</p> <p>El trabajo cooperativo permite que el proceso de Resolución de problemas se realice en un ambiente que favorece los procesos de comunicación en los estudiantes además facilita el desarrollo de las tareas orientadas hacia un propósito común. En estas actividades grupales los alumnos toman responsabilidades y acciones que son básicas en su proceso formativo.</p> <p>Se analizarán los siguientes aspectos del trabajo cooperativo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Participación y contribuciones al trabajo cooperativo.</li> <li>• Habilidades interpersonales: habilidad para comunicarse con los compañeros, escuchar y atender las diferentes aportaciones, mostrar actitud respetuosa y responsable.</li> </ul>
<p>Evaluación</p>	<p>Implementar la RPM como eje transversal de los procesos de enseñanza- aprendizaje implica tomar la responsabilidad de resignificar las prácticas evaluativas.</p> <p>“Evaluar a los escolares sobre resolución de problemas es un área compleja. En la resolución de problemas encontramos un resultado final que se alcanza con la solución que se obtiene y el proceso que se ha seguido para obtener ese resultado. Generalmente la evaluación de la resolución de problemas matemáticos en el ámbito escolar se centra casi en exclusiva en observar la corrección de la respuesta obtenida. No obstante, es imprescindible evaluar también el proceso seguido por el estudiante para alcanzar la solución. (Flores y Rico, 2015, p.104).</p>	<p>Dentro de la implementación de este proyecto es relevante la evaluación continua donde, tanto estudiantes como docentes identifiquen sus avances y logros.</p> <p>Mediante el planteamiento de preguntas, la aplicación de la matriz propuesta por Thomas (citado en Cáceres y Chamoso, 2015) se evaluará de manera continua el aprendizaje.</p>

Rol del docente	<p>Abrir un espacio para trabajar problemas matemáticos tiene diferentes implicaciones y retos para el maestro. Es una estrategia que le permite generar una nueva dinámica en el aula: promover la curiosidad, la formulación de preguntas, la construcción de enunciados. Polya (citado por Iriarte y Sierra, 2011) manifiesta que “El profesor tiene en las manos la llave del éxito ya que, si es capaz de estimular en los alumnos la curiosidad, podrá despertar en ellos el gusto por el pensamiento independiente; pero, si por el contrario dedica el tiempo a ejercitar en operaciones de tipo rutinario, matará en ellos el interés” (p.77).</p>	<p>En esta categoría se analizará si el rol del docente se ha transformado: si promueve el interés de los estudiantes planteando problemas o preguntas inquietantes, da espacios para la discusión, orienta a los estudiantes en el proceso de RPM, promueve la reflexión y la argumentación. Flores y Rico, (2015)“Los maestros deben proporcionar a los estudiantes oportunidades para interactuar sobre situaciones problemáticas, así como alentarlos buscar métodos propios para su solución. Deben promover la comparación de sus respuestas y el intercambio de ideas con sus compañeros (...) Asignar a los grupos de estudiantes una tarea retadora o un problema interesante y observar y tomar nota de las propuestas para su solución que surgen de los grupos pequeños” (p.106).</p>
Dimensión	Definición	Relación con el problema de investigación
Aprendizaje	<p>El aprendizaje se propone como un proceso activo que emerge de las interacciones entre estudiantes y contextos, entre estudiantes y estudiantes y entre estudiantes y profesores en el tratamiento de las situaciones matemáticas. (MEN.1996,p.73)</p>	<p>A pesar de que la presente investigación no se enfoca directamente en los procesos de aprendizaje, se pretende identificar qué avances o mejoras presentan los estudiantes en su aprendizaje con relación al desarrollo del proceso para la resolución de problemas matemáticos.</p>
Categoría	Definición	Relación con el problema de investigación
Comprensión del problema	<p>Comprender un enunciado supone tener la capacidad para representar no solo las situaciones descritas sino también la tarea asociada de las situaciones que debe resolverse. Según (Flores y Rico,2015) “Este principio parece demasiado obvio e incluso podemos pensar que es innecesario. Sin embargo, muchos escolares fracasan el proceso de resolución, porque no comprenden el problema, o bien alguna de sus partes”.</p>	<p>Una de las principales dificultades encontradas en el proceso de RPM en los estudiantes se encuentra relacionada con la comprensión del enunciado. Esta categoría permite observar, como lo indican Blanco, Caballero y Cárdenas (2015), la capacidad del estudiante para:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Expresar el problema con sus palabras de forma precisa.</li> <li>● Discriminar datos útiles de otras informaciones</li> <li>● Clarificar correctamente la información del problema mediante gráficos, tablas, diagramas, la construcción de un modelo o</li> </ul>

		patrón (p.117).
Elaboración plan	<p>Luego que los estudiantes han logrado comprender el problema es necesario que diseñen un plan para solucionarlo. Para esto pueden implementar las siguientes estrategias planteadas por (Flores y Rico, 2015):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Proceder por ensayo y error.</li> <li>● Resolver un problema más sencillo.</li> <li>● Resolver un problema equivalente.</li> <li>● Construir una tabla.</li> <li>● Hacer un dibujo.</li> <li>● Usar una operación.</li> <li>● Buscar un patrón.</li> <li>● Eliminar posibilidades.</li> <li>● Resolver un problema análogo.</li> <li>● Construir un modelo.</li> </ul>	<p>Los estudiantes pueden plantear diferentes estrategias que le ayuden a resolver el problema, es labor del docente orientarlo a la adecuada resolución indagando constantemente, formulando preguntas, o sugiriendo otros tipos de actividades que lo guíen hacia la solución del problema.</p> <p>En esta categoría se analizarán las estrategias que los estudiantes conciben para resolver el problema. Luego de la implementación de los ciclos pedagógicos se pretende que los estudiantes reconozcan que existen diferentes caminos para llegar a la solución y adquieran habilidad para argumentar las decisiones tomadas en el proceso de RPM, que también se revisará en la fase de ejecución de la estrategia.</p>

Ejecución estrategia	García (como se citó en Pérez y Ramírez, 2008) afirma la importancia del uso de estrategias para la enseñanza de la resolución de problemas por parte del docente y recomienda animar a los estudiantes a comunicar oralmente o por escrito lo esencial del proceso de resolución de problemas. Para ello se recomienda pedir al estudiante que verbalice o escriba el proceso que siguió para resolver el problema, de esta manera el docente puede conocer (con las propias palabras de los alumnos) los procesos mentales y procedimientos que utilizaron para llegar a la solución, y al mismo tiempo se estaría valorando las propias estrategias de los estudiantes y ayudar a otros alumnos que tienen mayores dificultades en esta área (p.186).	En esta etapa se evaluará la forma en que los estudiantes desarrollan las estrategias y presentan los resultados. Blanco, Caballero y Cárdenas (2015) menciona “la necesidad de incidir en una presentación clara y ordenada, tanto del proceso como de los resultados alcanzados, fomentando en ellos el interés por la limpieza y una buena presentación de su trabajo. Es también en este paso cuando deben considerar la elección y uso de las diferentes estrategias para resolver las situaciones planteadas. (p.119).
Verificación	“Examinar la solución obtenida (visión retrospectiva). Se refiere al momento donde el estudiante reexamina el plan que concibió, así como la solución y su resultado. Esta práctica retrospectiva le permitirá consolidar sus conocimientos e inclusive mejorar su comprensión de la solución a la cual llegó. El docente debe aprovechar este paso para que el estudiante constate la relación de la situación resuelta con otras que pudieran requerir un razonamiento más o menos similar, con el fin de facilitarle la transferencia a otras situaciones que se le presenten e inclusive en la solución de problemas de la vida misma”(García,2010,p.13).	Es relevante dentro de la acción de desarrollo de problema que los estudiantes verifiquen sus resultados, que comparen con sus compañeros las respuestas obtenidas y la forma como llegaron a éstas. En este punto la verificación pasa a ser de gran importancia como una forma de auto evaluación que le permitirá al estudiante y al docente identificar las falencias y aciertos el proceso de RPM.
Dimensión pensamiento.	García y Moreno como se citaron en (Bosch, 2012),”explican que el pensamiento se manifiesta en situaciones de resolución de problemas o en la búsqueda de la toma de una decisión o en la extracción de una conclusión, cuando el sujeto construye representaciones y manipula la información con el fin de lograr un objetivo”. (p.15)	El desarrollo de procesos de pensamiento matemático es fundamental en la búsqueda de procesos que motiven a los estudiantes a mejorar el desarrollo de resolución de problemas. La labor del docente es retar al estudiante con problemas de su contexto que les permitan incrementar su interés que piensen, que creen sus propios problemas con distintas formas de solución.
Categoría	Definición	Relación con la investigación

Construcción de conceptos	La resolución de problemas matemáticos debe ser el eje transversal para la enseñanza de las matemáticas pues fortalece los procesos de pensamiento, de análisis, comprensión, razonamiento y aplicación. Asumida así, “la resolución de problemas se utiliza como método de enseñanza y forma de aprender matemáticas. Se parte de un problema y se insta a los estudiantes a que indaguen su solución” (Flores y Rico, 2015, p.98).	A través de esta investigación se pretende abordar la RPM como el punto de partida para la construcción del aprendizaje matemático. En este proceso, los estudiantes construirán conocimientos nuevos ante la necesidad de resolver un problema, de esta manera no solo se busca fortalecer en ellos la habilidad para resolver los problemas matemáticos, sino que a su vez construyan y adquieran conceptos matemáticos. Por medio de la evaluación continua las docentes determinarán el aprendizaje de un objeto matemático a través de la RPM.
---------------------------	--	---

Tabla 1 Categorías de análisis

### 3.5 Instrumentos de recolección de información

Se emplearon diferentes instrumentos de recolección de información a lo largo de la investigación, que permitieron hacer seguimiento de la práctica docente y la evolución de los estudiantes en el proceso de la resolución de problemas.

Hernández et al.(2010), menciona para la investigación cualitativa instrumentos como:

#### *Diario de campo.*

Es un instrumento que permitió registrar las observaciones. En él se tomó nota detallada de todo lo que sucedía en la clase de matemáticas, lo cual permitió a las docentes investigadoras identificar la manera en que los estudiantes mejoraron en sus procesos para resolver problemas matemáticos. Cuevas, (como se citó en Hernández et.al (2010) afirma que “La observación es muy útil: para recolectar datos acerca de fenómenos, temas o situaciones delicadas o que son difíciles de discutir o describir; también cuando los participantes no son muy elocuentes, articulados o descriptivos...” (p.418)

#### *Material audiovisual.*

Para la implementación de cada ciclo PIER se realizaron grabaciones de video y audio en cada una de las sesiones realizadas. El propósito de este instrumento fue analizar el rol que asumía el docente en clase de matemáticas y cómo procedían los estudiantes al verse enfrentados a resolver un problema.

*Pruebas escritas.*

Antes de iniciar la implementación de la estrategia se realizó un análisis diagnóstico, donde se plantearon cuatro problemas matemáticos a cada grado. Dos de los problemas serán de selección múltiple con única respuesta, ya que este tipo de preguntas son a las que se ven enfrentados los estudiantes en la prueba saber 3° y 5°, y dos abiertos, para identificar posibles dificultades y aciertos en el proceso de análisis y resolución de problemas.

*Matrices de análisis.*

Se empleó la matriz propuesta por Thomas (citado en Cáceres y Chamoso, 2015), durante la implementación del tercer ciclo de análisis que permitió hacer una valoración del proceso de resolución de problemas. Esta matriz fue diligenciada por las maestras investigadoras y por los estudiantes a manera de autoevaluación.

Plantilla para autoevaluar las habilidades de la resolución de problemas

	Lo hago bien	A veces tengo dificultades	Lo hago con ayuda	No lo sé hacer
Dado un problema, comprendo la información del enunciado				
Soy capaz de expresar con mis propias palabras el problema				
Soy capaz de distinguir qué datos son importantes y cuáles no				
Soy capaz de representar gráficamente el problema				
Soy capaz de planificar un proceso que				



resuelva el problema				
Soy capaz de identificar la estrategia adecuada para resolver el problema				
Soy capaz de revisar el proceso, buscar los posibles errores que haya cometido y corregirlos				
Soy capaz de valorar si la resolución es correcta				
Soy capaz de explicar el proceso realizado				
Soy capaz de buscar problemas parecidos cuando me enfrente a uno nuevo				

Tabla 2 Plantilla para autoevaluar las habilidades de la resolución de problemas

### 3.6 Plan de acción

El presente proyecto de investigación se desarrolló en tres ciclos PIER

1. Primer ciclo de reflexión acerca de las concepciones de las maestras investigadoras y la caracterización de las dificultades de los estudiantes en el proceso de RPM
2. Segundo ciclo de implementación de la estrategia ABP.
3. Tercer ciclo de implementación del Modelo Integrado de Resolución de Problemas.

#### 3.6.1 Primer ciclo de Reflexión.

Este primer ciclo tuvo como objetivo planear, implementar, evaluar y reflexionar sobre las concepciones que las docentes investigadoras tenían con relación a la resolución de

problemas. Este proceso se llevó a cabo haciendo un análisis de lo que se trabaja en las aulas, los cuadernos y las estrategias que empleaban las docentes, mediante el uso de instrumentos como el diario de campo y las observaciones de clase.

De igual manera mediante la aplicación al inicio del año escolar 2017, de un análisis diagnóstico, que tenía como objetivo identificar mediante la observación y videograbaciones las dificultades y las estrategias de los estudiantes para resolver problemas.

### **3.6.2 Segundo ciclo de Planeación, Implementación, Evaluación y Reflexión.**

A partir del análisis de los resultados obtenidos en el ciclo de reflexión y luego de la revisión bibliográfica se implementó el ciclo PIER, que tenía como objetivo llevar al aula los principios básicos del método ABP, como estrategia para transformar las prácticas pedagógicas y en consecuencia incidir en los procesos de resolución de problemas. La información registrada mediante los diferentes instrumentos (diarios de campo y material audiovisual) fue analizada para evaluar la pertinencia de la estrategia, y los aspectos a modificar para el siguiente ciclo.

### **3.6.3 Tercer ciclo PIER y evaluación de la estrategia.**

Tomando como referencia las evaluaciones y reflexiones obtenidas en el ciclo anterior se realizó el siguiente ciclo PIER, que tenía como objetivo retomar los elementos que fueron positivos del método ABP como son; trabajo cooperativo, partir de un problema, además se incorporó el modelo integrado de Resolución de problemas, propuesto por Blanco y Caballero (como se citó en Blanco, Caballero y Cárdenas, 2015). Así como la aplicación de una serie de matrices que les permitieron a los estudiantes evaluar su desempeño y proceso durante el desarrollo de los ciclos. Esta información se registró mediante diarios de campo y con material audiovisual, luego se analizó y evaluó, para presentar las correspondientes conclusiones.

## **Capítulo 4. Resultados y análisis de investigación**

### **4.1 Indagación con docentes**

En un primer momento se aplicó una encuesta a 13 docentes de primaria de las sedes donde se focalizó la presente investigación, (Ver Anexo 1) con el propósito de indagar acerca de las dificultades que afrontan sus estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, y determinar el tratamiento que le daban a la resolución de problemas en sus clases.

Se llevó a cabo el proceso de sistematización de los resultados, cuyo análisis se muestra en el Anexo 1. Se destacan los siguientes hallazgos:

Las docentes en su mayoría afirman que la principal dificultad de sus estudiantes en las clases de matemáticas es la resolución de problemas; implementan la RPM como forma de aplicar un objeto matemático, extraen los problemas de libros de texto y promueven con mayor frecuencia el trabajo individual.

Estas conclusiones le permiten a las docentes investigadoras reconocer que es necesario caracterizar sus concepciones pues de ellas depende sus prácticas y la manera como abordan el proceso de resolución de problemas.

### **4.2 Aplicación prueba estudiantes**

*Análisis prueba grados 3° y 5° sede Luis Boada y Grado 4° sede Peñas de Cajón.*

A continuación se presenta el resultado general realizado al análisis diagnóstico, aplicado a 95 estudiantes de los grados tercero, cuarto y quinto de las sedes Luis Boada y Peñas de Cajón: grupos que representan la población objeto de la investigación. (El análisis completo se presenta en Anexos). La prueba tenía como objetivo observar y analizar el proceso que realizaban los estudiantes para resolver problemas los planteados en las pruebas Saber del MEN. Por tal motivo se diseñaron dos pruebas: una para los grados terceros y otra para cuarto y quinto.

Éstas constaban de cuatro situaciones problema: las dos primeras de selección múltiple con única respuesta, y las otras dos abiertas.

<b>Grado</b>	<b>N° estudiantes</b>
Tercero A	27
Tercero B	27
Cuarto	17
Quinto	24
<b>Total</b>	<b>95</b>

Tabla 3 Estudiantes que fueron analizados mediante la prueba diagnóstica

*Aciertos prueba diagnóstica.*

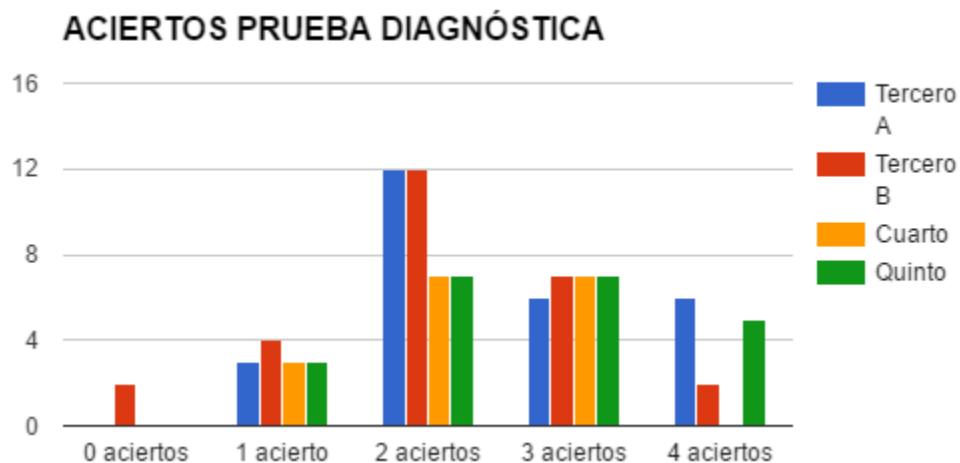


Figura 6 Gráfico estadístico Aciertos prueba diagnóstica

De los 95 niños a los cuales se le realizó el análisis solamente 13 contestaron acertadamente las cuatro preguntas, lo cual evidencia que los 82 estudiantes restantes presentaron dificultades para resolver algunas de las situaciones planteadas. Por tal razón las docentes investigadoras indagaron por medio de preguntas personalizadas a los estudiantes con el objetivo de conocer las razones por las cuales realizaron sus procedimientos, con el fin de determinar las falencias que tuvieron los estudiantes en el proceso de RPM, las cuales se relacionan a continuación:

### *Dificultades encontradas en la prueba diagnóstica.*

Durante el desarrollo del ejercicio mencionado anteriormente, las docentes observaron las acciones de los estudiantes y los invitaron a que justificaran las decisiones que tomaron en el proceso de resolución dejando registro de ello en los diarios de campo y grabaciones de audio. Luego del análisis de la información recolectada, las docentes investigadoras determinaron que las dificultades de los estudiantes frente a la RPM se podían agrupar en las siguientes categorías:

#### *Comprensión del problema.*

- Algunos estudiantes no lograron entender el enunciado, ni comprender qué les pedía el ejercicio, ni la información complementaria a la pregunta. Presentaron dificultad para comprender la pregunta de opción múltiple con varias opciones de respuesta.
- Omitieron información presentada en el enunciado y en el gráfico.
- Faltó comprensión del enunciado, de la información complementaria y de la pregunta.

Estas dificultades están ligada a los conocimientos base tal como se expone en el apartado 2.4.6, planteados por Juidías y Rodríguez (2007), y pueden darse por deficiencias semánticas o de comprensión lectora entre otras.

#### *Extracción de información.*

Algunos estudiantes, aunque lograron comprender el enunciado y la pregunta, omitieron alguna información que proporcionaba el enunciado del problema ya sea representado en un gráfico, una imagen o una tabla, por lo cual se les dificultó extraer la información necesaria para solucionarlo. Un estudiante operó dos cantidades que no hacían parte de los datos suministrados para que el resultado coincidiera con una de las opciones de respuesta.

#### *Planeación de la estrategia.*

Al realizar las entrevistas a los estudiantes, se observó que la gran mayoría al enfrentarse a una situación problemática no planean una estrategia para resolverla, sino que realizan diferentes operaciones de manera indiscriminada que busque coincidir con las opciones presentadas en el caso de las preguntas de opción múltiple.

No sabían qué estrategia utilizar para resolver el problema; así que experimentaron haciendo sumas, restas o contaron con sus dedos para encontrar la respuesta.

Otros estudiantes escogieron algoritmos como la resta e incluso la multiplicación para desarrollarla, un estudiante operó dos cantidades que no hacían parte de los datos suministrados, faltó claridad al elegir una estrategia para resolver la situación.

Las anteriores dificultades de los estudiantes pertenecen a aspectos heurísticos y están ligados a la práctica pedagógica, pues son consecuencia de la forma en que se orienta la RPM en el aula.

#### *Desarrollo de estrategias.*

Aunque algunos estudiantes entendieron el problema y determinaron una estrategia clara, no hubo precisión al ejecutar su plan, que en la mayoría de los casos estaba ligado con los algoritmos. Sin embargo, algunos estudiantes, al aplicar un algoritmo cometieron errores en el procedimiento: omitieron pasos, ubicaron incorrectamente los números para sumar o restar.

#### *Revisión del procedimiento.*

Ninguno de los estudiantes se cuestionó sobre la lógica de su respuesta.

Algunos estudiantes dieron una respuesta que no tenía relación con la pregunta.

Las dificultades presentadas en el numeral 4 y 5 de este apartado se relacionan con procesos metacognitivos pues a los estudiantes les cuesta verificar la validez de sus procedimientos y estrategias.

#### *Autonomía.*

Necesitaron de la constante afirmación de la profesora para cada una de las cosas que hicieron y no hay iniciativa de hacer las cosas de manera autónoma.

#### *Manejo del tiempo.*

Al empezar a limitar tiempo no lograron desarrollar la última pregunta, y dieron como

respuesta lo primero que se les ocurrió.

### **4.3 Análisis de dificultades de los estudiantes en relación con las prácticas pedagógicas.**

Con el propósito de recolectar información que permitiera caracterizar sus prácticas pedagógicas, las docentes realizaron un proceso de observación por tres semanas. Grabaron sus clases e hicieron registros en diarios de campo. Analizando las dimensiones de enseñanza, aprendizaje y pensamiento, para esto recolectaron fotos de los cuadernos y evaluaciones de los estudiantes obteniendo los siguientes hallazgos:

#### *Dimensión Enseñanza.*

Al plantearles un “problema”, los estudiantes de inmediato trazaban un cuadro que contenía casillas para “análisis, operación y respuesta” y todos sabían que debían iniciar su “análisis” con el mismo enunciado y pasar a desarrollar una operación matemática. Algunos encontraban la respuesta correcta, pero al preguntarles la razón por la cual habían elegido ese algoritmo no podían justificar sus procedimientos. Otros, sin pensarlo mucho daban respuestas como: “hice una multiplicación porque estamos viendo la multiplicación” Diario de campo Medina (2016). Estas dos situaciones fueron analizadas por las docentes, y determinaron que tenían su origen en aspectos propios de la enseñanza de las matemáticas: sus concepciones, planeación y el rol que estaban asumiendo en sus clases.

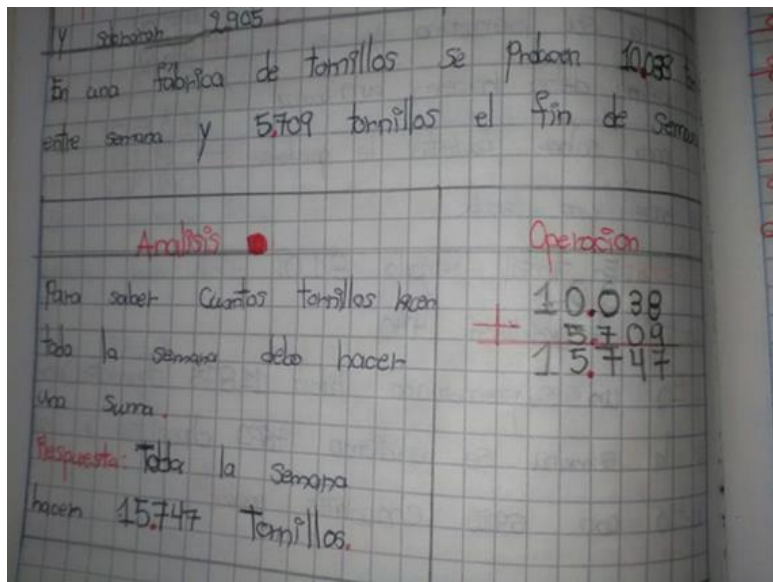


Imagen 1 Esquema proceso tradicional de la RPM

El cuadro que se muestra en la imagen 1 es evidencia de la concepción de problema que tenían las docentes, quienes, a través de sus prácticas abordaban los problemas como situaciones que debían ser resueltas mediante un esquema rígido y a través de un algoritmo: definitivamente no era concebido como proceso creativo. También abordaban la resolución de problemas como la forma de aplicar un concepto trabajado anteriormente, por lo cual, muchas veces, lo que se les planteaba no eran “problemas”, sino “ejercicios disfrazados de problemas”, pues no generaban motivación ni se convertían en una oportunidad para pensar matemáticamente, tal como se evidencia en la imagen 2.



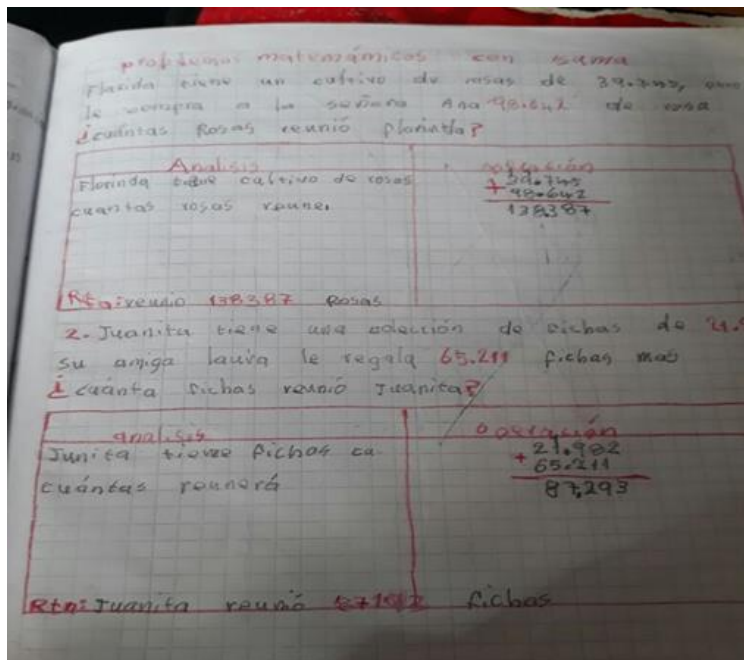


Imagen 2 Problemas Tradicionales

Por otra parte, se estableció relación de esta situación con los procesos de planeación de las docentes, quienes elaboraban sus planes de clase de manera periódica identificando los temas, logros y actividades como desarrollo de talleres o páginas del libro de texto. En la planeación mostrada en la imagen 3 se puede observar que la resolución de problemas era asumida como una actividad más, e implementada al final de una lección para dar aplicación al concepto o algoritmo trabajado.



INSTITUCIÓN EDUCATIVA DEPARTAMENTAL  
INTEGRADA DE SUTATAUSA  
PLANEACIÓN AÑO 2014

4.	ADICIÓN DE NÚMEROS NATURALES.	Resuelve y formula problemas que requieren el uso de operaciones aditivas en un 100%.	<ul style="list-style-type: none"><li>Realizar diferentes sumas.</li><li>Resolver problemas mediante el uso de la suma o adición.</li><li>Completa esquemas o tablas con sumandos o resultado, según corresponda.</li><li>Plantear situaciones diarias que impliquen el uso de la suma o adición.</li></ul>
4.1	<ul style="list-style-type: none"><li>Propiedades de la adición.</li></ul>	Identifica y aplica las propiedades de la adición en un 100%.	<ul style="list-style-type: none"><li>Desarrollar ejercicios con las propiedades de la adición.</li><li>Resolver páginas 100 a 122 del libro Habilidades</li><li>Unir y relacionar diferentes problemas propuestos con las propiedades de la adición.</li><li>Resolver problemas haciendo uso de las propiedades de la adición.</li></ul>
5.	SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS NATURALES.	Desarrolla sustracciones entre números naturales en un 100%.	<ul style="list-style-type: none"><li>Resolver sustracciones de forma vertical y horizontal.</li><li>Resolución de crucinúmeros, mensajes cifrados mediante la obtención de diferencias en la sustracción.</li><li>Diseñar juegos de competencia, donde los estudiantes resuelvan diferentes sustracciones a partir del planteamiento de situaciones cotidianas.</li><li>Resolver problemas con resta</li></ul>
5.1	<ul style="list-style-type: none"><li>Operaciones combinadas.</li></ul>	Efectúa operaciones combinadas en un 100%.	<ul style="list-style-type: none"><li>Desarrollar páginas 123 a 130 del libro Habilidades.</li><li>Realizar sustracciones con comprobación.</li><li>Resolver problemas y situaciones cotidianas que involucren la suma y la resta considerando diferentes estrategias de solución y verificación de resultados.</li></ul>
6.	CLASIFICACIÓN Y MEDICIÓN DE ÁNGULOS.	Conoce y distingue las diferentes clases de ángulos según su medida en un 100%.	<ul style="list-style-type: none"><li>Dibujar diferentes ángulos y hacer su medición.</li><li>Identificar en objetos de la cotidianidad, figuras geométricas y dibujos las diferentes clases de ángulos.</li><li>Completar y unir ángulos con su clasificación.</li></ul>

Imagen 3 Planeación que refleja la insuficiente importancia que se le concedía a la RPM

### *Dimensión Aprendizaje.*

Al cuestionar a los estudiantes sobre el problema, se determinó que no comprendían el enunciado ni la pregunta, se les dificultaba identificar la información útil, extraer datos de tablas o gráficas y descartar los datos innecesarios; solo leían la información verbal y omitían la icónica.

Algunos estudiantes, aunque lograron comprender el enunciado y la pregunta, omitieron alguna información que proporcionaba el problema ya sea representada en un gráfico, una imagen o una tabla, por lo cual se les dificultó extraer la información necesaria para resolverlo acertadamente. Diario de Campo (Parra, 2016)

La causa de esto fue encontrada en el análisis de los registros de diario de campo y en los documentos de reflexión pedagógica de las maestras. Allí se observó que las profesoras planteaban un ejercicio con apariencia de problema y se sentaban a realizar otras actividades, como calificar cuadernos, pasar notas, realizar observaciones en el registro de comportamiento y esperaban que uno a uno, los estudiantes se acercaran a sus escritorios a mostrar la respuesta y la operación al problema: situación que impedía cualquier diálogo, discusión, cuestionamiento y reflexión, ya que se dejaba solo al estudiante –quien además no podía cruzar palabra con sus compañeros pues esto generaba indisciplina- y no se le brindaban oportunidades para lograr la

comprensión del problema. Las docentes no les planteaban preguntas para identificar las causas de los errores de los estudiantes, solo marcaban con una equis cuando la respuesta no era la esperada por ellas, ante lo cual, los niños y niñas sólo tenían una opción: sentarse y “probar suerte” con otra operación.

Respecto a la planeación de la estrategia para resolver los problemas, fue evidente que la mayoría de los estudiantes no elaboraban un plan, sino que empezaban, casi de inmediato a sumar, restar, multiplicar o dividir indiscriminadamente todos los números que aparecían en el enunciado, como se observa en la imagen 4.

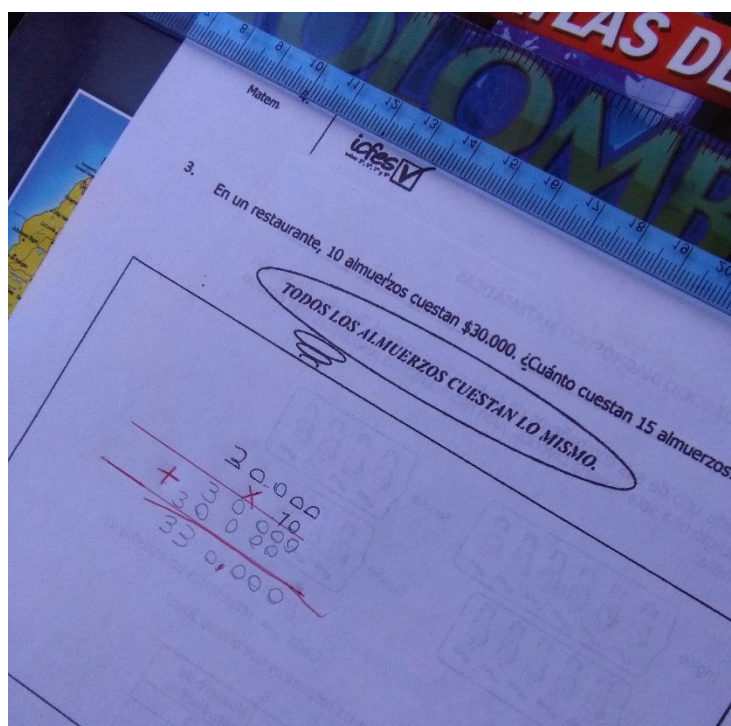


Imagen 4 Acciones de los estudiantes al enfrentarse a un problema

En la imagen 4 se puede observar que la estudiante multiplicó los dos primeros datos que aparecían en el enunciado del problema, y no tuvo en cuenta la pregunta. Allí se evidencian tres dificultades principalmente: bajo nivel de comprensión del problema, estrategias limitadas para su resolución y falta de análisis y revisión del proceso, pues la estudiante no se cuestionó sobre la lógica de su respuesta.

¿Orientamos a nuestros estudiantes para que se detengan a planear antes de realizar algún procedimiento? Fue una de las preguntas planteadas en una reunión de reflexión pedagógica de las docentes, a la cual respondieron “no”. En la mayoría de los casos, al dejarlos solos con un

texto que parecía un problema, lo único que preocupaba a las docentes era que los niños y las niñas dieran el resultado “correcto”, pero no les mostraban a los estudiantes la importancia de elaborar un plan para así mismo poder argumentar sus decisiones y encontrar el mejor camino para resolverlo.

Otra de las dificultades observadas, se relacionaba con la revisión del procedimiento. Los estudiantes no se cuestionaban sobre la lógica de su respuesta. Era frecuente que les resultaron cifras ilógicas respecto a lo planteado en el problema, pero no se detenían a cuestionar si su resultado era o no razonable. ¿la razón? Las docentes no les habían enseñado a los estudiantes que luego de dar una respuesta había algo más: ellos daban por hecho que dando un resultado el proceso terminaba, y se cerraba con la calificación de la profesora cuando lo cierto es que:

La actividad de resolución de problemas no está enteramente concluida porque las respuestas dadas sean correctas. Lo estará si el resolutor comprende y es capaz de explicar lo que ha hecho, cómo lo ha hecho y por qué sus acciones son las apropiadas para esa situación (Lorenzo y Caballero, 2005, p. 120)

Las estudiantes buscaban aprobación constante de las profesoras para tomar decisiones. ¿La razón? Las docentes no le daban protagonismo a los estudiantes en la resolución de problemas, se les enseñaba a decir lo que el docente esperaba que dijeran, no a argumentar sus respuestas.

#### *Dimensión Pensamiento.*

Los procesos de construcción de conocimiento matemático se llevaron a cabo a través de la exposición magistral de la docente, quien promovía la ejercitación de conceptos y algoritmos. De esta manera se puede determinar que no se generaban espacios para el desarrollo del pensamiento, pues la enseñanza no se orientaba hacia la comprensión de los objetos matemáticos, sino a su mecanización o memorización.

En conclusión, las docentes identificaron las siguientes dificultades de los estudiantes cuando se enfrentaban a un problema: el bajo nivel de comprensión del enunciado, la dificultad para identificar datos útiles, interpretar información complementaria, la tendencia a operar indiscriminadamente todos los números que aparecían en el enunciado y a aplicar algoritmos

como única estrategia de resolución. Al contrastarlas con su acción pedagógica, las docentes logran identificar que todas estas falencias tienen origen en sus prácticas: en su concepción tan limitada sobre los problemas matemáticos, en sus planeaciones elaboradas alrededor de contenidos, en su forma de abordar la resolución de problemas como una actividad para aplicar los conceptos aprendidos, en la manera de orientar a los estudiantes en el proceso de aprendizaje dando prioridad al trabajo individual para mantener el control y verificar el desarrollo de las actividades propuestas: prácticas que por años incorporaron a sus métodos de enseñanza sin someterlos a una mirada crítica y reflexiva.

Por más de diez años tuve la certeza que enseñar matemáticas implicaba fundamentalmente conocer y explicar las reglas para resolver ejercicios aplicando los conceptos aprendidos o los algoritmos en la resolución de problemas, ahora pienso que implica abrir espacios, suscitar dudas, revisar más las preguntas que las respuestas, retar, motivar, intrigar, hacer visible el pensamiento (Ruiz. Texto reflexivo Seminario Enseñabilidad II , 2016).

Al reflexionar sobre los resultados del primer ciclo las docentes identificaron algunos aspectos que deben transformar en sus prácticas en la implementación del segundo ciclo:

#### *Dimensión de Enseñanza.*

##### *Planeación.*

Es necesario pasar de una planeación basada en el desarrollo de temas aislados y fuera de contexto a una que se desarrolle a partir de un problema y que contenga análisis de contenido y cognitivo que les permita por un lado profundizar conceptualmente en los objetos matemáticos que se van a abordar, y por otro, prever qué tipo de dificultades pueden presentar los estudiantes en el proceso de aprendizaje.

##### *Recursos.*

Se debe superar el uso exclusivo del libro de texto como herramienta para la enseñanza. Las docentes investigadoras deben diseñar materiales que faciliten a los estudiantes el proceso de resolución de los problemas, ya que “el uso de materiales supone un rendimiento positivo, desencadena actividad de construcción de pensamiento, ayuda al proceso de formación de

modelos mentales (claves en la asimilación de conceptos), facilita la comprensión y constituye un medio suficientemente rico para aprender. (Muñoz, 2014, p.20)

#### *Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas.*

Es importante que las docentes orienten a sus estudiantes hacia la comprensión de que un problema no se resuelve solamente con una operación. Para ello se deben promover el uso de algunas heurísticas como ensayo- error, simplificar el problema, orientarlos en el proceso de comprensión del enunciado: identificación de datos útiles e, información complementaria.

#### *Gestión de aula.*

Se reconoce la importancia de abandonar la organización de aulas caracterizada por las filas e hileras para garantizar la disciplina y el silencio y pasar a promover el trabajo cooperativo como una estrategia que fomente la discusión y colaboración entre pares.

#### *Evaluación.*

Las docentes reconocen la importancia de resignificar su concepción de evaluación, ya que su principal forma de evaluar era mediante pruebas escritas y la única retroalimentación era la calificación obtenida luego de revisar errores y aciertos. De esta manera refieren que se debe evaluar a través del diálogo y la indagación constante: que no se les puede dejar solos resolviendo los problemas, sino que a través de preguntas las docentes deben identificar avances y dificultades en el proceso de resolución de problemas y en la comprensión de los objetos matemáticos.

#### *Dimensión Aprendizaje.*

En la dimensión de aprendizaje, las docentes investigadoras reconocen que se debe conducir a los estudiantes a que lleven a cabo diferentes procesos fundamentales en la resolución de problemas: que se detengan a leer el problema, parafrasearlo, identificar información útil, pensar mediante qué estrategias podrían resolverlo, ejecutar las estrategias, revisar el proceso y socializar sus resultados.

#### *Dimensión Pensamiento.*

La construcción de nuevos conceptos se debe realizar a partir de la resolución de problemas, ya que de esta manera, el conocimiento matemático puede cobrar sentido para los estudiantes.

#### **4.4 Resultados implementación Segundo ciclo**

Las docentes planearon el segundo ciclo implementando los principios básicos del ABP, ya que este método permitiría abordar las necesidades identificadas al finalizar el primer ciclo.

Para llevar a cabo la recolección de datos del segundo ciclo de intervención pedagógica las docentes investigadoras elaboraron los registros de sus clases en diarios de campo, videograbaciones de las clases de matemáticas y grabaciones de audio de las sesiones de reflexión grupal para posteriormente ser analizados en busca de elementos que permitieran dar evidencia de los aciertos y falencias en la enseñanza del proceso de resolución de problemas. A continuación se presentan los resultados obtenidos en cada aula.

##### **4.4.1 Resultados Aula 1.**

Se llevaron a cabo tres sesiones de trabajo cada una con una duración de 120 minutos. En cada clase se planteó un problema matemático como el que se muestra a continuación:

###### **Problema 1**

El día de ayer, la señora Consuelo trajo unas empanadas para vender en la cooperativa. Le vendió a los profesores  $\frac{2}{10}$  de las empanadas, a los niños de quinto vendió  $\frac{3}{10}$  y a los estudiantes de segundo  $\frac{1}{10}$  del total de empanadas y le quedaron 20. ¿Qué fracción de empanadas vendió doña Consuelo?  
¿Cuántas empanadas traía la señora Consuelo para vender?

A continuación se presentan los análisis de los resultados obtenidos luego de la implementación del segundo ciclo, a partir de las dimensiones de Enseñanza, Aprendizaje y Pensamiento.

*Dimensión Enseñanza.*

*Planeación.*

La incorporación del análisis de contenido y cognitivo, que antes no era contemplado por la docente en sus planeaciones, le permitió reconocer que carecía del conocimiento necesario para orientar a los estudiantes en la comprensión de un objeto matemático nuevo, por lo cual llevó a cabo un proceso de consulta y profundización que le diera mayor seguridad en el proceso de enseñanza.

Por otra parte, se evidencia que las clases se planean alrededor del planteamiento de un problema matemático.

*SECUENCIA DIDACTICA PRIMER CICLO DE INTERVENCIÓN*  
*PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: "El ABP como estrategia para mejorar la habilidad de la resolución de problemas"*  
*¿En qué situaciones de mi vida cotidiana necesito manejar las fracciones?*

Análisis cognitivo
<p>Los estudiantes se ven enfrentados a situaciones en las que se emplean fracciones: es usual que escuchen en el supermercado expresiones como "media docena", un cuarto de libra, o en las medidas de áreas: media fanegada; tiempo: un cuarto de hora, media hora. Sin embargo es en la escuela donde los fraccionamientos se enseñan de manera más concreta. Castro, Castro, Fernández, Flores y Molina (2015) "Por ello hay que evitar el abuso en la utilización de los términos fraccionarios desligados de su significado" (p.233)</p> <p>"Cuando los estudiantes <i>aprenden</i> las fracciones utilizan sus conocimientos previos sobre los números naturales, los cuales sustentan, y a veces inhiben la comprensión de las fracciones.</p> <p>Una de las dificultades usuales es la consideración del numerador y del denominador de una fracción como valores aislados, siendo difícil para los escolares concebir una fracción como un solo número" (p.234)</p> <p>Frente al proceso de la búsqueda de fracciones equivalentes, los estudiantes presentan dificultad para comprender que dos fracciones con numerador y denominador diferentes pueden representar la misma parte de la unidad. Por otra parte, en términos de Castro, Castro, Fernández, Flores y Molina (2015) "en la búsqueda de fracciones equivalentes, resulta más difícil para los escolares obtener fracciones equivalentes con términos (numerador y denominador) menores a los de una fracción dada, entre ellas la fracción irreducible, que obtener fracciones equivalentes con términos mayores, múltiplos de los iniciales" (p.234)</p> <p><b>Dificultades y errores en el aprendizaje de las operaciones con racionales</b></p> <p>De acuerdo a lo encontrado a través de la experiencia en la enseñanza de estos procesos, se podría afirmar que resulta difícil la comprensión de procesos como la adición de fracciones heterogéneas. Por lo general en la escuela se enseña el algoritmo pero se generan pocas estrategias para que lo estudiantes comprendan de manera concreta los procesos de adición y sustracción. Castro, Castro, Fernández, Flores y Molina (2015) afirman que "las principales dificultades del aprendizaje de las operaciones con racionales provienen de la complejidad de los conceptos de fracción y de número decimal, aunque las más frecuentes en los alumnos tienen una procedencia ligada a a enseñanza prematura de los algoritmos de cálculo" (p.250)</p> <p>Los mismos autores, realizan un análisis detallado de las dificultades y obstáculos en el aprendizaje de este objeto matemático:</p> <p><i>Dificultades ligadas a la complejidad procedimental de las operaciones</i></p> <p>"La principal dificultad con las fracciones consiste en identificar la unidad o el todo de la fracción. Si el alumno emplea la</p>

Imagen 5 Transformaciones en la planeación aula 1

### *Recursos y materiales.*

La docente elaboró material con el propósito de facilitar a los estudiantes el desarrollo de estrategias para la resolución de los problemas. El uso de material concreto le permitió a los estudiantes realizar cálculos y modelar las situaciones problema planteadas.



Killian emplea el reloj dado para resolver la evaluación, dando una explicación clara:



K: dividí el reloj en cuatro, porque eran cuartos de hora. Miré y en cada parte hay 15 minutos. Si les dieron tres cuartos de hora quiere decir que les dieron 45 minutos, y ha pasado media hora, que son dos cuartos de hora, o sea que les queda un cuarto de hora que serían 15 minutos.

Imagen 6 Uso de material concreto para identificar una fracción de hora.

La docente se dirige al grupo 2

D: -cuéntenme ¿qué hicieron?-

G2: Cristian: -profe, pues nosotros cogimos 10 cubos-.

(entre los tres integrantes del grupo toman 10 cubos, apartan 2 para los profesores, 3 para quinto y 1 para segundo, le quedan 4 cubos agrupados)

G2: Cristian: -dice que le sobran 20 empanadas. Estos 4 serían de las que les sobró-.

D: - súper! Ahora qué van a hacer para saber cuántas empanadas traía?-

G2: Santiago: mmmm. (se toma un tiempo para responder) Profe, pues si estos cuatro son las 20 que sobraron entonces tendría 50 porque cada cubo serían 5 empanadas.

D: excelente, ahora representen en su cuaderno el procedimiento que siguieron.

Imagen 7 Diálogo uso de material concreto para realizar asociaciones entre un objeto y un valor numérico.

### *Estrategias.*

La docente, implementó cuatro de los principios del ABP como estrategia de enseñanza. El primero de ellos correspondió al planteamiento de un problema que sirvió de “detonante” para el desarrollo de nuevos aprendizajes. Esto le permitió transformar sus clases: desarrollarlas alrededor del desarrollo de procesos y no de temas aislados. El segundo principio, relacionado con la organización en grupos cooperativos, favoreció la descentralización del conocimiento, pues al generar espacios de discusión, en cada grupo se desarrollaron nuevas dinámicas y procesos de aprendizaje autónomos. El tercer principio: la consulta bibliográfica, permitió a la docente orientar a sus estudiantes en la búsqueda de información desconocida y necesaria para resolver el problema. En este aspecto encontró algunas falencias, debido a que los estudiantes no estaban acostumbrados a realizar consultas, sino que recibían indicaciones exactas de la docente respecto a la página que debían transcribir o desarrollar. Con la implementación del cuarto principio: socialización de resultados, la docente generó un espacio para que los estudiantes explicaran los procedimientos desarrollados. Sin embargo cinco de los ocho grupos sólo

mencionaron el proceso llevado a cabo pero no lograron dar argumentos cuando la docente les preguntaba ¿por qué realizaron esa estrategia?. Frente a esta dificultad la docente reconoció que debía promover la argumentación para dar oportunidad a los estudiantes de reflexionar sobre su proceso de resolución de problemas.

A continuación se muestran algunas de las preguntas y expresiones empleadas por la docente cuando orientó los diferentes grupos frente al proceso de RPM.

*D: - ¿y quién me quiere decir con sus palabras qué dice el problema?*

*D: -¿Quién les va a dar regalos a los niños y por qué?*

*D: -¿Cuáles datos les sirven para resolver el problema? Enciérrenlos con un color-.*

*D: -¿entonces qué datos del enunciado les sirven para resolverlo?*

*D: -¿En el enunciado existen datos que no necesitan para resolver el problema?*

*Discútanlo-*

*D: -¿Cuál es la pregunta del problema?-*

*D: -¿ ah ya. Ese tres cuartos que escribiste, a qué corresponde?*

*D: no me leas el problema, explícamelo.*

*D: ¿Por qué aplicaron esta estrategia?*

*D: ¿Podrían haber encontrado la respuesta empleando otra estrategia?*

*D: ¿La respuesta que me están dando es razonable?*

Preguntas tomadas de videgrabaciones septiembre 10 del 2017

### *Gestión de aula.*

La docente organizó los estudiantes en grupos cooperativos de cuatro estudiantes. Para su conformación procuró que cada grupo estuviera integrado por dos estudiantes que demostraran competencias como liderazgo y mediación, de tal manera que puedan dinamizar y orientar a sus compañeros en el proceso de resolución de los problemas planteados. Cada estudiante asumió un rol dentro del grupo: dinamizador, secretario, vocero y vigía del tiempo, lo que favoreció la participación. El trabajo cooperativo promovió la discusión y la colaboración entre pares, lo cual resulta fundamental en el proceso de RP. Sin embargo, la docente mencionó en sus diarios de campo que en algunos grupos sólo dos estudiantes se involucraron en la búsqueda de estrategias y los otros dos realizaron otras actividades.

*En la mitad de los grupos pude observar que solo dos o tres estudiantes se comprometen con el proceso de resolución. Los demás estudiantes se ponen a conversar, a jugar y se distraen*

*fácilmente. En varias ocasiones me ví obligada a llamarles la atención para que se concentraran e hicieran contribuciones al trabajo cooperativo.*

*(Diario de campo, septiembre 15 del 2017)*

Esta situación cuestionó a la docente acerca de las características de los problemas que está planteando, si realmente motivan y retan a los estudiantes.

En el momento de la clase pensé que la distracción era responsabilidad exclusivamente de los estudiantes. Ahora me pregunto, será que los problemas que planteó están demasiado alejados de su realidad o de sus intereses? ¿Los problemas incitan a mis estudiantes para que discutan, propongan y reflexionen? ¿Soy también responsable de la falta de compromiso con el trabajo cooperativo? (Ruiz, Diario de campo Julio de 2017)

Al identificar que se había presentado esta dificultad, la docente decidió motivar a los grupos que mostraran mayor participación empleando puntos positivos. Por otra parte decidió modificar la cantidad de integrantes por grupo y revisar el tipo de problemas que estaba formulando para la planeación del tercer ciclo.

#### *Evaluación.*

La docente transformó sus formas de evaluación: las pruebas escritas dejaron de tener protagonismo, y la evaluación empezó a ser dialogal. Al cuestionar a cada grupo acerca de las razones por las cuales empleaban determinada estrategia, la docente logró valorar las dificultades y avances que los estudiantes presentaban en el proceso de resolución de problemas y en la comprensión de nuevos conceptos.

D: Cuéntenme ¿qué hicieron para resolver el problema?

Johan: - nosotros pensamos que pues como dice que tiene en una bolsa tres cuartos, o sea la unidad estaría dividida en cuatro (agrupa cuatro tapas de gaseosa, y apartando tres dice): esto sería lo que tiene, y esto (una tapa) lo que no tiene. Y en la otra bolsa tiene un medio, o sea (mostrando otro grupo de cuatro tapas y apartando dos) esto es lo que tiene y esto (dos tapas que junta con la otra que había quedado separada) es lo que no tiene. O sea, como en la recta numérica: la unidad está dividida en dos y tiene la mitad.

D: por qué para identificar un medio de libra emplearon cuatro tapas?

Camila: Profe, pues porque en una bolsa tenía tres cuartos, (señala indicando que cada tapa es una parte) y en la segunda bolsa, como sigue teniendo la palabra libra quiere decir que es la misma cantidad. Por eso puse cuatro tapas y tomé la mitad.



Imagen 8 La docente evalúa a través de preguntas

En la imagen anterior, la docente planteó preguntas para identificar los avances de los estudiantes en el proceso de resolución de problemas así como los niveles de apropiación del concepto de fracción. Allí demuestran que han logrado claridad sobre la importancia de contar con unidades del mismo tamaño para comparar dos fracciones.

La docente promovió el uso de diferentes registros de representación para valorar la comprensión de los conceptos nuevos.



Imagen 9 Uso de diferentes representaciones semióticas

En la imagen 9, la estudiante emplea dos registros de representación diferentes para resolver un problema, lo cual le permite a la docente identificar su nivel de comprensión del objeto matemático.

### *Dimensión Aprendizaje.*

#### *Proceso de resolución de problemas.*

Los estudiantes se familiarizaron con algunas acciones y preguntas esenciales para comprender el problema: leer con detenimiento, discutir alrededor de preguntas literales e inferenciales sobre el problema.

(La docente les entrega un papel con el problema)

Lizeth: Bueno, leamos tres veces el problema cada uno. ¿Quién es el secretario para que pregunte a cada uno con sus propias palabras o que dice el problema?

Brandon: yo

Lizeth: listo, leamos mentalmente y luego cada uno parafrasea a ver si lo entendimos

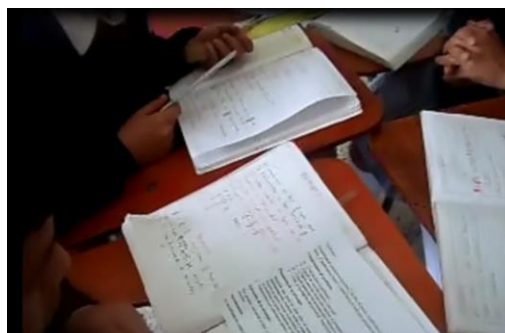


Imagen 10 Los estudiantes se plantean preguntas para comprender el problema

Los estudiantes replantearon la idea de que sólo a través de un algoritmo podían resolver el problema. Seis de los ocho grupos emplearon la estrategia de ensayo y error en la etapa de ejecución del plan empleando material concreto. Los dos grupos restantes fueron orientados por la docente para resolver el problema, pues ninguna de las estrategias empleadas les permitieron encontrar una respuesta razonable. La docente les sugirió “trabajar hacia atrás”, y con su orientación lograron resolverlo.

A continuación se muestran el diálogo de un grupo frente a la resolución del problema 1. En esta conversación se pueden identificar dos aspectos relevantes: el uso de la pregunta por parte de la docente para orientar a los estudiantes en el proceso de resolución y la manera como éstos últimos implementaron la heurística ensayo -error.

La docente se dirige hacia el grupo 5.  
D: ¿Qué fracción de empanadas vendió la señora Consuelo?  
G5: seis décimos  
D: y cuántas tenía  
G5: 30  
D: Bueno, pongan las 30 empanadas en el piso (cubos). ¿En cuántos grupos tendrían que dividir las empanadas?  
G5: en 10  
D: de a cuántas empanadas entonces irían en cada grupo?  
G5: Diego: 30 dividido en 10 da 3 (los estudiantes organizan los grupos)  
D: Bueno, entonces aparten las empanadas que le vendió a los profesores.  
G5: Dos grupos de esos para los profesores, tres para los de quinto y 2 grupos para los de segundo.  
D: listo! ¿cuántas le quedan?  
G5: (cuentan) No profe, le quedaron 12.  
D: si tuviera 30 le quedarían 12, entonces no tenía 30 cierto? ¿Qué podrían hacer para intentar encontrar el dato de las empanadas que traía?  
G: intentar con un número mayor  
D: Bien, lo que ustedes proponen es realizar Ensayo- error: esa es una estrategia para resolver un problema  
D: creen que tenía más o menos que 30?  
G5: más  
G5 (Diego) présteme 10 más  
*(Una compañera le pasa 10 cubos más)*  
D: entonces de a cuántas empanadas irían en cada grupo?  
G5: de a 4  
*(organizan 10 grupos de 4 empanadas)*  
G5 (Laura) Profe, con 40 empanadas nos sobran 16. Tampoco es.  
G5 (Diego) Pero ya nos vamos acercando. Probemos con 50  
*(Organizan 10 grupos de 5 empanadas)*  
Laura (contando 4 grupos de 5 cubos) 5, 10, 15, 20... Si sobran 20 empanadas.  
Diego: o sea que la señora Consuelo tenía...  
G5: 50 empanadas



Imagen 11 Uso de heurística ensayo error

### *Dimensión Pensamiento.*

*Aprendizaje de un objeto matemático por medio de la resolución de problemas.*

Para la segunda sesión se plantearon problemas como el que se presenta a continuación:

#### Problema 2

Para preparar una torta se necesitan  $\frac{9}{5}$  de libra de harina. Lizeth tiene una bolsa con  $\frac{3}{4}$  de libra y otra con  $\frac{1}{2}$  libra. ¿Cuánta harina reúne? ¿Cuánta harina le falta para preparar la torta?

En la segunda sesión los estudiantes llevaron a cabo procesos de consulta. Allí la construcción de conocimiento sobre un nuevo objeto matemático surgió ante la necesidad de resolver un problema, como se evidencia en el siguiente diálogo entre la docente y un grupo de estudiantes.

*(La docente se dirige a otro grupo y le pregunta qué están haciendo)*

*Sebastian: -profe, pues representamos así las dos bolsas que tiene Lizeth- (dos grupos de cuatro cubos. De un grupo aparta tres y del otro aparta dos cubos, explicando que es la mitad de una libra)*

*S: -Ella dice que tiene tres cuartos y un medio, entonces, miramos que un medio es lo mismo que dos cuartos-*

*S: -entonces, lo que tiene es tres cuartos y dos cuartos o sea cinco cuartos. Lo que no entendemos es que aquí (señala el problema en la fotocopia) dice que tiene nueve quintos-*

*D: -bueno. Necesita nueve quintos y tiene cinco cuartos. ¿Qué harían ahora?-*

*S: -Pues...(se queda pensando) podríamos hacer una...resta? Pues entre lo que necesita y lo que tiene para saber cuánto le falta-*

*René: -Pero profe, nosotros no sabemos cómo restar fracciones con diferente denominador-*

*D: -qué tendrían que hacer entonces para poder saberlo?-*

*S: -averiguar cómo se hace-*

*D: -Tendrían que definir y decidir qué información se debe consultar. Hasta ahí van súper, súper bien-*

*(El grupo busca en el libro y no encuentra la información. La docente a través de preguntas los orienta. Leen y realizan los procedimientos indicados en el libro de texto para restar fracciones heterogéneas y lo emplean para resolver el problema)*

*Fragmento videograbación Ruiz, Mayo de 2017*

En el diálogo anterior, se puede evidenciar también, la comprensión lograda por los estudiantes del concepto “equivalencia de fracciones”.

En este proceso la docente observó que los estudiantes presentaron dificultad para identificar la información desconocida: el objeto matemático del cual debían consultar para resolver el problema, pues los estudiantes buscaban un título específico, sin establecer relación con el eje temático correspondiente. Esto era consecuencia de las prácticas de la docente, quien en sus clases siempre promovía el desarrollo de ejercicios o la transcripción de definiciones entregándoles la página exacta, sin siquiera permitirles conocer la tabla de contenido. Por esto

decide como acción de mejoramiento permitir a sus estudiantes en todas las asignaturas el rastreo de información, ya que esto es fundamental para resolver dudas y tareas cotidianas.

Otra de las evidencias del aprendizaje fue el uso de diferentes representaciones semióticas. La mayoría de los grupos mostraron habilidad para realizar transformaciones de conversión y de esta manera lograron demostrar la comprensión de conceptos como numerador, denominador y unidad.

#### 4.4.2 Análisis aula 2.

##### *Dimensión Enseñanza.*

##### *Planeación.*

Durante el año 2017 se trabajó la resolución de problemas en el área de matemáticas. La docente planeó actividades con las que buscaba que sus estudiantes fueran más críticos, analíticos, recursivos y propositivos.

Para hacer un análisis más detallado de lo que hasta el momento se ha trabajado (sus aciertos, dificultades y aspectos por mejorar), se inició con la planeación basada en los análisis que plantea Gómez (2007), los cuales no eran abordados por la docente, pues se guiaba por las temáticas de los libros. Para esta intervención se hizo un análisis de contenido, indagando sobre las variables que presentaba el tema, y la manera en que podría ser trabajado en el aula mediante la resolución de problemas, como se muestra en la imagen 12.

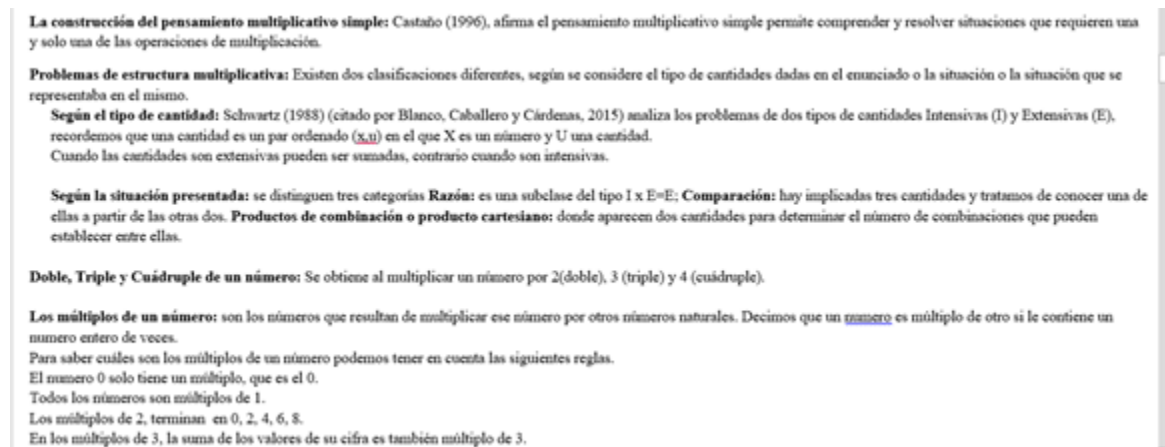


Imagen 12 Esquema planeación Aula 2



### *Recursos y materiales.*

Algunos de los recursos y materiales con los que se contaban en el aula, fueron realizados por la docente con ayuda de los estudiantes, para hacer el trabajo más dinámico. El material concreto facilitó la comprensión del problema ya que se volvió real y tangible para los estudiantes, lo que les facilitó dar respuesta a un problema planteado. La estudiante explica el uso de material concreto, como se observa en la imagen 13.



*D: Bueno niños, cuéntenme ustedes que están haciendo.*

*E2: Profe, nosotros utilizamos material concreto.*

*Yo estoy contando un palo y E 27 está contando de a dos, vamos a contar 5 veces y hacemos la cuenta.*

*D: E29 crees que con esta estrategia pueden hallar la respuesta.*

*E29: Si profe mire, dice que es el doble de pirulitos que de gomas, entonces E2 cuenta uno y E27 el doble (o sea 2) palos, ahora debemos hacer la cuenta.*

*-E2 contó 5 que son los pirulitos, eso vale -E27 500 pesos, listo \$500 y E27 tiene 10 que son las gomas y valen 250. Voy a sumar... eso me da 750, y cuánto fue lo que gastó?*

*E27: \$2.000, entonces nos toca seguir sumando, profe con los palitos me parece más fácil.*

*D: Muy bien, esa es la idea que ustedes utilicen el material y que entiendan lo que estamos haciendo.*

*E2: si profe, vamos a seguir contando.*

Imagen 13 Estudiante explica por qué usó material concreto

En cuanto al uso del libro de texto para consultar la información necesaria para dar solución al problema planteado, no se tuvo el resultado esperado. La docente pretendía que los estudiantes luego de identificar el objeto matemático en el que debían profundizar, lo buscaran en el libro y a partir de allí plantearan estrategias de solución al problema. En este caso la docente tuvo que orientar a los estudiantes para encontrar el tema a consultar. Esto sucedió porque no se han dado espacios de consulta dentro de la clase, de igual manera no se cuenta con el material suficiente para poder trabajar con todos los estudiantes. Por esta razón, la consulta bibliográfica no se podrá abordar para la implementación del ciclo tres.

### *Estrategias.*

El ciclo 2 se basó en los principios del ABP. La docente desarrolló sus clases a partir de un problema matemático, promovió el trabajo cooperativo y orientó la consulta de información desconocida.

En el proceso de resolución la docente planteó preguntas que le permitieran a los estudiantes identificar los datos útiles, la información conocida y desconocida, lo cual permitió a los estudiantes mejorar sus niveles de comprensión del problema.

Se planteó el siguiente problema para trabajar el doble de un número.

*Paula compró el doble de pirulitos que de gomas. Por cada pirulito pagó \$100 y por cada goma \$ 50. Si gastó \$2000 ¿Cuántos pirulitos y cuántas gomas compró?*

En el proceso de consulta que se evidencia en la imagen 14, la docente, por medio de preguntas orientó a los estudiantes en la búsqueda de información desconocida.

D: Bueno niños, ¿ya encontraron que es el doble?  
E4: Profe, estamos mirando el libro pero no encontramos nada.  
D: Ustedes buscaron en el índice del libro para ver si está lo que están buscando y en que página pueden hallarlo.  
E12: No profe estamos es pasando las hojas.  
D: Niños ustedes deben mirar el índice que es donde están todos los temas que trae el libro, miren ahí.  
E12: Profe es esto, aquí dice...doble, triple y cuádruple.  
D: Si señor muy bien, ahora miren en que página está y lean a ver si lo que dice ahí les ayuda a hallar la solución al problema.  
E18: Profe nosotros no tenemos libro.  
D: Ya busco otro y les presto.  
E4: Mire profe aquí muestran que el doble es multiplicar por dos, E12: o sumar dos veces, por ejemplo el doble de 3 es 6, por que se suma dos veces el tres y eso da seis.  
D: Muy bien, ahora como esa información les ayuda a dar solución al problema.



Imagen 14 Fragmento diario de campo, Medina, Mayo de 2017.

Mientras los estudiantes resolvían el problema, la docente indagó a cada grupo sobre los procedimientos realizados planteándoles preguntas para promover la reflexión en cada una de las etapas de resolución.

### *Gestión de aula.*

Antes los estudiantes estaban ubicados en filas, observando a la docente, escuchando su explicación y realizando los ejercicios que ella escribía en el tablero para ser resueltos. Ahora la docente dispuso la organización del curso en grupos de cuatro estudiantes, integrados por niños y niñas con alto y bajo desempeño en las actividades matemáticas y académicas en general, esto transformó la dinámica del aula, favoreció la integración y el diálogo.

Sin embargo, se observó que el trabajo en grupos de cuatro estudiantes no funcionaba, ya que se generaba desorden en el aula, a pesar de que cada uno tenía un rol o responsabilidad definida dentro del mismo (dinamizador secretario, relojero y materiales). Para el siguiente ciclo se organizarán grupos de tres estudiantes para fomentar la responsabilidad entre los integrantes, y mejorar la participación en el trabajo cooperativo.

#### *Evaluación.*

La docente evaluó cada actividad desarrollada, se observó el desempeño del estudiante dentro del grupo, sus acciones, aportes, posturas y actitudes.

La docente hizo preguntas a los estudiantes que poco participaban, para poder establecer si habían comprendido el problema o qué dificultades presentaban. Esto demandó más tiempo de la docente, para poder observar el proceso de cada estudiante (especialmente los poco participativos), quienes tardaron más en dar sus argumentos frente al trabajo realizado.

Evidentemente la práctica docente tuvo un cambio significativo, ya que se llevó a cabo una interacción constante con los estudiantes, se dejó de lado la evaluación exclusiva de algoritmos, donde el único indicador del supuesto aprendizaje de los estudiantes era la cantidad de aciertos en un examen escrito. Si los estudiantes tenían más errores que aciertos la docente planteaba más ejercicios para resolver pues consideraba que de esta manera aprenderían.

En este ciclo la docente observó el proceso del estudiante al resolver un problema matemático, sus capacidades, conocimientos y dificultades; la docente fue un apoyo y mediante preguntas guió esa construcción de conocimiento y conceptos.

*D: E 19 que estrategia están utilizando para dar solución al problema.*

*E19: profe, nosotros ya leímos y entendimos que debemos hallar la edad de Ana y Beto, en este momento. Pero dice que es el triple y hace cinco años era el cuádruple, entonces estamos ensayando con números que cumplan con esa condición.*

*D: E4 tú con que números has ensayado.*

*E4: yo escogí el 5 y el 15, pues 15 es el triple de 5.*

*D: y hace 5 años ¿cuál era la edad de Ana y Beto?, ¿si era el cuádruple?.*

*E1: no profe, sería 0 y 10, entonces no nos sirve.*

*E19: Profe ayúdenos.*

*D: lo que están haciendo, está bien, deben es seguir buscando números que cumplan con estas condiciones, recuerden que se deben cumplir las dos. Pero la estrategia me parece muy buena, lógica e interesante. Los felicito, están haciendo un trabajo muy bueno.*

*D: Por favor integren a E11, la veo muy callada. Tienes que integrarte con ellos.*

*E11: si profe, yo estoy trabajando en mi cuaderno.*

*D: muy bien muéstrame que has hecho.*

*E11: yo escribí 10 y 30, 30 es el triple de 10.*

*D: y hace 5 años, ¿Cuál era la edad de cada uno?*

*E11: Mmmm... 5 y 25, pero esto no es el cuádruple, no me sirve.*

*D: intenta con otro, pero pendiente de lo que dicen tus compañeros.*



Imagen 15 Evaluación del proceso de resolución de problemas

## *Dimensión Aprendizaje*

### *Proceso de resolución de problemas.*

Se hizo énfasis constantemente a los estudiantes para que siguieran los pasos planteados para la resolución de problemas:

Leer y comprender, aquí se pidió que parafrasearan el problema, de igual manera que identificaran los datos con los que contaban y los que necesitaban conocer para dar la solución. Mientras la docente daba instrucciones, se acercó a los diferentes grupos para corroborar que estaban haciendo este proceso, con el fin de que plantearan soluciones lógicas y acordes con lo planteado en el problema. Luego se observó que los estudiantes iniciaron con estrategias como la de ensayo y error para hallar la respuesta.

*D: Los estudiantes empiezan a dialogar entre ellos y a buscar la solución del problema mediante la estrategia de ensayo y error, hacen uso de la suma.*

*En el primer grupo observado: los niños inicialmente habían colocado el doble de gomas que de pirulitos, la docente al observar esto, empieza a realizar preguntas sobre lo que están realizando y pidiendo a los niños que vuelvan a leer el problema, ellos se dan cuenta que era el doble de pirulitos, entonces borran y empiezan a realizar de otra manera para dar solución, (luego al volver a revisar han sumado 15 pirulitos y 10 gomas lo cual les da \$2000,*

*pero no cumple con lo enunciado en el problema de ser el doble de pirulito que de gomas), nuevamente la docente les cuestionó si eso es correcto y ellos responden que no es así.*

*Otro grupo va analizando que el doble de pirulitos son 2 y una goma, esto vale \$250, pero los niños no realizan nada más por esta idea, la cual queda desierta para ellos, se les anima a que esta puede ser una ruta para llegar a la solución.*

*Grupo 3: Dicen que el doble es el 2, el triple es el 3, pero al momento de usar los datos y buscar la estrategia expresan que deben sumar los números que aparecen en el enunciado, la docente les insiste en volver a leer y comprender lo que se está pidiendo.*

*El grupo 4 fue el primero en hallar la solución al problema, quienes empezaron a multiplicar cada número por dos y a buscar parejas de números que cumplieran con el enunciado, los multiplica por el valor que le corresponde a cada uno de estos de tal manera dio con la respuesta de: 16 pirulitos \$1600 y 8 gomas 400, los cuales al sumar dan \$2000 y 16 es el doble de 8. (Fragmento diario de campo Medina, Mayo 2017)*

Al observar las estrategias que los estudiantes estaban desarrollando para dar solución al problema se pudo identificar que algunos grupos desarrollaron una operación matemática, otros dibujaron y otros escogieron material concreto para hallar la respuesta.

De igual manera se observó un cambio significativo en el proceso de resolución de problemas, ya que los estudiantes, no solo se basaron en operaciones matemáticas para dar respuesta a los problemas, si no que buscaron otras formas de representación que fueran fáciles y entendibles para ellos. De igual manera la argumentación que dieron a las preguntas de la docente, fue evidencia de un cambio positivo en las prácticas docentes, pues antes se les dejaba solos resolviendo el problema sin cuestionarlos sobre sus avances y dificultades en cada una de las etapas de resolución.

La docente concluyó que es necesario hacer énfasis en los pasos de resolución de problemas, empezando por comprender el problema, planear y desarrollar una estrategia de solución, y verificación.

#### *Dimensión Pensamiento.*

##### *Aprendizaje de un objeto matemático a través de la Resolución de problemas.*

El uso de esta estrategia generó en los estudiantes un impacto cognitivo, ya que era común para ellos copiar el concepto matemático, realizar ejercicios y finalizar con problemas en

los cuales debían hacer uso de algoritmos. Por tal razón ver que podían dar respuesta a un problema haciendo uso de dibujos, gráficos, algoritmos, cambió su forma de ver las matemáticas, se empezó a convertir en un desafío la resolución de problemas.

El siguiente diálogo muestra la construcción de los conceptos doble, triple y cuádruple a través de la RPM.

*D: E17, explicame que entendiste de doble, triple y cuádruple.*

*E17: Profe nosotros buscamos en el libro y encontramos que se puede sumar o multiplicar.*

*Entonces por ejemplo para hallar el doble, sumamos dos veces el mismo número o lo multiplicamos por dos, lo mismo con el triple, este se suma tres veces o se multiplica por tres.*

*E:23 Por ejemplo profe si queremos saber cual es el triple de 4 sumamos 3 veces cuatro o lo multiplicamos por tres, eso nos da 12. Y para el cuádruple multiplicamos por cuatro es más fácil multiplicar que sumar en ese caso.*

*E17: Esto no lo sabíamos bien, pero después de que leímos en el libro y usted nos explicó entendimos, pero el problema de la edad de Ana y Beto si está difícil, ese nos tiene pensando, pero estamos viendo cómo damos la respuesta.*

*D: Recuerden subrayar los datos que les da el enunciado y cuál es la pregunta.*

*E17: Eso estamos haciendo profe, vamos a seguir mirando cómo hallamos la respuesta.*

*Fragmento diario de campo Medina, Mayo de 2017.*

### **4.4.3 Análisis Aula 3.**

Durante el desarrollo del segundo ciclo PIER, en el grado tercero, se realizó una intervención, observada y registrada durante cinco sesiones de clase, donde se abordó el objeto matemático: problemas de estructura multiplicativa, específicamente de comparación (doble-triple-cuádruple) y a la luz de las dimensiones (enseñanza- aprendizaje-pensamiento), se pudo evidenciar lo siguiente:

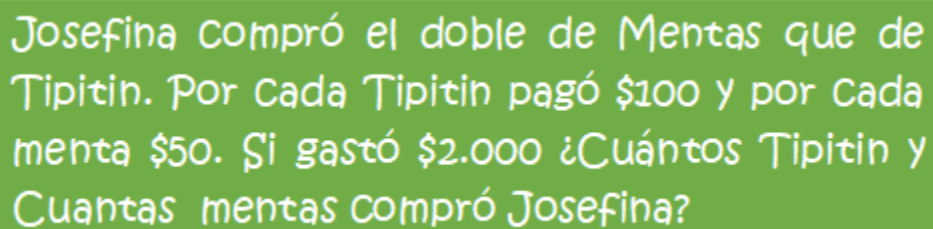
*Dimensión Enseñanza.*

*Planeación.*

Al analizar esta categoría se observan dos cambios significativos: el primero de ellos se relaciona con el análisis didáctico propuesto por Gómez (2007), pues permite no solo conocer el objeto matemático que se enseña, sino además tener en cuenta las posibles dificultades que

pueden presentar los estudiantes. Esto es clave ya que antes la docente simplemente tomaba como referencia del objeto matemático lo que aparecía en el libro de texto, pero al tener en cuenta lo que plantea Gómez la docente profundizó en el objeto matemático a enseñar: su importancia, fases, estrategias y dificultades.

El segundo cambio importante fue abordar los objetos matemáticos a través de un problema, como el que se muestra en la imagen 16



Josefina compró el doble de Mentas que de Tipitin. Por cada Tipitin pagó \$100 y por cada menta \$50. Si gastó \$2.000 ¿Cuántos Tipitin y Cuantas mentas compró Josefina?

Imagen 16 Tipo de problemas planteados

#### *Recursos y Materiales.*

Se empleó el uso de material concreto como tapas y palos para facilitar la resolución de los problemas planteados. En la segunda y tercera sesión los estudiantes tuvieron la posibilidad de usarlo para representar el dinero, tal como se evidencia en el fragmento del diario de campo elaborado por la docente investigadora:

*Luego de observar que los estudiantes después de hacer dibujos o varias operaciones, no lograban obtener una solución al problema. Entonces les di unas tapas para que le asignaran un valor monetario y así trataran de resolver adecuadamente el problema (Diario de Campo, Parra, Mayo de 2017)*

Esto permitió que algunos de los grupos de trabajo cooperativo cambiaran su estrategia de resolución escogida inicialmente (realización de un algoritmo), como se muestra en la imagen 17 a una que involucró conteo o ensayo y error.

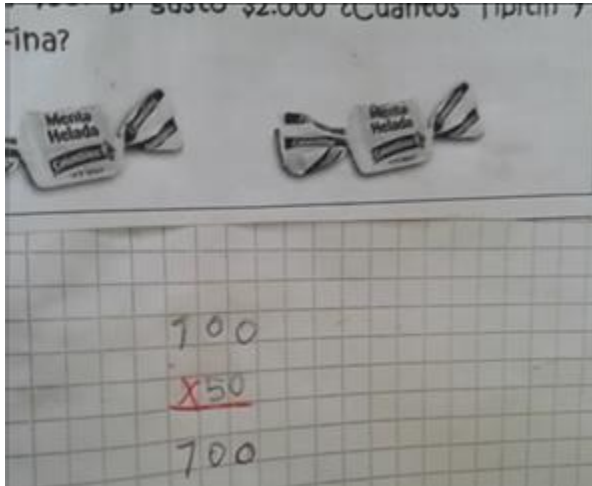


Imagen 17 Algoritmos hechos por los estudiantes al resolver un problema

De esta manera de los 8 grupos, solo 5 lograron desarrollar los problemas empleando el material, como se ve en la imagen 18 pero al momento de hacer la representación en el cuaderno tuvieron dificultades.

**GRUPO 4**

**M:** Este primer grupo que representa?

**E29:** Las monedas que Josefina pagó por los tipitines.. O sea 10 monedas de 100.

**M:** Ahora este grupo que tienes aquí abajo Que representa?

**E29:** Este es de las monedas de 50

**M:** Listo, entonces cuantas mentas y cuantos tipitin compró Josefina

**E29:** 10 tipitin y 20 mentas

**M:** Con ese resultado se cumple la condición de que es el doble de mentas que de tipitin?

**E29:** Si se cumple porque 20 es el doble de 10.



Imagen 18 Uso de material concreto para resolver un problema

*Estrategias.*

Se realizó la aplicación de los principios básicos del ABP. En cada una de las sesiones se trabajó el objeto matemático mediante un problema, en grupos de trabajo cooperativo compuestos por 4 estudiantes. Aquí la docente busca que los estudiantes traten de realizar el proceso descrito en el apartado 2.5.2 de este documento, mediante preguntas, como se muestra en estos fragmentos de los videos:

*M: -Listo ahora, ¿cómo hacemos para saber lo del siguiente?, alguien me puede decir que palabra no conocemos...*



*M: -¿hasta ahí qué información me ha dado el problema?. ...*

*M: -Muy bien ahora que preguntas les hace el problema o que es lo que ustedes deben averiguar?*

*M: -Ahora si cada uno con su grupo van a hablar sobre la estrategia y a decidir cómo van a resolver el problema. Luego verifican que les haya quedado bien... Bueno pueden empezar...*

Fragmento de videgrabación, Mayo de 2017

En algunas de las sesiones de trabajo, se intentó que los estudiantes realizaran la consulta en libros de aquellas cosas que desconocían, aquí se presentaron algunas dificultades: los estudiantes no tenían claro que debían consultar o cómo buscarlo y no se contaba con el material suficiente para realizar la búsqueda en libros. Por tal motivo este es un aspecto a tener en cuenta en la implementación del siguiente ciclo PIER.

La docente concluye que al llevar al aula los principios básicos del ABP, se logró hacer un cambio en la práctica pedagógica pues la clase se aborda a partir de problemas, lo que conlleva a que los estudiantes pasen de procesos de mecanización a la reflexión y la argumentación, además el trabajo cooperativo permite crear espacios de comunicación y de ayuda mutua. Estos aspectos funcionaron durante la implementación del segundo ciclo. Por el contrario el aspecto de la consulta no fue viable por falta de recursos bibliográficos.

#### *Gestión de Aula.*

Inicialmente se organizaron los estudiantes en grupos de 4 estudiantes, pues se buscó que ellos fueran más conscientes de su aprendizaje, descubrieran entre ellos diferentes caminos o estrategias para resolver el problema y de esta manera se involucraran más en su proceso educativo, fortaleciendo la autonomía y el trabajo en equipo.

Es importante resaltar que se ha venido cambiado el modelo de clase magistral donde los estudiantes se ubicaban en fila, la docente frente al tablero, exponiendo el tema y planteando ejercicios.

Algunas de las falencias observadas es que se presentó un poco más de contaminación auditiva pues los estudiantes dialogaron sobre el problema aunque otros también charlaron de

otras cosas ajenas a la clase o se pusieron a jugar. Para esto se plantearon algunas estrategias como incentivos para los grupos que trabajaran de manera cooperativa, además en pro de un trabajo más eficiente se decidió reestructurar los grupos y reducirlos a tres estudiantes para la próxima sesión.

### *Evaluación.*

Se empleó la pregunta en todo momento para determinar los siguientes aspectos: Comprensión del problema, comprensión de la pregunta, pertinencia de la estrategia usada, además para hacerlos conscientes de los errores que se estaban cometiendo en el proceso de la resolución de problemas, como se evidencia en el siguiente fragmento del video de la clase, una conversación sostenida con los cuatro integrantes del grupo No. 8

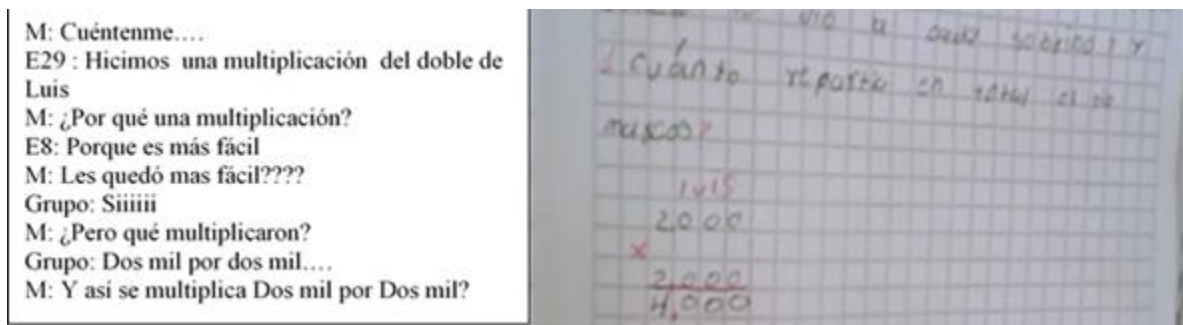


Imagen 19 Evaluación mediante preguntas

De esta manera la docente pudo cuestionar a sus estudiantes, promover el razonamiento, y que reformularan sus estrategias, sin necesidad de decirles directamente que su proceso estaba mal, situación que era usual antes de la implementación del ABP.

### *Dimensión Aprendizaje.*

#### *Proceso de Resolución de problemas.*

Con la implementación del segundo ciclo PIER se lograron avances significativos en los siguientes aspectos de la RPM: Los estudiantes lograron expresar el problema con sus propias palabras e identificar qué les pedía el problema que resolvieran. así se muestra en el siguiente fragmento del video:

**M:** -Cuentenme de que se trata el problema

**E26:** -Pues que Carlitos compró tres veces más dulces que Matilde, y que ella pago de a \$250 por cada dulce y que se gastó \$3.000.

*M: - y ¿qué es lo que deben averiguar? ¿cómo pueden usar el material concreto para resolverlo?*

*E11: - Pues tenemos que averiguar cuántos dulces compró Carlitos y cuántos Matilde. Pero podemos usar las tapas para hacer de cuenta que es el dinero que pagaron?*

*M: -Claro, lo pueden hacer. Traten de resolverlo.*

Fragmento de videgrabación, Mayo de 2017

Además usaron diferentes estrategias para desarrollar problemas ya sea mediante dibujos, ensayo y error, usando material concreto y también a través de un algoritmo, tal como se evidencia en la imagen 20.

Grupo 7: Profe hicimos dibujos de las mentas y los tipitin, e ibamos contando según el valor de cada uno y nos dios los dos mil. Entonces Josefina compró 20 mentas y 10 tipitines, porque al verificar se cumple la condición que ella compró el doble.

(Extracto de un video)

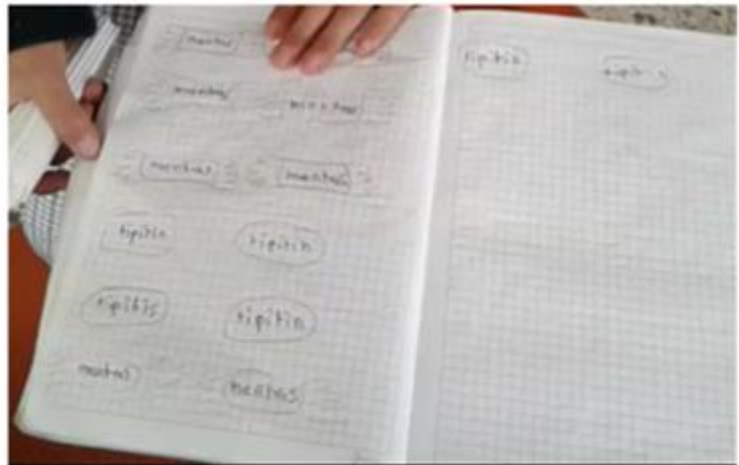


Imagen 20 Proceso de Resolución de problemas

Sin embargo se hicieron evidentes en algunos estudiantes dificultades como: comprender el problema, extraer los datos importantes, discriminar datos útiles de otras informaciones, explicar la pertinencia de la estrategia escogida, ya que al hacerles preguntas no tenían seguridad y cambiaban la respuesta correcta por una errada, como se evidencia el siguiente fragmento de video:

*M: -Ahora ¿quién sigue?*

*E22: -Pues sigue Luis*

*M: -Luis ¿Qué dato o que información nos da el problema con relación a Luis?*

*E28:-....Que a Luis le dio \$4.000*

*M: -Dice ahí en el problema que le dio 4.000?*

*E28:-....Si a Luis le dio el doble, pues le dio 4.000*

*M: - Y ¿porqué dices que el doble es cuatro mil?*

*E28:-....Por que si le dio el doble, el doble es dos mil.... Y le da cuatro mil...*

*M: - No te entiendo, ¿Como así, Explicame?*

*E28: - Ah ya profe no ya se tomamos los dos mil que le dio al primero y le sumamos dos, eso es el doble*  
*Fragmento de videograbación, Mayo de 2017*

Al inicio del ciclo los estudiantes, no se esforzaban por comprender el problema, sino que trataban de acomodar un algoritmo que resolviera dicha situación, pensando que lo peor que les podía pasar era que la docente les dijera que estaba errado, y luego se corrigiera en el tablero de manera general. Por tal razón se hizo énfasis en que lo importante no era la solución, sino el proceso, que se valoraba más el proceso de argumentación y análisis, que una respuesta.

#### *Trabajo cooperativo.*

A lo largo del segundo ciclo PIER se trabajó de manera cooperativa, inicialmente en grupos de 4 y luego de 3 estudiantes. Esta estrategia facilitó la cooperación y la autonomía; aunque la adaptación a este proceso se da de manera paulatina.

Fue común encontrar algunas debilidades en cada uno de los grupos como las siguientes:

- La cantidad de estudiantes por grupo (4) genera un poco más de indisciplina dentro del mismo.
- En la dinámica del trabajo grupal se dio el caso de estudiantes que no aportaron para la resolución del problema, sino que esperaban que sus compañeros hicieran algo para copiarse.
- A Otros estudiantes les costaba trabajar de manera cooperativa y siempre desarrollaban sus estrategias de manera individual.
- Se presentaron algunos conflictos dentro del grupo pues cada estudiante tenía un rol asignado (secretario, vocero, dinamizador), entonces algunos no cumplieron con sus responsabilidades u otros buscando que el equipo trabajara regañaban a sus compañeros, quienes a su vez se molestaban generando peleas entre los mismos.

El trabajo cooperativo favoreció la resolución de problemas, pues al darse espacio para el diálogo y la comunicación, los estudiantes se ayudaban entre sí para comprender el problema, para determinar los datos útiles, la información relevante, así como verificar entre ellos sus respuestas.

### *Dimensión Pensamiento*

#### *Aprendizaje de un objeto matemático a través de la resolución de problemas.*

A partir de los problemas planteados durante el segundo ciclo de investigación, se evidenció que el 70% de los estudiantes adquirieron la noción de conceptos como doble, triple y cuatro veces una cantidad con respecto a otra. Esto se evidencia en el fragmento del diario de campo, donde un estudiante explica el concepto “doble”, referido a continuación:

M: por qué multiplicaron por dos?  
E24: porque es el doble  
M: ¿Y qué quiere decir eso del doble?  
E24: Pues que es dos veces  
M: O sea el tio Marco a Luis le dio dos veces plata?  
E2: No, profe el doble es dos veces más el precio, ejemplo como un celular mio y el de mi mamá, el de mi mamá tiene dos veces más tecnología que el mio....  
M: Ahhh ¿y por eso se multiplica por dos?  
E2: Si o se puede sumar dos veces dos mil, pero la manera más fácil es multiplicando

Imagen 21 Aprendizaje de un objeto matemático a través de la resolución de problemas

La implementación de los aspectos básicos del ABP generó en los estudiantes un conflicto cognitivo al abordar la resolución de problemas, pues antes las prácticas pedagógicas privilegiaban la ejercitación. Al trabajar la RPM los niños han comenzado a entender que un problema se puede solucionar a través de diversas estrategias como dibujos, operaciones, método ensayo y error, etc, aunque todavía tienen dificultades en la comprensión del problema y a su vez en la resolución del mismo. Es común que los estudiantes por intentar dar solución a lo planteado tomen los números que se presentan en el problema y traten de darle respuesta haciendo una serie indiscriminada de operaciones (suma, resta, multiplicaciones) que no tienen sentido.

#### 4.4.4 Análisis aula 4 grado cuarto sede Peñas de Cajón.

Dentro del análisis realizado en el segundo ciclo de intervención, realizado en cuatro sesiones de trabajo y cuyo objetivo fue la implementación de la resolución de problemas matemáticos en situaciones multiplicativas asociados con un contexto se puede concluir frente a las dimensiones y categorías planteadas los siguientes aspectos

##### *Dimensión Enseñanza*

##### *Planeación.*

Uno de los primeros cambios que se debió implementar en esta aula fue el diseño de la planeación pues aunque es un instrumento fundamental para el desarrollo adecuado de la clase, no se realizaba una adecuada investigación del objeto matemático en cuanto al análisis de contenido, cognitivo y estrategias a implementar. El esquema utilizado anteriormente era demasiado básico donde solo se tenían en cuenta los estándares, el dba, y los propósitos de la clase como se muestra en la imagen 22.

ESTANDAR:					
* Resuelve y formula problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.					
* Usa diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.					
DBA:					
DESCRIBE Y JUSTIFICA DIFERENTES ESTRATEGIAS PARA REPRESENTAR, OPERAR, Y HACER ESTIMACIONES CON NUMEROS NATURALES Y NUMEROS RACIONALES EXPRESANDOLOS COMO FRACCIÓN O COMO UN DECIMAL.					
PROPÓSITOS ESPECÍFICOS:					
* Utiliza diferentes estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas, utilizando operaciones con números naturales.					
* Propone y resuelve ejercicios y problemas relacionados con los conocimientos adquiridos, mediante la observación y el análisis para luego solucionar situaciones de su entorno.					
Fecha	Fases	Temas	Actividades	Recursos	Tiempo
Jueves 30 de marzo	Inicio	Análisis y resolución de problemas utilizando las operaciones aditivas y multiplicativas de números naturales	Iniciar, haremos un breve recuento de la clase anterior por medio de rutinas de pensamiento que hicimos las clases anteriores, que queremos hacer, como te pareció. Comenzaremos la actividad "PAGO DE QUINCENA", cada uno de los niños asumirán los roles asignados en la clase anterior y en orden recibirán sus pago en billetes didácticos que utilizaremos en el transcurso de la actividad.	Pabilero Marcadores Billetes didácticos.	5 minutos
	Desarrollo	naturales			

Imagen 22 Planeación Aula

Por tal razón se vió la necesidad de transformar la planeación profundizando en los conceptos a trabajar, pues aunque la docente creía que dominaba, al verse enfrentada a su enseñanza identificaba muchas falencias a nivel conceptual, lo cual les dificultaban también desarrollar el proceso de planeación.

Otra de las transformaciones producidas con la implementación del segundo ciclo es que la docente inició sus clases con el planteamiento de un problema como eje fundamental de la clase, aplicando los principios básicos del ABP. Por otra parte los problemas fueron formulados teniendo en cuenta el contexto social de los estudiantes, empleando datos que ellos mismos proporcionaban, como el que se muestra a continuación:

#### JUEVES DE QUINCENA:

Hoy vamos a recibir nuestra quincena después de tanto trabajo. Pero como solo puedo ir hasta el sábado a traer el mercado debo comprar algunas cosas que necesito con urgencia a la tienda de doña Mercedes.

#### LISTA DE MANDADOS

5 libras Arroz, 1 kilo de sal, 3 libras de azúcar, 8 huevos, 2 libras de chocolate, 4 panelas, 1 frasco de aceite, 7 libras de papa, 3 bolsas de pan, 7 libras de frijol.

TENGO \$ 735.000 DE MI QUINCENA y debo comprar el mandado \* ¿Cuánto me costaron los productos que compre en la tienda de doña Mercedes? ¿Cuánto me quedo de mi quincena?

CON TUS COMPAÑEROS REALIZA UNA TABLA DE PRECIOS SEGÚN LOS PRODUCTOS MENCIONADOS Y LUEGO RESUELVE EL PROBLEMA.

Fragmento Diario de Campo, Ojeda, Mayo de 2017

En el fragmento anterior se observó que la docente planteó un problema empleando términos y contextos cercanos para los estudiantes, pues antes los extraía de los libros de texto.

#### *Recursos y materiales.*

Con ayuda de material concreto los niños lograron modelar las situaciones y crear sus propias respuestas aplicando la estrategia de ensayo y error. En este caso la utilización de billetes didácticos y la “tienda escolar” permitió que los estudiantes plantearan diferentes estrategias para dar solución al problema. Además de que este material fue de gran ayuda, estimuló la creatividad de los niños y su agilidad mental ayudando a aquellos que presentaban dificultades en el proceso de resolución. A continuación se muestra el problema planteado por la docente para trabajar repartos, y en la imagen 23 se evidencia el uso de material concreto en el proceso resolución.

*Un grupo de 6 compañeros de trabajo ganaron un premio consistente en dinero y lo repartieron en partes iguales. Cada uno obtuvo \$160.000. ¿Cuál fue el monto total antes de repartir el premio?*

*Hay que distribuir 66 boliches entre 4 niños.*

*¿Cuántos boliches le corresponden a cada niño?*

*¿Sobra alguno?*

*Patricia necesita colocar sus 69 libros en cajas de cartón, si en cada caja solo caben 8 libros ¿Cuántas cajas necesitará?, ¿sobra algún libro?*



Imagen 23 Utilización de recursos y material concreto

### *Estrategias.*

La docente aplicó cuatro de los principios del Aprendizaje Basado en Problemas: planeación a partir de un problema matemático, fomentó el proceso de consulta, trabajo cooperativo y socialización de resultados.



La implementación de estos principios le permitieron a la docente transformar sus prácticas, pues antes planeaba a partir de lo establecido en los libros de texto, les entregaba el material que debían transcribir como definiciones o explicación de los algoritmos, promovía el trabajo individual para que fuera más fácil la calificación de los trabajos y no generaba espacios para que los estudiantes compartieran sus procedimientos y resultados.

#### *Gestión de aula.*

Con el fin de motivar el trabajo de los estudiantes la docente realizó cambios dentro del aula como la conformación de grupos, la ubicación de un rincón matemático donde los estudiantes encontraban materiales así como información importante para facilitar la resolución de problemas.

Es relevante tener en cuenta la función que desempeñaba la docente dentro del aula pues los estudiantes venían acostumbrados a que dictara el concepto de un objeto matemático y luego que copiara una serie de algoritmos para que los resolvieran y solo al finalizar el tema o como ejercicio de tarea se les daba un problema para que lo resolvieran. Ahora la labor de la docente se transformó notablemente pues logró identificar que es fundamental el refuerzo y atención a cada uno de los grupos.

#### *Evaluación.*

Una de las maneras más utilizadas por la docente era la evaluación escrita donde se les daba a los estudiantes una hoja con una serie de algoritmos y se calificaba únicamente respuestas correctas las cuales con anterioridad tenía la docente y únicamente debía verificarlas, como se muestra en la imagen 24.



Imagen 24 Aprendizaje tradicional

Ahora gracias al trabajo cooperativo la docente llevó a cabo una evaluación permanente. La docente pasó por cada uno de los grupos: indagó, orientó y cuestionó a los estudiantes, buscando que pensarán matemáticamente y que no dieran respuestas al azar. Al pasar por cada uno de los grupos de trabajo la docente pudo identificar aquellos niños que aún presentaban dificultades y los orientó a través de preguntas. Se evaluó el proceso de resolución de los problemas superando el afán por verificar resultados.



Imagen 25 Evaluando procesos más que resultados obtenidos.

*Dimensión Aprendizaje.*

*Proceso de resolución de problemas.*

Con ayuda de los registros de los diarios de campo se pudo observar que a varios grupos se les dificultó el análisis del problema, por tal razón luego de pedirles parafrasearlo, fue necesario leerles una vez más e ir preguntándoles sobre tres puntos fundamentales: qué saben, qué quieren saber y qué deben hacer. Se deja de lado gradualmente la clase magistral, porque aún había momentos en que se veía la necesidad de que la docente dirigiera la clase e hiciera aclaraciones generales en busca de que los estudiantes desarrollarán su habilidad para identificar dentro de un problema los datos útiles y la pregunta problema para que emplearan diferentes estrategias de solución.

Otra de las dificultades que algunos estudiantes presentaron en la resolución de los problemas fue el cambio de la estructura de los problemas. Antes planteaba problemas con un enunciado y una pregunta que además escribía con color rojo. Al formular problemas con una

estructura diferente tres estudiantes no lograron reconocer qué les pedía el problema. Esto es evidencia de las prácticas de la docente, quien les entregaba a los estudiantes todo detallado sin darles la oportunidad de analizar, interpretar y comprender, como se muestra en el siguiente diálogo, sostenido entre la docente y un grupo de estudiantes al plantearles el problema.

*E1- Profe pero no sabemos cuanto cuesta esos productos.*

*E2- No entendemos, ¿que tenemos que hacer?*

*D- Primero debemos ponernos de acuerdo cuál es el precio por unidad de cada producto, vamos a colocar debajo de las imágenes que están en el tablero.*

*E1- ¿Individual o en grupo?*

*E2- ¿podemos coger los billetes?*

*D- En grupos como los ubique, esperamos, leemos el problema, utilizamos el color azul y subrayamos lo que sabemos y con el color rojo lo que no sabemos, luego yo llamo a uno de cada grupo y les entregó el material.*

Fragmento de diario de campo, Ojeda, Mayo de 2017

Dentro de las dificultades vistas en esta sesión fue el uso del tiempo pues los niños se concentraron tanto en el trabajo que no lograron desarrollar el problema en las dos horas destinadas para la clase y fue necesario dar un poco más de tiempo lo que evidencia la necesidad de que la docente replantear la formulación de los problemas.

*Trabajo cooperativo.*

Se inicia con la reorganización de los estudiantes en grupos cooperativos de tres y cuatro integrantes ver imagen 25. Se organizaron mesas de trabajo cooperativo donde cada uno de los niños ejerció una función específica, con lo cual se promovió el empoderamiento y la participación.

Con el trabajo cooperativo la docente incentivó al estudiante al apoyo mutuo, fomentó el respeto y valoración de su trabajo y el de los demás, los estudiantes se evaluaron y trataron de ser coherentes al evaluar a sus compañeros, buscó la manera de reorganizar los grupos de forma equitativa donde al compartir sus puntos de vista y argumentar sus opiniones todos fueran escuchados y se tuvieran en cuenta sus propuestas.

*Los niños demuestran agrado por esta actividad, pero al observar la grabación me doy cuenta de varias falencias en cuanto a la gestión de aula por ejemplo, que no todos trabajan dentro del grupo, en el momento de hacer uso del material concreto algunos grupos hacen otro de uso y terminan distrayéndose fácilmente, los grupos de atrás esperan siempre que los otros den la respuesta y al preguntar individualmente solo un que otro se atreve a dar su respuesta. Se ve la necesidad de que la docente esté más pendiente de todos los grupos y no se centre únicamente en los niños situados en la parte de adelante o en aquellos que ejercen liderazgo, (Diario de Campo. Ojeda, 2017)*



Imagen 26 Gestión en el aula 4 organización y participación

### *Dimensión Pensamiento*

#### *Aprendizaje de un objeto matemático a través de la resolución de problemas.*

La mayoría de los estudiantes demostraron muchas imprecisiones al verse enfrentados a un problema matemático, se vió la necesidad de crear estrategias que los motivaron a realizar adecuadamente los aspectos básicos del ABP haciendo uso de diferentes estrategias para dar solución ya sea por medio de gráficas, dibujos, el conteo manual o con la ayuda del material concreto de tal manera que los estudiantes lograran llegar a una solución y explicar el procedimiento realizado dando cuenta de lo aprendido sobre la resolución de problemas y de los niveles de comprensión de los objetos matemáticos.

Para la implementación del tercer ciclo la docente concluye que es necesario:

- Mejorar el dominio de los conocimientos por parte de la docente para una mejor orientación a los estudiantes.
- Profundizar en el análisis de contenido, implementando problemas que logren aclarar las dudas respecto al objeto matemático y que no se conviertan en simples actividades de rutina.
- Hacer un uso pertinente del material que emplea como apoyo para que los niños desarrollen el problema.
- Mantener el cuestionamiento constante motivando al niño a buscar estrategias diversas y dar una respuesta razonable.

#### **4.4.5 Conclusiones grupales segundo ciclo.**

##### *Dimensión Enseñanza*

##### *Planeación.*

En la dimensión de enseñanza se evidenció un avance en el proceso de transformación de las prácticas pedagógicas en dos aspectos fundamentales: Planeación y los problemas como punto de partida para el conocimiento matemático.

El primero tiene que ver con la planeación de las clases: la cual pasó de una simple revisión del libro de texto de la temática a abordar en clase, a una que buscó conocer más en el objeto matemático a enseñar, teniendo presente aspectos como: ¿qué es?, ¿por qué es importante?, ¿cuáles son sus fases de enseñanza?, ¿qué dificultades pueden presentar los estudiantes?. En otras palabras los aspectos planteados por Pedro Gómez (2007) en su ciclo de análisis didáctico, compuesto por el análisis de contenido, cognitivo, de actuación e instrucción, referidos a las actividades, propósitos, dificultades que se pueden presentar en el desarrollo de la clase

El segundo cambio importante permitió abordar la resolución de problemas como eje transversal del contenido matemático, donde los estudiantes pudieron encontrar un sentido a lo que se aprende en la escuela, pues los problemas son el punto de partida del conocimiento matemático, este cambio en la práctica pedagógica implicó superar las concepciones iniciales acerca de la RPM, que era un tema más dentro del currículo de matemáticas, es decir se abordaba al finalizar los conceptos y se priorizaba la mecanización de procesos matemáticos.

Estos cambios son procesos paulatinos pues se requiere para el siguiente ciclo continuar profundizando en el conocimiento didáctico del contenido para la planeación de las clases, así como implementar diversos problemas, no solamente aquellos con un enunciado verbal, sino a partir de gráficos, tablas o imágenes.

### *Recursos.*

El uso de recursos o elaboración de determinados materiales permitió a los estudiantes desarrollar estrategias que involucraron el conteo o representación de cantidades existentes en el problema, para dar solución a la situación planteada. Se evidenció que cuando los estudiantes no lograban resolver el problema empleando un algoritmo, al tener la posibilidad de manipular material concreto lograban plantear estrategias válidas de solución.

Las docentes diseñaron diferentes materiales concretos para facilitarle a los estudiantes la comprensión de los problemas planteados, estos se realizaron de acuerdo al objeto matemático a desarrollar, o en otras momentos se emplearon recursos como tapas, palos, billetes didácticos. Lo anterior permitió un cambio en la visión que tenían los estudiantes frente al área, ya que dejó de ser aburrida y rutinaria, para convertirse en un espacio en el que podían vivenciar una situación y hallar la solución.

Algunos aspectos que se deben tener en cuenta para el tercer ciclo con relación a esta categoría es ser cuidadosos con el material concreto que se empleará, teniendo siempre un objetivo claro para el uso de éste en pro de la resolución de problemas, ya que en el desarrollo de este ciclo se analizó que en algunos momentos los estudiantes cambiaron el uso de estos elementos dentro del proceso de RPM, y se convirtieron en distractores o los emplearon para jugar. No siempre se pueden emplear los mismos recursos para todos los problemas.

De igual manera se hizo uso del libro de texto para que los estudiantes consultarán información necesaria para dar respuesta a los problemas, pero esta no fue exitosa por falta de material; esta situación hace que para el siguiente ciclo no se realice esta parte del proceso y mejor se continúe con el material concreto y manipulativo.

### *Estrategias.*

Para transformar las prácticas pedagógicas de matemáticas en torno a la RPM, se hace necesario no sólo tomar los problemas como punto de partida para aprender objetos matemáticos, sino orientar a los estudiantes hacia el uso de estrategias como: parafrasear el problema para comprenderlo, elaborar un dibujo, ensayo- error, uso de material concreto,



superando así la concepción de que un problema se resuelve solamente desarrollando una operación matemática.

La apropiación de estrategias para resolver problemas es un proceso que se adquiere de manera gradual en la medida que se van desarrollando problemas, es por esto que para el siguiente ciclo se fortalecerá en el aula el trabajo con diferentes heurísticas, pues para que los estudiantes mejoren su proceso de RPM, es necesario que las maestras investigadoras les enseñen cómo hacerlo, y esto se logra a través del uso de diferentes estrategias.

#### *Gestión de aula.*

En esta categoría se evidencian también cambios en cuanto a las prácticas pedagógicas de las maestras investigadoras, pues parte de la transformación, implica resignificar el rol docente y en consecuencia las dinámicas dentro del aula: al implementar la estrategia del Aprendizaje Basado en Problemas, el maestro se convierte en facilitador del aprendizaje, es decir se centra en el estudiante, por lo tanto se promovió el trabajo cooperativo; pues éste permitió la comunicación, la discusión, la argumentación y por supuesto la posibilidad que entre los estudiantes se apoyarán y aprendieran juntos.

Algunas falencias que se presentaron tuvieron que ver con el proceso de adaptación al trabajo cooperativo, pues en algunos momentos existieron conflictos, o en otros casos algunos estudiantes no se involucran en el proceso que se realizaba dentro de cada uno de los grupos cooperativos, por tal razón se hizo necesario implementar estrategias de motivación para que el trabajo se desarrollara eficazmente.

#### *Evaluación.*

La concepción y la importancia de este aspecto de igual manera ha sido modificado, pues en primera instancia no se enfatizó en el resultado sino en el proceso que llevaron a cabo los estudiantes para llegar a esa respuesta, pues como lo plantea Fandiño (2010) “un docente no debe intervenir sobre el error, si desea poner remedio a una situación negativa, debe intervenir sobre la causa que lo generó.” (p.16). La evaluación fue un proceso continuo a lo largo de la implementación del segundo ciclo, mediante preguntas se realizaba la retroalimentación y por medio de ejemplos los cuestionaron acerca de si la respuesta dada era lógica, buscando que ellos

mismos reflexionaran sobre lo que hicieron para determinar su pertinencia. Evitando proporcionar a los estudiantes juicios buenos o malos.

En pocas palabras las docentes emplearon la evaluación para hacer seguimiento a las fortalezas, conocimientos y dificultades en el proceso de RPM.

#### *Dimensión Aprendizaje.*

##### *Proceso de RPM.*

En este segundo ciclo de intervención se hizo énfasis en la estrategia ABP, para que los estudiantes avanzaran en el proceso de resolución de problemas, se pudo ver que hay un seguimiento en los pasos de la estrategia como: parafraseo, identificación de datos, búsqueda de estrategias, verificación), de igual manera se fortaleció el uso de diferentes representaciones semióticas (gráfico, numérico, verbal) para dar solución a las situaciones planteadas.

El uso de la estrategia ABP generó cambios positivos en la práctica de las docentes investigadoras, desde la ubicación de los niños en el salón, la dinámica de la clase, ya no es solo ejercitación de algoritmos, sino que se están construyendo conocimientos de manera conjunta.

Uno de los aspectos que no se logró de manera efectiva fue la consulta para obtener información necesaria, y así dar solución al problema. Se presentó dificultad en este aspecto por la falta de recursos (libros o internet), de igual manera la poca experiencia de los estudiantes en este tipo de búsqueda no permitía avanzar en el proceso y se convirtió en un obstáculo para hallar la solución.

Finalmente se observó que seguir todos los ocho pasos que presenta la estrategia, hace que los estudiantes se pierdan en el camino y se desanimen para hallar la solución, para ellos fue más fácil reducir este proceso al análisis de la situación, búsqueda de estrategias, ejecución y verificación.

## *Dimensión Pensamiento*

### *Construcción de nuevos conceptos.*

La resolución de un problema permitió la construcción de determinados conceptos matemáticos, pues en el proceso de RPM los estudiantes llevaron a cabo diversas acciones que permitieron aclarar, comprender y darle sentido a los objetos matemáticos.

En algunas ocasiones los estudiantes llevaron a cabo consulta de información que les permitió aclarar dudas acerca de conceptos o procedimientos necesarios para resolver el problema dado.

Las docentes implementaron los principios básicos del ABP y determinaron que por medio de la RPM los estudiantes poco a poco han desarrollado comprensión acerca de los objetos matemáticos. Además los niños han logrado emplear diferentes estrategias para solucionar los problemas planteados. Calvo (2008) Se debe tener presente que la matemática no se aprende por transmisión directa de lo que explica el docente o de la información que se obtiene de los libros de texto; sino que se aprende en interacción con situaciones problemáticas las cuales obligan al estudiante a modificar su estructura cognitiva por el contacto con una multiplicidad de acciones que requieren distintas habilidades (p.137).

Por último las docentes luego de hacer el respectivo análisis de los resultados obtenidos durante la implementación del segundo ciclo concluyen que para el siguiente ciclo PIER, se debe continuar y fortalecer la planeación, es decir tener en cuenta lo propuesto por Pedro Gómez, en especial el aspecto relacionado con las dificultades que pueden presentar los estudiantes. De igual forma se continuará con el trabajo cooperativo, se emplearán los problemas como el vehículo para nuevos aprendizajes y se fortalecerá el uso de estrategias o heurísticas para la RPM.

De igual forma se concluyó que en la estrategia ABP no es viable aplicar los 8 pasos debido a su complejidad, ni tampoco realizar la consulta de la información desconocida por falta de recursos, por tal razón se llevará al aula el Modelo Integrado de Resolución de problemas, propuesto por Lorenzo y Caballero, como se citó en (Blanco, Caballero y Cárdenas, 2015), que incorpora las siguientes fases (comprensión del problema, elaboración de un plan,

ejecución, revisión y un aspecto afectivo), esto con el objetivo de continuar transformando las prácticas pedagógicas y en consecuencia mejorar en los estudiantes el proceso de resolución de problemas.

Por tal razón en la dimensión de Aprendizaje se hace necesario analizar las categorías: comprensión del problema, elaboración de un plan, ejecución de la estrategia y verificación, así como en la dimensión de Enseñanza; el rol del docente.

#### **4.5 Resultados tercer ciclo**

El tercer ciclo se planeó teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el segundo ciclo. En la dimensión de enseñanza se reconoció la importancia de continuar la planeación a partir de un problema que conduzca a los estudiantes a construir conocimientos nuevos, para lo cual las docentes investigadoras incorporaron el análisis de contenido y cognitivo, organizaron el trabajo cooperativo en grupos más pequeños para facilitar la comunicación y cooperación, se continuó promoviendo el uso de material concreto, se hizo énfasis en la argumentación como estrategia para promover la metacognición y se fortaleció el proceso de evaluación aplicando matrices de hetero y autoevaluación que permitan al docente identificar avances y dificultades de sus estudiantes en el proceso de RP, y a los estudiantes monitorear su proceso de aprendizaje de la RPM.

En la dimensión de aprendizaje, las docentes consideran importante que sus estudiantes desarrollen, con su orientación las diferentes etapas de resolución de problemas, y abordarán una etapa donde indaguen sobre el componente afectivo, pues reconocen que en el proceso de resolución no solo intervienen factores cognitivos, sino también emocionales, que resultan fundamentales en el aprendizaje.

En la dimensión de pensamiento, las docentes planean este ciclo orientado a promover la construcción de conceptos a partir de la RPM.

##### **4.5.1 Resultados Aula 1.**

El ciclo 3 se llevó a cabo en tres sesiones de trabajo con una duración de 120 minutos cada una alrededor del proceso de resolución de problemas y abordando los conceptos de perímetro y área.

## *Dimensión Enseñanza.*

### *Planeación.*

Para la docente resultó fundamental realizar el análisis de contenido, pues siempre había abordado el concepto de perímetro a partir de la explicación de las unidades de longitud: múltiplos y submúltiplos del metro, y como aplicación del tema había aplicado por más de 10 años ejercicios para promover la conversión de las medidas pero no verdaderos problemas para desarrollar comprensión del concepto. Uno de los aspectos que más generó dificultad a la docente fue justamente la formulación de problemas que condujeran a los estudiantes al desarrollo de comprensión y no la mecanización de conceptos o definiciones. Además, en el segundo ciclo concluyó que debía reestructurar el tipo de problemas que planteaba, de tal manera que motivaran, retaran y promovieran el pensamiento de los niños y las niñas.

Por esta razón planeó problemas con una estructura diferente a la de los anteriores. De esta manera evolucionó su concepción de problema, pues comprendió que no siempre deben presentarse por escrito, con la formalidad que caracteriza un texto, sino que puede partir de un enunciado y alrededor de éste se pueden generar no una sino muchas preguntas, que lleven no a dar una respuesta correcta sino a inquietar, a desequilibrar el pensamiento, a reestructurar ideas y buscar alternativas, como se evidencia en la siguiente imagen.

Problema 1: para la piñata de su hijo, la profesora tiene que organizar las mesas de manera que quepan la mayor cantidad de personas en un salón. Se le entrega a cada grupo cooperativo un conjunto de piezas cuadradas que representan mesas. Se les pide que con varias mesas elaboren configuraciones de diferentes tamaños. Inicialmente se les pide que construyan una configuración de mesas para sentar 20 personas con la menor cantidad de mesas. Se les plantean preguntas como:

*¿Podrían sentar más de 20 personas con menos mesas de las que emplearon?*

*¿Podrían sentar menos personas con más mesas de las que emplearon?*

*¿Siempre que aumenta la cantidad de mesas aumenta la cantidad de personas que se pueden ubicar alrededor?*

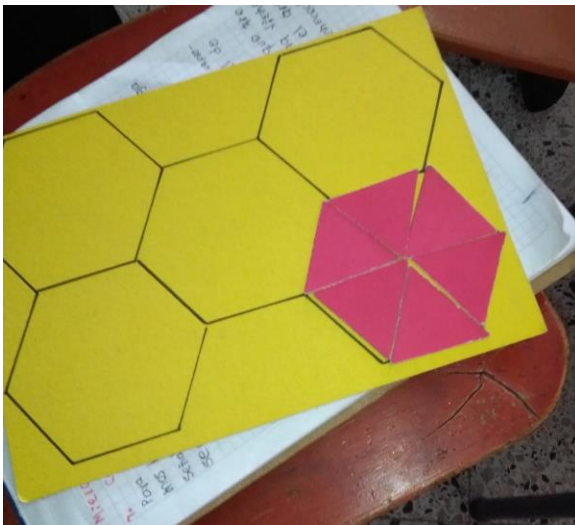
Problema 2: en el proyecto de Prevención de desastres que por esos días estaban difundiendo, una de las tareas que se debían adelantar era la elaboración de señalización. Les comenta que para esto necesita su ayuda. De esta manera les plantea el siguiente problema:

*Para elaborar una señal de forma octagonal con las siguientes medidas ¿Cuánta cartulina necesitan? (La docente presenta un octágono de lado 15 cm y apotema 20 cm)*

Imagen 27 Se transforma la manera de plantear los problemas

### *Recursos y materiales.*

La docente concluye que no siempre debe diseñar un material específico para cada clase, pues para la resolución de los problemas del tercer ciclo los estudiantes accedieron a materiales que estaban en el rincón matemático y que habían sido elaborados para sesiones anteriores. La docente reconoce que es importante proporcionar una amplia variedad de recursos y materiales para que los estudiantes desarrollen su creatividad, puedan modelar las situaciones de diferentes maneras y no como la docente espera que lo hagan.



Docente: -¿qué están haciendo?-

Yeimy: -profe, como no sabemos cómo se halla el área de un hexágono para mirar cuánta cartulina se necesita para hacer la señal, cogimos el juego que la profe había traído para trabajar el juego de fracciones porque la figura también es un hexágono y nos dimos cuenta que la superficie del hexágono es igual a la superficie de seis triángulos-.

D: -pero si la señal es de forma octagonal-

Brandon: -si profe, pero si en el hexágono caben 6 triángulos, pues en el octágono caben ocho-.

Imagen 28 Uso de material concreto Aula 1

En la imagen 27 se evidencia cómo los estudiantes hacen uso de un material diseñado por la docente para trabajar fracciones en sesiones anteriores para dar solución a un problema nuevo que involucraba el concepto de área de polígonos regulares.

### *Estrategias para la enseñanza de la Resolución de problemas.*

En el ciclo tres, la docente hizo énfasis en la argumentación. Al indagar en cada etapa sobre las razones que tuvieron los estudiantes para tomar determinadas decisiones, la docente generó espacios para que los estudiantes reflexionaran sobre su proceso de resolución de problemas. A continuación se muestran algunas de las preguntas y expresiones que la docente empleó durante la sesiones de este ciclo:

*D: - ¿qué vas a hacer para resolver el problema?-*

*D: - ¿Por qué hiciste este procedimiento?*

*D: -¿podrías emplear otra estrategia para resolver el problema?-*

*D: - ¿cómo me puedes demostrar que comprendiste el problema?*

*D: -¿Qué te hace decir que para hallar el área de todos los polígonos regulares se puede emplear el mismo método que usaste con el octágono?*

*D: - Qué puedes concluir de lo que escuchaste?-*

Este tipo de preguntas le permitió a los estudiantes estructurar mejor sus ideas y a la docente conocer los procesos mentales y las estrategias que cada uno llevó a cabo. Este ejercicio de metacognición, mejoró con el desarrollo de cada sesión, pues inicialmente sólo enunciaban las estrategias empleadas, sin dar una argumentación frente a sus decisiones, pero al final del proceso lograron expresarlo de manera más sustentada.

### *Gestión de aula.*

La organización de grupos cooperativos de tres integrantes facilitó la comunicación entre los estudiantes y fomentó la participación de los estudiantes que en el ciclo anterior habían mostrado poco interés y motivación frente al proceso de resolución de problemas. La docente promovió la reflexión sobre la implicación de cada estudiante en el trabajo cooperativo, tal como se muestra en el siguiente diálogo:

*Docente: -niños, quiero que evaluemos hoy el trabajo cooperativo. Saquemos algunas conclusiones sobre lo bueno y lo que debemos mejorar-.*

*Diego:- profe, pues hoy aprendí que aunque yo sea el dinamizador no me las sé todas. Hoy por ejemplo Lizeth me hizo caer en cuenta que había una mejor forma de organizar las mesas. Yo juraba que la que yo proponía era la mejor-.*

*Natalia: -profe, pues hoy todos los de mi grupo colaboramos. Ninguno se quedó sin hacer nada, fue un trabajo chévere-.*

Fragmento videograbación Noviembre 2017

### *Evaluación.*

Durante el tercer ciclo, la concepción de evaluación de la docente investigadora continuó transformándose, debido a que fijó su atención en no solo en las respuestas de sus estudiantes, sino en sus preguntas. El hecho de dejar la comodidad de su escritorio y dialogar con cada uno de los grupos para conocer sus formas de razonar hizo que comprendiera que es a través del diálogo y la indagación que puede identificar los logros y dificultades de cada estudiante. Antes aplicaba evaluaciones escritas para verificar que los estudiantes sabían desarrollar un algoritmo o podían escribir una definición, y la única realimentación que los estudiantes recibían era los “chulos o equis” y la nota que la docente les asignaba por la cantidad de aciertos, pero los estudiantes no tenían la posibilidad de aprender de sus errores. Con esta forma de evaluar, la docente comprendió que la evaluación tiene un propósito formativo y no de revisión y control, logró conocer mejor a sus estudiantes, evaluar sus prácticas y planear acciones para abordar las dificultades de los niños y niñas en el proceso de resolución de problemas.

Por otra parte, al final del ciclo propuso una actividad de cierre que le permitió evaluar el nivel de apropiación de los conceptos nuevos, lo cual fue favorable para los estudiantes, pues al no existir la presión que ejercía una prueba escrita, los estudiantes podían desenvolverse mejor, tal como se evidencia en la siguiente imagen.



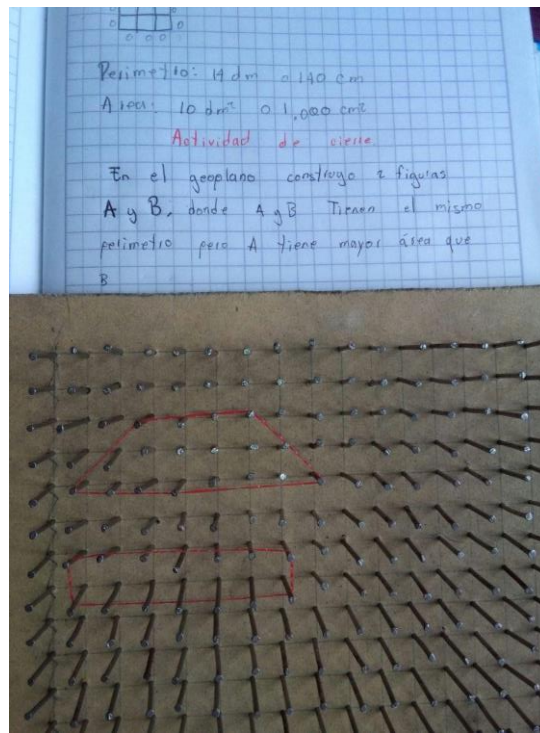


Imagen 29 Evaluación por medio del geoplano

### *Rol del docente.*

El rol de la docente se transformó completamente con el desarrollo de los ciclos. Dejó de ser protagonista en las clases y reconoció que sus estudiantes eran los verdaderos protagonistas. Su papel dejó de ser el de expositora y pasó a ser quien prevee, planea, estudia, diseña, orienta, indaga, motiva y está dispuesta a reflexionar constantemente sobre sus prácticas para continuar transformándolas. No permaneció sentada en su escritorio calificando evaluaciones escritas o talleres, sino en medio de los grupos promoviendo la discusión y la argumentación. Esto no solo le permitió conocer mejor a sus estudiantes, sino ganar su confianza y fortalecer las relaciones interpersonales.

### *Dimensión Aprendizaje.*

#### *Comprensión del problema.*

Para la implementación del tercer ciclo, los estudiantes realizaron con mayor fluidez la etapa de comprensión el problema. El desarrollo de sesiones donde la docente planteó preguntas que los orientaran en esta fase les permitió ganar autonomía en las últimas sesiones donde la docente permitió a los estudiantes plantear las preguntas que consideraran necesarias para comprender el problema. Así se muestra en la imagen 30

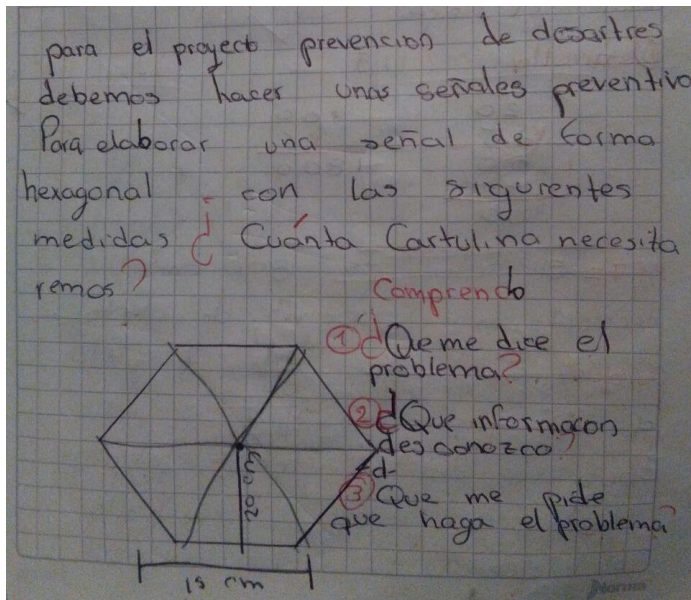


Imagen 30 Los estudiantes plantean preguntas para comprender el problema

#### *Elaboración del plan.*

Al finalizar el tercer ciclo la docente observó que los estudiantes transformaron su manera de resolver un problema en los siguientes aspectos: antes en cuanto recibían el problema empezaban a desarrollar una operación matemática. En las últimas sesiones se detuvieron a discutir con sus compañeros acerca de la estrategia más adecuada para dar solución al problema planteado.

A medida que realizaron algún procedimiento la docente los cuestionó sobre las razones que tuvieron para aplicar esa estrategia, y los estudiantes explicaron oralmente. Luego les pidió que lo hicieran por escrito y el 80% de los estudiantes lo realizaron con detalle dando cuenta que efectivamente habían realizado un plan.

#### *Ejecución de la estrategia.*

Los estudiantes emplearon diferentes estrategias para resolver el problema. Atrás quedó el cuadro de análisis, operación y respuesta. Los estudiantes dibujaron, realizaron cálculos, buscaron patrones, realizaron ensayo- error, simplificaron el problema, superando así la concepción de que un problema se resuelve solo a través de un algoritmo. Frente a ello, la docente concluyó que las transformaciones realizadas a sus prácticas también incidieron en los cambios producidos en sus estudiantes: al darles la oportunidad de proponer estrategias y no obligarlos a trazar el cuadro mencionado se transformó también la manera en que los estudiantes concebían y abordaban la resolución de problemas.

En este sentido, la discusión grupal fue una estrategia fundamental en el proceso de resolución, pues los estudiantes cuentan con perspectivas diferentes, además con distintos niveles de comprensión de conceptos matemáticos, por lo cual se llevó a cabo una realimentación constante.

En el proceso de resolución del problema 1

*(La docente les entrega a cada grupo cooperativo un conjunto de piezas cuadradas que representan las mesas. Les dice que cada cuadrado mide 1 dm de lado. Les pide que con varias mesas elaboren configuraciones de mesas de diferentes tamaños de acuerdo a determinadas indicaciones)*

*D: -En primera instancia, necesito que me colaboren encontrando una configuración de mesas en la que pueda ubicar 20 personas empleando la menor cantidad de mesas-.*

*(Los estudiantes realizan las configuraciones empleando los cuadrados y círculos de cartulina. La docente observa a cada grupo y decide no intervenir ni cuestionarlos sobre su respuesta. Les pide que suspendan el trabajo, que dejen sus trabajos como están y que hagan un círculo alrededor del salón. Cada grupo se ubica frente a sus mesas y empiezan a rotar en el sentido de las manecillas del reloj para observar, sin hacer comentarios, lo elaborado por sus compañeros).*

*Luego de observar, la docente pregunta:*

*D: -¿qué pudieron observar?-*

*Brayan: - uy profe, que cada uno tiene cosas diferentes: una respuesta distinta-.*

*Cristian: -profe, que no nos detuvimos a pensar bien y organizamos las mesas de una sola forma, sin intentar otras formas-.*

*D: -¿Qué aprendimos de esto?-*

*Alexandra: -que no debemos apresurarnos y debemos mirar más opciones-*

*Diego: -como hacer ensayo y error profe, como la vez pasada-.*

*(La docente les pide que empleando 5 mesas ubiquen la mayor cantidad de personas. En esta ocasión todos los grupos intentan varias configuraciones hasta que encuentran una*

*respuesta. Seis de los ocho grupos toman apuntes: elaboran los dibujos de las configuraciones hechas para saber de qué manera se puede lograr una mejor organización de las mesas).*

*Fragmento videograbación, Ruiz, Noviembre de 2017.*

En el diálogo anterior, se puede observar que los estudiantes reflexionaron sobre la manera en que podían mejorar su proceso de resolución de problemas, aplicaron la estrategia de ensayo- error y aprendieron de sus pares a través de la discusión.

*Hoy puedo ver que más allá de haber aprendido sobre ciertos objetos matemáticos, a través de la resolución de problemas los estudiantes lograron identificar la utilidad de los conocimientos matemáticos. Me alegra ver cómo ya no se cierran a la idea de que un problema se resuelve siempre haciendo una operación: me encanta ver cómo rayan, dibujan, ensayan, aprenden de los errores, argumentan sus respuestas. Antes les pedía que verbalmente me explicaran el procedimiento y se les dificultaba hacerlo por escrito. Ahora tienen más fluidez para realizar este proceso (Ruiz, Fragmento discusiones pedagógicas. Noviembre, 2017)*

#### *Verificación.*

En esta fase se produjo una de las principales transformaciones en el aprendizaje del proceso de resolución de problemas, debido a que antes los estudiantes solo daban una respuesta y acudían a la docente para que validara el resultado, y el “chulo o la equis” eran el único indicador de haber realizado correcta o incorrectamente un procedimiento.

Luego de estas sesiones de trabajo, algunos estudiantes desarrollaron con mayor autonomía el proceso de verificación, preguntándose por la lógica de sus respuestas, y en el proceso de socialización de resultados, tuvieron la oportunidad de reconocer sus errores, aciertos y aprender de ellos, como se evidencia en el siguiente diálogo, sostenido entre los integrantes de un grupo.

*La docente le pide a un estudiante que le explique verbalmente por qué realizó el procedimiento. El estudiante le explica paso a paso y se da cuenta que había cometido un error al desarrollar una estrategia para identificar la cantidad de cartulina que requieren para elaborar la señal de prevención (área de un hexágono) Había descompuesto el hexágono en ocho triángulos pero al hallar el área del triángulo había multiplicado base por altura sin dividir en*

dos. Otro compañero del mismo grupo había realizado el procedimiento correctamente y le explicó a su compañero:

*Cristian:- Brandon, pero usted multiplicó base por altura, como si estuviera hallando el área de un rectángulo, y no es así. Hay que dividirlo en dos porque es como hallar el área de la mitad de un rectángulo-.*

*Fragmento videograbación, Ruiz, Noviembre de 2017.*

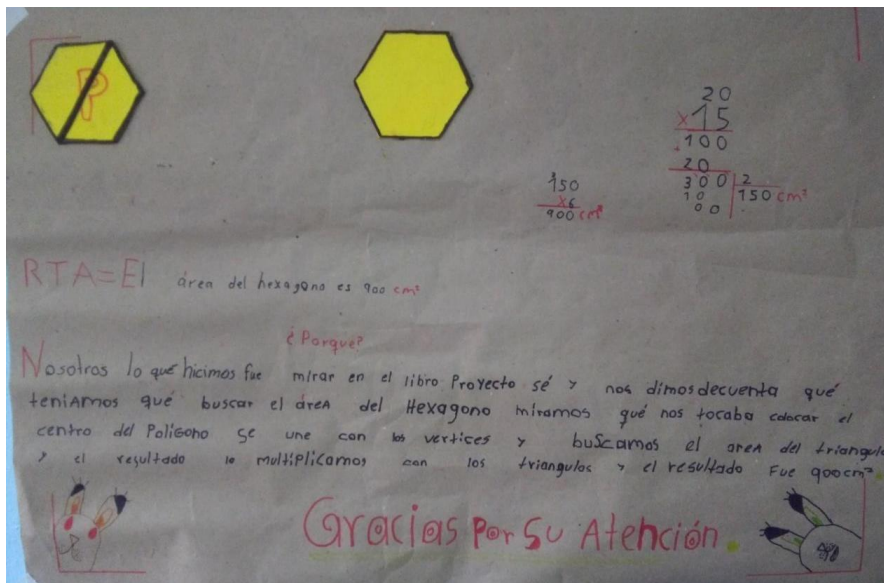


Imagen 31 Socialización proceso de RPM

En la imagen anterior se puede observar que los estudiantes mencionaron el procedimiento que llevaron a cabo para resolver el problema y en ese ejercicio los demás estudiantes tuvieron la posibilidad de comparar sus resultados y verificar el proceso.

Sin embargo, la mayoría de estudiantes presentaron dificultad para identificar los errores cometidos en el proceso de resolución; la docente tuvo que intervenir a través de la formulación de preguntas. Por esto la docente considera necesario brindar herramientas a sus estudiantes para que puedan volver al procedimiento para revisarlo, verificar si es razonable la respuesta y corregir los posibles errores.

### Componente afectivo.

La docente indagó acerca del componente afectivo, y logró identificar que éste desempeña un papel fundamental en el proceso de RPM, debido a que permite que el estudiante se “conecte con el problema” y no que lo desarrolle como una tarea más.

Una de las conclusiones que saca de este ejercicio es que además de generar una dificultad cognitiva los problemas deberían ser lo suficientemente novedosos para captar la atención de los estudiantes y mantenerlos motivados durante el proceso de resolución.

*DI: De la clase de hoy quisiera destacar que les pregunté verbalmente cómo se habían sentido resolviendo ese problema. Dos niños que siempre son muy callados en los grupos me expresaron que en esta ocasión había sido diferente, porque ese problema no era como los que siempre les planteaba, que no parecía un problema porque la mayoría de las veces los problemas eran aburridos y ese había sido divertido de resolver. Esta situación me cuestiona mucho porque en mi afán de plantear problemas que realmente lo sean, olvido que son niños quienes los van a resolver, y que aparte de generar una dificultad cognitiva debería retarlos, motivarlos y por qué no divertirlos (Ruiz, Fragmento grabación discusiones pedagógicas, Noviembre 24 del 2017).*

Este tipo de reflexiones llevan a la docente investigadora a reconocer que es necesario prestar atención al componente afectivo, pues influye en la seguridad con la cual los estudiantes toman decisiones y participan en el proceso de RPM.

COMPONENTE AFECTIVO

¿Qué sentimientos o emociones tuve al resolver el problema? ¿Por qué?

felicidad, por que puedo decir que se me dificulta y que se me facilita

¿Cómo es mi desempeño al resolver problemas matemáticos?

Bien a mi no me queda duro por me gusta volver a los antiguos procedimientos que se pueden usar

¿Se me presentaron dificultades? ¿Cómo las superé?

que me equivocaba en la resolución y lo superé gracias a la ayuda y la confianza en mí de mis 2 compañeros Lizeth y Santiago

¿El trabajo cooperativo contribuye o no al proceso de resolución de problemas? ¿Cómo?

si por que aprendemos cosas nuevas por ejemplo yo digo que hay que hacer una cosa y ellos hacen otro procedimiento que yo no conocia.

Imagen 32 Indagación componente afectivo en el Proceso de RPM. Grado quinto

Dimensión Pensamiento.

*Construcción de conceptos.*

En este ciclo se presentó una transformación trascendental. Por primera vez en el ejercicio de su labor, la docente pudo observar cómo dos grupos de estudiantes lograron construir un concepto sin necesidad de recibir explicación magistral o realizar consulta en los libros de texto. De esta manera concluye que la resolución de problemas no solo promueve el desarrollo del pensamiento matemático sino que es un espacio propicio para la construcción de conocimiento.

El diálogo y las imágenes que se presentan a continuación muestran la manera en que un grupo construye conocimiento sobre el proceso para determinar el área de polígonos regulares.

*D: -Bueno Brandon, cuéntame qué estás haciendo-*

*E4: (trazando líneas para dividir el octágono en triángulos) -Mire profe, pues como este no es un cuadrado ni nada y no sabemos cómo sacarle el área de esa figura, pues la dividí para que quedaran solo triángulos y ahí sí me queda más fácil saber el área porque sumó el área de todos los triángulos-.*

*Fragmento videograbación, Ruiz, Noviembre de 2017.*

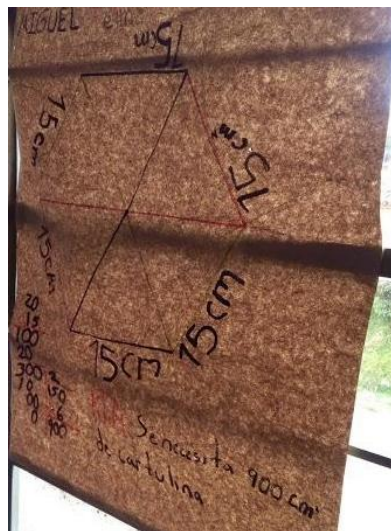


Imagen 33 Los estudiantes construyen conceptos a través de la RPM

## 4.5.2 Resultados Aula 2.

### *Dimensión Enseñanza*

#### *Planeación.*

Para este ciclo de intervención la docente basó su planeación en un análisis de contenido más específico en el que indagó, sobre los diferentes aspectos relacionados con los números fraccionarios. Formuló problemas que le permitieran al estudiante comprender que era un número fraccionario, de igual manera hizo énfasis en los diferentes registros de representación y el uso en situaciones de su cotidianidad.

Un aspecto por mejorar y que queda como reto para la docente, es el de hacer análisis de los objetos matemáticos a abordar, su estructura conceptual, sistemas de representación, destrezas, estrategias, dificultades, etc..., de igual manera continuar con el cambio generado durante esta investigación planeando a partir de la resolución de problemas.

La siguiente imagen muestra los aspectos que se van a abordar del objeto matemático de los fraccionarios y un problema planteado para enseñar la fracción como medida.

*Parte-todo.* Significado que se manifiesta al concebir a la fracción  $a/b$  como la relación existente entre dos cantidades específicas: un "todo" o unidad  $b$  (continua o discreta), representando un número total de partes iguales, y una "parte"  $a$ , destacando un número particular de esas partes iguales tomadas del total.

*Medida.* Significado que tiene su origen en medir cantidades de magnitudes que, siendo commensurables, no se corresponden con un múltiplo entero de la unidad de medida. La fracción  $a/b$  emerge entonces de la necesidad natural de dividir la unidad de medida en  $b$  subunidades iguales y de tomar  $a$  de ellas hasta completar la cantidad exacta deseada.

Los anteriores significados serán comprendidos por los estudiantes, de manera práctica, para ellos se empleará material concreto identificando contextos que pueden ser utilizados, por esta razón esta comprensión necesita que se realicen tareas matemáticas diversas en las que cobre sentido el uso de las fracciones.

En este sentido, también se generará espacio para que los estudiantes apropien los conceptos a través del manejo de diferentes representaciones semióticas. Los estudiantes en muchas ocasiones tienen claridad en el uso de números enteros, pero al hablar de racionales, puede que presenten cierta dificultad, a pesar de hacer uso de ellos en la cotidianidad. Por ello, el uso de diferentes registros semióticos cobra relevancia, pues facilita la enseñanza, y a la vez promueve la apropiación conceptual.

Fandiño (2010) plantea que "la actividad semiótica es parte constitutiva del aprendizaje, hace parte del mismo funcionamiento cognitivo en matemática, su función no es únicamente la de apropiarse y la de comunicar conceptos adquiridos por otra vía" (p.36) Además menciona a Duval (1993) quien afirma que "no existe noticia sin semiótica" (p.36); afirmación que tiene serias implicaciones en la enseñanza de las matemáticas, pues es a través de la capacidad que logren los estudiantes de manejar diferentes representaciones semióticas y sus operaciones fundamentales (tratamiento y conversión) que el docente puede identificar si el alumno ha logrado el aprendizaje conceptual o la construcción cognitiva del concepto.

A cada estudiante se le entrega la siguiente situación a resolver.

"Se necesita construir un camino de piedra entre una cafetería, un hotel campestre y una granja. La distancia entre el hotel y la granja es  $\frac{2}{5}$  de la distancia entre la cafetería y la granja."



¿Cuántos metros hay entre el hotel y la granja?  
¿Qué distancia hay entre la cafetería y el hotel, si es de la distancia entre la cafetería y la granja?

$\frac{2}{5}$   
 $\frac{2}{5}$

Imagen 34 Planeación sesión de clase Aula 2



### *Recursos y materiales.*

Para el tercer ciclo en el que se abordó la fracción, fue indispensable el uso de diversos materiales, como el dominó de las fracciones o el geoplano, de igual manera recursos como papel, cubetas de huevo, fichas de colores contribuyeron de manera positiva para que los estudiantes comprendieran aspectos básicos de la fracción.

El material permitió de igual manera que los estudiantes comprendieran e hicieran la relación entre los diferentes registros de representación, ya que pasaban de lo concreto a lo pictórico, numérico y verbal de manera acertada.

La imagen muestra cómo los estudiantes hicieron la representación de la fracción de un número con material concreto, luego en el cuaderno pasaron a lo pictórico y numérico.



Imagen 35 Representación de la fracción de un número.

### *Estrategias para la enseñanza de la RPM.*

La docente hizo énfasis a los estudiantes en que sigan los pasos para resolver problemas, *leer y comprender*, para esto pidió a algunos estudiantes que parafrasearan el problema a sus compañeros y así quedó claro para todos, que es lo que dice y qué es lo que pide que hagan, luego *planear* dentro del grupo, qué estrategia van a utilizar para dar solución al problema, en este punto fue importante que todos argumentaran sus ideas, para llegar al siguiente paso que es *ejecutar*, aquí llevaron a cabo la estrategia, haciendo uso de diferentes sistemas de representación y finalmente *hacer la revisión* del proceso para validar sus procesos confrontados con los de otros compañeros.

De igual manera se promovió la metacognición, la cual mediante diferentes preguntas llevaron a los estudiantes a que argumentaran, dieran cuenta de sus respuestas, que las justificaran y defendieran. Siempre se pidió dar la respuesta en mínimo dos sistemas de representación diferentes (gráfico, numérico, verbal), para que observarán la relación que se establece entre los dos registros. Seguir estos pasos funcionó para que los estudiantes se sintieran más seguros al momento de resolver otros problemas y lo hicieran de manera rápida, ordenada y eficaz.

#### *Gestión de aula.*

En el segundo ciclo se observó que el trabajo cooperativo servía para fortalecer el aprendizaje de los estudiantes, pero que había una falencia y era que no todos los integrantes del grupo participaban activamente del proceso, por lo que en este tercer ciclo se decidió hacer grupos de tres estudiantes, para que el trabajo fuera más productivo y todos participaran. Se pudo evidenciar que esta organización promovió la convivencia, comunicación y responsabilidad de los integrantes del grupo, como lo expresan los mismos estudiantes en el siguiente diálogo.

*D: Niños, como les ha parecido trabajar en grupos más pequeños*

*Grupo 4: E 15 profe a nosotros nos gustó trabajar más los tres, porque todos debemos ayudar y nos apoyamos. Cuando uno no entiende, los otros lo ayudamos y explicamos, queremos aprender y que cuando usted nos pregunte, cualquiera de nosotros le podamos responder, sobre lo que estamos haciendo.*

*D: Tú E21 ¿cuándo participas y aportas ideas a tu grupo, ellos te tienen en cuenta?*

*E21: si profe, ahora entiendo mejor y yo doy mis ideas, igual participo y ayudo en lo que ellos proponen.*

Imagen 36 Opinión de los estudiantes sobre el trabajo cooperativo

### *Evaluación.*

La docente se basó en el proceso que tenían los estudiantes de manera individual y grupal, para este se observó por sesión de trabajo tres grupos para aplicar la matriz propuesta por Chamoso, como se citó en (Blanco, Cárdenas y Caballero, 2015), en la que se buscaba identificar fortalezas y debilidades que presentaban los estudiantes en el proceso de resolución de problemas, identificando que una de las fortalezas es explicar el proceso realizado para dar solución al problema, de igual manera identificaron los datos que son importantes, por el contrario se observaron dificultades para hacer una planificación del proceso de resolución o buscar problemas parecidos.

De igual manera se pidió a los estudiantes que evaluaran el trabajo realizado en la sesión mediante un boleto de salida, en el que los niños debían escribir que habían aprendido y las dudas que quedaban luego de la clase.

### *Rol del docente.*

Las clases planteadas por la docente para todo el año escolar estuvieron basadas en la resolución de un problema matemático, con el que se tenía como objetivo dar a conocer a los estudiantes un nuevo objeto matemático de otra manera que no fuera la de solo ejercitación algorítmica.

Este tipo de trabajo requiere que el docente sea más activo y esté atento a cada una de las inquietudes de los estudiantes, así mismo generar en ellos interés para hallar la respuesta a los problemas planteados, usar la pregunta para que el estudiante analice, argumente, rectifique lo realizado ayudaba para que fueran concretos y hallaran las mejores opciones de respuesta ya que sabían que debían ser claras, coherentes y con sustento a lo planteado.

Este es un proceso arduo pero que debe ser constante para que sea habitual tanto para los estudiantes como para el docente, pues es finalmente quien debe cambiar, innovar y generar el interés por aprender, ya que si él cambia su enseñanza el estudiante se verá motivado por aprender.

### *Dimensión Aprendizaje*

#### *Comprender el problema.*

Comprender el problema es uno de los aspectos más importantes para dar solución a un problema, pero no fue un proceso fácil, inicialmente cuando se pedía que expresaran lo entendido, ellos lo que hacían era leer el enunciado; esta dificultad se fue superando a medida que se le presentaban problemas en las diferentes clases, el subrayar los datos fue una estrategia que les ayudó a ser más hábiles en este paso de la resolución de problemas.

#### *Elaboración del plan.*

Los estudiantes no esquematizan en el papel un plan para resolver el problema, lo hacían de manera verbal y emplearon mayormente el ensayo y error, la docente por su parte los orienta recordándoles que existen varias estrategias como las planteadas por (Flores y Rico, 2015), hacer un dibujo, comparar con un problema equivalente, usar una operación (si es necesario), etc.

La docente preguntó a los estudiantes sobre el procedimiento que iban a realizar y los animó a que lo hicieran y determinaran si esta estrategia da solución al problema.

#### *Ejecución de estrategia.*

La docente observó el proceso que los estudiantes realizaron para dar solución al problema, a partir de esto los cuestionó, con la intención que argumentaran sobre el proceso realizado, si estaba bien se pidió que lo expresaran de otra manera, (otro registro semiótico) y si era incorrecto se les cuestionó por medio de preguntas para que lograran identificar el error y buscar mediante el mismo u otro proceso la respuesta al problema.

La imagen 36 muestra cómo, para un mismo problema los estudiantes utilizaron diferentes registros de representación semiótica, con los cuales se dió solución a lo planteado, de igual manera, pasaron a un registro numérico y verbal lo plasmado de manera pictórica o gráfica.

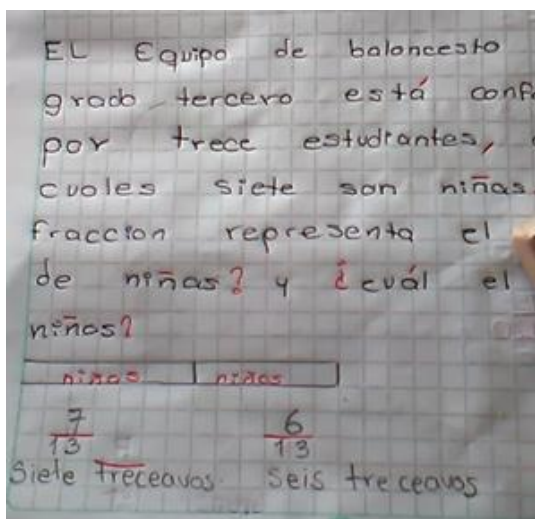


Imagen 37 Diferentes registros semióticos empleados por los estudiantes

### *Verificación.*

Como en los grupos de trabajo se entregó un rol para cada estudiante, quienes tenían el rol de vocero o secretario se encargaban de exponer ante los compañeros el trabajo realizado y la solución al problema, esto con el fin que lo compararan con los otros compañeros y de esta manera observar otras opciones que igualmente habían servido para dar la respuesta. Esta experiencia permitió a los estudiantes determinar que existen varios caminos para resolver un problema.

En la imagen 38 se observa a una niña explicando lo realizado para dar solución al problema, ella repite el procedimiento realizado con material concreto y cómo con su grupo pudieron dar solución al problema planteado.

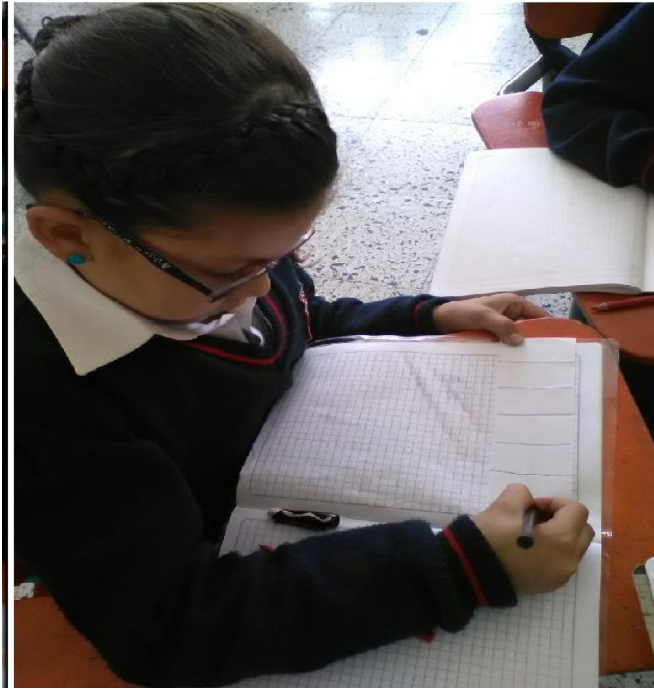


Imagen 38 Verificación

### *Componente afectivo.*

Al finalizar la sesión se escogieron algunos estudiantes al azar para preguntar sobre ¿cómo te sentiste en la clase de hoy?

*Fue un aspecto interesante, ya que durante el proceso se veía el estado de ánimo de los estudiantes, pero el poder hablar con ellos y pedirles que expresaran cómo se habían sentido durante la clase, me motivaba a seguir con este proceso. Aunque no lo crean el sentimiento que más expresan, es el de felicidad ya que para ellos era muy importante poder dar solución a los problemas planteados, esto los hacía sentir más seguros, confiados de sus conocimientos y que eran capaces de solucionar otro problema que se les presentará, de igual manera habían estudiantes que no se sentían bien, experimentaban rabia, nervios, confusión pero lograban cambiar este sentimiento mediante la ayuda de los compañeros, ya que si esto sucedía pedían que les explicaran y ayudaran a entender lo que debía hacer, fortalecieron lazos de amistad. (Fragmento conversación grupal, Noviembre 2017).*

Conocer lo que los estudiantes sentían frente a la resolución de problemas, me hizo pensar en que muchas veces juzgamos a los estudiantes cuando no cumplen con sus tareas académicas, pero no analizamos si esa tarea está siendo difícil para él, si la ha comprendido, cuando se ven enfrentados a situaciones que no conocen o son complejas, se sienten frustrados y no logran encontrar el camino que los lleve a dar soluciones acertadas. Cuando un niño se siente seguro de sus conocimientos se desempeña de manera eficaz, se vuelve líder en su grupo y apoya a sus compañeros.

### *Construcción de conceptos.*

En este ciclo de intervención se trabajó la construcción del objeto matemático de la fracción, su representación, a partir de la resolución de problemas, esto le permitió al estudiante comprender que la fracción es una unidad que se divide en partes iguales, y que puede ser representada mediante diferentes registros semióticos.

La imagen muestra la representación que hizo un estudiante para establecer la equivalencia entre dos fracciones, y cómo mediante la representación logró comprender que es la misma cantidad, así las fracciones se escriban diferentes.

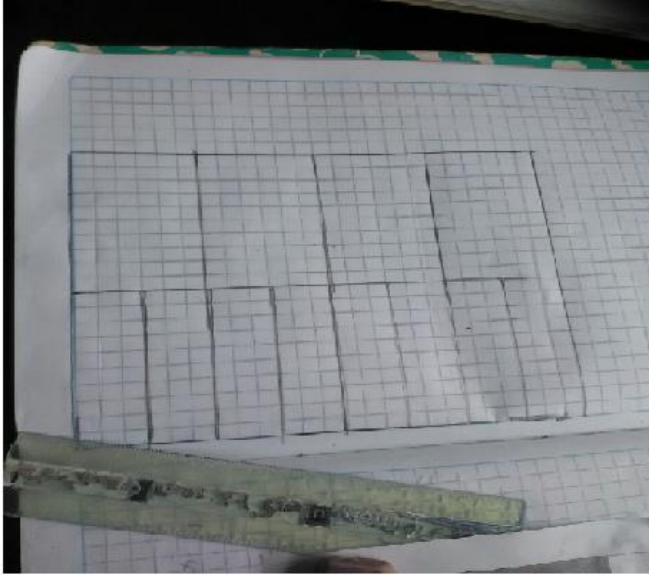


Imagen 39 Construcción de fracciones equivalentes

D: muéstrame que estas haciendo ahí Johan.

Johan: Mire profe nosotros leímos y entendimos que las habitaciones son iguales, entonces las dibujamos así.

Después dividimos cada una, según lo que dice el problema y nos dimos cuenta que han puesto la misma cantidad de alfombra y eso fue muy raro para nosotros, pensábamos que habían puesto más alfombra en la habitación de Valentina, por que el número es más grande.

Entonces en los fraccionarios no es como en los otros números.

D: ¿cuáles otros números?

Martin: si profe, como 1,2,3,4...que entre más contamos más grande es el número.

Karen: Profe es mejor hacer el dibujo y ahí sabe uno si está haciendo bien o no.

D: es mejor Karen eso les permite comprender mejor el problema y pueden argumentar.

Martin: Profe entonces si parto una naranja en 4 pedazos y me como dos, es igual que si la parto en dos y me como una parte.



### 4.5.3 Análisis aula No. 3.

Para el desarrollo del tercer ciclo PIER, en el grado tercero, se realizó una intervención, observada y registrada durante cuatro sesiones de clase, donde se abordó el objeto matemático: problemas de estructura multiplicativa (repartos), además de los instrumentos utilizados se evaluó el proceso de resolución de problemas mediante dos rúbricas (una autoevaluación y heteroevaluación), a la luz de las categorías se muestran los siguientes hallazgos

#### *Dimensión Enseñanza.*

##### *Planeación.*

En este aspecto se evidenció que se continúa abordando la resolución de problemas como eje central del proceso matemático, además se tenían en cuenta las posibles dificultades que los estudiantes podían presentar en la construcción del proceso de la división (repartos). Como se muestra en la imagen (40)

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:** El proceso de RPM se aborda desde todas las fases iniciando por problemas mediante agregación o separación de colecciones de objetos, progresivamente se trabajan números más grandes, se debe favorecer que los estudiantes enuncien preguntas e inventen problemas

**TIPOS DE PROBLEMAS: (estructura multiplicativa- división)**

TIPO	SUBTIPOS	EJEMPLO	ORDEN
Isomorfismo de medidas	Incógnita en Tasa	Luisa compró 60 naranjas y quiere repartirlas en partes iguales en 5 cajas. ¿Cuántas naranjas tendrá en cada caja?	1
Producto Cartesiano	Incógnita en cardinal de algunos factores	Para vestirme de 15 maneras distintas tengo 5 pantalones ¿Cuántas camisetas necesito?	2

**DIFICULTADES:**

- Dificultad ligadas a la complejidad matemática y procedimental de las operaciones multiplicativas: Las dificultades presentadas son mayores a las que ocurren en la estructura aditiva. Las expresiones asociadas como añadir y quitar son fáciles de asimilar para los estudiantes, mientras que la expresión "tantas veces", "cada", porque no representan una acción directa.
  - ✓ Dificultad entre los tipos de problemas.
  - ✓ Confusión entre los términos de la multiplicación y la división.
- Dificultades semánticas debidas a obstáculos por el lenguaje: En ocasiones no hay correspondencia clara entre los verbos de acción y las operaciones multiplicativas, como por ejemplo el verbo "repartir", se convierte en un referente de la división a la que no siempre corresponde.
  - ✓ Identificar las operaciones con acciones tipo lleva a no identificar fácilmente los problemas que no corresponden a estos tipos, ejemplo cuando se identifica la multiplicación con la suma repetida, o la división como reparto.
  - ✓ El comportamiento singular del 1 y el 0 en la multiplicación y la división.

Imagen 40 Planeación teniendo en cuenta las dificultades de los estudiantes

### *Recursos y Materiales.*

Para este tercer ciclo además de que los estudiantes tuvieron la posibilidad de trabajar con material concreto, se elaboraron las cajas Mackinder, un instrumento que facilita la comprensión de los procesos básicos aritméticos, en este ciclo se empleó para que los estudiantes realizaran distintos repartos, tal como se muestra en la imagen (41)



Imagen 41 Uso de la Mackinder para resolver problemas que involucran repartos

Se evidenció que el uso de este material propició el aprendizaje y facilitó la construcción y comprensión de la división como reparto equitativo.

### *Estrategias para la enseñanza de la RPM.*

Se empleó en primera instancia la pregunta, buscando que los estudiantes logaran comprender el problema, respondiendo dos interrogantes: ¿Qué información me da el problema?, ¿qué debo hacer?, tal como se evidencia en la imagen 42, tomada del cuaderno de un estudiante

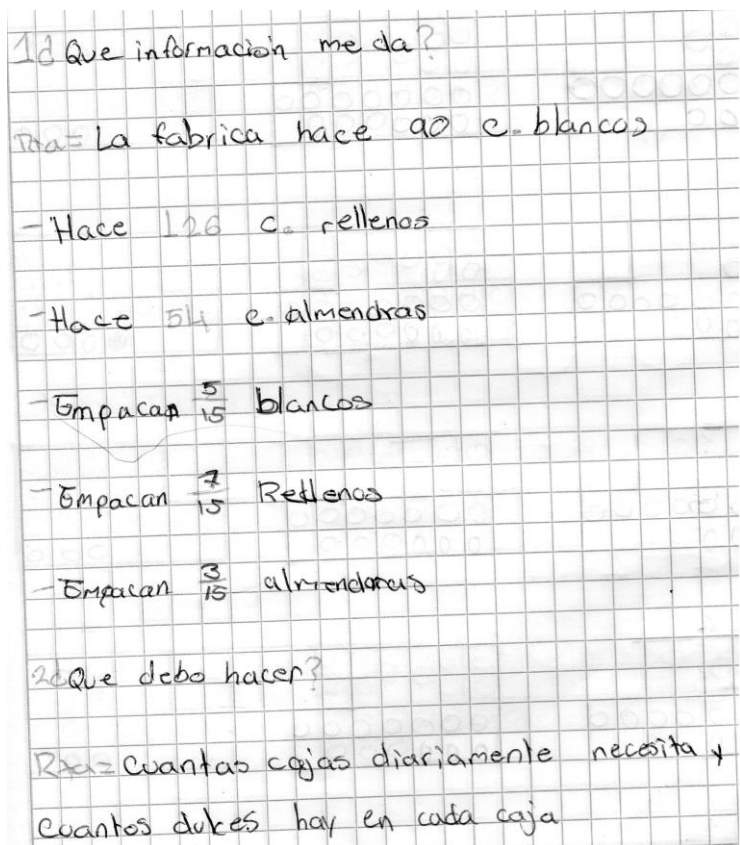


Imagen 42 Preguntas resueltas por los estudiantes para comprender el problema

Quando los estudiantes lograron contestar estas preguntas o parafrasear el problema, se evidenció una comprensión del problema y por consiguiente les permitió continuar con las siguientes fases de RPM.

Se promovió como estrategias de RPM la elaboración de dibujos, el ensayo y error, de igual manera el uso del material concreto, estas heurísticas fortalecieron el proceso de resolución de problemas, pues les brindó a los estudiantes diferentes caminos para dar solución a una situación problema.

#### *Gestión de Aula.*

Se continuó con el trabajo grupal, con roles definidos, se evidencia que el trabajo cooperativo se ha afianzado, y se han disminuido los conflictos que se presentaban durante la segunda intervención en cada uno de los grupos. Esta manera de organización fortaleció el proceso de resolución de problemas, ya que mediante el diálogo y la comunicación los

estudiantes lograron comprender el problema, diseñar estrategias, verificarlas y reforzar conceptos entre ellos.

Los estudiantes a través del trabajo cooperativo han mejorado sus procesos de comunicación, pues conocen sus fortalezas y debilidades, durante este ciclo los estudiantes se organizaron para el trabajo con el fin de optimizar el tiempo y los resultados, tal como se evidencia en el siguiente fragmento del video

*Maestra: - Y cómo usaron la Mackinder?*

*E1: -Bueno como nos decía el problema que en cada uno cabían seis personas, entonces tomamos y pusimos seis personas en cada tubito, y en la de las camas de a tres, lo mismo en las lanchas colocamos de a cuatro bolitas.*

*Maestra: - Y todos contaron las tres, o se distribuyeron?*

*E2: - Nos distribuimos, yo conté los carros*

*E3: - Yo las lanchas*

*E1: - y yo las camas*

Se fortaleció el trabajo cooperativo pues los estudiantes se ayudaban entre ellos cuando no comprendieron el problema, o en el caso de la construcción del algoritmo de la división algunos estudiantes desarrollaron la comprensión con ayuda de sus compañeros, más que por la explicación de la docente.

### *Evaluación.*

La docente investigadora realizó la evaluación de manera permanente a través de la observación del trabajo y las discusiones que se llevaron a cabo alrededor de los grupos cooperativos, además hacía preguntas para determinar si los estudiantes comprendieron el problema, si estaban seguros de la estrategia que usaron para resolverlo y también cuando era necesario para encaminarlos en la comprensión del problema evitando dar respuestas correctas o incorrectas, tal como se evidencia en el siguiente fragmento de uno de los videos

*E4: - Profe no entendemos por cuál número debemos dividir, para encontrar la respuesta.*

*Maestra: Lee la pregunta que deben resolver, además ahí hay un dato clave para resolver el problema, Cuál es?*

*E3: - Qué él se comió una Naranja*

*Maestra: - Y porqué se la comió?*

*E4: -porque le sobró*

*Maestra: - que parte de la división es la que me dice cuánto nos obra.*

*E3: -el residuo*

*Maestra: - y cuál es el residuo?, Ubicar ahí (señalando el cuaderno el), entonces en esa división, ¿cuánto les sobró?*

*E4: - cero*

*Maestra:- cumple la condición?*

*E4:- no.*

*Maestra:- cuando nos tiene que sobrar para que se cumpla la condición del problema*

*E3: -uno*

*Maestra:- entonces qué van a hacer para saber cuántas naranjas empacó en cada lona?*

*E3: -vamos a dividir la cantidad naranjas entre cinco, seis, siete y ocho*

*E4: -sí y en la que el residuo sobre una, esa es la respuesta correcta*

*Maestra: -listo, lleven a cabo esa idea*

Por otra parte durante este ciclo se implementaron dos rúbricas: una en la cual los estudiantes evaluaron su proceso de resolución de problemas y en la otra la docente mediante la observación y con las argumentaciones dadas por los estudiantes evaluaba por grupos el proceso RPM. El resultado de estas rúbricas se presentará más adelante.

#### *Rol del docente.*

El papel del docente se ha ido transformando durante el proceso de implementación, pues anteriormente la docente explicaba el tema de manera general, posteriormente en el tablero escribía una serie de ejercicios para que los estudiantes desarrollaran, mientras ella se sentaba en su escritorio a calificar cuadernos, u otras cosas, en ocasiones los estudiantes se acercaban para mostrar el resultado a lo cual la docente simplemente le calificaba con un visto bueno o con una equis, es decir solo importaba la respuesta, mas no el proceso.

Ahora al trabajar con grupos cooperativos y mediante problemas como eje central del aprendizaje matemático, la docente está en continua observación del proceso de RPM, haciendo preguntas sobre las decisiones de los estudiantes, desarrollando micro clases en cada uno de los grupos, pues surgen ideas e inquietudes diferentes en cada uno de ellos.

### *Dimensión Aprendizaje.*

#### *Comprender el problema.*

Esta es la etapa más importante del proceso de RPM ya que a partir de ella se desarrollan las siguientes fases, por lo cual la docente hizo especial énfasis buscando mediante preguntas y el parafraseo que los estudiantes comprendieran el problema, identificando los datos necesarios, y lo que deben averiguar para resolverlo. En este ciclo se evidenció que los grupos lograron parafrasear el problema pues en el anterior esta acción les resultaba difícil. Al analizar los videos y los diarios de campo se encontró que la mayoría de los grupos comprendieron adecuadamente el problema, como lo muestra el siguiente fragmento de un video, donde una estudiante parafraseó el problema que se abordó en la clase

*Maestra: - Cuéntenme el problema con sus propias palabras*

*E1: - Que los estudiantes del grado tercero B, van a dar un paseo a Cartagena, y que tenían que ir con un acompañante, pero para viajar en cada carro cabían 6 personas, además al llegar al hotel les dijeron que habían camas sencillas solo para tres personas, además querían ir a pasear en lancha, pero solo tenía capacidad de 4 personas por lancha.*

*Maestra: - y que deben averiguar?*

*E2: - Pues primero, cuántas personas van en total al paseo, y cuantos carros, lanchas y habitaciones necesitan.*

#### *Elaboración del plan.*

Cuando los estudiantes tuvieron la posibilidad de conocer varias estrategias que pueden emplearse para resolver problemas, lograron asimilar que existen varios caminos para solucionar un problema, por lo cual optaron por hacer dibujos, otros por usar el material concreto y otros por elaborar una división para dar solución a la situación planteada. Tal como se evidencia en la imagen 43.



Maestra: Bueno y que hicieron para resolver el problema?  
 E2: Primero hicimos unos dibujos como por ejemplo carros, lanchas y las habitaciones  
 Maestra: Bueno, explícame por favor que significa este dibujo.  
 E3: Los círculos son las camas y el cuadro es la habitación, y fuimos haciendo de a tres hasta completar todas las personas que habían en el paseo  
 Maestra: Ahh bueno y cuantas habitaciones necesitan  
 E2: Veinte



Imagen 43 Estrategias llevadas a cabo por los estudiantes

Se evidenció un cambio en este aspecto, pues al comenzar la implementación de la estrategia los estudiantes de manera mecánica iniciaban a hacer cualquier operación que incluyera todas las cantidades que aparecían en el problema, ahora dialogaron, analizaron la situación y propusieron una estrategia para llevarla a cabo.

#### *Ejecución de la estrategia.*

Cuando la docente realizaba la valoración por cada uno de los grupos, los estudiantes expresaban sus inquietudes, además comunicaban el plan que habían propuesto para resolver el problema, esperando que ella les apruebe o desaprobe su estrategia. Por el contrario la respuesta que la maestra investigadora les daba era: llévenla a cabo y verifican si este procedimiento conduce a la solución del problema.

Fue común encontrar en los grupos que mientras estaban llevando a cabo la estrategia planteada, la reformularan o le hicieran ajustes pues consideraban que no era el camino correcto para resolver la situación problema, así se evidenció en el siguiente fragmento del diario de campo.

*Algunos grupos notaron que la cantidad a repartir era demasiado grande para contar uno a uno, entonces con ayuda del material concreto, los estudiantes resolvieron hacerlo de tres maneras*

- a. Reducir el número a 270*
- b. asignarle a cada material concreto el valor de 1000*
- c. Reducir el número y dividirse la cantidad del dinero en los integrantes del grupo así (Dos estudiantes repartían de a 100 y uno de a 70), al final sumaron lo que obtuvieron en la caja Mackinder.*

*Luego de aproximadamente una hora la mayoría de los grupos lograron hacer la repartición adecuada, los grupos que eligieron la opción de repartirse la cantidad del dinero,*

*lograron el objetivo en un menor tiempo, y todos estuvieron involucrados en la solución del mismo, mientras que los grupos que individualmente resolvieron el problema usando la opción a o la b, tardaron mayor tiempo y no a todos los integrantes del mismo, les dio la misma cantidad de dinero.*

#### *Verificación del problema.*

En la última fase de la RPM se buscó que los estudiantes autoevaluaran la pertinencia de la estrategia escogida, aquí se permitió que los grupos socializaran y compartieran con otros los resultados obtenidos, así se evidencia en el siguiente fragmento del video:

*Maestra: - Bueno vamos a escuchar al vocero de estos grupos que nos van a contar cómo resolvieron el problema*

*Estudiante Grupo 3: - Nosotros tomamos las cantidades de chocolate que elabora la fábrica y no las repartimos entre los tres, Gissel tomó los 90 chocolates blancos, José los 126 chocolates rellenos y yo los 54 de almendras, y cada uno usó la Mackinder para ir poniendo en los tubitos de papel, que eran la representación de las cajas de chocolate, fuimos poniendo uno a uno los granitos según nos decía el problema (5,7 y 3) y luego contamos cuantos tubitos utilizamos en total (18).*

*Maestra: - ¿Y como supieron que estaba bien?*

*Estudiante Grupo 3: - Porque al final contamos y a los tres nos dio lo mismo*

*Maestra: - Bueno ahora escuchemos al grupo de Woody cómo lo resolvieron:*

*Estudiante Grupo 8: - Nosotros hicimos dibujos, hicimos un cuadro y adentro unas bolitas de tres colores para diferenciar los tipos de chocolate y así íbamos dibujando y sumando hasta llegar a las cantidades que decían en el problema. Nos salieron 18.*

*M: - ¿y cómo saben que así les quedó bien?*

*Grupo 8: - Porque contamos y nos dieron los mismos números que decían en el problema y porque nos dio lo mismo que a los del otro grupo.*

*Maestra: - Muy bien, ahora por último escuchemos al vocero del grupo Cara de Papa*

*Estudiante Grupo 1: - Nosotros también usamos la Mackinder pero no nos repartimos como el otro grupo, todos contamos lo mismo con la Mackinder primero contamos los chocolates blancos, luego los de almendras y luego los rellenos, pero nos dio un resultado diferente, en uno nos dio 20, en otro 18 y en otro 22, (se queda pensando) pero creo que está mal.... Porque en el problema debemos saber cuántas cajas necesitan....y pues.... No está bien que sean diferentes.*

*Estudiante Grupo 3: - Pues claro que les quedó mal, no ve que son 18 cajas no más, porque si de una les salieron disque 20 de otra 18 es porque repartieron mal...*

Al permitir que los estudiantes socialicen sus estrategias; y además mediante las preguntas que hechas por la docente, se evidenció que han mejorado sus procesos de metacognición en la RPM, ya que ahora son más conscientes del porqué eligieron sus estrategias y si son lógicas y coherentes con el problema que están abordando.



### Componente afectivo.

El aspecto motivacional se evidenció de dos maneras la primera mediante la percepción de la docente al observar el trabajo y el comportamiento de los estudiantes al enfrentarse a un problema y el otro mediante una encuesta donde ellos expresaban las emociones que les surgieron cuando trabajaron los problemas.

Al realizar las observaciones se denota que algunos problemas causaron en los estudiantes sentimientos de frustración y ansiedad: cuando no lograban comprender el enunciado, o cuando la estrategia que escogieron no funcionó. Es aquí donde la docente intervenía para motivar a los estudiantes y alentarlos a continuar con la Resolución del problema, haciendo énfasis que lo importante no era el resultado, sino el proceso y el aprendizaje que se adquiere al resolver situaciones problema.

Así mismo lo expresaron los estudiantes en la encuesta que se les hizo con relación al aspecto afectivo, la mayoría manifestaron tener sentimientos de angustia, frustración al principio del proceso de resolución de problemas, pero que gracias al trabajo con los compañeros, las preguntas de la docente y el hecho de trabajar con material concreto lograron superar sus dificultades, sintiéndose felices, como lo muestra la imagen 44.

COMPONENTE AFECTIVO
¿Qué sentimientos o emociones tuve al resolver el problema? ¿Por qué?
<u>que al comienzo un poco triste porque no entendía, pero con ayuda de mis compañeros logramos hacer el trabajo y eso nos puso muy felices</u>
¿Cómo es mi desempeño al resolver problemas matemáticos?
<u>Es bueno porque me gusta ya aprendemos de forma diferente</u>
¿Se me presentaron dificultades? ¿Cómo las superé?
<u>Si, a veces no lograba entender el problema pero con las preguntas que nos hace la profe, pude entender y hacer el problema y eso me puso feliz</u>
¿El trabajo cooperativo contribuye o no al proceso de resolución de problemas? ¿Cómo?
<u>me gusta porque entre todos nos ayudábamos y así aprendimos</u>

Imagen 44 Emociones y sentimientos de los estudiantes en la RPM

*Dimensión Pensamiento.*

*Construcción de Conceptos.*

Al abordar la RPM como punto de partida, se evidenció que los estudiantes vieron la utilidad de los objetos matemáticos para resolver problemas de su contexto, como repartir dinero o distribuir diferentes elementos según determinadas condiciones.

A lo largo de la implementación de este ciclo los estudiantes construyeron el concepto de la división, la fracción y sus elementos. Así se evidencia en la imagen 45, se muestra el fragmento de un video donde un estudiante explica para que le sirvió el residuo de la división en la resolución del problema.

<p><b>Maestra:</b> que están haciendo?</p> <p>E1: como dice que el puso en entre cinco y ocho naranjas en el costal, entonces nosotros vamos a ser una división primero por cinco, luego por seis, luego por siete y por último por ocho.</p> <p>Maestra: y cómo van a saber cuál es la respuesta correcta, De cuantas naranjas empacó en cada lona?</p> <p>E2: porque dice el problema que le sobra una.</p> <p>E1: sí profe o sea nos vamos a fijar en el residuo, por lo menos aquí en estas dos nos ha dado cero, o sea no nos sirve.</p> <p>Maestra: Y por qué no les sirve</p> <p>E2: Porque para que se cumpla eso de que le sobra una, el residuo nos debe dar uno, esto (señala el cuaderno) es lo que sobra en una división</p>	<p>1 D. y. sión =</p> $\begin{array}{r} 17305 \\ - 15 \quad 346 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array}$ $\begin{array}{r} 17307 \\ - 14 \quad 242 \\ \hline 33 \\ - 28 \\ \hline 50 \\ - 50 \\ \hline 07 \end{array}$ <p>1 → Aquí esta la clave</p>
---	---

Imagen 45 Construcción de conceptos

#### 4.5.4 Análisis De Resultados Aula 4.

##### *Dimensión Enseñanza.*

##### *Planeación.*

En este ciclo fue fundamental el rol del docente pues es necesario que se maneje adecuadamente los conceptos de cada objeto matemático a trabajar para que pueda orientar a los estudiantes no siempre la formulación de problemas retadores puede llevar al aprendizaje o al propósito que quiere el docente. Aunque el trabajo se incrementó notablemente pues ya no es solo preparar la clase o como anteriormente lo hacía poner una serie de trabajos y sentarse a esperar que los niños los solucionaran, es necesario que desde el mismo análisis de contenido se realice un trabajo a conciencia.

Para la implementación de este ciclo se tuvo en cuenta la utilización de los diferentes tipos de pensamiento enfocándose en el métrico y variacional implementando los aportes dados en los seminarios de enseñabilidad de la matemática, en primer lugar se hizo modificaciones a la estructura de la planeación, fortaleciendo los cuatro aspectos que presenta Gómez (2007), análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación como se muestra en la imagen 46.

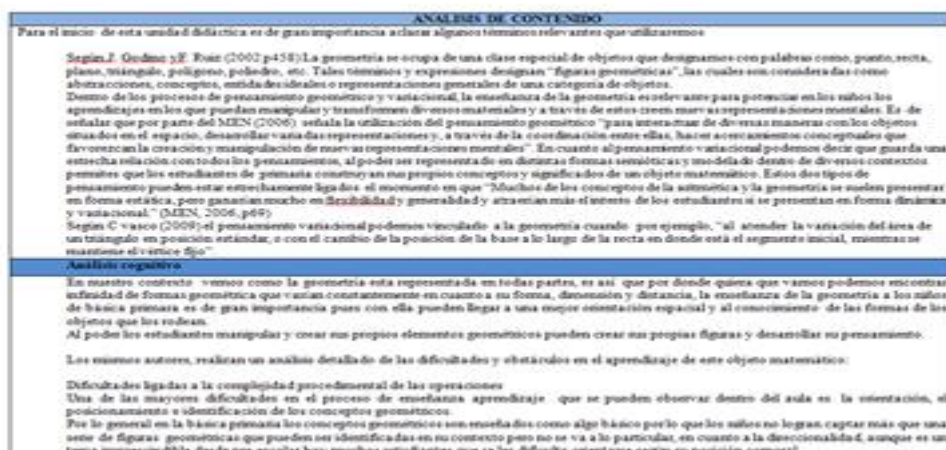


Imagen 46 Transformaciones en la planeación

*Estrategias para la enseñanza de la resolución de problemas.*

Con la implementación de la RPM enfocada al desarrollo del pensamiento variacional y métrico, en busca de un aprendizaje dinámico y creativo con el que los estudiantes logran comprender, y desarrollar adecuadamente el proceso a realizar se dio inicio al presente ciclo dividido en cuatro sesiones de trabajo donde el uso de material didáctico, la utilización de vídeos educativos, el trabajo cooperativo y la utilización de recursos tecnológicos fueron fundamentales para evidenciar el proceso de la resolución de problemas, promover el uso de heurísticas y fortalecer el desarrollo de las fases de comprensión, planificación, ejecución y revisión dentro del proceso de resolución de problemas.

ACTIVIDADES					
Fecha	Objeto matemático	Desarrollo de la clase	Tiempo	Recursos	
Novie siere 2 del 2017.	NUMEROS DECIMALES.  EL METRO MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLO S.	PRIMERA SESIÓN:  INICIO Comparamos objetos Por medio de las actividades, los estudiantes están en la capacidad de identificar atributos de los números decimales y sus operaciones. En la introducción, se presenta un recurso didáctico, donde hay ciertos objetos que deben ser medidos, haciendo uso de un pie, los estudiantes deben hallar la medida de cada objeto teniendo en cuenta que hay algunos en que las medidas no son exactas, y los estudiantes deben indicar una aproximación. Se hacen las preguntas: * ¿Todas las medidas daban como resultado números enteros? * ¿Cómo hacer para determinar las medidas que no son enteras? * ¿Qué elementos nos sirven para medir? * ¿Has escuchado que se usaban estas medidas en tu entorno diario?  DESARROLLO: En grupos de a tres salimos a la cancha y utilizando parte del cuerpo vamos a medir algunos sitios de la escuela. Cancha de fútbol, parte de cuerpo, estadión, maleta que encierra la sede, cuarto de material, restaurante escolar. Cada grupo debe realizar estas medidas y al escuchar la orden	20 minutos	Diferentes elementos bajas guías.	regresara al salón, dibujaran los sites que midieron y escribirán sus respectivas medidas. En el aula pondremos en común las medidas tomadas y si corresponden o no a las medidas tomadas. Luego cada grupo tomara otro objeto como palo, lata, cuadernos, lápices, Pedazo de papel, o salidas de nuevo uno de los sites y volverán a medir. Al volver al salón contrastaran los resultados en su cuaderno. Se iniciara a leer el libro por la definición de metro y los centímetros. Que van después de la coma como unidades menores que el metro. Utilizandó otros elementos reconocidos de medida como son: la regla y la cinta métrica. CIERRE: Finalizaremos pregunta clara para aclarar ideas sobre el tema y luego con ayuda de la cartilla guía. Observamos un video de Colombia aprende sobre las medidas. Compromiso: Investiga con los papas o abuelos como hacían antiguamente para realizar algunas medidas.
		SEGUNDA SESIÓN:  INICIO: Ponete en común de la investigación realizada y aclaración de como antiguamente se hacían las medidas pero no existía otro elemento.	60 minutos	Novie siere 7 del 2017.	Palos, linea zapato, partes del cuerpo.

Imagen 47 Implementación de estrategias

Se dio inicio a la primera sesión de trabajo en torno a una actividad que se debía realizar en la sede y en donde la docente y los estudiantes de grado cuarto debían responder por su organización planteando el siguiente problema:

*SE NECESITA REALIZAR LA DECORACIÓN DE LA ESCUELA PARA LA CELEBRACION DEL DIA DE LA FAMILIA, PARA ESTO LOS NIÑOS DE GRADO CUARTO DEBEN REALIZAR UNA SERIE DE LISTONES CON FLORES UTILIZANDO EL MATERIAL QUE HAY EN LA ESCUELA SEGÚN LAS INDICACIONES DE LA PROFESORA.*

*Cada grupo cooperativo deberá realizar 9 listones de tres tamaños diferente, cortando tiras de papel crepe de 5 cm de ancho y el largo que da cada pliego así: la primera tira abarca el diámetro total, la segunda tira será la mitad de la primera tira y última debe ser la tercera parte de la primera, se colocaran flores de papel así: 5 en la primera, 4 en la segunda y tres en la tercera*

Se evidenció un cambio en los tipos de problemas que se planteaban a los estudiantes, pues estos no eran tomados de los libros de texto, por el contrario se aprovecharon las situaciones del contexto para formular situaciones problema, donde los estudiantes lograron encontrar utilidad a las matemáticas en la decoración de la escuela.

#### *Gestión de aula.*

Se continuó promoviendo el trabajo cooperativo pues se fortalecieron los grupos observando un progreso y apoyo mutuo, se motivaron a los niños con estímulos grupales por su buen desempeño o se animaron a mejorar su trabajo o cooperación dentro de estos, la gran mayoría de las actividades se realizaron de esa forma buscando que los estudiantes desarrollaran los problemas según los pasos dados y motivándolos a que se esforzaran por llegar a una solución no importando los tropiezos que encontrarán ante estos. Se inició contándoles sobre la actividad a realizar, luego se les dió un hoja en la cual ellos debían reconocer y subrayar los datos que se conocían y lo que les preguntaban, en este caso el problema no especificó en sí una pregunta concreta lo que llevó a los niños a formular conjeturas como las observadas en el diario de campo realizado el( 27 /10/2017) :

*D-Subrayen los datos que saben y lo que no saben*

*E1- profe pero es que no hay preguntas.*

*E2 Entonces que tenemos que hacer?*

*D- Por favor lean bien*

*E2- profe dice que tenemos que hacer la decoración con unas cintas con flores pero ¿como?*

*D- Yo les voy a dar a cada grupo tres pedazos iguales de papel crepe ustedes deben leer y cortar el papel al tamaño que se les indica.*

*E3- profe y como lo cortamos*

*D1- lean que les pide el problema.*

*E4- Es que no es un problema por que no tiene preguntas.*

*D- ¿Todos los problemas deben tener una pregunta?*

*E1- Yo digo que si.*

*D ¿Quién tiene otra respuesta?*

*D- Vamos a leer de nuevo y empecen a desarrollar el problema.*

La gran mayoría de los estudiantes presentaron dificultad ante esta actividad y fue un poco dispendioso lograr que ellos entendieran que aunque no hay un porque, el problema puede ser enfocado en el cómo? En este punto es muy importante la explicación de la docente y el llevar a los estudiantes a reconocer que aunque no había una pregunta clara si era un problema en

empezar a reconocer términos como mitad, la tercera parte, los cuales aunque ya se habían planteado aun los niños no las reconocían y fue necesario el uso de diferentes heurísticas como la representación gráfica, y el ensayo error.

En esta actividad se vio la importancia del trabajo cooperativo ya que cada uno de los integrantes del grupo daba ideas y trataba de explicar con sus palabras lo que creía se debía hacer hasta llegar a ponerse de acuerdo e implementar un plan. La motivación fue fundamental para el desarrollo del trabajo fue necesario dar a cada uno de los niños un rol que debía desempeñar para alcanzar un propósito en común.

Entre los aspectos a destacar es que en la mayoría de los grupos se destacó un líder que apoyó y alentó a los demás integrantes, en algunas ocasiones no faltaron las discrepancias dentro del grupo y ahí tomaba importancia la labor de la docente en busca de la reflexión y sensibilización acerca de la importancia de la ayuda mutua y como cada uno de ellos podían aportar a su compañero aprendiendo uno del otro. Se vio además la responsabilidad y la capacidad de los niños para expresar sus dudas, opiniones y su punto de vista en forma respetuosa frente al trabajo realizado.

#### *Evaluación.*

Se mantuvo la evaluación continua del trabajo tanto individual como grupal, al terminar cada grupo presentaba el trabajo realizado a sus compañeros, explicaban cómo plantearon el problema, como lo desarrollaron y qué resultados obtuvieron. Se fortaleció la autoevaluación, la heteroevaluación y la coevaluación, donde los niños eran conscientes de sus progresos, reflexionando y retándolos a la búsqueda de una respuesta acertada que satisficiera su trabajo, dando cuenta de las dificultades que se les presentaron, qué otras dudas se generaron y si comprendieron lo que hicieron. Al finalizar esta sesión la implementación del ciclo PIER fue fundamental para el fortalecimiento del trabajo de la docente pues se vieron muchas fallas en cuanto a la formulación e implementación del problema.

#### *Rol docente.*

En la medida que se han dado estas transformaciones en el aula, el rol docente ha cambiado pues fue necesario que la docente facilitará por medio del diseño de diversas

estrategias didácticas la concepción de este, además del apoyo continuo que dió a cada uno de los grupos, cuestionándolos y motivándolos a la búsqueda de la solución acertada.

La observación del trabajo realizado por los estudiantes durante este ciclo llevó a la docente a reflexionar y analizar su práctica buscando mejorar constantemente pues en algunas de las actividades realizadas se omitieron datos o surgieron elementos que muchas veces no se tenían previstos, por lo que se llegó a concluir que era necesario profundizar más en el análisis de contenido e implementar problemas que generen en los estudiantes la necesidad de indagar y cuestionar, y no que se convirtieran en problemas rutinarios que aunque pudieran causarle interés al niño eran de fácil deducción y no cumplían con los propósitos de este trabajo de investigación.



Imagen 48 Indagación y pensamiento

*Dimensión Aprendizaje.*

*Comprender el problema.*

Dentro de las estrategias utilizadas para que los niños comprendieran el problema fue el uso constantemente del color, luego de que leían una o dos veces el problema ellos debían subrayar con azul los datos que sabían y con rojo aquello que se les preguntaba o lo que querían saber, en ocasiones fue necesario que uno de los integrantes del grupo parafraseara el problema de tal manera que el resto de compañeros comprendieran, pues esto es de gran importancia para poder continuar con el siguiente paso y desarrollar adecuadamente el problema. En ocasiones

fue necesario que la docente volviera a leer y por medio de preguntas o ejemplos sencillos se logrará la comprensión de los enunciados.

#### *Elaboración de un plan.*

Luego que los estudiantes tuvieron claro lo que se les está planteando fue necesario que llegaran a un acuerdo y elaboraran el plan a seguir, esto creó un poco de controversia pues cuando lo planeado no llegaba a feliz término tenían que volver a retomar la actividad y buscar otras alternativas de solución.



Imagen 49 Elaboración de un plan

#### *Ejecución.*

En el desarrollo de este ciclo la gran mayoría de las actividades desarrolladas en el aula buscaban incentivar la creatividad de los estudiantes por tal razón fue necesario que la docente proporcionará la información y orientaciones necesarias para la ejecución del trabajo, de esta manera varios de los grupos plantearon distintas alternativas de solución llegando a ellas usando la estrategia ensayo-error.

Aunque en algunas ocasiones la docente retomó varias veces las indicaciones dadas para dirigir el trabajo hacia el propósito que los niños luego de entender el problema plantearan



estrategias de solución.



Imagen 50 Ejecución estrategia ensayo y error

### *Verificación.*

La puesta en común del problema y cómo se realizó, fue también un paso fundamental dentro del proceso de RP, ya que fortaleció el proceso de argumentación de los estudiantes, pues debían explicar el por qué de sus decisiones, además fue de gran ayuda para aclarar muchos conceptos que la *docente* creía que ya estaban entendidos para la solución del problema.

Al hacer la verificación a través de la socialización, algunos grupos pudieron reformular y plantear otras estrategias para dar una solución eficaz al problema.

Por parte la docente concluye que es necesario la aclaración de conceptos y tener muy presente cuál es el propósito de la clase, formular problemas sencillos pero que representen una dificultad para los estudiantes llevándolos a comprender, analizar, buscar estrategias, y realizar procesos que los lleven a pensar matemáticamente.



Imagen 51 Verificación del proceso realizado

*Argumentación de resultados.*

Al finalizar la implementación del tercer ciclo los estudiantes asimilaron que la RPM no sólo involucra dar respuesta a una situación planteada, sino que es importante exponer de manera verbal o escrita sus procesos, para que de esta manera interioricen las heurísticas, y mediante el intercambio de saberes con los integrantes de otros grupos conocieran otras estrategias de solución.

*Componente afectivo.*

Durante el desarrollo de ese tercer ciclo uno de los elementos a evaluar fue el componente afectivo el cual fue cambiando constantemente, era interesante ver como varios de los estudiantes que años anteriores demostraban apatía por el área y poco interés fueron mejorado su postura en el desarrollo de su trabajo, no se puede decir que avanzaron totalmente pero sí se vieron más motivados hacia el trabajo y a la participación dentro de cada grupo cooperativo.

Ya la matemática no solo para los estudiantes sino también para la docente se ha convertido en una materia retadora, interesante y amena.

*Dimensión Pensamiento.*

*Construcción de conceptos.*

A través de esta investigación se pretendió abordar la RPM como el punto de partida para la construcción del aprendizaje matemático. Los estudiantes construyeron sus propios conceptos de un objeto matemático ante el proceso de resolver un problema, de esta manera no solo se buscó fortalecer en ellos el proceso de resolución de problemas matemáticos, sino que fueran capaces de analizar y actuar ante problemas cotidianos que se les presentaban dentro de su propio contexto. Es importante destacar que no solo dictando una definición el niño adquiere conocimiento, es necesario que la docente los oriente hacia la indagación, ejercitación, y el análisis buscando que sean capaces de llegar a una solución la cual no siempre será por medio del algoritmo.



Imagen 52 Aclaración de conceptos

#### **4.5.5 Conclusiones Generales III Ciclo.**

##### *Dimensión Enseñanza*

##### *Planeación.*

Las docentes investigadoras transformaron sus planeaciones, pues dejaron de concebir sus clases como espacios para cumplir lo planteado en el plan de estudios propuesto para el año y empezaron a concebirse como espacios para desarrollar procesos más que contenidos. El análisis de contenido y cognitivo les permitió a las docentes investigadoras adquirir mayor seguridad en el proceso de enseñanza, y reconocer que a pesar de manejar conceptos básicos de las matemáticas escolares, deben profundizar en cada objeto matemático para así mismo plantear problemas que los lleven a construir conocimiento y pensar matemáticamente.

Al plantear problemas del contexto, más reales, las docentes lograron mejorar la motivación de los estudiantes en el proceso de resolución.

Las docentes investigadoras reconocen que la principal dificultad en la planeación de este ciclo se relacionó con el planteamiento de los problemas que no se convirtieran en actividades rutinarias o que por ser muy complicados quitaran la motivación e interés de los estudiantes por solucionarlos. Manifiestan que sólo a través de la formulación de nuevos problemas, el registro y reflexión sobre sus prácticas, lograrán mejorar su habilidad para plantear problemas matemáticos.

##### *Uso de recursos.*

Las docentes concluyeron que el uso de material concreto es fundamental para que los estudiantes modelen las situaciones planteadas y se les facilite el desarrollo de estrategias de solución. Sin embargo, reconocen que es importante que los estudiantes cuenten con una amplia gama de materiales de tal manera que puedan identificar y elegir el que se adapta mejor a sus necesidades como resolutor.

### *Gestión de aula.*

El trabajo por grupos cooperativos más pequeños fomentó la participación de los integrantes de cada grupo. De esta manera se pudo observar que disminuyeron los conflictos y se afianzaron las relaciones interpersonales. Luego de implementar este ciclo, las docentes investigadoras señalan que es necesario implementar el trabajo cooperativo en las demás clases, pues favorece el desarrollo de habilidades sociales como el liderazgo, la participación, cooperación y tolerancia.

### *Rol del docente.*

El rol del docente continuó su transformación durante el tercer ciclo. Pasaron del rol autoritario al de facilitador, orientador, generando confianza a los estudiantes para que mejoraran en la RPM.

Además de seguir asumiendo el papel de orientador en cada uno de los grupos, las docentes investigadoras asumieron que la reflexión era un elemento esencial para mejorar sus prácticas. Las videograbaciones les permitieron mirarse y reconocer algunas fortalezas y falencias en el proceso de enseñanza. Además de ello, comprendieron que es necesario que además de orientar a sus estudiantes, logren plantear problemas que verdaderamente reten y motiven a sus estudiantes, pues su papel debe ser también el de dinamizador: que garantice que todos los integrantes de cada grupo se involucren en el proceso de resolución.

### *Estrategias.*

Las docentes pasaron de emplear la estrategia de la ejercitación y mecanización de conceptos y algoritmos, a enseñar a sus estudiantes que existen múltiples caminos y estrategias para resolver un problema: pasaron de plantear un problema y dejar solos a los estudiantes en la resolución a plantear preguntas que los orientaran en el desarrollo de las diferentes fases: comprender el enunciado, elaborar un plan, ejecutarlo, revisar el proceso y socializar resultados.

Las docentes hicieron énfasis en la argumentación como proceso para promover la metacognición. Con ello algunos estudiantes mejoraron su capacidad para explicar los

procedimientos realizados y sustentar sus decisiones. Las docentes investigadoras reconocen que deben continuar reforzando este proceso, pues consideran que fueron pocas las sesiones para evidenciar cambios significativos en la mayoría de los estudiantes.

Con el mismo propósito las docentes pidieron a los niños desarrollar una matriz de autoevaluación propuesta por Thomas (citado en Blanco, Caballero y Cárdenas, 2015). Con esto le dieron la oportunidad a los estudiantes de valorar sus avances y dificultades, monitorear su proceso de resolución de problemas y ganar confianza como resolutores.

Durante el tercer ciclo las docentes también incorporaron una nueva etapa dentro del proceso de RPM donde indagaron sobre el componente afectivo pues lograron identificar que éste desempeña un papel fundamental en el proceso de RPM, ya que permite que el estudiante se “conecte con el problema” y no que lo desarrolle porque es el deseo de las maestras. Una de las conclusiones que salen de este ejercicio es que “aparte de generar una dificultad cognitiva los problemas deberían retarlos, motivarlos y por qué no divertirlos” (Ruiz, Diario de campo Noviembre 20 de 2017)

### *Evaluación.*

La concepción de evaluación se transformó, y con ésta las prácticas evaluativas de las docentes investigadoras, quienes dejaron de asumirla como una forma de cuantificar los errores y aciertos de los estudiantes en pruebas escritas y la abordaron como herramienta para hacer seguimiento al proceso de aprendizaje de los niños y las niñas. La evaluación pasó de ser un cuestionario de verificación a ser un diálogo constante entre el estudiante y el docente. Su propósito dejó de ser otorgar una calificación y empezó a arrojar información sobre las causas de los errores de los estudiantes, de sus avances y dificultades, lo que condujo a los docentes a desarrollar acciones que les permitieran a los estudiantes mejorar en su proceso de resolución de problemas.

Al realizar ejercicios de autoevaluación, las docentes les proporcionaron herramientas o criterios a sus estudiantes para valorar su propio desempeño en el proceso de resolución.

### *Dimensión Aprendizaje.*

#### *Comprensión del problema.*

Los estudiantes se familiarizaron con los ejercicios planteados por las docentes y de manera autónoma, al final del ciclo leyeron varias veces el problema, se plantearon y respondieron preguntas como ¿qué me dice el problema? (parafrasearon el problema) ¿Qué datos son útiles? ¿Qué información no es útil para resolver el problema? ¿Qué debo responder?. La mayoría de los estudiantes superaron el afán por resolver el problema inmediatamente y reconocieron la importancia de detenerse en la etapa de comprensión del enunciado.

#### *Planeación y ejecución de las estrategias.*

Los estudiantes emplearon diferentes estrategias para resolver el problema. Atrás quedó el cuadro de análisis, operación y respuesta. Los estudiantes dibujaron, realizaron cálculos, buscaron patrones, realizaron ensayo- error, desarrollaron algoritmos, y emplearon material concreto, transformando así su idea de que sólo a través de un algoritmo se puede resolver un problema. La discusión grupal fue una estrategia fundamental en el proceso de resolución, pues los estudiantes contaban con perspectivas diferentes, además con diferentes niveles de comprensión de conceptos matemáticos, por lo cual se llevó a cabo una realimentación constante.

#### *Verificación.*

Al contar con preguntas orientadoras para cada fase, los estudiantes lograron mayor autonomía en el proceso de revisión. Antes todos los estudiantes al dar una respuesta acudían a las docentes para pedir su aprobación o validación; ahora, al interior de cada grupo se plantean preguntas para identificar si su respuesta es razonable y si la estrategia fue desarrollada correctamente. En esta fase también fue esencial el trabajo cooperativo, pues en algunos grupos los estudiantes decidieron implementar cada uno su propia estrategia y luego contrastar los resultados para identificar la respuesta: en ese ejercicio lograron identificar algunos errores y corregirlos.

Al socializar los resultados, los estudiantes tuvieron la posibilidad de argumentar sus

procedimientos y conocer otras estrategias de resolución que quizá no habían concebido.

los estudiantes desarrollan matriz de autoevaluación para identificar sus fortalezas y dificultades en el proceso de RPM.

Dentro de esta etapa, las docentes plantearon preguntas para que los estudiantes explicaran verbalmente las razones que tuvieron para aplicar esa estrategia. Luego les pidieron hacerlo por escrito y la mayoría de los estudiantes lo realizaron, dando cuenta de las comprensiones logradas, así como de sus avances en el proceso de RPM. Las docentes refieren que es fundamental que se promueva siempre la argumentación: primero de manera oral y luego escrita, pues esto les permite estructurar mejor el pensamiento y desarrollar procesos metacognitivos.

#### *Dimensión Pensamiento.*

##### *Construcción de conceptos.*

Los estudiantes estaban acostumbrados a que las docentes les explicaran los conceptos. Ahora los niños se cuestionan, leen, escuchan, observan, proponen y manifiestan interés por el trabajo autónomo. Al realizar el análisis de la sesión las docentes pudieron concluir que el proceso de resolución del problema les había permitido construir nuevos aprendizajes. Se evidenció que la mayoría de estudiantes identificaron la utilidad de los objetos matemáticos en la resolución de problemas. En algunos casos, los estudiantes construyeron conocimiento sobre un objeto matemático sin necesidad de consultar en un libro de texto, sino desarrollando procesos de razonamiento y haciendo uso de saberes previos.

*Seis de mis estudiantes hoy aprendieron a hallar el área de un octágono sin necesidad de consultar en un libro ni preguntarme cómo se hace. Es maravilloso dejar de escribir en el tablero la definición de un concepto o la explicación de un algoritmo y darles la oportunidad a los estudiantes de desarrollar dichos aprendizajes ante una necesidad: la de resolver un problema. (Ruiz, Diario de campo Noviembre 20 del 2017).*



#### 4.6 Aplicación Matrices de Evaluación del Proceso de RPM.

Al finalizar la implementación del tercer ciclo se aplicaron dos matrices: de autoevaluación y heteroevaluación (ver anexos 7 y 8) que se basaron en la propuesta por Thomas (citado en Blanco, Caballero y Cárdenas, 2015). El instrumento diligenciado por los estudiantes tenía como objetivo fortalecer los procesos de metacognición, y el segundo, desarrollado por las docentes investigadoras pretendía identificar los avances y dificultades identificados en el desarrollo de los ciclos a través de la observación y diálogo constante con los diferentes grupos.

##### *Resultados Autoevaluación.*

A continuación se muestran los resultados obtenidos al aplicar el instrumento a 98 estudiantes de los grados tercero y quinto de la Sede Luis Boada y cuarto de Peñas de Cajón.

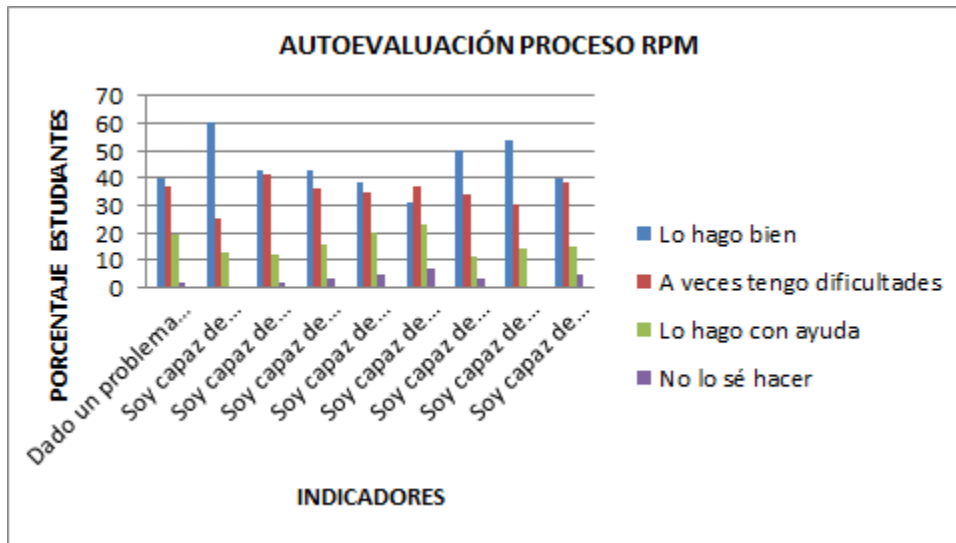


Figura 7 Resultados autoevaluación proceso de Resolución de problemas

*Resultados Heteroevaluación.*

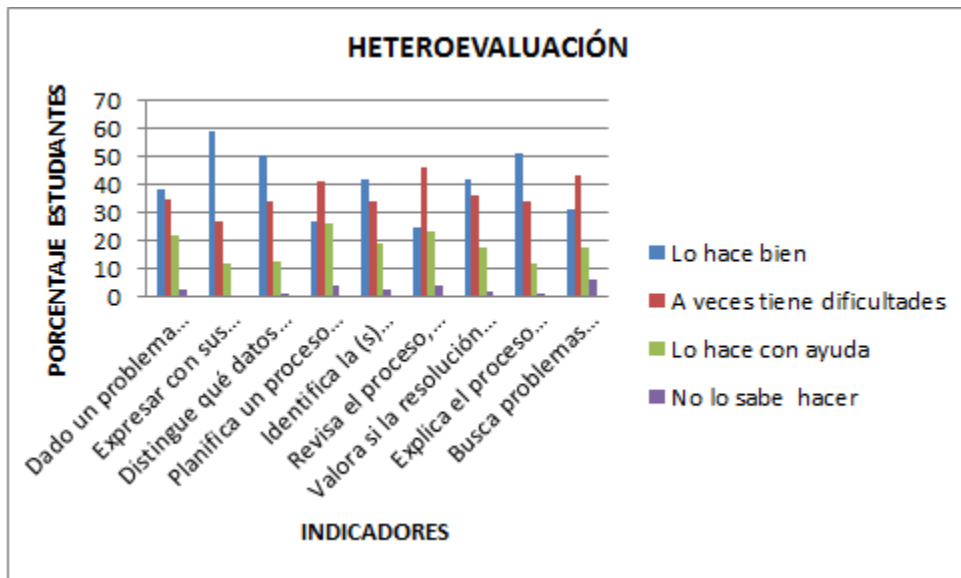


Figura 8 Resultados heteroevaluación proceso de resolución de problemas

Al analizar los resultados obtenidos en las dos matrices de evaluación aplicadas al finalizar el ciclo, se puede observar en los estudiantes de los grados tercero, cuarto y quinto que ellos consideran que han tenido un avance significativo en el proceso de resolución de problemas, respecto a su desempeño en el primer ciclo; ya que al iniciar la intervención a los estudiantes les costaba entender el problema, no tenían conocimiento de estrategias para dar solución al mismo, simplemente probaban suerte con cualquier operación. En consecuencia la implementación de la estrategia ABP y el Modelo Integrado de Resolución de Problema permitió transformar las prácticas pedagógicas de las maestras investigadoras lo que se vió reflejado en el desempeño de los estudiantes en la RPM.

Las gráficas muestran que aproximadamente el 70% los estudiantes tienen fortalezas en aspectos como: Comprender la información del problema, expresarlo con sus propias palabras, reconocer los datos útiles y explicar el proceso realizado para resolver la situación planteada. Pero aún se les dificulta planificar por sí solos un proceso que resuelva el problema, revisarlo, buscando los errores que existan y por supuesto corregirlos.

Los anteriores avances son producidos por los cambios que han surgido en las prácticas pedagógicas, pues gracias a las estrategias llevadas al aula que permitieron transformar la manera como se aborda la resolución de problemas como el eje del aprendizaje matemático, los estudiantes pudieron mejorar sus procesos de RPM, ya que las docentes les proporcionaron diferentes estrategias para hacerlo.

Es importante considerar que el desarrollo de la competencia para resolver problemas es un proceso paulatino que requiere por parte del docente ofrecer a sus estudiantes diversas heurísticas, además que se planteen diferentes tipos de problemas y se permitan espacios donde los estudiantes puedan aprender los objetos matemáticos en situaciones de su contexto.

## Conclusiones

Luego de finalizar la intervención en el aula y de realizar los análisis de los datos obtenidos en cada uno de los ciclos de intervención se puede concluir que:

Las concepciones que inicialmente tenían las docentes sobre la RPM limitaban su implementación al cierre de las unidades, pues se concebían como la estrategia para aplicar un concepto aprendido, lo cual resultaba siendo, en muchos casos el planteamiento de algoritmos con enunciado verbal. Una vez las maestras avanzan en su proceso de formación de postgrado y tienen el interés y la oportunidad de poner sus prácticas de cara al espejo, como lo menciona Perry, Guacaneme, Andrade y Fernández (2003), logran reconocer que la resolución de problemas es la esencia de las matemáticas, pues es a través de ésta que los conceptos cobran vida, se vuelven reales, prácticos, significativos.

Por otra parte el bajo desempeño para resolver problemas matemáticos que presentaban los estudiantes de los grados tercero, cuarto y quinto de las sedes Peñas de Cajón y Luis Boada de la IEDI Sutatausa, era una consecuencia de las prácticas pedagógicas, por tal razón ellos presentaban dificultades en la comprensión del enunciado, no lograban discriminar los datos útiles que les proporcionaba el problema, no tenían conocimiento sobre el uso de heurísticas para llevar a cabo un plan y por supuesto no analizaban la pertinencia de sus decisiones.

Todas estas dificultades fueron superadas a partir de la transformación de las prácticas de las maestras investigadoras, pues gracias a las estrategias implementadas (ABP y el Modelo Integrado de Resolución de Problemas), ayudaron a promover en los niños y niñas el desarrollo de diversos procesos de pensamiento. Al verse enfrentados a un problema, los estudiantes ponen en juego sus saberes, pero también empiezan a desarrollar la capacidad de buscar la información necesaria para ampliar sus conocimientos y adquirir nuevas herramientas para resolverlo, analizan, argumentan, discuten, toman decisiones y reflexionan. “La resolución de problemas se vuelve entonces responsabilidad del alumno que debe encargarse de obtener un resultado, construyendo con sentido un conocimiento matemático” (Chamorro, 2005, p. 28).

La transformación de las prácticas de las docentes estuvo acompañada de un proceso de reflexión constante que las condujo a realizar los siguientes cambios:

En la enseñanza se transformó la forma de planear de las docentes investigadoras, pues antes se iniciaba la clase con la explicación magistral de un tema, se tenía en cuenta la organización de los contenidos y los conceptos propuestos en un libro de texto para orientar los procesos de enseñanza; ahora las docentes parten de un problema matemático, llevan a cabo un análisis de contenido y cognitivo que les permite lograr mejor dominio del conocimiento matemático y les concede seguridad para abordar su enseñanza a través de la resolución de problemas.

Antes las docentes promovían el trabajo individual pues resultaba más fácil calificar y mantener el aula en silencio y orden; ahora promueven el trabajo cooperativo como una forma de otorgar protagonismo a los estudiantes, reconociéndolos capaces de construir conocimiento a partir del diálogo, la discusión y la argumentación. Ahora en cada uno de los grupos se producen procesos diferentes, una especie de “microcosmos matemático” en términos de Shoenfeld (1985), que permite un proceso de realimentación y aprendizaje constante.

Antes solo se aceptaba como válido el desarrollo de operaciones matemáticas para dar solución a los problemas y se promovía el uso de representaciones numéricas; ahora se promueve el uso de diferentes estrategias: hacer un dibujo, simplificar el problema y realizar ensayo- error y se hace énfasis en el aprendizaje reflexivo como lo menciona Callejo (2000), pues la reflexión ayuda al autoconocimiento y a mejorar la metacognición.

Antes el docente era quien poseía el conocimiento y lo transmitía; ahora el docente es quien planea, diseña, innova, conoce a sus estudiantes para planear y orientar los procesos de enseñanza y reconoce que debe profundizar en el conocimiento matemático para mejorar su dominio del contenido.

Antes las docentes evaluaban el resultado; ahora valoran el proceso y promueven la argumentación como una forma de identificar avances y dificultades en la resolución de problemas y en la comprensión de los objetos matemáticos, no con el ánimo de calificar sino de contribuir al mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En la dimensión de aprendizaje, antes los estudiantes se limitaban a realizar una operación matemática y dar una respuesta: allí terminaba el proceso; ahora llevan a cabo

diferentes fases y después de dar una respuesta reflexionan sobre la lógica de ésta, revisan sus procedimientos y con la orientación de la docente corrigen los errores detectados.

En la dimensión de pensamiento, antes los objetos matemáticos eran explicados por las docentes en clases magistrales y al finalizar la ejercitación planteaban problemas para aplicar los temas trabajados; ahora a través de la resolución de problemas los estudiantes han logrado construir nuevos conceptos, logrando que el conocimiento matemático cobre sentido.

El ABP se puede abordar en el aula de primaria implementando cuatro de sus principios: partir de un problema, promover el trabajo cooperativo, orientar los procesos de consulta y abrir espacios para la socialización de resultados. Por su parte el Modelo integrado de resolución de problemas aporta a esta investigación el énfasis en las etapas planteadas por Polya, pero agrega una quinta referida al componente afectivo. Aunque solo en el tercer ciclo se indagó acerca de este componente, las docentes concluyen que es importante en la RPM, pues permite a los estudiantes expresar sus emociones positivas y negativas frente al proceso, y al profesor le proporciona información para orientar sus clases haciendo énfasis no solo en el desarrollo cognitivo sino afectivo de sus estudiantes. Blanco, Cárdenas y Caballero (2015) “En esta nueva fase se indica la necesidad de aprovechar la revisión del proceso para que los alumnos evalúen su implicación personal en la resolución del problema y ganen en confianza y autoestima como resolutores” (p.27).

## Recomendaciones

Teniendo en cuenta los resultados de la presente investigación y el proceso realizado en el marco de la Maestría en Pedagogía se recomienda que al interior de la institución educativa se propicien espacios donde los docentes puedan reflexionar sobre sus prácticas pedagógicas, compartir experiencias significativas en el aula para enriquecerla y si es necesario transformarla.

Dentro del área de matemáticas es relevante establecer el uso de estrategias como el ABP y Modelo Integrado de Resolución de problemas, para desarrollar habilidades en este proceso y el cual debe ser eje fundamental del currículo a partir de los diferentes grados de básica primaria en busca de la construcción del conocimiento matemático.

Por esta razón es necesario que los docentes realicen reformas en la realización de sus planeaciones, las cuales deben estar sustentadas en bases teóricas, teniendo en cuenta las variables y dificultades que se puedan presentar en el aula durante la sesión de clase. A demás fomentar el uso de diferentes representaciones semióticas que fortalezcan en los estudiantes los conocimientos construidos, que se promueva el uso de material concreto dándose a conocer diferentes heurísticas en el proceso de RPM para que los estudiantes cuenten con un repertorio amplio de estrategias de resolución.

Dentro del aula es necesario que los docentes planteen problemas bien redactados con un lenguaje sencillo y claro ojala relacionados con el contexto del estudiante , adecuados a cada nivel, no tan fáciles que sean de rápida solución ni tan difíciles que los frustren y les quiten el interés por desarrollarlos, problemas novedosos y creativos que les despierten a los estudiantes interés y se conviertan en verdaderos retos .

Asimismo se debe evitar plantear problemas rutinarios que conlleven a la demasiada utilización de algoritmos o que se resuelvan mecánica o memorísticamente sin ningún esfuerzo cognitivo, en busca de estimular en ellos procesos de reflexión, análisis, y razonamiento, a la vez se les puede sugerir técnicas que les ayuden a comprender mejor el problema como el uso de representaciones semióticas entre otras.

## **Reflexión Pedagógica**

### **Adriana Paola Ruiz**

Al terminar el pregrado y enfrentarme al ejercicio de la enseñanza en primaria, pude identificar los enormes vacíos conceptuales que tenía en la mayoría de áreas del currículo, especialmente en matemáticas. Debía enseñar unos –temas- establecidos en el currículo, de los cuales no recordaba siquiera si me los habían enseñado: allí comprendí, que iniciaba una nueva etapa en mi formación docente, en la que empezaría a aprender lo desconocido para enseñarlo de la mejor manera.

El caso de Matemáticas fue diferente al de las otras áreas, pues allí me veía enfrentada a un currículo con procesos y conceptos exactos sobre los cuales mi conocimiento era escaso. Para poder enseñar matemáticas desarrollé páginas y páginas, talleres, ejercicios, “problemas” del texto que una docente con experiencia afirmaba era el más completo y actualizado. Luego me dedique a hacer que 30 estudiantes comprendieran lo que allí estaba plasmado, asumiendo un rol fundamentado en la transmisión de conocimientos.

Así fue mi relación con el saber, y del saber con mis estudiantes durante doce años. A pesar de que en mis estudios de pregrado se hablaba mucho de aprendizaje significativo, de la necesidad de reconocer el entorno y los conocimientos previos de los estudiantes para llevar a cabo los procesos de enseñanza – aprendizaje, era poco lo que llevaba a la práctica, pues el sistema educativo del colegio en el que laboraba ejercía gran presión frente al cumplimiento de los tiempos para cada tema y hacer “algo diferente” implicaba “perder mucho tiempo”, y atrasarse en el programa.

Al ingresar a la maestría, puedo afirmar que no solo he ampliado mis saberes, sino, sobre todo, he tenido espacios de reflexión que me han permitido transformar muchas de mis concepciones y a la vez, resignificar las prácticas pedagógicas.

Intentando realizar un ejercicio de “antes y después” respecto a mis prácticas, puedo afirmar que en términos generales, mis planeaciones se habían convertido en esquemas rígidos donde no había oportunidad para la innovación, el instrumento fundamental era el libro de texto



que servía de guía para la transmisión de contenidos, la evaluación se enfocaba hacia el resultado o la respuesta dada por mis estudiantes, la organización de mi aula garantizaba el orden, el control y la disciplina, la comunicación era en su mayoría unidireccional, -porque si había mucho diálogo se perdía tiempo valioso para avanzar en los temas-.

En los seminarios cursados en la Maestría en Pedagogía de la Universidad de la Sabana, encontré la posibilidad de intercambiar expectativas, ideas, preocupaciones y experiencias con colegas y con docentes expertos, alrededor de aspectos que nunca habían sido objeto de análisis, como el sentido de nuestras prácticas o lo que significa enfocar la enseñanza hacia la comprensión.

Aprendí que lo importante no son los temas sino los procesos, que en lugar de verificar que todos los conceptos se trabajaron debo asegurar que mis clases promuevan el desarrollo del pensamiento, que el trabajo cooperativo constituye un elemento fundamental para el aprendizaje pues es a través del encuentro con el otro y la comunicación que podemos crecer juntos no solo a nivel cognitivo sino psicológico y emocional. Comprendí que me estaba perdiendo de lo más valioso cuando me sentaba a calificar cuadernos mientras mis estudiantes desarrollaban los problemas o las actividades que les planteaba: me privaba de sus preguntas, de su forma de razonar, de sus impresiones, de sus conclusiones.

Empecé a fijarme más el proceso que en el resultado; en las preguntas más que en las respuestas. Dejé de preocuparme por cumplir con los temas y ahora propicio experiencias que les permitan a mis estudiantes construir conocimiento en un ambiente de diálogo, discusión y reflexión. Reconocí que el trabajo exclusivamente individual en mis clases sólo era un mecanismo de control que giraba en torno a mi preocupación por evaluar, pero era poco pensado para favorecer el aprendizaje. Por tanto, empecé a asumir la interacción de los niños y niñas con sus pares como estrategia para dinamizar los procesos de enseñanza- aprendizaje. Noté que el hecho de trabajar en parejas o en grupos: de comunicar sus comprensiones y sus hallazgos, les permitía no solo dialogar, sino también discutir, interpretar, argumentar, proponer y lograr mayor claridad conceptual y procedimental.

También debo reconocer que a través de este proceso de formación y del trabajo desarrollado en el presente proyecto de investigación me he dado cuenta que mis conocimientos

matemáticos no son suficientes para enseñar esta área. Por esta razón he asumido el compromiso de profundizar no solo en el conocimiento común del contenido, sino en el conocimiento específico y didáctico que me permitan orientar de manera idónea ésta y otras áreas del conocimiento.

Continúa mi proceso de transformación, y creo que no terminará mientras ejerza esta labor, pues cada día aprendo y desaprendo para mejorar mis prácticas pedagógicas y así contribuir a la formación integral de mis estudiantes.

## **Reflexión Yuly Maritza Medina Ordoñez**

Antes de iniciar la maestría no me había detenido a reflexionar sobre mi práctica pedagógica, simplemente cumplía con mi deber de docente y creía que lo que estaba haciendo en mi aula era una práctica eficiente, en la que brindaba a los estudiantes herramientas necesarias para cumplir con los objetivos propuestos del grado.

Durante mi proceso de formación en la maestría y en especial en los seminarios de enseñabilidad de la matemática, pude reflexionar frente a lo que estaba ocurriendo en mi aula y me di cuenta que había aspectos importantes que estaba dejando de lado o que estaba abordando sin darles la relevancia que merecían.

Estas reflexiones aportaron a mi formación como docente, brindándome herramientas para fortalecer mi práctica y así brindar mejores herramientas a mis estudiantes para la construcción de los nuevos conocimientos. La primera de ellas fue la de hacer planeaciones que estuvieran sustentadas bajo bases teóricas y aportaran aprendizajes significativos a mis estudiantes para lograr que desarrollen habilidades y pensamiento matemático.

De igual manera la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas, fue un aporte a mi práctica, ahora es un eje fundamental mediante el cual los estudiantes construyen y aprenden sobre un objeto matemático, dejando atrás la clase tradicional de ejercitación de algoritmos y el uso de problemas como práctica del mismo. Este cambio viene acompañado de las diferentes formas de representación semiótica (gráfico, verbal, pictórico, numérico), las cuales permiten la comprensión del estudiante.

La resolución de problemas, también fortalece la comunicación entre estudiantes y docente, hacer preguntas sobre el proceso, solución y verificación del problema planteado, permite al docente identificar las fortalezas y dificultades de los estudiantes en este proceso, de igual manera se convierte en una estrategia de evaluación continua del estudiante.

Finalmente puedo decir que mi trabajo en el aula ha mejorando, he puesto en práctica varias de las estrategias trabajadas en la maestría, como: como las planeaciones, el trabajo cooperativo, el uso de material concreto, algunas rutinas de pensamiento, representaciones semióticas, etc., espero que esto se vea reflejado en mis estudiantes ya que ellos son los

principales motivadores para generar este cambio

## **Reflexión Pedagógica Angela Parra Silva**

Enseñar matemáticas en básica primaria para un docente que no posee el dominio disciplinar específico, requiere que el maestro adquiriera un compromiso por conocer de manera más profunda acerca de los objetos matemáticos y además sobre el conocimiento didáctico para saber enseñarlo.

Por esta razón me inscribí en el seminario de enseñabilidad de las matemáticas, orientado en la Maestría en Pedagogía de la Universidad de la Sabana, a dónde llegué con muchas expectativas y queriendo encontrar fórmulas mágicas que me ayudaran a hacer el proceso de enseñanza - aprendizaje más enriquecedor pues me había dado cuenta que los niños en mis clases no tenían motivación por aprender y por supuesto las evaluaciones aplicadas daban cuenta de lo poco que habían asimilado de todo el contenido curricular que se trabajó durante un periodo de tiempo.

Una de las primeras reflexiones que se suscitaron y la cual fue el punto de partida para iniciar cambios en la práctica se realizó en torno a las concepciones que tenía acerca de las matemáticas. Mi creencia sobre esta disciplina radica en la idea que era una ciencia exacta, acabada, dónde todo ya estaba dado y lo único que debía hacer como docente era ejercitar a los estudiantes en algoritmos y fórmulas, además de cubrir una serie de contenidos con el único fin que los estudiantes memorizaran una serie de conceptos; equivocadamente creía que de esta manera estaba desarrollando el pensamiento matemático.

Pero estas concepciones se vieron confrontadas a la luz de diversos aportes teóricos, las reflexiones suscitadas en los seminarios de la maestría en Pedagogía, y lo que se plantea en los estándares propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, donde se puso la práctica pedagógica en el foco de análisis.

Lo anterior fue el punto de partida para iniciar el proyecto de investigación que tiene como objetivo transformar las prácticas de enseñanza, lo que conlleva a fortalecer en los estudiantes el desempeño para resolver problemas matemáticos. Esta necesidad surgió al observar que mis estudiantes eran hábiles para la realización de operaciones, algoritmos, pero tenían dificultades al resolver problemas; inicialmente creía que la razón de esta problemática

radica exclusivamente sobre los estudiantes, pero en el camino de la investigación pude evidenciar que los educandos no habían desarrollado esta habilidad porque mi práctica docente estaba enfocada meramente en la ejercitación, donde la resolución de problemas era un tema más del currículo, el cual se trabaja al finalizar cada unidad temática más no un fin, ni el eje del proceso matemático.

El primer cambio que se presentó tiene que ver con la planeación de las clases pues es importante tener presente aspectos como: los propósitos, el proceso, las actividades y las dificultades. Es decir no solo basta tener una noción del objeto matemático a enseñar, sino conocer la forma de abordarlo e identificar los posibles obstáculos que pueden presentar los estudiantes.

Otro de los cambios evidenciados en la práctica docente tiene que ver con el fortalecimiento del proceso de resolución de problemas, tomándola como el punto de partida para aprender nuevos conocimientos matemáticos, generando espacios que permitan a los estudiantes tener un papel activo dentro de su proceso educativo, en medio de un ambiente donde el trabajo cooperativo se hizo presente y a través de la comunicación, la discusión, el análisis, la comprensión, la argumentación, el conocimiento y aplicabilidad de algunas heurísticas, les permitió encontrar distintos caminos para solucionar un problema, desligando así la creencia que sólo se podían resolver a través de un algoritmo.

Los resultados de estos cambios producidos en la práctica pedagógica y en consecuencia en el desempeño de los estudiantes, no se pueden medir totalmente a lo largo de 18 meses de investigación, pues es un proceso cíclico que continúa en transformación. Pero se puntualizan dos aprendizajes que me quedan luego del trabajo realizado: En primer lugar en la RPM lo importante no es el resultado sino el proceso, pues este último es el que da cuenta del pensamiento y las comprensiones del estudiante. En segundo lugar al abordar la resolución de problemas como el punto de partida para enseñar los objetos matemáticos, los estudiantes pueden darle un sentido y una utilidad a lo que se aprende en la escuela.

## **Martha Lucia Ojeda Gómez**

En el desarrollo del programa de maestría y a los seminario de enseñabilidad de las Matemáticas he podido reflexionar sobre mi experiencia en la enseñanza de esta área y puedo darme cuenta que por años mi práctica docente ha sido casi de forma empírica pues no soy licenciada en esta área, sino docente de básica primaria, y por esta razón mis conocimientos son básicos y jamás me preocupé o vi la necesidad de ampliar mis conocimientos, leer o estudiar para adquirir mejores bases para la enseñanza –aprendizaje

El interés por ampliar mis conocimientos y fortalecer mi formación académica siempre estuvo presente pero por una u otra razón el tiempo fue pasando y me conforme con seguir realizando mi labor como lo creía conveniente, haciendo uso de los textos que adquirían los niños o simplemente al ser escuela multigrado utilizando los textos de escuela nueva donde el uso del algoritmo era fundamental para el aprendizaje de un objeto matemático siendo estas las únicas herramientas utilizadas y los cuales servían como recurso didáctico o de consulta del área.

Los nuevos y diversos enfoques educativos con la implementación del PEI en la institución y por qué no decirlo el nuevo escalafón docente, llevaron a la urgente necesidad de capacitarse, y mejorar mi labor educativa en busca de ampliar mis conocimientos y mejorar mi quehacer docente, planeando clases dinámicas y atractivas que generen en los niños el ánimo, alegría, interés y cariño por el estudio y en especial por el área de matemáticas.

Por lo anterior al ver la oportunidad de iniciar un nuevo proceso de capacitación docente en la maestría en pedagogía y con el objetivo de transformar mi práctica docente enfocándose en el área de matemáticas que es donde se encuentran las falencias más marcadas en el proceso de enseñanza aprendizaje se decidió modificar estas prácticas paulatinamente, enfocándose en el fortalecimiento del proceso que realizan los niños al resolver un problema.

Luego de varias sesiones de análisis, implementación y reflexión se orienta este nuevo proyecto donde se inicia con la modificación de la misma planeación del área nutriéndose con un análisis cognitivo, la implementación de una metodología adecuada y el cambio en cuanto la gestión de aula en busca del cumplimiento de objetivos dirigidos hacia obtener mejores

resultados y hacer de los estudiantes matemáticamente competentes.

Al modificar estos aspectos esperaba a la que los estudiantes participaran activamente y mejorara su concepción sobre el área, para esto fue necesario inventar problemas que tuvieran relación con el trabajo de minería que desarrollaban sus padres o con actividades que se habían de realizar, además el uso de material concreto fue de gran ayuda y motivación para ellos incentivándolos a una activa participación en la búsqueda de la construcción de conceptos.

No siempre esta estrategia fue exitosa pues la falta de experiencia en la formulación de problemas novedosos que no se convirtieran en simples situaciones de fácil solución impidió potenciar en el estudiante el proceso para resolver problemas con miras a ser de este algo útil para sus vidas.

Puedo concluir que la labor docente no se centra únicamente en impartir conocimiento, es necesario salir de nuestra zona de confort y buscar la manera de potenciar en nuestros estudiantes todo ese cúmulo de destrezas, habilidades y sentimientos que los engrandecen como personas íntegramente útiles.

Como persona he llegado a darme cuenta que nunca es tarde para aprender y mejorar, que hay mucho por ganar en pro de nuestro propio beneficio y el de los demás en busca de engrandecer nuestra importante y hermosa labor, pienso que el reto que se propone con este proyecto es grande pero no imposible, iniciamos un nuevo proceso lleno de obstáculos y el mayor de ellos es el miedo al cambio, un poco la negatividad a realizar cosas nuevas, a llevar a la práctica lo aprendido y depende de cada uno de nosotros el demostrarnos que nuestra labor como docentes si vale la pena y que podemos hacer muchas cosas por nuestros estudiantes con un poco más de esfuerzo y dedicación y sobre todo de amor por nuestra profesión.



## Referencias

Alsina, C. Burgués, C., Callejo de la Vega, M., García, J., Pérez, R., Ruiz, L., y Torra, M.(2008). *Competencia Matemática e interpretación de la realidad*. Ministerio de Educación, . Política social y Deporte. Secretaría General Técnica. Subdirección General de Información y Comunicaciones. Competencia Matemática e interpretación de la realidad.

Bahamonde, S., Vicuña, J. (2011). *Resolución de problemas matemáticos*. Tesis de Pregrado. Universidad de Magallanes. Chile.

Blanco, L., Cárdenas, J., y Caballero, A. (2015). *La resolución de problemas matemáticos en la formación inicial de profesores de primaria*. Cáceres, España: Universidad de Extremadura.

Blasco,M., Pérez,J.(2007) *Metodología de investigación en las ciencias de la actividad física y el deporte: Ampliando horizontes*.

Bohorquez, L.(Noviembre 2014) *Las creencias vs las concesiones de los profesores de matemáticas y sus cambios*.Congreso Iberoamericano de ciencia , tecnología, innovación y educación, Buenos Aires Argentina.

Callejo, Maria. (2000). *Resolver problemas: ayudar a los alumnos a pensar por sí mismos*.  
Números, ISSN 0212-3096, N°. 43-44, 2000 (Ejemplar dedicado a: Las matemáticas del siglo XX: una mirada en 101 artículos), pags. 179-184

Calvo Ballester, M. (2008). *Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas*.  
Revista Educación, 32 (1), 123-138.

Casas, L. y Torres, J. (2015). *Resolución de problemas en matemáticas y TIC. Propuestas*

*actuales y perspectivas de futuro.*

Castro, C., Clemenza, C. y Araujo, R. (2014, Enero-Abril). *La gestión en el aula desde el enfoque crítico. Omnia.*

Contreras, L. y Carrillo, J. (1996). *Algunas concepciones sobre resolución de problemas en el aula. Educación Matemática Vol. 10 No. 1 Abril 1998 pp. 26-37*

Campistrous, Luis. y Rizo, Celia. (1997). *Aprende a resolver problemas aritméticos. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. Cuba.*

Chamorro, M. (2005). *Didáctica de las matemáticas para la educación infantil.* Madrid, España: Pearson.

Delgado, C A; (2013). *Retos del aprendizaje basado en problemas.* Enseñanza e Investigación en Psicología, vol. 18, núm. 2, julio-diciembre, 2013, pp. 307-314 Consejo Nacional para la Enseñanza en Investigación en Psicología A.C. Xalapa, México

Fandiño, M. (2010). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la Matemática. Evaluar e intervenir en forma mirada y específica.* Bogotá, Colombia: Editorial Magisterio.

Flores, P. y Rico, L. (2015) *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria. Ed. Pirámide.*

Fundación Telefónica (08 de Enero de 2015), *Exploración de Innovación Educativa, Nuevas formas de enseñanza y aprendizaje en la sociedad digital.*

García, M. (2010) *Resolución de problemas matemáticos en la escuela Primaria: Proceso representacional, didáctico y evaluativo.* México:Trillas.

González, J. (2015). *Elaboración y evaluación de “tareas matemático-literarias” para mejorar*

*la comprensión en 3° de la E.S.O.* (Tesis doctoral). Universidad de Extremadura.

Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria (Tesis Doctoral)*. Universidad de Granada. España.

Guzmán, M. (2007) Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación, número 043. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura*. España. P.p. 19-58.

Hernández, C., Sampieri, R. y Baptista, P. (2010). Diseños del proceso de investigación cualitativa. *Metodología de la investigación* (pp.490-520). México D.F.: McGraw Hill.

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (Mèxic). (2004). *El aprendizaje basado en problemas como técnica didáctica*. Universidad de Barcelona.

Iriarte y Sierra (2011). *Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos*. Tesis de Maestría en Educación. Sistema de Universidades Estatales del Caribe Colombiano, SUE Caribe. Montería. Colombia

Johnson, D., Johnson, R., y Johnson, E. (1999). *Los nuevos círculos del aprendizaje: La cooperación en el aula y la escuela*. Aique.

Juidías, J., y Rodríguez, I.(2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación, Vol. 342*, p. 257-286.

Latorre, A. (2005). *La investigación-acción Conocer y cambiar la práctica educativa*. Serie Investigación educativa Barcelona: GRAO.

Llinares, S. (2002). La práctica de enseñar y aprender a enseñar matemáticas. La generación y uso de instrumentos de la práctica. *Revista de Enseñanza Universitaria, Vol. 19*, p. 115-124.

Martínez, M. (2000). La investigación-acción en el aula. *Agenda académica Vol. 7*, p. 27-39.

Méndez, L. y González, M. (2011). Escala de Estrategias docentes para aprendizajes significativos: Diseño de y evaluación de sus propiedades psicométricas. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, .

Ministerio de Educación Nacional (2006), *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. MEN. Bogotá.

Morales, P. y Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. *Theoria*, (13), 145-157.

Múnera, J. (2011). Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 179-193.

Muñoz, M. (2014) *Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas*. Universidad de la Rioja.España.

Peña, R. (2015). *La enseñanza de la resolución de problemas aritméticos en el Grado 5° del colegio Néstor Forero Alcalá*. (Tesis de maestría). Universidad de la Sabana, Chía, Colombia.

Perales (1993). *La Resolución de Problemas: Una Revisión Estructurada*. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales. Facultad de Ciencias de la Educación. Campus Universitario de Cartuja. Granada.

Pérez, Y. y Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación*, 35 (73), p. 169-194.

Perry, P., Guacaneme, E., Andrade, L., Fernández, F. (2003) La práctica del profesor de matemáticas en el aula, de cara al espejo. *Magazín Aula Urbana*, (39).

Prieto, M. (1990) La práctica pedagógica en el aula: un análisis crítico. *Revista Educación y Pedagogía*. Vol. (4.), p. 73-92.

Prieto, M. (2005) *La participación de los estudiantes: ¿un camino hacia su emancipación?* Instituto de Educación, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Chile.

Proyecto Educativo Institucional (2016). Institucion Educativa Departamental Integrada de Sutatausa.

Ramírez, M.(2015). *Desarrollo de conocimientos matemáticos informales a través de resolución de problemas aritméticos verbales en primer curso de educación primaria*. (Tesis doctoral). Universidad Complutense de Madrid. España.

Rizo, C. y Campistrous, L. (1999) *Estrategias de resolución de problemas en la escuela*. Revista Latinoamericana en Matemática Educativa. México. p.p.31-45.

Rizo y Campistrous.(2003).*Didáctica Y Solución De Problemas*

Sánchez, L. (2001). *Dificultades de los alumnos de sexto grado de educación primaria para la resolución de los problemas matemáticos. Análisis retrospectivo*. (Tesis de Maestría) Universidad de Colima. México.

Santos, L. (2014). *La resolución de problemas matemáticos, fundamentos cognitivos*. México: Trillas.

Santos, M., Moledo, M., y Priegue, Diana. (2009). Aprendizaje cooperativo: práctica pedagógica para el desarrollo escolar y cultural. Ed. Magis. *Revista Internacional de Investigación en Educación* [en línea] 2009, 1 (Enero-Junio).

Santos, L.M. (1992). Resolución de problemas; El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta considerar en el aprendizaje de las matemáticas. *Educación matemática*, (4), 16-24.

Vargas, S. (2015) “*Resolviendo Problemas de estructura multiplicativa mediante modelos organizadores*”( Tesis de Maestría en Pedagogía) Universidad de la Sabana. Chía. Colombia.

Vasquez,B.A.(2008). Consideraciones sobre el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en Matemáticas. *Revista Educación y Ciencia. Vol 11, p 78-79.*

Villalobos Fuentes, X. (2008). *Resolución de Problemas Matemáticos: Un Cambio Epistemológico con Resultados Metodológicos*. REICE. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, vol 6, 36-58.

## Anexos

### ANEXO 1 Resultados Encuesta A Docentes

1. Nombre las tres asignaturas en las que existe mayor reprobación en su curso, ubicándose en orden descendente:

Asignaturas	N° de cursos
Matemáticas	13
Español	12
Naturales	4
Sociales	4
Inglés	2
Agroindustria	1

Como se puede evidenciar una de las áreas en la que los estudiantes presentan mayor pérdida es en el área de matemáticas.

1. Escriba el número de estudiantes de su grado:

Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto
55	60	65	57	56
Total de Estudiantes	293			

1. ¿Cuántos estudiantes reprobaron Matemáticas el último período?

Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto
14	20	18	21	7

En el grado primero se observa que el 25% del total de los estudiantes no alcanzaron los objetivos propuestos para el área de matemáticas.

En el grado Segundo se presenta un incremento en el porcentaje de pérdida pues en este grado el 33% de los estudiantes vienen presentando dificultades en su proceso matemático.

En el grado tercero el 28% de los estudiantes no superan sus debilidades. Mientras que en el grado cuarto se presenta un incremento con un porcentaje del 36% y por último el grado quinto es donde menor porcentaje de pérdida se presenta con 13%.

1. Según sus reportes académicos, cómo es el rendimiento promedio de sus estudiantes en esta asignatura? Marque con una equis:

Superior\_\_\_\_ Alto\_\_\_\_ Básico\_\_\_\_ Bajo\_\_\_\_\_

<b>Primero</b>	<b>Segundo</b>	<b>Tercero</b>	<b>Cuarto</b>	<b>Quinto</b>
Básico	Básico	Básico	Básico	Básico

Los docentes manifiestan que el desempeño de sus estudiantes es básico debido a los bajos desempeños de los trabajos planteados en el aula y las evaluaciones finales de cada periodo, esto dista de los porcentajes obtenidos en la prueba SABER 2015, en las que los estudiantes de grado tercero obtuvieron en su mayoría un nivel avanzado y en el grado quinto los porcentajes más altos son el satisfactorio y avanzado. En estos niveles se ubican los estudiantes que responden de manera correcta las preguntas del segundo y tercer nivel de dificultad con una probabilidad mayor al 50%.

1. En el caso de haber marcado Básico o bajo, nombre brevemente cuáles cree que son las posibles causas de ese su desempeño

Dentro de las causas que los docentes mencionan para explicar que sus estudiantes presenten desempeño Básico están:

1. Dificultad de análisis
2. Falta de atención y compromiso de estudiantes y padres
3. Falta de responsabilidad de material de trabajo
4. Aprendizaje temporal
5. Falta de preparación para las evaluaciones
6. Dificultad en las bases aritméticas
7. Falta de concentración y atención a clase
8. Tablas de multiplicar
9. Falta de habilidad en la resolución de problemas
10. Falta de motivación para el aprendizaje



Las diez causas mencionadas adjudican la responsabilidad a factores propios de los estudiantes, pero ninguna se refiere a las prácticas pedagógicas de los docentes: sus métodos o incluso las formas de evaluación implementadas.

1. Qué es lo que más se le dificulta a sus estudiantes en Matemáticas.
  1. Analizar y resolver problemas matemáticos: 11
  2. Resolver adecuadamente operaciones básicas: 9
  3. Memorizar conceptos (como tablas de multiplicar, propiedades): 6
  4. Otro: La numeración: 1

Se puede evidenciar que uno de las mayores dificultades que presentan los estudiantes en el área de matemáticas es el análisis y resolución de problemas, también es relevante el seguimiento de procesos para el desarrollo adecuado de las operaciones básicas, para algunos docentes la memorización de conceptos que son fundamentales para la ejecución adecuada del algoritmo matemático.

1. En qué momentos de la clase implementa la resolución de problemas matemáticos?
  - a. Para enseñar un nuevo concepto matemático: 1
  - b. Para aplicar un concepto aprendido: 10
  - c. Al final del período: 1
  - d. Otro: Al iniciar la jornada (diariamente).1

La mayoría de los docentes encuestados afirman que implementan la resolución de problemas para aplicar un concepto aprendido, por lo cual se puede inferir que se da prioridad al trabajo algorítmico y que la resolución de problemas se emplea fundamentalmente para cerrar el proceso de enseñanza de un concepto.

1. ¿De dónde toma los problemas matemáticos que propone a sus estudiantes?
  - a. De un libro de texto: 9
  - b. Los redacta: 3
  - c. Los estudiantes los redactan: 1

Se puede evidenciar que la mayoría de los docentes toman los problemas con los que trabajan en sus clases del libro de texto, solamente 3 docentes se toman el tiempo de redactarlos y un docente trabaja los problemas con los que los estudiantes mismos proponen. Con esto se puede concluir que existen mucha confianza y dependencia con relación al libro de texto.

1. En el momento de resolver los problemas matemáticos, ¿Cuáles son las preguntas más frecuentes que realizan los estudiantes.

Estas fueron las preguntas más recurrentes que hacen los estudiantes cuando de resolver problemas se trata:

- ¿Qué tengo que hacer?
- ¿Qué operación tengo que desarrollar?
- ¿Cómo, cuándo, por qué?
- ¿No entendí. No me da el resultado!

De estas preguntas planteadas por los estudiantes se puede concluir que al momento de resolver problemas carecen de herramientas para resolver estas situaciones, pues no identifican qué operación realizar, que datos tomar, por dónde empezar, cómo responder. Todo esto puede ser un resultado de las prácticas docentes que se desarrollan al interior del aula.

1. Los problemas matemáticos que plantea en sus clases son desarrollados de manera individual o grupal y Porque?

Individual: 8

Porque: Así pueden evidenciarse las dificultades que cada uno tiene.

Grupal:2

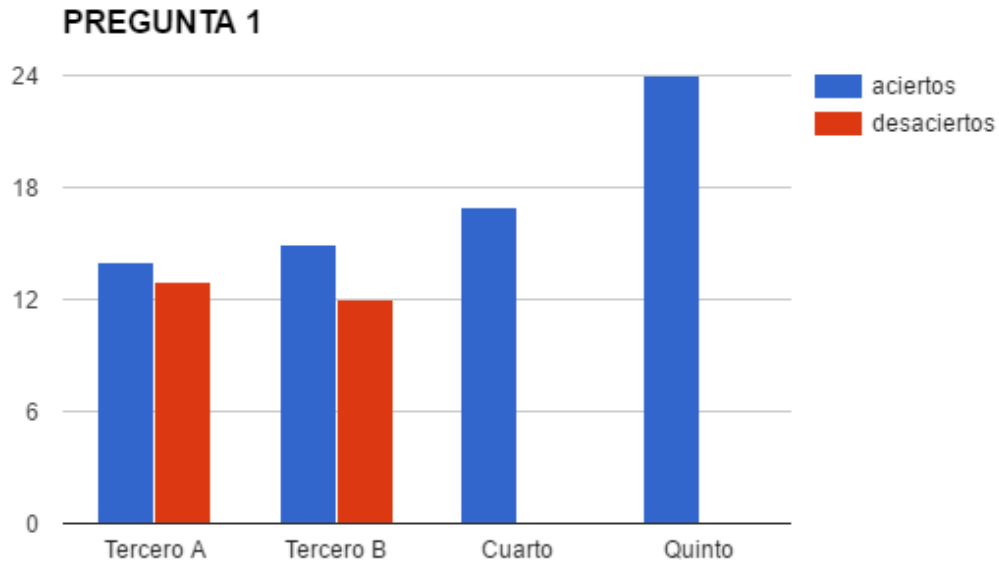
Porque: Hay participación espontánea

Individual y grupal 3

Porqué: Individual para observar las fortalezas y dificultades de cada uno y grupal porque se fortalece el trabajo.

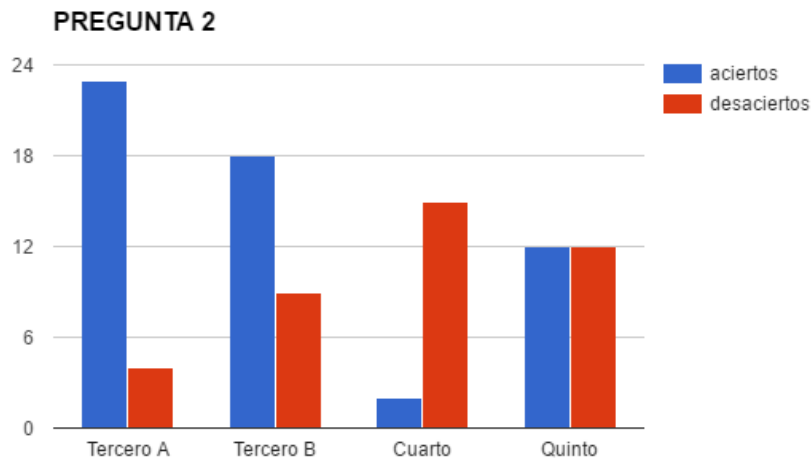
En clase de matemáticas se da prioridad al trabajo individual para valorar avances y dificultades de cada estudiante, pero en pocos casos se permite el desarrollo de procesos de socialización e interacción al resolver problemas.

## ANEXO 2 Resultados prueba diagnóstica a estudiantes



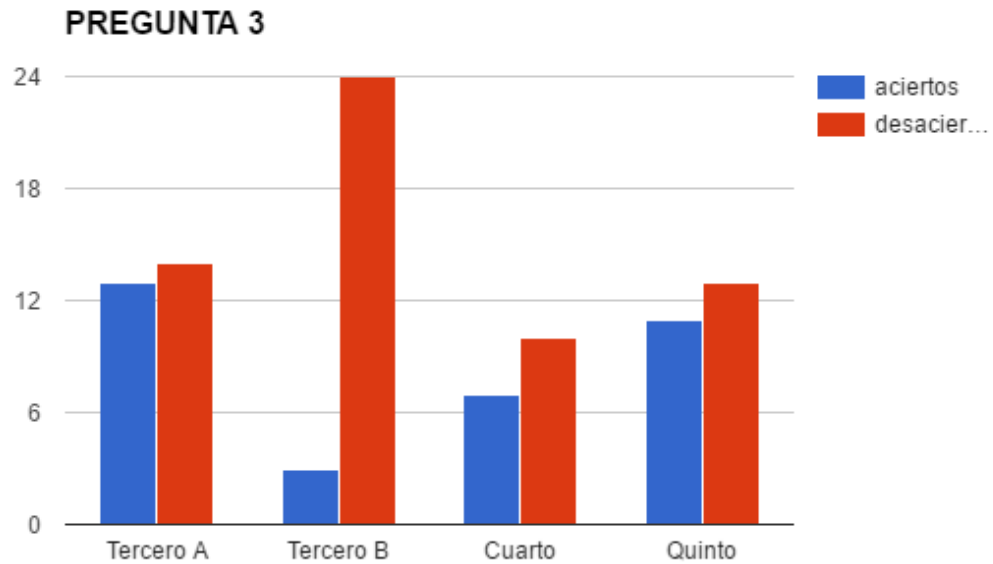
La pregunta 1, de selección múltiple con única respuesta. En ésta, el 73% de los estudiantes dieron una respuesta acertada, y el 27% no lograron responder correctamente. El mejor desempeño en esta pregunta lo tuvieron los estudiantes de grado cuarto y quinto.

En la prueba de quinto, la primera pregunta requería solamente de la extracción de información de una tabla y no de ejercicios de cálculo o la aplicación de un algoritmo u otra estrategia diferente a la observación.

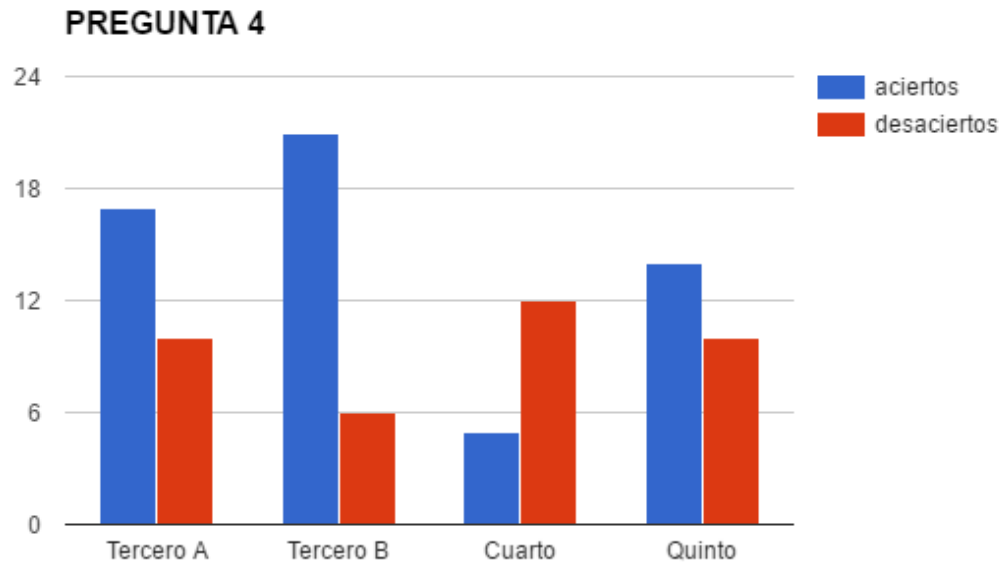


En la pregunta 2 de opción múltiple con única respuesta, el 58% de los estudiantes acertaron. Los mejores desempeños en este tipo de preguntas se observaron en el grado grado tercero A, para ellos fue fácil saber qué debían hacer para hallar la respuesta pues el enunciado tenía que ver con una situación de su contexto. Contrario fue el resultado del grado tercero B, en el que un 89% fallaron con su respuesta ya que no eligieron la estrategia adecuada o el algoritmo para resolver este problema.

En la prueba aplicada en los grados cuarto y quinto, el promedio de acierto fue de un 50%; las dificultades presentadas por los estudiantes en este tipo de pregunta se debieron a que: omitieron información presente en el enunciado y gráfico, faltó comprensión del enunciado y las opciones de respuesta no eran familiares para ellos.



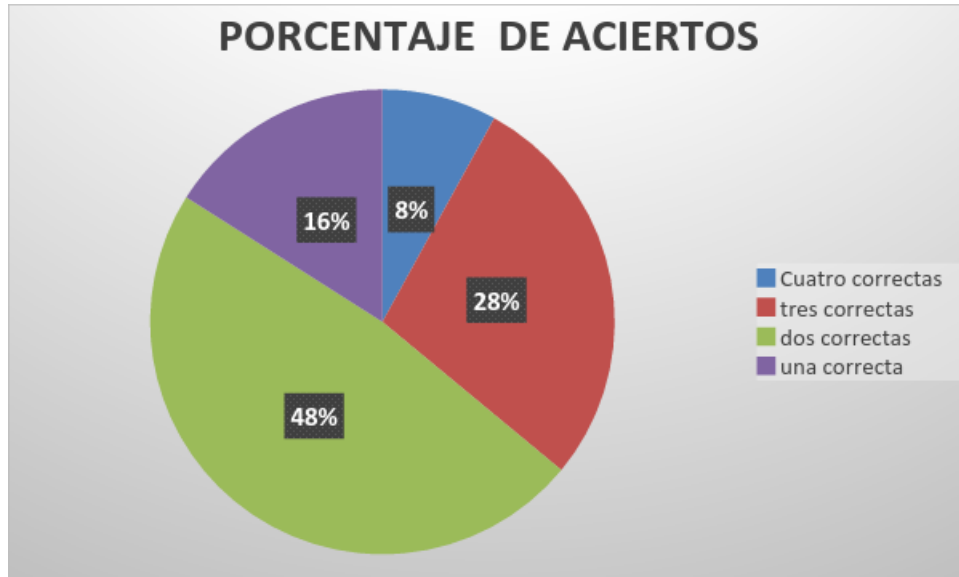
La pregunta número 3 con tipo de respuesta abierta, en este punto los niños debían analizar los datos y buscar una respuesta realizando una o dos operaciones, podemos observar que en el grado tercero A aunque fueron más los niños que no acertaron el nivel de desempeño fue mucho más equitativo, es superior que el de los alumnos de tercero B los cuales la mayoría de ellos no lograron acertar, en los grados cuarto y quinto se ve con mayor frecuencia la falta de análisis como dificultad para el desarrollo de preguntas de este tipo y se evidencia en los resultados obtenidos pues la mayoría de los niños de ambos grados contestan incorrectamente a la pregunta.



sentaba el siguiente enunciado sencillo: “En una escuela estudian 334 niños y 386 niñas. ¿Cuántos estudiantes hay en total en la escuela?” y para los grados cuarto y quinto una tabla de la cual debían extraer información para resolver una situación. En esta pregunta los estudiantes de los grados terceros tuvieron un buen desempeño mientras que los estudiantes del grado cuarto presentaron dificultad al resolver esta situación problema es decir les cuesta inferir datos de una tabla.

### *Análisis prueba Grado tercero sede Luis Boada*

**Cantidad de estudiantes evaluados: 27**

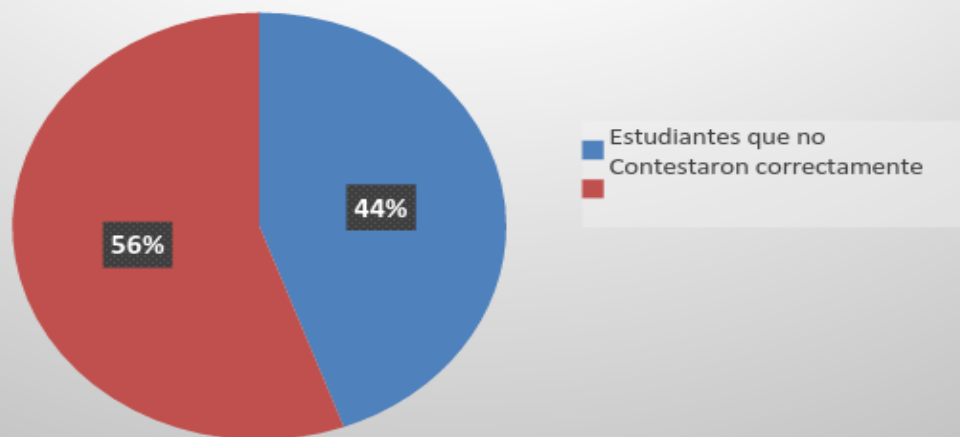


En el gráfico se puede identificar que sólo el 8% de los estudiantes contestaron acertadamente a todas las preguntas de la prueba, el 28% contestaron correctamente a tres preguntas de la prueba; a su vez el 48% lo que equivale a la mitad de los estudiantes aproximadamente obtuvo solamente 2 respuestas acertadas y el 16% tuvo solamente una pregunta correcta.

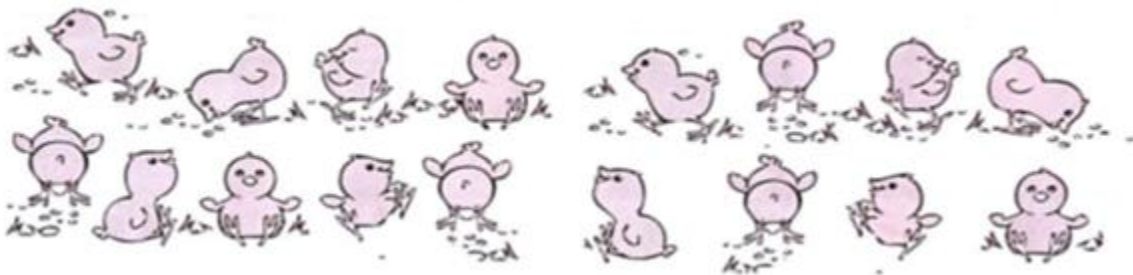
Lo que evidencia bajos niveles de análisis y que los estudiantes presentan un bajo desempeño en la habilidad de la resolución de problemas.

A continuación se presenta el análisis detallado por cada pregunta

## PREGUNTA 1



1. Hoy nacieron 9 pollitos y los reunieron con los que nacieron ayer. Ahora en total, son estos 17 pollitos.



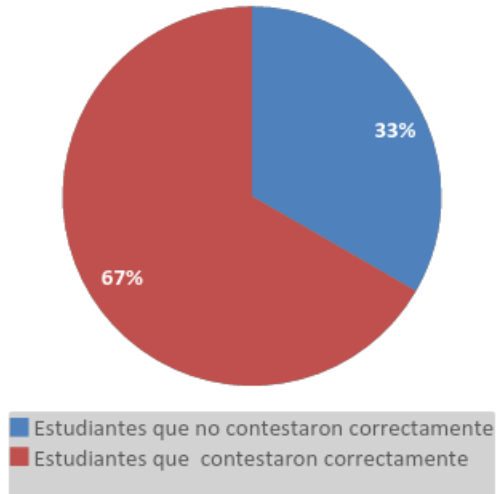
- ¿Cuántos pollitos nacieron ayer?
- a. 26
  - b. 17
  - c. 9
  - d. 8

En esta pregunta de la prueba casi el 50% de los estudiantes presentaron dificultad para resolverla adecuadamente; al realizar preguntas a los educandos sobre su desempeño en esta pregunta se encontraron las siguientes causas:

1. No lograron entender el enunciado, ni comprender qué les pedía el ejercicio.
2. Tomaron los datos numéricos que ofrecía el problema como el número 17 y el número 9 y realizaron una suma; obteniendo como resultado 26.
3. Otros contaron los animales que se presentaban en la imagen.



## PREGUNTA 2



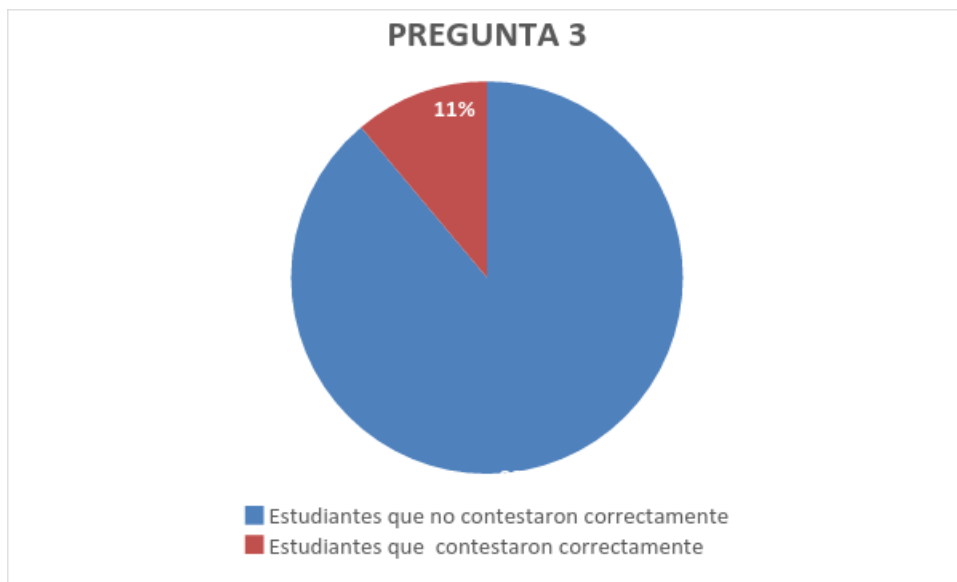
2. Lucas tenía 550 pesos y compró un dulce que costó 300 pesos. ¿Con cuánto dinero quedó Lucas?

- a. 200 pesos.
- b. 250 pesos.
- c. 800 pesos.
- d. 850 pesos.

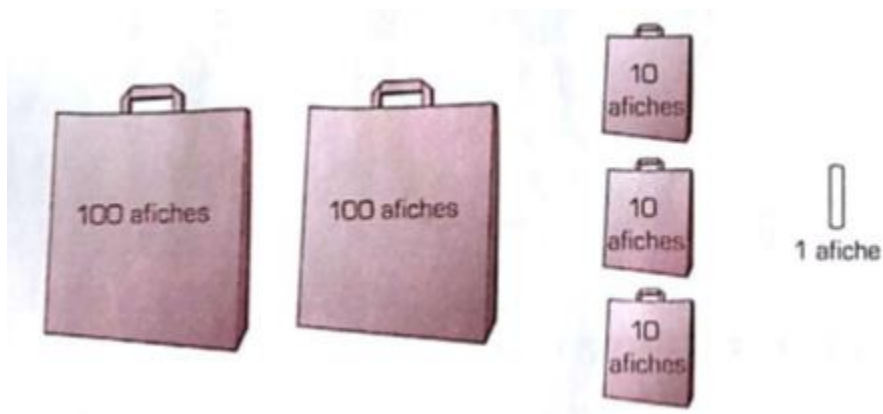
Esta pregunta presentaba una situación cotidiana para los estudiantes, aquí las dificultades no están ligadas a la comprensión del enunciado o la pregunta; sino al escoger la estrategia adecuada o el algoritmo para resolver este problema.

Al indagar sobre las dificultades de los estudiantes se encontró que:

1. Escogieron una resta para resolver la pregunta, pero tuvieron errores en el procedimiento.
2. No sabían qué estrategia utilizar para resolver el problema; así que experimentaron haciendo sumas o restas o incluso haciendo un conteo con sus dedos para encontrar la respuesta.



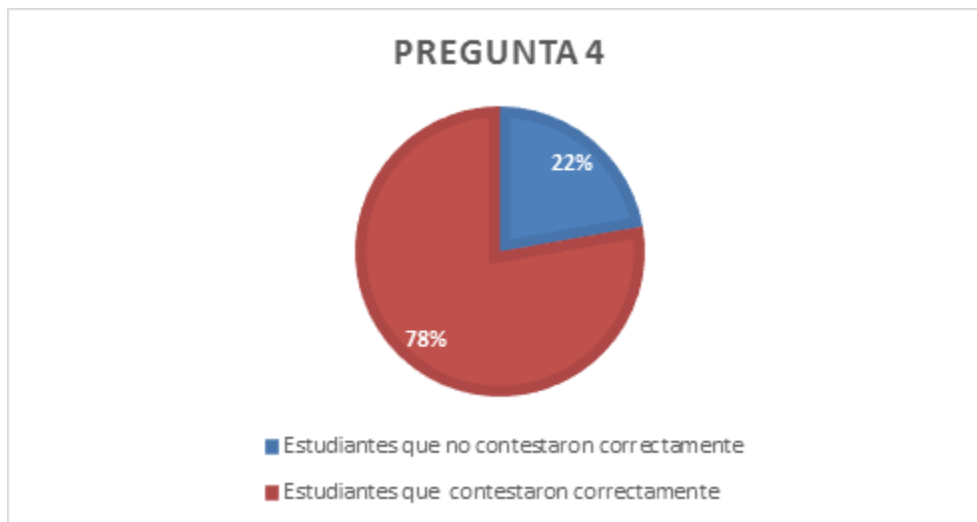
3. Observa la cantidad de afiches y las unidades sueltas. ¿El total de Afiches es?



Esta pregunta cerrada fue donde se presentó la mayor dificultad, pues presentaba un corto enunciado junto con la pregunta más una imagen que suministraba la información de la cantidad de afiches existentes. Solo el 11% de los estudiantes respondieron acertadamente.

Las dificultades que se analizan en esta pregunta fueron:

1. Falta de comprensión del enunciado, la pregunta y por supuesto de la imagen. Algunos estudiantes incluso encerraron uno de los dibujos y justificaron la respuesta diciendo que ese era el más grande o el que más afiches tenía.
2. Algunos estudiantes contaron la cantidad de bolsas y respondieron que 6.
3. Otros aunque lograron comprender el enunciado y la pregunta, omitieron alguna información que proporcionaba la imagen.
4. Por último algunos estudiantes asimilaron la imagen, el enunciado y la pregunta, pero al hacer la suma ubicaron de manera errada las cantidades.



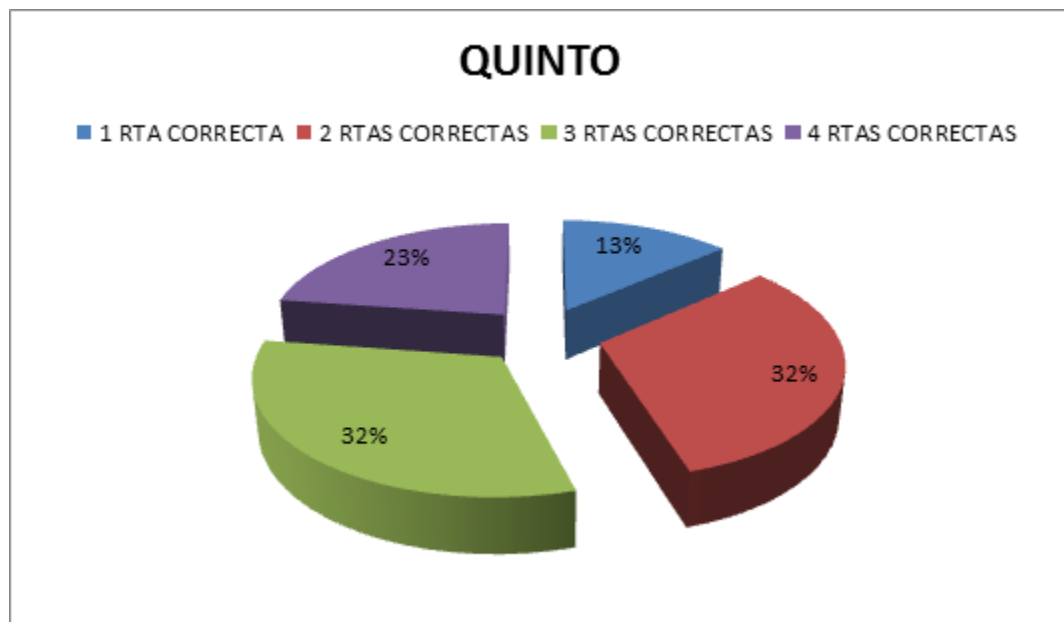
4. En una escuela estudian 334 niños y 386 niñas. ¿Cuántos estudiantes hay en total en la escuela?

En la última pregunta la cual no presentaba opciones de respuesta, el 78% respondieron acertadamente.

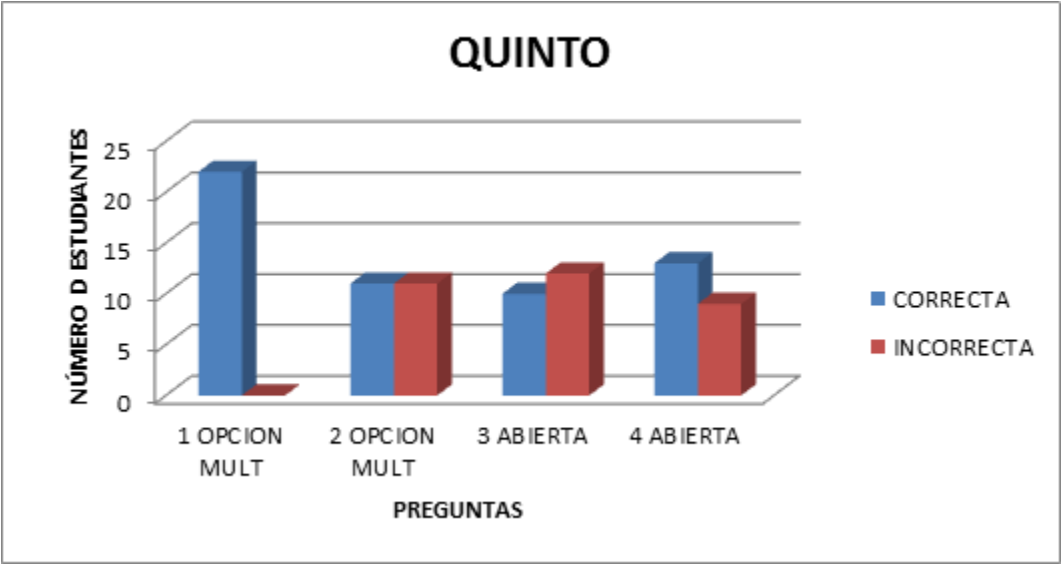
El 22% restante de los estudiantes manifestó las siguientes dificultades:

1. Aunque escogieron el algoritmo de la suma para resolver el problema; en el proceso se equivocaron al realizar la adición.
2. Otros estudiantes escogieron otros algoritmos como la resta e incluso la multiplicación para desarrollarla
3. Un estudiante operó dos cantidades que no hacían parte de los datos suministrados

*Análisis prueba grado quinto sede Luis Boada*

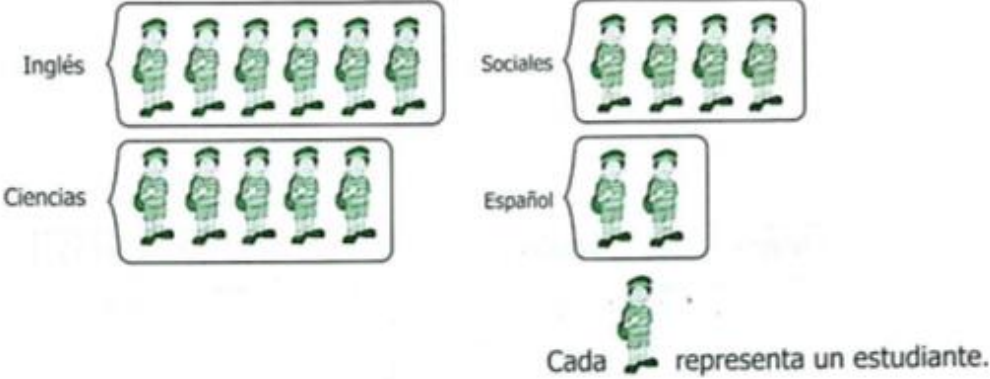


En el gráfico se puede identificar que el 36% de los estudiantes contestaron acertadamente 1 o preguntas de la prueba, mientras que el 64% contestaron de manera correcta tres o cuatro preguntas. Se evidencia buen desempeño en la mayoría de estudiantes.



**PREGUNTA 1**

Juan le preguntó a cada uno de sus compañeros de clase por su materia favorita. Cada uno de sus compañeros eligió una sola materia favorita. Juan representó las respuestas que obtuvo de la siguiente manera:



¿En cuál de las siguientes tablas se presentan las respuestas que obtuvo Juan?

A.

Materia favorita	Número de estudiantes
Inglés	6
Ciencias	11
Sociales	15
Español	17

B.

Materia favorita	Número de estudiantes
Inglés	2
Ciencias	4
Sociales	5
Español	6

C.

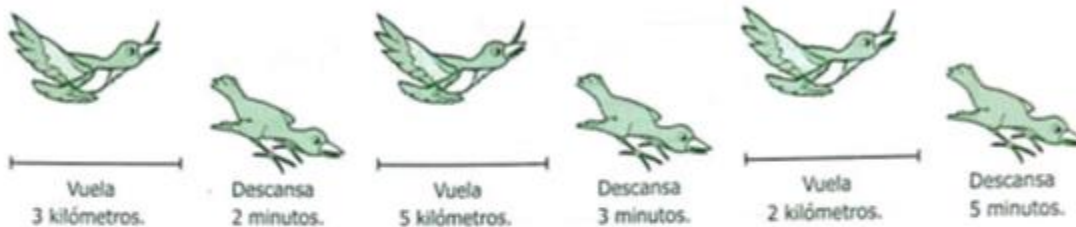
Materia favorita	Número de estudiantes
Inglés	17
Ciencias	11
Sociales	15
Español	6

D.

Materia favorita	Número de estudiantes
Inglés	6
Ciencias	5
Sociales	4
Español	2

La primera pregunta, que presentaba cuatro opciones de respuesta y pretendía identificar la capacidad de los estudiantes para relacionar la información de un enunciado con los datos de una tabla, fue contestada correctamente por la totalidad de los estudiantes.

22. En la ilustración se muestran los recorridos y descansos del ave en 1 hora.



¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

- I. El ave recorrió menos de 15 kilómetros.
  - II. El ave descansó menos de 8 minutos.
  - III. El tiempo que estuvo volando el ave fue mayor que el tiempo de descanso.
- A. I y II solamente.
  - B. I y III solamente.
  - C. II y III solamente.
  - D. I, II y III.

La pregunta 2, de opción múltiple con múltiple respuesta fue contestada correctamente por el 50% de los estudiantes.

Al indagar acerca de las razones por las cuales el 50% de los estudiantes no lograron hallar la respuesta acertada se pudieron identificar algunas dificultades:

1. Omitieron información presentada en el enunciado y en el gráfico.
2. Faltó comprensión del enunciado, de la información complementaria y de la pregunta.
3. Presentaron dificultad al enfrentarse con la necesidad de elegir una combinación de opciones. No fue claro el tipo de pregunta.

### PREGUNTA 3

En un restaurante, 10 almuerzos cuestan \$30.000. ¿Cuánto cuestan 15 almuerzos?

*TODOS LOS ALMUERZOS CUESTAN LO MISMO.*

En la tercera situación- problema no se presentaron opciones de respuesta; los estudiantes debían analizar el enunciado, la pregunta y llevar a cabo una estrategia para dar solución a ésta. El 45% de los estudiantes respondieron a ésta correctamente, mientras el 55% no acertaron en su estrategia y /o respuesta.

Al entrevistar a los estudiantes, se lograron identificar las siguientes dificultades:

1. No comprendieron el enunciado
2. Faltó claridad al elegir una estrategia para resolver la situación: la mayoría de los niños afirmaron que debían hacer una multiplicación, pero lo porque debían saber cuánto valían los 15 almuerzos, pero no lograron identificar que \$30.000 era el valor de 10 almuerzos, no de cada uno, por lo cual les resultaba \$450.000. No se cuestionaron sobre la lógica de su respuesta.
3. Algunos realizaron de manera incorrecta las operaciones.

### PREGUNTA 4

En la heladería le muestran a Paola la siguiente lista de precios.

#### LISTA DE PRECIOS

Producto	Precio (\$)
Cono de 1 sabor	600
Cono de 2 sabores	800
Cono de 3 sabores	1.000

Paola tiene \$5.000 para comprar conos. ¿Cuál es el mayor número de conos de dos sabores que puede comprar?

La pregunta 4, también abierta presentaba una tabla de la cual debían extraer información para resolver una situación. En ésta, el 59% de los estudiantes lograron dar la respuesta correcta, y el 41% tuvo dificultades para solucionarla adecuadamente.

Al entrevistar a los estudiantes, se lograron identificar las siguientes dificultades:

1. No comprendieron el enunciado
2. Faltó claridad al elegir una estrategia para resolver la situación
3. Algunos estudiantes dieron una respuesta que no tenía relación con la pregunta.
4. Realizaron incorrectamente la operación matemática.

Aunque escogieron el algoritmo de la suma para resolver el problema; en el proceso se equivocaron al realizar la adición.

Otros estudiantes escogieron otros algoritmos como la resta e incluso la multiplicación para desarrollarla

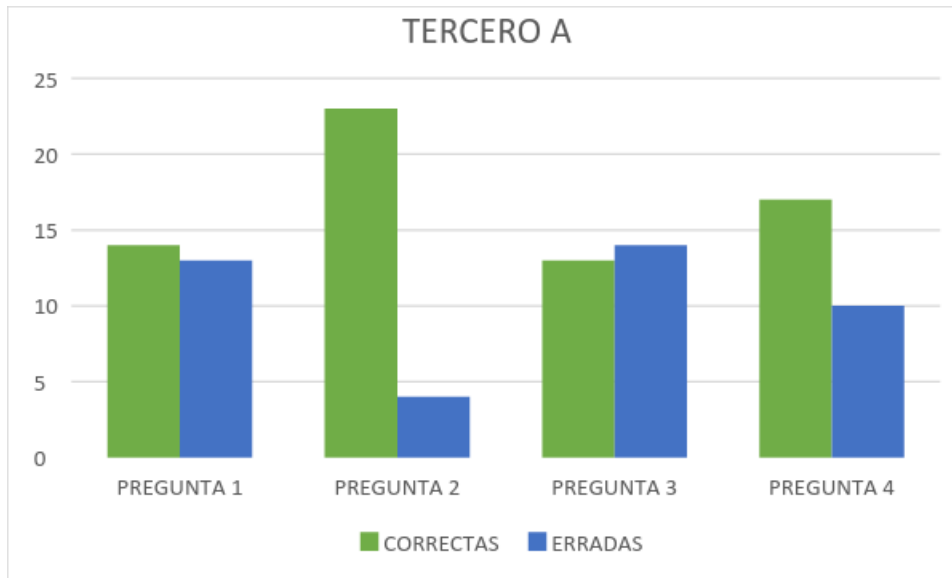
Un estudiante operó dos cantidades que no hacían parte de los datos suministrados.



*Análisis de prueba matemática Grado Tercero A Sede Luis Boada*



Se puede observar que el desempeño de los estudiantes en este ejercicio no fue el óptimo ya que de los 27 estudiantes que la presentaron, solo 6 estudiantes, que corresponde a un 22% contestó correctamente las 4 preguntas formuladas, 6 contestaron 3 de las preguntas correctamente, un 45% contestó solo dos de las preguntas y 3 contestaron solo una bien. Se puede evidenciar que más del 50% no contestaron más de 2 preguntas correctas.



### PREGUNTA 1

Hoy nacieron 9 pollitos y los reunieron con los que nacieron ayer. Ahora en total, son estos 17 pollitos.



¿Cuántos pollitos nacieron ayer?

- a. 26
- b. 17
- c. 9
- d. 8

La primera pregunta tiene como propósito que los estudiantes encuentren un dato que no se encuentra en el enunciado, para esto se apoyan de una imagen la cual les permite agrupar y/o contar para hallar la respuesta; en esta pregunta solo 14 estudiantes la respondieron correctamente.

Al preguntarles el porqué de su respuesta, ellos manifestaron:

1. Contaron la cantidad total de pollitos de la imagen.
2. se guiaron por el número 9 que estaba en el enunciado.
3. No entendieron el enunciado

Quienes respondieron correctamente contaron en los dedos a partir del nueve.

**2. Lucas tenía 550 pesos y compró un dulce que costó 300 pesos. ¿Con cuánto dinero quedó Lucas?**

- a. 200 pesos
- b. 250 pesos
- c. 800 pesos
- d. 850 pesos

En la pregunta 2 se presenta una situación de la vida cotidiana de los niños, en esta la mayoría de los estudiantes dieron la respuesta correcta, incluso una utilizó las monedas que tenía en su

bolsillo para dar su respuesta, al preguntar la mayoría coincidieron en que debían hacer una resta para hallar la respuesta, un estudiante sumó, dos restaron mal y otra no entendió que debía hacer.

**3. Observa la cantidad de afiches y las unidades sueltas, ¿El total de afiches es?**

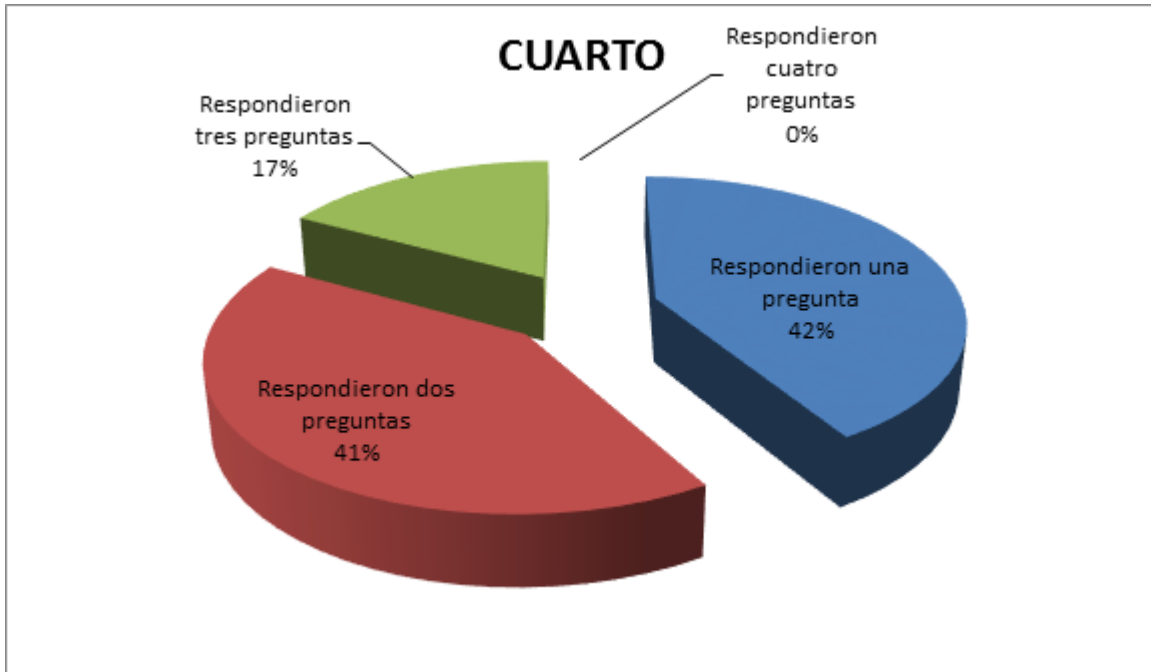


Esta pregunta sin opción de respuesta fue contestada correctamente por sólo 13 estudiantes, los otros estudiantes contaron pero obviaron el afiche que se encuentra suelto, solo se fijaron en las imágenes grandes, dos no contestaron y dos más contaron los afiches sin tener en cuenta la cantidad que representaban.

**4. En una escuela estudian 334 niños y 386 niñas. ¿Cuántos estudiantes hay en total en la escuela?**

En este enunciado no hay opciones de respuesta, se presentan los datos para que los estudiantes den respuesta mediante una operación matemática; solo 17 contestaron correctamente otros aunque ubicaron los números para realizar una suma, no la realizaron bien por mala ubicación de los números u olvido de la cifra que llevaba.

### *Análisis prueba grado cuarto Peñas de Cajón*



En el gráfico se puede identificar que el 42% de los estudiantes contestaron acertadamente 1 pregunta de la prueba, mientras que el 41% contestaron de manera correcta dos o tres preguntas, ninguno de los niños logro acertar las cuatro preguntas. Se evidencia un desempeño básico en la mayoría de estudiantes mostrando gran dificultad en aquellas preguntas que requieren de análisis y realizar operaciones combinadas o pregunta abierta donde hay una respuesta posible.

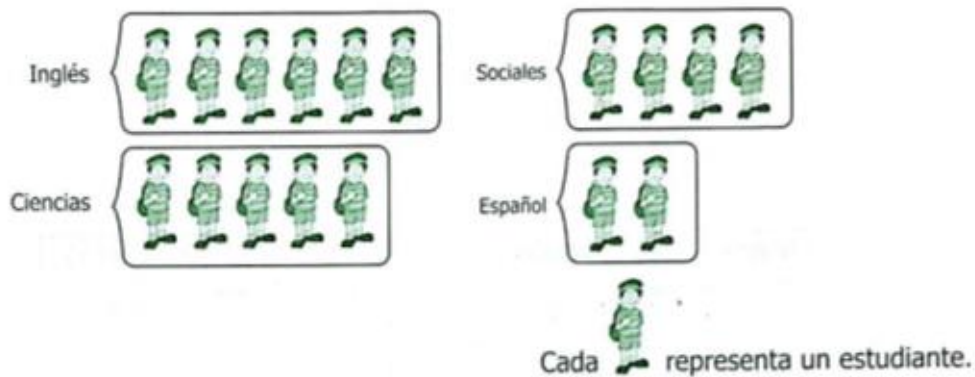
El 100% de los niños contestaron acertadamente la pregunta número 1 que les daba a decidir una única respuesta verdadera y a la cual ellos podían llegar fácilmente a la respuesta, la pregunta numero dos solo dos niños de los 17 lograron responderla acertadamente, lo que indica que se les dificulto el trabajo con este tipo de preguntas.

Al responder la pregunta número tres la gran mayoría de ellos se fueron por la forma de la suma buscando una posible respuesta, sumando varias series o restando por intuición pero muy pocos analizaron correctamente la pregunta y en cuanto a la cuarta pregunta no logran hacer un análisis que en realidad sea satisfactorio y muchos de ellos dieron respuestas al azar. Falta análisis y comprensión de las preguntas y no se esfuerzan por pensar recurriendo siempre a cuestionar al profesor para buscar posibles formas de solucionar un problema.

### Pregunta 1

La primera pregunta, que presentaba cuatro opciones de respuesta y pretendía identificar la capacidad de los estudiantes para relacionar la información de un enunciado con los datos de una tabla, fue contestada correctamente por la totalidad de los estudiantes.

Juan le preguntó a cada uno de sus compañeros de clase por su materia favorita. Cada uno de sus compañeros eligió una sola materia favorita. Juan representó las respuestas que obtuvo de la siguiente manera:



¿En cuál de las siguientes tablas se presentan las respuestas que obtuvo Juan?

A.

Materia favorita	Número de estudiantes
Inglés	6
Ciencias	11
Sociales	15
Español	17

B.

Materia favorita	Número de estudiantes
Inglés	2
Ciencias	4
Sociales	5
Español	6

C.

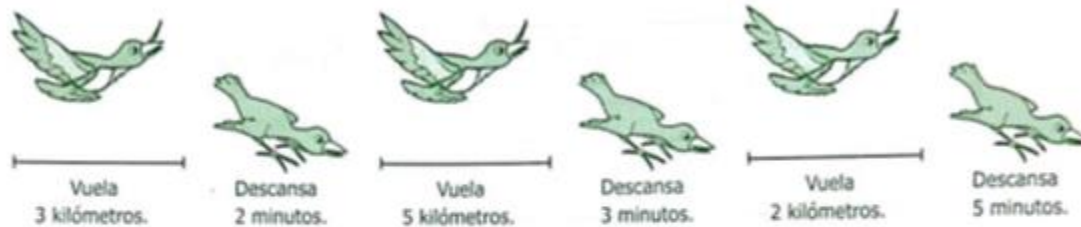
Materia favorita	Número de estudiantes
Inglés	17
Ciencias	11
Sociales	15
Español	6

D.

Materia favorita	Número de estudiantes
Inglés	6
Ciencias	5
Sociales	4
Español	2

### Pregunta 2

22. En la ilustración se muestran los recorridos y descansos del ave en 1 hora.



¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

- I. El ave recorrió menos de 15 kilómetros.
  - II. El ave descansó menos de 8 minutos.
  - III. El tiempo que estuvo volando el ave fue mayor que el tiempo de descanso.
- A. I y II solamente.
  - B. I y III solamente.
  - C. II y III solamente.
  - D. I, II y III.

La pregunta 2, de opción múltiple con múltiple respuesta fue contestada correctamente por el 50% de los estudiantes.

Al indagar acerca de las razones por las cuales el 50% de los estudiantes no lograron hallar la respuesta acertada se pudieron identificar algunas dificultades:

1. Omitieron información presentada en el enunciado y en el gráfico.
2. Faltó comprensión del enunciado, de la información complementaria y de la pregunta.
3. Presentaron dificultad al enfrentarse con la necesidad de elegir una combinación de opciones. No fue claro el tipo de pregunta.

### Pregunta 3

En un restaurante, 10 almuerzos cuestan \$30.000. ¿Cuánto cuestan 15 almuerzos?

*TODOS LOS ALMUERZOS CUESTAN LO MISMO.*

En la tercera situación- problema no se presentaron opciones de respuesta; los estudiantes debían analizar el enunciado, la pregunta y llevar a cabo una estrategia para dar solución a ésta. El 45% de los estudiantes respondieron a ésta correctamente, mientras el 55% no acertaron en su estrategia y/o respuesta.

Al entrevistar a los estudiantes, se lograron identificar las siguientes dificultades:

1. No comprendieron el enunciado
2. Faltó claridad al elegir una estrategia para resolver la situación: la mayoría de los niños afirmaron que debían hacer una multiplicación, pero lo porque debían saber cuánto valían los 15 almuerzos, pero no lograron identificar que \$30.000 era el valor de 10 almuerzos, no de cada uno, por lo cual les resultaba \$450.000. No se cuestionaron sobre la lógica de su respuesta.
3. Algunos realizaron de manera incorrecta las operaciones.

En la heladería le muestran a Paola la siguiente lista de precios.

**LISTA DE PRECIOS**

Producto	Precio (\$)
Cono de 1 sabor	600
Cono de 2 sabores	800
Cono de 3 sabores	1.000

Paola tiene \$5.000 para comprar conos. ¿Cuál es el mayor número de conos de dos sabores que puede comprar?

La pregunta 4

También abierta presentaba una tabla de la cual debían extraer información para resolver una situación. En ésta, el 59% de los estudiantes lograron dar la respuesta correcta, y el 41% tuvo dificultades para solucionarla adecuadamente.

Al entrevistar a los estudiantes, se lograron identificar las siguientes dificultades:

1. No comprendieron el enunciado
2. Faltó claridad al elegir una estrategia para resolver la situación
3. Algunos estudiantes dieron una respuesta que no tenía relación con la pregunta.
4. Realizaron incorrectamente la operación matemática

### ANEXO 3 Resultados Autoevaluación RPM

<b>Indicadores</b>	<b>Lo hace bien</b>	<b>A veces tiene dificultades</b>	<b>Lo hace con ayuda</b>	<b>No lo sabe hacer</b>	<b>Total</b>
Dado un problema comprende la información del enunciado	38	35	22	3	98
Expresar con sus propias palabras el problema	59	27	12	0	98
Distingue qué datos son importantes y cuáles no	50	34	13	1	98
Planifica un proceso que resuelva el problema	27	41	26	4	98
Identifica la (s) estrategia (s) adecuada (s) para resolver el problema	42	34	19	3	98
Revisa el proceso, busca los posibles errores que haya cometido y los corrige	25	46	23	4	98
Valora si la resolución es correcta	42	36	18	2	98
Explica el proceso realizado	51	34	12	1	98
Busca problemas parecidos cuando se enfrenta a uno nuevo	31	43	18	6	98



### ANEXO 4 Resultados heteroevaluación proceso de RPM

Indicador	Lo hago bien	A veces tengo dificultades	Lo hago con ayuda	No lo sé hacer	Total
Dado un problema comprendo la información del enunciado	40	37	19	2	98
Soy capaz de expresar con mis propias palabras el problema	60	25	13	0	98
Soy capaz de distinguir qué datos son importantes y cuáles no	43	41	12	2	98
Soy capaz de planificar un proceso que resuelva el problema	43	36	16	3	98
Soy capaz de identificar la estrategia adecuada para resolver el problema	38	35	20	5	98
Soy capaz de revisar el proceso, buscar los posibles errores que haya cometido y corregirlos	31	37	23	7	98
Soy capaz de valorar si la resolución es correcta	50	34	11	3	98
Soy capaz de explicar el proceso realizado	54	30	14	0	98
Soy capaz de buscar problemas parecidos cuando me enfrento a uno nuevo	40	38	15	5	98