RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE REQUIEREN DE LA ECUACIÓN CUADRÁTICA: RUTINAS DE PENSAMIENTO Y REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA EN OCTAVO GRADO.

LEIDIS MARGOTH ACOSTA MORENO

UNIVERSIDAD DE LA SABANA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

CHÍA, COLOMBIA

2017

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE REQUIEREN DE LA ECUACIÓN CUADRÁTICA: RUTINAS DE PENSAMIENTO Y REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA EN OCTAVO GRADO.

LEIDIS MARGOTH ACOSTA MORENO

Trabajo para optar al título de Magister en Pedagogía

HENRY ALEXANDER RAMÍREZ BERNAL

ASESOR

UNIVERSIDAD DE LA SABANA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

CHÍA, COLOMBIA

2017

DEDICATORIA

A Dios el dueño de mi vida y todos mis proyectos,

A mi hija por su amor y sus inocentes palabras de aliento,

A mis padres por su apoyo incondicional,

A Joeel por su comprensión y compañía

Y a la tía Glendi, por sus sabias palabra.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por darme la vida y permitirme encontrar el amor para desempeñar mi labor como docente.

A la universidad de la Sabana, por todos las oportunidades y espacios de formación que me brindó para poder fortalecer mi desempeño como docente.

A mi apreciado asesor, quien con su apoyo y dedicación no solo me motivo a realizar este trabajo, también me impulsó en momentos difíciles con sus palabras de aliento y fortaleza.

A mis estudiantes quienes siempre mostraron la mejor actitud y acudían de manera responsable y puntual a las sesiones en jornadas contrarias.

Al colegio por brindarme el espacio para desarrollar el trabajo y apoyarme en el desarrollo de la propuesta.

Tabla de contenido

Índice de tablas

Índice de gráficos

Índice de esquemas

RESUMEN

El trabajo de investigación se enmarcó en un enfoque cualitativo con diseño de investigación acción. El estudio se realizó con los estudiantes de octavo grado de una institución educativa oficial de la ciudad de Bogotá y estuvo centrado en la resolución de problemas que requieren el uso de ecuaciones cuadráticas para resolverlos, analizados a la luz de las estrategias de resolución de problemas propuesto por Cabrera y Campistrous (1999), en este estudio se comparó los resultados de una prueba de entrada y una prueba de salida; en la que se buscaba encontrar algún avance en las estrategias de resolución de problemas. Luego de haberse aplicado un plan de intervención que buscaba a través de las rutinas del pensamiento de Ritchhart, Church y Morrison (2014) y los organizadores gráficos, visibilizar el pensamiento de los estudiantes al realizar la conversión de registros de representación necesarios para expresar los objetos matemáticos y luego realizar operaciones de tratamiento entre expresiones algebraicas para hallar los valores que le daban solución a dichos problemas.

Palabras claves:

Estrategias de resolución de problemas, ecuaciones cuadráticas, registro de representación algebraica, registros de representación gráfica, rutinas de pensamiento.

ABSTRACT

The research was framed in a qualitative methodology, more accurately action research. The study was carried out with the eighth grade students of Alfonso Reyes Echandía District School and was focused on solving problems that require the usage of quadratic equations to solve them analyzed in light of problem solving strategies proposed by Cabrera and Campistrous (1999). This study compared the results of input and output tests, which sought to find some progress in problem-solving strategies. After applying an intervention plan that sought, through Ritchhart, Church and Morrison's (2014) thought routines and graphic organizers, to visualize students' thinking when performing the needed conversion of representation registers to express mathematical objects and then doing operations of treatment between algebraic expressions to find the values that gave solution to those problems.

Key words:

Problem solving strategies, quadratic equations, algebraic representation register, graphic representation registers, thought routines.

Introducción

Este trabajo surgió de la necesidad de transformar las prácticas pedagógicas para que trasciendan en el fortalecimiento de las habilidades y la potenciación de las competencias matemáticas de los estudiantes de octavo grado. En este sentido, uno de los mayores desafíos en el aula era encontrar una manera dinámica y efectiva que permitiera visibilizar los avances en las estrategias implementadas por los estudiantes para resolver problemas, logrando impactar en sus aprendizajes como en la labor de la docente apuntando al mejoramiento de su práctica educativa.

En este trabajo se realizó un estudio sobre las estrategias utilizadas por los estudiantes para la resolución de problemas que involucran el uso de ecuaciones cuadráticas; las razones se fundamentan en los estándares curriculares, donde se propone esta temática para dicho grado, además, se buscó atender a la gestión de registros de representación y sus transformaciones para fortalecer las estrategias de resolución de problemas empleadas por los estudiantes.

La implementación de esta estrategia de investigación se centró en identificar los cambios en las estrategias que utilizan los estudiantes para resolver problemas, durante ella se utilizó las rutinas de pensamiento, buscando convertirlas en la estructura de la clase para abordar la solución de ecuaciones cuadráticas, lo cual es posible desde el manejo e implementación de problemas que involucran áreas, así como la aplicación de organizadores gráficos que le permitieran a los estudiantes, realizar una estación intermedia entre los registros de representación en lengua natural y los registros de representación algebraicos.

En el primer capítulo se plantea el problema exponiendo las causas que le dan origen y las posibles alternativas de solución, para la cual se establece como pregunta de investigación Cómo promover el desarrollo de habilidades (en estudiantes de octavo grado) para la resolución de problemas que requieren del uso de ecuaciones cuadráticas mediante una estrategia que privilegia las transformaciones de representaciones semióticas? Basado en ella se determinan los objetivos de la investigación.

En el segundo capítulo se fundamenta el estudio de la problemática encontrada, logrando establecer parámetros puntuales que orientan el proceso de la investigación, a su vez se muestran los referentes teóricos que sustentan el fortalecimiento de la competencia de resolución de problemas desde las rutinas de pensamiento y la visibilización de los registros de representación.

En el tercer capítulo, se especifica la metodología de investigación, así como el diseño, el alcance y el enfoque de la misma, lo que permite establecer las categorías de análisis utilizadas en las diferentes fases propuestas para la investigación, también se muestran los instrumentos de investigación que se utilizaron para recolectar la información objeto de análisis de los hallazgos encontrados a lo largo del trabajo.

En el cuarto capítulo, se encuentra el resultado del análisis y los hallazgos encontrados en la investigación, lo cual da lugar a establecer las conclusiones y recomendaciones luego de realizado el trabajo; también genera una reflexión pedagógica que refleja la realidad de la práctica pedagógica e invita a la implementación de nuevas estrategias en el aula de clases para fortalecer los procesos de enseñanza con los estudiantes.

Capítulo I

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Antecedentes del problema

En mi práctica docente he podido observar un hecho que ha sido documentado por investigadores en Didáctica de la Matemática: las dificultades de los estudiantes en la transición de la aritmética al álgebra; tal como lo documenta Socas (2011) al realizar un recorrido histórico sobre los aportes que han hecho las investigaciones en álgebra.

Los estudiantes que inician octavo grado llaman la atención sobre las dificultades que les presenta el trabajo con letras en lugar de números. Lo anterior da un primer indicio de la necesidad de buscar estrategias apropiadas para apoyar a los estudiantes para el proceso de aprendizaje del álgebra, de tal manera que este conocimiento sea significativo para ellos y que lo puedan aplicar a la solución de problemas. Al iniciar el curso de álgebra durante el año 2016 con los estudiantes de octavo grado e indagar sobre los conocimientos previos que ellos tienen, se pudo observar que, al revisar los escritos, los estudiantes presentaban dificultades relacionadas con la utilización y escritura de signos matemáticos, que además, en algunos casos eran suprimidos. Por ejemplo, al realizar operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división, incluyendo el signo de igualdad (+, -, x, ÷, =).

También pude observar que al resolver problemas cuya solución requiere de un enfoque algebraico, por ejemplo, solucionar situaciones de variación, son pocos los estudiantes que hacen uso de los registros de representación algebraica para plantear una posible solución, y más bien recurren a operaciones numéricas o a suposiciones para tratar de dar respuesta a las situaciones planteadas. Cuando se les ha presentado un problema matemático relacionado con áreas de cuadrado y sus lados están dados por medio de una expresión algebraica, la mayoría de los jóvenes optan por no resolver la operación y expresar que no entienden; otro caso ocurre cuando el enunciado del problema contiene una expresión algebraica, inmediatamente proceden a remplazarlos por medio de la suma de dos números naturales.

Se han realizado investigaciones en torno a la enseñanza aprendizaje del álgebra y se ha analizado de qué manera los estudiantes adquieren este aprendizaje, cuáles son las dificultades y obstáculos que tienen los estudiantes para comprender y trabajar con objetos matemáticos relativos al lenguaje algebraico, como lo es el trabajo realizado por Socas (2007) sobre las dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas, realizando un análisis desde el enfoque lógico semiótico; también se encuentra el estudio realizado por Medina (1998) relacionado con las habilidades cognitivas operacionales y conceptuales en los procesos de adquisición y uso del lenguaje algebraico.

De igual forma, se pueden citar otras investigaciones como: Socas, Camacho, Palarea, y Fernández (1989) quienes centraron su investigación en la iniciación al álgebra; por su parte Torres, Valoyes y Malagón (2002) trabajaron en situaciones de generalización y uso de modelos en la iniciación al álgebra escolar; Papini (2003) en su trabajo recurre a algunas ideas Vigotskianas para explicar los primeros aprendizajes del álgebra. Así mismo, de Vallejo y de Montañez (2004) realizaron un trabajo sobre estrategias innovadoras para la comprensión del lenguaje matemático; Ruano, Socas y

Paralea (2008), realizaron una clasificación de errores cometidos en los procesos de modelización, sustitución formal y generalización del álgebra; Covas y Bressan (2011) investigaron sobre la enseñanza del álgebra utilizando una estrategia de modelos de área; Ballén (2012) utilizó una estrategia llamada el álgebra geométrica como recurso didáctico para factorizar polinomios de segundo grado; Aké, Godino y Gonzato (2013) hacen un aporte relacionado con actividades para estudiantes de primaria para el inicio del algebra; Santander, Zamora y Chaparro (2013) realizaron un trabajo de aula donde se centraron en la identificación de procesos de generalización en una actividad algebraica; Forigua y Velandia (2015) realizaron un trabajo con estudiantes de octavo grado, enfocándolo al estudios del uso de la letra como numero generalizado a través de actividades de generalización de patrones; entre otros.

Socas (1989) señala como indicadores de habilidad para utilizar el lenguaje algebraico en la comunicación de ideas: expresar ideas matemáticas utilizando el lenguaje algebraico verbal y por escrito, comprender e interpretar ideas matemáticas que se presentan en el lenguaje algebraico y usar la notación algebraica para estructurar y representar ideas, describir situaciones y modelos. Además, plantea indicadores del conocimiento y entendimiento de los objetos del álgebra, como son: clasificar y definir conceptos expresados en lenguaje algebraico, identificar y generar ejemplos y contraejemplos, utilizar diferentes representaciones semióticas para representar los objetos del algebra, reconocer los distintos significados y representaciones de los objetos algebraicos y reconocer condiciones que determinan un objeto particular, comparar y contrastar objetos del álgebra.

Parte de las posibles explicaciones a las dificultades de aprendizaje de las matemáticas se encuentran en la semiótica, pues los estudiantes deben enfrentarse a la gestión de diferentes registros de representación de los objetos matemáticos. Para D´Amore (2011), en matemáticas, la adquisición conceptual de un objeto pasa necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semióticas.

De acuerdo con Duval (1999), la especificidad de las representaciones semióticas consiste en que son relativas a un sistema particular de signos (el lenguaje, la escritura algebraica o los gráficos cartesianos), estos sistemas de signos deben permitir la relación conocimiento - representación, estos sistemas semióticos deben cumplir con las tres actividades cognitivas inherentes a toda representación, las cuales se citan a continuación.

> En primer lugar, constituir una marca o conjunto de marcas perceptibles que sean identificables como una representación de alguna cosa en un sistema determinado. Luego, transformar las representaciones de acuerdo con las únicas reglas propias al sistema, de modo que se obtengan otras representaciones que puedan constituir una ganancia de conocimiento en comparación con las representaciones iniciales. Por último, convertir las representaciones producidas en un sistema de representaciones en otro sistema, de manera tal que estas últimas permitan explicar otras significaciones relativas a aquello que es representado. (Duval, 1999, p.29)

Para Macías (2014), cada una de las representaciones que hacen referencia a un objeto matemático, también lo hacen a unas determinadas propiedades del mismo, es decir, cada registro de representación resalta unas características y propiedades determinadas de éste, obteniendo como resultado una configuración del concepto en toda su extensión y profundidad. Para él, la combinación y coordinación de unas y otras da lugar a que el alumno aprenda las nociones que se quieren transmitir a partir de aquellas que se adecúan más a su estilo de aprendizaje.

De acuerdo con Duval (2006), desde un punto de vista matemático, la conversión y el tratamiento son un todo en la resolución de problemas. Es más, lo que importa es el tratamiento que es el que hace relevante la elección del “mejor” cambio de registro.

Los cambios de registros cobran gran importancia, están presentes en toda actividad matemática y hace parte de la actividad cognitiva a través de las transformaciones de tratamiento y conversión.

De acuerdo con Duval (1999, p. 42) el tratamiento es:

La transformación de una representación (inicial) en otra representación (terminal), respecto a una cuestión, a un problema o a una necesidad que proporciona el criterio de interrupción en la serie de las transformaciones efectuadas. Un tratamiento es una transformación de la representación o de un sistema.

Por otra parte, Duval define la conversión como:

> La transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de este mismo objeto esta misma situación o de la misma información en otro registro. Una conversión es una transformación externa relativa al registro de la representación de partida. (Duval, 1999, p. 44)

Duval considera como una paradoja cognitiva:

> El hecho de que por una parte la aprehensión de los objetos matemáticos no puede ser una aprehensión conceptual y, en segundo lugar, es sólo a través de representaciones semióticas que una actividad sobre los objetos matemáticos es posible, lo que puede constituir un verdadero círculo de aprendizaje, y ¿Cómo en la fase de aprendizaje, podrían no confundir los objetos matemáticos con sus representaciones semióticas, si se van a tratar sólo de representaciones semióticas? La imposibilidad de acceso directo a los objetos matemáticos al margen de cualquier representación semiótica hace que sea casi inevitable esta confusión. Y, al contrario, ¿Cómo pueden adquirir el dominio de los tratamientos matemáticos necesariamente relacionados con representaciones semióticas, si es que aún no tienen una aprehensión conceptual de objetos representada? (Duval, 1993, p.38)

Es posible que esta paradoja se convierta en una razón por la cual los estudiantes presentan dificultad al momento representar los objetos matemáticos necesarios para resolver problemas

A esto se suma lo dispuesto por el Ministerio de Educación Nacional (Estándares Básicos de Competencia, 2006, p. 51), los cuales expresan que, para ser matemáticamente competente, los estudiantes deben desarrollar algunos procesos generales como lo son:

> Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas; formar modelos mentales y representarlos externamente en distintos registros; usar flexiblemente los conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes, utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, enunciar y explicar las ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones.

Se deben atender estos aspectos en los estudiantes de octavo grado, quienes presentan gran dificultad en la resolución de problemas y se evidencia tanto en las pruebas internas de la institución, donde la reprobación de la asignatura es mayor al 50% de los estudiantes de acuerdo a los datos obtenidos en las comisiones de evaluación, como también los obtenidos en las pruebas externas como la del ICFES.

Al finalizar el Ciclo III los estudiantes deben presentar la prueba Saber Pro, esta prueba, de acuerdo con lo estipulado por el Ministerio De Educación Nacional, a través de la serie guía número 2 del 2003, mide lo alcanzado frente a lo que se espera lograr en la Resolución de Problemas Matemáticos. En esta guía establecen la resolución de problemas como una actividad compleja que involucra diferentes procesos cognitivos: asociación, abstracción, comprensión, manipulación, razonamiento, análisis, síntesis y Generalización

Además, expresa que el estudiante debe estar en capacidad de integrar tres aspectos:

a. El conocimiento matemático (conceptos y procedimientos).

b. La comunicación (lectura y escritura del lenguaje matemático).

c. Las situaciones problema (de sentido matemático).

De acuerdo con este mismo documento, la dimensión del conocimiento (álgebra - pensar con variaciones y con álgebra), es introducida para la evaluación sólo hasta el grado noveno, en ella se pretende explorar la comprensión de patrones, relaciones y funciones en diversos contextos, reconociendo la variable y la modelación como elementos centrales del trabajo en álgebra. Se evalúan aspectos como: traducción de lenguajes (simbólico, tabular, gráfico), ecuaciones lineales con una sola incógnita, manejo de la letra como número generalizado, incógnita y variable, construcción de relaciones métricas y conceptualización de funciones lineales y cuadráticas.

Muestra de estos resultados se encuentran en las gráficas que se presentan a continuación, sobre el reporte de las pruebas Saber Noveno de la Institución Educativa Alfonso Reyes Echandía, obtenidos durante los años 2011, 2012, 2013, 2014 y 2015; donde se compara a la institución, con otros establecimientos educativos con puntajes promedios similares. En ellos se observa que, con respecto a las competencias de razonamiento durante los 3 primeros años, ha sido débil y muy débil, así mismo, en la resolución de problemas, de similar pasamos a ser débiles y, con respecto al componente numérico-variacional, también se desmejoró, pasando a ser débil.

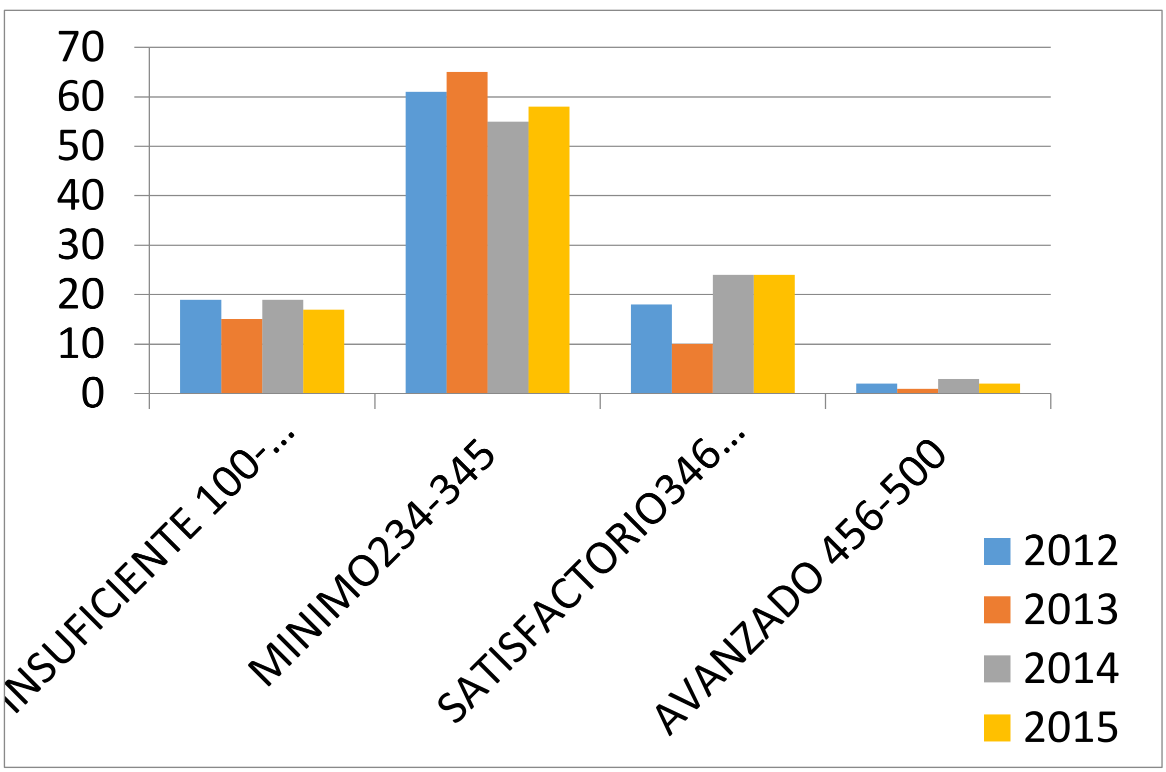
Otros resultados que se observan en el segundo gráfico, muestran que la mayoría de los estudiantes, se encuentran en niveles insuficientes y mínimos en cuanto a los desempeños evaluados en matemáticas, por lo cual dentro del plan de mejoramiento se trazó como meta, mejorar los desempeños de los estudiantes en la competencia de resolución de problemas de acuerdo con los temas propuestos en el plan de estudios para los estudiantes de octavo, dentro de estos están las ecuaciones cuadráticas.

Tabla 1. Resultados de la Prueba Saber Noveno

Resultado de la prueba de matemáticas para noveno de la institución en comparación con los establecimientos educativos con puntajes promedio similares en el área y grado.

Competencias	2012	2013	2014	2015
razonamiento y argumentación	Débil	Muy débil	Débil	Fuerte
comunicación, representación y modelación	Fuerte	Fuerte	Fuerte	Similar
planteamiento y resolución de problemas	Similar	Fuerte	Similar	Débil
Componentes				
numérico-variacional	Débil	Fuerte	Fuerte	Débil
Geométrico- métrico	Débil	Débil	Débil	Similar
Aleatorio	Fuerte	Débil	Débil	Débil

Tabla 2. Resultado de los porcentajes de estudiantes de noveno según el desempeño en matemáticas



Durante las reuniones de concejo académico en el último año se ha manifestado a través de actas de reuniones, la exigencia relacionada con el mejoramiento de las practicas pedagógicas en el área de matemáticas, debido al alto grado de reprobación de la asignatura, el cual se evidencian en los reportes de resultados de prueba saber, el reporte del índice sintético de calidad educativa (ISCE) y los promedios de la asignatura durante el primer y segundo periodo del año 2016, además de los porcentaje de reprobación de estudiantes al finalizar el año escolar 2015, donde un alto porcentaje de ellos no alcanzaron los desempeños mínimos en la asignatura de matemáticas.

Con base en el análisis anterior, se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo promover el desarrollo de habilidades (en estudiantes de octavo grado) para la resolución de problemas que requieren del uso de ecuaciones cuadráticas mediante una estrategia que privilegia las transformaciones de representaciones semióticas?

OBJETIVOS

Objetivo General:

- Promover el desarrollo de habilidades en los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Distrital Alfonso Reyes Echandía, para la resolución de problemas que requiere del uso de ecuaciones cuadráticas mediante una estrategia que privilegia las transformaciones de representaciones semióticas.

Objetivos Específicos:

- Diseñar y evaluar una estrategia que privilegie la transformación de representaciones semióticas.
- Identificar evidencias del desarrollo de habilidades de los estudiantes en la resolución de problemas que requieren del uso de ecuaciones cuadráticas.
- Describir las estrategias utilizadas por los estudiantes al momento de comunicar los registros de representaciones empleadas en la resolución de problemas que involucran ecuaciones cuadráticas y posibles cambios en ellas.
- Identificar cambios en el desempeño docente desde un trabajo centrado en el desarrollo de actividades hacia una práctica que promueva, priorice y valore la comprensión de los estudiantes.

1.2. JUSTIFICACIÓN

Realizar este trabajo nace de mi experiencia como docente de la Institución Educativa Alfonso Reyes Echandía, y esto se da a partir de los resultados obtenidos en evaluaciones externas por los estudiantes, se ha detectado que los jóvenes pertenecientes al Ciclo III, al llegar a esta etapa de su formación presentan dificultad en las competencias de comunicación, representación y modelación en el planteamiento y resolución de problemas, así como en el componente numérico variacional evaluadas por el ICFES.

Además, dentro de la institución se ha evidenciado la necesidad de mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, debido a que, en los reportes de evaluación de estos cursos, existe un alto porcentaje de reprobación de los estudiantes en la asignatura de matemáticas, lo que confirma que los resultados dentro de estas pruebas, reflejan de manera real las dificultades de los estudiantes en la comprensión de la matemática.

Por otro lado, dentro de la institución, se implementa en contra jornada la profundización en tres líneas de énfasis como son comunicación, biotecnología y fundamentos de ingeniería los que requieren del manejo de unos aprendizajes matemáticos para el buen desarrollo de los proyectos que en estas líneas se efectúan y, por esta razón se ha convertido en un obstáculo tanto para docentes como estudiantes, los desempeños débiles en la asignatura.

La I.E.D. Alfonso Reyes Echandía afirma en su P.E.I ser un colegio que sigue un modelo pedagógico constructivista, con un enfoque en enseñanzas y aprendizajes significativos, enfatizado en la formación en tecnologías, sin embargo, se podría decir que, en su mayoría, la actividad académica que se desarrolla en la asignatura de matemáticas requiere de estrategias que promuevan este tipo de aprendizaje. Esto de acuerdo con las dificultades manifestadas en las evaluaciones que hacen los estudiantes y las retroalimentaciones que realiza la coordinadora académica de esta institución, por lo que se me ha sugerido evaluar y replantear las dinámicas y las prácticas docentes, así como realizar la planeación de las clases de acuerdo a las orientaciones plasmadas en el horizonte pedagógico de la institución.

De acuerdo con los estándares curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006), dentro de la actividad matemática, ser competente significa:

- Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere analizar la situación, identificar lo relevante en ella, establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes, formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación. Estas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas.
- Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. Es decir, dominar con fluidez diferentes recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos.
- Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración.
- Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. Así se vincula la habilidad

procedimental con la comprensión conceptual que fundamenta esos procedimientos.

A partir de estas necesidades el proyecto de investigación pretende aportar al mejoramiento de los desempeños de los estudiantes en temáticas propias del grado, así como a reforzar las estrategias de resolución de problemas.

Capítulo II

2. MARCO TEÓRICO

A continuación, se presentan los siguientes referentes teóricos usados como soporte para el presente estudio: transposición didáctica, resolución de problemas, registros de representación semiótica, visibilización del pensamiento (Rutinas de pensamiento).

2.1. Trasposición didáctica.

Para Chevallard (1991), un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El trabajo que transforma de un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es lo que se denomina, transposición didáctica.

Además plantea que para que la enseñanza sea posible, el primer problema que se debe resolver es el de compatibilidad del sistema con su entorno, lo que respecta al plano del saber, se caracteriza por una doble condición: por un lado el saber enseñado (el saber tratado en el interior de un sistema) debe ser visto, por los mismos “académicos”, como suficiente cercano al saber sabio a fin de no provocar la desautorización de los matemáticos, lo cual minaría la legitimidad del proyecto social, por otra parte el saber enseñado debe aparecer como algo suficientemente alejado del saber “padres” es decir, del saber banalizado en la sociedad.

En este mismo sentido, D'Amore (2007) expresa como deber del docente de matemáticas, transformar la matemática (el saber matemático elaborado durante su formación académica) en un saber que sea adecuado a los alumnos que tiene bajo su cargo; es decir, él debe transformar el saber en un "saber de enseñar" además, plantea que en una situación de aula, el carácter mediador del profesor es mucho más fuerte y que el estudiante casi nunca tiene acceso directo al saber, que limita su empeño a la relación personal con el profesor y al aprendizaje de la matemática que el profesor ha elegido para él (en forma más o menos consciente, más o menos vinculada); por tanto, el paso de la matemática enseñada del docente al aprendiz se da en una situación comunicativa.

2.2. Resolución de problemas

Dentro de los cinco procesos generales de la actividad matemática expuesto dentro de los lineamientos curriculares emanados por el MEN (2016), se encuentra el de la formulación, tratamiento y resolución de problemas, el cual es considerado como el eje organizador del currículo de matemáticas, por ello cobra gran importancia el estudiar este proceso en los estudiantes dentro de este trabajo de investigación.

En el presente trabajo se asume "problema" desde la aproximación de Campistrous y Rizo (1997) quienes denominan problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación.

Para Campistrous y Rizo (2013) la resolución de problemas es una forma básica del pensamiento y consideran que trabajar por lograr que los alumnos aprendan a resolver problemas es comprender que hay que modificar el contenido de la enseñanza de la matemática, pasar de la comprensión del saber matemático como un sistema de hechos a su comprensión como una forma de pensamiento, es decir pensar matemáticamente.

Este pensar matemáticamente Campistrous y Rizo (2013) lo caracterizar como: interpretar los datos de la vida diaria y tomar decisiones en función de esta interpretación, usar la Matemática en forma práctica desde simples sumas algorítmicas hasta análisis complejos (incluyendo estadísticos) y usar la modelación, poseer un pensamiento flexible y un repertorio de técnicas para enfrentarse a situaciones y problemas nuevos, poseer un pensamiento crítico y analítico tanto al razonar como al considerar razonamientos y argumentos de otros.

Además Campistrous y Rizo (2013) señalan algunos conocimientos básicos que le permitan al estudiante afrontar la resolución de un problema tales como:

- Conocimientos matemáticos adecuados a los problemas con los que se hayan de enfrentar. Incluye los conocimientos operativos pues en la solución de problemas matemáticos por lo general, no siempre, el sujeto necesita saber hacer las operaciones matemáticas o conocer sus significados.
- Conocimientos lingüísticos: habilidad lectora y dominio gramatical. La estructura lingüística es sólo el vehículo que transmite el mensaje o contenido.
- Conocimientos semánticos y contextuales: contenido matemático y extra matemático. Los conocimientos contextuales se evidencian en los problemas

con mayor o menor grado de proximidad a los intereses de los estudiantes (problemas reales y realistas).

- Conocimientos del esquema o estructura: especialmente el esquema semántico de las relaciones matemáticas. Por ejemplo la relación parte-todo.
- Conocimiento de estrategias: estrategias generales y estrategias o recursos heurísticos específicos.

A continuación se presenta la caracterización que Campistrous y Rizo (1997) realizan de los problemas los cuales consideran como: “rutinarios” cuando en el proceso de resolución se pueden encontrar las vías de solución de una manera directa en el propio contenido de la asignatura que se aborda en la escuela, y en ellos se emplean procedimientos que no llegan a ser propiamente algorítmicos, pero tampoco llegan a ser procedimientos heurísticos de búsqueda abierta, sino de una determinación o selección entre dos o más rutinas ya preestablecidas que sí son, por lo general, procedimientos algorítmicos o cuasi algorítmicos; los procedimientos de resolución “no rutinarios” son entonces aquellos en los que se exige un proceso de búsqueda propiamente heurístico.

Schoenfeld (1985) señala algunas categorías en la solución de problemas, tales como: los recursos, los cuales considera como conocimientos previos que tiene el individuo para enfrentarse a un problema, el inventario de estos refiriéndose a que el docente debe conocer como el estudiante accede a los conceptos que este tiene, las circunstancias estereotípicas, las cuales deben provocar en el estudiante respuestas estereotípicas. Además, considera que el estudiante posee una serie de recursos, pero estos pueden llegar a ser defectuosos.

De igual manera considera cómo el estudiante controla su trabajo. Si ante un determinado problema puede ver una serie de caminos posibles para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia un callejón sin salida, es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía.

2.3. Estrategias de resolución de problemas

Una estrategia de resolución de problema según Campistrous y Rizo (2013) es un procedimiento generalizado constituido por esquema de acciones cuyo contenido no es especifico, sino general, aplicable en situaciones de diferentes contenidos, que el sujeto utiliza para orientarse en situaciones en las que no tiene un procedimiento “ad hoc” y sobre la base de las cuales decide y controla el curso de la acción de búsqueda de la solución.

De igual manera Cabrera y Campistrous (1999), hacen una caracterización sobre las estrategias de resolución de problemas y las considera como: estrategia irreflexiva, cuando estas responde a un proceder prácticamente automatizado, sin que pase por un análisis previo de análisis u orientación en el problema, donde la vía de solución se asocia a factores puramente externos; en el caso contrario, o sea, cuando para su uso se requiere necesariamente un proceso de análisis previo, que permite asociar la vía de solución a factores estructurales y no a factores puramente externos, se denomina estrategia reflexiva.

En la siguiente tabla se presentan algunas de las estrategias de resolución de problemas, así como las características propias de cada una de ellas propuestas por Cabrera y Campistrous (1999) en su trabajo de investigación.

Tabla 3. Estrategias de resolución de problema Cabrera y Campistrous (1999)

Estrategia	**Características**
Conteo directo de un modelo dado o previa modelación	La estrategia consiste en que el estudiante observa la representación que le dan, o la que construye y sobre ella opera mediante conteo
Operar con los datos de manera irreflexiva	Formar números con los números dados y operar con ellos
Escribir números sin análisis previo	Consiste en adivinar la solución
Seleccionar la operación cuyo significado es apropiado al texto	Identifica el significado mediante el análisis del texto del problema, pero en la mayoría de los casos no puede
Explicar la selección que hicieron de la operación	
Busca la palabra clave y ella te dice que operación utilizar	Asociar el significado de las operaciones a ciertas palabras claves que han sido utilizadas muchas veces en el propio proceso docente al trabajar con problemas con significado de las diferentes operaciones de calculo
Procedimiento rutinario asociado a un indicador textual	Consiste en reconocer ciertos indicadores en el texto que permiten asociarlos a la clase de problemas en la que se usa determinado procedimiento
Tanteo	Consiste en buscar la solución al problema probando sistemáticamente con distintos valores hasta encontrar la solución
Operar con números dados en el texto	Esta estrategia se asocia a la tendencia ejecutora un problema siempre debe conducir a resolver operaciones consiste en identificar números en el problema y operar con ellos por lo general de manera irreflexiva (no se pueden resolver por falta de información por ejemplo)
Números cómodos o razonables	Consiste en la adivinación del resultado infiriendo un número que razonablemente puede ser la solución y se prueba si lo es. Si no lo es abandona el problema
Identificar los significados de las operaciones en el texto del problema	Estrategia reflexiva consiste en analizar la situación reflejada en el problema, identificar los significados de las operaciones presentes y utilizar esas operaciones cuyos significados corresponden a la situación descrita

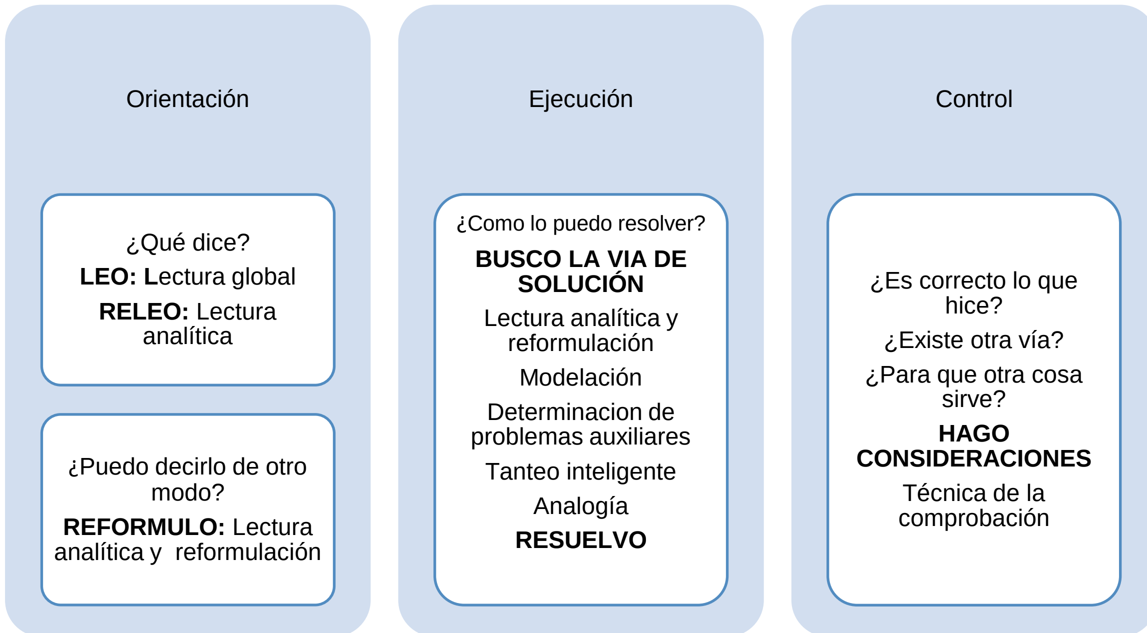
Campistrous y Rizo (1996) en su trabajo hablan de descomponer las estrategias de resolución de problemas en técnicas de aplicación general que buscan desarrollar técnicas de estimulación intelectual, encaminadas a desarrollar la capacidad de resolución de problemas en los estudiantes.

Los autores definen como técnica al conjunto de acciones que permiten proceder ante una determinada acción de aprendizaje y que opera como un recurso de la actividad mental para actuar (herramienta) y a la vez como recurso de regulación (recurso metacognitivo); dentro de estas señalan: técnica de la formulación, técnica de la modelación, técnicas de la lectura analítica y la reformulación, técnica de la determinación de problemas auxiliares, técnica del tanteo inteligente, técnica de la comprobación.

Cada técnica está descrita mediante un conjunto de acciones que se formulan en forma aseverativa e incluyen una serie de preguntas metacognitivas, en el lenguaje de los alumnos, que recorren el proceso mental que se realiza y constituye, a la vez, un importante recurso de control de este proceso.

Estas técnicas se insertan dentro de un procedimiento generalizado para la resolución de problemas, y a su vez este procedimiento está íntimamente relacionado con los tres momentos reconocidos para toda actividad: Orientación, Ejecución y Control, tal como los autores lo ilustran a partir del siguiente esquema.

Esquema 1. Técnicas de resolución de problemas



2.4. Pensamiento visible

Para Tishman y Palmer (2005) la visualización del pensamiento se refiere a cualquier tipo de representación observable que documente y apoye el desarrollo de las ideas, preguntas, razones y reflexiones en desarrollo de un individuo o grupo. Además consideran los mapas mentales, gráficos y listas, diagramas, hojas de trabajo como una forma de visualización del pensamiento si estos revelan las ideas en desarrollo de los estudiantes conforme piensan sobre un asunto, problema o tema.

Por su parte Tishman y Perkins (1997) consideran que una forma de hacer el pensamiento visible, es lograr que los docentes utilicen el lenguaje del pensamiento y la otra forma, es retomar las diferentes oportunidades de pensamiento durante el aprendizaje de una asignatura.

Hacemos visible el pensamiento de los estudiantes a través de preguntar, escuchar y documentar, para construir y extender sus pensamientos y así alcanzar comprensiones más profundas y ricas.

Cuando los docentes se enfocan en hacer visible el pensamiento, formulan preguntas constructivas, las cuales son aquellas que ayudan a promover la comprensión, estas son preguntas que le piden al estudiante conectar las ideas, hacer interpretaciones, enfocarse en las grandes ideas y en los conceptos centrales, ampliarlas y demás. Las preguntas no solo sirven para activar el pensamiento de los estudiantes sino también para guiarlos a lo largo del terreno matemático. (Ritchhart, Church & Morrison, 2014).

Las preguntas constructivas no son simplemente un añadido para asegurarse de que algún tipo de pensamiento de orden superior se está llevando a cabo, sino que también sirven de indicadores y de metas para la propia lección. Las preguntas constructivas de los docentes guían las ideas importantes y los conceptos esenciales, de manera que los estudiantes no los pasen por alto. Los docentes hacen preguntas de revisión por que quieren evaluar que saben los estudiantes y que recuerdan, mientras que otros hacen preguntas constructivas porque quieren guiar, dirigir y promover la comprensión de los estudiantes acerca de ideas importantes. (Ritchhart, Church & Morrison, 2014).

2.4.1. Herramientas Para Hacer Visible El Pensamiento

Escuchar: hay que saber escuchar las respuestas que dan los estudiantes

Documentar: se enfoca en el proceso de aprendizaje y trata de captar los acontecimientos, las preguntas las conversaciones y las acciones que provocan y hacen avanzar el aprendizaje en el tiempo.

Cuestionar: Hacer buenas preguntas asegurarse de que las preguntas vayan más allá del nivel de conocimiento e inviten a la aplicación, al análisis, la síntesis y la evaluación.

Hacer preguntas que lleven a:

1. Modelar nuestro interés acerca de las ideas a explorar,
2. Ayuden a los estudiantes a construir comprensión y
3. Faciliten que el estudiante ilumine su propio pensamiento. (Ritchhart, Church & Morrison, 2014).

2.4.2. Tipos específicos de pensamiento para desarrollar la comprensión

Ritchhart, Church & Morrison (2014), identifican una lista de pensamientos de alto nivel que permitieran desarrollar bien la comprensión, teniendo como meta, identificar los movimientos del pensamiento que son esenciales para la comprensión, ellos definen seis tipos de pensamiento, los cuales son:

- Observar cuidadosamente y describir que hay ahí
- Construir explicaciones e interpretaciones
- Razonar con evidencia
- Establecer conexiones
- Considerar diferentes puntos de vista y perspectivas
- Captar la esencia y llegar a conclusiones.

- Cuestionarse y hacer preguntas
- Descubrir la complejidad he ir a mayor profundidad. Las rutinas de pensamiento

Para Tishman y Perkins (1997) las rutinas de pensamiento son importantes durante el proceso de hacer visible el pensamiento y consideran que las rutinas de pensamiento son patrones sencillos de pensamiento que pueden ser utilizados una y otra vez, hasta convertirse en parte del aprendizaje de la asignatura misma.

Para Tishman y Palmer (2005) el visualizar el pensamiento de los estudiantes requiere algún tipo de estructura organizativa y los programas sobre Visualización del Pensamiento del Proyecto Zero usan las "rutinas de pensamiento" para guiarles a lo largo del proceso.

Por su parte Ritchhart, Church & Morrison (2014) consideran las rutinas de pensamiento como estrategias sencillas que promueven el pensamiento y que fueron diseñadas para que el docente las vaya integrando en la práctica cotidiana del aula.

Cuando en las aulas se centra en la actividad o el trabajo, los profesores tienden a enfocarse en qué quieren que sus estudiantes hagan con el fin de completar la tarea; estos pasos y acciones se pueden identificar, pero, falta el componente del pensamiento, cuando esto sucede es probable que falte el aprendizaje. (Ritchhart, Church & Morrison, 2014).

Rutinas para presentar o explorar ideas

Estas son rutinas que se usan a menudo al iniciar una unidad, para despertar el interés o comenzar un proceso de indagación, dentro de estas se encuentra la rutina del juego de las explicaciones.

Rutina el juego de las explicaciones

Para Ritchhart, Church y Morrison (2014), esta rutina está diseñada para que los estudiantes miren detenidamente las características y detalles de un evento u objeto y luego generar múltiples explicaciones de por qué algo es como es. En este sentido la rutina es parte de un ejercicio de construcción de un objeto o un ejercicio de comprensión de la totalidad al examinar sus partes.

En el juego de las explicaciones se requiere observar detenidamente y construir explicaciones e interpretaciones, es posible que sepan lo que están observando pero aun no comprendan como opera, como funciona o donde se ubica, se enfocan más en la parte que en la totalidad.

Pasos

Prepararse

Nombrar las partes

Explicar las partes

Ofrecer razones

Generar alternativas (¿Qué te hace decir eso)

Rutinas para explorar ideas más profundamente.

Estas rutinas llevan a los estudiantes a dar un paso más adelante, van más allá de la superficie de las cosas y tienen en cuenta la complejidad de los temas e ideas, dentro de estas rutinas se encuentra la rutina ¿Qué te hace decir eso?(Ritchhart, Church y Morrison, 2014)

¿Qué te hace decir eso? (¿QTHDE?)

Es una rutina de conversación y de pensamiento según Ritchhart, Church y Morrison (2014), es útil cuando se requiere que los estudiantes razonen con evidencia. Esta pregunta es un ejemplo de pregunta que facilita y aclara el pensamiento del aprendiz. Al usar preguntas que facilitan la meta del docente es tratar de entender el pensamiento del estudiante, a recoger lo que está en la cabeza del estudiante y llevarlo a la cabeza del docente, para así poder ofrecer una enseñanza receptiva que haga avanzar el aprendizaje de sus estudiantes.

A continuación, se presentan dos rutinas de pensamiento para explorar ideas, que se encuentran dentro de las propuestas por Ritchhart, Church y Morrison (2014). Así como los movimientos de pensamiento que involucran y una breve descripción de ellas.

Tabla 4. Rutinas de pensamiento (Ritchhart, Church & Morrison 2014).

Rutina	Movimientos claves del pensamiento	Notas y descripción
El juego de las explicaciones	Observar detalles y construir explicaciones	Se enfoca en identificar las partes y explicarlas para construir comprensión de la totalidad, partiendo de sus partes
¿Qué te hace decir eso?	Razonar con evidencia	Pregunta que los docentes pueden entretejer en la discusión para llevar a los estudiantes a ofrecer evidencia de sus afirmaciones.

2.5. Representaciones semióticas

Duval (1999) expresa que la noción de representación cobra importancia en los estudios psicológicos sobre la adquisición de los conocimientos o sobre sus transformaciones, y cita tres ocasiones distintas en donde se ha presentado la noción de representación.

La primera aparición como representación mental, la segunda aparición se presentó como representación interna o computacional, y la tercera aparición como representación semiótica en el marco de los trabajos sobre la adquisición de los conocimientos matemáticos y sobre considerables problemas que su aprendizaje suscita. Considerando que la especificidad de la representación semiótica consiste en que son relativas a un sistema particular de signos: el lenguaje, la escritura algebraica o los gráficos cartesianos y en que pueden ser convertidas en representaciones equivalentes.

De acuerdo con Duval (199), las representaciones semióticas al jugar un papel en la cognición es susceptible de ser clasificada o caracterizada. Dentro de las estas caracterizaciones se encuentra la oposición externo/interno es la oposición entre lo que lo que de un individuo, de un organismo o de un sistema es directamente visible y observable y lo que, por el contario, no lo es. Esta oposición permite dividir el dominio de las representaciones mediante dos precisiones suplementarias. La primera es que todas las representaciones llamadas **externas** son representaciones producidas como tales por un sujeto o por un sistema: no son síntomas. La segunda es que la producción de una representación externa solo puede efectuarse a través de la aplicación de un sistema semiótico.

Las representaciones externas cumplen las funciones de comunicación, además cumple otras dos funciones cognitivas: la función de objetivación, y la función de tratamiento

Para Duval (1999) Las representaciones semióticas, aquellas producciones construidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, grafico, figura geométrica…) no parecen ser más que el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales; es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros.

Para Duval (1999), las representaciones externas no tienen como única función la comunicación, sino que estas son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática, la cual depende directamente del tipo de representación utilizada, Duval señala que existen diferentes tipos de representaciones ligadas a un objeto, teniendo cada uno de ellos ventajas y restricciones. De ahí la importancia de trabajar con variadas representaciones ligadas a un objeto sin reducirlo a una única representación, ya que la diversificación de representaciones de un mismo objeto matemático aumenta potencialmente la comprensión del mismo.

Como registro de representación Duval (1999) se refiere al término registro de representaciones, que están constituidos en el sentido de los signos (trazos, símbolos, iconos, etc…). Se considera que los registros son medios de representación y expresión que están caracterizados por el sistema semiótico respectivo; los sistemas semióticos deben considerarse desde la dupla conocimiento, representación.

Duval (1999) diferencia la traducción de un sistema de representación a otro, a través de dos procesos:

El tratamiento, que es la transformación que se efectúa dentro de un mismo sistema de representación.

La conversión, la cual consiste en transformar de un sistema de representación a otro.

2.6. MARCO LEGAL

El trabajo se fundamenta en la Ley General de Educación (1994), de donde tomo el artículo relacionado con el plan de aula y el PEI, ya que me interesa realizar aportes y orientar mis actividades hacia el modelo adoptado por la Institución, el Constructivista y realmente realizar actividades que vayan encaminadas a conseguir un aprendizaje Significativo por parte de los estudiante.

De los lineamientos curriculares retomo los tipos de conocimientos matemáticos: el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental. El primero le da sentido a la apropiación que los estudiantes deben tener de los símbolos y lenguaje algebraico para poder aplicarlos a resolver problemas teniendo en cuenta el conocimiento procedimental para su solución.

Los estándares curriculares expresan que los estudiantes al finalizar Ciclo IV, desde los pensamientos variacional y sistemas algebraicos y analíticos deben haber alcanzado entre otros aprendizajes:

- Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.
- Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.
- Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.
- Analizo los procesos infinitos que subyacen en las notaciones decimales.
- Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.
- Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.

- Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.

Capitulo III

3. MARCO METODOLÓGICO

3.1. Enfoque

El presente es un estudio con enfoque de investigación cualitativa, el cual, según Hernández (2010) tiene como objetivo, observar un objeto (individuos, grupos instituciones métodos o materiales) con el fin de describir, comparar, contrastar, clasificar, analizar e interpretar las entidades y los acontecimientos que constituyen un diverso campo de investigación.

Según Rodríguez (2011) la investigación cualitativa busca la comprensión e interpretación de la realidad humana y social, con un interés práctico, es decir con el propósito de ubicar y orientar la acción humana y su realidad subjetiva.

Dentro de este estudio de investigación se buscó comprender por que los estudiantes de octavo grado presentaban dificultad para resolver problemas que requieren del uso de ecuaciones cuadráticas, así como identificar los registros de representación que estos gestionaban para tal fin, con el objetivo de mejorar sus procesos de resolución y la comprensión de los problemas a los que se enfrentaba, partiendo de las realidades de los estudiantes y de situaciones que generaban su entorno escolar.

3.2. Alcance

La investigación tiene un alcance descriptivo-explicativo (Hernández 2010), ya que busca estudiar los conocimientos e ideas que tienen los estudiantes sobre un problema relacionados con las ecuaciones cuadráticas, como también dar una explicación de las características halladas durante las observaciones realizadas en las intervenciones en el trabajo de campo.

El fin de esta investigación es analizar e identificar el desarrollo de habilidades (en estudiantes de octavo grado) para la resolución de problemas que requieren del uso de ecuaciones cuadráticas mediante una estrategia que privilegia las transformaciones de representaciones semióticas.

Con esta investigación se pretende contribuir a los procesos de aprendizaje de los estudiantes a partir del mejoramiento de las estrategias utilizadas en clase para fortalecer las habilidades de pensamiento y las competencias matemáticas.

3.3. DISEÑO METODOLÓGICO

Se propone un diseño metodológico para el análisis de la información sustentado en el enfoque cualitativo de investigación acción, el cual según Hernández (2010) citando a (Álvarez-Gayou, 2003; Merriam, 2009) tiene como finalidad resolver problemas cotidianos e inmediatos y mejorar las practicas concretas.

Para Elliot (2000), “la investigación acción perfecciona la práctica mediante el desarrollo de las capacidades de discriminación y de juicio del profesional en situaciones concretas, complejas y humanas. Unifica la investigación, el perfeccionamiento de la práctica y el desarrollo de las personas en su ejercicio profesional…condición necesaria antecedente de la investigación acción, es que los prácticos sientan la necesidad de iniciar cambios, de innovar. Esa sensación de que hace falta cambiar uno o varios aspectos de la práctica para implantar de forma más plena sus objetivos y valores, activa esa forma de investigación y reflexión".

De igual manera para Beltrán (2003), la investigación acción se utiliza para describir una familia de actividades que realiza el profesor en el aula de clase con fines tales como: el desarrollo curricular su autodesarrollo profesional, la mejora de los programas educativos, los sistemas de planificación o las políticas de desarrollo. Estas actividades tienen en común la identificación de estrategias de acción que son implementadas y más tarde sometidas a la observación, reflexión y cambio.

Parra (2009) considera que la investigación acción lleva al docente a replantearse y reconstruir su saber desde una dimensión práctica y desde una dimensión teórica, con el fin de constituir un camino de desarrollo profesional, que impacte positivamente la realidad escolar.

La elección de este enfoque, alcance y tipo de investigación responden a la intención de esta investigación, debido a que está centrada en el mejoramiento de las practicas pedagógicas para fortalecer las competencias matemáticas de los estudiantes de octavo grado en la resolución de problemas y comunicación, representación y modelación bajo los componentes numérico- variacional y geométrico métrico, a través de la visibilización de las representación semióticas, con el tópico generador de áreas como tema estructurarte de esta investigación.

3.4. CONTEXTO

La Institución Educativa Distrital Alfonso Reyes Echandía, está ubicada al Sur Occidente de la ciudad de Bogotá, en la localidad de Bosa, en ella se atiende alrededor de 3600 estudiantes de los cuales aproximadamente 1500 pertenecen a la jornada tarde, el modelo pedagógico es el constructivista priorizando el aprendizaje significativo.

En el enfoque significativo, se consideran cuatro grandes propósitos de la educación:

- Formar en valores.

- Desarrollo del conocimiento.

- Preparar para la participación.

- Formar en competencia en el área de tecnología.

Desde el año 2013 se implementó el programa de educación media fortalecida, con énfasis en las líneas de comunicación, robótica y biotecnología.

Pese al modelo y el énfasis de la institución las clases de matemáticas se siguen desarrollando de una manera muy tradicional y esto no supera las expectativas de los jóvenes, quienes la mayoría de las veces se muestran apáticos y poco motivados por aprender matemáticas; afirman ser aburridas y no encuentran aplicación de estas a sus necesidades, los trabajos presentados la mayoría de las veces es una mala transcripción de los trabajos de los estudiantes más dedicados.

Como docente del área de matemáticas me resulta difícil lograr que los estudiantes se interesen y sientan gusto por aprender la asignatura, por lo que me cuestiono sobre la forma en que estamos consiguiendo diseñar clases que logren acercarse a los niveles de aprendizajes de los estudiantes y por lo tanto resulte prudente y acertado intervenir los procesos con los temas que no han sido programados de manera concienzuda, de tal manera, que se puedan fortalecer los procesos, ya que en ningún momento se reflexiona durante la construcción del plan de estudio sobre las necesidades propias de las edades y etapas de desarrollo en que se encuentra nuestros chicos.

Como docentes debemos acercar el conocimiento sabio a los estudiantes de tal manera que se convierta en conocimiento académico para ellos, sería bueno comenzar por diseñar todas las actividades de manera consciente, que atiendan las necesidades y elaborados para atender las expectativas de los estudiantes, para no seguir trabajando basados en conceptos y darle importancia a los procesos que prioricen el desarrollo de competencias matemáticas para poder lograr darle un cambio a los procesos que hasta ahora he desarrollado, los cuales, muestran el poco esfuerzo que desde mi labor he realizado en la búsqueda de bases sólidas y enmarcadas dentro de las teorías constructivistas del aprendizaje que responde al modelo adoptado por la institución en su P.E.I.

3.5. Población

El estudio se llevó a cabo con estudiantes de ciclo IV pertenecientes a la institución educativa Alfonso Reyes Echandía, en donde se intervino a un grupo de jóvenes que han presentado dificultad dentro de la asignatura de algebra durante los dos primeros periodos académicos del presente año, el cual está conformado por 24 estudiantes, que se encuentran entre las edades de 13 y 15 años, caracterizados por obtener bajas calificaciones en la asignatura de matemáticas.

3.6. Categorías de análisis

Dentro de las categorías de análisis están la resolución de problemas, la cual surge a partir de los datos obtenidos durante los proceso de entrada e intervención donde a partir de los escritos de los estudiantes, las grabaciones de clase y las explicaciones que estos realizaban durante el desarrollo de las sesiones y de la teoría de resolución de problemas de Cabrea y Campistrous (1996) se pudieron identificar las estrategias que los estudiantes proponían en la resolución de los problemas planteados, de igual forma se tomaron los registros de representaciones semióticas que los estudiantes utilizaron para resolver problemas relacionados con las ecuaciones de segundo grado; estas categorías atienden a la pregunta y a los objetivos de investigación, los cuales buscan desarrollar la competencia de resolución de problemas de los estudiantes a partir de la gestión de registros de representación.

De igual manera se tuvo en cuenta para elegir estas categorías de análisis las observaciones realizadas durante la etapa de observación inicial, que se realizó a los estudiantes.

Para el análisis de la resolución de problema se tendrán en cuenta las estrategias planteadas por Cabrera y Campistrous(1999), en las cuales se encuentra: conteo directo de un modelo dado o previa modelación, operar con los datos de manera irreflexiva, escribe números sin análisis previo, selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto, explicar la selección que hicieron de la operación, busca las palabras claves y ellas te dicen que operación utilizar, procedimientos rutinarios asociados a un indicador textual, tanteo, operara con los números dados en el texto, usar números cómodos o razonables, Identificar los significados de las operaciones en el texto del problema.

Además son objeto de estudio los registros de representaciones y las conversiones y tratamientos que se realizan dentro de estos registros.

3.7. Instrumentos

3.7.1. Diario de campo

Según Rodríguez (2011), un diario de campo:

> Es un instrumento donde el investigador apunta lo observado. Por eso: “Un diario de campo es una narración minuciosa y periódica de las experiencias vividas y los hechos observados por el investigador. Este diario se elabora sobre la base de las notas realizadas en la libreta de campo o cuaderno de notas que utiliza el investigador para registrar los datos e información recogida en el campo de los hechos. En ningún momento se debe confundir este tipo de diario con los relatos literarios a que nos tienen acostumbrados algunos escritores, que son más autobiografías que una descripción de hechos, experiencias y situaciones observadas. En un diario de campo se deben eliminar los comentarios y análisis subjetivos y se deben conservar el rigor y la objetividad que existe en un documento de este tipo. (Rodríguez, 2011, p.35)

Para la elaboración del diario de campo se tomó en cuenta las recomendaciones de Hernández (2010), quien considera que este, es una especie de diario personal que debe incluir: la descripción del ambiente o contextos; los mapas, tanto de lugares generales como lugares específicos; diagramas cuadros y esquemas; listado de objetos y artefactos. Además considera que se deben realizar a la mayor brevedad posible y que se debe evitar realizar interpretaciones subjetivas; las anotaciones o registros deben realizarse de manera separada por eventos, tema o periodo.

Tabla 5. Estructura de diario de campo

Fecha	Categoría	Descripción de la actividad	Pregunta que hacen los estudiantes	Observaciones	Registro fotográfico (talleres registro en el cuaderno, fotos con descripción, evaluaciones) videos	Transcripción	Interpretación

3.7.2. Entrevistas

A lo largo de la investigación se realizaron entrevistas a los estudiantes para obtener información sobre las estrategias que utilizan para resolver problemas, de tal forma que ellos puedan explicar las acciones que realizaron y obtener información más detallada de lo que escriben en el papel al momento de resolver los problemas.

De acuerdo con King y Horrocks (2009, como se cita en Hernández 2010, p.418) la entrevista cualitativa es íntima, flexible y abierta. Ésta se define como una reunión para conversar e intercambiar información entre una persona (el entrevistador) y otra (el entrevistado) u otras (entrevistados).

Creswell (2009, citado por Hernández 2010, p. 418) expresa que en las entrevistas cualitativas deben ser abiertas, sin categorías preestablecidas, de tal forma que los participantes expresen de la mejor manera sus experiencias y sin ser influidas por la perspectiva del investigador o por los resultados de otros estudios; así mismo, señala que las categorías de respuesta las generan los mismos entrevistados.

Estas entrevistas atienden a las indicaciones de Rodríguez (2011), cuyas preguntas deben realizarse de una manera semiestructurada y esquemática que parten de una pauta o guía de interrogantes con los temas o elementos claves que se quieren investigar o profundizar de una exploración previa con el informante. Además, expresa que las mismas preguntas pueden ser planteadas de diferente manera o a varios informantes si es el caso, lo anterior implica que no hay secuencia en el orden de la pregunta y que este depende de las respuestas dadas. También señala que el marco de realización es de este tipo de entrevistas debe ser abierta y en un ambiente de cordialidad.

3.7.3. Organizadores gráficos y rutinas de pensamiento

Durante la implementación de las actividades y la prueba de salida se utilizaron organizadores gráficos los cuales según Rodríguez (2007), propician el aprendizaje a través de la investigación activa, estos se realizaron durante la aplicación de las rutinas de pensamiento, para presentar y explorar ideas, utilizando la rutina "¿Qué te hace decir eso?" y la rutina para profundizar ideas "el juego de las explicaciones"; estos organizadores ayudaron a la recolección de la información frente a los registros de representación que utilizaron los estudiantes para la resolución de problemas

3.8. Fuentes para la recolección de datos:

Documentos, registros, materiales y artefactos

Durante la investigación se utilizaron para analizar la información algunos documentos materiales y artefactos los cuales de acuerdo con Hernández (2010), sirven para conocer los antecedentes de un ambiente, las experiencias, vivencias o situaciones y su funcionamiento cotidiano, tales como:

Material audiovisual: fotografías, videos tomados durante las sesiones de trbajo realizado con los estudiantes.

Documentos: guías escritas que se aplicaron a los estudiantes con los problemas que implican el uso de ecuaciones cuadráticas para su resolución y actividades desarrolladas por los estudiantes, como mediciones que les permitía contextualizar los problemas trabajados.

Artefactos: dentro de los artefactos utilizados se encuentran las actividades prácticas realizadas por los estudiantes y el uso de material concreto que se utilizó como material de ayuda para realizar la factorización de expresiones cuadráticas, en problemas que implicaban el área de una región cuadrada o rectangular. Los cuales se consideraron pertinentes para alcanzar el objetivo de la investigación.

3.9. Sistematización de los instrumentos

Se utilizó una matriz para la organización de la información generada de las actividades desarrolladas a lo largo de la investigación y la cual sirvió para registrar la información que se sometió al análisis de los datos generados durante la investigación.

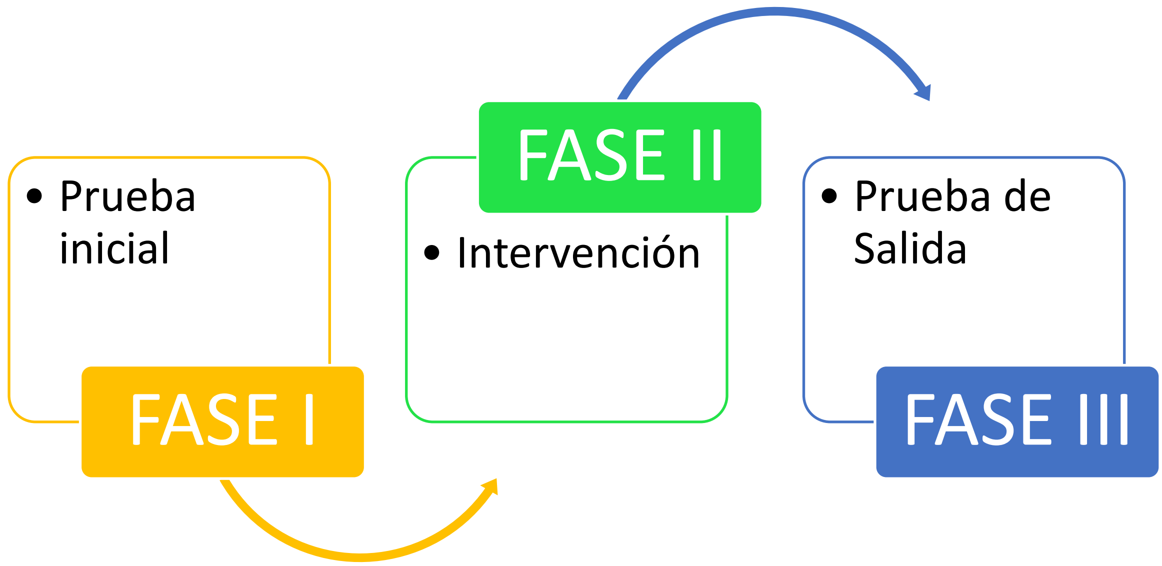
Tabla 6. Matriz para la sistematización de actividades

Actividad	Objetivo de la actividad	Descripción de la actividad	Registro fotográfico(talleres registro en el cuaderno, fotos con descripción, evaluaciones,…) videos	Interpretación de datos	
				Estrategia de resolución de problema	Registro de representación utilizado

3.10. Plan de acción

El trabajo estuvo orientado por tres fases, las cuales se consideraron pertinentes, para recolectar y analizar la información obtenida, estas fases se muestran en el siguiente gráfico.

Grafico 1. Fases de la investigación



3.10.1. FASE I

Planeación de actividades

En la tabla que se muestra a continuación, se presenta la planeación de las actividades que se llevaran a cabo durante las diferentes fases de la investigación.

Tabla 7. Planeación de actividades

ACTIVIDAD	OBJETIVO	DESCRIPCIÓN
Resolver problema expresado en lengua natural.	Identificar y diagnosticar las estrategias y los registros de representación utilizado por los estudiantes para resolver problemas.	Se pedirá a los estudiantes que resuelvan un problema expresado en lenguaje natural, donde debe expresarlo a través de una ecuación y resolverla.
Resolver problema donde se hace uso de representaciones algebraicas.	Identificar y diagnosticar las estrategias y los registros de representación utilizado por los estudiantes para resolver problemas.	Se pide a los estudiantes que encuentren el valor de la incógnita, en un problema que es expresado por medio de lenguaje natural, expresiones algebraicas e imagen de la situación.
Resolver problema expresado en lengua natural.	Identificar y diagnosticar las estrategias y los registros de representación utilizado por los estudiantes para resolver problemas.	Se pide a los estudiantes que resuelvan un problema expresado en lenguaje natural que contiene fracciones, para que ellos realicen los cálculos correspondientes y planteen estrategias de resolución.

Prueba inicial

Esta prueba se diseñó con el fin de hacer visible los conocimientos de los estudiantes, a través del énfasis en las estrategias utilizadas para la resolución de problemas y los registros de representaciones, haciendo uso de las rutinas (¿Qué te hace decir eso? y el juego de las explicaciones) implementadas en esta investigación, la planeación se muestra a continuación (Tabla 8).

Planeación de actividades

Tabla 8. Desarrollo de las actividades.

Rutina de pensamiento	**Problema propuesto**	**Desarrollo de la actividad**
El juego de las explicaciones	Una constructora para encerrar un terreno rectangular de 9600 m^2 ha utilizado 200 m de cerca. Calcula el largo y el ancho de dicha superficie. Este problema surge a partir de una situación particular que se vive en la institución, generada por la construcción de un proyecto de vivienda al lado del plantel educativo; atendiendo de igual manera lo que propone Cabrera y Campistrous(1999) como problema.	Se presenta el problema a cada estudiante el cual de manera individual escribe la posible solución al problema luego se reúne con dos de sus compañeros y en un organizador grafico escriben las soluciones que cada uno de ellos realizó luego discuten y escriben cual les parece la mejor solución para el problema.
El juego de las explicaciones ¿Qué te hace decir eso?	Los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales a los números 3, 4 y 5. Halla la longitud de cada lado sabiendo que el área del triángulo es 24 m^2. La cancha de futbol del colegio tiene 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeada por un camino de baldosas uniforme. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es 540 m^2.	Se entrega a cada estudiante los dos problemas y se le pide construir explicaciones de las partes que compongan el problema y que comprende de manera general, en un organizador grafico los estudiantes escriben estas explicaciones y lo que comprendieron de los problemas.

3.10.2. FASE II

Intervención

La implementación estuvo guiada por cinco sesiones de trabajo, las cuales se realizaban cada una en periodos de clase semanales, durante el desarrollo de estas, se utilizaron organizadores gráficos y las rutinas de pensamiento (El juego de las explicaciones y ¿Qué te hace decir eso?) orientadas a hacer visible la manera que los estudiantes resuelven problemas que implican ecuaciones cuadráticas, teniendo como referente las estrategias de Cabrera y Campistrous (1999) y los registros de representación y la conversión y tratamiento entre registros de Duval (1999).

3.10.3. FASE III

Prueba final

La prueba de salida se realizó con el fin de consolidar resultados y poder compararlos con los datos obtenidos en la prueba inicial y de esta manera evaluar la eficacia de las rutinas de pensamiento y los organizadores gráficos para gestionar los registros de representaciones que visibilicen las estrategias que utilizan los estudiantes para resolver problemas que implican el uso de ecuaciones algebraicas.

Estrategias de enseñanza utilizadas en la investigación

Durante todo el proceso, la docente investigadora estuvo en constante diálogo con los estudiantes, realizando las observaciones de los trabajos y estrategias utilizadas por los estudiantes al momento de resolver problemas con ecuaciones cuadráticas, orientando el proceso y realizando preguntas que ayudaron a visibilizar el pensamiento de los estudiantes, para ello se implementó en todas las sesiones de trabajo las rutinas de pensamiento, el juego de las explicaciones y ¿qué te hace decir eso?

Para el desarrollo de las actividades se utilizó el organizador gráfico, en algunas sesiones se trabajó de manera individual y en otras se realizaba el trabajo de manera grupal con el fin de que los estudiantes tuvieran la oportunidad de aplicar la rutina el juego de las explicaciones entre ellos.

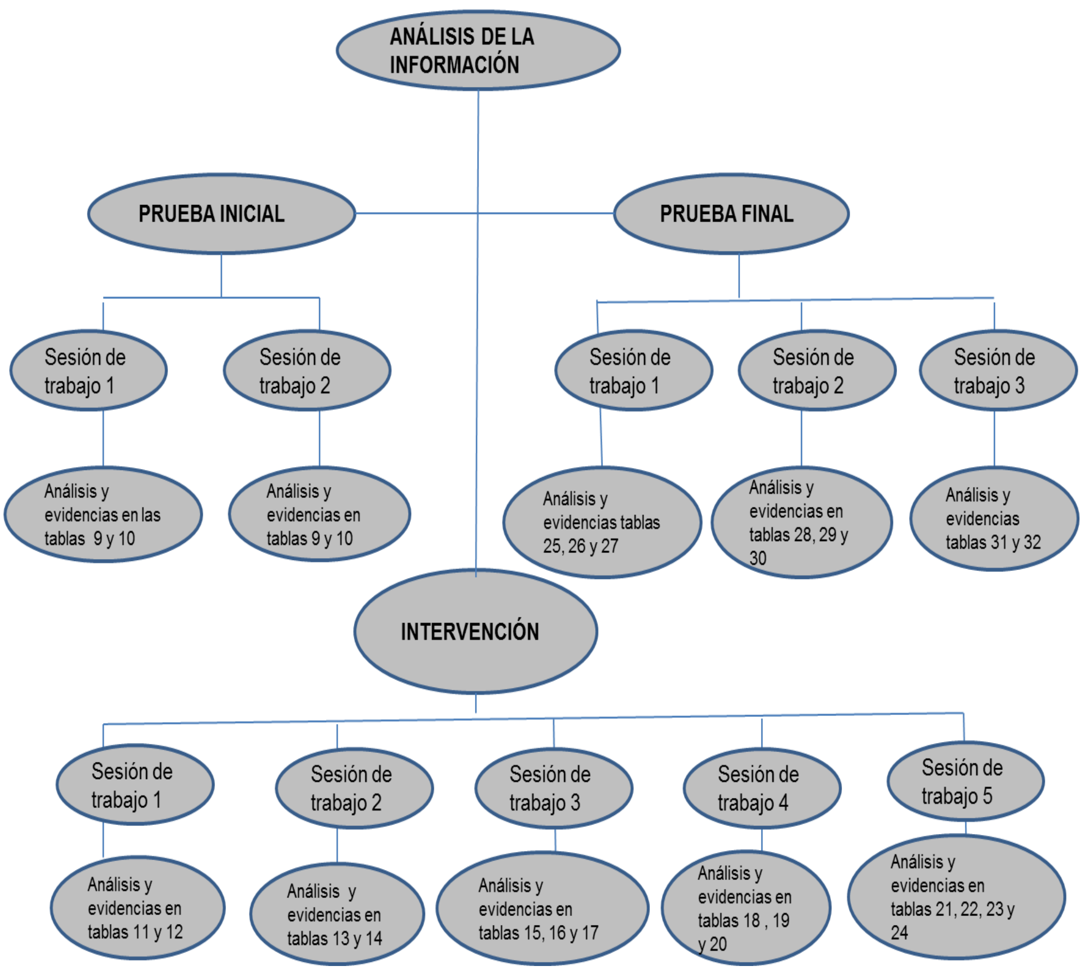
Los problemas que se resolvieron estuvieron orientados bajo el tema de área de regiones y se contextualizaron con las instalaciones del colegio, para ello se realizaba el cambio de ambiente, realizando el trabajo en el patio del colegio, en algunos casos se realizaron mediciones de estas instalaciones.

Capitulo IV

4. Análisis de la información.

En el siguiente grafico se resumen las sesiones de trabajos realizadas durante las diferentes etapas o fases del trabajo, y las tablas donde se encuentra la información de las evidencias encontradas en los escritos de los estudiantes, así como la información obtenida a partir de los videos que se tomaron durante el desarrollo del trabajo de investigación, con sus respectivos análisis.

Grafico 2. Resumen Sesiones análisis de la información

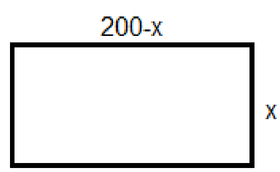


4.1. Prueba de entrada.

Esta prueba está compuesta por 2 actividades donde se pidió a los estudiantes resolver problemas que requieren de la utilización de las ecuaciones cuadráticas para resolverlos.

Las actividades se dieron en dos momentos: inicialmente, cada estudiante resuelve un problema: una constructora para encerrar un terreno rectangular de 9600m^{2,} ha utilizado 200 m de cerca, calcula el ancho y el largo de dicha superficie. y luego se reúnen en grupos para discutir sobre las soluciones que cada uno le dio a problema y las registran en un organizador gráfico, además en este mismo, escriben la respuesta que al grupo le pareció ser la más adecuada.

Una posible solución para el problema puede ser:



$x(200 - x) = 9600$

$200x - x^2 = 9600$

$x^2 - 200x + 9600 = 0$

$(x - 120)(x - 80) = 0$

$x - 120 = 0 \quad x - 80 = 0$

$x = 120 \qquad x = 80$

$200 - 80 = 120; \;\; 80 * 120 = 9600$

O también

$200 - 120 = 80\; y\; 80 * 120 = 9600$

De los escritos de los estudiantes se pudo analizar que un grupo significativo de estudiantes realizó una representación gráfica de la región descrita a través de un cuadrado o un rectángulo al intentar resolver el problema (ver evidencias tablas 9 y 10) 3 de los estudiantes no escribieron ningún tipo de representación.

En cuanto a las estrategias utilizadas en la resolución de los problemas de acuerdo con las propuestas por Cabrera y Campistrous (1999), se observó que todos los estudiantes utilizan estrategias irreflexivas al momento de resolver los problemas, de acuerdo con los escritos recolectados de los estudiantes se observó que operaban con todos números dados en los problemas, lo cual se pudo evidenciar a partir de los escritos y de los videos tomados de las sesiones de trabajo.

Aquí la mayoría operó con los números dados en el texto de manera irreflexiva, utilizando los valores 9600 y 200 para realizar operaciones de suma resta multiplicación división potenciación y radicación sin llegar a la solución del problema y abandonándolo; un pequeño grupo seleccionó la operación cuyo significado es apropiado al texto, identificaron que tenían un área 9600m^2 y debían buscar el ancho y el largo de una región rectangular pero no pudieron solucionarlo y un pequeño grupo de estudiantes optó por abandonar el problema, al preguntarles que sucedía dijeron que no lo entendían.

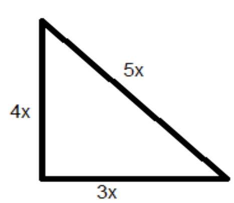
4.1.1. Rutina el juego de las explicaciones

Esta rutina se desarrolló en la segunda sesión, donde los estudiantes se reunían en grupo y explicaban a sus compañeros de cómo habían entendido cada una de las partes del problema, para lo cual cada uno debía expresar por que realizó determinadas operaciones, sin embargo, todos los grupos se limitaron a transcribir la solución del compañero y discutir cual colocamos sin una verdadera discusión o reflexión, otros solo optaron por pasar su hoja de respuesta y solo un miembro del grupo transcribió las respuestas sin consultar a los demás y escogió cual transcribir, sin lugar a entender como interpretó cada uno el problema.

4.1.2. Rutina ¿Qué te hace decir eso?

El siguiente problema se utilizó junto con la rutina. El enunciado del problema es el siguiente: los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales a los números 3, 4 y 5. Halla la longitud de cada lado sabiendo que el área del triángulo es 24 m².

La cancha de futbol del colegio tiene 50 m de largo por 34 m de ancho y está rodeada por un camino de baldosas uniformes. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es 540 m². Este problema se puede resolver de la siguiente manera:



Área triangulo = $\frac{base\ x\ altura}{2}$

$\frac{(3x)(4x)}{2} = 24m^2$

$\frac{12x^2}{2} = 24m^2$

$12x^2 = 48m^2$

$x^2 = 4$

$x = 2$

Se propuso la rutina ¿Cómo resolverías este problema?, la cual invitaba a que los estudiantes dieran razón de cómo estaban solucionando el problema. Al escuchar sus explicaciones se procedía a preguntar ¿Qué te hace decir eso?; la mayoría de los estudiantes explicaban que estaban haciendo y porque lo hacían y el resto respondió que no sabían que hacer.

4.1.3. Registros De Representación

La totalidad de los estudiantes utilizaron una representación gráfica (triángulo rectángulo y un rectángulo), en la resolución del problema ningún estudiante realizó la representación algebraica.

4.1.4. Estrategias de resolución de problemas

En estos problemas los estudiantes utilizaron estrategia irreflexivas (Cabrera y Campistrous 1999), para dar solución en las cuales se evidenció que la mayoría operó con números dados en el texto sin llegar a ningún resultado lógico de los problemas; que alrededor de la cuarta parte de los estudiantes abandonó la actividad y algunos buscaron las palabras claves del problema como área de un triángulo y escribieron la fórmula del área del triángulo o el teorema de Pitágoras pero no llegaron a una solución razonable.

4.1.5. Rutinas de pensamiento

El juego de las explicaciones

En el organizador gráfico (ver anexos) facilitado a los estudiantes para realizar las explicaciones de las estrategias utilizadas, transcribieron las respuestas que tenían en la sesión anterior de manera individual y no se dio ninguna discusión a nivel grupal.

En las tablas 9 y 10 se documentan los hallazgos encontrados durante la fase I, así como las evidencias que los sustentan

Tabla 9. Resultados prueba de entrada, primera y segunda sesión.

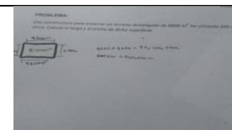
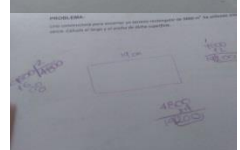
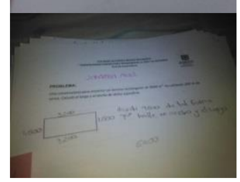
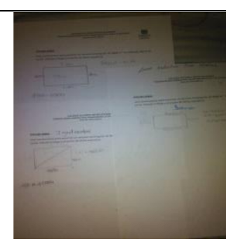
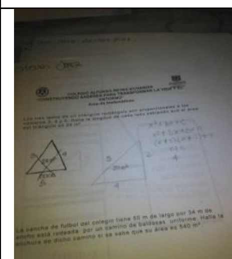
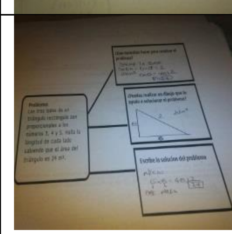
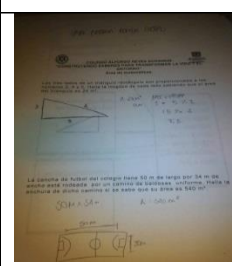
Categoría	**Descripción**	**Acciones realizadas por los estudiantes**	**Evidencia**
Resolución de problemas	Los estudiantes recurren a utilizar estrategias irreflexivas para solucionar problema donde operan con los números dados en el texto del problema. Intentan adivinar el resultado probando con números cómodos o razonables tratando de inferir la solución pero al no llegar a la solución abandonan el problema	Los estudiantes tomaron el valor 9600 y algunos realizaron operaciones de suma, otros de resta, otros de división, otros de multiplicación, algunos intentaron extraer raíz cuadrada, la gran mayoría intentaron ubicar los resultados de las operaciones que realizaron en los lados del rectángulo, pero al ver que no llegaban a una solución del problema optaban por abandonarlo.	  
Categoría	**Descripción**	**Acciones realizadas por los estudiantes**	**Evidencia**
Registros de representación	En la solución de problemas los estudiantes recurren a las representaciones gráficas para solucionar el problema, pero no realizan representaciones algebraicas, utilizan representaciones aritméticas. No realizan conversión del lenguaje natural al algebraico.	Los estudiantes dibujaron un cuadrado para representar el terreno descrito en el texto del problema pero no escribieron ninguna representación algebraica, de la situación.	

Tabla 10. Tipos de estrategias utilizadas para la resolución de problemas reportada por los estudiantes, en la prueba de entrada, durante la rutina el juego de las explicaciones

Estrategia de resolución de problemas	**Definición**	**Respuesta de los estudiantes**	**Evidencias**
Operar con números dados en el texto	Esta estrategia se asocia a la tendencia ejecutora un problema siempre debe conducir a resolver operaciones consiste en identificar números en el problema y operar con ellos por lo general de manera irreflexiva	**Estudiante u:** Yo tome los datos y con ellos hice una suma, pero no alcance a hacer nada, me demore mucho y no lo pude resolver. **Estudiante w:** Yo utilice los datos, pero no sé qué hice **Estudiante h**: Yo tome los datos pero no me dio. **Est l:** Yo comencé a poner los menos y a multiplicar. Docente: ¿Y por qué a poner los menos y a multiplicar? **Estudiante l:** No sé. **Estudiante i:** yo comencé fue a sumar pero eso no me dio. **Estudiante a:** yo como que remplacé. Docente: ¿Que remplazaste? No sé, solo coloque los números	
Estrategia de resolución de problemas	**Definición**	**Respuesta de los estudiantes**	**Evidencias**
Procedimiento rutinario asociado a un indicador textual	Consiste en reconocer ciertos indicadores en el texto que permiten asociarlos a la clase de problemas en la que se usa determinado procedimiento	**Estudiante y:** Aquí al principio yo comencé a hacer las operaciones y no me querían dar y a hacer una regla de tres que tampoco funcionó, luego me acorde que yo vi algo parecido con el profe del énfasis, pero él nos puso fue como a sumar los lados, pero tampoco me quiso dar.	
No utilizaron ninguna estrategia		**Estudiante k:** Profe la verdad yo casi no entendí **Docente:** ¿y que no entendiste? **Estudiante k**: esto de acá "señalando la hoja" no sabía qué hacer en este de problema de acá. **Estudiante u:** yo no pude hacer nada	
Números cómodos o razonables	Consiste en la adivinación del resultado infiriendo un número que razonablemente puede ser la solución y se prueba si lo es. Si no lo es abandona el problema	**Estudiante a1**: No sabía ni que hacer, ni que procedimientos utilizar, yo tome los valores que decían aquí e intente buscar el resultado. **Estudiante j**: yo utilice estos números como referencia pero en vez de esos cambie los números. **Docente:** ¿para qué cambiaste los números? **Estudiante j**: para que me diera el resultado.	

4.2. Programa de intervención.

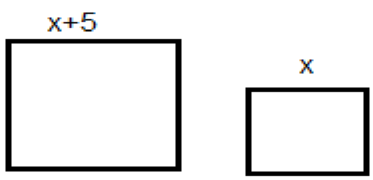
El programa de intervención constó de cinco sesiones, en las cuales se trabajó la solución de problemas que requieren de la ecuación cuadrática para su solución, implementando las rutinas de pensamiento, ¿Qué te hace decir eso? y el juego de las explicaciones, enfocadas a la visibilización de las estrategias utilizadas por los estudiantes y a la gestión de los registros de representaciones gráfico y algebraico.

Se analiza la información desde la teoría de resolución de problemas de Cabrera y Campistrous (1999); registros de representaciones semióticas Duval (1999); Ritchhart, Church, Morrison. (2014).

Sesión 1

En esta sesión los estudiantes trabajaron de manera individual el problema: La suma de las áreas de dos cuadrados de diferente tamaño es de 325 $m^{2,}$ el lado de uno de ellos es 5m mayor que el otro ¿Cuál es la longitud de sus lados?, poniendo en práctica durante la resolución, las rutinas de pensamiento el juego de las explicaciones entre los estudiantes y la pregunta ¿Qué te hace decir eso? por parte de la docente hacia los estudiantes. Posteriormente, los estudiantes se reunían en grupos y discutían la manera en que resolvieron el problema realizando cada una la explicación de sus decisiones y operaciones, llegando a un acuerdo de cuál sería la mejor solución. Durante la resolución de problemas se utilizaron estrategias como la utilización de la estación intermedia entre el lenguaje natural y el algebraico la cual consta en que los jóvenes escriben con sus propias palabras los datos del problema y luego escriben estos en lenguaje algebraico teniendo en cuenta que debe asignarle una letra a las cantidades desconocidas.

Una posible solución al problema puede ser el siguiente:



$(x+5)^2 + x^2 = 325$

$x^2 + 10x + 25 + x^2 = 325$

$2x^2 + 10x - 300 = 0$

$\frac{4x^2 \ + 10(2x) - 600}{2} = 0$

$\frac{(2\mathrm{x} + 30)(2\mathrm{x} - 20)}{2} = 0$

$x + 15 = 0 \,; 2x - 20 = 0$

$x = -15 \,; x = 10$

Se prueba para $x = 10$

$(15)^2 + (10)^2 = 225+100=325$

A continuación se presentan los hallazgos encontrados durante el proceso de intervención, obtenidos a través de los escritos de los estudiantes y de las entrevistas realizadas en clase teniendo como base de partida las rutinas ¿qué te hace decir eso? y el juego de las explicaciones.

Durante la etapa de intervención los estudiantes, mostraron algunos cambios en sus estrategias de resolución de problema, lo cual se evidencio a partir de la discusión grupal y la implementación de la estación intermedia entre el lenguaje natural y la asignación de la variable a la cantidad desconocida.

En estas sesiones se pudo observar que los estudiantes aunque planteaban de manera más clara y comprensiva la solución a los problemas, presentaban dificultad para realizar factorización de trinomios.

En las sesiones donde se trabajó fuera del salón de clases y pudieron realizar mediciones resultaban más llamativas para ellos y se lograba una mayor participación en las discusiones.

Al finalizar el programa de intervención los estudiantes redactaban de mejor manera las estrategias utilizadas para la resolución de los problemas y ya no era necesario hacer la pregunta ¿Qué te hace decir eso?, porque trataban de escribir de manera más detallada cada acción que realizaban para llegar a la solución, además, podían explicar por qué escogían determinado valor como respuesta y si este era razonable o no.

En las tablas 11 y 12 se documentan los hallazgos encontrados durante la primera sesión de la etapa de intervención.

Tabla 11. Resultados de primera sesión etapa de intervención.

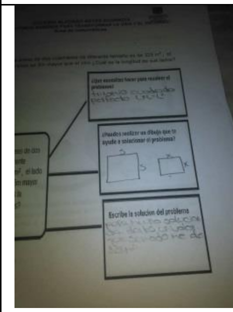
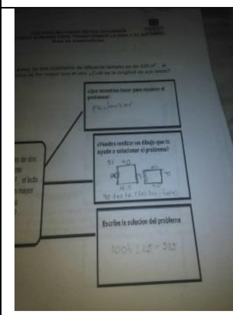
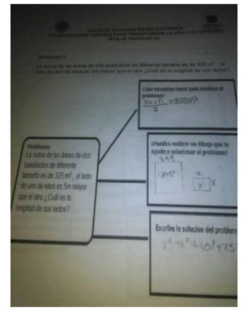
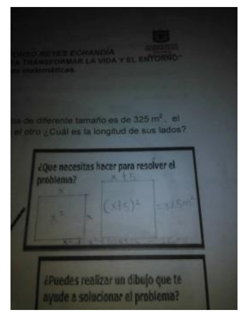
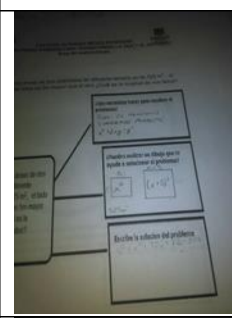
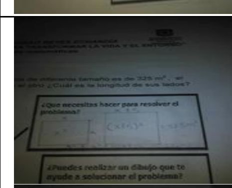
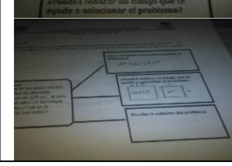
CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	Evidencias
Registros de representación	A la pregunta ¿Qué necesitas para resolver el problema? La mayoría de los estudiantes utilizó una representación gráfica para solucionar el problema y lograron realizar la conversión a una representación algebraica, pero solo un grupo reducido realizo las operaciones de tratamiento entre las expresiones algebraicas que expresaron.	
Resolución de problemas	Los estudiantes en su mayoría, explican la selección que hicieron para la operación y seleccionan la operación que es adecuada al texto, pero no logran resolver el problema. Algunos estudiantes operaron con los datos dados en el problema, realizando la solución del problema de manera irreflexiva, operando con estos datos o tratando de adivinar la respuesta.	

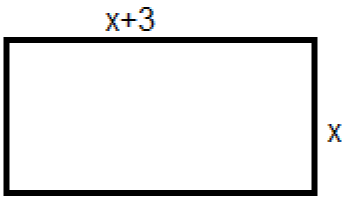
Tabla 12. Resultado de entrevista de la sesión 1, en la etapa intervención

Estrategia de resolución	Definición	Respuesta de los estudiantes	Evidencias
Operar con los datos de manera irreflexiva	Formar números con los números dados y operar con ellos	**Est e1:** yo tengo cuadrados de 160 y 165 **Est e1:** porque tengo 325 centímetros cuadrados y un cuadrado es 5 metros más largo que el otro, entonces yo cogí el 325 y lo dividí en 2 es 160 y el otro es 5 metros mayor. **Est j**: Yo multiplique 65 por 5 **Docente**: ¿Por qué realizas esa multiplicación? **Est j**: Porque esa multiplicación me da 325. **Est t**: ¿profe no se puede sumar? **Docente**: ¿por qué realizarías una suma para resolver el problema? **Est t**: digamos los lados, es que los sumamos y nos dio 40,40,40,40 los lados y nos dio 325 **Est a1**: sumándolos no da, eso da 160 **Est t**: sumando los dos cuadrados si da, 160 y 160 **Est a1**: Da 320 **Est t:** ¿y no podemos escribir 4,5? **Est t:** no porque dice que uno es 5 metros más largo que el otro. **Grupo 4:** **Est k**:Le sacamos raíz cuadrada a 325 y nos dio 18,75 y lo dividimos por 4 y nos dio 4,5 **Docente**: ¿es posible que los lados midan 4,5 en el problema? **Est n**o, porque dice que uno es 5m más largo que el otro y 4,5 es menor que 5	 
Seleccionar la operación cuyo significado es apropiado al texto	Identifica el significado mediante el análisis del texto del problema, pero en la mayoría de los casos no puede resolverlo	**Estudiante y:** Profe yo dibuje dos cuadrados**.** **Docente**: ¿Por qué dibujaste dos cuadrados? **Estudiante y:** porque aquí en el problema dice que son dos cuadrados, porque dice que un cuadrado es 5 metros mayor que el otro.	
Busca la palabra clave y ella te dice que operación utilizar	Asociar el significado de las operaciones a ciertas palabras claves que han sido utilizadas muchas veces en el propio proceso docente al trabajar con problemas con significado de las diferentes operaciones de calculo	**Estudiante h1:** Profe yo voy a utilizar una diferencia de cuadrados **Doc.** ¿Por qué una diferencia de cuadrados? **Est h1:** porque dice que dos cuadrados diferentes, entonces los dos cuadrados tienen que ser diferentes.	 

Sesión 2

Durante esta sesión se trabajó el problema: un rectángulo es 3 unidades más largo que ancho, si su área es de 70m$^{2.}$ Calcula la longitud de sus lados.

Una solución para este problema puede ser de la siguiente forma:



$(x+3)x = 70$

$x^2 + 3x - 70 = 0$

$(x+10)(x-7) = 0$

$x = -10\ ; x = 7$

Se prueba para $x = 7$

Queda $7 + 3 = 10; 10 * 7 = 70$

Durante esta sesión se trabajó con los estudiantes durante dos momentos, la etapa individual y la discusión grupal sobre las estrategias que optaron para resolver el problema durante la sesión se implementó las rutinas de pensamiento, ¿Qué te hace decir eso? y el juego de las explicaciones.

Se utilizó como herramienta la construcción de figuras realizada para representar expresiones cuadráticas.

Los datos obtenidos se analizaron de acuerdo con los teóricos, citados para la el trabajo de investigación, los cuales se documentan en la tabla 13 y 14.

Tabla 13. Resultados segunda sesión etapa de intervención.

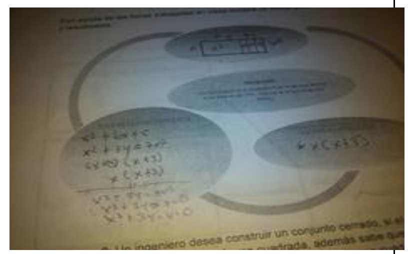
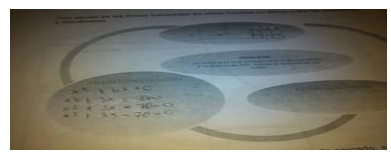
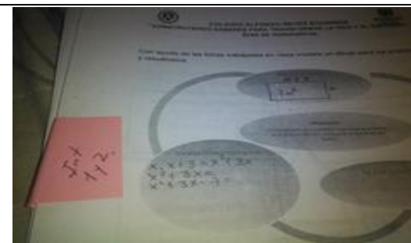
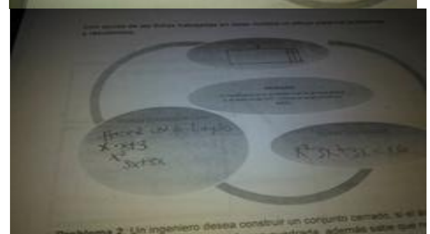
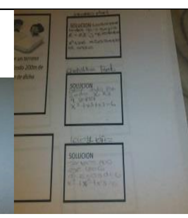
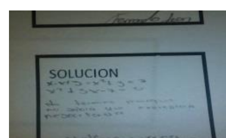
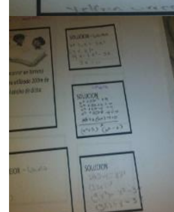
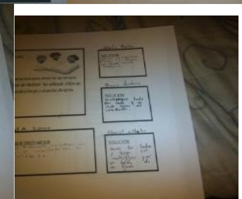
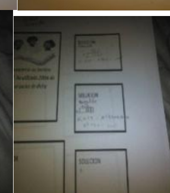
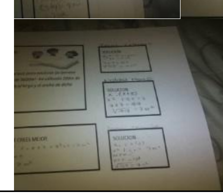
CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	Evidencias
Registros de representación	Durante la resolución de este problema los estudiantes realizaron el registro de representación gráfica por medio de rectángulos de lados x y x+3, algunos realizaron el tratamiento de la expresión algebraica para buscar el área y los lados de dicho rectángulo. Sin embargo algunos estudiantes no pudieron realizar la operación de multiplicación de manera adecuada.	
Resolución de problemas	Los estudiantes realizaron la solución de problema de forma reflexiva, buscaban una vía de solución de manera más estructurada, escribían cual sería el procedimiento a seguir, identificaban los datos del problema, realizaban la estación intermedia entre el lenguaje natural y el algebraico, cambiando de manera adecuada los datos desconocidos por una letra y explicaban de manera adecuada la escogencia de la operación que utilizaron.	

Tabla 14. Resultados de entrevistas etapa de intervención segunda sesión

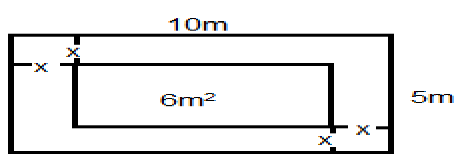
Estrategia de resolución	**Definición**	**Respuesta de los estudiantes**	**Evidencias**
Seleccionar la operación cuyo significado es apropiado al texto	Identifica el significado mediante el análisis del texto del problema, pero en la mayoría de los casos no puede resolverlo	**Est h1:** Realice un rectángulo multiplique los lados y el resultado hace la formula x^2+bx+c **Est a1:** Se realiza un cuadrado para poder hallar el área y la longitud y poder multiplicarlo para factorizarlo. **Est m**: Multiplique lado por lado y no pude sacar el resultado. **Est e1:** $x.x+3=x^2+3=70$ $X^2+3x-70=0$ No termine por que no sabía que expresión necesitaría. **Est a:** Yo escribí esto "x de ancho y x+3, por que el largo es 3 unidades más largo que el ancho y voy a utilizar esto (señalando un trinomio de la forma x^2+bx+c. **Est h1:** yo voy a utilizar de lados a x y y pero y es 3 unidades mayor que x, y con esto busco el área. **Est e1:** llame a esto x por que no conocemos el ancho, entonces aquí dice que el largo es 3 unidades más largo. **Docente** ¿para qué te sirve tener los lados? **Est e1:** para hallar el área y multiplico lado por lado.	
Explicar la selección que hicieron de la operación		**Est p:** nosotras acabamos de encontrar esto(señalando el producto de los lados del rectángulo de lados x y x+3), pero lo colocamos ahí porque no sabemos dónde colocarlo, porque es que dice que el área es de 70 **Docente** y como es la relación entre el área y la expresión que acaban de encontrar **Est i:** son igual y ahí despejo	

Sesión 3

Mide tu colegio

En esta sesión se resolvió el problema: los profesores de ciencias naturales desean sembrar las hortalizas rodeadas con flores, si disponen de un terreno rectangular de 10 metros de largo y 5 metros de ancho y la hortaliza ocupa un área de 6m^2 ¿Cuánto es el ancho del sembrado de flores?, el cual está relacionado con el trabajo que se hace en la huerta escolar, con el fin de llevar los problemas a sus contextos en él, se trabajó de manera grupal continuando con las rutinas ¿Qué te hace decir eso? Realizada de manera constante por la docente y el juego de las explicaciones entre los estudiantes.

Una forma de solución de este problema puede ser la siguiente:



$(10-2x)(5-2x)=6$

$50 -20x -10x +4x^2 =6$

$4x^2 -30x+44=0$

$4x-22= 0 \vee x-2= 0$

Se puede probar para x= 2 la solución sería 10-4= 6 y 5 -4 =1y 6x1=6 el área de la región central.

Se realizará el análisis de acuerdo con lo expresado por los teóricos citados para este trabajo de investigación, los reportes de los hallazgos encontrados en esta sesión se encuentran en las tablas que se exponen a continuación.

En la tabla 15 se encuentran los resultados de esta tercera sesión relacionado con los registros de representación y las transformaciones realizadas por los estudiantes durante la actividad, en ella se muestran algunas evidencias de los trabajos escritos; en la tabla 16 se reportan las estrategias de resolución propuestas por los estudiantes, así muestra de sus trabajos escritos y la tabla 17 es el registro de las explicaciones que se obtuvieron durante las entrevistas realizadas a los estudiantes y la aplicación de las rutinas de pensamiento.

Tabla 15. Resultados tercera sesión de intervención

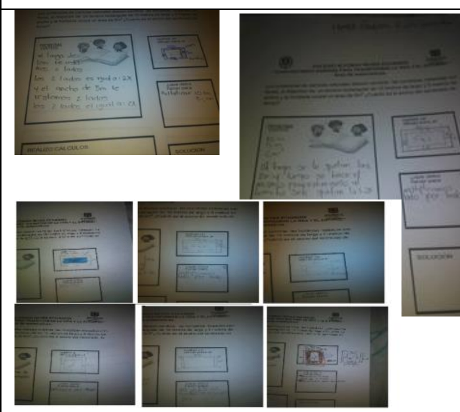
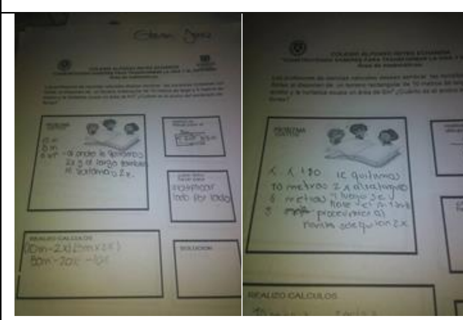
CATEGORÍA	**DESCRIPCIÓN**	**Evidencias**
Registros de representación	Todos los estudiantes realizaron la representación gráfica de un cuadrado y expresaron sus lados por medio de una expresión algebraica consiguiendo así la conversión del lenguaje natural al lenguaje algebraico, pero solo la mitad de ellos pudo realizar el tratamiento entre las cantidades algébricas para hallar el valor de la incógnita.	
Resolución de problemas	Los estudiantes explican de forma reflexiva, la vía de solución que tomaron para resolver el problema, así como las operaciones que seleccionaron e identificaron el significado de estos en correspondencia con a la situación que se les planteo	

Tabla 16. Estrategias descritas por los estudiantes durante la sesión 3, a través de sus escritos

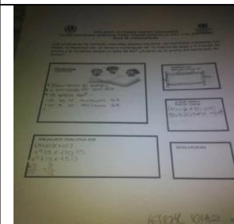
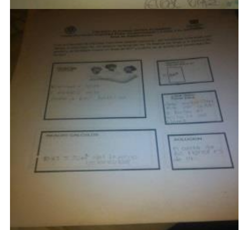
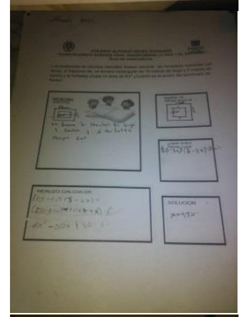
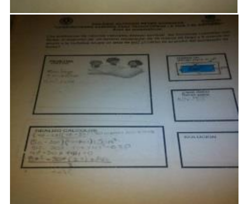
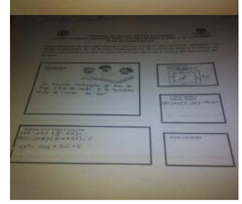
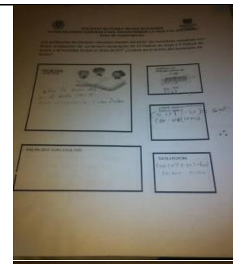
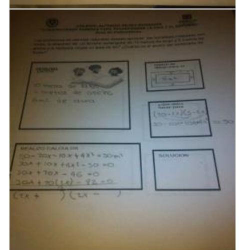
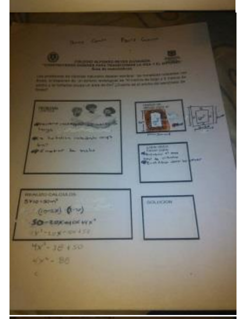
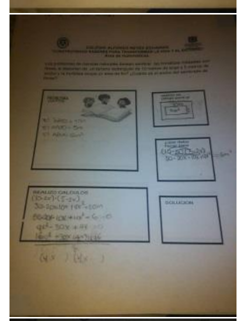
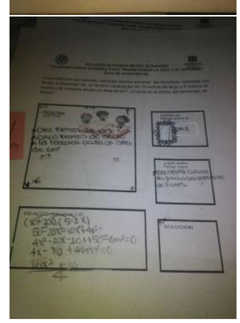
Estrategia de resolución	**Definición**	**Respuesta de los estudiantes**	**Evidencias**
Identificar los significados de las operaciones en el texto del problema	Estrategia reflexiva consiste en analizar la situación reflejada en el problema, identificar los significados de las operaciones presentes y utilizar esas operaciones cuyos significados corresponden a la situación descrita	**Est o:** el terreno rectangular es de 10 metros de largo y de ancho tiene 5 metros y el área es igual a $6m^2$ Debo multiplicar el largo por el ancho. **Est k:** el largo de 10m le restamos 2 lados y esos lados son igual a 2x y el ancho de 5m le restamos 2 lados los 2 lados el igual a 2x. Multiplicar 10-2x= 5-2x= **Est l:** al largo le quito 10-2x y al ancho le quito 5-2x y se multiplica lado por lado y eso es = a 50 m^2 **Est w:** 10 metros de largo 5 metros de ancho Área $6m^{2.}$ De los 10m le quitamos 2x y a los 5m le quitamos 2x	

Tabla 17. Estrategias descritas por los estudiantes durante las entrevistas de la sesión 3

Estrategia de resolución	**Respuesta de los estudiantes**	**Evidencias**
Explicar la selección que hicieron de la operación	**Grupo 1** **Est h1:** estoy escribiendo los datos que me dan, tengo un terreno rectangular y me dice que está rodeado de las flores y me piden el ancho de las flores. **Est l:** me dice que las hortalizas miden 6m^2 y que tengo esto así (dibuja un rectángulo) y que las flores están aquí, aquí, aquí y aquí (dibujando otro rectángulo dentro del rectángulo inicial) y me dice que mide 10m de largo y 5 de ancho. **Est c1**: el ancho de las flores es de 4 m **Docente:** ¿qué te hace decir eso? **Est:** si multiplico lado por lado **Docente:** qué pasa si multiplicas lado por lado **Est c1:** obtengo el área **Docente:¿** Para qué te sirve conocer el área del terreno **Est c1:** Para quitarle el área de las flores, pero no sé cuál es el área de las flores. **Grupo 2** **Est k: tengo** un terreno rectangular de 10 m de largo y 5 m de ancho. **Est b:** yo dibuje un rectángulo y saque los datos y yo creo que hay que restar para sacar el ancho. **Grupo 3** **Est x:** yo lo que entendí fue que esta área (señalando su dibujo) es de 6m^2 y pues aquí ubique el 5 y acá el 10. **Est p:** yo tengo el camino de las flores, y tengo que las hortalizas ocupan 6m$^{2.}$ **Est y**: pero ahí dice que seis metros al cuadrado es el área que ocupa la hortaliza, tendría que buscar el otro ancho de la hortaliza, esos 6 metros cuadrados no es todo, es solo el pedacito de aquí adentro. **Est p:** empezamos así profe(señalando el producto de los lados) **Est i**: eso es igual a 50 **Docente:** que te hace decir que es igual a 50 **Est y:** no eso no es 50 **Est i**: si por que el área es 10 por 5 entonces si la multiplicamos. **Est y**: es que yo multiplique por aquí, y me da 50-20x-10x+4x^2 y ahí no sé qué hacer, ese es el pedacito que no entendí. **Grupo 4** **Est w**: utilizamos un trinomio cuadrado perfecto. **Docente**: ¿Cuál es el motivo por el cual utilizaste un trinomio cuadrado perfecto? **Est h**: no podemos utilizar un trinomio cuadrado perfecto esto no es un cuadrado es un área rectangular. **Grupo 5** **Est h1:** profe coloque x por que se me el área pero no se me los lados. **Docente: ¿**Qué hiciste acá? Me guie acá y dice que es 10-2x y 5-2x **Docente:** ¿Qué te hace falta? **Est h1**: ahí sí, yo lo había hecho pero lo borre, acá va la multiplicación de 10 por 5 y 10 por este ...	

Sesión 4

Durante esta sesión se continuó con el eje temático mide tu colegio, mostrándole los problemas contextualizados y promoviendo la visualización de los registros de representación en los estudiantes a través de las preguntas que te hace decir eso y el juego de las explicaciones en la resolución de problemas que requieren de la utilización de ecuaciones cuadráticas en su solución.

Se analizaron tanto los registros de representación como las estrategias utilizadas en la resolución de problemas (tabla 18).

En las tablas 19 y 20, se reportan los hallazgos encontrados en los escritos de los estudiantes realizados en los organizadores gráficos propuestos para esta sesión de trabajo, en la tabla 21 se reportan algunas de las respuestas obtenidas de los estudiantes, las cuales manifestaban de forma oral al indagar sobre que estrategias utilizaron para solucionar los problemas propuestos.

Tabla 18. Resultados de la cuarta sesión etapa de intervención.

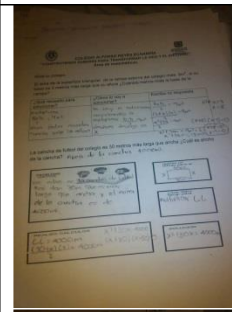
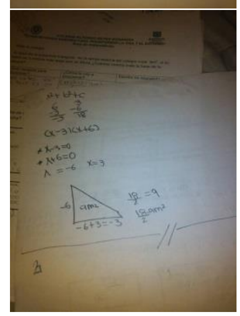
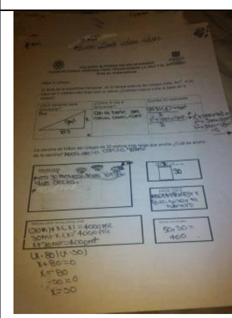
CATEGORÍA	**DESCRIPCIÓN**	**Evidencias**
Registros de representación	Durante la sesión de trabajo todos los estudiantes realizaron el registro de representación gráfica del triángulo y rectángulo para solucionar el problema otra forma de registro fue realizar la conversión del lenguaje natural a la representación algebraica por medio de la etapa de estación intermedia (escribir los datos con sus propias palabras) y luego escribir las incógnitas o para ellos términos desconocidos por e l uso de letra. Durante esta sesión se evidencio que gran parte de los estudiantes plantean la ecuación y realizan el tratamiento dentro de este registro algebraico, buscando el valor de la incógnita, para encontrar la solución a los problemas.	 
Resolución de problema	Los estudiantes justifican de manera reflexiva las estrategias utilizadas para resolver los problemas planteados, la mayoría explica de manera oral y escrita que necesitan y cómo van a solucionar el problema, identifican los significados de las operaciones que deben realizar de acuerdo a lo planteado en el problema y escogen las operaciones adecuadas a la situación descrita.	

Tabla 19. Estrategias descritas en los escritos de los estudiantes, problema 1, sesión 4 de la etapa de intervención

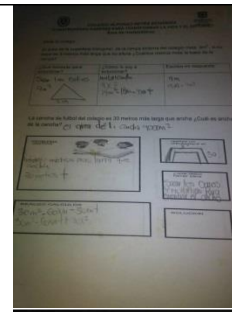
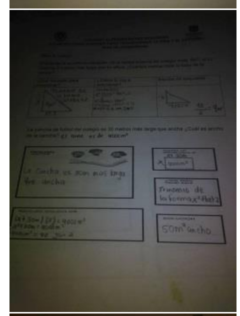
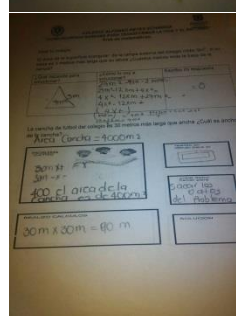
CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	EVIDENCIAS
Estrategias descritas en los escritos de los estudiantes. Problema 1	Tengo que observar los datos que tengo y hacer la operación para hallar la altura, hallo la altura y luego multiplico base por altura y divido entre 2 y este será el resultado. Necesitamos hacer una ecuación y comenzamos a formularla. Multiplicar $\frac{b.h}{2}$= 9m^2 , para poder encontrar cuánto vale la altura, la voy a solucionar empezando a multiplicar$\frac{b.h}{2}$= 9m^{2,} después despejo la x. Sacar el área total =9m^2 la base x+3m, se empieza multiplicando $\frac{b.h}{2}$= 9m^2 luego empezamos a remplazar y después a despejar	

Tabla 20. Estrategias descritas en los escritos de los estudiantes, problema 2, sesión 4 de la etapa de intervención

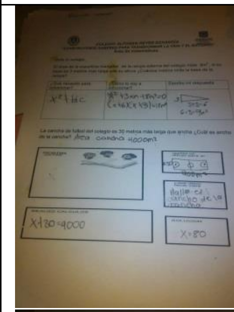
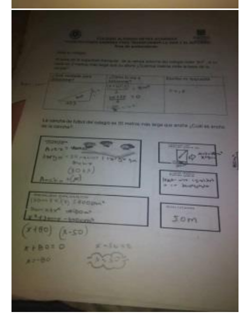
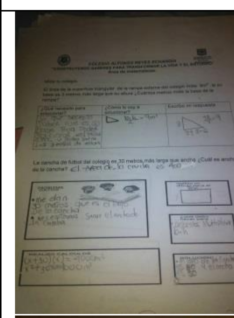
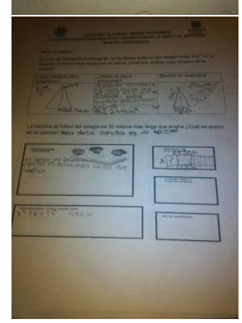
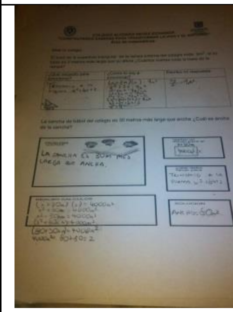
CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	EVIDENCIAS
Estrategias descritas en los escritos de los estudiantes problema 2	La cancha es 30 metros más larga que ancha y su área es de 4000m^2 30m de largo +largo que ancho (30+x) Ancho =x Área= 4000m^2 Debo multiplicar b.h $(x+30)(x)=4000m^2$ $X^2 +30x= 4000m^2$ $X^2 +30x-4000m^2 =0$ $(x+80)(x-50)$ $X+80=0$ $X=-80$ $x-50=0$ $x=50$ solución $x=50$	 
Estrategias descritas por los estudiantes en la entrevista	**Est h1:** ya sé que es una rampa, entonces x es una altura que no me la sé, entonces sé que la base es x+3 m porque dice que es 3 metros más que la altura **Est te**ngo que su base es 3 metros más larga que su altura, y llame x por que no sé su valor. Acá tengo x por x+3 pero esto es para hallar el área y el área ya me la dieron. **Est a** : pues yo estoy haciendo más o menos esto(señalando el producto escrito en su cuaderno)base por altura y la base seria x+3 porque es 3 metros más larga que la altura y no sé cuánto vale, la altura y el área es base por altura dividido 2	 

Tabla 21. Estrategias descritas por los estudiantes en las entrevista, sesión 4 de etapa de intervención

CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	EVIDENCIAS
Estrategias descritas por los estudiantes en la entrevista	**Grupo 1** **Est n**: remplace los términos **Docente:** A que te refieres con remplazar los términos? 30,30 pues como los términos que… los términos…los términos pues la cancha de futbol es 30 m más larga que ancha, entonces ahí queremos saber cuánto es el ancho, entonces el ancho seria x porque no sabemos cuál es la variable entonces ,30+x es igual al largo y x el ancho. **Docente:** Para que te sirven esos datos **Est n:** Vamos a hacer lado por lado 30m+x por x. **Grupo 2:** **Est z**: Hasta ahora estoy haciendo el dibujito **Docente:** Me explicas tu dibujo **Est z**: Ese dibujo es la cancha acá dice que es más larga entonces es 30 m más larga y el ancho es x **Grupo 3** **Est a1:** profe acá como solamente nos dan los datos, o sea 30 m más largo y x que es el ancho, entonces sale un trinomio de la forma… Luego se pone x^2 +30x… **Est a**: profe acá no dio el área de la cancha falta ese dato para solucionar	

Sesión 5

Durante la sesión se trabajaron dos problemas, uno relacionado con el área para construir una cartelera " A una cartelera que es 6 cm más larga que ancha, se le hace un margen de 2cm de ancho, se forra toda la cartelera con papel transparente de 352 cm^2 .¿Cuáles son las dimensiones de la cartelera?" , y el otro con la cantidad de material utilizado para hacer 3 cuadrados "Andrés ha cortado 3 cuadrados de una cartulina, a la segunda figura le agrego 5cm más por cada lado que a la primera, a la tercera figura 7 cm más que a la primera por cada lado. Si ha gastado 218 cm^2 de la cartulina ¿cuáles eran las dimensiones del cuadrado inicial?". El trabajo se realizó en grupos utilizando para su desarrollo la rutina de pensamiento el juego de las explicaciones y ¿qué te hace decir eso?

Los hallazgos encontrados en esta sesión se describen a continuación, para ellos se utilizaron las siguientes tablas: tabla 22, donde se da muestra de los registros de representación tramitados por los estudiantes así como las estrategias de resolución propuesta por ellos para dar solución a los problemas propuestos, también se muestran algunas evidencias de los escritos obtenidos; tabla 23, en ella se describe algunas de las estrategias propuestas por los estudiantes y que se evidencian a través de los escritos obtenidos; tabla 24, en ella se registra las estrategias que los estudiantes utilizan para la resolución y que expresan de forma verbal ante las explicaciones brindadas durante la implementación de las rutinas propuestas para este trabajo.

Tabla 22. Resultados de la 5 sesión, etapa de intervención.

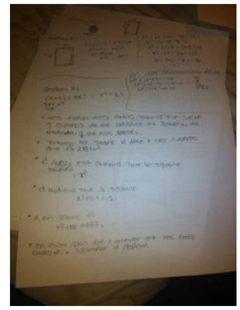
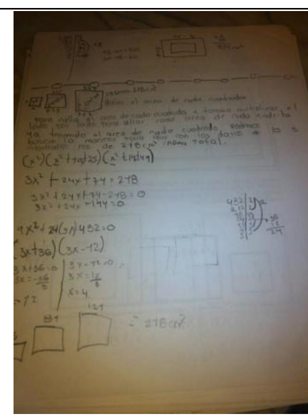
CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	EVIDENCIAS
Registros de representaciones	En esta sesión todos los estudiantes realizaron para el primer problema la conversión de registro de lengua natural a un registro gráfico, representando el área y las dimensiones de un rectángulo para expresar los datos que suministraba el problema; en el segundo problema, como se les suministro la representación gráfica de los 3 cuadrados descritos , la mayoría de los jóvenes realizaron la transición de registro a un registro algebraico, se continúan evidenciando algunos casos de dificultad en el tratamiento de registros, en el primer problema algunos estudiantes tardaron en comprender las dimensiones del rectángulo en registro algebraico porque se les dificulto el hecho de que se tuviera que restar la longitud de los bordes a ambos lados del rectángulo, al intentarlo con x+6 encontraron que las soluciones no satisfacían el valor del área suministrada y tuvieron que intentarlo varias veces, los estudiantes que lograron entender el problema les costó dificultad que los demás se sintieran convencidos con sus explicaciones.	 
CATEGORÍA	**DESCRIPCIÓN**	**EVIDENCIAS**
Resolución de problema	Los estudiantes en esta etapa realizan la resolución de problemas de una manera más reflexiva, describen las operaciones que deben realizar de acuerdo con los datos dados en el texto del problema y proponen posibles soluciones que atienden a operaciones para hallar dimensiones que forman un área, que se resuelven a través de la aplicación de ecuaciones cuadráticas, las cuales logran deducir a partir de la información suministrada y de operaciones para hallar áreas.	

Tabla 23. Estrategias descritas por los estudiantes en sus escritos para el problema 1 sesión 5

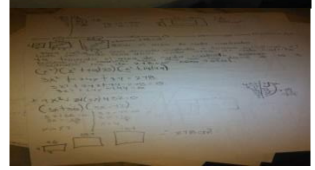
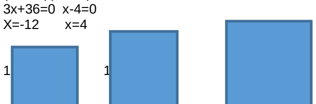
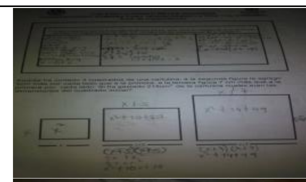
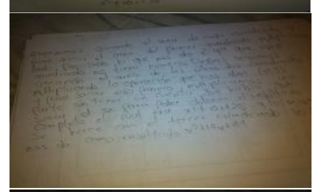
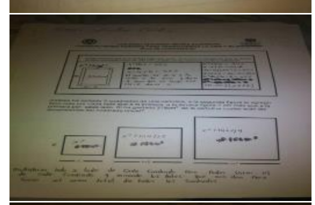
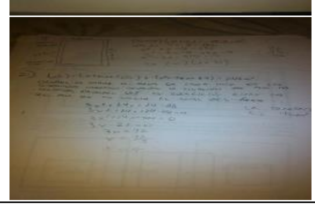
Estrategia de resolución de problema	**Definición**	**Respuesta de los estudiantes**	**Evidencias**
Identificar los significados de las operaciones en el texto del problema	Estrategia reflexiva consiste en analizar la situación reflejada en el problema, identificar los significados de las operaciones presentes y utilizar esas operaciones cuyos significados corresponden a la situación descrita	**Est k:** se sacan los datos y ahí miramos que en el ancho hay que quitarle los 2cm de la margen daría x-4 para poder sacar el valor del largo es x-4+6. Se soluciona multiplicando lado por lado y después con el trinomio de la forma x^2 +bx+c **Est e1:** 2cm =ancho 6cm =más largo que ancho 352 cm^2 =área (x-4)+6 X+2 (x-4)(x+2)=352 X^2 +2x-4x-8=352 X^2 -2x-8-352=0 X^2 -2x-360=0 (x-20)(x+18) **Est y:** 6cm más largo que ancho 6+x Ancho x-4 porque a cada lado tiene 2m de cartelera Ancho=x-4 (x-4)+6	 
		Esty: para hallar el área de cada cuadrad tocaba multiplicar el lado por lado para hallar cada área de cada cuadrito ya tenemos el área de cada cuadrado podemos buscar la manera para con los datos de los 3 cuadrados nos de 218 cm^2 =área total. (x^2)(x^2+10x+25)(x^2 +14x+49) 3 x^2 +24x+74=218 3 x^2 +24x+74-218=0 3 x^2 +24x-144=0 $9x^2$ +24(3x)-432=0 (3x+36)(3x-12) 3x+36=0 x-4=0 X=-12 x=4 1 1  Est a1: empezamos sacando el área de cada cuadrado y para sacar el área del primer cuadrado, multiplicamos lado por lado lo que nos dio x^2 ya que este cuadrado no tiene número. Después seguimos sacando el área de los otros dos cuadrados multiplicando la operación que nos dan(x+5) y para sacar eso multiplicamos para poder obtener el resultado completo el cual era x^2 +10x+25 y lo mismo se hace con el tercer cuadrado lo que nos da como resultado x^2 +14x+49 Área =218m^2 (x)+(x+5)+(x+7)=218cm^2 (x^2)+(x+10x+25)+(x+14x+49)=218cm^2 El área de todos los cuadrados es 218 cm^2 y me dan 3 cuadrados y hallo el área de los 3 para saber el área es lado por lado y así sabe el área y después de saber el área saber cuánto valen los lados si la suma de las áreas me da 218 3 x^2 +24x+74=218 3 x^2 +24x+74-218=0 3 x^2 +24x-144=0 $9x^2$ +24(3x)-432=0 (3x+36)(3x-12) 3x+36=0 3x-12=0 3x=-36 3x=12 X=12 x=4	   

Tabla 24 Estrategias descrita por los estudiantes (videos) sesión 5

Estrategia de resolución de problema	Definición	Respuesta de los estudiantes	Evidencias
		Est z: yo tengo que hacer primero el dibujo porque así me queda más fácil asignar el largo el ancho. **Est h1**: yo primero escribo los datos en palabras luego realizo un dibujo, este dibujo dice que el largo es más largo que el ancho, entonces puse x+6 y tengo el área. En este problema le quite o le rete 2cm a cada lado, pero no dice eso por ningún lado, saque eso de aquí de la mente. Tengo que el largo es x+2 por que -4+6 daría 2 Sume -4 +6 porque tiene 6 cm más y el largo seria 6-4 y el ancho seria x-4 y así el largo es 6cm mas que el ancho. Profe le quitaron 4 al ancho entonces por eso tengo una cantidad x-4 por que a cada lado le quite de a dos o le reste dos cm entonces daría -4 para que el largo sea 6cm más largo que el ancho seria -4+6=+2, el largo seria x+2. **Est v:** la cartelera es 6 cm más largo que ancho aquí dice entonces como no conocemos el ancho nosotros colocamos x+6, y ¡qué hago con estos 2 cm? **Rta Est e1:** eso es la margen **Est b:** Este dibujo para mi es la cartelera, pues y la margen es de 2cm que es más larga que ancha y además tengo el área. **Esty**: ya tenemos las dimensiones en este problema no sé quién es el área dan el área del papel contac pero no se para que utilizarlo **Rta Est i**: debemos multiplicar lado por lado y esa área del papel es la misma área de la cartelera.	
		Est l: Estamos hallando el área de los 3 cuadrados, porque sacando el área de todos, sabemos el área del primero que es x^2 **Est c1:** Aquí dice que cada cuadrado es más grande que el anterior, acá saco el área de cada uno multiplicando lado por lado. **Est a:** Acá lo que toca hallar de los 3 cuadrados, es el área, para eso multiplico lado por lado y al final sumo las 3 **Estk:** Voy a hacer multiplicación, voy a resolver primero uno y después el otro, porque acá multiplique el lado del segundo cuadrado por el del tercero y eso no nos dio no nos sirvió para nada, ahora estamos multiplicando lado por lado por separado así encontramos el área de cada uno para después sumarlas **Est m:** encontré el área de los 3 cuadrados, ahora las sumo y eso me da el área total, yo hice las operaciones, sume términos semejantes y después factorice y me dio 12 y 4 tome 4 lo probé y ese es.	

4.3. Prueba de salida

Sesión 1

En esta sesión de trabajo, se presentó a los estudiantes un problema donde debían encontrar las dimensiones de un rectángulo y se les entregó un organizador gráfico para que escribieran los registros que utilizaban para resolver dicho problema.

En las sesiones de prueba de salida, los estudiantes, en su gran mayoría proponían una estrategia reflexiva para solucionar los problemas planteados, las expresaban por escrito y al momento de dar una respuesta siempre explicaban como había sido el proceso que seguían para hallar dicha solución y la pertinencia del valor encontrado.

Algunos estudiantes aun presentan dificultad en la factorización de expresiones cuadráticas por lo que siempre recurrían a la ayuda de los compañeros para poder hallar la solución. Al trabajar de manera individual dejaban la solución planteada pero no llegaban a una respuesta.

La mayoría de los estudiantes eran capaces de dar cuenta de la manera en que habían resuelto los problemas y siempre recurrían a realizar la estación intermedia entre el lenguaje natural y el lenguaje algebraico. Siempre recurrían a la realización de un registro grafico para poder iniciar la resolución del problema, una de las razones para hacerlo y que más expresaban los estudiantes es que sin esa representación se les hacía más difícil, interpretar los datos.

Cabe resaltar que en esta parte de la investigación los escritos de los estudiantes eran más extensos y mejor elaborados, eran capaces de plasmar de manera escrita las estrategias de resolución de problema y la discusión en grupo ya se daba de forma más natural, no era necesaria la intervención de la docente en los grupos de discusión.

Además para dar solución a los problemas los estudiantes realizaron conversiones entre registros y realizaron operaciones de tratamiento entre registros algebraicos, para hallar el valor de la incógnita que daba solución a los problemas planteados.

Para la primera sesión de la prueba de salida se utilizaron tablas para realizar el reporte de los hallazgos, así, en la tabla 25 se condensan los resultados de las estrategias utilizadas en esta sesión por los estudiantes para resolver los problemas propuestos, como también los registros de representación tramitados por ellos; en la tabla 26 se registran algunas de las estrategias propuestas por los estudiantes y que se obtuvieron de los escritos realizados por medio de los organizadores que se propusieron para esta sesión de trabajo, en la tabla 27 se registran las estrategias que proponen los estudiantes y que sustentan de manera verbal durante las rutinas el juego de las explicaciones y ¿Qué te hace decir eso? Las cuales fueron propuestas para estructurar las sesiones de clase.

Tabla 25. Resultados sesión 1. Prueba de salida.

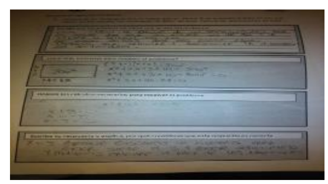
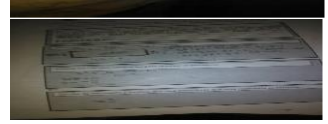
CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	Evidencias
Registros de representación	Todos los estudiantes utilizaron el registro de representación grafico para representar el rectángulo y en el ubicar las dimensiones de este expresado en registro de representación algebraico. La mayoría realizaron la estación intermedia la cual consiste en escribir los datos del problema en registro de lengua natural y luego pasarlo a registro algebraico. Dentro de las operaciones entre registros se evidencia la mejoría al realizar la conversión a registro algebraico y a registro grafico el registro en lengua natural. Sigue siendo para un pequeño grupo “difícil” expresado por ellos, realizar el tratamiento entre los registros de representación algebraica.	   
CATEGORÍA	**DESCRIPCIÓN**	**Evidencias**
Resolución de problema	Durante la sesión, se observó un avance en la forma de explicar las estrategias utilizadas por cada uno, para dar solución al problema planteado solo unos pocos continúan utilizando estrategias irreflexivas unas de las utilizada son operara con los datos del texto (un estudiante) y otro estudiante resuelve los problemas a través del tanteo.	  

Tabla 26. Estrategias descritas por los estudiantes a través de sus escritos prueba de salida, sesión 1

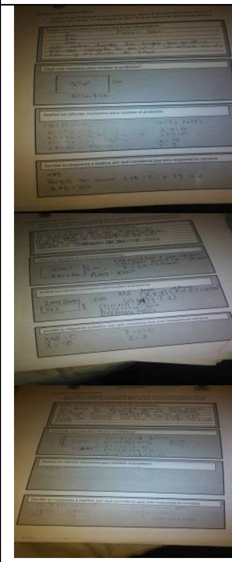
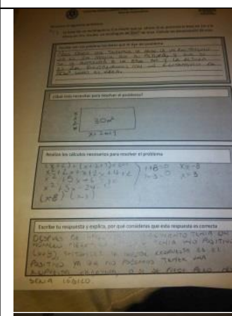
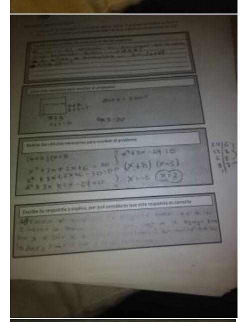
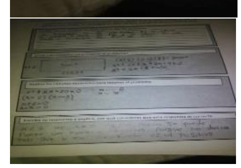
Estrategia de resolución de problema	**Definición**	**Respuesta de los estudiantes**	**EVIDENCIAS**
Tanteo	Consiste en buscar la solución al problema probando sistemáticamente con distintos valores hasta encontrar la solución	**Est c1:** X+2+1 base X+2 altura 2+2+1=5 2+2=4 5x4=20 3+2+1=6 3+2=5 6x5=30 **Esti:** **(**x+2)(x+2+1) X^2 +2x+2x+4+x+2 2+1=3+3=6 3+2=5 6.5=30m^2	
Identificar los significados de las operaciones en el texto del problema	Estrategia reflexiva consiste en analizar la situación reflejada en el problema, identificar los significados de las operaciones presentes y utilizar esas operaciones cuyos significados corresponden a la situación descrita	**Esta:** nos dan la base que es 2m mayor que la altura y nos dicen que a la base se le aumenta 1m y la altura en 2 (x+3)(x+2)=30m^2 X^2 +2x+3x+6=30m^2 X^2 +2x+3x+6-30m^2 =0 X^2 +2x+3x-24=0 X^2 +5x-24=0 X+8=0 x-3=0 X=-8 x=3 **Est x:** el ancho del rectángulo es 2m mayor que la altura y le aumentan 1m (x+3) Su altura se aumenta en 2m (x+2) Área 30m^2 (x+2)(x+3) X^2 +3x+2x+6=30 X^2 +3x+2x+6-30=0 X^2 +3x+2x-24=0 X^2 +5x-24=0 (x+8)(x-3) X=-8 x=3 La respuesta es 3	

Tabla 27. Estrategias descrita por los estudiantes (videos) sesión 1 prueba de salida

Estrategia de resolución de problema	Definición	Respuesta de los estudiantes	Evidencias
Tanteo	Consiste en buscar la solución al problema probando sistemáticamente con distintos valores hasta encontrar la solución	**Est c1**: acá nos dicen que la base es dos metros más larga que la altura, la altura no la conozco, luego dicen que le sume un metro a la base y dos metros a la altura; yo probé con x= 1, no me dio; probé con x= 2 y tampoco me dio y después con x=3, ahí si me dio, porque 3+2+1=6 y 3+2=5 y al multiplicar 6x5 me da 30, que es el área que me dieron. Est y: estamos trabajando con los datos que nos dan que solamente nos decían que la base era de dos metros, entonces pues acá es x porque en el primer dato que nos dan no sabíamos cuál era el valor y después decía que a la base se le sumaba 1 entonces seria x+3 entonces la altura nos decían que era dos y el total del área de 30m cuadrados. Siempre que no sabemos el valor multiplico la altura por la base **Est h1:** estoy acá buscando un número que multiplicado me de -24 y sumado o restado me de 5,… a mí la respuesta me da 3 y es 3 por que 3+2+1=6 y 3+2= 5 y 6 por 5 es 30 que es el área que me dan.	 
Identificar los significados de las operaciones en el texto del problema	Estrategia reflexiva consiste en analizar la situación reflejada en el problema, identificar los significados de las operaciones presentes y utilizar esas operaciones cuyos significados corresponden a la situación descrita	**Est m:** aquí puse la altura que es x +2 Dibuje un rectángulo este me sirve para ubicar las dimensiones yo necesito ubicar las dimensiones X+2+1 a la base porque acá dice se aumenta 1m y la altura inicialmente era x **Est a**: yo voy a poner x+3 porque es la misma base x+2 y le aumentan 1… yo llegue hasta aquí dos números que multiplicados me den -24 y restados 5 se me olvido el paso que sigue tengo al 8 y al 3 yo escojo 3, porque ese me sirve. **Est n:** nos están diciendo que un rectángulo es dos metros más largo su base que la altura, entonces pusimos x+2 y dice que aumenta en 1m su base, pues pusimos x, porque no conocemos su altura, acá dice que se aumenta su base en 1m pusimos más 1m y la altura en 2m entonces pusimos x+2+1 y x+2, porque no nos dicen la altura nos dicen que aumenta 2m. **Est x**: Primero escribí con mis palabras lo que dice, luego escribí estos términos algebraicos, después hice un dibujo y pues según lo que hice, entiendo que el rectángulo abajo es 2m mayor y luego se le agrega un metro y a este que después es x que es un valor que no conozco se le agregan 2 metros, luego tengo el trinomio de la forma x^2 +bx+c, lo saque de los lados los que multiplique. **Est es**toy multiplicando esto por esto, dibuje un rectángulo ahí dice que la base es 2m más que la altura y se le agrega un metro entonces queda x+2m+1m, quedaría x+3m, después pasando la altura quedaría x+2m y el área es de 30m	  

Sesión 2

En esta sesión, se trabajó con grupos conformados por tres o cuatro estudiantes, durante el desarrollo de la guía se aplicaron las rutinas de pensamiento, el juego de las explicaciones y ¿qué te hace decir eso?, en las tablas 28, 29 y 30 se escriben las evidencias y hallazgos encontrados en la sesión relacionada con los registros de representación y las estrategias de resolución de problema, las cuales son producto de los escritos de los estudiantes y las explicaciones que realizaron de forma oral al preguntarles sobre las estrategias utilizadas en la resolución de los problemas.

Tabla 28. Resultados sesión 2, prueba de salida

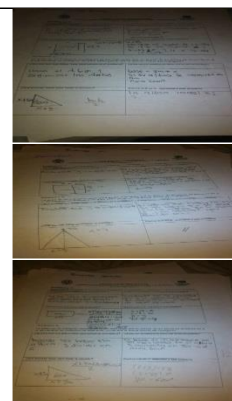
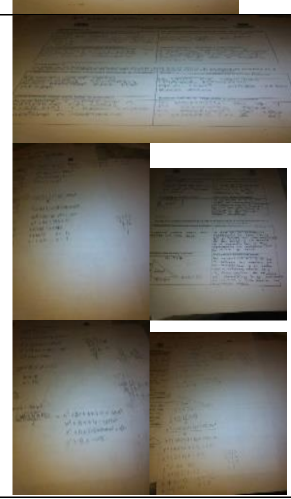
Categoría	DESCRIPCIÓN	Evidencias
Registros de representación	Para solucionar los problemas todos los grupos se valieron de registros de representación gráfica, lo cual indica que han logrado realizar la conversión de registro en lengua natural a registro gráfico, de igual manera asignaron un registro algebraico a las dimensiones de las representaciones gráficas realizadas, pocos estudiantes tuvieron dificultad con el tratamiento del registro algebraico, por lo tanto la mayoría logro llegar a la solución del problema.	
Resolución de problemas	De las explicaciones realizadas por los estudiantes se evidencia de manera escrita y verbal que comprenden las estrategias que utilizan para resolver problemas, ya que logran utilizar los datos suministrados por el texto, y los utiliza para solucionar la situación descrita, comprenden el significado de las operaciones que realizan para hallar la solución y explica la pertinencia de la solución encontrada.	

Tabla 29. Estrategias descritas en los escritos de los estudiantes sesión 2 prueba de salida

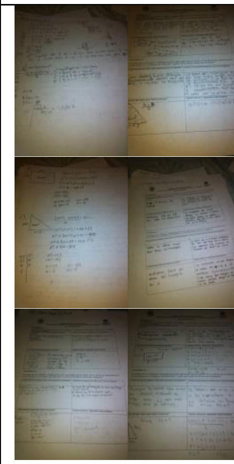
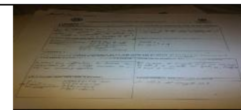
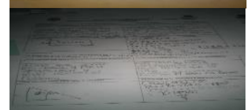
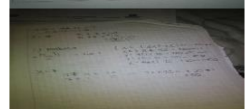
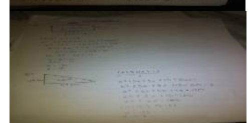
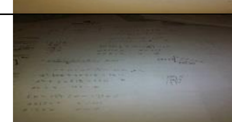
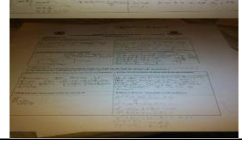
Estrategia de resolución de problema	**Definición**	**Respuestas de los estudiantes**	**Evidencias**
Identificar los significados de las operaciones en el texto del problema	Estrategia reflexiva consiste en analizar la situación reflejada en el problema, identificar los significados de las operaciones presentes y utilizar esas operaciones cuyos significados corresponden a la situación descrita	**Estudiante u**: Inicialmente hacemos la figura que nos dan en el problema =cuadrado = y se alarga 2 cm 7cm = se continua con el cuadrado para quedar con un rectángulo 150 m^2 y es el que nos toca buscar. La respuesta que considero es 8 y x+2=8+2 X+7=8+7=15 = 10x15=150 **Est k:**En el problema hay que buscar las dimensiones del rectángulo y multiplicarlas, simplificar y solucionar. Tenemos que en un lado le agregan 2cm(x+2) en el otro lado agregan 7cm(x+7) Al final tenemos un rectángulo de 150m^2 de área. Est a: Pues al hacer los cálculos la respuesta es 8 ya que al factorizar me dio -17 y 8, el -17 sería algo que no tiene lógica y el 8 me sirvió e igual me dio el área. 8+7=15 8+2=10 15x10=150	
Estrategia de resolución de problema	**Definición**	**Respuestas de los estudiantes**	**Evidencias**
Problema 2		**Est o:** nos dan la base de un triángulo es 3m más larga que la altura y la altura se aumenta 5m y que el área es de 60 (x+3)(x+5)/2=60 X^2 +3x+5x+15-120=0 X^2 +8x-105=0 (x+15)(x-7)=0 X=-15 x=7 Lo remplazo en $\frac{b.h}{2}$=60	

Tabla 30. Estrategias descritas (escrito) por los estudiantes en la sesión 2 de la prueba de salida

Estrategia de resolución de problema	**Definición**	**Respuesta de los estudiantes**	**Evidencias**
Identificar los significados de las operaciones en el texto del problema	Estrategia reflexiva consiste en analizar la situación reflejada en el problema, identificar los significados de las operaciones presentes y utilizar esas operaciones cuyos significados corresponden a la situación descrita	**Est h1:** Tengo un rectángulo de lados x+2 y x+7 multiplique x por x, multiplique x por 7 , después 2 por x y 2 por 7 ahora voy a buscar dos números que multiplicados me den.. Ahí con esos números miro cual satisface lo que dice el problema y miro si remplazándolo encuentro el área. **Est te**ngo los datos que dicen que le sumo 2 al ancho y 7 al largo y hago la multiplicación de eso x+2 y x+7 y me tiene que dar 150 **Est y:** Hice un dibujo y ubique los datos dice que se agregaron 2 cm y al contiguo 7m y el área es $150m^2$, hay multiplico x+2 y x+7 y me dio este trinomio ahora voy a factorizarlo. **Est c1:** Estoy multiplicando (x+2) por (x+7) aquí multiplico este con este con este y hasta ahí voy me debe dar los valores de x y pruebo que me den 150. **Est t:** dibuje el cuadrado tal como era y ahí le ubicamos el 2 y el 7 ahora estamos multiplicando esos lados. **Est u:** multipliqué los lados de los rectángulos iguale los términos y mi dibujo representa el cuadrado inicial y esto son los 2 y 7 cm que se le agregaron. Ahora esto lo multiplico así x por x…. **Est h1:** Tengo x a la dos 7x+2x es 9x y 14 ahora le resto 150 me queda x a la dos 9x y -136 busque los números que multiplicado me dieran -136 y sumados 9 son 17 y -8 escribo x+17=0 y x-8= 0 los despejo y me quedan -17 y 8 probé con 8 y me da el área de 150 que dan en el problema.	
problema 2		**Est a1:** a mí la duda que me quedo fue porque ellos no utilizaron base por altura y lo dividieron entre dos y que hicieron con ese dos. **Rta est z:** porque es igual, si lo haces para un triángulo su área es base por altura dividido dos y eso dos lo pasas a multiplicar te quedan 120 y ahí al despejar te queda el trinomio y factorizas.	

Sesión 3

En esta última sesión, se trabajaron de manera individual 3 problemas, luego se reunieron en grupo y discutieron las soluciones que cada uno obtuvo, así como los aciertos y dificultades; luego en el organizador grafico escriben esas soluciones y la solución que el grupo considero ser la mejor para cada problema.

Para los hallazgos de esta sesión se utilizaron las tablas 31, para registrar las estrategias de resolución de problemas y los registros de representación utilizados en esta última sesión y que muestran los avances en cuanto a estas categorías tuvo el grupo; en la tabla 32 se muestran las estrategias obtenidas por los estudiantes a través de sus escritos y que sustentaron por medio de las explicaciones brindadas, al implementar las rutinas de pensamiento propuestas para la investigación.

Tabla 31. Resultados sesión 3, prueba de salida

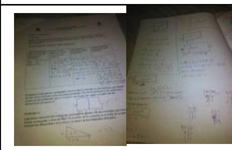
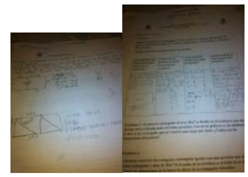
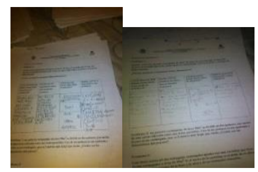
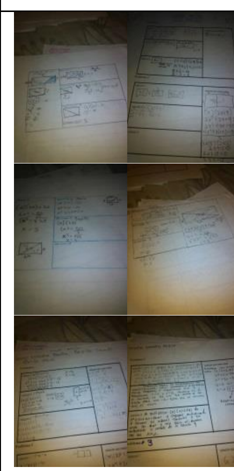
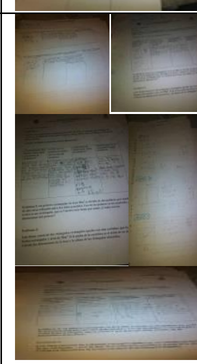
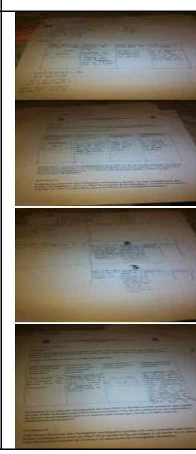
Categoría	Descripción	Evidencias
Registros de representación	En el trabajo individual se evidencio que aun algunos estudiantes tienen dificultad para la conversión a registro algebraico, la mayoría realizo de forma correcta la conversión de registros de representación de lengua natural a registro gráfico y algebraico y realizaron las transformaciones entre registros de manera correcta, los que no lograron la conversión continúan escribiendo el doble del ancho como x^2 , o x+2 y eso no les permitió llegar a la solución del primer problema En el segundo problema un estudiante en vez de un rectángulo dibujo un triángulo rectángulo.	  
Resolución de problemas	Los estudiantes describen con facilidad las estrategias que utilizan para solucionar los problemas y ofrecen explicaciones de estas demostrando que logran comprender cuales son las operaciones que realizan y si estas los lleva a encontrar lo que se les pide encontrar en los problemas descritos	

Tabla 32.Estrategias descritas por los estudiantes (escritos), tercera sesión, prueba de salida.

Estrategia de resolución de problema	**Definición**	**Respuesta de los estudiantes problema 1**	**Evidencias**
Identificar los significados de las operaciones en el texto del problema	Estrategia reflexiva consiste en analizar la situación reflejada en el problema, identificar los significados de las operaciones presentes y utilizar esas operaciones cuyos significados corresponden a la situación descrita	**Est se** tiene un área rectangular y su largo es x.2+4 y el ancho x el área total 16 m^2 La respuesta es 2, ya que después de resolver el problema obtuve dos números uno de ellos es dos y así con el 2 el área me da 16 **Est h1:** a un terreno **rectangular de 16m^2** de área su largo es 2 más que su ancho (x)(x.2+4)=16 lo factorice y escogí el 2 por que ese hace que el área sea 16 **Est m:** x2+4 X Un terreno rectangular de 16m^2 de área y el largo del terreno es el doble de ancho más 4 X=2 **Est w**: Tenemos un terreno de 16m^2 el largo del terreno es el doble del ancho + 4 (2x+4) No conocemos el ancho(x) Pues es el 2 por que 2x4+4=8 y 8x2=16	
Identificar los significados de las operaciones en el texto del problema	Estrategia reflexiva consiste en analizar la situación reflejada en el problema, identificar los significados de las operaciones presentes y utilizar esas operaciones cuyos significados corresponden a la situación descrita	**Est i:** Dibujamos un rectángulo y lo dividimos en un cuadrado y un rectángulo así nos quedó x de ancho y 2x+3 de largo multiplicamos y nos dio esto: (x)(2x+3)=90 $2x^2$ +3x=90 $2x^2$ +3x-90=0 $4x^2$ +3(2x)-180=0 (2x+15)(2x+12) X=15/2 x=6 Escogimos el 6 como respuesta y 6x(6x2+3)=6x15=90	
Identificar los significados de las operaciones en el texto del problema	Estrategia reflexiva consiste en analizar la situación reflejada en el problema, identificar los significados de las operaciones presentes y utilizar esas operaciones cuyos significados corresponden a la situación descrita	Escogimos el 5 por que la base es x el doble de la base es 2x multiplicamos y eso es igual a 25 la mitad del área son dos triángulos $\frac{(x)(2x)}{2}$=25 $2x^2$ =50 X^2=2 $\sqrt{x^2} = \sqrt{25}$ X=5 La base del rectángulo es x la altura 2x y el área =50 (x)(2x)=50 $2x^2$ =50 X^2 =50/2 X^2 =25 X=5	

4.4. Síntesis de los hallazgos

A continuación, se presentará una síntesis de los hallazgos encontrados dentro de la investigación, los cuales están soportados por los escritos de los estudiantes, y las grabaciones que se realizaron de las sesiones.

Resolución de problemas

Al iniciar la investigación en la prueba de entrada, los estudiantes utilizaban estrategias irreflexivas para la resolución de problemas de acuerdo con las estrategias propuestas por Cabrera y Campistrous (1999), ya que operaban con los números dados en el problema e intentaban realizar operaciones de suma, resta, multiplicación, división etc., sin un análisis previo que se asociara a la vía de solución tomada.

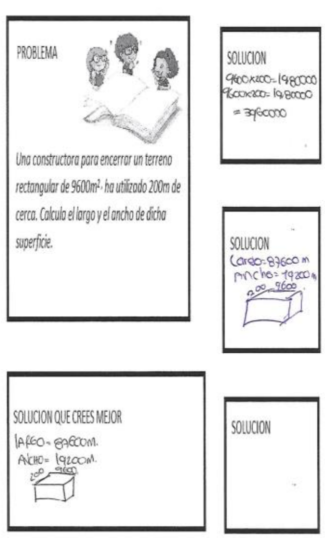
Luego, durante la implementación y la prueba de salida, se observa que los estudiantes proponen estrategias de resolución más elaborada y que al tener que explicar qué les hace decir que su estrategia es conveniente o no, los lleva a realizar una reflexión sobre lo que están haciendo para solucionar el problema, lo que implica que su estrategia de resolución lleve tiempo para ser pensada.

Los estudiantes en las fases de intervención y salida fueron adquiriendo la habilidad de justificar sus elecciones y mostrar evidencia de ello esto se ve reflejado en los escritos que redactaban para explicar como pretendían solucionar el problema.

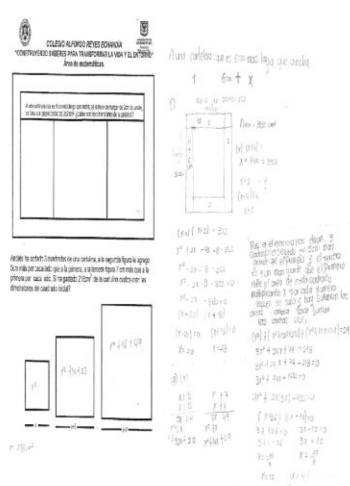
Registros de representación.

Los estudiantes, durante la prueba de entrada, utilizaron la representación gráfica y aritmética para intentar dar solución a los problemas, pero no realizaron operaciones entre registros algebraicos. Durante la intervención y la prueba de salida, se observa una mejoría significativa en los registros utilizados para resolver los problemas y se evidencian operaciones más elaboradas entre registros; pues representaban los problemas propuestos por medio de expresiones algebraicas y podían dar una explicación de que representaciones utilizaban para resolver el problema y porque podían utilizarlos, la mayoría de los estudiantes realizaban la estación intermedia entre el lenguaje natural y el lenguaje algebraico, permitiéndole encontrar expresiones algebraicas que denotaran los lados de las regiones propuestas en los problemas, lo que le facilitaba realizar operaciones de tratamiento entre los registros algebraicos y así llegar a encontrar el valor de la incógnita.

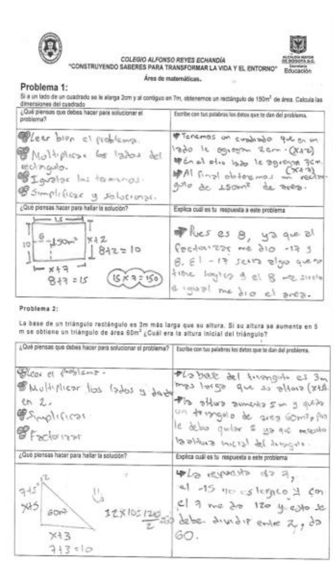
Prueba de entrada



Intervención



Salida



CONCLUSIONES:

La utilización de una estación intermedia (escribir en sus propias palabras los datos del problema para luego expresarlos en lenguaje algebraico) permitió el fortalecimiento de la competencia de resolución de problemas y ayudó a los estudiantes ser más reflexivos al momento de enfrentarse a problemas matemáticos, en especial al solucionar problemas con las temáticas vistas en clase.

La conversión de representaciones semióticas continua siendo una tarea que requiere de mucho tiempo para que los estudiantes logren realizarla, por lo tanto las actividades llevadas a cabo durante la investigación logran ser eficientes cuando el número de problemas a resolver son máximo dos por clase, ya que permiten realizar mejor observación en el trabajo realizado por los estudiantes.

Es preferible resolver máximo dos problemas por clase para poder realizar un verdadero proceso de retroalimentación con los estudiantes y no tratar de solucionar un gran número de problemas, ya que con este último se pierde la oportunidad de apreciar cuanto comprendió el estudiante sobre el problema que se le propuso.

La pregunta ¿Qué te hace decir eso? es una pregunta constructiva, ya que invita a los estudiantes a buscar en su mente la forma de explicar y razonar con evidencias, sobre las respuestas que ofrece al justificar que estrategia utilizó para solucionar el problema, esta rutina de pensamiento se convierte en una estrategia eficiente siempre y cuando se convierta en una parte importante de la estructura de la clase.

Las rutinas de pensamiento permiten un mayor acercamiento entre el docente - estudiantes y estudiantes-estudiante, ya que prioriza el proceso de escucha, lo que permite una mayor y mejor participación de los estudiantes durante el desarrollo de las clases y genera espacios de cooperación en los procesos de apropiación del aprendizaje de temáticas que le ayudaban a resolver los problemas propuestos en clase.

Para poder tramitar mejores estrategias de resolución por parte de los estudiantes se debe garantizar que estos tengan buenos procesos al momento de ver casos de factorización, ya que algunas veces los chicos proponían estrategia de resolución, reconocían que tenían que resolver la ecuación, pero se veían limitados al momento de realizar operaciones de tratamiento entre expresiones algebraicas.

El uso de material concreto (fichas que forman áreas de regiones cuadradas y rectangulares) ayuda a comprender la factorización de trinomios cuadráticos, pero crean confusión en los estudiantes cuando el área que involucra un problema es una región triangular, por lo tanto se debe realizar un mejor seguimiento de esta estrategia para que los estudiantes no se vean limitados por este tipo de estrategias y quieran aplicarla a todos los problemas sin antes realizar la lectura minuciosa y concienzuda del problema a resolver.

El desarrollo de habilidades en el estudiante debe convertirse en un proceso donde este sea el centro del proceso, para que se vea motivado a participar en la construcción de su propio aprendizaje, para esto, el docente debe cumplir la función de mediador y crear canales de comunicación efectivos en los procesos de enseñanza aprendizaje. Las rutinas de pensamiento resultan ser una herramienta eficaz para lograr esta interacción con todos los estudiantes.

Aunque el trabajo individual permite visibilizar las estrategias particulares de resolución de problemas, el trabajo grupal contribuyó a potenciar la participación de los estudiantes de manera más natural y espontánea, ya que se crea un espacio de discusión y explicación entre los ellos lleno de confianza, lo que les permite empoderarse de la temática.

Se lograron alcanzar los objetivos propuestos y las rutinas de pensamiento realizaron un gran aporte a estos, ya que se convirtieron en estrategias estructurantes del proceso de resolución de problema y visibilización de los registros empleados para representar el objeto de estudio.

Resultó pertinente utilizar organizadores gráficos para recolectar la información suministrada por los estudiantes sobre las estrategias que utilizaron para resolver los problemas y poder observar las operaciones que hacían entre los registros de representación.

RECOMENDACIONES

Se deben establecer los criterios para la utilización de las rutinas de pensamiento e identificar la pertinencia de la pregunta ¿qué te hace decir eso? De tal forma que se convierta en parte estructurante del proceso, pero que no se pierda el sentido de esta, el cual es hacer que el estudiante reflexione y de razón con evidencia de las decisiones que toma en determinados momentos para poder llegar a conclusiones verdaderas.

Es importante la motivación de los estudiantes para solucionar los problemas propuestos, para ello, se recomienda utilizar problemas contextualizados en su entorno, ya que al verse familiarizados con estos, su interés por solucionarlos aumenta.

Se debe utilizar diferentes organizadores gráficos, con el fin de que no se vuelvan monótonos y aburridos para los estudiantes, provocando que escriban en ellos solo por cumplir con los requisitos, sin someter sus respuestas a un proceso reflexivo de resolución.

Los organizadores gráficos se convierten en una herramienta poderosa para que los estudiantes puedan realizar una estación intermedia (escribir los datos con sus propias palabras) entre el registro de representación en lengua natural y el registro de representación algebraico.

La resolución de problemas no es una tarea sencilla por lo que no se debe forzar a los estudiantes a dar una respuesta inmediata, se debe ser paciente y permitirles realizar una verdadera reflexión aunque esto implique utilizar más tiempo del propuesto para terminar la actividad.

El docente debe saber escuchar las respuestas de los estudiantes y no agregar un grado de veracidad o falsedad a lo que dicen, se debe construir sobre lo que se escucha para llevar al estudiante a realizar procesos de reflexión más profundos; la pregunta ¿qué te hace decir eso? es una forma práctica y eficaz de pedirles que evalúen lo que están diciendo sin necesidad de decirles si el camino que escogieron está bien o está mal.

No se debe permitir a los estudiantes abandonar la tarea de solucionar problemas, se debe animar al estudiante para que llegue a una solución no importa que no alcance a resolver todos los problemas, sino que comprenda el trabajo que realizó.

El cambio de ambiente de aprendizaje juega un papel fundamental en la resolución de problemas, cuando se le permite al estudiante tener el contacto con las áreas objeto de estudio, responden de mejor manera al desarrollo de las actividades y logra despertar su interés y garantizar su participación en el juego de explicar sus estrategias de resolución.

REFLEXIÓN PEDAGÓGICA.

La realización de este trabajo de investigación, me permitió identificar las dificultades que tenía frente a la forma de enseñar, para ello fue necesario realizar lecturas, las cuales me orientaron sobre muchos aspectos que se deben tener en cuenta dentro del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, los cuales desconocía y necesitaba para poder llevar a cabo este trabajo, así como poder mejorar la práctica docente.

La maestría me permitió descubrir la didáctica de la matemática, ciencia que no tuve la oportunidad de conocer o estudiar durante formaciones académicas anteriores, la cual hoy me permite encontrar sustento teórico a las dificultades que se pueden presentar en el aula, dentro de estas teorías me resultaron significativas, las transformaciones de representación semiótica de Raymond Duval y las estrategias de resolución de problemas de Luis Campistrous, las cuales me llevaron a comprender los procesos de aprendizaje y las dificultades que pueden presentar los estudiantes en la adquisición de este.

Esta experiencia, me llevó a explorar estrategias para mejorar el desarrollo de las clases, tales como lo fueron la implementación de rutinas de pensamiento, las cuales resultaron muy efectivas para lograr un mejor acercamiento a mis estudiantes, ya que durante una sesión de clases me comentaron que percibían de mejor manera las clases cuando se realizaban utilizando rutinas de pensamiento y me pedían implementar este tipo de clases a los que ellos llamaban “clases más dinámicas”. Inquietada por estas razones apliqué una encuesta a mis estudiantes sobre las sesiones de clase realizadas durante la investigación, lo cual me permitió analizar la forma en que ellos percibían mi desempeño.

En el anexo 8, se pueden observar algunas de las opiniones de los estudiantes, donde afirman que las clases de la jornada mañana eran más dinámicas y que les gustaría que se aplicaran estas mismas estrategias en la jornada de la tarde, así como otros comentarios que encontré, donde referían la actitud de la profesora hacia ellos era más cercana y se sentían más cómodos al momento de expresarse o pedir ayuda. También expresaron que sentían que en estas sesiones de se les tenia mayor paciencia y que nunca se iban a casa sin que se despejaran sus inquietudes.

Esta investigación me permitió reconocer las dificultades que tenía para escuchar a los estudiantes, quizás esta es la parte más importante y el mayor aprendizaje que me deja esta investigación, jamás pensé que me sometería a una evaluación por parte de ellos y que en ella pude encontrar que los chicos respondían a las clases de matemáticas de forma temerosa e intimidados por mi falta de proximidad hacia ellos.

Hoy tengo un sentimiento de deber cumplido y una razón para seguir adelante con el mejoramiento de mis prácticas, y, me lo da precisamente haber superado el obstáculo que ponía entre mis estudiantes y yo, expresaban que les gustaban las clases por la mañana, porque yo les escuchaba y que podían sentir que no me estresaba, realmente logro tocar mi forma de enseñar.

Sentir el reclamo de esta manera tan contundente, me obligó a hacer un pare y realizar algo que en los años de experiencia como maestra había hecho y era reconocer la importancia de la relación docente estudiante para de esta manera recapacitar y continuar mejorando mis prácticas, para que estas no se conviertan en simples escenarios de transmisión de conocimientos que a ellos poco o nada les importa, para enfocarla a ambientes que garanticen la comprensión de los estudiantes de los temas desarrollados en matemáticas.

En cuanto a la resolución de problemas, considero que formará parte de los nuevos planes de estudio que construiré, ya que permiten desarrollar temáticas y a la vez fortalecer competencias en los estudiantes, quedando como compromiso el afianzamiento de un currículo basado en competencias y no en contenidos como venía desarrollándolos.

Al elegir la resolución de problemas como base de mi investigación, me toco buscar autores y leer mucho sobre algunos conceptos que hasta el momento eran desconocidos para mí, ahí fue donde me encontré con el maravilloso pero complejo tema de las representaciones semióticas de Duval, lo cual me permitió conocer lo importante que estas son, así como las operaciones entre registros de la conversión y tratamiento, las cuales me hicieron entender que esta es una de las tareas que debemos gestionar como docentes de matemáticas y que las estrategias propuestas por Cabrera y Campistrous le daban el sustento a las acciones que realizaban los estudiantes al momento de encontrarse con situaciones matemáticas expresadas en lenguaje natural.

Considero que haber conocido estos conceptos que para mí eran desconocidos, logró cambiar mi posición hacia la forma de enseñar las matemáticas y considero que la comprensión de ella es más importante que resolver una gran cantidad de ejercicios que no logran desarrollar aprendizajes duraderos.

Para finalizar, mi reflexión personal se centra en mi crecimiento personal y me motiva a seguir leyendo e investigando para potenciar las dinámicas de clase y aumentar mi saber pedagógico, de tal manera que logre responder a las necesidades que se puedan presentar y que puedan ser objeto de estudio y mejoramiento de la práctica pedagógica.

5. Referencias.

Aké, L., Godino, J. D., & Gonzato, M. (2013). Contenidos y actividades algebraicas en Educación Primaria. UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 33, 39-52.

Ballén Novoa, J. O. (2012). El álgebra geométrica como recurso didáctico para la factorización de polinomios de segundo grado (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia).

Beltrán, A. L. (2003). *La investigación-acción: conocer y cambiar la práctica educativa* (Vol. 179). Graó. Recuperado de https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=e1PLxGcRf8gC&oi=fnd&pg=PA8&dq=Beltran,+A.+L.+(2003).+La+investigaci%C3%B3nacci%C3%B3n:+conocer+y+cambiar+la+pr%C3%A1ctica+educativa+(Vol.+179).+Gra%C3%B3.&ots=G8FNe9iIPO&sig=0kwH8JfMAQvB099kLr6dp3j7uYc#v=onepage&q&f=false.

Cabrera, C. R., & Campistrous, L. A. (1999). Estrategias de resolución de problemas en la escuela. RELIME. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa,* 2(2), 31-46. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2148021

Cabrera, C. R., & Pérez, L. C.(1996) DIDÁCTICA Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS. Recuperado de http://200.10.23.169/educacion/ed_ciencias_didactica_solucion_de_problemas.pdf

Campistrous, L., & Rizo, C. (1997). Aprende a resolver problemas aritméticos. *La Habana: Editorial Pueblo y Educación*, 29.

Campistrous, L., & Rizo, C. (2013). La resolución de problemas en la escuela. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/3741/1/CampistrousReflexionesCemacyc2013.pdf

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*, 3. Recuperado de http://www.terras.edu.ar/biblioteca/11/11DID_Chevallard_Unidad_3.pdf

Covas, M., & Bressan, A. (2011). La enseñanza del álgebra y los modelos de área.

D'Amore, B., Font, V., & Godino, J. D. (2007). *La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática*. Paradigma, 28(2), 49-77.

D'Amore, B. (2011). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Revista Científica*, (11).

De Educación, L. G. (1994). Ley 115 febrero 8 de 1994. Ediciones Populares.

De Vallejo, R. T., & De Montañez, A. P. (2004). Estrategias innovadoras para la comprensión del lenguaje matemático. Revista ciencias de la educación, (23), 47-60.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. In Annales de didactique et de sciences cognitives (Vol. 5, pp. 37-65).

Duval, R. (1999). Semiosis y Pensamiento Humano, traducido por Myriam Vega Restrepo. Santiago de Cali Colombia: Artes Gráficas Univalle.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 9(1), 143-168.

Elliott. (2000). El cambio educativo desde la investigación- acción. Madrid: Ediciones Morata S.L. Recuprado de: https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=6cI-VsOF6isC&oi=fnd&pg=PA13&dq=La+investigaci%C3%B3n-acci%C3%B3n:+Conocer+y+cambiar+la+pr%C3%A1ctica+educativa&ots=YgDfPVui05&sig=a5UzhMadQc5KS1o72lJIDovqjws#v=onepage&q=La%20investigaci%C3%B3n-acci%C3%B3n%3A%20Conocer%20y%20cambiar%20la%20pr%C3%A1ctica%20educativa&f=false

Forigua, J. E., & Velandia, D. A. (2015). Sobre la interpretación y uso de la letra como número generalizado en tareas sobre generalización de patrones: reporte de una experiencia con estudiantes de grado octavo. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, *1*(1), 273-278.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). Metodología de la investigación. México: Editorial Mc Graw Hill.

Macías Sánchez, J. (2014). Los registros semióticos en Matemáticas como elemento personalizado en el aprendizaje. *Revista de Investigación Educativa Conect*, *2*(4), 9.

Medina, M. M. P. (1998). *La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años* (Doctoral dissertation, Universidad de La Laguna).

Moll, V. F. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (26), 7-8.

Parra, C. (2009). Investigación-acción y desarrollo profesional. *Educación y educadores*, *5*, 113-125. Recuperado de http://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/view/515

Papini, M. C. (2003). Algunas explicaciones vigotskianas para los primeros aprendizajes del álgebra. RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 6(1), 41-72.

Perkins, D. (1997). ¿ Cómo hacer visible el pensamiento. *Artículo publicado por la Escuela de Graduados de la Universidad de Harvard. Traducido por Patricia León y María Ximena Barrera*.

Ritchhart, R., Church, M., & Morrison, K. (2014). *Hacer visible el pensamiento*. Grupo Planeta Spain.

Rodríguez, G. P. (2007). Universidad de Guadalajara. Recuperado de http://craig.com.ar/biblioteca/9/Organizadores%20Graficos.pdf

Rodríguez, J. M. (2011). Métodos de investigación cualitativa. *Revista de Investigación Silogismo*, *1*(08).

Ruano, R. M., Socas, M. M., & Palarea, M. M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra.

Santander, R. G. N. V. P., Zamora, T. L., & Chaparro, M. T. C. M. S. (2013). Identificando procesos de generalización en una actividad algebraica. Actas del VII CIBEM ISSN, 2301(0797), 1195.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic press.

Serie guía N° 2, ¿Cómo entender las pruebas y saber qué sigue? Ministerio de Educación Nacional (2013). Tomado de

http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-81029_archivo.pdf

Socas, M. M., Camacho, M., Palarea, M., & Hernández, J. (1989). Iniciación al álgebra. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje.[Initiation to algebra. Mathematics: Culture and Learning.].

Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico.

Socas, M. (2011). La enseñanza del álgebra en la educación obligatoria. Aportaciones de la investigación. Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 77, 5-34.

Tishman, S., & Palmer, P. Pensamiento visible. *Leadership Compass. Recuperado de http: http://vidarte. weebly. com/uploads/5/1/5/4/5154246/pensamiento_visible. pdf*.

ANEXOS

Anexo 1 Programa de intervención.

Planeación de actividades.

Institución educativa distrital Alfonso Reyes Echandía.

Guía de intervención.

Implementación

Ecuación cuadrática

Solución de problemas a través de la aplicación de la ecuación cuadrática

El entorno

Cambio de registro

Dentro de la guía de intervención se plantea como tema elegido la ecuación cuadrática, la cual busca responder al plan de estudio y se articula a través de las rutinas de pensamiento ¿Qué te hace decir eso? y el juego de explicaciones para hacer visible los registros de representación utilizados en la resolución de problemas.

A continuación se muestra como estarán organizadas las sesiones de trabajo para esta fase de la investigación.

sesión	Rutina de pensamiento	Objetivo	Descripción
1	Juego de las explicaciones ¿Qué te hace decir eso?	Dar a conocer el trabajo de los estudiantes a partir de las rutinas de pensamiento.	Para iniciar la actividad se dará a conocer las rutinas de pensamiento Se explicaran los organizadores gráficos que se van a utilizar para la actividad Se planteara un problema que deben resolver de manera individual y en el cual recibirán indicaciones por parte del docente haciendo uso de la rutina ¿Qué te hace decir eso? Luego se reunirán en grupos de 3 estudiantes y llenaran el segundo organizador grafico de acuerdo con la rutina el juego de las explicaciones.
sesión	**Rutina de pensamiento**	**Objetivo**	**Descripción**
2	Juego de las explicaciones y ¿Que te hace decir eso?	Desarrollar las rutinas de pensamiento el juego de las explicaciones y que te hace decir eso buscando aportar al desarrollo de la habilidad de solucionar problemas	Explicación de la actividad y del organizador grafico para el registro de las explicaciones de las estrategias utilizadas para solucionar el problema Trabajo con material concreto (fichas trabajadas en clase para modelar la factorización?

Sesión	**Rutina de pensamiento**	**Objetivo**	**Descripción**
3	Juego de las explicaciones y ¿Qué te hace decir eso?	Desarrollar las rutinas de pensamiento el juego de las explicaciones y que te hace decir eso buscando aportar al desarrollo de la habilidad de solucionar problemas	Explicación de la rutinas y el organizador grafico para para realizar el registro de las estrategias utilizadas para la solución del problema Trabajo en el patio de la escuela (área de la cancha de futbol y área de la superficie triangular de la rampa)
4	Juego de las explicaciones y ¿qué te hace decir eso?	Desarrollar las rutinas de pensamiento el juego de las explicaciones y que te hace decir eso buscando aportar al desarrollo de la habilidad de solucionar problemas	Explicación de la actividad y del organizador grafico para registro de las preguntas realizadas sobre la maqueta realizada para modelar el área de regiones rectangulares

Sesión	Rutina de pensamiento	Objetivo	Descripción
5	Juego de las explicaciones y ¿qué te hace decir eso?	Desarrollar las rutinas de pensamiento el juego de las explicaciones y que te hace decir eso buscando aportar al desarrollo de la habilidad de solucionar problemas	Explicación del organizador gráfico En esta sesión los estudiantes trabajaran problemas donde se les dará la representación gráfica de los problemas planteados

Prueba de entrada

ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ D.C.
Secretaría Educación

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA

"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"

Área de matemáticas.

La actividad se desarrollara durante dos momentos, en el primero los estudiantes trabajaran de manera individual, luego se reunirán en grupo de tres y organizaran sus respuestas en el siguiente gráfico.

PROBLEMA:

Una constructora para encerrar un terreno rectangular de 9600 m^2 ha utilizado 200 m de cerca. Calcula el largo y el ancho de dicha superficie.

PROBLEMA

Una constructora para encerrar un terreno rectangular de 9600m^2· ha utilizado 200m de cerca. Calcula el largo y el ancho de dicha superficie.

SOLUCION

SOLUCION

SOLUCION QUE CREES MEJOR

SOLUCION

Sesión 2

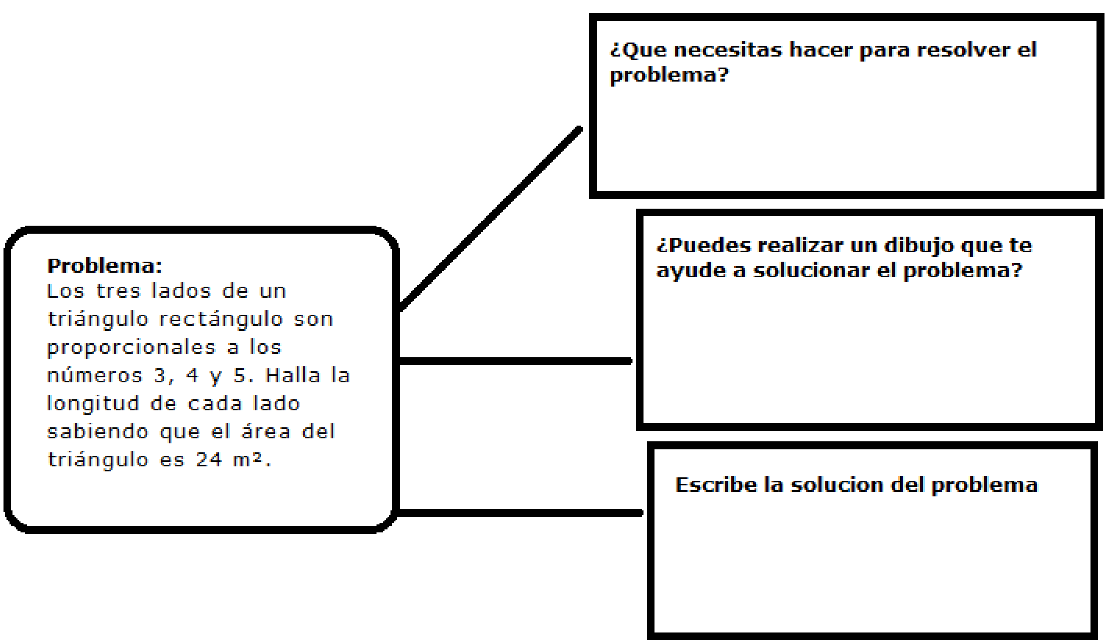
COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA

"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"

Área de matemáticas.

Los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales a los números 3, 4 y 5. Halla la longitud de cada lado sabiendo que el área del triángulo es 24 m^2.

La cancha de futbol del colegio tiene 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeada por un camino de baldosas uniforme. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es 540 m^2.



Anexo 2 Intervención

Actividades fase de intervención

Sesión 1

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA

"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"

Área de matemáticas.

Actividad 1.

La suma de las áreas de dos cuadrados de diferente tamaño es de 325 m^2, el lado de uno de ellos es 5m mayor que el otro ¿Cuál es la longitud de sus lados?

¿Que necesitas hacer para resolver el problema?

Problema:
La suma de las áreas de dos cuadrados de diferente tamaño es de 325 m^2, el lado de uno de ellos es 5m mayor que el otro ¿Cuál es la longitud de sus lados?

¿Puedes realizar un dibujo que te ayude a solucionar el problema?

Escribe la solucion del problema

Sesión 2

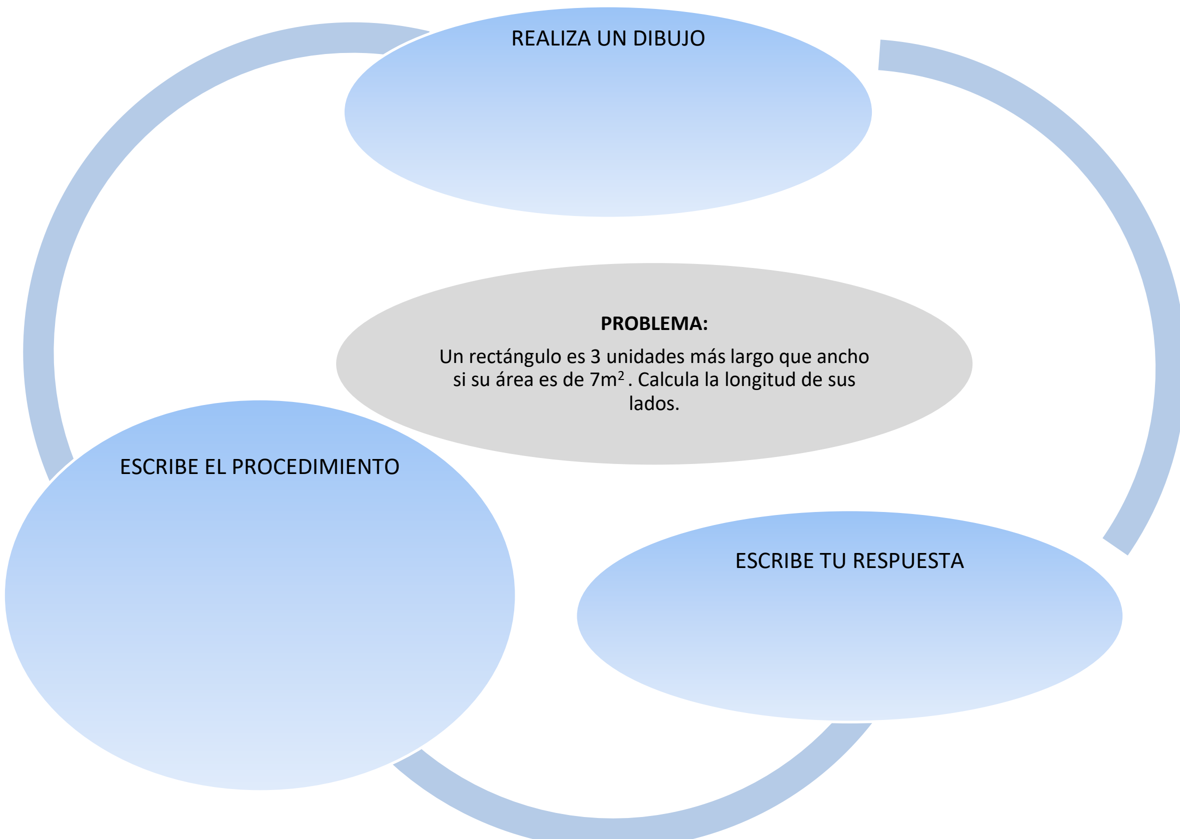
COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA

“CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO”

Área de matemáticas.

Actividad 2

Con ayuda de las fichas trabajadas en clase modela un dibujo para los problemas y resuélvelos.



Problema 2: Un ingeniero desea construir un conjunto cerrado, si el área con la que cuenta es de $956m^2$ y tiene forma cuadrada, además sabe que no puede construir sobre una esquina de este que también tiene forma cuadrada y mide 5m lados ¿Cuál es la longitud de los lados del área que puede construir?

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA

"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"

Área de matemáticas.

Actividad 4

Mide tu colegio.

El área de la superficie triangular de la rampa externa del colegio mide $9m^2$, si su base es 3 metros más larga que su altura ¿Cuántos metros mide la base de la rampa?

¿Qué necesito para solucionar?	¿Cómo lo voy a solucionar?	Escribo mi respuesta

La cancha de futbol del colegio es 30 metros más larga que ancha ¿Cuál es ancho de la cancha?

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA

ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ D.C. Secretaría Educación

"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"

Área de matemáticas.

Actividad 3

Los profesores de ciencias naturales desean sembrar las hortalizas rodeadas con flores, si disponen de un terreno rectangular de 10 metros de largo y 5 metros de ancho y la hortaliza ocupa un área de $6m^2$ ¿Cuánto es el ancho del sembrado de flores?

PROBLEMA
DATOS

realizo un
dibujo para el

¿que debo
hacer para

REALIZO CALCULOS

SOLUCION

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA

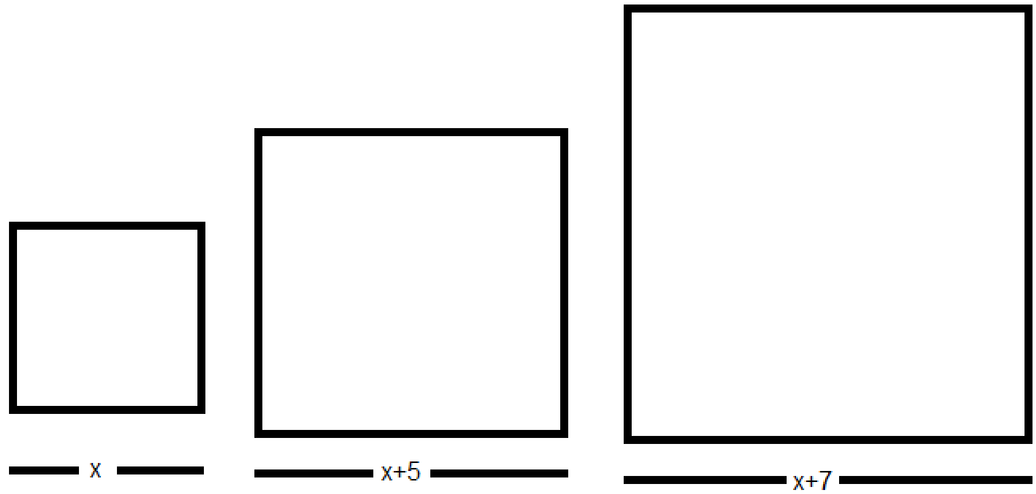
“CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO”

Área de matemáticas.

Actividad 5

A una cartelera que es 6 cm más larga que ancha, se le hace un margen de 2cm de ancho, se forra con papel contac de 352 cm^2 .¿cuáles son las dimensiones de la cartelera?

Andrés ha cortado 3 cuadrados de una cartulina, a la segunda figura le agrego 5cm más por cada lado que a la primera, a la tercera figura 7 cm más que a la primera por cada lado. Si ha gastado 218cm^2 de la cartulina ¿cuáles eran las dimensiones del cuadrado inicial?


x
x+5
x+7

Anexo 3 actividades prueba de salida

Prueba de Salida

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA

"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"

ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ D.C. Secretaría Educación

Área de matemáticas.

Resuelve los siguientes problemas.

1. La base de un rectángulo es 2 m mayor que su altura. Si la base aumenta en 1m y la altura en 2m, resulta un rectángulo de $30m^2$ de área. Calcula las dimensiones de este.

Escribe con tus palabras los datos que te dan del problema.

____

____

¿Qué más necesitas para resolver el problema?

Realiza los cálculos necesarios para resolver el problema

Escribe tu respuesta y explica, por qué consideras que esta respuesta es correcta

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA

“CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO”

Área de matemáticas.

Problema 1:

Si a un lado de un cuadrado se le alarga 2cm y al contiguo en 7m, obtenemos un rectángulo de 150m^2 de área. Calcula las dimensiones del cuadrado

¿Qué piensas que debes hacer para solucionar el problema?	Escribe con tus palabras los datos que te dan del problema.
¿Qué piensas hacer para hallar la solución?	Explica cuál es tu respuesta a este problema

Problema 2:

La base de un triángulo rectángulo es 3m más larga que su altura. Si su altura se aumenta en 5 m se obtiene un triángulo de área $60m^2$ ¿Cuál era la altura inicial del triángulo?

¿Qué piensas que debes hacer para solucionar el problema?	Escribe con tus palabras los datos que te dan del problema.
¿Qué piensas hacer para hallar la solución?	Explica cuál es tu respuesta a este problema

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA

"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"

Área de matemáticas.

Resuelve los problemas.

Problema 1:

Andrés cerco un terreno rectangular de $16m^2$ de área, el recuerda que el largo del terreno es el doble del ancho más 4 metros y desea saber cuál es el ancho y el largo de dicho terreno.

¿Puedes ayudarle a encontrar dichas dimensiones?

¿Qué piensas que debes hacer para solucionar el problema?	Escribe con tus palabras los datos que te dan del problema	¿Qué piensas hacer para hallar la solución?	Explica cuál es tu respuesta a este problema

Problema 2: un potrero rectangular de área $90m^2$ se dividió en dos pedazos, por medio de una cerca colocada entre dos lados paralelos. Uno de los pedazos es un cuadrado y el otro es un rectángulo, que es 3 metros más largo que ancho ¿Cuáles son las dimensiones del potrero?

Problema 3:

Luis desea construir dos triángulos rectángulos iguales con una cartulina que tiene forma rectangular y área de $50m^{2.}$ Si el ancho de la cartulina es el doble de su altura. Calcula las dimensiones de la base y la altura de los triángulos obtenidos.

Problema 1

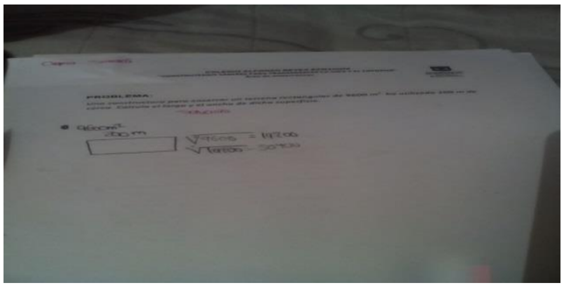
<table>
<tr><td>solución 1</td><td rowspan="3">solución que creen mejor</td></tr>
<tr><td>solución 2</td></tr>
<tr><td>solución 3</td></tr>
</table>

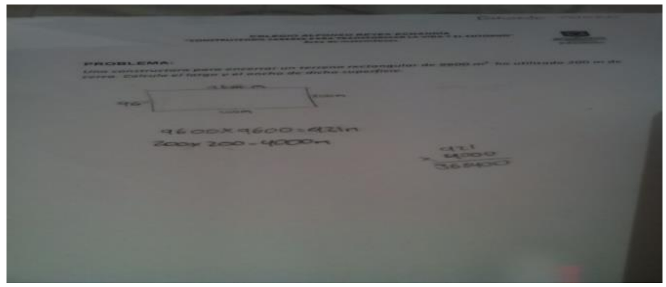
Problema 2

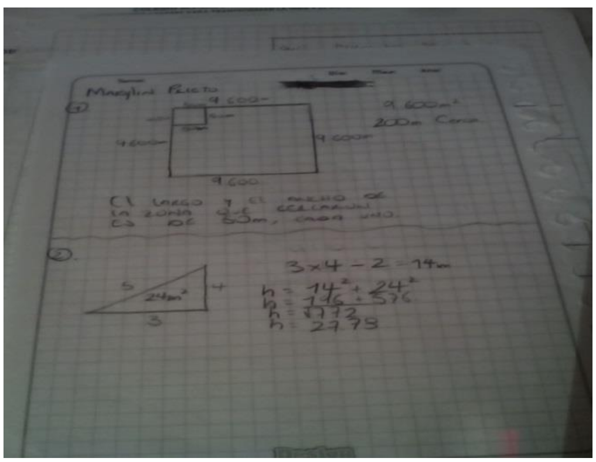
<table>
<tr><td>solución 1</td><td rowspan="3">solución que creen mejor</td></tr>
<tr><td>solución 2</td></tr>
<tr><td>solución 3</td></tr>
</table>

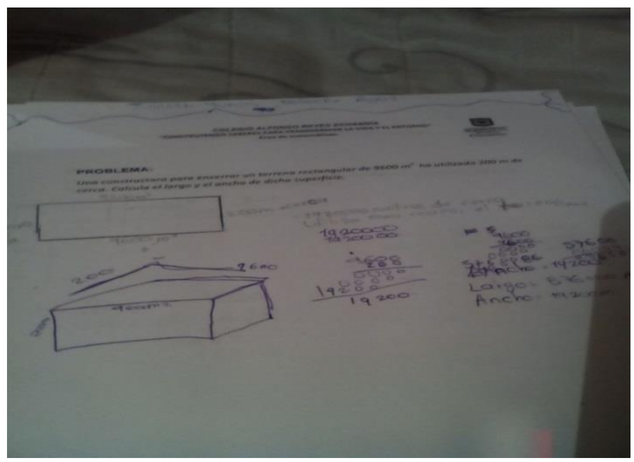
Anexo 4 evidencias prueba de entrada

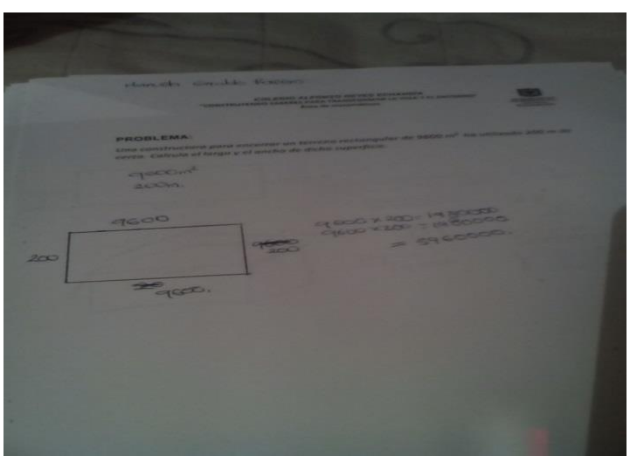
Prueba de entrada

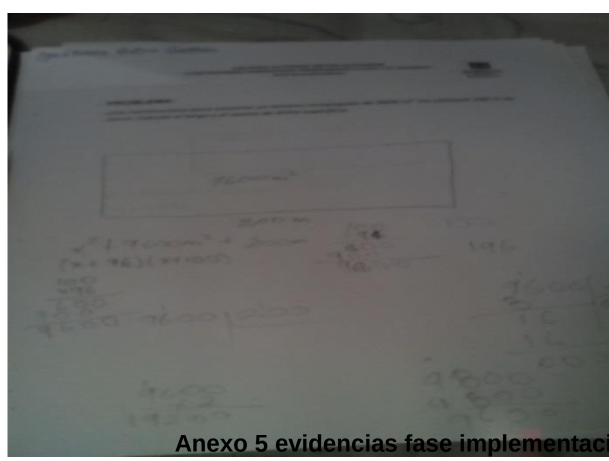






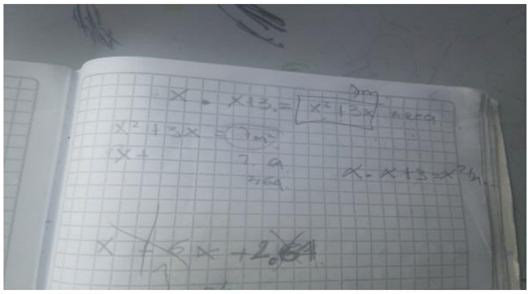
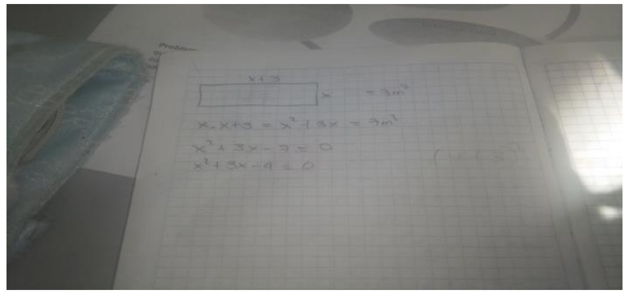
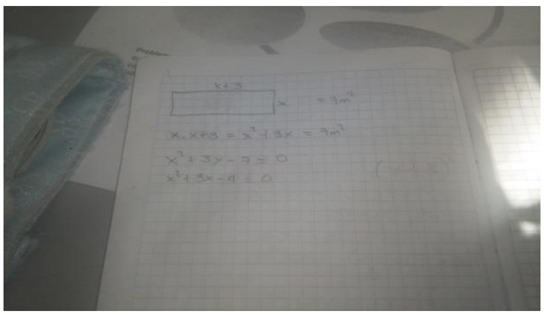
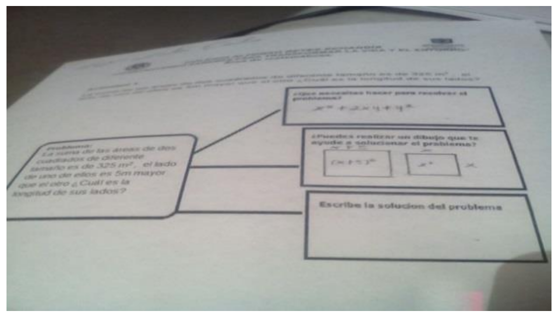
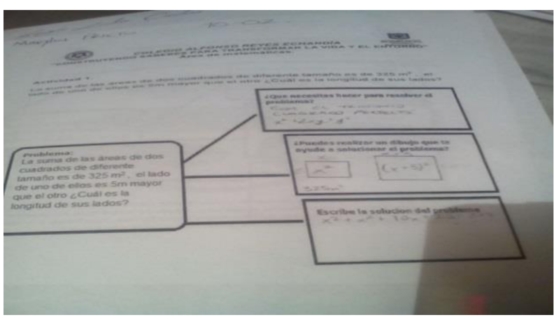
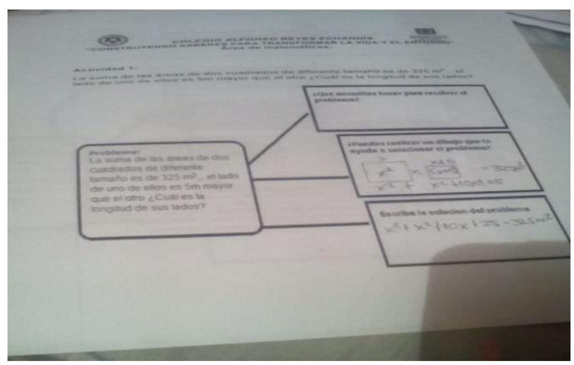
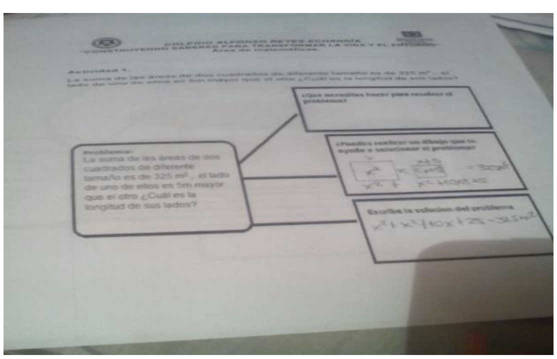




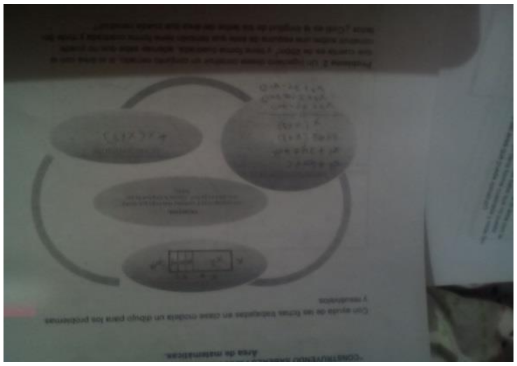


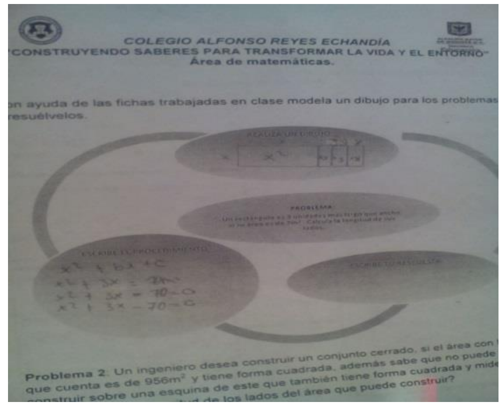
Anexo 5 evidencias fase implementación

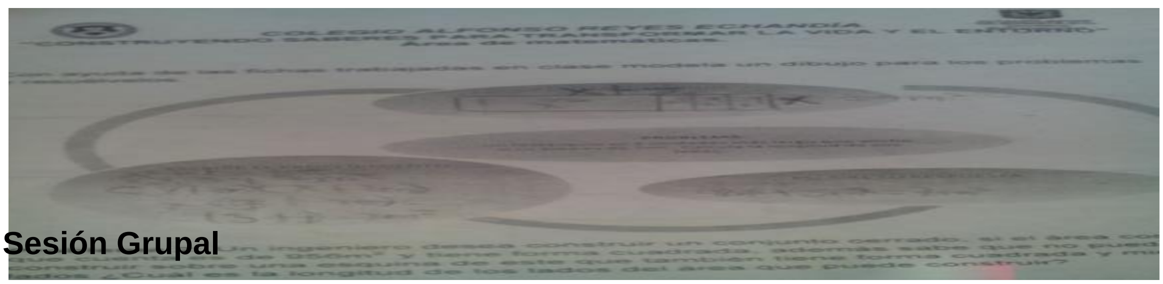
Implementación sesión 1

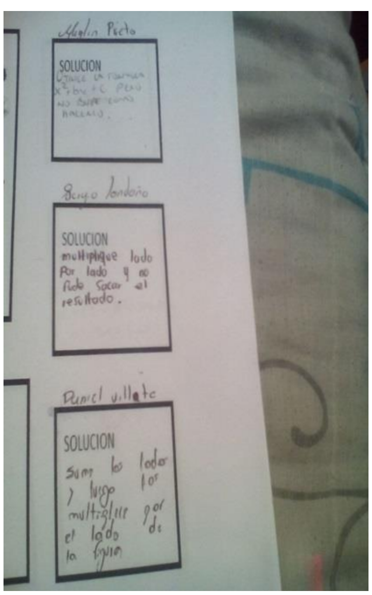
Sesión 2

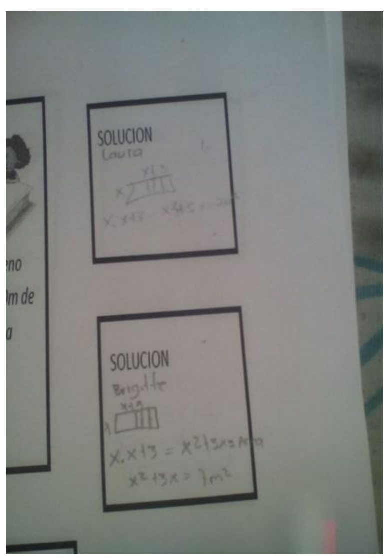


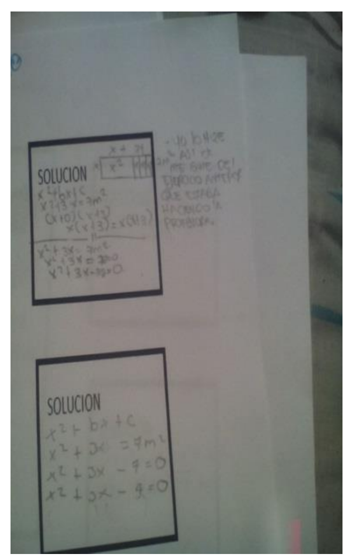




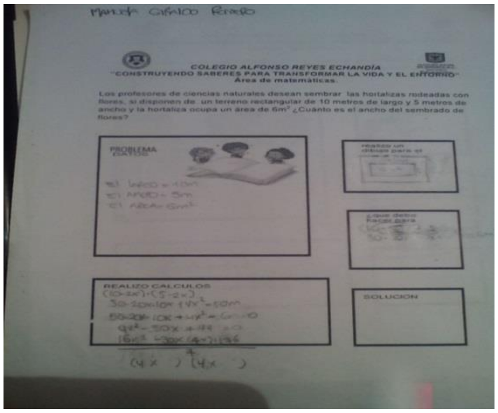
Sesión Grupal







Sesiones 3

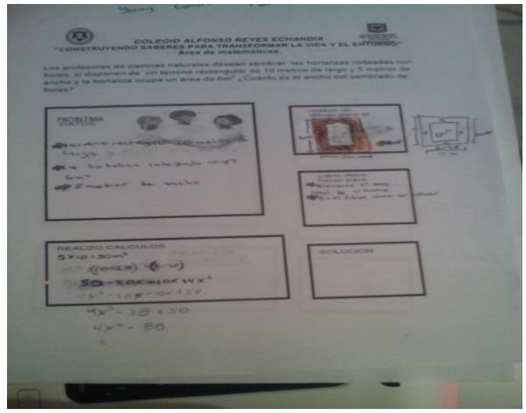

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA
"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"
Área de matemáticas.

Los profesores de ciencias naturales desean sembrar las hortalizas rodeadas con flores, si disponen de un terreno rectangular de 10 metros de largo y 5 metros de ancho y la hortaliza ocupa un área de 6m² ¿Cuánto es el ancho del sembrado de flores?

PROBLEMA

REALIZO CALCULOS

SOLUCION

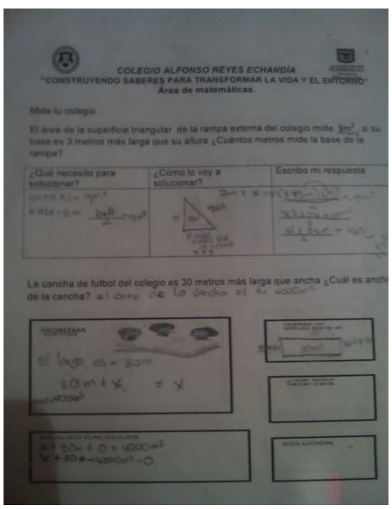

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA
"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"
Área de matemáticas.

Los profesores de ciencias naturales desean sembrar las hortalizas rodeadas con flores, si disponen de un terreno rectangular de 10 metros de largo y 5 metros de ancho y la hortaliza ocupa un área de 6m² ¿Cuánto es el ancho del sembrado de flores?

PROBLEMA

REALIZO CALCULOS

SOLUCION


COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA
"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"
Área de matemáticas.

Mide tu colegio

El área de la superficie triangular de la rampa externa del colegio mide 9m², si su base es 3 metros más larga que su altura ¿Cuántos metros mide la base de la rampa?

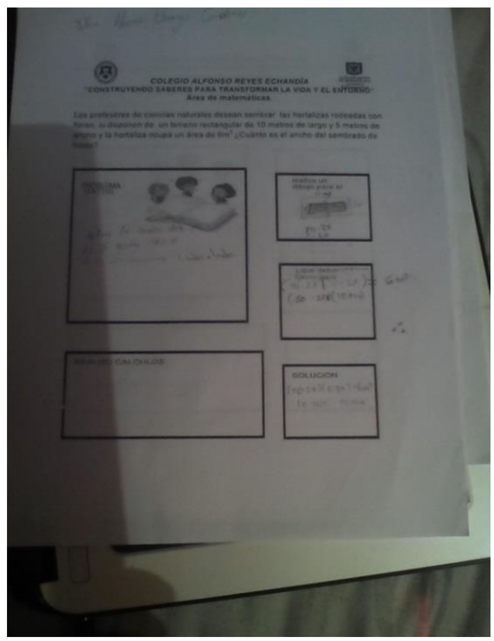
¿Qué necesito para solucionar?	¿Cómo lo voy a solucionar?	Escribo mi respuesta

La cancha de futbol del colegio es 30 metros más larga que ancha ¿Cuál es ancho de la cancha?

PROBLEMA

REALIZO CALCULOS

SOLUCION

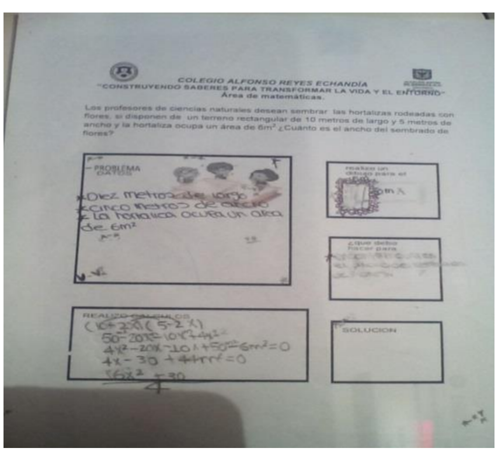

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA
"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"
Área de matemáticas.

Los profesores de ciencias naturales desean sembrar las hortalizas rodeadas con flores, si disponen de un terreno rectangular de 10 metros de largo y 5 metros de ancho y la hortaliza ocupa un área de 6m² ¿Cuánto es el ancho del sembrado de flores?

PROBLEMA

REALIZO CALCULOS

SOLUCION


COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA
"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"
Área de matemáticas.

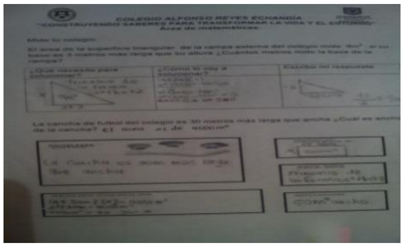
Los profesores de ciencias naturales desean sembrar las hortalizas rodeadas con flores, si disponen de un terreno rectangular de 10 metros de largo y 5 metros de ancho y la hortaliza ocupa un área de 6m² ¿Cuánto es el ancho del sembrado de flores?

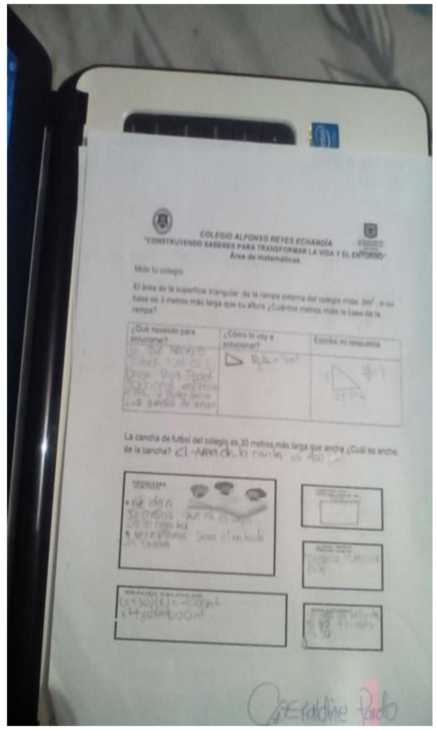
PROBLEMA

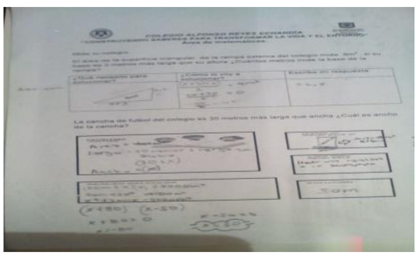
REALIZO CALCULOS

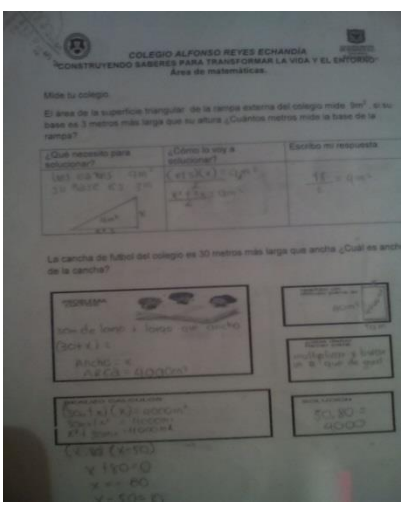
SOLUCION

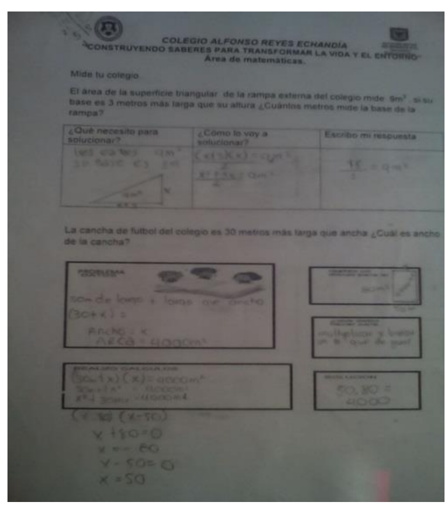
Sesión 4











Anexo 6 Carta de Consentimiento padres

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA

"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"

Universidad de La Sabana

Bogota, D.C.
Señores:
PADRES DE FAMILIA
ASUNTO: PROYECTO RUTINAS DE PENSAMIENTO PARA EL FORTALECIMIENTO DE LA COMPETENCIA DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.

Cordial saludo.
Dentro del trabajo desarrollado en la institución se promueve el mejoramiento académico de los estudiantes. Es así como durante este año dentro del Campo de las matemáticas se estará aplicando la estrategia de rutinas de pensamiento, buscando determinar su eficacia en el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes, tales como solucionar problemas. Dicha investigación surge desde la Maestría en Pedagogía de la Universidad de la Sabana, en la que participa la docente investigadora y para lo cual es indispensable y necesaria la participación activa de los estudiantes.
Dentro de este proceso se recogerán datos gráficos y escritos, experiencias orales, se aplicarán guías y entrevistas dentro de la clase, fotografías y videos. Esta información será sistematizada y de uso académico, la cual podrá será publicada en medios impresos y/o electrónicos.
En todos los casos, se tratará la información que provenga de sus hijos de manera confidencial y no se usará para otros propósitos fuera de los de la investigación.

Agradecemos su colaboración.
Atentamente,
LEIDIS MARGOTH ACOSTA MORENO
DOCENTES INVESTIGADORAS UNIVERSIDAD DE LA SABANA.
Yo, Luis Emilio Marin Garcia, con CC: 58.273.275.,
AUTORIZO voluntariamente para que a mi hijo(a) Karen Marin Muñoz
de la JORNADA TARDE participe en la investigación y se le tomen los siguientes tipo de registro.

Grabación de voz ⬬ Video ⬬ Entrevista escrita ⬬
Cuestionarios escritos ⬬ Reportes escritos sobre el proyecto ⬬
Fotografías durante el proyecto ⬬

Manifiesto que he leído y comprendido perfectamente lo anterior y que todos los espacios en blanco han sido completados antes
de mi firma y me encuentro en capacidad de expresar mi consentimiento.

Luis Emilio Garcia. 58.273.275. 3132278215.
Firma Cédula Teléfono

Anexo 7. Autorización padres

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA
"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"
COORDINACIÓN DE BACHILLERATO

Bogotá D.C., 29 de agosto de 2016.

Señor padre de familia.
Cordial saludo. Apreciado padre de familia como es de su conocimiento el(la) estudiante ha presentado dificultad en la asignatura de matemáticas durante el presente año, por lo que se hace necesario implementar una estrategia para mejorar su aprendizaje y desempeño. Este trabajo estará a cargo de la docente Leidis Margoth Acosta Moreno durante los días martes de 7:00 am a 9:00 am la asistencia es de carácter obligatorio.

Atentamente:

COORDINACIÓN J.T.

Yo Amparo Campo Herrera ______ acudiente del estudiante: Luisa Martinez C. ______ autorizo su asistencia a las nivelaciones que se implementaran a partir del día 2 de septiembre del presente año.

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA
"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"
COORDINACIÓN DE BACHILLERATO

Bogotá D.C., 29 de agosto de 2016.

Señor padre de familia.
Cordial saludo. Apreciado padre de familia como es de su conocimiento el(la) estudiante ha presentado dificultad en la asignatura de matemáticas durante el presente año, por lo que se hace necesario implementar una estrategia para mejorar su aprendizaje y desempeño. Este trabajo estará a cargo de la docente Leidis Margoth Acosta Moreno durante los días martes de 7:00 am a 9:00 am la asistencia es de carácter obligatorio.

Atentamente:

COORDINACIÓN J.T.

Yo Adriana [illegible] Gómez ______ acudiente del estudiante: Andrea Padilla Martínez ______ autorizo su asistencia a las nivelaciones que se implementaran a partir del día 2 de septiembre del presente año.

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA
"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"
COORDINACIÓN DE BACHILLERATO

Bogotá D.C., 29 de agosto de 2016.

Señor padre de familia.
Cordial saludo. Apreciado padre de familia como es de su conocimiento el(la) estudiante ha presentado dificultad en la asignatura de matemáticas durante el presente año, por lo que se hace necesario implementar una estrategia para mejorar su aprendizaje y desempeño. Este trabajo estará a cargo de la docente Leidis Margoth Acosta Moreno durante los días martes de 7:00 am a 9:00 am la asistencia es de carácter obligatorio.

Atentamente:

COORDINACIÓN J.T.

Yo Claudia P. Cabillos ______ acudiente del estudiante: Andres Felipe Espitia ______ autorizo su asistencia a las nivelaciones que se implementaran a partir del día 2 de septiembre del presente año.

Anexo 8. Encuesta a estudiantes

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA
"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"
Área de matemáticas.

EVALUACIÓN

1. ¿Cuál de las clases prefieres con la profesora Leidis Acosta?
X Mañana b) Tarde c) Ninguna de las dos
Justifica tu respuesta: en la mañana tuvo la profesora más tiempo de explicarnos y le entendí mejor

2. ¿Te gusta la forma en que se desarrollan las clases por la mañana?
a) Si X b) No ___ ¿Por qué? fueron muy dinámicas y podíamos expresarnos mejor

3. Crees que en las clases de la mañana se hacen cosas que no se hacen por las tarde si X No ___, en el caso de que si se realicen ¿cuáles son? mejor posibilidad de desarrollarse y entender mejor

4. Consideras que has aprendido algo con las clases que se realizan en la jornada mañana Si X No ___, en el caso de que tu respuesta sea si ¿Qué crees que has aprendido? aprendí con más calma y sin el miedo a tener una nota como resultado

5. En caso de que el próximo año se forme un grupo de profundización con la profesora, te gustaría pertenecer a él
Si X No ___

6. Que aspectos consideres que la profesora puede mejorar Ninguna ; todos los aspectos me gustaron fueron divertidos y lúdicos

COLEGIO ALFONSO REYES ECHANDÍA
"CONSTRUYENDO SABERES PARA TRANSFORMAR LA VIDA Y EL ENTORNO"
Área de matemáticas.

EVALUACIÓN

1. ¿Cuál de las clases prefieres con la profesora Leidis Acosta?
X a) Mañana b) Tarde c) Ninguna de las dos
Justifica tu respuesta: Porque le entiendo más y las clases me parecen más dinámicas y porque todos discutimos los problemas que nos dan

2. ¿Te gusta la forma en que se desarrollan las clases por la mañana?
a) Si X b) No ___ ¿Por qué? Porque son más dinámicas y más porque discutimos

3. Crees que en las clases de la mañana se hacen cosas que no se hacen por las tarde si X No ___, en el caso de que si se realicen ¿cuáles son? los temas que se realizan

4. Consideras que has aprendido algo con las clases que se realizan en la jornada mañana Si X No ___, en el caso de que tu respuesta sea si ¿Qué crees que has aprendido? a razonar y aprender más sobre los temas

5. En caso de que el próximo año se forme un grupo de profundización con la profesora, te gustaría pertenecer a él
Si X No

5. Que aspectos consideras que la profesora puede mejorar habría la misma dinámica por la mañana y igual por la tarde.

Anexo 9. Registro fotográficos.