

Análisis fractal de la precipitación anual en el este de la Provincia de La Pampa, Argentina

Silvia P. Pérez¹, Eduardo M. Sierra¹, Marcelo J. Massobrio¹ y Fernando R. Momo²

¹ *Facultad de Agronomía, Universidad de Buenos Aires Avda. San Martín 4453 (C1417DSE) Buenos Aires, Argentina (perez@agro.uba.ar)*

² *Instituto de Ciencias de la Universidad de General Sarmiento. Juan M. Gutiérrez 1150 Los Polvorines. Buenos Aires, Argentina*

(Recibido: 08-Jul-2009. Publicado: 22-Oct-2009)

Resumen

El este de la Provincia de La Pampa (Argentina) se ubica en la franja de transición entre el área sudoccidental de la Región Pampeana, para la cual el documento oficial del Panel Intergubernamental de Cambio Climático (IPCC) proyecta un descenso en las precipitaciones de entre 10 a un 20 %, y el área nordeste, para la cual proyecta un ascenso de entre un 10 a un 20 %. Con la finalidad de determinar en cuál de las dos tendencias se encuentra comprendido el este de la Provincia de La Pampa (Argentina) se estudió la dimensión fractal de 10 series de precipitación anual de la zona aplicando el coeficiente de Hurst (H), a fin de determinar si las mismas muestran persistencia, y se evaluó, por medio de la prueba de Mann Kendall cuáles fueron la significación y signo de las tendencias observadas. Los resultados confirman que la precipitación anual en el este de la Provincia de La Pampa, Argentina puede ser caracterizada a través de su dimensión fractal, alcanzando valores de dimensión fractal D cercanos a 1, que corroboran un alto nivel de persistencia. Las tendencias positivas estadísticamente significativas a muy significativas exhibidas por todas las localidades utilizadas indican que el régimen de precipitaciones de la zona observó un incremento temporal de sus valores dentro del período analizado, por lo que puede concluirse que el este de la provincia de La Pampa se encuentra incluido dentro del área oriental prevista por el IPCC.

Palabras clave: sistemas complejos, teoría fractal, precipitación.

Abstract

Eastern La Pampa Province (Argentina) is located in the transition band between the south-western area of the Pampa Region, where the Intergovernmental Panel Climatic Change (IPCC) official document projects a decrease in the rainfalls between 10 to 20%, and the north-eastern area, where an increase between 10 to 20% is projected. With the purpose of determining in which of the two trends the Eastern La Pampa Province (Argentina) is included, the fractal dimension of 10 series of annual rainfall of the zone was studied by applying the Hurst coefficient (H), in order to determine their degree of persistence, and the significance and sign of the observed trends were evaluated by means of the Mann Kendall test. The results confirm that the annual rainfall in the Eastern La Pampa Province (Argentina) can be characterized by means of his fractal dimension, reaching values of fractal dimension D near to 1, which corroborate a high level of persistence. The positive statistically significant to very significant trends exhibited by all localities indicate that the regime of rainfalls of the zone observed an increase within the analyzed period, allowing the conclusion that Eastern La Pampa Province is included in the north-eastern area foreseen by the IPCC.

Key words: complex systems, fractal theory, precipitation.

1. Introducción

Los fractales, cuya raíz latina *fractus* significa irregular, fueron introducidos por Mandelbrot (1975), y su característica principal es la autosimilitud, es decir, la estructura básica se repite a diferentes escalas.

El análisis fractal permite detectar las propiedades de autosimilitud y determinar la dimensión fractal. La dimensión fractal mide cuánta complejidad está siendo repetida en cada escala, y en una serie de tiempo explica la relación entre incrementos (Breslin y Belward, 1999). La dimensión fractal puede ser estimada por una gran variedad de algoritmos, uno de ellos es el exponente de Hurst, el cual constituye una medida de la tendencia o persistencia de una serie de datos y está vinculado con la dimensión fractal D por $D = 2 - H$ (Mandelbrot, 1982).

La utilidad del análisis fractal, para el estudio de sistemas altamente heterogéneos y cambiantes, radica en que permitiría encontrar y cuantificar sus regularidades de estructura y funcionamiento. Las medidas derivadas de la Teoría Fractal favorecen una cuantificación unificada de los aspectos dinámicos y energéticos de un sistema complejo. Numerosos investigadores (Lovejoy y Mandelbrot, 1985; Oñate Rubalcaba, 1997; Breslin y Belward, 1999; Karambiri *et al.*, 2000; Biauou *et al.*, 2003; Amaro *et al.*, 2004) han utilizado la Teoría Fractal como una herramienta valiosa para la comprensión de los procesos pluviométricos.

El este de la provincia de La Pampa, en Argentina, se encuentra en una zona de transición entre el clima templado húmedo, que se extiende hacia el este, clima C según la clasificación de Köppen modificada por Trewartha (Köppen, 1948; Trewartha, 1968) y el clima de estepa, que se extiende hacia el oeste, que se corresponde con un clima BS según la misma clasificación.

La zona abarca una franja de aproximadamente 400 km en sentido latitudinal (35°00'S a 38°30'S) y 100 km en sentido longitudinal (64°30'W a 63°30'W), donde el avance y retroceso de la agricultura dependen de las precipitaciones.

A partir de mediados de la década de 1970, un rápido incremento del régimen de precipitación hizo que la mayor parte de la zona pasara a disponer de un aporte de humedad superior al observado anteriormente (Sierra *et al.*, 1994; Pérez *et al.*, 1999) determinando un fuerte avance de la actividad agraria (Sierra *et al.*, 1995).

En el escenario A1B (IE-EE, Informe Especial sobre Escenarios de Emisiones) del documento oficial del Panel Intergubernamental de Cambio Climático (IPCC, 2007), cuando se considera el probable cambio en el régimen de precipitaciones a observarse en la Región Pampeana en el período 2090-2099 con respecto al período base 1980-1999, la zona en estudio se ubica en la franja de transición entre el área sudoccidental, para la cual se proyecta un descenso de entre un 10 a un 20 %, y el área nordeste, para la cual se proyecta un ascenso de entre un 10 a un 20 %.

Con la finalidad de determinar en cuál de las dos tendencias se encuentra comprendido el este de la Provincia de La Pampa, Argentina, se estudió la dimensión fractal de las series de precipitación anual de la zona aplicando el coeficiente de Hurst (H), y se evaluó cuáles fueron la significación y signo de las tendencias observadas.

2. Materiales y métodos

Se utilizaron series de precipitación anual del período 1921-2004 de 10 localidades del este de la Provincia de La Pampa Argentina (figura 1 y tabla 1).

2.1. Prueba de Homogeneidad

Todas las series de precipitación anual fueron sometidas a una prueba de homogeneidad a fin de acreditar su valor de fiabilidad para el análisis. Se aplicó la prueba de las rachas o las alternancias (Thom, 1966),

que consiste en contabilizar el número de rachas o secuencias que quedan por encima o por debajo de la mediana. A partir del número de rachas y del número de datos de la serie, simbolizados mediante R y n respectivamente, se calculó el estadístico Z :

$$Z = \frac{R - (n + 2)/2}{\sqrt{\frac{n(n-2)}{4(n-1)}}}$$

2.2. Matriz de Correlación

Se calculó la matriz de correlación de las 10 series de precipitación anual de las localidades, a fin de comprobar si todas corresponden al mismo régimen climático, en cuyo caso el promedio de las mismas puede considerarse zonalmente representativo.

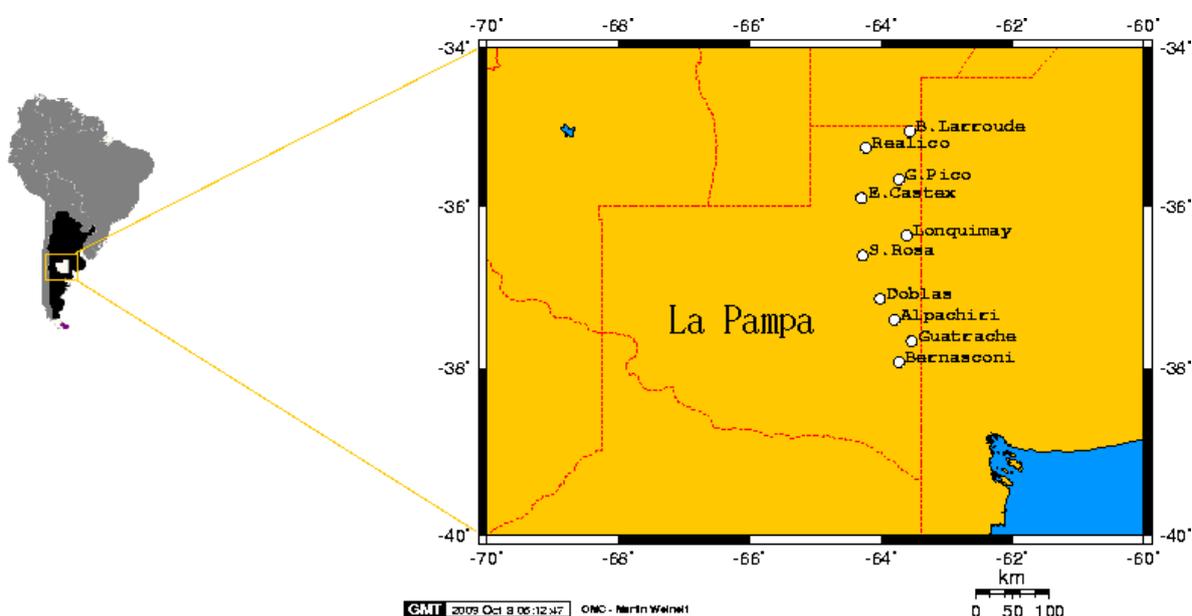


Fig. 1: Mapa de localización de la Provincia de La Pampa, con las localidades estudiadas.

Tabla 1: Ubicación de las localidades, Precipitación anual (PREC), y Coeficiente de Variación (CV).

Localidad	Latitud S	Longitud W	Altura (msnm)	PREC (mm)	CV (%)
Alpachiri	37°22'	63°46'	145	662,1	31,8
Bernardo Larroudé	35°01'	63°34'	120	778,7	25,4
Bernasconi	37°54'	63°43'	162	596,6	33,3
Doblas	37°09'	64°01'	157	669,1	35,0
Eduardo Castex	35°53'	64°17'	171	672,0	32,1
General Pico	35°40'	63°43'	143	723,9	28,4
Guatraché	37°40'	63°32'	169	653,8	32,1
Lonquimay	36°28'	63°37'	136	719,1	30,8
Realicó	35°01'	64°15'	146	720,6	29,5
Santa Rosa	36°37'	64°16'	175	637,2	31,0

2.3. Análisis del rango re-escalado o análisis R/S

Se calculó el exponente de Hurst para cada localidad y para el promedio zonal, a fin de estudiar el comportamiento a largo plazo de las fluctuaciones de las series (Mandelbrot y Wallis, 1968). Para ello se utilizó el análisis del rango re-escalado o análisis R/S. Se calculó la relación: $R/S = (at)^H$ donde a es una constante, R es la diferencia entre el máximo y el mínimo acumulado de $X(t, T)$ a intervalos discretos de tiempo t sobre el tiempo T , S es la desviación estándar obtenida de la serie temporal $X_i(t)$, que sirve como factor de escalado, y H es el exponente de Hurst, que toma valores en el intervalo $[0,1]$.

Un exponente superior a 0,5 revela fenómenos de persistencia: la variable es sensible a su historia y la fuerza del fenómeno de persistencia crece cuando H se acerca a 1. A la inversa, un exponente inferior a 0,5 revela un fenómeno antipersistente. Según Mandelbrot (1982), el exponente de Hurst en el intervalo $0,5 < H < 1$ está relacionado con la dimensión fractal D por $D = 2 - H$, que conduce a valores de D en el intervalo $1 < D < 1,5$. Si la dimensión fractal D para la serie de tiempo es 1,5 ello indica que no hay correlación entre cambios de amplitud correspondiente a dos intervalos de tiempo sucesivos. Por tanto, ninguna tendencia puede ser distinguida y el proceso es imprevisible. Cuando la dimensión fractal D es 1, el proceso se hace más previsible y exhibe persistencia, de modo que es cada vez más probable que siga una tendencia establecida (Rangarajan y Sant, 2004).

2.4. Prueba de Mann-Kendall

La tendencia en las series fue examinada utilizando la prueba de Mann-Kendall, según la versión descrita por Helsel y Hirsch (1992).

Para una serie de tiempo $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, el estadístico S está dado por la fórmula:

$$S = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n \text{sgn}(x_j - x_k)$$

Donde x_j y x_k son los valores anuales en los años j y k , $j > k$, respectivamente, y

$$\begin{aligned} \text{sgn}(x_j - x_k) &= 1 && \in x_j - x_k > 0 \\ \text{sgn}(x_j - x_k) &= 0 && \in x_j - x_k = 0 \\ \text{sgn}(x_j - x_k) &= -1 && \in x_j - x_k < 0 \end{aligned}$$

La variancia de S y el test estadístico Z_{MK} son computados como:

$$\text{Var}(S) = \frac{n(n-1)(2n+5) - \sum_{p=1}^q t_p(t_p-1)(2t_p+5)}{18}$$

$$\begin{aligned} Z_{MK} &= \frac{S-1}{\sqrt{\text{Var}(S)}} && \text{si } S > 0 \\ Z_{MK} &= 0 && \text{si } S = 0 \\ Z_{MK} &= \frac{S+1}{\sqrt{\text{Var}(S)}} && \text{si } S < 0 \end{aligned}$$

La presencia de una tendencia estadísticamente significativa es evaluada usando el valor de Z_{MK} , que tiene una distribución normal. Un valor positivo (negativo) de Z_{MK} indica tendencia creciente (decreciente).

3. Resultados y discusión

De las 10 series anuales disponibles (tabla 2), tres presentaron un valor de $|Z| < 2,58$, es decir, que se pueden considerar homogéneas al nivel de significación $\alpha = 0,01$. Las otras siete series presentaron un valor de $|Z| < 1,96$, y por tanto pueden considerarse aleatorias y homogéneas al nivel de significación $\alpha = 0,05$. Estos resultados acreditan la fiabilidad de todas las series por lo cual se las incluyó en el estudio.

Tabla 2: Prueba de homogeneidad de las rachas.

Localidad	Rachas (R)	Z
Alpachiri	36	-1,5
Bernardo Larroudé	35	-1,8
Bernasconi	34	-2,0
Doblas	35	-1,8
Eduardo Castex	39	-0,9
General Pico	33	-2,2
Guatraché	37	-1,3
Lonquimay	35	-1,8
Realicó	33	-2,2
Santa Rosa	35	-1,8

La matriz de correlación del conjunto de localidades demostró que las precipitaciones anuales presentaron coeficientes de correlación muy significativos ($r > 0,283$), demostrando que todas pertenecen al mismo régimen climático. Por esta causa, además del análisis individual de cada una de las localidades, se analizó el promedio conjunto de las 10.

La tabla 3 muestra los valores del exponente de Hurst (H) y la dimensión fractal calculada (D). Los valores de D se encuentran en el rango 1,03-1,23 con un valor medio de 1,11. Con valores de dimensión fractal cercanos a 1, el proceso se hace cada vez más fiable, pues expone mayor persistencia. Es decir, la tendencia de cada serie se fortalece a medida que transcurre el tiempo.

Los resultados obtenidos coinciden con estudios realizados anteriormente por Oñate Rubalcaba (1997) en España ($D = 1,32 \pm 0,01$) y por Amaro *et al.* (2004) en Venezuela ($D = 1,36 \pm 0,01$).

Tabla 3: Valores del exponente de Hurst (H) y Dimensión Fractal (D).

Localidad	H	D
Alpachiri	0,86	1,14
Bernardo Larroudé	0,91	1,09
Bernasconi	0,82	1,18
Doblas	0,82	1,18
Eduardo Castex	0,96	1,04
General Pico	0,96	1,04
Guatraché	0,97	1,03
Lonquimay	0,93	1,07
Realicó	0,91	1,09
Santa Rosa	0,77	1,23
ZONAL	0,94	1,06

Dado que los valores elevados del exponente de Hurst demostraron que las series poseen una alta persistencia, se empleó la prueba de Mann-Kendall a fin de evaluar el signo y magnitud de la tendencia correspondiente a cada localidad y al promedio zonal.

Se comprobó que 9 localidades y el promedio zonal poseen una tendencia positiva estadísticamente muy significativa, mientras que la localidad de Bernardo Larroudé observa una tendencia positiva estadísticamente significativa (tabla 4), por lo que puede concluirse que el régimen de precipitaciones de la zona observó un incremento temporal de sus valores dentro del período analizado.

Tabla 4: Análisis de Tendencia, estadístico Mann-Kendall (Z_{MK}) y Nivel de Significación P : * $\Rightarrow p < 0,05$; ** $\Rightarrow p < 0,01$.

Localidad	Z_{MK}	P
Alpachiri	4,54	**
Bernardo Larroudé	3,29	*
Bernasconi	3,86	**
Doblas	4,89	**
Eduardo Castex	4,09	**
General Pico	4,72	**
Guatraché	4,00	**
Lonquimay	4,77	**
Realicó	3,76	**
Santa Rosa	3,59	**
ZONAL	4,93	**

4. Conclusiones

Los resultados confirman que la precipitación anual en el este de la Provincia de La Pampa, Argentina puede ser caracterizada a través de su dimensión fractal, alcanzando valores de dimensión fractal D cercanos a 1, que corroboran un alto nivel de persistencia.

Estos resultados fueron corroborados por la prueba de Mann Kendall, que mostró tendencias positivas estadísticamente significativas a muy significativas para todas las localidades utilizadas, así como para el promedio zonal de las mismas.

Por lo tanto, puede concluirse que el régimen de precipitaciones del este de La Pampa se encuentra incluido dentro del área oriental prevista por el IPCC (2007) en la cual las precipitaciones muestran una tendencia positiva.

Bibliografía

- Amaro I, Demey JR, Macchiavelli R (2004): Aplicación del análisis R/S de Hurst para estudiar las propiedades fractales de la precipitación en Venezuela. *Interciencia*, 11:617-620.
- Biaou A, Hubert P, Schertzer D, Hendrickx F, Tchiguirinsskaia I, Bendjoudi H (2003): Fractals, multi-fractals et previsions des precipitations. *Sud Sciences & Technologies*, 10:10-17.
- Breslin MC, Belward JA (1999): Fractal dimension for rainfall time series. *Mathematics and computers in simulation*, 48:437-446.
- Helsel DR, Hirsch RM (1992): *Statistical Methods in Water Resources*. Elsevier, Amsterdam. 510 pp.
- IPCC (2007): Cambio Climático 2007: Informe de síntesis. Contribución de los grupos de trabajo I, II y III al *Cuarto Informe de evaluación del Grupo Intergubernamental de expertos sobre el Cambio Climático*. IPCC, Ginebra, Suiza, 104 pp.

- Karambiri H, Hubert P, Bendjoudi H (2000): Multifractals contribution to the study of long pluviometric series. *Sud Sciences & Technologies*, 6:4-14.
- Köppen W (1948): *Climatología*. Fondo de Cultura Económica. México. 478 pp.
- Lovejoy S, Mandelbrot BB (1985): Fractal properties of rain, and a fractal model. *Tellus*, 37A:209-232.
- Mandelbrot BB (1975): *Les objets fractals: forme, hazard et dimension*. Paris. Flammarion. 187 pp.
- Mandelbrot BB (1982): *The Fractal Geometry of Nature*. New York. Freeman. 461 pp.
- Mandelbrot BB, Wallis JR (1968): Noah, Joseph, and the operational hydrology. *Water Resour. Res.*, 4:909-918.
- Oñate Rubalcaba JJ (1997): Fractal Analysis of Climatic Data: Annual Precipitation Records in Spain. *Theor. Appl. Climatol.*, 56:83-87.
- Pérez S, Sierra EM, Casagrande G, Vergara G (1999): Incremento de las precipitaciones (1921/1998) en el centro-este de la provincia de La Pampa (Argentina). *Rev. Facultad de Agronomía*, 19:193-196.
- Rangarajan G, Sant DA (2004): Fractal dimensional analysis of Indian climatic dynamics. *Chaos, Solitons and Fractals*, 19:285-291.
- Sierra EM, Hurtado R, Spescha L (1994): Corrimiento de las isoyetas anuales medias decenales en la Región Pampeana 1941-1990. *Rev. Facultad de Agronomía*, 14:139-144.
- Sierra EM, Conde Prat M, Pérez S (1995): La migración de cultivos de granos como indicador del cambio climático 1941-93 en la Región Pampeana Argentina. *Rev. Facultad de Agronomía*, 15:171-176.
- Thom HCS (1966): *Some methods of climatological analysis*. Technical Note N°81. World Meteorological Organization, Ginebra, Suiza, 53 pp.
- Trewartha GT (1968): *An introduction to climate*, Fourth Edition. Mc Graw-Hill, New York, 408 pp.

