

北京航空航天大学学报

*Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*

ISSN 1001-5965, CN 11-2625/V

## 《北京航空航天大学学报》网络首发论文

题目：考虑绳阻尼的绳系并联机器人动力学特性分析  
作者：彭苗娇, 吴惠松, 林麒, 周凡桂, 柳汀, 王晓光  
DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2019.0205  
收稿日期: 2019-05-05  
网络首发日期: 2019-07-16  
引用格式: 彭苗娇, 吴惠松, 林麒, 周凡桂, 柳汀, 王晓光. 考虑绳阻尼的绳系并联机器人动力学特性分析. 北京航空航天大学学报.  
<https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2019.0205>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

# 考虑绳阻尼的绳系并联机器人动力学特性分析

彭苗娇, 吴惠松, 林麒<sup>✉</sup>, 周凡桂, 柳汀, 王晓光

(厦门大学 航空航天学院, 厦门 361005)

✉通信作者 E-mail: qilin@xmu.edu.cn

**摘要** 针对应用于风洞试验模型支撑的绳系并联机器人的设计需求, 采用实验和理论建模相结合的方法, 研究绳阻尼对绳系并联机器人动力学特性的影响。首先, 为了准确地定量描述绳阻尼, 设计了一套测量绳索阻尼的实验装置, 通过实验得到了不同参数下的绳阻尼比; 其次, 考虑了绳阻尼, 对绳张力进行建模, 并提出了考虑绳阻尼的绳系并联机器人的动力学建模方法; 最后, 分析了绳阻尼对绳系并联机器人动力学特性的影响。结果表明: 绳阻尼对绳系并联机器人动力学响应的影响主要体现在响应幅值上, 绳直径越大, 绳阻尼对绳系并联机器人动力学响应的减振作用越明显。当绳阻尼系数大于  $0.6 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$  时, 不论绳直径粗细如何, 绳阻尼对绳系并联机器人动力学特性的影响不能忽略。

**关键词** 绳系并联机器人; 绳阻尼; 动力学特性; 风洞试验; 模型支撑

中图分类号 V216.8; O313.7 文献标志码 A DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2019.0205

## Dynamics characteristics of wire driven parallel robot with wire damping

PENG Miaojiao, WU Huisong, LIN Qi<sup>✉</sup>, ZHOU Fangui, LIU Ting, WANG Xiaoguang

(Aerospace of Engineering, Xiamen University, Xiamen, 361005, China)

✉E-mail: qilin@xmu.edu.cn

**Abstract** To actualize the design requirement of a wire driven parallel robot applied as the model support in wind tunnel tests, the influence of wire damping on the dynamic characteristics of the wire driven parallel robot was studied by combining experimental and theoretical modeling methods. Firstly, in order to describe the wire damping accurately quantitatively, a set of experimental device was designed to measure the wire damping ratio under different parameters. Secondly, considering the wire damping, the wire tension was modeled and the motion equation of the wire driven parallel robot was established. Finally, the influence of wire damping on the dynamic characteristics of the wire driven parallel robot was analyzed. The results show that, wire damping mainly affects the amplitude response of the wire driven parallel robot. The larger the diameter of the wire is, the more obvious the effect of wire damping on the vibration reduction of the wire driven parallel robot is. When the wire damping coefficient is greater than  $0.6 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$ , the influence of wire damping on the dynamic characteristics of the wire driven parallel robot cannot be neglected, regardless of the diameter of the wire.

**Key words** wire driven parallel robot; wire damping; dynamic characteristics; wind tunnel test; model support

绳索具有线密度低、强度高、柔性好等特点, 因此广泛应用于各种工程领域, 包括斜拉桥、风洞试验、绳系卫星、大型射电望远镜、船舶起重等<sup>[1-7]</sup>。绳索的阻尼特性是影响机构功能的重要因素之一, 也是设计中需要考虑的重要参数。绳索的材料、长度、直径、预紧力不同, 都会导致绳索阻尼有较大差异, 而迄今尚未见到可靠、完整的绳索阻尼数据可供查询。

阻尼的理论计算方法有复数特征值法、模态应变能法、有限单元法和 Rayleigh-Ritz 法等<sup>[8-12]</sup>, 但是这些方法基于线性粘弹性振动理论, 即假定振动过程中张力、几何形状等不变, 忽略了阻尼的非线

收稿日期: 2019-05-05

基金项目: 国家自然科学基金 (基金号 11472234, 11702232, 11072207); 中央高校基本科研业务费 (20720180071)

作者简介: 彭苗娇 女, 博士研究生。主要研究方向: 绳系并联机器人、动力学及振动。林麒 女, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 绳系并联机器人、风洞试验模型支撑、实验流体力学。

英文基金项目: National Natural Science Foundation of China (11472234, 11702232, 11072207); Fundamental Research Funds for the Central Universities (20720180071)

网络首发时间: 2019-07-16 14:13:00 网络首发地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.v.20190715.1602.001.html>

性特性,且计算方法复杂,无法高效准确地对阻尼进行评价。现有文献对绳阻尼的研究均针对粗绳(直径 $>2\text{ mm}$ )<sup>[13-19]</sup>,由于阻尼的非线性,文献中提到的理论计算方法不一定能适用于细绳(直径 $\leq 2\text{ mm}$ ),因此本文采用实验方法研究细绳的阻尼特性。

目前,绳系并联机构具有工作空间大、负载能力强、刚度高等特点,已成为国内外的研究热点<sup>[4-7]</sup>。特别在风洞试验领域,绳系并联机构作为一种新型支撑方式,与传统的硬式支撑相比,具有刚度大、对流场干扰小、易实现高速及复杂规律的运动等优点<sup>[20]</sup>,近年来引起国内外学者广泛关注。然而,在现有文献中,大部分未考虑绳阻尼的影响,个别虽考虑了绳阻尼,但绳阻尼系数是虚构值。汪选要等人<sup>[21,22]</sup>将柔索简化为刚度为常值的弹簧,建立了并联柔索机构的动力学模型,进行了轨迹跟踪控制的研究;但没有考虑绳阻尼的影响。刘欣等人<sup>[23]</sup>考虑了绳的弹性变形,进行了绳牵引并联机器人的运动控制研究;但没有考虑绳阻尼的影响。文献<sup>[24]</sup>的研究表明绳阻尼对末端执行器的位姿具有显著的影响,但绳阻尼系数是虚构值。文献<sup>[25]</sup>考虑绳索弹性、阻尼和拉伸效应,给出了绳牵引并联支撑系统的振动特性,但绳阻尼比是虚构值。高估或低估绳索阻尼,将给绳系并联机构的设计带来较大误差,甚至影响机构整体的安全性。因此,研究绳索的阻尼特性,并分析绳阻尼对绳系并联机构的动力学特性的影响具有重要意义。

不失一般性,本文以应用于风洞试验新型支撑的绳系并联机器人 WDPR (Wire Driven Parallel Robot) 为例,研究绳阻尼对 WDPR 在风洞试验中的动力学特性的影响。首先,基于对数衰减法,设计一套测量绳索阻尼的实验装置,通过实验得到不同参数下的绳阻尼比;其次,考虑绳阻尼,对绳张力进行建模,并建立 WDPR 的有阻尼动力学方程;最后,分析绳阻尼对 WDPR 动力学特性的影响。

## 1 绳索阻尼特性测试

阻尼比的定义是阻尼系数与临界阻尼系数之比<sup>[26]</sup>,用于表达结构体标准化的阻尼大小。根据阻尼的产生机制<sup>[27]</sup>,本文研究绳的内部阻尼,即来自于材料内部各种微观和宏观过程的机械能耗散,以下简称阻尼。

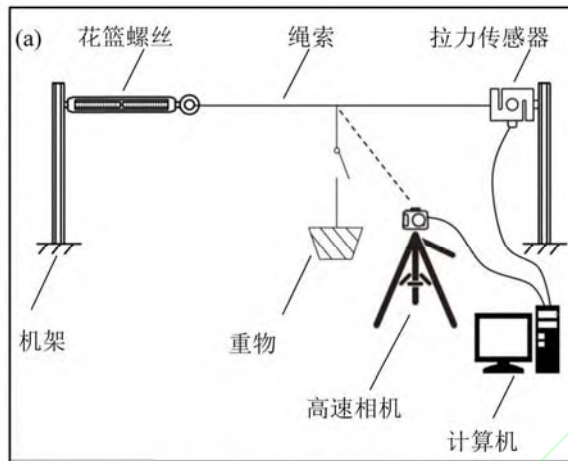
### 1.1 实验原理

目前,对绳阻尼的测量一般采用激光位移计或应变片测量的方式<sup>[15,18,19]</sup>,而这两种方法均不适用于细绳(直径 $\leq 2\text{ mm}$ )的阻尼测量。因为绳太细,激光位移计的测量变得十分困难甚至不可用;粘贴应变片,则会改变细绳的动特性,影响阻尼测量结果的准确性。本文采用高速相机测量的方式,属于非接触式的测量方式,由于无需在绳索上附加任何质量元件,绳索本身的特性不被改变,特别适用于细绳(直径 $\leq 2\text{ mm}$ )阻尼的测量,同时也适用于粗绳(直径 $>2\text{ mm}$ )。

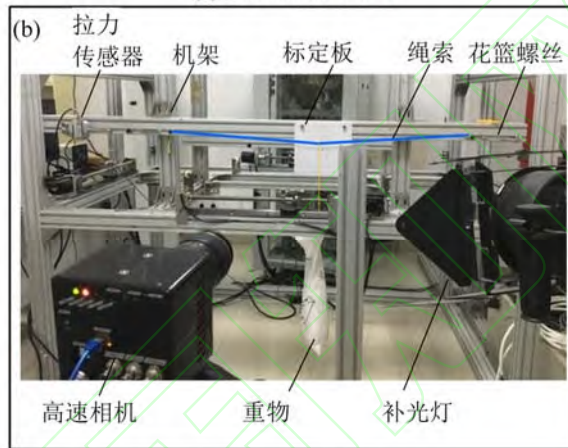
实验原理如图 1(a)所示。实验时先将绳索张紧,在绳索中央悬挂重物施以载荷;待重物稳定后突然释放重物,即对绳索中央施加瞬间激励,使其做自由衰减振动;采用高速相机拍摄绳索中央部位的振动过程;从所拍绳索振动视频中提取绳索振幅最大处的位移信息进行数据处理和分析,得出与绳索阻尼特性相关的参数。通过该实验装置可测量不同长度、不同直径、不同预紧力和不同材料的绳索的阻尼参数。

绳索阻尼实验装置的实物图如图 1(b)所示。实验台架采用欧标 6060L 双槽工业铝型材搭建,以保证实验台架具有良好的强度、刚度和稳定性;并以水平仪校核其水平度和垂直度。采用型号为 CHC-S 的拉力传感器(量程为 200 N,精度为 1‰)测量绳张力。采用高速相机(型号: FASTCAM Mini AX200)获取绳索振动位移。标定板用于在数据后处理中确定绳索在振动中的实际位移。

如图 2 所示,选择三种不同直径的 Kevlar 绳作为实验样本,其物性参数如表 1 所示。通过设置不同的绳索参数(直径  $d$ 、预紧力作用下的初始绳长  $L_0$  和预紧力  $T_0$ )进行实验,得到不同绳索参数下的阻尼比。



(a) 实验原理示意图



(b) 绳阻尼实验照片

图1 绳阻尼实验原理及装置  
Fig. 1 Wire damping experiment



图2 实验绳样本  
Fig. 2 Wire samples

表1 绳样本的物性参数

Table 1 Physical parameters of wire samples

样本序号	绳直径 $d/\text{mm}$	材料	体密度 $/\text{Kg}\cdot\text{m}^{-3}$	绳长 $L_0/\text{m}$	预紧力 $T_0/\text{N}$
1	0.6	Kevlar	1440	0.6~1.4	20~150

2	1.3
3	2.0

## 1.2 数据处理方法

采用对数衰减法进行数据后处理。记绳中点振动位移响应为  $d_y$ 。图 3 为实验数据  $d_y$  随时间衰减的曲线。

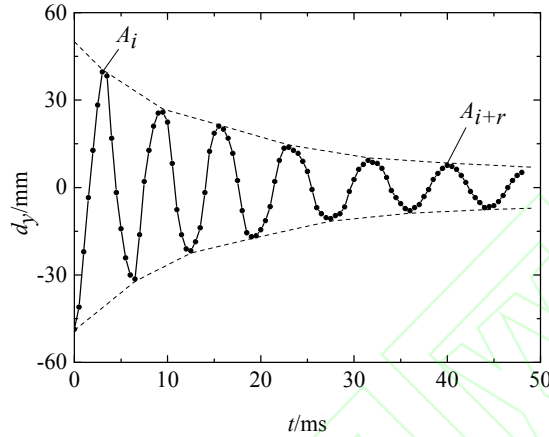


图 3 绳在竖直面内的振动位移响应  
( $d=0.6$  mm,  $L_0=1$  m,  $T_0=30$  N)

Fig. 3 Measured displacement response of wire  
( $d=0.6$  mm,  $L_0=1$  m,  $T_0=30$  N)

如图 3 所示,  $A_i$  代表绳振动衰减曲线  $d_y$  的一个峰值,  $A_{i+r}$  代表第  $r$  个周期后的峰值, 可得<sup>[27]</sup>

$$\frac{A_{i+r}}{A_i} = \exp\left(-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} 2\pi r\right) \quad (1)$$

则对数衰减率  $\delta$  为

$$\delta = \frac{-1}{r} \ln\left(\frac{A_{i+r}}{A_i}\right) = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2)$$

由式(2)可得阻尼比  $\zeta$  的表达式为

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi/\delta)^2}} \quad (3)$$

通过实验测得绳索的振动位移响应曲线, 利用式(2)和式(3)进行数据处理, 即可得到绳阻尼比。

## 1.3 实验结果

不同直径、不同长度的 Kevlar 绳在不同预紧力作用下的阻尼实验结果, 如图 4~图 6 所示。

从图 4 可见, 绳阻尼比随绳预紧力的增加而减小, 绳预紧力  $T_0 \in [20, 80]$  N 时, 绳阻尼比的下降速率很快; 绳预紧力  $T_0 \in [90, 145]$  N 时, 绳阻尼比的下降速率趋于平缓, 且绳阻尼比随绳预紧力的变化呈现非线性。

图 5 表明, 绳阻尼比随绳长度的增加而增大, 但曲线变化较为平坦。在不同预紧力作用下, 绳阻尼比随绳长的变化速率基本相同。预紧力为 80 N 时, 绳阻尼比的分散度更小。

从图 6 可见, 绳阻尼比随绳直径的增加而增大; 当预紧力为 30 N 时, 随着绳直径的增加, 阻尼比明显增大; 但当预紧力为 80 N 时, 随着绳直径的增加, 阻尼比的增大很不明显。因此, 预紧力越小, 绳阻尼比随绳直径的变化将不能忽略。



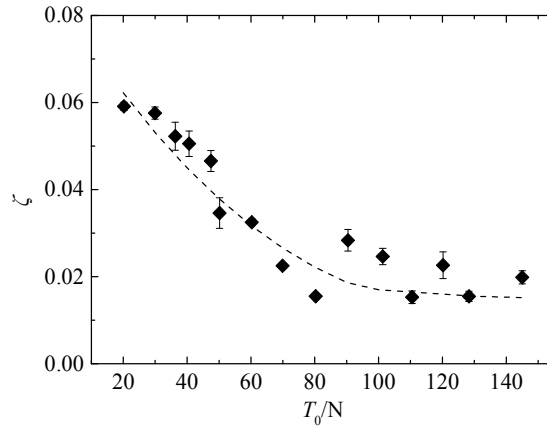


图 4 绳阻尼比与预紧力的关系 ( $d=0.6\text{ mm}$ ,  $L_0=1\text{ m}$ )  
 Fig. 4 Relationship between wire damping ratio and preload ( $d=0.6\text{ mm}$ ,  $L_0=1\text{ m}$ )

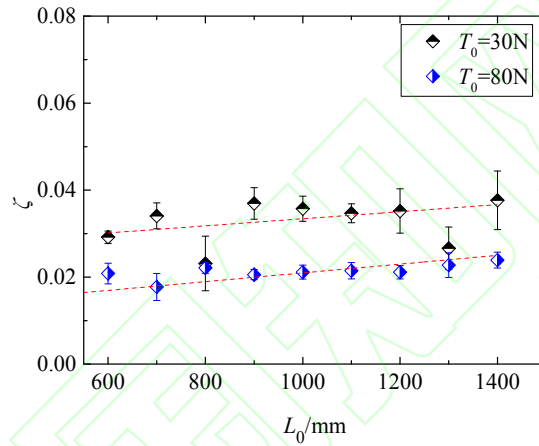


图 5 绳阻尼比与绳长的关系 ( $d=0.6\text{ mm}$ )  
 Fig. 5 Relationship between wire damping ratio and length ( $d=0.6\text{ mm}$ )

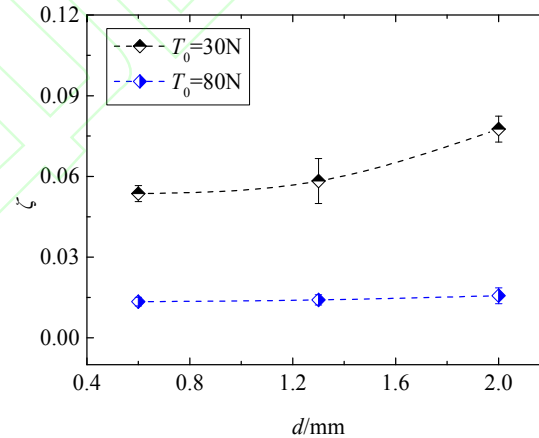


图 6 绳阻尼比与绳直径的关系 ( $L_0=1\text{ m}$ )  
 Fig. 6 Relationship between wire damping ratio and diameter ( $L_0=1\text{ m}$ )

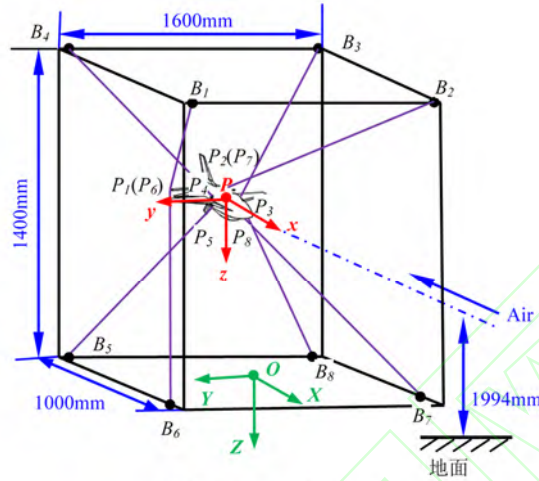
## 2 动力学建模

### 2.1 WDPR 动力学建模

图 7(a)为八绳牵引的六自由度并联机器人 WDPR 原理样机示意图<sup>[28]</sup>。WDPR 原理样机采用八根

Kevlar 绳做牵引绳，将飞机模型悬挂在空中；改变牵引绳的长度可对模型六自由度的运动进行控制。所建造的 W DPR 原理样机如图 7(b)所示。

如图 8 所示，以静坐标系  $OXYZ$  为参考系，飞机模型的位姿记为  $X=[X_P, Y_P, Z_P, \phi, \theta, \psi]^T$ ，其中  $(X_P, Y_P, Z_P)$  为沿三个坐标轴的平动， $(\phi, \theta, \psi : \text{roll, pitch, yaw})$  为绕三个坐标轴的转动。



(a) W DPR 原理样机示意图



(b) W DPR 原理样机照片

图 7 W DPR 原理样机  
Fig.7 W DPR prototype

在静坐标系  $OXYZ$  下，第  $i$  根绳的绳长矢量定义为：

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{B}_i - \mathbf{X}_P - \mathbf{R}\mathbf{r}_i \quad (4)$$

其中， $\mathbf{B}_i$  为第  $i$  根绳与滑轮的连接点， $\mathbf{P}_i$  为第  $i$  根绳与飞机模型的牵引点； $\mathbf{B}_i = \overline{OB}_i$ ； $\mathbf{X}_P = \overline{OP} = [X_P, Y_P, Z_P]^T$  代表  $P$  点在静坐标系  $OXYZ$  下的位置向量； $\mathbf{r}_i = \overline{PP}_i$ ，是  $P_i$  点在动坐标系  $Pxyz$  下的位置向量； $\mathbf{R}$  是从动坐标系  $Pxyz$  到静坐标系  $OXYZ$  的旋转变换矩阵。 $\mathbf{B}_i$  和  $\mathbf{P}_i$  点的坐标见文献<sup>[28]</sup>。

记  $L_i$  为第  $i$  根绳的实时绳长，则有：

$$L_i = \sqrt{(\mathbf{B}_i - \mathbf{X}_P - \mathbf{R}\mathbf{r}_i)^T (\mathbf{B}_i - \mathbf{X}_P - \mathbf{R}\mathbf{r}_i)} \quad (5)$$

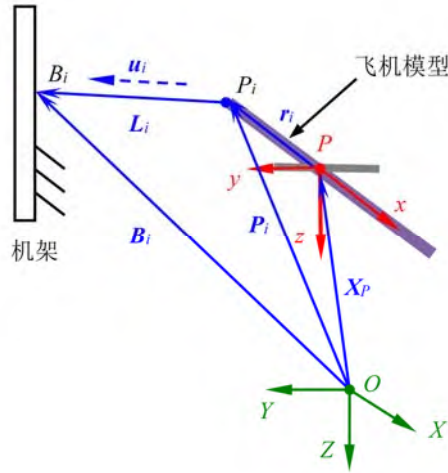


图 8 WDPR 运动学示意图  
Fig.8 Kinematics schematic of WDPR

根据 Newton-Euler 法，飞机模型的动力学方程如下：

$$M\ddot{X} + N - W_G - W_A = J_A^T T \tag{6}$$

其中， $M = \begin{bmatrix} (mI)_{3 \times 3} & \theta_{3 \times 3} \\ \theta_{3 \times 3} & A_G H \end{bmatrix}$  为质量矩阵； $H = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \cos\theta\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ -\sin\theta & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ； $m$  为飞机模型质量； $A_G$  为飞机

模型关于质心的惯量矩阵； $N = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \times (A_G \omega) \end{bmatrix}_{6 \times 1}$  为非线性哥氏离心力； $\omega$  为飞机模型绕质心转动的角速度矢量， $\omega = H[\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$ ； $W_G = [0, 0, mg, 0, 0, 0]^T$  为飞机模型的重力矢量； $W_A = [f_a, \tau_a]^T$ ， $f_a$  和  $\tau_a$  分别为

作用在飞机模型质心上的气动力和气动力矩； $T$  为绳张力矢量； $J_A^T = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \cdots & u_8 \\ r_1 \times u_1 & r_2 \times u_2 & \cdots & r_8 \times u_8 \end{bmatrix}$  为 WDPR 的 Jacobi 矩阵。

在风洞试验中，作用在飞机模型上的气动力和力矩有：升力、阻力、横向力、俯仰力矩、偏航力矩和滚转力矩，其表达式如下<sup>[29]</sup>：

$$\begin{cases} F_L = -qSC_L(X, \dot{X}) \\ F_D = -qSC_D(X, \dot{X}) \\ F_Y = qSC_Y(X, \dot{X}) \\ M_y = qSc_A C_m(X, \dot{X}) \\ M_z = qSb C_n(X, \dot{X}) \\ M_x = qSb C_l(X, \dot{X}) \end{cases} \tag{7}$$

其中，负号表示与静坐标系坐标轴方向相反； $q$  是风洞试验段来流动压，对于低速风洞  $q = \frac{1}{2}\rho V^2$ ， $\rho$  为空气密度， $V$  为来流速度； $S$  为机翼参考面积， $c_A$  为平均气动弦长， $b$  为翼展； $C_L$  为升力系数， $C_D$  为阻力系数， $C_Y$  为横向力系数， $C_m$  为俯仰力矩系数， $C_n$  为偏航力矩系数， $C_l$  为滚转力矩系数；上述气动力系数与飞机模型的位姿和位姿的变化率相关。

### 2.2 绳张力建模

考虑绳阻尼，采用弹簧模型对绳索进行建模，得到绳张力的表达式如下：

$$T = k_u(L - L_u) - c\dot{L} \tag{8}$$



其中,  $T$  为绳张力,  $k_u$  为未变形的绳的刚度,  $c$  为绳阻尼系数,  $L$  为实时绳长,  $L_u$  为未变形的绳长。

根据阻尼系数和阻尼比的定义有:

$$c = 2\zeta\sqrt{k_u m_s} \quad (9)$$

其中,  $\zeta$  为绳阻尼比, 其数值可通过第 1 节的实验测得;  $m_s$  为绳单位长度质量。又有:

$$k_u = \frac{EA}{L_u} \quad (10)$$

$$m_s = \rho_w A \quad (11)$$

其中,  $E$  为绳弹性模量,  $A$  为绳未变形时的横截面积,  $\rho_w$  为绳的体密度。再根据应变公式有:

$$\frac{L_0 - L_u}{L_u} = \frac{T_0}{EA} \quad (12)$$

其中,  $T_0$  为绳预紧力,  $L_0$  为预紧力作用下的初始绳长。

联立式(9)-(12), 可得绳阻尼系数:

$$c = 2\zeta\sqrt{\frac{\rho_w A}{L_0}(T_0 + EA)} \quad (13)$$

绳长变化速率  $\dot{L}$  和飞机位姿变化率  $\dot{X}$  之间的关系为:

$$\dot{L} = J_A D \dot{X} \quad (14)$$

式中,  $J_A = (J_A^T)^T$ ,  $J_A^T$  是绳系并联机器人的结构 Jacobi 矩阵;  $D = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & H \end{bmatrix}$  是基于姿态角的转

换矩阵,  $I_{3 \times 3}$  为 3 阶单位阵,  $\mathbf{0}_{3 \times 3}$  为 3 阶零阵,  $H$  的表达式见式(6)。

所以, 绳张力矢量表达式为:

$$T = K_u(L - L_u) - C_w \dot{L} \quad (15)$$

其中,  $K_u = \text{diag}(k_{u1}, k_{u2}, \dots, k_{u8})$ ;  $C_w = \text{diag}(c_1, c_2, \dots, c_8)$ ;  $L = [L_1, L_2, \dots, L_8]^T$ ;  $L_u = [L_{u1}, L_{u2}, \dots, L_{u8}]^T$ 。

### 2.3 WDPR 的有阻尼动力学方程

联立式(6)、(14)和(15), 可得 WDPR 的有阻尼动力学方程为:

$$\tilde{M}\ddot{X} + \tilde{C}\dot{X} + \tilde{W} = 0 \quad (16)$$

其中,

$\tilde{M} = M$ , 为质量矩阵;

$\tilde{C} = J_A^T C_w J_A D$ , 为阻尼矩阵;

$\tilde{W} = N - W_G - W_A - J_A^T K_u (L - L_u)$ , 为合外力矩阵。

根据式(4)可知, 绳长向量  $L$  随飞机模型位姿  $X$  的变化而变化; 根据式(6)可知, 哥氏离心力  $N$  与飞机模型绕质心转动的角速度矢量  $\omega$  呈非线性关系; Jacobi 矩阵  $J_A^T$  也会随飞机模型位姿  $X$  的变化而变化。因此, 式(16)是一个非线性动力学方程。

## 3 绳阻尼对 WDPR 动力学特性的影响

本节基于式(16)给出的 WDPR 的有阻尼动力学方程, 研究风洞来流作用下, WDPR 的动力学响应

受绳阻尼的影响。

### 3.1 仿真条件

仿真中所用的绳参数及飞机模型参数如下：

1) 绳参数：如表 1 所示，采用三种不同直径的 Kevlar 绳做牵引绳，为了便于比较，弹性模量统一取  $E=21.9$  GPa。

2) 飞机模型采用 SDM 标模，模型质量  $m=1.093$  Kg，机翼参考面积  $S=0.026594$  m<sup>2</sup>，平均气动弦长  $c_A=0.092$  m，模型关于质心的惯量矩阵为：

$$A_G = \begin{bmatrix} 5.844 & -0.012 & 1.057 \\ -0.012 & 99.364 & -0.003 \\ 1.057 & -0.003 & 101.314 \end{bmatrix} \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

3) 来流条件：以纵向测力试验<sup>[29]</sup>（模型侧滑角为  $0^\circ$ ，在一系列攻角下进行测量）为例，来流速度  $V=17$  m/s，空气密度  $\rho=1.29$  kg/m<sup>3</sup>，飞机模型攻角  $12^\circ$ ，升力系数  $C_L$ ，阻力系数  $C_D$ ，俯仰力矩系数  $C_m$ ，见参考文献[28]。

为了克服非线性动力学方程的求解困难，本文采用隐式的变阶 Runge-Kutta 数值积分方法，对式(16)进行求解。

### 3.2 结果与分析

通过仿真分析，得到 WDPR 的动力学响应曲线，如图 9-12 所示。其中，飞机模型的位姿响应以飞机模型沿  $OX$  方向的位姿变化和俯仰角变化为例。

如图 9 所示，当绳直径为  $0.6$  mm 时，不考虑阻尼的情况下，飞机模型沿  $OX$  方向的位姿变化的峰-峰值为  $0.1$  mm；考虑阻尼的情况下，飞机模型沿  $OX$  方向的位姿变化的初始峰-峰值也为  $0.1$  mm，且随时间缓慢变小，但变化幅度不大。当绳直径为  $2$  mm 时，不考虑阻尼的情况下，飞机模型沿  $OX$  方向的位姿变化的峰-峰值仅为  $0.01$ mm；考虑阻尼的情况下，飞机模型沿  $OX$  方向的位姿变化的初始峰-峰值也为  $0.01$  mm，且随时间快速变小，在  $t=3$  s 后趋于稳定。

如图 10 所示，当绳直径为  $0.6$  mm 时，不考虑阻尼的情况下，飞机模型俯仰角变化的峰-峰值为  $0.1^\circ$ ；考虑阻尼的情况下，飞机模型俯仰角变化的初始峰-峰值也为  $0.1^\circ$ ，且随时间缓慢变小，但变化幅度不大。当绳直径为  $2$  mm 时，不考虑阻尼的情况下，飞机模型俯仰角变化的峰-峰值仅为  $0.01^\circ$ ；考虑阻尼的情况下，飞机模型俯仰角变化的初始峰-峰值为  $0.006^\circ$ ，且随时间快速变小，在  $t=2$  s 后趋于稳定。

在来流作用下，飞机模型位姿变化的同时，绳张力也随之变化。令  $\Delta T=T-T_0$ ，其中  $\Delta T$  代表绳张力的变化量， $T$  代表飞机模型位姿变化过程中的实时绳张力， $T_0$  代表绳预紧力。以绳 5 为例，如图 11 所示，对于不同粗细的绳，不考虑阻尼的情况下，绳张力变化的峰-峰值为  $2$  N；考虑阻尼的情况下，绳张力变化的初始峰-峰值也为  $2$  N。在考虑阻尼的情况下，直径为  $0.6$  mm 的绳的绳张力随时间缓慢变小；而直径为  $2$  mm 的绳的绳张力随时间快速变小，在  $t=2$  s 后趋于稳定。

综上所述，在来流作用下，采用直径较大的绳，飞机模型位姿变化和绳张力变化在短时间内能趋于稳定。因此，在绳对流场的影响可以接受的情况下，采用直径较大的绳，WDPR 的稳定性更好。

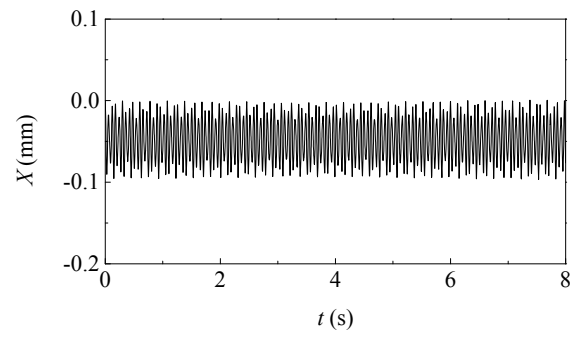
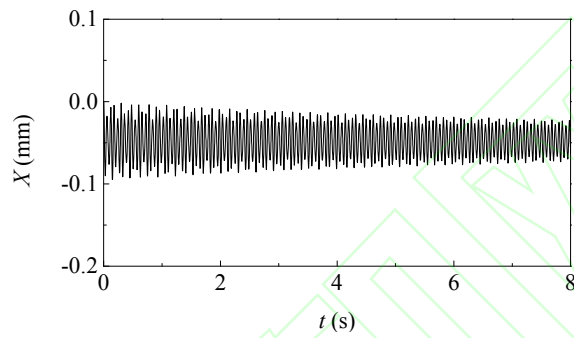
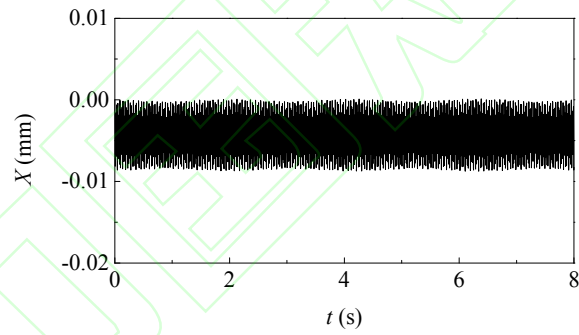
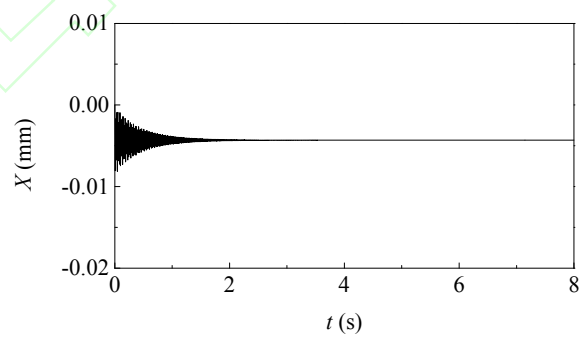
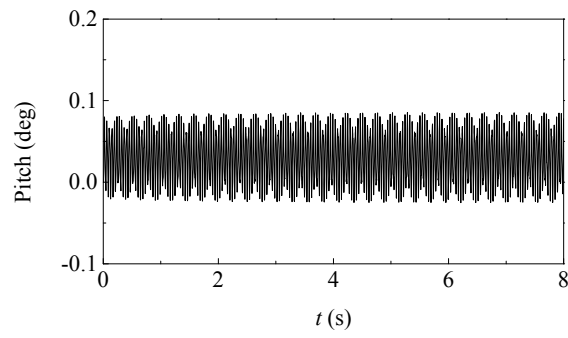
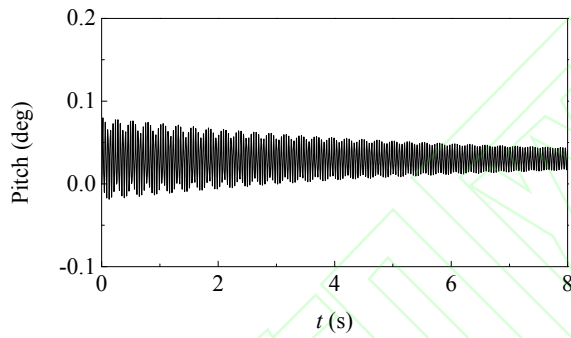
(a)  $d=0.6$  mm, 无阻尼(b)  $d=0.6$  mm, 有阻尼(c)  $d=2$  mm, 无阻尼(d)  $d=2$  mm, 有阻尼

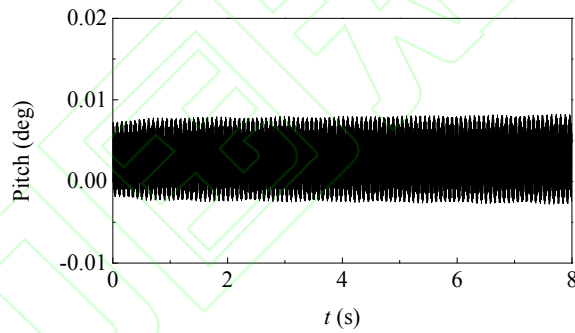
图 9 飞机模型沿  $OX$  方向位姿变化  
Fig.9 Attitude of aircraft model along  $OX$  direction



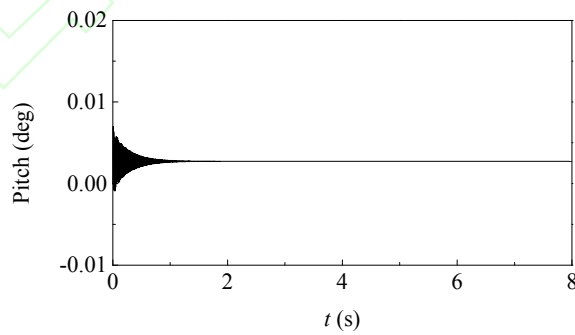
(a)  $d=0.6$  mm, 无阻尼



(b)  $d=0.6$  mm, 有阻尼

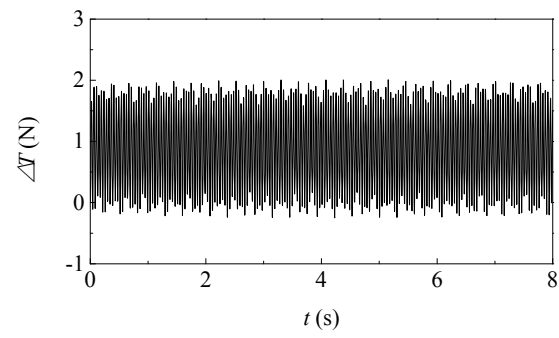
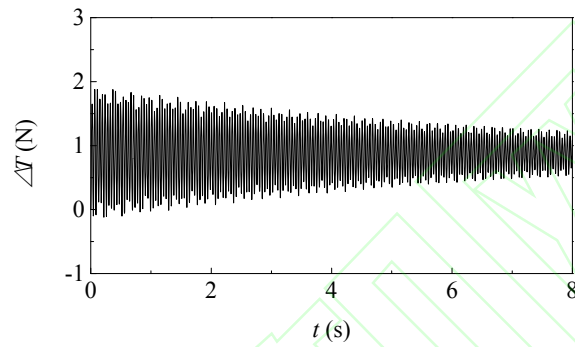
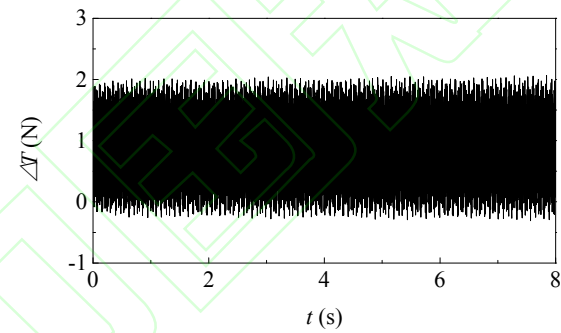
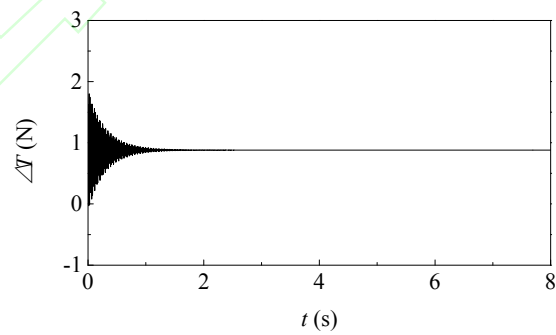


(c)  $d=2$  mm, 无阻尼

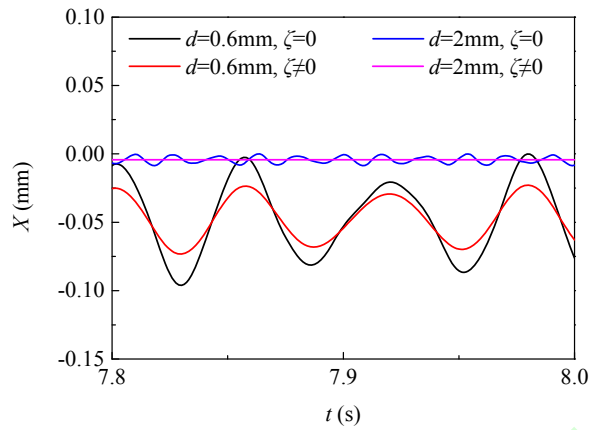


(d)  $d=2$  mm, 有阻尼

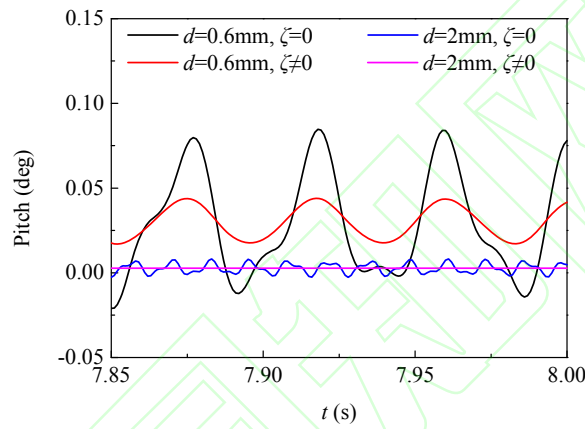
图 10 飞机模型俯仰角变化  
Fig.10 Pitching angle of aircraft model

(a)  $d=0.6$  mm, 无阻尼(b)  $d=0.6$  mm, 有阻尼(c)  $d=2$  mm, 无阻尼(d)  $d=2$  mm, 有阻尼图 11 绳张力变化  
Fig.11 Wire tension

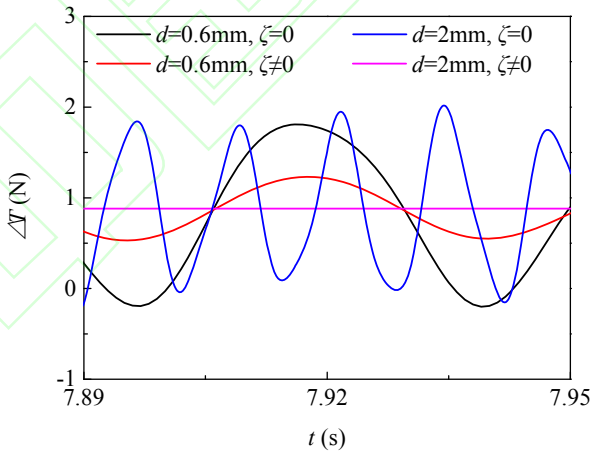




(a) 飞机模型沿  $OX$  方向位移



(b) 飞机模型俯仰角



(c) 绳张力

图 12 WDPR 动力学响应  
Fig.12 Dynamic response of WDPR

图 12 为飞机模型位姿响应和绳张力响应曲线的局部放大图。从图 12 可见，无阻尼情况下，飞机模型的位姿和绳张力呈周期性振荡；考虑阻尼的情况下，飞机模型的位姿和绳张力呈衰减振荡，且绳直径较大时，振荡衰减得越快。说明绳阻尼对 WDPR 的动力学响应具有减振作用，且绳直径越大，绳阻尼的减振作用越明显。特别地，对于直径小于 2 mm 的细绳来说，相比无阻尼的情况，绳阻尼对飞机模型位姿及绳张力的振荡频率和相位的影响很小，基本可以忽略。

### 3.3 绳阻尼的影响判据

根据上述分析, 直径不同的绳, 对 WDPR 动力学响应的影响明显不同。以绳 5 为例, 根据式 (13), 不同直径绳的阻尼系数如表 2 所示。由于阻尼比和绳直径不同, 导致阻尼系数有很大差别, 从而导致 WDPR 的动力学响应明显不同。

表 2 不同直径绳的阻尼系数  
Table 2 Damping coefficient of the wire with different diameters

绳号	绳直径(mm)	初始绳长(m)	预紧力(N)	阻尼比	阻尼系数(N•s/m)
5	0.6	0.685	30	0.034	0.131
5	2.0	0.685	30	0.075	3.198

直径不同的绳, 其阻尼比不同, 并且初始绳长、初始绳张力的不同, 都会影响绳的阻尼系数。因此, 这里以绳阻尼系数作为因变量, 取两种不同直径的绳, 分析其阻尼系数的变化, 对 WDPR 动力学响应的影响。定义当量系数  $\eta_x$ ,  $\eta_p$ ,  $\eta_T$ , 对飞机模型位姿和绳张力进行无量纲化处理:

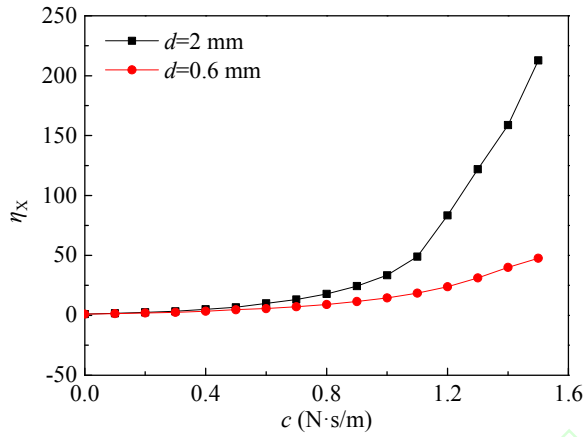
$$\begin{cases} \eta_x = \frac{p_{x0}}{p_{xc}} \\ \eta_p = \frac{p_{p0}}{p_{pc}} \\ \eta_T = \frac{p_{T0}}{p_{Tc}} \end{cases} \quad (17)$$

其中,  $p_{x0}$  为无阻尼时飞机模型沿  $OX$  方向位姿变化的峰-峰值,  $p_{xc}$  为有阻尼时飞机模型沿  $OX$  方向位姿变化 5 s 后的峰-峰值;  $p_{p0}$  为无阻尼时飞机模型俯仰角变化的峰-峰值,  $p_{pc}$  为有阻尼时飞机模型俯仰角变化 5 s 后的峰-峰值;  $p_{T0}$  为无阻尼时绳张力变化的峰-峰值,  $p_{Tc}$  为有阻尼时绳张力变化 5 s 后的峰-峰值。

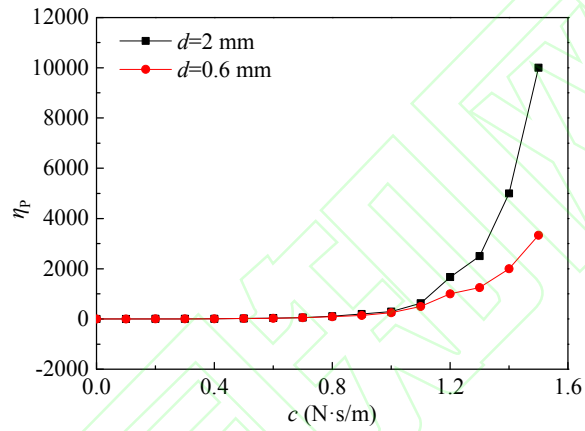
如图 13 所示, 当绳阻尼系数  $c > 0.6 \text{ N}\cdot\text{s/m}$  时, 无阻尼与有阻尼的动力学响应峰-峰值之比将超过 10, 即绳阻尼的减振作用变得很显著, 特别是直径粗的绳比直径细的绳, 其阻尼的作用更明显。因此, 在 WDPR 的设计中, 可根据式(13)和实测的绳阻尼比计算得到, 当绳阻尼系数  $c$  满足以下条件:

$$c > 0.6 \text{ N}\cdot\text{s/m}$$

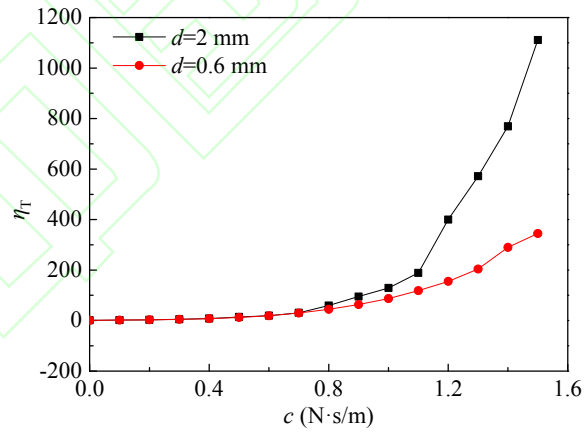
时, 不论绳直径粗细如何, 其阻尼对 WDPR 动力学特性的影响不能忽略。



(a) 飞机模型沿  $Ox$  方向位移



(b) 飞机模型俯仰角



(c) 绳张力

图 13 绳阻尼系数变化对 WDPR 动力学响应的影响  
Fig.13 Influence of damping coefficient variation on dynamic response of WDPR

## 4 结 论

本文以应用于风洞试验模型支撑的绳系并联机器人 WDPR 为例，首先，设计了一套测量绳索阻尼的实验装置，实现了对绳阻尼比的定量描述；其次，考虑绳阻尼，对绳张力进行建模，并提出了考虑绳阻尼的绳系并联机器人的动力学建模方法；最后，分析绳阻尼对 WDPR 动力学特性的影响，得出以下结论：

1) 考虑绳阻尼的情况下, 当绳直径较小 ( $d < 1 \text{ mm}$ ) 时, 飞机模型位姿变化和绳张力变化的峰-峰值随时间缓慢变小, 但变化幅度不大; 当绳直径较大 ( $d \geq 2 \text{ mm}$ ) 时, 飞机模型位姿变化和绳张力变化的峰-峰值随时间快速变小, 并在 3 秒后趋于稳定。因此, 在绳对流场的影响可以接受的情况下, 采用直径较大的绳, WDPR 的稳定性更好。

2) 绳阻尼对 WDPR 动力学响应的影响主要体现在响应幅值上, 绳直径越大, 绳阻尼对 WDPR 动力学响应的减振作用越明显。特别地, 对于直径小于 2 mm 的细绳来说, 相比无阻尼的情况, 绳阻尼对飞机模型位姿及绳张力的振荡频率和相位的影响很小, 基本可以忽略。

3) 当绳阻尼系数大于  $0.6 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$  时, 不论绳直径粗细如何, 其阻尼对 WDPR 动力学特性的影响不能忽略。

综上所述, 本文提出的建模方法和研究结果可为 WDPR 的设计提供指导。此外, 绳阻尼的非线性特征及其随不同参数的变化规律, 将在今后进一步开展研究。

### 参考文献 (References)

- [1] LEPIDI M, GATTULLI V. A parametric multi-body section model for modal interactions of cable-supported bridges[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333(19): 4579-4596.
- [2] ARENA A, CASALOTTI A, LACARBONARA W, et al. Dynamics of container cranes: three-dimensional modeling, full-scale experiments, and identification[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2015, 93: 8-21.
- [3] 夏洁, 庞兆君, 金栋平. 面内弹性绳系卫星系统的内共振[J]. *振动工程学报*, 2012, 25(3): 232-237.  
XIA J, PANG Z J, JIN D P. Inner resonance of an in-plane elastic tethered satellite system[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2012, 25(3): 232-237 (in Chinese).
- [4] 杜敬利, 崔传贞, 段清娟, 等. 考虑柔索振动影响时索牵引并联机器人的动力学分析与控制[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(24): 88-97.  
DU J L, CUI C Z, DUAN Q J, et al. Dynamic analysis and control of a cable-driven parallel manipulator considering cable vibration effects[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(24): 88-97 (in Chinese).
- [5] LAFOURCADE P, LLIBRE M, REBOULET C. Design of a parallel wire-driven manipulator for wind tunnels[C]. *Proceedings of the Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators, Quebec: 2002: 187-194.*
- [6] ROGNANT M, COURTEILLE E. Improvement of cable tension observability through a new cable driving unit design[C]. *Mechanisms and Machine Science*, 2018, 53: 208-291.
- [7] XIAO Y W, LIN Q, ZHENG Y Q, et al. Model aerodynamic tests with a wire-driven parallel suspension system in low-speed wind tunnel[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2010, 23(4): 393-400.
- [8] FINEGAN I C, GIBSON R F. Analytical modeling of damping at micromechanical level in polymer composites reinforced with coated fibers[J]. *Composites Science and Technology*, 2000, 60(7): 1077-1084.
- [9] GUAN Y J, WEI Y T. A new effective 3-D FE formulation of FRP structural modal damping for thick laminate[J]. *Composite Structures*, 2009, 87(3): 225-231.
- [10] SINGH S P, GUPTA K. Damped free vibrations of layered composite cylindrical shells[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 172(2): 191-209.
- [11] CRANE R M, GILLESPIE Jr J W. Analytical model for prediction of the damping loss factor of composite materials[J]. *Polymer Composites*, 1992, 13(3): 179-190.
- [12] 马力, 杨金水. 新型轻质复合材料夹芯结构振动阻尼性能研究进展[J]. *应用数学和力学*, 2017, 38(4): 369-398.  
MA L, YANG J S. Progresses in the study on vibration damping properties of novel lightweight composite sandwich structures[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, 38(4): 369-398 (in Chinese).
- [13] GOODDING J C, ARDELEAN E V, BABUŠKA V, et al. Experimental techniques and structural parameter estimation studies of spacecraft cables[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2011, 48(6): 942-957.
- [14] YAMAGUCHI H, ADHIKARI R. Energy-based evaluation of modal damping in structural cables with and without damping treatment[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, 181(1): 71-83.
- [15] STENGEL D, THIELE K, CLOBES M, et al. Aerodynamic damping of nonlinear movement of conductor cables in wind tunnel tests, numerical simulations and full scale measurements[J]. *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*, 2017, 169: 47-53.
- [16] SPAK K S, AGNES G S, INMAN D J. Modeling vibration response and damping of cables and cabled structures[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 336: 240-256.
- [17] WEI C Y, KUKUREKA S N. Evaluation of damping and elastic properties of composites and composite structures by the resonance technique[J]. *Journal of Materials Science*, 2000, 35: 3785-3792.
- [18] 谢旭, 中村一史, 前田研一, 等. CFRP 拉索阻尼特性实验研究和理论分析[J]. *工程力学*, 2010, 27(3): 205-211, 216.  
XIE X, NAKAMURA H, MAEDA K, et al. Theoretical analysis and experimental test on damping characteristics of CFRP stay cables[J]. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(3): 205-211, 216 (in Chinese).
- [19] 李晓章, 谢旭, 张鹤. 桥梁拉索用 CFRP 线材阻尼特性试验研究和理论分析[J]. *工程力学*, 2015, 32(1): 176-183.  
LI X Z, XIE X, ZHANG H. Experimental and theoretical studies on the damping properties of CFRP wires used in bridge cables[J]. *Engineering Mechanics*, 2015, 32(1): 176-183 (in Chinese).
- [20] 王晓光, 林麒. 风洞试验绳牵引并联支撑技术研究进展[J]. *航空学报*, 2018, 39(9): 022064.  
WANG X G, LIN Q. Advances of wire-driven parallel suspension technologies in wind tunnel tests[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2018, 39(9): 022064 (in Chinese).
- [21] 汪选要, 曹毅. 冗余并联索机构轨迹跟踪控制的研究[J]. *机械设计*, 2012, 29(11): 36-40.  
WANG X Y, CAO Y. Research on trajectory tracking control of wire-driven parallel manipulator[J]. *Journal of Machine Design*, 2012, 29(11): 36-40 (in Chinese).

- [22] 汪选要, 曹毅, 黄真. 基于内张力补偿的并联柔索机构控制系统的研究[J]. 机械设计与制造, 2013, 1: 185-187.  
WANG X Y, CAO Y, HUANG Z. Based on internal tension compensation research on control system of the redundant wire-driven parallel manipulators[J]. Machinery Design & Manufacture, 2013, 1: 185-187 (in Chinese).
- [23] 刘欣, 仇原鹰, 盛英. 风洞试验绳牵引冗余并联机器人的刚度增强与运动控制[J]. 航空学报, 2009, 30(6): 1156-1164.  
LIU X, QIU Y Y, SHENG Y. Stiffness enhancement and motion control of a 6-DOF wire-driven parallel manipulator with redundant actuators for wind tunnels[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2009, 30(6): 1156-1164 (in Chinese).
- [24] WANG X G, PENG M J, HU Z H, et al. Feasibility investigation of large scale model suspended by cable driven parallel robot in hypersonic wind tunnel test[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2017, 231(13): 2375-2383.
- [25] 彭苗娇, 王晓光, 林麒. 风洞试验 WDPR 支撑牵引绳与模型耦合振动研究[J]. 振动工程学报, 2017, 30(1): 140-148.  
PENG M J, WANG X G, LIN Q. Coupled vibration between wires and aircraft model of WDPR in wind tunnel test[J]. Journal of Vibration Engineering, 2017, 30(1): 140-148 (in Chinese).
- [26] HEYLEN W, LAMMENS S, SAS P. 模态分析理论与试验[M]. 白化同, 郭继忠, 译. 北京: 北京理工大学出版社, 2001: 4-5.  
HEYLEN W, LAMMENS S, SAS P. Modal analysis theory and testing[M]. BAI H T, GUO J Z, translated. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2001: 4-5 (in Chinese).
- [27] DE SILVA C W. Vibration damping, control, and design[M]. Boca Raton: CRC Press, 2007: 1-18.
- [28] 冀洋锋. 绳系并联机器人支撑及相关模型风洞试验问题研究[M]. 厦门: 厦门大学, 2017: 26, 96.  
JI Y F. Research on wire-driven parallel robot suspension and the wind tunnel test with related model[M]. Xiamen: University of Xiamen, 2017: 26, 96 (in Chinese).
- [29] 范洁川. 风洞试验手册[M]. 北京: 航空工业出版社, 2002: 322.  
FAN J C. Handbook of Wind Tunnel Test[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2002: 322 (in Chinese).