

高超声速飞行器多约束再入轨迹快速优化

梅映雪, 冯 玥, 王容顺, 吴了泥, 孙洪飞

(厦门大学航空航天学院, 厦门 361102)

摘 要: 针对高超声速飞行器再入过程中面临测控区和绕飞区的再入轨迹设计问题, 提出了一种基于 Gauss 伪谱法(GPM)的分段轨迹优化策略。将轨迹优化的一般最优控制问题转换为多段最优控制问题, 进而将各段轨迹按 Gauss 伪谱方法进行离散化, 将连续多段最优控制问题转换为非线性规划问题(NLP)进行求解。所得再入轨迹能够使得飞行器在满足各种约束条件的情况下成功进入测控区并且有效规避绕飞区, 最终到达指定点。此外, 本文综合考虑飞行器再入飞行的快速性和工程实用性, 并提出了再入时间、弹道倾角以及航向角相关指标的加权性能指标, 同时保证了轨迹规划快速、再入轨迹平滑以及控制量变化平缓等实际需求, 提高了计算效率。仿真结果表明, 本文所提出的分段优化方案能够快速规划出适应不同飞行任务的再入轨迹。

关键词: 高超声速飞行器; 分段轨迹优化; 测控区; 绕飞区; Gauss 伪谱法

中图分类号: V412 文献标识码: A 文章编号: 1000-1328(2019)07-0758-10

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2019.07.004

Fast Optimization of Reentry Trajectory for Hypersonic Vehicles with Multiple Constraints

MEI Ying-xue, FENG Yue, WANG Rong-shun, WU Liao-ni, SUN Hong-fei

(College of Aeronautics and Astronautics, Xiamen University, Xiamen 361102, China)

Abstract: A segmented trajectory optimization strategy based on the Gauss pseudospectral method (GPM) is proposed for hypersonic vehicles during reentry where some monitoring and no-fly zones are inevitably encountered. The segmentation of the trajectory converts the original optimal control problem of the trajectory optimization into the multi-segment optimal control problem. With the help of GPM, each segment trajectory is planned according to the standard computing procedure of GPM. The whole trajectory thus obtained can make the vehicle smoothly enter into the monitoring zones, successfully circumvent the no-fly areas, and finally reach the predetermined point. Besides, considering the requirements of the high computing efficiency and the engineering practicability, we put forward a weighted performance index of reentry time and path-and-heading-angle related variables. The proposed performance index and corresponding optimization strategies definitely provide us the rapidity of the path planning, the smoothness of the flight trajectory, the flatness of the controlled variables, and the improvement of the computational efficiency. The simulation results show that the piecewise optimization scheme proposed in this paper can quickly plan a reentry trajectory for a hypersonic vehicle with complex constraints.

Key words: Hypersonic vehicle; Segmented trajectory optimization; Monitoring zone; No-fly area; Gauss pseudospectral method

0 引 言

高超声速飞行器在战术意义上以其极高的飞行速度和大跨度的飞行空域, 占据着得天独厚的优势,

目前已经日益受到世界各国的普遍重视^[1]。黄长强等^[2]提出了高超声速飞行器轨迹优化的重点研究方向, 根据兵力投送和长航程的实际作战需求, 势必要考虑多预设区到达和禁飞区规避, 以及如何提

收稿日期: 2018-04-20; 修回日期: 2018-10-14

基金项目: 国家自然科学基金项目(61273153, 61374037)

高轨迹优化的计算效率等问题。因此有必要根据实际需求寻求一条适合再入滑翔飞行且高超声速到达的最优轨迹。

高超声速飞行器的轨迹优化涉及众多非线性约束条件,是一类复杂的非线性多约束最优控制问题^[3],其求解具有相当的挑战。自二十世纪后期,出现了多种飞行器轨迹优化方法^[4],Gauss 伪谱法作为一种基于全局插值多项式的直接配点法,它相对于一般直接配点法的优势是可以用较少的节点获得较高的精度^[5-7],且计算效率较高,因此受到研究者的青睐。Reddien^[8]使用 Gauss 伪谱法求解最优控制问题,利用全局正交多项式在特定节点同时离散状态量和控制量。李铁鹏等^[9]基于 Gauss 伪谱法以飞行时间为优化指标对滑翔弹道进行了优化设计。和争春等^[10]在过载限制条件下对升力体高超声速飞行器再入弹道进行了优化设计。上述文献多将重点放在如何优化得到高超声速飞行器在各种常规约束条件下到达指定点的轨迹上,却很少考虑飞行器在实际任务中必须面对的经过特定任务区域并顺利避开敌方拦截或勿入区域的场景。对于绕飞区这一导弹防御系统的挑战,大都采用改变倾侧角符号的方法单独规划横向轨迹。张科南等^[11]基于一定的倾侧角变化规律优化得到了高超声速滑翔飞行器规避拦截区的再入轨迹,但计算效率和鲁棒性均不高。Shen 等^[12]所述方法能够快速计算出一条满足各种过程约束和状态约束的三维再入轨迹,但其横向轨迹设计部分仅通过一次改变倾侧角的符号进行控制,不太适用于大范围横向机动情况。也有学者对 Gauss 伪谱方法进行改进,以适用于此类考虑测控区和绕飞区的复杂多约束问题。Darby 等^[13]提出了一种多重区间配置法对连续时间非线性优化问题进行研究,但未针对具体问题。Wang 等^[14]采用多段 Gauss 伪谱法通过将航路点和绕飞区分别设置为固定 LG 点和虚拟 LG 点的方法对此类问题进行研究,但设定 LG 点的方式无法使轨迹得到全局优化。Jorris 等^[15]提出了一种实时自主优化方法使得轨迹在满足航路点和绕飞区等复杂多约束的同时再入时间最短,但未考虑测控区以及轨迹平滑性这样的实际问题。因此,在如此多约束条件下进行轨迹的优化设计是一个比较复杂的问题,需针对轨迹优化问题的特点,采用合适的优化策略和方法。

考虑到滑翔飞行方式可以规避拦截和进行防御,而飞行器再入初期不满足滑翔条件,通常将再入轨迹分为初始下降段和准平衡滑翔段分别规划。本文在此基础上,考虑到实际任务中所必须面对的经过特定任务区域并顺利避开敌方拦截或勿入区域的场景,对高超声速滑翔飞行器轨迹优化的主要约束条件进行了分析并给出相应的数学模型,然后对 Gauss 伪谱方法在求解复杂多约束条件下轨迹优化问题时存在的主要难点进行了分析,提出了具体的轨迹分段优化策略和方法,较好地解决了这一问题。为了便于控制系统操控,保证优化效率,同时为了避免约束条件太多而减小可行域,在性能指标中引入弹道倾角和航向角相关指标的加权和代替控制角速率等相关过程约束。最后通过对比,分析了本文优化方法的快速性和工程实用性。

1 问题描述和预备知识

1.1 问题描述

高超声速飞行器再入段由再入点到滑翔段终端点,轨迹规划过程需要考虑动力学方程约束、过程约束、终端约束等常规约束,还要考虑更符合实际任务的测控区约束和绕飞区约束。

1) 模型约束

(1) 动力学方程约束

高超声速飞行器在高速大气层内无动力返回,由于高升阻比飞行器气动力和地球重力分别约为科氏惯性力和地球自转引起的惯性离心力的 100 倍和 1000 倍^[16],因此可以假设地球为圆球不旋转模型,高超声速飞行器无量纲三自由度运动方程^[17]为:

$$\frac{dr}{dt} = V \sin \theta \quad (1a)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{V \cos \theta \sin \psi}{r \cos \varphi} \quad (1b)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{V \cos \theta \cos \psi}{r} \quad (1c)$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{D}{mg_0} - \frac{1}{r^2} \sin \theta \quad (1d)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{L \cos \nu}{mg_0 V} + \frac{V \cos \theta}{r} - \frac{\cos \theta}{r^2 V} \quad (1e)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{L \sin \nu}{mg_0 V \cos \theta} + \frac{V}{r} \cos \theta \sin \psi \tan \varphi \quad (1f)$$

式中:无量纲地心距 r ; 速度 V 和时间 t 的无量纲化

参数分别为地球平均半径 R_0 、 $\sqrt{g_0 R_0}$ 和 $\sqrt{R_0/g_0}$; g_0 为海平面引力加速度; λ 、 φ 、 θ 、 ψ 分别为经度、纬度、弹道倾角和航向角; ν 为倾侧角; m 为飞行器质量。

无量纲升力 L 、阻力 D 分别为:

$$\begin{cases} L = \frac{1}{2} \rho g_0 R_0 V^2 S_{\text{ref}} \cdot C_L \\ D = \frac{1}{2} \rho g_0 R_0 V^2 S_{\text{ref}} \cdot C_D \end{cases} \quad (2)$$

式中: S_{ref} 为飞行器气动参考面积; C_L 、 C_D 分别为升力系数和阻力系数, 由飞行器的攻角 α 和 Ma 决定; ρ 为大气密度。

(2) 过程约束

为保证再入飞行器在结构和热防护上的可靠性, 再入过程要求严格满足驻点热流密度、动压和法向过载约束^[18], 即:

$$\dot{Q} = \frac{C_1}{\sqrt{R_d}} \rho^{0.5} (\sqrt{g_0 R_0} V)^{3.15} \leq \dot{Q}_{\text{max}} \quad (3a)$$

$$q = \frac{1}{2} \rho (\sqrt{g_0 R_0} V)^2 \leq q_{\text{max}} \quad (3b)$$

$$n_{y1} = \frac{L \cos \alpha + D \sin \alpha}{mg} \leq n_{y1\text{max}} \quad (3c)$$

式中: $C_1/\sqrt{R_d} = 5.188 \times 10^{-8}$, \dot{Q}_{max} 为最大热流密度, q_{max} 为最大动压, $n_{y1\text{max}}$ 为最大法向过载。

(3) 控制约束

以飞行攻角 α 和倾侧角 ν 为控制变量, 为了满足飞行器控制能力要求, 有如下约束条件^[18]:

$$\begin{cases} \mu_1 \leq \alpha \leq \mu_2 \\ |\nu| \leq \kappa \end{cases} \quad (4)$$

式中: μ_1 、 μ_2 为攻角取值范围的上、下限; κ 为倾侧角取值范围的上限。

(4) 终端约束

为保证在一定的落角(终端弹道倾角)和速度下将飞行器引导至指定终端目标位置, 通常要加上如下终端约束^[19]:

$$\begin{cases} \lambda(t_f) = \lambda_f \\ \phi(t_f) = \phi_f \\ H_{\text{fmin}} \leq H(t_f) \leq H_{\text{fmax}} \\ V(t_f) = V_f \\ \theta(t_f) = \theta_f \\ \psi(t_f) = \psi_f \end{cases} \quad (5)$$

式中: t_f 为终端时刻。

以上是高超声速飞行器轨迹优化常见的约束条件, 本文考虑到工程上的实际需要, 在常规约束基础上还要考虑测控区约束和绕飞区约束。测控区和绕飞区约束描述如下:

假设所求最优轨迹在水平面的投影为 $\Gamma(\lambda, \phi)$, 测控区是以地球表面一点 $\chi(\lambda_c, \phi_c)$ 为圆心, R_c 为半径的无限高圆柱形区域; 绕飞区是以地球表面一点 $\chi(\lambda_r, \phi_r)$ 为圆心, R_r 为半径的无限高圆柱形区域。测控区约束和绕飞区约束分别表示为:

$$\Theta(\lambda, \phi; \lambda_c, \phi_c, R_c) \triangleq d(\chi(\lambda_c, \phi_c), \Gamma) - R_c < 0 \quad (6)$$

$$\Xi(\lambda, \phi; \lambda_r, \phi_r, R_r) \triangleq d(\chi(\lambda_r, \phi_r), \Gamma) - R_r \geq 0 \quad (7)$$

式中: d 为地球表面一点 χ 到轨迹 Γ 的距离。

2) 性能指标

在高超声速飞行器再入轨迹优化的研究中, 多数文献仅仅考虑某个单一的性能指标。例如文献[20], 为了实现快速打击, 要求再入飞行时间最短, 所以将再入过程的时间作为优化目标:

$$J_1 = t_f - t_0 \quad (8)$$

式中: t_0 为再入初始时刻。

为了兼顾到再入轨迹的平滑性, 常常将弹道倾角速率的平方的积分作为性能指标^[21]:

$$J_2 = \int_{t_0}^{t_f} \dot{\theta}^2 dt \quad (9)$$

再者, 为了便于控制系统操控, 使飞行器平稳飞行, 也有学者采用航向角速率的平方的积分作为性能指标^[22]:

$$J_3 = \int_{t_0}^{t_f} \dot{\psi}^2 dt \quad (10)$$

本文将综合考虑所设计轨迹的高效性和工程实用性, 选择式(8)、式(9)、式(10)所示性能指标的加权和作为优化目标, 通过调整权重系数, 能够在时间最优、控制量最优和轨迹平滑性最优之间进行权衡, 以规划出易于实现的轨迹。最终的性能指标式为:

$$J = w_1 J_1 + w_2 J_2 + w_3 J_3 \quad (11)$$

式中: w_1 、 w_2 、 w_3 为权重系数, 用于调节优化指标中飞行器飞行时间以及弹道和控制量平滑性最优之间的权重。

注 1. 对于性能指标的分析: 从物理机理上, 采用 Gauss 伪谱法将再入时间 ($t_f - t_0$) 作为目标函

数,即要求再入时间最短,同时在性能指标中引入弹道倾角和航向角相关指标代替相关过程约束使纵向轨迹和横向轨迹平滑。由于减少了约束条件数量,计算效率进一步提高;从控制机理上, w_1, w_2, w_3 分别为性能指标 J 第 1、2、3 项的权,当权越大,惩罚越大,对应项的函数值越小,即对应项越优。对于线性系统,权的选取可借鉴 LQR 方法中加权矩阵的选取^[23-25];而对于非线性系统,目前更多依赖于工程实际。为了方便后续制导工作,相对于轨迹平滑性,再入时间是次要的,因此 w_2, w_3 都要较 w_1 取大一些。

令 x, μ 分别表示系统(1)的状态和输入,即:
 $x = [x^1, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6]^T = [r, \lambda, \phi, V, \theta, \psi]^T; u = [u^1, u^2]^T = [\alpha, \nu]^T$;再令 $f(x, \mu)$ 为状态方程(1a)~(1f)的右端函数。

则本文所要研究的多约束问题可描述为:

在满足动力学方程约束(1a)~(1f),过程约束(3a)~(3c),控制约束(4),终端约束(5)以及测控区约束(6)和绕飞区约束(7)的情况下,寻找合适的状态轨迹和控制输入,以及初末时刻(若未给定),使得性能指标(11)最小,即:

$$\begin{aligned} \min_{x \in R^W, \mu \in R^M} & J(x, \mu, t_0, t_f) \\ \text{s. t.} & \begin{cases} \dot{x} = f(x, \mu) \\ \Omega_\zeta(x, \mu) \leq 0, \zeta \in E = \{1, 2, \dots, q\} \\ \Lambda(x(t_f)) \leq 0 \\ \Theta(\lambda, \varphi; \lambda_c, \phi_c, R_c) < 0 \\ \Xi(\lambda, \varphi; \lambda_r, \phi_r, R_r) \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

式中: $W = 6, M = 2; \Omega_\zeta(x, \mu) \leq 0$ 为由过程约束(3a)~(3c)、控制约束(4)确定的 q 个不等式约束; $\Lambda(x(t_f)) \leq 0$ 为由终端状态约束(5)确定的等式及不等式约束。

上述多约束轨迹优化问题本质上是最优控制问题,工程上普遍使用 GPM 来求解最优控制问题的数值解^[26]。但是,由于测控区约束为局部性约束,而 GPM 仅对具有过程约束的最优控制问题有效。因此,测控区甚至是多个测控区约束的存在,加大了求解轨迹优化问题的难度,本文将着重解决该问题。

1.2 预备知识

Gauss 伪谱法以 Legendre 多项式的根为离散

点,将连续最优控制问题的状态变量和控制变量离散化,并以离散点为节点采用全区间 Lagrange 插值多项式来近似状态变量和控制变量,从而将轨迹优化的最优控制问题转换为非线性规划问题进行求解^[27]。

在不考虑测控区和绕飞区的情况下,问题可以直接采用 GPM 求解。对于 GPM 的一般步骤,本文作如下归纳:

1) 对时间变量 t 作变换,将时间区间转换到 $[-1, 1]$ 。

$$\tau = \frac{2t}{t_f - t_0} - \frac{t_f + t_0}{t_f - t_0} \quad (13)$$

2) 确定离散时刻点。

取 N 阶 Legendre 多项式的 N 个根 $\tau_k \in (-1, 1), k = 1, 2, \dots, N$,再令 $\tau_0 = -1, \tau_{N+1} = 1$,则 $\tau_0, \tau_k, \tau_{N+1}$ 构成弹道的 $N + 2$ 个离散点。

3) 约束条件及性能指标的离散化。

根据上述时间变换和配点选取,构造系统状态 x 和输入 u 关于其估计值 X, U 的近似表达式:

$$\begin{cases} x(t(\tau)) \approx X(t(\tau)) = \sum_{i=0}^N X(\tau_i) L_i(\tau) \\ u(t(\tau)) \approx U(t(\tau)) = \sum_{i=1}^N U(\tau_i) L_i^*(\tau) \end{cases} \quad (14)$$

式中: $L_i(\tau) = \prod_{j=0, j \neq i}^N \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j} (i = 0, \dots, N), L_i^*(\tau) =$

$\prod_{j=1, j \neq i}^N \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j} (i = 1, \dots, N)$ 为 Lagrange 插值基函数。

令 $X_k = X(\tau_k), U_k = U(\tau_k); J = w_1 J_1 + w_2 J_2 + w_3 J_3 \triangleq \varphi(t_0, t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \eta(x(t), \mu(t), t) dt$,其中,

$\varphi(t_0, t_f) = w_1 J_1, \eta(x(t), \mu(t), t) = w_2 \dot{\theta}^2 + w_3 \dot{\psi}^2$
 $(\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}, \dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt})$ 。则微分方程约束,等式/不等

式约束以及目标函数经离散化,可转换为下述代数约束^[28-29]:

$$\sum_{i=0}^N D_{ki} X_i - \frac{t_f - t_0}{2} f(X_k, U_k, \tau_k) = 0 \quad (15)$$

$$\Omega_\zeta(X_k, U_k) \leq 0 \quad (16)$$

$$\Lambda(X(t_f)) \leq 0 \quad (17)$$

$$J = \varphi(t_0, t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \cdot \sum_{k=1}^N \gamma_k \cdot \eta(X_k, U_k, \tau_k) \tag{18}$$

式中: $D_{ki} = \dot{L}_i(\tau_k) = \sum_{\delta=0}^N \left[\prod_{j=0, j \neq i, \delta}^N (\tau_k - \tau_j) / \prod_{j=0, j \neq i}^N (\tau_i - \tau_j) \right] (k = 1, 2, \dots, N; i = 0, 1, \dots, N); \gamma_k = \int_{-1}^1 \prod_{\mu=1, \mu \neq k}^N \frac{\tau - \tau_\mu}{\tau_k - \tau_\mu} d\tau$ 为 Gauss 权重。

经过对时间、非线性函数、微分方程等离散化后,最优控制问题(12)(不考虑测控区和绕飞区约束)就转化为如下离散非线性规划问题:

求离散节点上的状态 $X(\tau_i) (i = 0, \dots, N)$ 和控制变量 $U(\tau_i) (i = 1, \dots, N)$, 使得性能指标(18)最小,并满足动力学方程约束(15),过程约束等不等式约束(16)以及终端状态约束(17)。

2 轨迹优化策略

目前许多研究采用 Gauss 伪谱法解决高超声速飞行器轨迹的优化设计问题,但在面对本文提出的多约束任务场景时,考虑到测控区约束的局部性特点,无法直接求解。

2.1 多约束分段优化方法

假设 1. 飞行任务中有 l 个绕飞区, n 个测控区。飞行器自东向西跨经度飞行且测控区中心轴处在不同的经度上。同时假设所有测控区均在准平衡滑翔段。假设 1 具有一般性,对测控区位置的假定是方便对测控区自东向西进行编号。若部分测控区的中心轴处于同一经度,则以该经度对轨迹进行分段,然后按照纬度对处于相同经度的测控区编号。不妨假设,经过编号后的测控区按照自东向西的方向依次为测控区 1、测控区 2, …… 测控区 n 。

对于绕飞区约束和测控区约束,将问题简化,只考虑其横向剖面,化三维约束为绕飞圆约束和测控圆约束进行求解。则规避绕飞区,进入测控区两个约束条件可分别严格描述为:

$$\forall (\lambda, \phi) \in \Gamma, \forall i = 1, 2, \dots, l, \tag{19}$$

$$\text{s. t. } \Xi(\lambda, \phi; \lambda_{ri}, \phi_{ri}, R_{ri}) \geq 0$$

$$\forall j = 1, 2, \dots, n, \exists (\lambda_j, \phi_j) \in \Gamma, \tag{20}$$

$$\text{s. t. } \Theta(\lambda_j, \phi_j; \lambda_{cj}, \phi_{cj}, R_{cj}) < 0$$

式中:下标 ri 和 cj 分别表示第 i 个绕飞区和第 j 个测

控区。

注 2. 本文分段点个数取决于测控区个数,自然地,测控区越多,分段数越多,对数值计算要求越高,但计算时间可接受,并不会带来明显的增长。

由式(19)可知,绕飞区约束是一个全局性约束条件,即:对于轨迹上所有点 (λ, ϕ) , 都满足 $\Xi(\lambda, \phi; \lambda_{ri}, \phi_{ri}, R_{ri}) \geq 0$ 。因此,可以直接将其设置为过程约束。则规避第 i 个绕飞区的约束为 $\Xi_i(\lambda, \phi; \lambda_{ri}, \phi_{ri}, R_{ri}) \geq 0$ 。

由此可见,绕飞区约束作为全局性约束条件不会给求解带来本质上的困难。由式(20)可知,测控区约束仅仅是对轨迹的局部性约束,此时不能将其作为过程约束来看待,这给轨迹优化问题带来了本质困难。针对该棘手问题,本文将改进传统 Gauss 伪谱法,以适用于再入飞行任务含测控区的轨迹优化问题。具体来说,就是依据 n 个测控区将准平衡滑翔段分成 $n + 1$ 段,这样连同初始下降段,相当于将整个轨迹分割成 $n + 2$ 段(如图 1 所示),然后每一段轨迹通过 Gauss 伪谱法来求解。为方便,自东向西依次称每一小段轨迹为第 1 段、第 2 段, …… , 第 $n + 2$ 段。

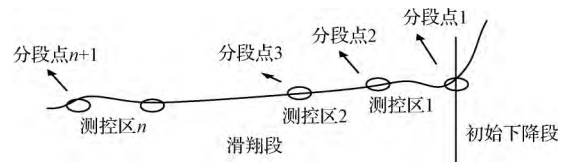


图 1 分段优化策略示意图

Fig. 1 Schematic diagram of piecewise optimization strategy

将飞行轨迹按上述方式进行分段后,最主要的问题是分段点如何选取。分段点选取首先要考虑飞行器在每一段上的飞行要求和约束,还要兼顾到 Gauss 伪谱法的适用性。下面给出分段点的选取依据。

分段点 1 为初始下降段与准平衡滑翔段的交界点。该点可以通过平衡滑翔条件以及最大热流密度约束(再入初期动压和过载一般较小,可以满足约束,因此不考虑)来决定,即满足条件^[29]:

$$\left\{ \begin{aligned} \left| \left| \frac{dr}{dV} \right|_{3DOF} - \left| \frac{dr}{dV} \right|_{QECC} \right| < \sigma \\ \dot{Q}_{Trans} \leq \dot{Q}_{max} \end{aligned} \right. \tag{21}$$

式中: $\left| dr/dV \right|_{3DOF}$ 可由运动方程(1a)式除以(1d)

式得到; $|dr/dV|_{Q_{EGC}}$ 为平衡滑翔轨迹在高度 - 速度剖面对应的斜率, 给定一个速度 V , 可根据准平衡滑翔条件求出对应 r , 再根据有限差分求解 $|dr/dV|_{Q_{EGC}}$; σ 为一极小正值; \dot{Q}_{Trans} 为分段点处热流密度。

分段点 2 ~ (n + 1) 根据测控区约束选取, 将第 j 个测控区约束设置为第 $j + 1$ 段轨迹的终端约束。根据测控区位置及大小, 动态设置轨迹上点 A_j 为分段点。设 A_j 点所在经纬度坐标为 $(\lambda_{A_j}, \phi_{A_j})$, 若 A_j 点位于测控区内部, 即: 进入第 j 个测控区的约束为 $\Theta_j(\lambda_{A_j}, \phi_{A_j}; \lambda_{c_j}, \phi_{c_j}, R_{c_j}) < 0$, 则轨迹成功经过测控区域, 符合任务要求。

令 $*^{(p)}$ 表示第 p 段弹道对应参数, $p \in \{1, 2, \dots, n + 2\}$ 。

在每段轨迹上选择合适数量的离散点将状态变量和控制变量进行离散化, 将整个轨迹分段离散化后, 将所有的离散点状态变量、控制变量作为优化参数同时进行优化设计, 最终通过插值获得对应的最优控制及最优轨迹, 第 p 段弹道优化问题描述如下:

求离散节点上的状态 $X_{(\tau_i)}^{(p)} (i = 0, \dots, N)$ 和控制变量 $U_{(\tau_i)}^{(p)} (i = 1, \dots, N)$, 使得性能指标 (18) 最小, 并满足动力学方程约束 (15), 第 p 段终端约束 (式 (21), $p = 1$; 式 (20), $p = 2, 3, \dots, n + 1$; 式 (17), $p = n + 2$), 以及过程约束、控制约束等一系列不等式约束 (16), 终端状态约束 (17) 和绕飞区约束 (19)。

当然, 为确保状态量和控制量的连续性, 在轨迹优化过程中各段轨迹在分段点处需要满足如下连接条件:

$$\begin{cases} t_0^{(p+1)} - t_f^{(p+1)} = 0 \\ X(t_0^{(p+1)}) - X(t_f^{(p)}) = 0 \\ U(t_0^{(p+1)}) - U(t_f^{(p)}) = 0 \end{cases} \quad (22)$$

2.2 优化流程

本文采用 GPM 作为每阶段优化的基本方法。根据上述优化策略, 为充分利用再入轨迹不同阶段特性, 将再入轨迹分为初始下降段和滑翔段分别优化, 同时根据测控区约束条件将滑翔段分段, 将一般最优控制问题转换为多段最优控制问题, 以求得满足多约束条件且具有一定精度的最优轨迹。图 2 描述了本文提出的分段优化策略的基本流程。

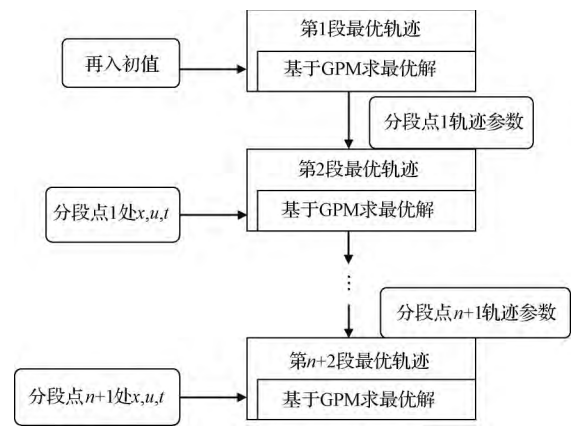


图 2 基于分段 Gauss 伪谱法的再入轨迹优化流程图

Fig. 2 Flow chart of reentry trajectory optimization based on piecewise Gauss pseudospectral method

3 仿真结果及分析

在 MATLAB 中进行仿真, 仿真的目的是检验任意给定测控区和绕飞区的情况下, 所设计的方法是否能够快速得到优化轨迹使飞行器从再入点快速平滑地过渡到终端点, 且成功进入测控区并规避所设绕飞区; 同时就优化效果与已有研究进行对比, 检验本文所设计的改进方法的高效性和实用性。

3.1 算例

以通用航空器 CAV 为对象, 再入飞行器气动特性参数采用通用航空器 CAV 的相关参数^[30], 其最大升阻比为 3.4, 气动参考面积为 0.8 m², 质量为 900 kg, 最大升阻比攻角为 12°。

根据实际要求, 仿真参数设置如下:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{max} &= 1500 \text{ kW/m}^2, n_{y1max} = 3, q_{max} = 20 \text{ kPa}; \alpha \in [10^\circ, 30^\circ], v \in [-100^\circ, 100^\circ]; \lambda_0 = -105^\circ, \\ \phi_0 &= 65^\circ, H_0 = 100 \text{ km}, V_0 = 7400 \text{ m/s}, \theta_0 = 0^\circ, \\ \psi_0 &= -36^\circ, \lambda_f = 115.7^\circ, \varphi_f = 17.2^\circ, 40 \text{ km} \leq H_f \leq 50 \text{ km}, \\ V_f &= 4000 \text{ m/s}, \theta_f = -0.5^\circ, \psi_f = -140^\circ. \end{aligned}$$

假设飞行器要进入 1 个测控区并绕过 3 个绕飞区, 即, $n = 1, p = 3$ 。

给定测控区 1 中心位于 (136.11°E, 44.74°N), 半径为 100 km; 绕飞区 1 中心位于 (140.03°E, 35.53°N), 半径为 600 km; 绕飞区 2 中心位于 (123.91°E, 53.98°N), 半径为 500 km; 绕飞区 3 中心位于 (116.37°E, 39.690°N), 半径为 1000 km。

性能指标的权重系数取为 $w_1 = 0.2, w_2 = 0.4$,

$w_3 = 0.4$ 。

图 3~6 为采用本文提出的改进 Gauss 伪谱法对算例进行的有效性验证曲线。由图 3 可知,再入过程中热流密度、法向过载以及动压都严格低于最大峰值,满足常规过程约束。图 4 为高度、速度关于时间变化的曲线,从图中可以看出,曲线平滑且满足终端状态约束等条件。图 5 表明控制变量在要求范围内变化,且变化较为平缓。但根据实际工程需要,由于考虑攻角幅度限制,导致出现了两次较长时间的攻角饱和。

结合图 3、4,对攻角和倾侧角的变化过程进行分析:当 $0s \leq t < 200s$ 时, $H > 80km$,由于无气动力作用, α 不起作用,且不断增大直至上限值并持续一段时间以增大气动力,由于 $\theta_0 = 0$,为使 H 下降, v 总体呈下降趋势;当 $200s \leq t < 400s$ 时,过程约束 \dot{Q} 、 n_{y1} 、 q 先增大后减小,此时间段内攻角维持饱和值 30° , v 先增大后减小以弥补 α 达到饱和值但仍不能满足过程约束的情形;当 $400s \leq t < 800s$ 时,过程约束 \dot{Q} 、 n_{y1} 、 q 增大,此时间段内随着 H 的下降,气动力增大, V 进一步减小,则 α 减小以防 V 过小,为了满足过程约束 \dot{Q} 、 n_{y1} 、 q , v 增大以弥补 α 的减小;当 $800s \leq t < 1800s$ 时, \dot{Q} 在要求范围内呈下降趋势,可不作考虑, n_{y1} 、 q 总体上呈上升趋势,气动力进一

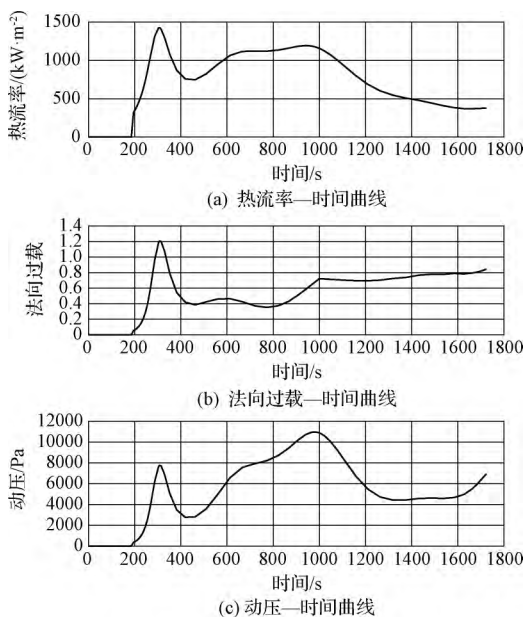


图 3 常规过程约束变化曲线

Fig. 3 Curves of conventional process constraints

步增加, α 先上升维持饱和值 30° 使得 V 先下降以满足测控/绕飞区约束以及终端高度等约束,后下降以满足终端速度等约束,同时 v 需配合 α 呈先上升后下降的趋势以满足测控区约束等多约束条件。

图 6 为轨迹的横侧向和三维轨迹图,目的是便于观察轨迹的横侧向走向,图 6(a)、图 6(b) 表明轨迹成功进入测控区并且有效规避了绕飞区,最后到达终端点,且在分段点处状态量和控制量平滑衔接。

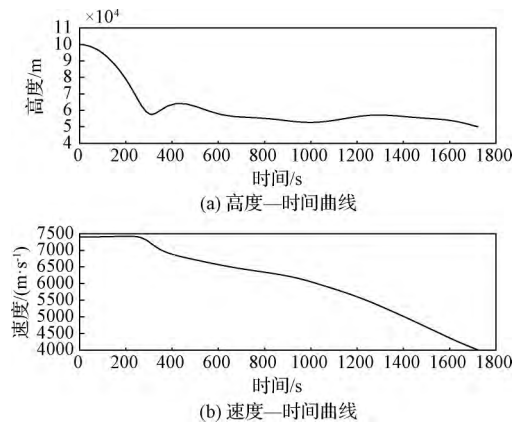


图 4 状态变量变化曲线

Fig. 4 Curves of state variables

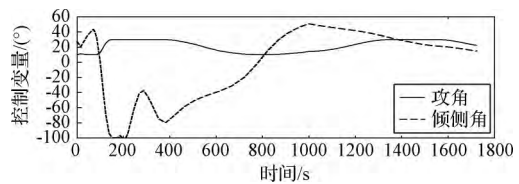


图 5 控制变量变化曲线

Fig. 5 Curves of control variables

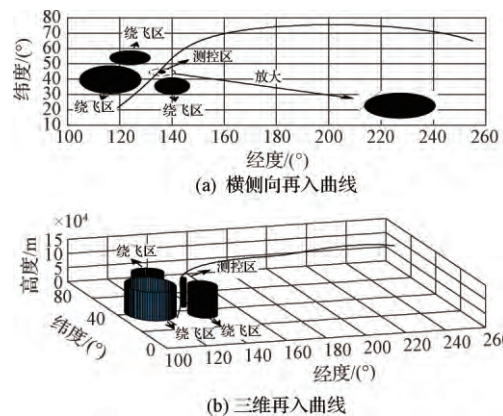


图 6 轨迹生成图

Fig. 6 Trajectory generation diagram

为验证测控区/绕飞区数目对模型维数的影响,在上述算例的基础上增加两个测控区,中心分别位于(130.11°E,40.74°N)、(126.04°E,32.83°N),半径都为100 km,分别记为测控区2和测控区3,统计计算时间,如表1、表2、表3。

表1 测控区个数对计算时间的影响

Table 1 Influence of the number of monitoring zones on the calculation time

测控区数目(区号)/绕飞区数目(区号)	计算时间/s
1(1)/2(1,2)	32.056803
2(1,2)/2(1,2)	43.825425
3(1,2,3)/2(1,2)	68.389302

表2 绕飞区个数对计算时间的影响

Table 2 Influence of the number of no-fly zones on the calculation time

测控区数目(区号)/绕飞区数目(区号)	计算时间/s
2(1,2)/1(1)	32.452612
2(1,2)/2(1,2)	43.825425
2(1,2)/3(1,2,3)	59.524916

表3 绕飞区分布/大小对计算时间的影响

Table 3 Influence of the distribution of no-fly zones around the calculation time

测控区数目(区号)/绕飞区数目(区号)	计算时间/s
2(1,2)/1(1)	32.452612
2(1,2)/1(3)	80.490322

从表3中可以看出:1)测控区个数的增加会延长计算时间 t ;2)绕飞区个数对计算时间有影响,但不显著,绕飞区的分布及大小对计算时间的影响更大。

这说明由于本文分段点个数取决于测控区个数、自然地、测控区越多,分段数越多,对数值计算要求越高,但计算时间可接受,并不会带来明显的增长;而绕飞区只是作为过程约束,绕飞区的数目确实对模型的维数造成了影响,但计算时间更大程度上会受到绕飞区分布及其大小的影响,若分布过于紧密或者绕飞区较大,轨迹曲度可能发生较大变化,对在线规划势必会造成影响。

文献[27]考虑到快速打击和轨迹平滑性,引入再入时间和弹道倾角相关指标的加权和作为目标函数。本文在此基础上考虑到轨迹快速优化要求,力

求控制量变化平缓,同时为了避免约束条件增多减小可行域,在目标函数中引入航向角相关指标代替在过程约束中增加控制角速率约束,取再入时间、弹道倾角和航向角相关指标三项指标加权和作为目标函数。图7至图8为采用文献[27]中性能指标与本文改进性能指标下对原算例($n=1, p=3$)进行的优化对比曲线。图7表明,两种情况下常规过程约束都能被控制在峰值之内,但改进方法使得热流率、法向过载和动压在再入过程中明显低于未改进方法,从而减小了飞行器承受能力,提高了飞行器性能和使用寿命。图8表明改进方法下的控制变量变化曲线较未改进方法平滑,波动明显更小,从而便于控制系统操控,极大地提高了计算效率。表4为采用两种优化方法所需计算时间的对比表,改进方法计算效率较未改进方法大大提高,更加满足再入飞行任务快速规划的需求。

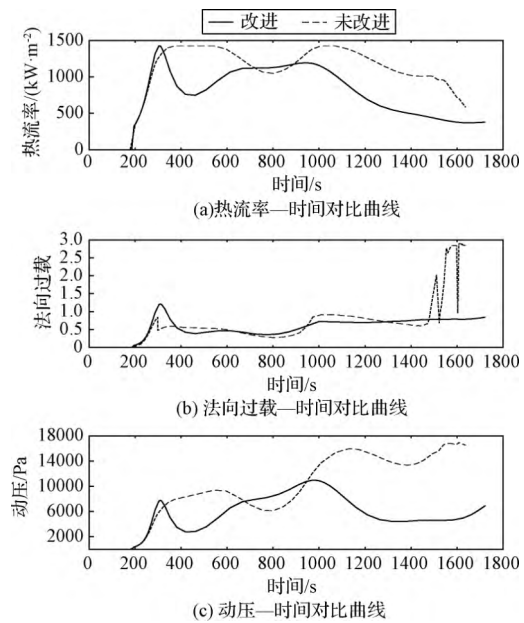


图7 常规过程约束变化曲线对比

Fig. 7 Comparison of curves of conventional process constraints

表4 计算时间对比

Table 4 Calculation time contrast

计算方法	计算时间/s
改进	38.974302
未改进	453.015268

4 结论

本文针对高超声速飞行器再入过程中面临多个测控区和绕飞区的再入轨迹设计问题,分析了采用

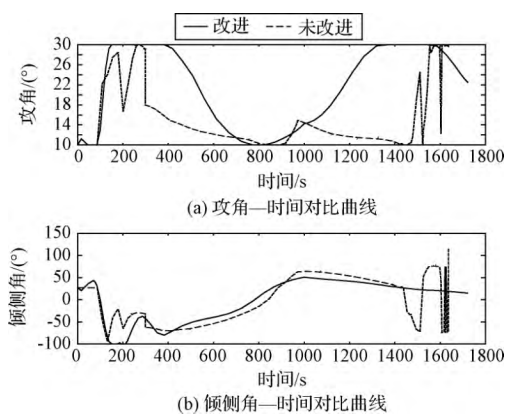


图 8 控制变量变化曲线对比

Fig. 8 Contrast of control variable curves

传统 Gauss 伪谱法设计时存在的主要问题,引入了分段优化的轨迹设计思路,并提出了具体的轨迹分段策略。以再入时间、弹道倾角以及航向角相关指标的加权和最小为性能指标设计了考虑各种约束条件下的最优轨迹。仿真结果表明本文所设计的改进方法能够快速有效的用于解决任意给定测控区和绕飞区约束的轨迹优化问题。

参 考 文 献

- [1] 张卫东. 滑翔式高超声速飞行器再入轨迹规划与姿态控制 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017. [Zhang Wei-dong. Reentry trajectory planning and attitude control for gliding hypersonic vehicle [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017.]
- [2] 黄长强, 国海峰, 丁达理. 高超声速滑翔飞行器轨迹优化与制导综述[J]. 宇航学报, 2014, 35(4): 369 - 379. [Huang Chang-qiang, Guo Hai-feng, Ding Da-li. Overview of trajectory optimization and guidance for hypersonic gliding vehicle [J]. Journal of Astronautics, 2014, 35(4): 369 - 379.]
- [3] 谢愈, 刘鲁华, 汤国建. 多约束条件下高超声速滑翔飞行器轨迹优化[J]. 宇航学报, 2011, 32(12): 2499 - 2504. [Xie Yu, Liu Lu-hua, Tang Guo-jian. Trajectory optimization of hypersonic gliding vehicle under multiple constraints [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(12): 2499 - 2504.]
- [4] 雍恩米, 陈磊, 唐国金. 飞行器轨迹优化数值方法综述[J]. 宇航学报, 2008, 29(2): 397 - 405. [Yong En-mi, Chen Lei, Tang Guo-jin. Overview of numerical methods for aircraft trajectory optimization [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(2): 397 - 405.]
- [5] Huntington G T. Advancement and analysis of a Gauss pseudospectral transcription [D]. Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology, 2007.
- [6] Benson A, Thorvaldsen T, Rao V. Direct trajectory optimization and costae estimation via an orthogonal collocation method [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2006, 29(6): 1435 - 1440.
- [7] 罗建军, 王明光, 袁建平. 基于伪光谱方法的月球软着陆轨道快速优化[J]. 宇航学报, 2007, 28(5): 1119 - 1122. [Luo Jian-jun, Wang Ming-guang, Yuan Jian-ping. Rapid optimization of lunar soft landing trajectory based on pseudospectral method [J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(5): 1119 - 1122.]
- [8] Reddien G W. Collocation at Gauss points as a discretization in optimal control [J]. Control Optimization, 1979, 17(2): 298 - 306.
- [9] 李铁鹏, 王中原, 陈琦. 基于 Gauss 伪谱法的滑翔弹道优化算法研究[J]. 弹道与制导学报, 2014, 34(2): 113 - 116. [Li Tie-peng, Wang Zhong-yuan, Chen Qi. Research on gliding trajectory optimization algorithm based on Gauss pseudospectral method [J]. Journal of Ballistics and Guidance, 2014, 34(2): 113 - 116.]
- [10] 和争春, 何开锋, 朱国林. 过载限制条件下升力体再入大气层弹道优化设计[J]. 弹道学报, 2007, 19(2): 8 - 12. [He Zheng-chun, He Kai-feng, Zhu Guo-lin. Optimal design of reentry trajectory for lifting body under overload constraints [J]. Journal of Ballistics, 2007, 19(2): 8 - 12.]
- [11] 张科南, 周浩, 陈万春. 高超声速飞行器多约束多种机动突防模式弹道规划[J]. 弹道学报, 2012, 24(3): 85 - 90. [Zhang Ke-nan, Zhou Hao, Chen Wan-chun. Trajectory planning for hypersonic vehicle with multiple constraints and multiple maneuvering penetration modes [J]. Journal of Ballistics, 2012, 24(3): 85 - 90.]
- [12] Shen Z J, Lu P. On-board generation of three-dimensional constrained entry trajectories[C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Monterey, USA, August 5 - 8, 2002.
- [13] Darby C L, Garg D, Rao A V. Costate estimation using multiple-interval pseudospectral methods [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2011, 48(5): 856 - 866.
- [14] Wang L, Xing Q H, Mao Y F. Reentry trajectory rapid optimization for hypersonic vehicle satisfying waypoint and no-fly zone constraints [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2009, 32(2): 551 - 572.
- [15] Jorris T R, Cobb R G. Three-dimensional trajectory optimization satisfying waypoint and no-fly zone constraints [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2009, 32(2): 551 - 572.
- [16] Elnagar J, Kazemi M A. Pseudospectral Chebyshev optimal control of constrained nonlinear dynamical systems [J]. Computational Optimization and Applications, 1998, 11(2): 195 - 217.
- [17] Vinh N X. Optimal trajectories in atmospheric flight [C]. The 32nd International Astronautical Congress Rome, Italy, September 6 - 12, 1981.
- [18] Hui T L, Ping Y J, Qun F, et al. Reentry skipping trajectory optimization using direct parameter optimization method [C]. The 14th AIAA/AHI Space Planes and Hypersonic Systems and

- Technologies Conference, Canberra, Australia, November 6–9, 2006.
- [19] Betts J T. Survey of numerical methods for trajectory optimization [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1998, 21(2): 193–206.
- [20] 张熠 张万鹏 陈璟 等. 基于 Gauss 伪谱法的 UAV 对地攻击武器投放轨迹规划 [J]. *航空学报*, 2011, 32(7): 1239–1251. [Zhang Yi, Zhang Wan-peng, Chen Jing, et al. Trajectory planning of UAV ground attack weapon delivery based on Gauss pseudospectral method [J]. *Journal of Aeronautics*, 2011, 32(7): 1239–1251.]
- [21] 高长生 陈尔康 荆武兴. 高超声速飞行器机动规避轨迹优化 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2017, 49(4): 16–21. [Gao Chang-sheng, Chen Er-kang, Jing Wu-xing. Optimization of maneuvering avoidance trajectory for hypersonic vehicle [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2017, 49(4): 16–21.]
- [22] 刘晓慧 聂万胜 杨新垒. 高超声速飞行器多约束再入滑翔机动弹道优化设计 [J]. *导弹与航天运载技术*, 2017, 352(2): 6–11. [Liu Xiao-hui, Nie Wan-sheng, Yang Xin-lei. Optimization design of maneuvering trajectory for hypersonic vehicle with multiple constraints reentry gliding maneuver [J]. *Missile and Spaceflight Transport Technology*, 2017, 352(2): 6–11.]
- [23] 王彩霞. LQR 最优控制系统中加权阵的研究 [J]. *西北民族大学学报*, 2003, 24(48): 29–31. [Wang Cai-xia. Study of weight matrix in LQR optimal control system [J]. *Journal of Northwestern University of Nationalities*, 2003, 24(48): 29–31.]
- [24] Lincoln B, Bernhardsson B. LQR optimization of linear system switching [J]. *IEEE Transactions on Automatic control*, 2002, 47(10): 1701–1705.
- [25] Cao Y, Ren W. Optimal linear-consensus algorithms: an LQR perspective [J]. *IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics*, 2010, 40(3): 819–830.
- [26] Huntington G T, Rao A V. Optimal reconfiguration of spacecraft formations using the Gauss pseudospectral method [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. 2012, 31(3): 689–698.
- [27] 雍恩米 唐国金 陈磊. 基于 Gauss 伪谱方法的高超声速飞行器再入轨迹快速优化 [J]. *宇航学报*, 2008(6): 1766–1772. [Yong En-mi, Tang Guo-jin, Chen Lei. Fast reentry trajectory optimization of hypersonic vehicle based on Gauss pseudospectral method [J]. *Journal of Astronautics*, 2008(6): 1766–1772.]
- [28] 徐少兵 李升波 成波. 最优控制问题的 Legendre 伪谱法求解及其应用 [J]. *控制与决策*, 2014, 29(12): 2113–2120. [Xu Shao-bing, Li Sheng-bo, Cheng Bo. Legendre pseudospectral method for optimal control problem and its application [J]. *Control and Decision*, 2014, 29(12): 2113–2120.]
- [29] 雍恩米 唐国金 陈磊. 助推-滑翔式导弹中段弹道方案的初步分析 [J]. *国防科技大学学报*, 2006, 28(6): 6–10. [Yong En-mi, Tang Guo-jin, Chen Lei. Preliminary analysis of midcourse trajectory for boost gliding missile [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2006, 28(6): 6–10.]
- [30] Phillips T H. A common aero vehicle (CAV) model, description, and employment guide [R]. Schafer Corporation for AFRL and AFSPC, Arlington, VA, 2003.

作者简介:

梅映雪(1993-) 女 硕士 研究方向为非线性控制理论, 轨迹规划及制导。

通信地址: 福建省厦门市翔安区厦门大学(361102)

电话: 13666076319

E-mail: 843133963@qq.com

孙洪飞(1970-) 男 博士 教授 研究方向为非线性系统鲁棒控制、无人飞行器路径规划、导航、制导一体化设计。本文通信作者。

通信地址: 福建省厦门市翔安区翔安南路4221-134(361102)

电话: 13600924465

E-mail: sunhf@xmu.edu.cn