2019年5月

doi:10.6043/j.issn.0438-0479.201806005

# 压电柔性臂的传感器/致动器优化 配置与振动主动控制

#### 康建云,毕 果\*

(厦门大学航空航天学院,福建厦门 361005)

摘要:以欧拉-伯努利(Euler-Bernoulli)悬臂梁为模型,对压电柔性臂系统的传感器/致动器的优化配置和振动主动控制 问题进行推导,简化了智能压电柔性臂系统的动力学方程和压电传感/致动方程,并建立了系统状态空间表达式.从传 感器/致动器对相应模态的贡献出发,给出一种考虑模态权重的目标函数,并采用遗传算法对同位配置时的传感器/致 动器的优化配置进行研究,基于优化布局结果在柔性臂上黏贴压电致动器和传感器,建立模糊逻辑控制器,对柔性臂在 自由衰减和持续激励的情况下分别进行振动主动控制实验.实验结果表明柔性臂在两种激励下的振动均得到到了有效 抑制,所提出的优化配置方法和模糊控制策略是可行的.

关键词:压电柔性臂:传感器/致动器:遗传算法:模糊控制

中图分类号: TP 24 文献标志码:A **文章编号:**0438-0479(2019)03-0415-07

以空间站吊装用机械臂、大型柔性天线、空间太 阳能帆板为代表的柔性构件具有效率高、质量轻、设 计紧凑等优点在航空航天领域得到了广泛的应用<sup>[1]</sup>. 但柔性结构体在操作过程中,很容易产生弹性振动, 这大大影响了操作过程中的定位精度和操作效率.随 着智能柔性臂的发展,解决这一关键问题迫在眉睫. 因此在保证其优点的前提下,必须对柔性机械臂结构 振动抑制进行研究.

压电类材料作为新型智能材料,具有结构紧凑, 响应时间短等优点,为柔性结构振动的主动控制提供 了新的思路.基于压电传感器/致动器的柔性臂的振 动主动控制是一项具有挑战性的课题,国内外学者对 此有着广泛的的研究[2-3].由于柔性结构的振动主动 控制性能和传感器/致动器的数目和位置等有关,因 此传感器/致动器的优化配置问题具有重要的工程意 义.近些年,国内外学者对传感器/致动器在柔性结构 上的优化配置研究主要集中在两个方面:一是确立合 适的、反应控制需求的优化准则,二是寻找合适的求 解问题的优化求解算法.Ning 等<sup>[4]</sup>在结构振动主动控

制中对压电致动器粘贴的最佳数目和位置进行了研 究,通过控制输入能量的特征值分布确定了致动器的 最优位置和数目. Kim 等<sup>[5]</sup> 以瞬态振动能量为优化目 标,采用系列二次规划对柔性板瞬态振动控制中的压 电层的分布进行优化. Kumar 等<sup>[6]</sup>采用梁的理论,将 压电传感器/致动器的位置优化描述为零一优化问 题,以线性二次型最优调节器(linear quadratic regulator, LQR) 控制系统中的性能指标函数 J 作为 目标函数,对柔性薄板上的致动器/传感器的双向离 散分布进行优化. Wang 等<sup>[7]</sup>从系统能控性的角度出 发,以能控性指标作为目标函数对一对压电致动器在 柔性梁上的最佳布局和尺寸进行优化. Qiu 等<sup>[8]</sup> 从智 能柔性板状态方程出发,基于能控/能观性准则,提出 了基于能量的传感器/致动器的优化配置策略.杨依 领等<sup>[9]</sup>采用模态理论,提出了一种考虑模态权重的表 征最大综合模态控制力的评价准则,通过改进遗传算 法得到了压电致动器在智能挠性结构的最佳布局位 置.在确立了优化配置准则后,优化配置问题归结到非 线性函数的约束优化问题求解,传统的非线性求解方法

Citation: KANG J Y, BI G. Optimal configuration of sensors/actuators and active vibration control of a piezoelectric flexible beam [J]. J Xiamen Univ Nat Sci, 2019, 58(3): 415-421. (in Chinese)

**收稿日期**:2018-06-05 录用日期:2018-10-04

基金项目:国家科技重大专项(2017ZX04022001-207)

<sup>\*</sup>通信作者:guobi@xmu.edu.cn

引文格式:康建云,毕果.压电柔性臂的传感器/致动器优化配置与振动主动控制[J].厦门大学学报(自然科学版),2019,58(3); 415-421.

(2)

往往会陷入局部最优解而导致求解失败.近年来一些 智能搜索算法如:模拟退火算法<sup>[10]</sup>、遗传算法<sup>[11]</sup>、粒 子群法<sup>[12]</sup>等被广泛的应用,并取得了不错的效果.

娄军强等<sup>[13]</sup>采用实验辨识的方法建立了系统传 递函数,并利用极点配置法实现压电柔性臂的振动主 动控制.张书扬等<sup>[14]</sup>采用 PID 控制策略实现了对压电 智能结构的控制.魏燕定等<sup>[15]</sup>基于模态控制方法,采 用速度负反馈进行悬臂梁的振动抑制.由文献[16]可 知,目前大部分柔性结构的振动主动控制的研究都以 传统的控制算法为主,较少采用智能控制算法.张顺 琦等<sup>[17]</sup>、盛贤君等<sup>[18]</sup>研究了模糊控制算法对柔性构 件的振动抑制,但是只进行了理论公式的推导和数值 仿真,没有通过实际实验的进一步验证.

笔者采用柔性梁作为振动控制系统的控制对象, 从系统能控/能观的角度作为传感器/致动器配置的 评价指标.在推导压电柔性臂系统的压电控制方程、 状态空间方程的基础上,根据系统控制方程的控制矩 阵和输出矩阵以及柔性臂系统的固有特性,利用 H<sub>2</sub> 范数配置指标,提出了一种考虑模态权重的优化配置 方法.在此优化结果的基础上搭建了振动主动控制系 统实验平台,采用模糊控制算法进行振动抑制实验, 并通过比较极点配置的控制效果,验证相关控制策略 的有效性.

### 1 系统建模

为了方便传感器的优化配置和振动控制,需要建 立压电柔性臂在状态空间的动力学模型.由于柔性臂 的横向振动位移相对柔性臂的长度较小,故选用欧拉-伯努利(Euler-Bernoulli)悬臂梁作为受控结构.采用 传感器/制动器同位配置的方法来抑制柔性臂的振 动. 黏贴有传感器/致动器的柔性臂模型如图 1 所示. 柔性臂的长度为  $x_b$ ,压电纤维片的长度为  $x_p$ .第 *i* 片 压电纤维片的左端距离原点的距离为  $x_{ei}$ (*i*=1,2,…, N). 假设传感器/致动器与柔性臂之间的黏贴为理想 黏贴,并忽略压电纤维片的黏贴层对柔性臂的振动特 性的影响.

采用达朗贝尔原理微分法可以得到柔性臂在压 电纤维片的驱动力下的横向振动偏微分方程为:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \Big( E_{\rm b} I_{\rm b} \, \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big) + \rho_{\rm b} A_{\rm b} \, \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 M_{\rm a}}{\partial x^2}, \tag{1}$$

其中: $E_b$ 为柔性臂的弹性模量; $I_b$ 为柔性臂的惯性矩;  $A_b$ 为柔性臂的截面积; $\rho_b$ 为柔性臂的密度;y(x,t)为 柔性臂的振动挠度; $M_a$ 为柔性梁受到的外力矩.

http://jxmu.xmu.edu.cn



图 1 贴有传感器/制动器的柔性臂模型示意图

Fig. 1 Model of a cantilever beam with sensors/actuators

利用模态正交性、几何边界条件和力边界条件, 再考虑到柔性臂的阻尼,设第*i*阶结构阻尼比为ζ<sub>i</sub>,则 柔性臂的振动微分方程为:

$$\ddot{q}_i(t) + 2\zeta_i\omega_i\dot{q}_i(t) + \omega_i^2q_i(t) = \int_0^{L_b} \Phi_i \frac{\partial^2 M_a}{\partial x^2} \mathrm{d}x,$$

其中:φ<sub>i</sub>为模态向量坐标;q<sub>i</sub>为质量归一化的固有振型 矩阵.

#### 1.1 压电致动方程

由于逆压电效应,压电纤维片在控制器输入电压 的作用下将会产生应变并作用到柔性臂上,相当于对 柔性臂产生一个力矩作用,可以表示为:

 $M_{a}(x,t) = K_{a}U_{a}[h(x-x_{1})-h(x-x_{2})],$  (3) 其中:h(x)为 hevaiside 阶跃函数; $U_{a}$ 为由控制算法所 计算得到的输入电压; $K_{a}$ 为机电耦合系数.

#### 1.2 压电传感方程

压电纤维片两表面电极间的电压为:

$$U_{\rm s}(x,t) = Q(x,t)/C_{\rm p}, \qquad (4)$$

其中: $C_p$ 为压电纤维片的电容,单位为 F;Q 为压电纤 维片表面的电荷量,且

$$Q(x,t) = \frac{bt_{b}d_{31}E_{p}}{2} \sum_{i=1}^{n} \left[ \Phi'_{i}(x_{2}) - \Phi'_{i}(x_{1}) \right] q_{i}(t).$$

(5)

令  $K_s = bt_b d_{31} E_p / 2C_p$ , 再令  $C_i = K_s [\Phi''_i(x_2) - \phi''_i(x_1)]$ ,则压电纤维片输出的电压为:

$$U_{s}(t) = \sum_{i=1}^{n} C_{i} q_{i}(t).$$
(6)

引入状态向量:

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1(t), q_2(t), \cdots, q_r(t), \dot{q}_1(t), \\ \dot{q}_2(t), \cdots, \dot{q}_r(t) \end{bmatrix},$$
(7)

则系统动力学方程的状态空间表达式为:  

$$\begin{cases}
X(t) = AX(t) + BU_a(t), \\
Y(t) = CX(t),
\end{cases}$$
(8)

其中:Y(t)为系统的输出;A、B和C分别为系统的状态矩阵、控制矩阵和输出矩阵.具体表达式如下:

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{r \times r} & \mathbf{I}_{r \times r} \\ -\mathbf{\Omega}_2 & -\mathbf{\Lambda} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{r \times 1} & b_1 & \cdots & b_r \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$
$$C = K_{\mathrm{S}} \begin{bmatrix} \Phi_1(x_{\mathrm{S}}) & \cdots & \Phi_r(x_{\mathrm{S}}) & \mathbf{0}_{1 \times r} \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \omega_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \omega_r \end{bmatrix}, \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} 2\zeta_1 \omega_1 & & \\ & \ddots & \\ & & & 2\zeta_r \omega_r \end{bmatrix}$$

### 2 压电传感器/致动器的优化配置

#### 2.1 评价准则

系统的能控性和能观性表示输入对状态的控制 能力和输出对状态的反应能力,系统的能控性/能观 性可以通过能控能观/矩阵的秩、特征值、奇异值或范 数等数值指标体现出来.

设式(7)为线性系统的状态空间实现,则其系统的传递函数为:

 $G(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{C} (i\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B},$ 则系统的 H<sub>2</sub>范数为:

$$\|G\|_{2} = \left(\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{tr}(G^{*}(\omega)G(\omega))d\omega\right)^{\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

其中 $G^*(\omega)$ 为传递函数 $G(\omega)$ 的复共轭,因此对于i阶 模态状态空间的实现,其传递函数为:

$$G_i(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{C}_i \ (i\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}_i)^{-1} \boldsymbol{B}_i. \tag{10}$$

由于在得到系统状态空间方程时采用了高阶模态 截断的技术,因此,在系统结构的模态阻尼比 ζ<sub>i</sub> 远小于 1 的情况下,第 *i* 阶模态的 H<sub>2</sub>范数表达式为

$$\|G_i\|_{2} \cong \frac{\|B_i\|_{2}}{2\sqrt{\zeta_i \omega_i}}, \qquad (11)$$

其中:  $B_i = \begin{bmatrix} 0 & b_i \end{bmatrix}^T$  和  $C_i = K_s \begin{bmatrix} \Phi''_i(x_s) & 0 \end{bmatrix}$  分别为 输入矩阵和输出矩阵在系统第 *i* 阶模态坐标的投影;  $\zeta_i \ n \ \omega_i \ 分别为第$ *i*阶模态的模态阻尼比和固有频率.由式(11)可以看出,第*i* $阶模态的 H<sub>2</sub> 范数与 <math>B_i \ n \ C_i$ 成正相关,与系统的 *i* 阶 $\zeta_i \ n \ \omega_i \ d$ 负相关.即某阶模 态的 H<sub>2</sub>范数的大小表征了所配置的传感器/致动器 在该阶模态上的输入/输出分量,其反映在闭环控制 下,所配置的传感器/致动器将能量引入到该阶模态 中的能力.因此,第 *i* 阶模态的 H<sub>2</sub>范数可以作为配置 传感器/致动器时的优化目标.

对于具有 *r* 阶振动模态的柔性臂系统,定义同位 配置下的传感器/致动器在整个模态空间段 H<sub>2</sub> 指 标的表达式为  $\|G\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^r \frac{1}{\zeta_i^2 \omega_i^2}} \|G_i\|_2^2}$ ,因此,柔性臂系统传感器/致动器优化配置问题可以 表示为:

max 
$$f(x_p) = \| \boldsymbol{G} \|_2(x_p),$$
  
当  $0 \leq x_p \leq x_b - x_p$  时. (12)

### 2.2 优化算法的求解过程

遗传算法以编码空间代替问题的参数空间,以适应 度函数作为评价依据,以编码群体作为进化基础,以群 体中个体位串的遗传操作实现选择和遗传机制,建立一 个迭代过程.简单的遗传算法基本流程图如图 2 所示.



图 2 遗传算法流程图

Fig. 2 The work chart of genetic algorithm

由图 2 可以看出,遗传算法的运行过程是一个典型的迭代过程,求解步骤如下:

1) 确定编码的方式,将可行域转换为位串结构空间 *S*;

2) 定义目标函数 f(X) 及其可行域;

3)确定遗传参数,包括定义种群大小,选择交叉、 变异方法,确定交叉概率  $p_{c}$ 、变异概率  $p_{m}$ 等遗传参数;

4) 随机初始化生成具有一定规模的群体  $P_{i}$ ;

5) 评估个体适应度,计算群体中个体解码后的目标函数值 f(X);

6) 按照遗传策略进行交叉和变异操作,形成下一 代群体;

7)判断群体性能是否满足预定的指标,或者已经 达到了所设定的迭代次数,不满足则返回步骤 6);

8)输出结果,对优化得到的染色体位串结构进行 解码运算,得到最佳的传感器/致动器的位置.

3 算例分析结果

### 3.1 柔性臂参数设定

柔性臂、压电致动器和压电传感器的基本参数如 表1所示.

2019 **年** 

表1 柔性梁、致动器和传感器的基本参数

Tab. 1 System properties of flexible beam, actuator and sensor

器件	材料	长 $ imes$ 宽 $ imes$ 高 $/ ext{mm}^3$	弹性模量/GPa	<b>密度</b> /(kg•m <sup>-3</sup> )	应变常数 d31/(10 <sup>-12</sup> C・N <sup>-1</sup> )
柔性梁	<b>弹簧钢</b> (65Mn)	450.0×30.0×1.0	198.6	7 810	_
压电致动器	MFC-2814	$28.0 \times 14.0 \times 0.3$	30.3	5 440	-170
压电传感器	MFC-0714	$14.0 \times 7.0 \times 0.3$	30.3	5 440	-170

#### 3.2 遗传算法参数选取

 1)种群大小n:为保证遗传算法具有足够的采样容量防止提前收敛,一般情况下专家建议种群大小为 20~200,本文选取为100;

2)染色体长度 *l*:选择取决于求解问题的精度,种群越大的求解精度越高,但伴随着计算时间越长,故选取种群大小为 10;

3) 交叉概率  $p_c$ :在新种群中,需要对  $p_c \times n$  个个 体染色体进行交叉操作,因此交叉概率越高,种群中 新个体的引入越快,但伴随着优良基因丢失的也越快,为此本文选取交叉概率 0.6;

4) 变异概率 p<sub>m</sub>:变异操作的目的是保持种群的 多样性,若变异概率较小会导致种群中个体染色体 的基因位过早丢失而无法恢复,若变异选择较大会 使得遗传搜索变为随机搜索,故选取变异概率为 0.001.

3.3 遗传算法的实现与分析

由于柔性臂的振动模态主要由低阶模态占主导 作用,所以重点对柔性臂前两阶模态的能控性/能观 性进行分析.随着遗传过程的进化代数的不断增加, 种群中适应度较低的个体被淘汰,优良个体逐渐占据 了整个种群并逐渐向最佳适应度聚集.

图 3 为以压电柔性臂一阶模态的 H<sub>2</sub> 范数为优 化目标的遗传算法寻优过程. 观察图 3 可知,在进化 到接近 200 代时适应度值趋于稳定并且随着进化代 数的增加,最优解保持不变,其稳定值为 55 935.36. 对最优解的染色体串进行解码可得到,当压电致动 器/传感器黏贴在柔性臂上的位置为距离夹持端根 部 0.976 mm 时,系统一阶模态的 H<sub>2</sub> 范数为最大.

### 4 控制器设计

由于模糊控制不需要对被控对象进行模型建立, 尤其适用于高度非线性、强耦合、随机性较大的复杂 过程,使系统的适应性更好,故采用模糊控制器.其控 制原理如图 4 所示.

6.0r 5.5 Sec. 1 最佳适应度 <sup>≱01/</sup>01/ 4.5 4.0 ·平均适应度 3.5 3.0L 300 50 100 150 200 250 进化代数 **图** 3 平均适应度及最佳适应度的遗传进化过程 Fig. 3 Genetic evolution process of average and optimal fitness



图 4 柔性臂模糊控制策略框图

Fig. 4 Fuzzy control diagram of cantilever flexible beam

### 4.1 输入输出变量及隶属度函数的确定

对 e 和 ec 进行模糊化处理,得到其基本论域为 0~8 V,输出 u 的基本论域为 0~10 V. 对系统的输入 输出均采用 5 段语言值来描述,其模糊子集均为{Z, S,M,B,L},分别代表零、小、中、大、特大. 既保证了系 统的稳定性,又对控制器有一定的辨识能力. 确定 e、ec和 u 的隶属度函数曲线,如图 5 所示.

4.2 模糊规则的建立

模糊规则是在专家知识和长期积累的经验的基础上,综合考虑系统的稳定性、响应时间、响应速度等因素再结合大量实验建立的.模糊控制规则如表 2 所示.



图 5 隶属度函数曲线

Fig. 5 Membership function curves

表 2 模糊逻辑控制规则

Tab. 2 The fuzzy logic control rules

	u						
ec	Ζ	S	М	В	L		
Ζ	Ζ	S	М	М	В		
S	S	М	М	В	L		
М	М	М	В	В	L		
В	М	В	В	L	L		
L	В	L	L	L	L		

### 4.3 去模糊化处理

由模糊规则推理得到的输出值是论域上的模 糊值,不能作为实际值的输出,需要转化为精确的 控制量,本文中采用重心法进行模糊化处理,如下 所示:

$$z_0 = \frac{\sum\limits_{i=1}^n \mu_c(z_i) \times z_i}{\sum\limits_{i=1}^n \mu_c(z_i)}.$$
(13)

式中: $\mu_c(z_i)$ 为加权系数, $z_i$ 为隶属度函数最大值时的点, $z_0$ 为去模糊化后的精确值.

### 5 实验验证

#### 5.1 控制框架

为了验证所提出的传感器/致动器优化配置方法 的有效性和模糊控制对柔性臂的振动抑制效果.搭建 了硬件实验平台,在 NI-LabView 环境下编写了系统 测控软件,其振动控制系统的控制原理如图 6 所示, 实验装置实物图如图 7 所示.



图 6 柔性臂系统结构图

Fig. 6 Block diagram of the flexible manipulator system



图 7 柔性臂测控系统实物图

Fig. 7 Experimental setup of the flexible manipulator system

### 5.2 实验结果

实验过程中,给压电致动器施加激励信号从而激 起柔性臂弹性振动,该激励信号为频率 3.6 Hz、幅值 2.5 V的正弦波,激励时间为 10 s,为了防止算法中输 出电压超过压电驱动电源的阈值,在实验过程中还加入 了限幅模块,保证 DA 模块的输出电压在±5 V 以内.

图 8 给出了在 10 s 停止施加激励后,利用所设计 的控制器对柔性臂的振动进行抑制响应实验曲线.由 图 8(a)压电传感电路输出电压的实测曲线可以看出: 分别施加模糊控制和极点配置控制 5 s 后,柔性臂的 振动幅度分别下降到±0.3 V 和±1 V,而如果不施加 控制,在 6 s 的时候柔性臂的振动为±2 V.由图 8(b) 控制前后所对应输出的频域曲线也可以看出,施加模 糊控制和极点配置控制后,在一阶振动频率处柔性臂 的振动得到了很好的抑制,大大地降低了柔性臂振动 的衰减时间,并且模糊控制能在较短的时间内达到比 极点配置控制更好的振动抑制效果.



图 8 正弦信号激励下柔性臂振动结果



图 9 给出了柔性臂在受持续正弦激励的作用下, 柔性臂的振幅逐渐增大,并做幅值为±5 V 的等幅振 荡,在 10 s 时施加控制,由图 9(a)可以看出在分别施 加模糊控制和极点配置控制后柔性臂的振动幅度下 降到±1 V 和±2 V. 从图 9(b)的控制前后所对应的 输出的频域曲线也可以看出,在共振频率处柔性臂的 振幅得到了很好的抑制,并且模糊控制相比极点配置 控制具有更好的振动抑制效果.



图 9 正弦持续激励下柔性臂振动结果

Fig. 9 Experiment results for single-frequency sine-signal persistent excitation

### 6 结 论

 1)本文中建立了压电柔性臂状态空间的动力学 模型,针对智能压电柔性臂的传感器/致动器的优化 配置问题,提出了一种考虑模态权重的目标函数,并 采用遗传算法对同位配置时的传感器/致动器的优 化配置进行研究,基于优化布局结果黏贴了压电致 动器和传感器,建立了模糊逻辑控制器.搭建了实验 平台,对压电柔性臂进行激励使其进行自由衰减振 动和持续振动,比较了模糊控制与极点配置控制的

http://jxmu.xmu.edu.cn

振动抑制效果.

2)结果表明:所提出的优化算法是切实可行的, 所设计的模糊控制器相比极点配置控制器具有较好 的振动抑制效果.该方法也可应用到其他的柔性构 件,对于传感器/致动器的优化配置提供了一些借鉴 和尝试.

### 参考文献:

- [1] 董瑶海. 航天器微振动[M]. 北京:中国宇航出版社, 2015:54-55.
- [2] SUTCLIFFE S G C, EATWELL G P, HUTCHINS S M.

Active control of vibration [M]. New York: Academic Press, 1996: 1209–1221.

- [3] CLARK R L, SAUNDERS W R, GIBBS G P, et al. Adaptive structures: dynamics and control[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2001, 109 (2): 443-444.
- [4] NING H H. Optimal number and placements of piezoelectric patch actuators in structural active vibration control[J]. Engineering Computations: Int J for Computer-Aided Engineering, 2004, 21(6):651-665.
- KIM T W, KIM J H. Optimal distribution of an active layer for transient vibration control of a flexible plate[J].
   Smart Materials & Structures, 2005, 14(5):904.
- [6] KUMAR K R, NARAYANAN S. The optimal location of piezoelectric actuators and sensors for vibration control of plates [J]. Smart Materials & Structures, 2007, 16 (6):2680.
- [7] WANG Q, WANG C M. Optimal placement and size of piezoelectric patches on beams from the controllability perspective[J]. Smart Materials & Structures, 2000, 9 (4):558.
- [8] QIU Z C,ZHANG X M, WU H X, et al. Optimal placement and active vibration control for piezoelectric smart flexible cantilever plate[C] // Intelligent Control and Automation, 2006. WCICA 2006. New York: IEEE, 2006:521-543.
- [9] 杨依领,娄军强,魏燕定,等.综合模态控制力下压电致动 器的优化布局[J].浙江大学学报(工学版),2015,49(5):

841-847.

- [10] CHEN S T, FAN Y H, LEE A C. Effective active damping design for suppression of vibration in flexible systems via dislocated sensor/actuator positioning [J]. Jsme International Journal, Ser C: Dynamics Control Robotics Design & Manufacturing, 1994, 37(2): 252-259.
- [11] 詹训慧.分布式压电智能结构的建模与振动控制[D].合 肥:中国科学技术大学,2007:37-44.
- [12] 陈龙祥.结构振动的时滞反馈控制及其实验研究[D].上 海:上海交通大学,2009:109-111.
- [13] 娄军强,廖江江,李国平,等. 压电柔性机械臂的实验辨 识及最优极点配置抑振控制[J]. 振动与冲击,2017,36 (16):18-25.
- [14] 魏燕定,陈定中,程耀东.压臂梁振动的模态控制[J].浙 江大学学报(工学版),2004(9):79-83.
- [15] 张书扬,张顺琦,李靖,等.基于 PID 算法的压电智能结 构形状与主动振动控制[J].西北工业大学学报,2017, 35(1):74-81.
- [16] CHANG T K, SPOWAGE A, CHAN K Y. Review of control and sensor system of flexible manipulator[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2015, 77(1): 187-213.
- [17] 张顺琦,于喜红,王战玺,等.压电智能悬臂梁模糊振动 抑制研究[J].振动工程学报,2017,30(1):110-117.
- [18] 盛贤君,钟声,姜涛,等. 基于模糊分数阶  $PI_{\lambda}D_{\mu}$  的柔性 结构振动主动控制[J]. 航空动力学报,2014,29(9): 2091-2096.

## Optimal configuration of sensors/actuators and active vibration control of a piezoelectric flexible beam

### KANG Jianyun, BI Guo\*

(School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen 361102, China)

**Abstract**: Optimal configurations of sensors/actuators and active vibration control of a piezoelectric flexible beam system are presented in this paper. Using the Euler-Bernoulli cantilever beam as the model, we have derived the dynamic governing equation of the system, and have developed the state space expression of the dynamic system. In terms of the value of sensors/actuators equivalents modal contribution, we provide target functions of  $H_2$  norms about modal weights. Based on the same position, the optimization of sensor/actuator is studied using the genetic algorithm, and the optimization position is identified. A sensor and actuator are attached in the optimization position. A fuzzy logical controller is established. With the fuzzy control method, with the situation of free attenuation and persistent excitation, an experimental study is performed on the active vibration control of flexible cantilever beams, Experimental results show that elastic vibrations of free attenuation and persistent excitation are effectively suppressed using the fuzzy controller. Consequently, the proposed method of optimal configuration and fuzzy control proves feasible and effective.

Keywords: piezoelectric flexible beam; sensor/actuator; genetic algorithm; fuzzy-control