

DOI: 10.7652/xjtub202002003

# 螺杆转子成形磨削用砂轮廓形的 包络-像素设计方法

姚斌, 卢杰, 蔡志钦, 蔡思捷, 蓝启鑫  
(厦门大学航空航天学院, 361005, 福建厦门)

**摘要:** 针对双螺杆压缩机核心部件螺杆转子的高效高精制造问题, 提出一种基于包络-像素法的螺杆转子成形磨削用砂轮廓形的设计方法, 能够在图形空间高效完成螺杆转子成形磨削用砂轮廓形的设计。该方法结合计算机图形学与啮合原理相关理论, 建立了螺杆转子与砂轮之间包络运动形成的扫掠面模型, 基于 Bresenham 算法用指定的颜色点亮最佳逼近像素点, 通过边界跟踪方法依次分段提取边界像素点, 得到精准的成形砂轮廓形数据。通过与传统解析包络法的对比以及实际磨削试验, 结果表明, 包络-像素法与解析包络法生成的成形砂轮廓形偏差在  $\pm 0.003$  mm, 加工转子误差在  $\pm 0.01$  mm, 可以满足实际工业应用。另外, 包络-像素法可避免传统啮合运动共轭曲面的接触线计算中存在求解非线性方程复杂、异常解和人工干预等不足, 为计算机图形学技术在螺旋面刀具廓形设计应用提供新思路, 亦适用于齿轮、蜗杆、铣刀等类似共轭产品的设计。

**关键词:** 螺杆转子; 成形砂轮; 包络-像素; 啮合原理; Bresenham 算法; 边界跟踪

**中图分类号:** TH455 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2020)02-0016-08

## Envelope—Pixel Design for Generating Grinding Wheel Profile in Forming Screw Rotor

YAO Bin, LU Jie, CAI Zhiqin, CAI Sijie, LAN Qixin  
(School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen, Fujian 361005, China)

**Abstract:** Focusing on high efficiency and high precision manufacturing of screw rotor, which is the core component of the twin-screw compressor, a design scheme based on the envelope-pixel method to generate a grinding wheel profile for forming screw rotor is proposed, which can efficiently complete the design of grinding wheel profile in a graphic space. The enveloping surface of the conjugate motion between the screw rotor and the forming wheel is established with the computer graphics and the meshing theory. Then a specified color is used to light the best approximation pixels of the enveloping surface with Bresenham algorithm, and the boundary pixels of the enveloping surface are captured by boundary tracking for the accurate data of grinding wheel profile. Grinding experiment shows that the deviation between different grinding wheel profiles generated by the envelope-pixel method and the traditional analytical envelope method gets  $\pm 0.003$  mm, and the error of machined rotor in the envelope-pixel method gets  $\pm 0.01$  mm, which meets the requirement of industrial applications. The envelope-pixel method can avoid the shortcomings of solving nonlinear equations, abnormal solutions and manual

收稿日期: 2019-07-01。 作者简介: 姚斌(1963—), 男, 教授, 博士生导师; 卢杰(通信作者), 男, 博士生。 基金项目: 工信部智能制造综合标准化与新模式应用项目(工信部装函[2018]265号); 中国博士后科学基金资助项目(2019M652256)。

网络出版时间: 2019-10-08

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20191008.0908.002.html>

intervention in the traditional calculation of the contact lines of meshing motion conjugate surfaces. Additionally, this method can also provide a new idea for the application of the computer graphics in design of helical tool, and can be applied to design of other similarly conjugated products, such as gears, worms and milling cutters.

**Keywords:** screw rotor; forming wheel; envelope-pixel; meshing theory; Bresenham algorithm; boundary tracking

双螺杆压缩机具有运转可靠性和效率高、动平衡特性好、振动和噪声低、结构紧凑、能效高、操作简单等优点,不仅在传统机械制造、石油化工、制冷设备等行业得到广泛应用,在战略型新兴产业、航空航天、国防军工科技等高技术领域也崭露头角。螺杆转子作为双螺杆压缩机的关键核心部件,其转子型线的设计及高精度加工直接决定双螺杆压缩机的性能<sup>[1-2]</sup>。转子型线设计一直是研究的重点和热点,经过多年积累,计算方法的提高,结合加工能力和条件的改善,涌现出许多具有代表性的螺杆转子型线。

许多学者在共轭曲面的设计计算上做了深入的研究<sup>[3-5]</sup>,Wei 等根据齿轮啮合理论建立了一个用于加工转子的立方氮化硼(CBN)砂轮轴向剖面的数学模型<sup>[6-7]</sup>。Wu 等采用蜗杆状刀具对转子进行加工的效率会高于成形刀具<sup>[8]</sup>,建立了一个模拟蜗杆状刀具加工转子的双参数包络模型。Tang 等提出了一种基于离散点的形位几何法(FPGM)设计螺杆成形刀具<sup>[9]</sup>,以螺杆泵螺杆的制造为例,根据啮合原理<sup>[10-11]</sup>和三次样条插值法,通过离散点组成的螺杆任意端齿廓得到螺杆成形刀具的廓形。然而,根据共轭理论所建立的模型在求解过程中存在求解复杂及容易出现奇异点的问题。Wu 等提出径向射线法(RRS),通过模拟齿轮、螺杆转子的成形磨削过程替代共轭原理的计算方式,将包络曲线簇分割并用近似圆弧中心位置进行径向射线法扫描提取各个齿廓边缘点<sup>[12]</sup>。Lyashkov 等提出一种基于计算机图形学计算螺杆转子加工用盘形刀具的方法<sup>[13]</sup>。以上两种方法对于精度要求日益增高的高精密产品仍有提升的空间;Yang 等以离散点工件截面为例,研究了加工螺旋面的盘形成形砂轮<sup>[14]</sup>。利用 MATLAB 和 UG 运动仿真功能,建立了螺杆转子的三维模型和设计螺旋面成形磨削用砂轮,并基于图形法和  $\alpha$  形状算法的边缘检测法得到砂轮边缘廓形。

针对上述问题,本论文提出一种基于包络-像素法的螺杆转子成形磨削用砂轮廓形的设计方法,进行螺杆转子的磨削加工。该方法可避免传统啮合运动共轭曲面接触线计算中存在建模复杂、求解非线性

方程复杂、会出现异常解和人工干预等问题。本文方法利用边界跟踪法扫描,亦可避免如文献<sup>[15]</sup>在利用计算机图形学时,因为扫描方向单一造成曲率较大的区域丢失部分数据点。试验证明,本文方法能够快速、高精度映射螺杆转子与成形砂轮相互包络的实际过程,高效完成螺杆转子成形磨削用砂轮廓形的精细化设计,为螺杆转子等共轭产品的设计制造提供新思路。

## 1 包络原理

螺杆转子的加工坐标系如图 1 所示。 $S_r$  为螺杆转子的固定坐标系, $z_r$  轴与转子轴线重合, $S_g$  为成形砂轮的固定坐标系, $z_g$  轴与成形砂轮轴线重合,转子轴线与成形砂轮轴线之间最短距离为  $a$ ,夹角为  $\Sigma$ 。

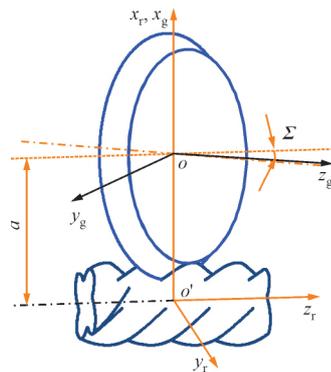


图 1 转子与成形砂轮的坐标系统

设转子的型线方程为  $r_0(t) = [x_0(t), y_0(t)]$ ,其中  $t$  为弧长参数,则转子的螺旋面方程为

$$r_r(t, \theta) = [x_r, y_r, z_r] = [x_0(t) \cos \theta - k y_0(t) \sin \theta, k x_0(t) \sin \theta + y_0(t) \cos \theta, p \theta] \quad (1)$$

式中:当  $k=1$  时表示右旋, $k=-1$  时表示左旋; $\theta$  和  $p$  为螺旋参数。

螺杆转子与成形砂轮的接触条件:在接触点处转子与成形砂轮的相对运动速度  $v$  与公法线  $n_r$  垂直,即  $v \cdot n_r = 0$ ,则有

$$f_1(t, \theta) = 0 \quad (2)$$

将接触线条件式(2)代入式(1),获得转子与成

形砂轮的接触线,接触线方程在坐标系  $S_g$  中可以表达成

$$\mathbf{r}_{cg}^T = [x_{cg}, y_{cg}, z_{cg}]^T = \mathbf{M}_1 \mathbf{r}_{cr}^T \quad (3)$$

则成形砂轮的廓形方程为

$$\mathbf{r}_{g0} = [R_g, Z_g] = [\sqrt{x_{cg}^2 + y_{cg}^2}, z_{cg}] \quad (4)$$

## 2 Bresenham 算法原理

直线、圆和椭圆是图形设计的最基本图元,根据图形显示器的显示原理和真实感图形生成技术的需要出发,需要使用像素点函数来绘制这些图元。现有的图形显示器不能从像素点阵的一个可编址像素点直接画一条直线到达另一个可编址的像素点,只是用靠近这条直线的像素点集来近似地表示这条直线。图形的扫描转换就是在屏幕像素点阵中用指定颜色点亮最佳逼近于理想图形像素点集的过程。

如图 2 所示,以直线图元为例,对于黑色的直线,不能直接在图形显示器上绘出,只能用点亮了的深色像素点集近似地逼近,深色像素点都是离直线距离最近的像素点。计算机图形学在绘制直线时绘制速度要求要快,故采用 Bresenham 算法<sup>[16]</sup>来实现直线的扫描转换,直线的中点 Bresenham 算法的原理为每次在主位移方向上走一步,另一方向上走不走步取决于中点偏差判别式的值。

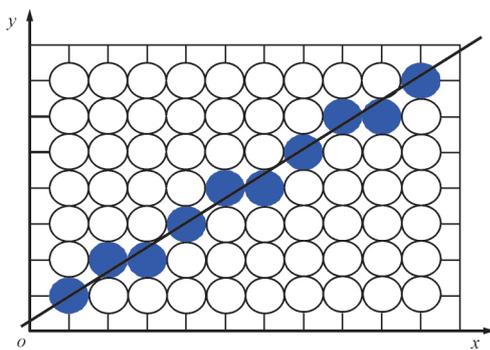


图 2 直线扫描转换

### 2.1 构造中点偏差判别式

给定理想直线的起点坐标为  $P_0(x_0, y_0)$ , 终点坐标为  $P_n(x_n, y_n)$ , 则直线的隐函数方程为

$$f(x, y) = y - kx - b = 0 \quad (5)$$

式中:  $k$  为直线的斜率;  $b$  为直线在  $y$  方向上的截距。如图 3 所示, 假定直线上一点的当前位置是  $P_i(x_i, y_i)$ , 沿主位移  $x$  方向走一步, 下一点只能在  $P_a(x_i + 1, y_i + 1)$  和  $P_b(x_i + 1, y_i)$  两点中选取。  $P_a$  和  $P_b$  的中点为  $M(x_i + 1, y_i + 0.5)$ , 若中点  $M$  在理想直线的下方, 则  $P_a$  点距离直线近, 点亮  $P_a$ ; 否则点亮

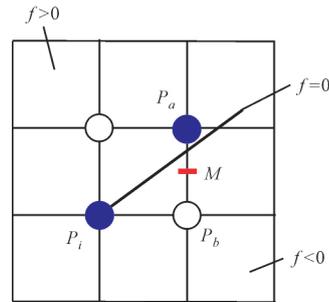


图 3 直线中点 Bresenham 算法

$P_b$ 。从  $P_i(x_i, y_i)$  点走第一步后, 为进行下一像素点的选取, 将中点  $M$  代入隐函数方程, 构造中点偏差判别式

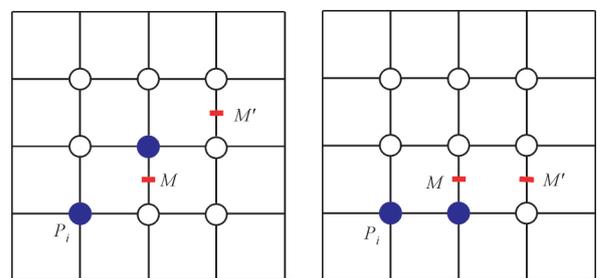
$$d_i = f(x_i + 1, y_i + 0.5) = y_i + 0.5 - k(x_i + 1) - b \quad (6)$$

当  $d_i < 0$  时,  $M$  在直线的下方, 下一像素点应点亮  $P_a$ , 即向  $y$  方向上走一步; 当  $d_i > 0$  时,  $M$  在直线的上方, 下一像素点应点亮  $P_b$ , 即  $y$  方向上不走步; 当  $d_i = 0$  时,  $M$  在直线上, 点亮  $P_a$  或  $P_b$  均可, 因此

$$y_{i+1} = \begin{cases} y_i + 1, & d_i < 0 \\ y_i, & d_i \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

### 2.2 中点偏差判别式的递推公式

得到中点偏差判别式  $d_i$  后, 为了能够继续判断直线上的每一个点, 需要给出中点偏差判别式的递推公式。在主位移  $x$  方向上已走一步的情况下, 考虑沿主位移方向再走一步, 应该选择哪个中点代入中点偏差判别式以决定下一步该点亮的像素, 如图 4 所示, 分两种情况讨论。



(a)  $d_i < 0$  (b)  $d_i \geq 0$

图 4 中点偏差判别式的递推公式

当  $d_i < 0$  时, 下一步进行判断的中点坐标为  $M'(x_i + 2, y_i + 1.5)$ , 所以下一步中点偏差判别式为

$$d_{i+1} = f(x_i + 2, y_i + 1.5) = y_i + 1.5 - k(x_i + 2) - b = y_i + 0.5 - k(x_i + 1) - b + 1 - k = d_i + 1 - k \quad (8)$$

当  $d_i \geq 0$  时, 下一步进行判断的中点坐标为  $M'(x_i + 2, y_i + 0.5)$ , 所以下一步中点偏判别式为

$$d_{i+1} = f(x_i + 2, y_i + 0.5) = y_i + 0.5 - k(x_i + 2) - b = y_i + 0.5 - k(x_i + 1) - b - k = d_i - k \quad (9)$$

### 3 包络-像素法

结合计算机图形学与啮合原理相关理论,根据螺杆转子端面齿廓数据和实际加工参数,利用包络原理建立螺杆转子与成形砂轮之间共轭运动形成的扫描面模型,基于 Bresenham 算法用指定的颜色点亮最佳逼近像素点,对扫描区域和边界条件进行设定,并利用已确定的型线的斜率来控制图像的放大、分段。通过边界跟踪<sup>[17]</sup>方法依次提取图像边缘像素点及其对应坐标值,针对斜率变化较大的像素点,利用最小二乘法<sup>[18]</sup>拟合该点及周边边界像素点,并提取拟合直线与像素点相交的亚像素边缘点,得到更加精准的廓形数据,具体步骤如图 5 所示。

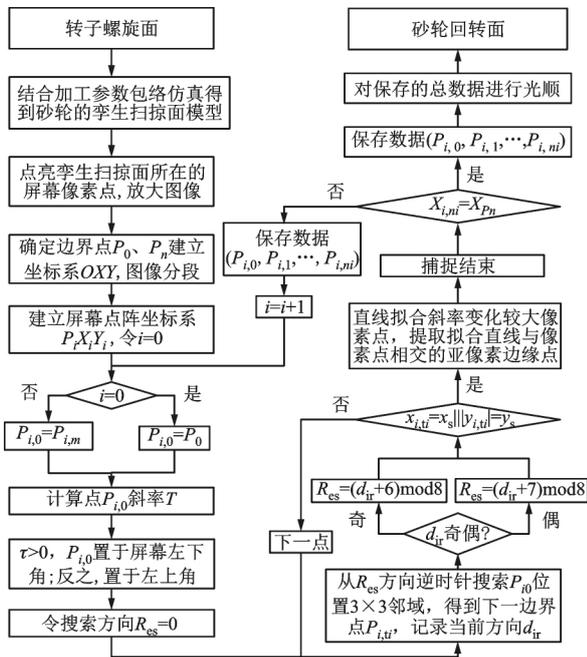


图 5 包络-像素法的设计流程图

(1) 利用螺杆转子的端面齿廓和加工参数等实际数据,通过转子螺旋面包络成形砂轮仿真得到扫描面,建立图像坐标系  $O_u X_u Y_u$ , 如图 6 所示。

(2) 根据 Bresenham 算法,用蓝色点亮屏幕像素点阵中最佳逼近的像素点,其中屏幕底色为黄色,如图 7 所示(网络版彩图)。对扫描面图像像素点阵进行初扫描,确定初始点  $P_0$  和终点  $P_e$  坐标值,以起始点  $P_0$  作为原点建立坐标系  $OXY$ 。对图像进行放大(放大倍数  $K_1$ )并分段,令  $P_{i,0} = P_0$ ,其中  $i=0$ ,  $i$  可取  $0, 1, 2, \dots, m$ ,  $m$  为扫描面图像的分段区间数。

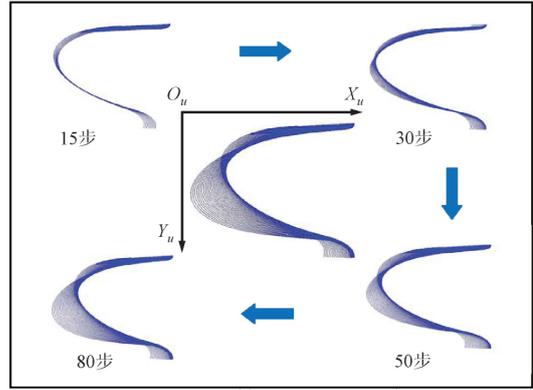


图 6 螺杆转子包络成形砂轮

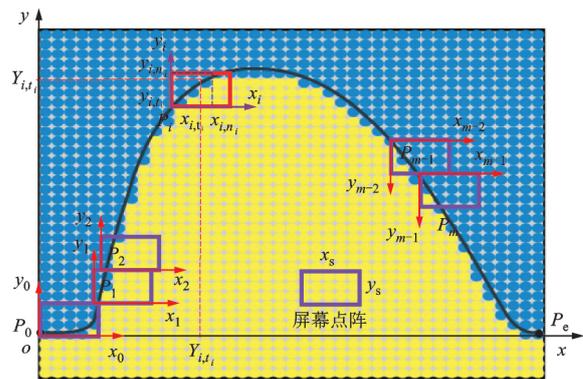


图 7 扫描面图像分段捕捉及坐标变换

(3) 边界跟踪原理<sup>[19]</sup>: ① 从左上方搜索图像直至找到新区域的像素点  $P_0$ , 该点是该域所有像素中具有最小行和列的像素, 记为起始像素点, 变量  $d_{ir}$  代表搜寻的移动方向, 在 8-邻接(图 8a)检测边界置时置  $d_{ir} = 7$ ; ② 根据下列方法逆时针搜索当前点的  $3 \times 3$  邻域, 当  $d_{ir}$  为偶数(图 8b),  $R_{es} = (d_{ir} + 7) \bmod 8$ ; 当  $d_{ir}$  为奇数(图 8b),  $R_{es} = (d_{ir} + 6) \bmod 8$ 。捕获新的边界像素点  $P_n$ , 更新  $d_{ir}$  值; ③ 若  $P_n = P_1$ , 且  $P_{n-1} = P_0$ , 则停止, 否则, 重复第 2 步。

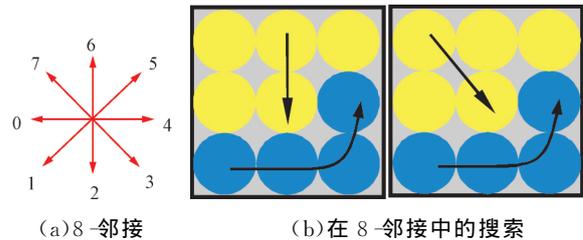
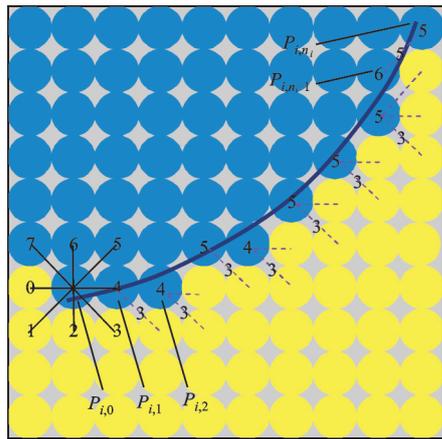


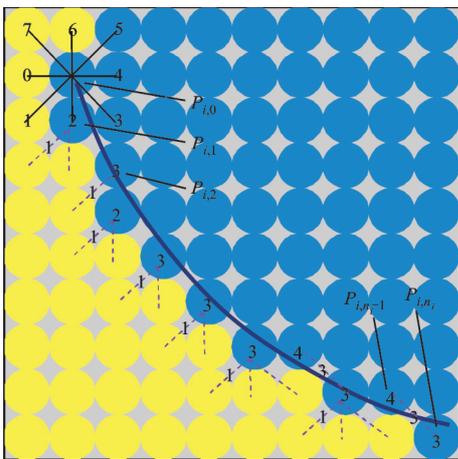
图 8 边界跟踪原理示意图

根据  $P_{i,0}$  及其附近点的坐标计算  $P_{i,0}$  处的斜率  $\tau$ 。如图 9 所示, 若  $\tau > 0$ , 将  $P_{i,0}$  置于屏幕左下角, 从 7 位开始逆时针方向扫描  $P_{i,0}$  位置的 8-邻接, 在 4 方向找到下一个边界点  $P_{i,1}$ , 则  $d_{ir} = 4$ , 根据公式 ( $R_{es} = (d_{ir} + 7) \bmod 8$ , 当  $d_{ir}$  为偶数时) 计算, 得到下

一步寻找方向为3,继续扫描得到  $P_{i,2}$  边界点,最终扫描到由像素点  $P_{i,0}, \dots, P_{i,n_i}$  构成的边界。若  $\tau < 0$ ,则将  $P_{i,0}$  置于屏幕左上角,同理扫描边界像素点。



(a)  $\tau > 0$



(b)  $\tau < 0$

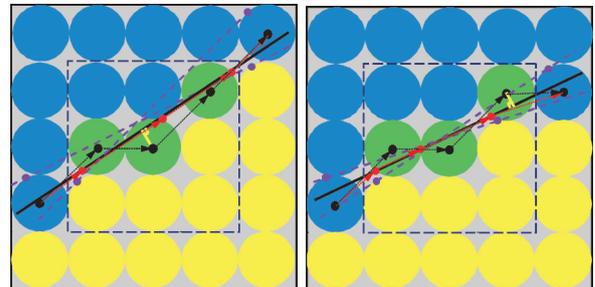
图9 8-邻接中的边界跟踪

(4)如图7所示的扫描面的整体坐标系,  $x_s \times y_s$  为屏幕的分辨率,  $P_i x_i y_i$  为扫描面的分段坐标系。若  $X_{i,n_i} < X_{p_e}$ , 令  $i = i + 1, P_{i,0} = P_{i-1,n_{i-1}}$ , 重复步骤3; 若  $X_{i,n_i} = X_{p_e}$ , 则扫描结束。得到所有扫描面边缘像素点中心的横坐标  $X_{i,t_i}$  或者纵坐标  $Y_{i,t_i}$ , 扫描的分段点集在同一个坐标系下的表示为

$$\left. \begin{aligned} X_{i,t_i} &= \sum_{j=0}^{i-1} x_{j,n_j} + x_{i,t_i} \\ Y_{i,t_i} &= \sum_{j=0}^{i-1} y_{j,n_j} + y_{i,t_i} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

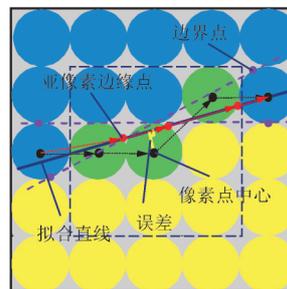
(5)Bresenham 算法和边界跟踪皆是在像素级边缘检测获取的廓形图像像素点,与实际曲线有一定的误差,尤其是在斜率变化较大的像素点处。本文利用直线拟合像素点中心提取亚像素<sup>[20]</sup>边缘点的方法减小误差。图10为斜率( $\tau > 0$ )变化最大的

4种情况,图10c中所示虚线框的3个被点亮的像素点,因其前后两个像素边缘点限制,实际曲线应在两条虚线之间,利用边界跟踪法得到的是像素点中心坐标,会有较大误差。通过直线拟合该邻域5个点,提取拟合直线与像素点相交的亚像素边缘点,得到更加精准的扫描面数据点。对于图10的4种情况,通过计算可得精度分别提高了0.33、0.38、0.27、0.57像素。

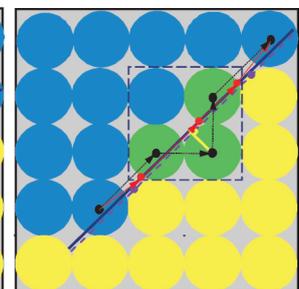


(a) 双边不同行、列

(b) 单边不同行、列



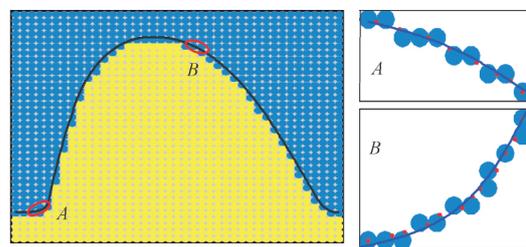
(c) 双边同行、列



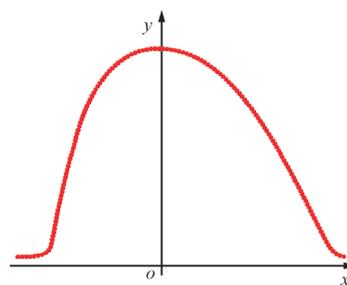
(d) 单点突变

图10 4种情况的亚像素边缘点提取

(6)如图11a所示,通过上述方法提取的成形砂轮廓形数据点不是光滑的曲线,应对其进行光顺处理



(a) 捕获的数据点



(b) 光顺后的廓形

图11 扫描面廓形数据点光顺处理

理<sup>[21]</sup>。最后得到由一系列光顺数据点形成的成形砂轮廓形,如图 11b 所示

### 4 试验分析

以某专利螺杆转子型线为例,进行螺杆转子成形磨削用砂轮廓形的设计试验。阴、阳转子的结构参数如表 1 所示,齿廓形状如图 12 所示。

表 1 阴阳转子的结构参数

类型	旋向	齿数	外径/ mm	根径/ mm	导程/ mm	螺旋角/ (°)
03 阳	左	4	59.68	36.281	116	45.316
03 阴	右	5	47.62	24.211	145	

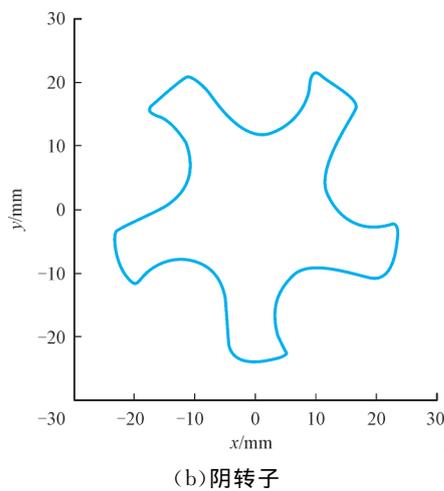
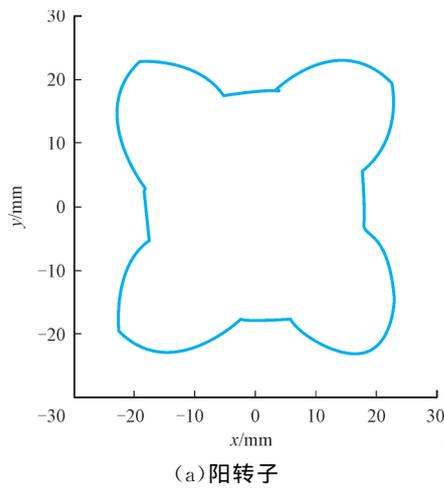
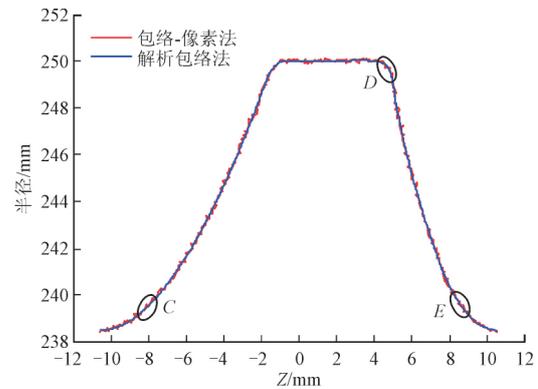


图 12 螺杆转子齿廓

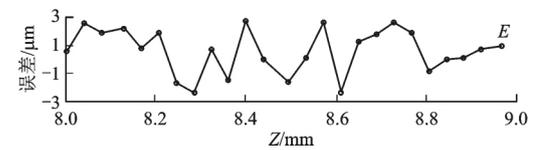
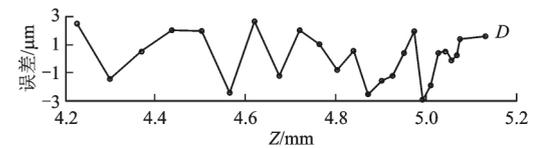
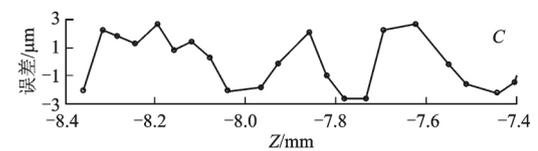
分别用解析包络法和像素求解法来对阴、阳转子成形磨削用砂轮进行计算。在采用像素求解法时,图像显示分辨率为 1 600×900 像素,利用包络原理得到的砂轮扫掠面廓形,放大倍数皆为 32 倍。按照上述步骤采集到阴、阳转子的扫掠面数据点数

分别为 19 716 和 17 535,与传统解析包络法计算得到的砂轮廓形对比(误差放大 50 倍),结果如图 13 所示。

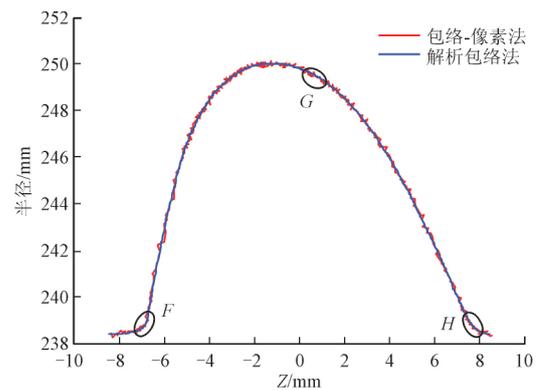
分别选取 3 个误差较大处进行对比显示,二者所生成的砂轮廓形的廓形误差在 (-0.003 mm, 0.003 mm) 范围内,误差较小,验证了本文提出的求解方法的可行性。为了进一步验证该方法下获得的砂轮廓形在实际加工过程中的可行性与正确性,将采用包络-像素法得到的成形砂轮对螺杆转子进行磨削加工,图 14a 所示的是阴、阳转子的磨削过程,



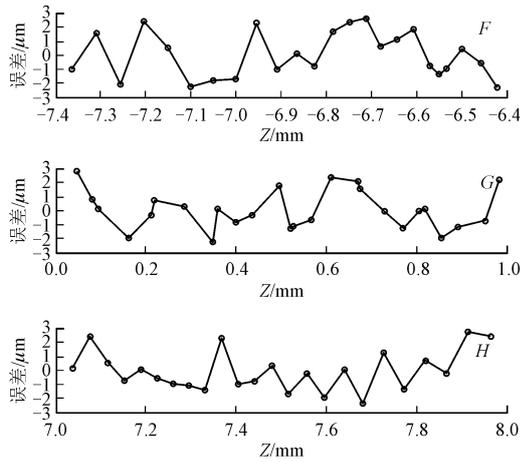
(a) 阳转子廓形



(b) 阳转子上 3 点的误差



(c) 阴转子廓形



(d) 阴转子上3点的误差

图13 成形砂轮廓形及误差对比

磨削后的阴、阳转子的产品如图14b所示。

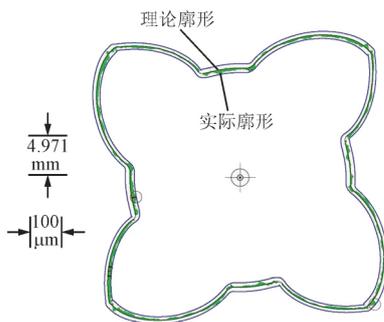


(a) 螺杆转子的磨削过程 (b) 磨削后的转子

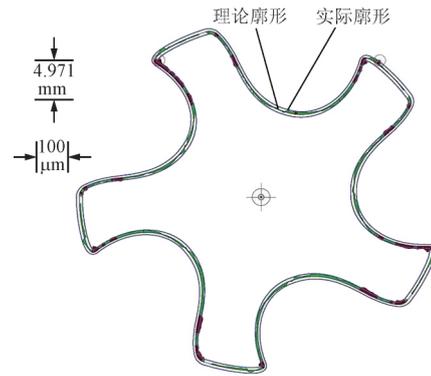
图14 螺杆转子的磨削加工

磨削后螺杆转子端面齿廓的测量误差结果(误差放大100倍)见图15,从图中可看出,转子齿廓磨削误差基本控制在 $(-0.01\text{ mm}, 0.01\text{ mm})$ 以内,能够满足当前工业需求。

结合图13的结论可知,包络-像素法获得的成形砂轮廓形误差可达到 $\pm 3\ \mu\text{m}$ ,相比于磨削加工后螺杆转子 $\pm 10\ \mu\text{m}$ 的加工精度,砂轮廓形误差影响较小,且加工后的螺杆转子精度满足工业要求,由此可验证本文所提方法的正确性与可行性。若要得到更高精度的螺杆转子,则可在建模过程中:①考虑磨削过程中的机床各轴控制误差,安装误差等因素的影响;②采用包络-像素法时,进一步提高图像显示分辨率,从而使计算出来的成形砂轮廓形更加接近



(a) 阳转子



(b) 阴转子

图15 螺杆转子测量结果

传统解析法获得的廓形,降低廓形误差。

## 5 结论

本文提出一种基于包络-像素算法的螺杆转子成形磨削用砂轮的设计方法,结合计算机图形学与啮合原理相关理论,根据螺杆转子端面齿廓数据和实际加工参数,求解螺杆转子与成形砂轮共轭运动形成的砂轮廓形,避免传统啮合运动共轭曲面的接触线计算中存在建模复杂且求解非线性方程复杂等问题,高效完成螺杆转子成形磨削用砂轮廓形的精细化设计。通过边界跟踪捕获扫描面在屏幕像素点阵中的像素点,并提取拟合直线与斜率变化较大像素点的亚像素边缘点,消除误差较大的像素点,该方法还能避免因扫描方向单一造成曲率较大区域丢失部分扫描面廓形数据点,减小 Bresenham 算法造成的误差,得到更加精准的廓形数据。

试验结果显示,包络-像素法和解析包络法生成的成形砂轮廓形偏差在 $\pm 0.003\text{ mm}$ 内,包络-像素法获得的成形砂轮加工转子误差在 $\pm 0.01\text{ mm}$ 内,可以满足实际工业应用。该方法亦可用于齿轮、蜗杆等类似共轭产品的设计。

## 参考文献:

- [1] SHEN Zhihuang, YAO Bin, CHEN Binqiang, et al. A novel rotor profile error tracing and compensation strategy for high precision machining of screw rotor based on trial cutting of limited samples [J]. Shock and Vibration, 2015, 2015: 978325.
- [2] ZHAO Y, ZHAO S, WEI W, et al. Precision grinding of screw rotors using CNC method [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 89(9/10/11/12): 2967-2979.

- [3] PARK S Y, LEE H K, YANG G E, et al. A study on the machining of compressor rotors using formed tools [J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2010, 11(2): 195-200.
- [4] HSIEH J F. Mathematical model and sensitivity analysis for helical groove machining [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2005, 46(10): 1087-1096.
- [5] 陆如升, 沈志煌, 彭丽文, 等. 磨削螺杆转子砂轮截形计算与仿真验证 [J]. *厦门大学学报(自然科学版)*, 2011, 50(5): 852-855.  
LU Rusheng, SHEN Zhihuang, PENG Liwen, et al. Calculation of grinding wheel profile and 3D simulation for grinding screw rotor flute [J]. *Journal of Xiamen University (Natural Science)*, 2011, 50(5): 852-855.
- [6] WEI Jing, ZHANG Qi, XU Zhezhu, et al. Study on precision grinding of screw rotors using CBN wheel [J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2010, 11(5): 651-658.
- [7] WEI Jing, SUN Qingchao, SUN Xujian, et al. A study on rotor profiles design for a novel twin-screw kneader [J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2013, 14(3): 451-459.
- [8] WU Yuren, HSU Weihuan. A general mathematical model for continuous generating machining of screw rotors with worm-shaped tools [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2014, 38(1): 28-37.
- [9] TANG Qian, ZHANG Yuanxun, JIANG Zhenwei, et al. Design method for screw forming cutter based on tooth profile composed of discrete points [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2015, 137(8): 085002.
- [10] 吴序堂. 齿轮啮合原理 [M]. 2版. 西安: 西安交通大学出版社, 2009: 76-123.
- [11] 邢子文, 吴华根, 束鹏程. 螺杆压缩机设计理论与关键技术的研究和开发 [J]. *西安交通大学学报*, 2007, 41(7): 755-763, 810.  
XING Ziwen, WU Huagen, SHU Pengcheng. Research and development on design theory and key technology of screw compressors [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2007, 41(7): 755-763, 810.
- [12] WU Yuren, FONG Zhanghua, ZHANG Zhengxiang. Simulation of a cylindrical form grinding process by the radial-ray shooting (RRS) method [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2010, 45(2): 261-272.
- [13] LYASHKOV A A, PANCHUK K L. Computer modeling of a pump screw and disc tool cross shaping process [J]. *Procedia Engineering*, 2015, 113: 174-180.
- [14] YANG Jian, SUN Fanghong, LU Zheng. Solving the screw compressor rotor-forming grinding wheel using the edge detection method based on the graphic method [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part E Journal of Process Mechanical Engineering*, 2019, 233(5): 967-979.
- [15] SHEN Zhihuang, YAO Bin, TENG Weibin, et al. Generating grinding profile between screw rotor and forming tool by digital graphic scanning (DGS) method [J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2016, 17(1): 35-41.
- [16] SHALINI G P. Principles of computer graphics [M]. Berlin, Germany: Springer, 2017: 533.
- [17] 李群辉, 张俊祖, 耿国华. 以轮廓曲线为特征的断裂面匹配 [J]. *西安交通大学学报*, 2016, 50(9): 105-110.  
LI Qunhui, ZHANG Junzu, GENG Guohua. Fracture surfaces matching based on contour curve [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2016, 50(9): 105-110.
- [18] 蒙雁琦, 胡改玲, 温琳鹏. 区域分割的亚像素相位立体匹配算法 [J]. *西安交通大学学报*, 2017, 51(10): 33-38.  
MENG Yanqi, HU Gailing, WEN Linpeng. A stereo matching algorithm of sub-pixel phases based on region segmentation photo elastic method [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2017, 51(10): 33-38.
- [19] MCLEAN I S. Electronic imaging in astronomy [M]. Berlin, Germany: Springer, 2008: 353-384.
- [20] DUAN Zhenyun, WANG Ning, FU Jingshun, et al. High precision edge detection algorithm for mechanical parts [J]. *Measurement Science Review*, 2018, 18(2): 65-71.
- [21] HASHEMIAN A, HOSSEINI S F. An integrated fitting and fairing approach for object reconstruction using smooth NURBS curves and surfaces [J]. *Computers & Mathematics with Applications*, 2018, 76(7): 1555-1575.

(编辑 杜秀杰)