

风洞试验绳牵引并联支撑系统自适应滑模控制

刘 骏, 王晓光[†], 王宇奇, 林 麒

(厦门大学 航空航天学院, 福建 厦门 361005)

摘要: 针对绳牵引并联支撑系统在风洞试验中的应用, 提出一种自适应滑模控制方法以提高飞行器模型动态试验的运动精度. 首先, 详细分析了系统不确定因素, 并重点考虑了气动力与绳弹性变形的影响, 重构了系统动力学方程; 基于奇异摄动理论, 提出一种复合控制律, 其中对慢变状态量采用自适应连续非奇异终端滑模控制, 对快变状态量采用微分控制; 通过李雅普诺夫函数法对系统的稳定性进行了分析, 确定了控制律中微分增益项的影响. 最后, 以两种典型的动态轨迹为例, 考虑气动力建模, 对所设计控制律进行多参数仿真分析. 结果表明该复合控制律可以减小绳弹性以及气动力等不确定性参数对跟踪误差的影响, 提高运动控制精度, 因此该控制方法有效可行, 可为绳牵引并联支撑的动态试验应用提供理论指导.

关键词: 风洞试验; 绳牵引并联支撑; 自适应; 滑模控制; 奇异摄动

引用格式: 刘骏, 王晓光, 王宇奇, 等. 风洞试验绳牵引并联支撑系统自适应滑模控制. 控制理论与应用, 2019, 36(9): 1477 – 1485

DOI: 10.7641/CTA.2019.80135

Adaptive sliding mode control of wire-driven parallel suspension system in wind tunnel tests

LIU Jun, WANG Xiao-guang[†], WANG Yu-qi, LIN Qi

(School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen Fujian 361005, China)

Abstract: Adaptive sliding mode control method is proposed to achieve high precision motion of aircraft model, which is suspended by wire-driven parallel robot in wind tunnel tests. Firstly, uncertainties in system parameters are analyzed in detail, and the aerodynamic forces and wire elastic properties are especially considered in the reconstruction of system dynamic equations. Secondly, a composite control law is designed based on the singular perturbation theory, in which slow variables are dealt with adaptive continuous non-singular sliding mode control, and fast variables are coped with differential control. Then, stability of the overall closed-loop system is analyzed through Lyapunov function method, and differential gains in the control law are determined. Finally, two typical dynamic test trajectories for aircraft model are taken as examples. Taking aerodynamic forces into account, numerical simulation is conducted by using this compound control law. Simulation results show that the tracking error induced by parameters uncertainties and elastic properties could be decreased by the proposed control method, and it's quite effective and feasible, which could provide theoretical guidance for the wire-driven parallel suspension system in dynamic wind tunnel tests.

Key words: wind tunnel tests; wire-driven parallel suspension; adaptive; sliding mode control; singular perturbation

Citation: LIU Jun, WANG Xiaoguang, WANG Yuqi, et al. Adaptive sliding mode control of wire-driven parallel suspension system in wind tunnel tests. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(9): 1477 – 1485

1 引言

风洞试验是飞行器设计的基础, 是获得飞行器气动参数的重要途径, 而其中飞行器模型的支撑技术是关键^[1]. 目前, 关于风洞试验支撑方式的研究已比较成熟, 多采用传统的硬式支撑方式^[2], 如腹撑、尾撑等, 但一般存在流场干扰较大、动态性能受限等不足. 绳

牵引并联支撑系统 (wire-driven parallel suspension system, WDPSS) 是基于并联机器人技术的一种新型机构, 具有刚度较大、动态性良好等优点, 已广泛应用于机械加工、航空航天等领域^[3-5]. 其中, 在航空应用方面, 绳牵引并联支撑系统为风洞试验模型支撑技术提供了一种新的手段, 具有创新性^[6]. 法国航空局、美

收稿日期: 2018-03-02; 录用日期: 2019-01-21.

[†]通信作者. E-mail: xgwang@xmu.edu.cn.

本文责任编辑: 徐胜元.

国家自然科学基金项目(11702232, 11472234), 中央高校基本科研业务费(20720180071)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (11702232, 11472234) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (20720180071).

国乔治亚理工、厦门大学等均对这种新型支撑技术均进行了相应的理论和实验研究^[7-9].

绳牵引并联支撑系统实质上是复杂的强耦合、多输入多输出、非线性时变系统. 在应用于风洞动态试验时, 为获取精确的飞行器模型气动参数, 要求该系统能够实现高精度的位姿运动, 则其动力学建模与控制是关键. 目前, 已有一些控制方法应用于这类绳牵引并联机构的研究中, 但由于应用背景不同, 控制策略亦存在差异. 例如Alp等针对绳牵引并联机构提出一种双闭环渐进控制器(PD和线性反馈控制)来提高控制精度, 并保证运动过程中绳处于拉紧状态^[10]. Korayem等针对应用于货物搬运的绳牵引并联机构最优路径规划提出一种最优反馈线性化方法^[11]; Chellal等针对一种绳牵引并联机构采用基于视觉测量的串级控制方案, 其中力控制保证绳拉力的合理分配, 位置控制保证定位精度, 其只是运动学控制, 未考虑系统的动力学特性^[12]. 上述研究均未考虑绳的弹性. 为减小绳弹性变形对控制精度的影响, 文献[13-14]基于奇异摄动理论, 对绳牵引并联机构动力学重新建模, 并提出一种基于PID的复合控制律, 但没有考虑系统不确定性项对控制精度的影响. 滑模控制是处理动力学系统不确定性、时变参数以及有界外在干扰的一种有效方法, 如文献[15]采用连续非奇异终端滑模(non-singular terminal sliding model, NTSM)控制方法, 对冗余约束绳牵引并联机构动力学参数进行自适应估计. 文献[16]针对完全约束绳牵引并联机构提出一种对不确定性参数上界进行自适应估计的鲁棒控制. 但针对绳牵引并联机构在风洞试验中的应用, 绳的弹性变形会对飞机模型控制精度造成影响^[17], 尤其对于质量较大、运动空间较大的飞行器模型, 该问题将更加突出. 同时, 系统还存在几何不确定性参数以及气动力不确定等问题. 因此需要综合考虑上述因素的影响, 对绳牵引并联支撑系统进行动力学分析与控制研究.

本文首先详细分析绳牵引并联支撑系统不确定因素; 考虑气动力干扰、绳弹性变形等影响, 对动力学方程进行重构; 基于奇异摄动理论, 提出一种包含自适应滑模方法的复合控制律, 并采用李雅普诺夫函数法进行稳定性分析. 最后, 以两种典型的风洞动态试验轨迹为例, 对该控制方法进行数值仿真和分析验证.

2 系统描述与不确定性分析

2.1 系统描述

绳牵引并联支撑系统一般由机架、飞行器模型、牵引绳、传动部件、伺服驱动子系统 and 运动控制子系统等组成, 八绳牵引系统结构示意图如图1所示. 其中, 运动指令通过上位机/运动控制卡驱动伺服电机, 经由传动系统(如滚珠丝杠), 可以改变绳长, 进而实现飞行器模型的位姿控制. 由图1可知系统运动几何关

系, 其中: $OXYZ$ 为静坐标系; $Pxyz$ 为动坐标系, 原点 P 位于飞行器模型质心; B_i 为第 i 根牵引绳与滑轮(固定于机架)的连接点, P_i 为第 i 根牵引绳与动平台, 即飞行器模型的连接点, $i = 1, 2, \dots, 8$.

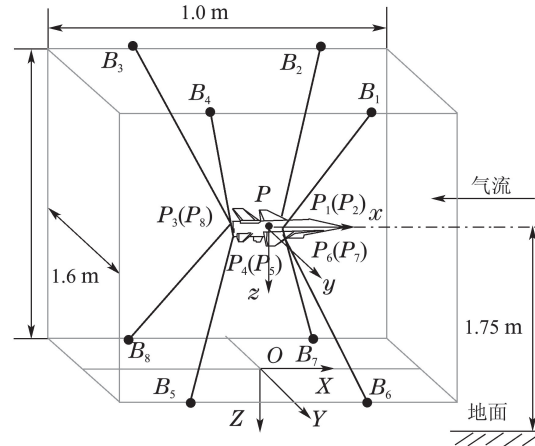


图1 绳牵引并联支撑系统示意图

Fig. 1 Sketch of WDPSS

2.2 不确定性分析

针对绳牵引并联支撑系统在风洞试验应用中存在的不确定性因素和外界干扰等, 将分别论述:

1) 绳弹性变形.

考虑到绳牵引并联支撑系统的受力特点, 绳索的弹性不可忽略, 否则会降低模型的运动精度. 记 L_1 是有绳拉力状态下的绳长矢量, 可通过逆运动学方程计算得到, 即

$$\dot{L}_1 = J\dot{x}, \quad (1)$$

式中: $L_1 = (l_{11} \ l_{12} \ \dots \ l_{18})^T$, l_{1i} 为标量, 即第 i 根绳长; x 为飞行器模型位姿矢量, $x = (x_P, y_P, z_P, \psi, \theta, \varphi)^T$, 其中质心位置坐标为 (x_P, y_P, z_P) , 滚转角为 ψ 、俯仰角为 θ 、偏航角为 φ ; J 为雅克比矩阵. L_2 是不考虑绳拉力状态下的理论绳长矢量, $L_2 = (l_{21} \ l_{22} \ \dots \ l_{28})^T$, l_{2i} 为标量, 即第 i 根绳长, 可通过编码器测量电机转角变化得到, $L_2 - L_0 = \mu\theta_m$. 其中: L_0 为初始位置的绳长矢量, μ 为传动系数, θ_m 为电机转角矢量. 绳拉力可采用线性弹簧模型表示:

$$T = K(L_1 - L_2), \quad (2)$$

式中 K 为绳的刚度矩阵.

2) 连接点位置不确定性.

由图2可知, 严格意义上讲, B_i 为牵引绳与导向滑轮之间的切点, 会随着飞行器模型位姿的变化而在导向滑轮轮缘一定区域内变动, 即位置坐标具有一定的不确定性. 设绳长平方函数可表示为

$$f(x, B) = [L_{u1}^T L_{u1} \ \dots \ L_{ui}^T L_{ui} \ \dots \ L_{u8}^T L_{u8}]^T, \quad (3)$$

式中: L_{ui} 为第 i 根绳矢量, 不考虑弹性时, $|L_{ui}| = l_{1i} = l_{2i}$; B 为矢量, 描述绳与滑轮接触点坐标. 记 $B_i = \overrightarrow{P_i B_i}$, $B_{i0} = \overrightarrow{P_i B_{i0}}$, 则 $\Delta B_i = B_i - B_{i0}$, 对应牵引绳在导向滑轮端的实际引出点 B_i 相对于理论引出点 B_{i0} 的偏离. 由于 B_i 点导致的误差可表示为

$$\Delta x = \left(\frac{dx}{dB}\right)\Delta B. \quad (4)$$

联合式(4)并对式(3)微分, 可得

$$\Delta x = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^{-1} \left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)\Delta B = 2\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^{-1} [L_{u_1}\Delta B_{u_1} \dots L_{u_s}\Delta B_{u_s}]^T.$$

由上式可知, B_i 不确定性导致的位姿误差主要来源于 ΔB_i 在绳长单位矢量 u_i 方向上的分量 ΔB_{ui} , 即 $\Delta B_{ui} = u_i^T \Delta B_i$. 因此, 可将 B_i 点位置不确定性转化为弹性因素综合考虑.

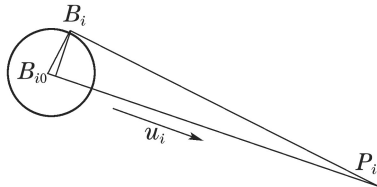


图2 滑轮局部放大图

Fig. 2 The partial enlarged drawing of pulley

3) 气动力不确定性.

在进行风洞试验时, 如图3所示, 飞行器模型受到来流的作用, 会产生气动力和气动力矩. 而这些气动参数与飞行器模型的位姿及其变化率紧密相关, 即气动与运动参数相互耦合.

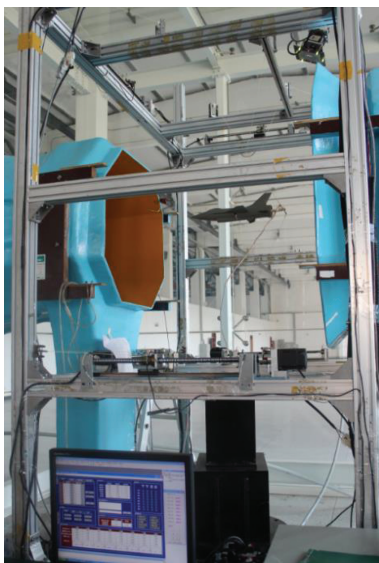


图3 WDRS风洞试验图

Fig. 3 WDRS in wind tunnel test

以典型的俯仰运动为例, 飞行器模型主要所受气动力参数为: 升力 $F_z = qSC_L$, 阻力 $F_x = qSC_D$, 俯

仰力矩 $M_y = qSC_m$. 式中: q 为动压, 与来流风速有关; S 为飞行器模型参考面积; C_L, C_D, C_m 为对应气动力系数, 与模型的运动参数有关. 这里为减小气动力不确定性产生的影响, 首先根据已有静态和动态试验数据, 采用多项式方法对非定常气动力进行建模, 再通过控制手段对残余干扰进行抑制.

4) 系统流致振动.

风洞试验来流作用下, 绳在顺流向和横流向受涡的影响均会发生一定的振动. 但考虑到绳直径、来流速度等参数之间的关系, 文献[18]指出在一定参数下, 绳牵引并联支撑系统不会发生涡激共振现象. 因此, 可将绳的流致振动特性, 以及绳振动对飞行器模型产生的影响视为有界干扰, 通过控制方法进行处理.

3 系统动力学建模

综合上述分析, 考虑绳的弹性变形, 基于牛顿-欧拉法, 并结合式(2), 分别对飞行器模型和驱动电机进行建模, 可得系统动力学方程为^[19]

$$M(x)\ddot{x} + N(x, \dot{x}) - w_g - w_e = J^T K(L_2 - L_1). \quad (5)$$

$$M_0\ddot{\theta}_m + C_0\dot{\theta}_m + \mu K(L_2 - L_1) = \tau, \quad (6)$$

式中: x 为飞行器模型位姿矢量; $M(x)$ 是飞行器模型的惯性矩阵; $N(x, \dot{x})$ 为非线性哥式离心力; w_g 为重力矢量; w_e 为实际气动力/力矩矢量, 可表示为位姿的函数, 即 $w_e(x, \dot{x})$; J 为系统的雅克比矩阵; M_0 为等效到驱动器的惯性矩阵; θ_m 为电机转角; C_0 为等效到驱动器的粘性摩擦系数矩阵; μ 为传动系数; τ 为电机转矩.

由动力学方程式(5)-(6)可知, 绳牵引并联支撑系统是非线性耦合系统, 包含了刚性子系统与柔性子系统. 基于奇异摄动理论^[20], 引入奇异摄动正比例因子 ε , 以及新的变量 K_1 , 且 $K_1 = \varepsilon^2 K$. 其中: K 的数量级约为 10^4 N/m, 可表示为 $O(1/\varepsilon^2)$ 量级; K_1 为 $O(1)$ 量级. 结合 $\dot{L}_2 = \mu\dot{\theta}_m$, 式(6)可重新表示为

$$\mu^{-1}M_0\ddot{L}_2 + \mu^{-1}C_0\dot{L}_2 + \mu K(L_2 - L_1) = \tau.$$

进一步,

$$\mu^{-1}M_0(\ddot{L}_2 - \ddot{L}_1) + \mu^{-1}C_0(\dot{L}_2 - \dot{L}_1) + \mu K(L_2 - L_1) = \tau - \mu^{-1}M_0\ddot{L}_1 - \mu^{-1}C_0\dot{L}_1.$$

令 $z = K(L_2 - L_1)$, 上式为

$$\mu^{-1}K^{-1}M_0\ddot{z} + \mu^{-1}K^{-1}C_0\dot{z} + \mu z = \tau - \mu^{-1}M_0\ddot{L}_1 - \mu^{-1}C_0\dot{L}_1.$$

则系统动力学模型可最终表示为

$$M(x)\ddot{x} + N(x, \dot{x}) - w_g - w_e = J^T z, \quad (7)$$

$$\varepsilon^2 M_0\ddot{z} + \varepsilon^2 C_0\dot{z} + \mu^2 K_1 z = \mu D_{eq}. \quad (8)$$

式中 $\mathbf{D}_{\text{eq}} = \mathbf{K}_1(\tau - \mu^{-1}\mathbf{M}_0\ddot{\mathbf{L}}_1 - \mu^{-1}\mathbf{C}_0\dot{\mathbf{L}}_1)$.

系统中飞行器模型位姿 \mathbf{x} 可视为慢变状态量, 绳拉力 \mathbf{z} 可视为快变状态量. 由奇异摄动理论可知, 该系统可表示为准稳态或慢变刚性子系统, 以及边界层或快变柔性子系统. 设 $\varepsilon \rightarrow 0$, 即 $\varepsilon = 0$, 此时系统变为刚性. 结合 $\ddot{\mathbf{L}}_1 = \mathbf{J}\ddot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{x}}$, 式(7)–(8)可重新表示为

$$\mathbf{M}_{\text{eq}}(\bar{\mathbf{x}})\ddot{\bar{\mathbf{x}}} + \mathbf{C}_{\text{eq}}(\bar{\mathbf{x}}, \dot{\bar{\mathbf{x}}})\dot{\bar{\mathbf{x}}} + \mathbf{G}_{\text{eq}} = \mu^{-1}\mathbf{J}^T\bar{\boldsymbol{\tau}}, \quad (9)$$

$$\bar{\mathbf{z}} = \mu^{-1}(\bar{\boldsymbol{\tau}} - \mu^{-1}\mathbf{M}_0\ddot{\mathbf{L}}_1 - \mu^{-1}\mathbf{C}_0\dot{\mathbf{L}}_1), \quad (10)$$

式中上划线“ $\bar{\cdot}$ ”表示当 $\varepsilon = 0$ 时的矩阵或向量, 即准稳态量,

$$\mathbf{M}_{\text{eq}}(\mathbf{x}) = \mathbf{M}(\mathbf{x}) + \mu^{-2}\mathbf{J}^T\mathbf{M}_0\mathbf{J}\mathbf{G},$$

$$\mathbf{C}_{\text{eq}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \mu^{-2}(\mathbf{J}^T\mathbf{M}_0\dot{\mathbf{J}}\mathbf{G} + \mathbf{J}^T\mathbf{M}_0\mathbf{J}\dot{\mathbf{G}} + \mathbf{J}^T\mathbf{C}_0\mathbf{J}\mathbf{G}),$$

$$\mathbf{G}_{\text{eq}} = -\mathbf{w}_g - \mathbf{w}_e,$$

\mathbf{G} 为速度矢量关联矩阵.

定义边界层修正项, $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}}$; 以及快变时间尺度, $t_f = t/\varepsilon$. 则快变子系统式(8)可以重新表示为以 $(\boldsymbol{\eta}, t_f)$ 为变量的形式, 即边界层方程:

$$\mathbf{M}_0\dot{\boldsymbol{\eta}} + \varepsilon\mathbf{C}_0\dot{\boldsymbol{\eta}} + \mu^2\mathbf{K}_1\boldsymbol{\eta} = \mathbf{0}. \quad (11)$$

慢变子系统式(7)可重新表示为

$$\mathbf{M}(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{N}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) - \mathbf{w}_g - \mathbf{w}_e = \mathbf{J}^T(\bar{\mathbf{z}} + \boldsymbol{\eta}). \quad (12)$$

根据式(10), 上式可进一步表示为

$$\mathbf{M}_{\text{eq}}(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_{\text{eq}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{G}_{\text{eq}} = \mu^{-1}\mathbf{J}^T(\boldsymbol{\tau} + \mu\boldsymbol{\eta}). \quad (13)$$

由式(11)与式(13)可知, 系统经过重构, 转化为慢变状态子系统与边界层的组合, 其状态方程形式可表示为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{U} + \Delta\mathbf{w}, \\ \dot{\boldsymbol{\xi}} &= \mathbf{H}\boldsymbol{\xi}, \end{aligned} \quad (14)$$

式中:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} \end{bmatrix}, \dot{\boldsymbol{\eta}} = \frac{d\boldsymbol{\eta}}{dt_f}, \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{M}_{\text{eq}}^{-1}\mathbf{C}_{\text{eq}} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{\text{eq}}^{-1}\mathbf{J}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{U} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mu^{-1}\mathbf{M}_{\text{eq}}^{-1}\mathbf{J}^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\tau}, \Delta\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}_{\text{eq}}^{-1}\mathbf{G}_{\text{eq}} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mu^2\mathbf{M}_0^{-1}\mathbf{K}_1 & -\varepsilon\mathbf{M}_0^{-1}\mathbf{C}_0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

4 控制律设计

针对WDPSS系统中存在不确定参数及绳弹性振动等问题, 为减小其对飞行器模型控制精度的影响, 将进行复合控制律的设计. 对上述问题, 控制律可由

两部分表示:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_1 + \boldsymbol{\tau}_2, \quad (15)$$

其中: $\boldsymbol{\tau}_1$ 是关于慢变子系统下的控制律, $\boldsymbol{\tau}_2$ 是关于快变子系统下的控制律. 复合控制器框图如图4所示.

1) 慢变子系统控制律.

为使系统误差在有限时间内收敛, 且避免奇异, 采用连续非奇异终端滑控制方法设计控制律, 选取滑模函数为^[21]

$$\mathbf{s} = \mathbf{e} + \beta|\dot{\mathbf{e}}|^\gamma \text{sgn } \dot{\mathbf{e}}, \quad (16)$$

式中: \mathbf{e} 是飞行器模型位姿误差向量, $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d$, \mathbf{x}_d 为期望运动轨迹; 参数 $\beta > 0$, 且 $1 < \gamma < 2$. 通过上式可以得到系统到达滑模面的时间. 对于任何初始误差不为零的系统, 在有限时间 t_r 内, 跟踪误差收敛于零,

$$t_r \leq \frac{\gamma\beta^{1/\gamma}}{\gamma-1} |e(t_0)|^{(\gamma-1)/\gamma}. \quad (17)$$

采用一种快速趋近律:

$$\dot{\mathbf{s}} = -\mathbf{K}_{s1}\mathbf{s} - \mathbf{K}_{s2}|\mathbf{s}|^\rho \text{sgn } \mathbf{s}, \quad (18)$$

式中: \mathbf{K}_{s1} , \mathbf{K}_{s2} 是正定、对角矩阵, $0 < \rho < 1$. 结合慢变子系统动力学方程(13)可表示为

$$\ddot{\mathbf{e}} = \mathbf{M}_{\text{eq}}^{-1}[\mu^{-1}\mathbf{J}^T(\boldsymbol{\tau} + \mu\boldsymbol{\eta}) - \mathbf{C}_{\text{eq}}\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{G}_{\text{eq}} - \mathbf{M}_{\text{eq}}\ddot{\mathbf{x}}_d].$$

并对式(16)求导, 可得

$$\dot{\mathbf{s}} = \dot{\mathbf{e}} + \beta\gamma|\dot{\mathbf{e}}|^{\gamma-1}\ddot{\mathbf{e}}.$$

根据趋近律式(18), 慢变子系统控制律可以设计为

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \mu\mathbf{J}^{T+}\mathbf{F}_{\text{in}} + \mu\mathbf{Q}, \quad (19)$$

式中: \mathbf{J}^{T+} 是雅可比矩阵转置的广义逆矩阵;

$$\mathbf{F}_{\text{in}} = \mathbf{M}_{\text{eq}}\mathbf{a} + \mathbf{C}_{\text{eq}}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{G}_{\text{eq}} - \tilde{\mathbf{w}}_e,$$

$$\tilde{\mathbf{w}}_e = \mathbf{w}_e - \hat{\mathbf{w}}_e,$$

$$\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{x}}_d - \frac{1}{\beta\gamma}|\dot{\mathbf{e}}|^{2-\gamma} \text{sgn } \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_{s1}\mathbf{s} - \mathbf{K}_{s2}|\mathbf{s}|^\rho \text{sgn } \mathbf{s},$$

$\hat{\mathbf{w}}_e$ 是气动参数估计值, $\tilde{\mathbf{w}}_e$ 是估计误差; \mathbf{Q} 表示绳的内力, 是雅可比矩阵的零空间向量, 以保证所有绳处于拉紧状态. \mathbf{Q} 可表示为 $\mathbf{Q} = (\mathbf{I} - \mathbf{J}^T + \mathbf{J}^T)\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\lambda}$ 为调节因子向量. 这样在WDPSS有效运动空间内, 可以保证动态过程中绳拉力均为有效值.

2) 快变子系统控制律.

考虑到绳弹性的特点, 为有效抑制绳拉力快变引起的振动, 可设计比例控制律为

$$\boldsymbol{\tau}_2 = \mathbf{K}_d(\dot{\mathbf{L}}_1 - \dot{\mathbf{L}}_2), \quad (20)$$

式中 \mathbf{K}_d 是正定、对角矩阵. 将其代入慢变子系统动力学方程, 可得状态方程形式:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mu^2\mathbf{M}_0^{-1}\mathbf{K}_1 & -\varepsilon\mathbf{M}_0^{-1}(\mathbf{C}_0 + \mu\mathbf{K}_d) \end{bmatrix} \boldsymbol{\xi}. \quad (21)$$

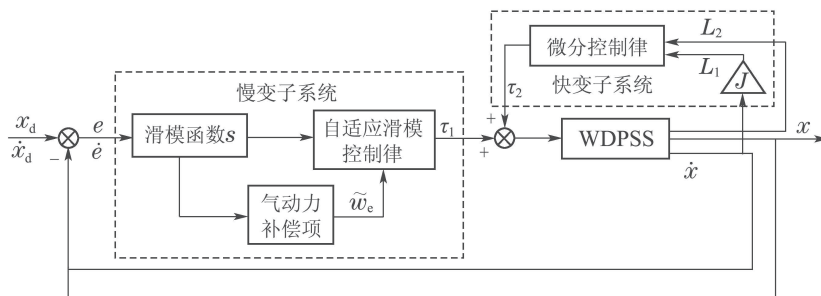


图 4 复合控制器框图

Fig. 4 Sketch of compound controller

5 稳定性分析

在控制律设计过程中, 应使误差 e 在有限时间内快速趋近于零, 而且保证系统的稳定性. 在系统的运动过程中, 稳定性与 K_d 的选取有关, 这里通过李雅普诺夫第二法对其进行确定. 为验证系统的稳定性, 取李雅普诺夫函数为

$$V = V_1 + V_2, \quad (22)$$

其中: V_1 代表慢变子系统的李雅普诺夫函数, V_2 为快变子系统的李雅普诺夫函数.

$$V_1 = \frac{1}{2} s^T s + \frac{1}{2} \tilde{w}_e^T \Lambda^{-1} \tilde{w}_e, \quad V_2 = \frac{1}{2} \xi^T W \xi, \quad (23)$$

式中 $W = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mu(\mu K_d + \mu K + C_0) & \mu M_0 \\ \mu M_0 & M_0 \end{bmatrix}$. 对 V_1

项求导, 并将慢变控制律表达式(19)代入, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s^T [\dot{e} + \beta \gamma |\dot{e}|^{\gamma-1} \ddot{e} \operatorname{sgn} \dot{e}] + \tilde{w}_e^T \Lambda^{-1} \dot{\tilde{w}}_e = \\ &= s^T [\dot{e} - |\dot{e}| \operatorname{sgn} \dot{e} - \beta \gamma |\dot{e}|^{\gamma-1} (K_{s1} s + \\ &K_{s2} |s|^\rho \operatorname{sgn} s) - \beta \gamma |\dot{e}|^{\gamma-1} M_{eq}^{-1} \tilde{w}_e] + \\ &\tilde{w}_e^T \Lambda^{-1} \dot{\tilde{w}}_e + s^T \beta \gamma |\dot{e}|^{\gamma-1} M_{eq}^{-1} J^T \eta. \end{aligned}$$

针对气动力估计误差项, 根据上式取自适应律设计为 $\dot{\tilde{w}}_e = \beta \lambda \Lambda |\dot{e}|^{\gamma-1} M_{eq}^{-1} s$, 则进一步变为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \\ &-s^T \beta \gamma |\dot{e}|^{\gamma-1} K_{s1} s - s^T \beta \gamma |\dot{e}|^{\gamma-1} K_{s2} |s|^\rho \operatorname{sgn} s + \\ &s^T \beta \gamma |\dot{e}|^{\gamma-1} M_{eq}^{-1} J^T \eta. \end{aligned} \quad (24)$$

令

$$\begin{aligned} D_1 &= \beta \gamma |\dot{e}|^{\gamma-1} K_{s1}, \\ D_2 &= \beta \gamma |\dot{e}|^{\gamma-1} K_{s2}, \\ D_3 &= \beta \gamma |\dot{e}|^{\gamma-1} M_{eq}^{-1} J^T, \end{aligned}$$

则式(24)可表示为

$$\dot{V}_1 = -s^T D_1 s - s^T D_2 |s|^\rho \operatorname{sgn} s + s^T D_3 \eta. \quad (25)$$

对 V_2 项求导为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \mu \eta (\mu K_d + \mu K + C_0) \dot{\eta} + \\ &\mu \dot{\eta}^T M_0 \eta + (\mu \eta + \dot{\eta}) M_0 \ddot{\eta}. \end{aligned}$$

将包含快变控制律的状态表达式(21)代入, 可得

$$\dot{V}_2 = -\mu^3 \eta^T K \eta - \dot{\eta}^T (C_0 + \mu K_d - \mu M_0) \dot{\eta}. \quad (26)$$

则上式可重新表示为包含 $\xi = \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \end{bmatrix}$ 的二次型, 即

$$\dot{V}_2 = -\xi^T \Theta \xi, \quad (27)$$

式中 $\Theta = \begin{bmatrix} \mu^3 K & 0 \\ 0 & C_0 + \mu K_d - \mu M_0 \end{bmatrix}$. 因此, 李雅

普诺夫函数 V 的一阶导可表示为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -s^T D_1 s - s^T D_2 |s|^\rho \operatorname{sgn} s + \\ &s^T D_3 \eta - \xi^T \Theta \xi. \end{aligned} \quad (28)$$

根据Rayleigh-Ritz不等式, 上述等式可以表示为

$$\begin{aligned} -s^T D_1 s &\leq -\lambda_{\min}(D_1) \|s\|^2, \\ -s^T D_2 |s|^\rho \operatorname{sgn} s &\leq -\lambda_{\min}(D_2) \|s\|^2, \\ s^T D_3 \eta &\leq \sigma_{\max}(D_3) \|s\| \|\xi\|, \\ -\xi^T \Theta \xi &\leq -\lambda_{\min}(\Theta) \|\xi\|^2, \end{aligned}$$

式中 λ_{\min} 和 σ_{\max} 分别代表相应矩阵的最小特征值以及最大奇异值. 利用上述不等式, 式(28)可表示为

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq [\|s\| \|\xi\|] \cdot \\ &\begin{bmatrix} -\lambda_{\min}(D_1) - \lambda_{\min}(D_2) & 0.5 \sigma_{\max}(D_3) \\ 0.5 \sigma_{\max}(D_3) & -\lambda_{\min}(\Theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|s\| \\ \|\xi\| \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

$$\text{令 } U = \begin{bmatrix} -\lambda_{\min}(D_1) - \lambda_{\min}(D_2) & 0.5 \sigma_{\max}(D_3) \\ 0.5 \sigma_{\max}(D_3) & -\lambda_{\min}(\Theta) \end{bmatrix},$$

为保证 $\dot{V} \leq 0$, U 需为负定矩阵, 即

$$[\lambda_{\min}(D_1) + \lambda_{\min}(D_2)] \lambda_{\min}(\Theta) > [0.5 \sigma_{\max}(D_3)]^2. \quad (29)$$

由式(27)–(28)可知, 影响上述不等式的主要参数为快变子系统的微分控制增益项 K_d , 因此通过选取合适的 K_d , 可以保证在此复合控制律作用下系统的稳定性.

6 气动力建模及仿真

6.1 气动力建模

本文以风洞试验中典型的俯仰运动为例进行控制

仿真,因此在该情况下,重点考虑飞行器模型的升力、阻力与俯仰力矩.结合已有的单自由度俯仰振荡和静态试验数据进行建模与系数辨识^[9].例如试验中,俯仰角振荡幅值 $A = 10^\circ$,飞行器模型参考面积 $S = 0.0266 \text{ m}^2$,来流速度 $v = 17 \text{ m/s}$,来流密度 $\rho_\infty = 1.29 \text{ kg/m}^3$.采用物理意义明确的多项式模型对气动参数进行建模,自变量为俯仰角,如表1所示.

表1 气动参数建模结果

Table 1 Results of aerodynamic parameters modeling

| 系数名称 | 升力 | 阻力 | 俯仰力矩 |
|-------|--------------------|----------|--------------------|
| | 系数 C_L | 系数 C_D | 系数 C_m |
| 多项式系数 | 3 | 2 | 3 |
| P_1 | $-2.530\text{e-}5$ | 0.000452 | $-8.985\text{e-}6$ |
| P_2 | 0.000572 | 0.0101 | 0.000297 |
| P_3 | 0.0530 | 0.102 | -0.00407 |
| P_4 | 0.0478 | 0 | -0.0182 |

由多项式建模结果可知,气动力/力矩系数随俯仰角的变化而发生变化.该模型为气动力误差项的自适应设计提供依据.

6.2 仿真与分析

本节将对上述复合控制律的有效性进行验证,将代入WDPSS系统参数进行仿真计算.该系统的具体参数可参见文献[19]:电机主轴转动惯量 $M_0 = 0.00007 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;传动机构滚珠丝杠导程为5 mm;飞行器模型的质量为0.87 kg;绳采用Kevlar材料,直径1 mm,则相应绳索刚度 $K_d = 10000 \mathbf{I}_{8 \times 8}$.取滑模面趋近系数矩阵 $\mathbf{K}_{s1} = \mathbf{K}_{s2} = \mathbf{M}_{eq}^{-1}$;其他滑模面设计参数经调试后选为 $\beta = 1.0, \gamma = 1.4, \rho = 0.33$.

为验证控制律的有效性,本节将进行两组不同的动态轨迹仿真.

算例1 对单自由度的俯仰运动进行仿真模拟.假定系统初始时刻位姿为 $[0 \ 0 \ -0.582 \text{ m} \ 0 \ 0 \ 0]$ 初始运动速度为 $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 10^\circ/\text{s} \ 0]$,运动轨迹为俯仰振荡:

$$\theta = \frac{\pi}{18} \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right).$$

根据稳定性分析以及控制性能要求,控制器设计中的微分增益矩阵取 $\mathbf{K}_d = 10 \mathbf{I}_{8 \times 8}$.

仿真结果如图5-13所示.其中,由图5-6可知,在复合控制律作用下,飞行器模型能够有效按照期望轨迹运动.为检验 \mathbf{K}_d 项的影响,图7与图8显示不同增益系数时俯仰角的跟踪误差.当 $\mathbf{K}_d = 10 \mathbf{I}_{8 \times 8}$ 时,跟踪误差变化光滑,并最终趋于稳定;当 $\mathbf{K}_d = 0$ 时,这意味着控制律中缺少弹性补偿项,跟踪误差曲线发生抖动,控制性能有所降低,绳弹性的影响无法消除或抑制.图中误差幅值受初始角速度的影响,但仍能够较

快收敛.综合分析可知,采用复合控制律,可以有效对绳弹性变形对运动精度的影响,收敛后的跟踪误差能够满足WDPSS风洞试验控制精度要求.

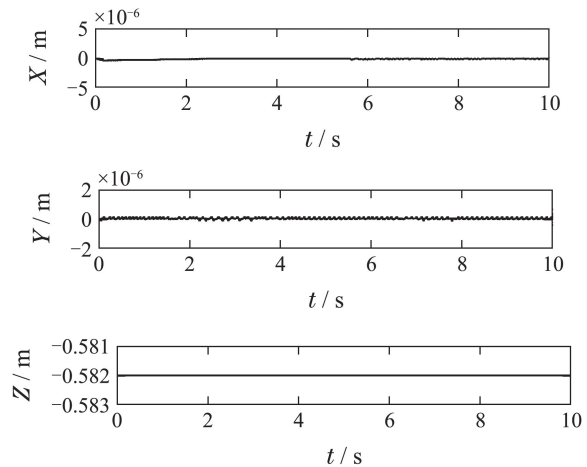


图5 飞行器模型位置变化图

Fig. 5 Position variation of aircraft model

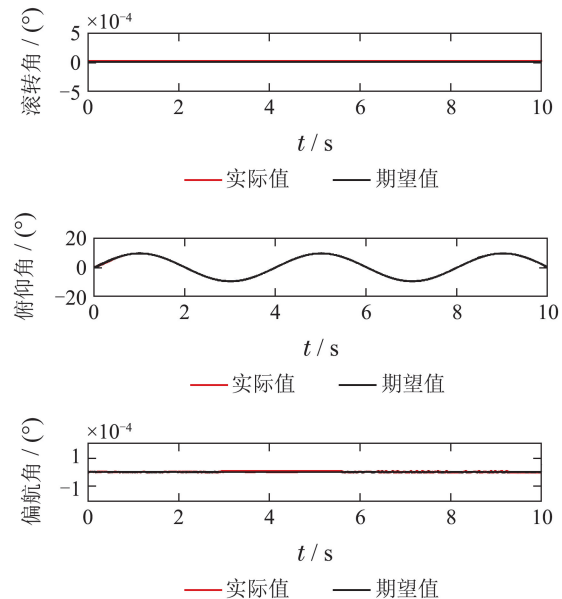


图6 飞行器模型姿态变化图

Fig. 6 Attitude variation of aircraft model

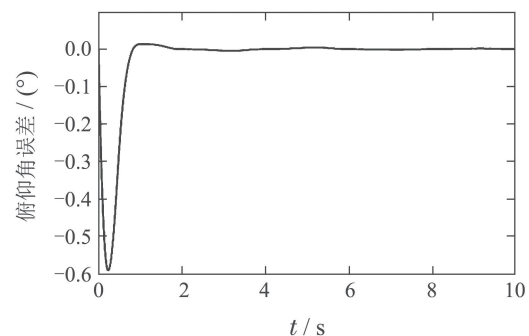


图7 俯仰角误差变化($\mathbf{K}_d = 10 \mathbf{I}_{8 \times 8}$)

Fig. 7 Error variation of pitch angle ($\mathbf{K}_d = 10 \mathbf{I}_{8 \times 8}$)

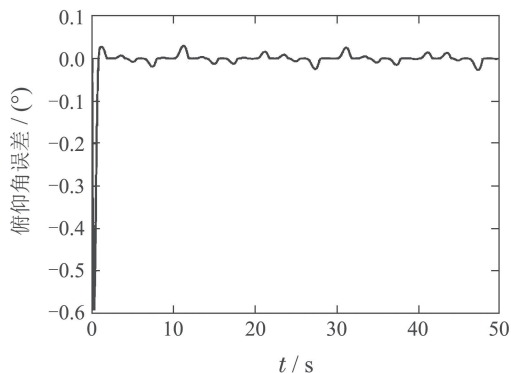


图8 俯仰角误差变化($K_d = 0$)

Fig. 8 Error variation of pitch angle ($K_d = 0$)

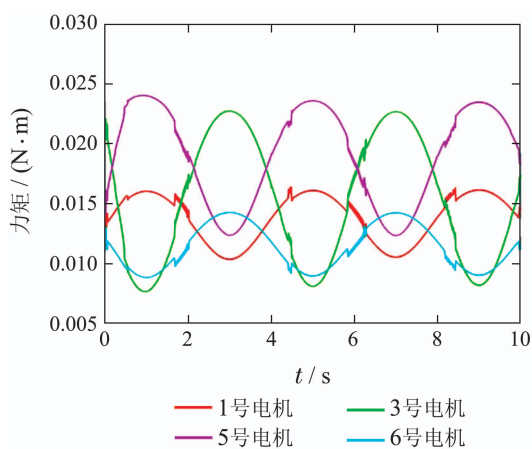


图9 电机转矩变化图

Fig. 9 Torque variation of servo motor

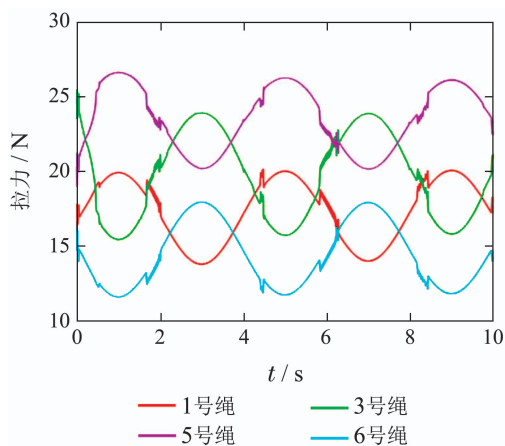


图10 绳拉力变化

Fig. 10 Wire tension variation

图9显示驱动系统的8个伺服电机输入力矩均在 $-0.03 \sim 0.03 N \cdot m$ 之间变化, 满足实际电机额定力矩要求. 图10为系统绳拉力变化图, 由于牵引绳与飞行器模型之间的连接采用对称布置, 为简化分析, 只列出1号、3号、5号、6号绳变化曲线, 由图可知绳拉力保持在 $5 \sim 30 N$ 的范围之内, 始终大于0, 即绳处于拉紧状态. 尽管电机力矩和绳拉力曲线局部出现较高频变

化, 但可以通过调节 γ 因子进行有效处理. 图11为俯仰角误差相位图, 该图进一步验证了系统的渐近稳定性, 保证姿态误差在有限时间内收敛于0. 图12显示随着俯仰角的变化, 升力、阻力与俯仰力矩等气动参数均发生相应变化; 图13显示气动参数补偿误差.

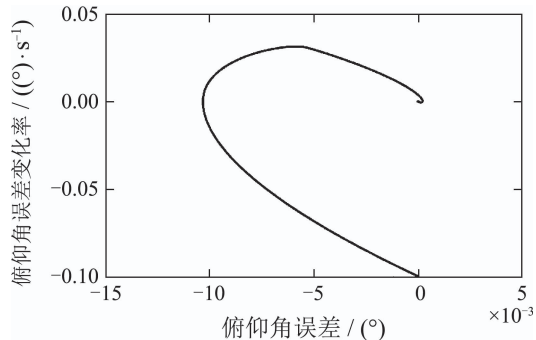


图11 俯仰角相位变化

Fig. 11 Phase diagram of pitch angle

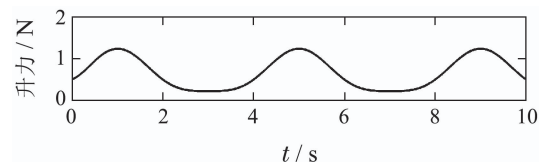
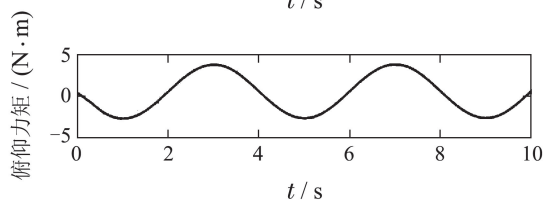
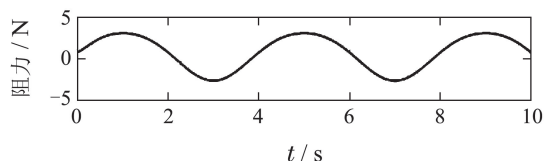


图12 气动力变化

Fig. 12 Aerodynamic forces variation

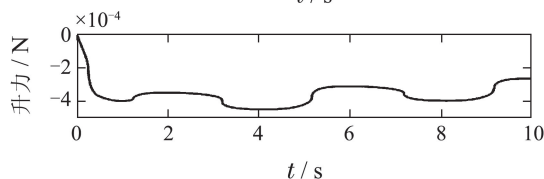
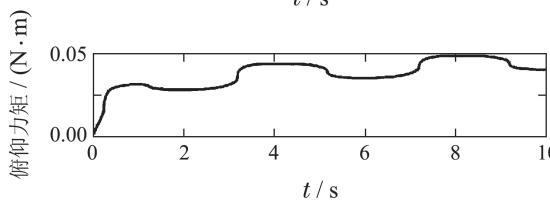
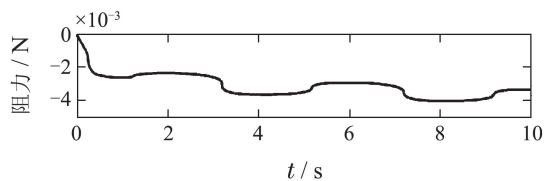


图13 气动力自适应补偿项变化

Fig. 13 Variation of compensation term of aerodynamic forces

算例2 对两自由度的复合运动进行仿真模拟. 假定系统初始位姿仍为 $[0 \ 0 \ -0.582 \text{ m} \ 0 \ 0 \ 0]$, 初始运动速度为 $[0 \ 0 \ 0.05\pi \text{ m/s} \ 0 \ 10(^{\circ})/\text{s} \ 0]$, 运动轨迹为升沉俯仰振荡, 即

$$Z = -0.582 + 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right), \theta = \frac{\pi}{18} \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right).$$

根据稳定性分析以及控制性能要求, 控制器设计中的微分增益矩阵取 $K_d = 100I_{8 \times 8}$.

仿真结果如图14-18所示. 其中, 图14-18显示不同微分增益系数时, 跟踪误差的变化情况. 其中, 图14与图15, 显示复合控制律中的微分增益快速项对Z方向的影响情况, 当 $K_d = 0$ 时, Z方向跟踪误差变化不规律; 当 $K_d = 100I_{8 \times 8}$ 时, 控制律加入快速项后Z方向运动能够更加平稳; 对比两图可知, 快速项对Z方向的运动精度影响不大. 图16-17显示复合控制律的快速项能够有效控制俯仰角的跟踪误差, 当 $K_d = 0$ 时, 俯仰角跟踪误差发生抖动现象; 当 $K_d = 100I_{8 \times 8}$ 时, 控制律在加入快速项补偿后, 跟踪误差快速收敛并稳定.

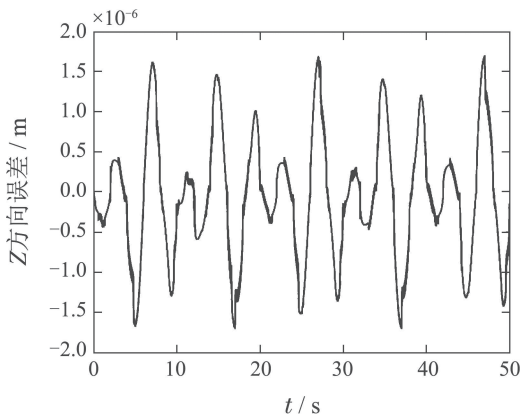


图 14 飞行器模型Z方向误差($K_d = 0$)

Fig. 14 Error variation of aircraft model's position in direction of axis Z ($K_d = 0$)

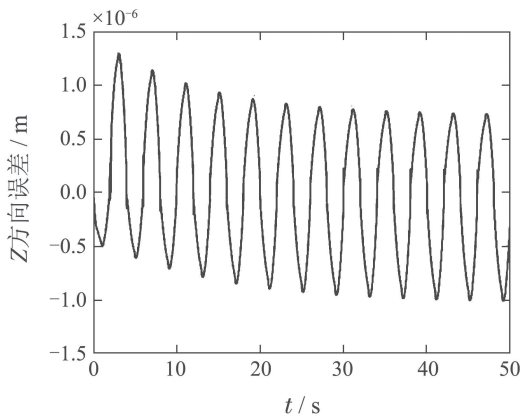


图 15 飞行器模型Z方向误差($K_d = 100I_{8 \times 8}$)

Fig. 15 Error variation of aircraft model's position in direction of axis Z ($K_d = 100I_{8 \times 8}$)

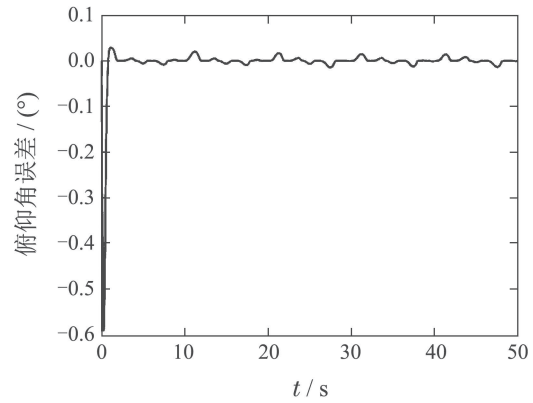


图 16 俯仰角误差变化($K_d = 0$)

Fig. 16 Error variation of pitch angle ($K_d = 0$)

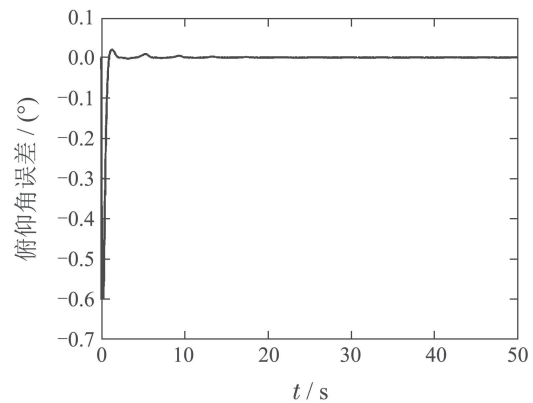


图 17 俯仰角误差变化($K_d = 100I_{8 \times 8}$)

Fig. 17 Error variation of pitch angle ($K_d = 100I_{8 \times 8}$)

由图18可知, 在复合运动下所有牵引绳始终大于零, 能够处于拉紧状态. 由上述仿真结果可知, 采用复合控制律处理弹性系统问题, 能够有效改善跟踪误差, 提高运动精度.

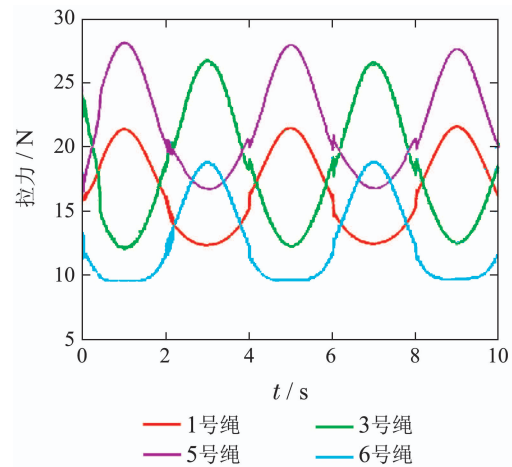


图 18 绳拉力变化

Fig. 18 Wire tension variation

7 结论

本文针对应用于风洞试验的绳牵引并联支撑系统,

基于奇异摄动理论,设计了一种包含自适应滑模控制器的复合控制律以提高飞行器模型的运动控制精度。主要结论如下:

1) 详细分析了绳牵引并联支撑系统的不确定因素,可重点考虑气动力及弹性变形的影响。

2) 针对系统动力学模型中存在快变、慢变参数的特点,设计了一种复合控制律,并利用李亚普诺夫函数证明了所设计的控制律能够保证闭环系统稳定。

3) 系统仿真结果表明该复合控制律能够有效减小不确定性参数、弹性变形及气动力等对控制精度的影响,提高了飞行器模型受迫运动的控制性能,可为后续实际应用于风洞动态试验提供理论依据和支持。

参考文献:

- [1] LI Zhoufu. *Wind Tunnel Special Tests Technology*. Beijing: Aviation Industry Press, 2010.
(李周复. 风洞特种试验技术. 北京: 航空工业出版社, 2010.)
- [2] COULTER S, MARQUART E. Cross and cross-coupling derivative measurements on the standard dynamics model at AEDC. *Proceedings of Aerodynamic Testing Conference*. New York, USA: AIAA, 1982: 202 – 214.
- [3] GAGLIARDINI L, CARO S, GOUTTEFARDE M, et al. A reconfigurable cable-driven parallel robot for sandblasting and painting of large structures. *Proceedings of Cable-Driven Parallel Robots*. Berlin, Germany: Springer, 2015: 275 – 291.
- [4] SHAO Z F, TANG X, WANG L P, et al. Dynamic modeling and wind vibration control of the feed support system in FAST. *Nonlinear Dynamics*, 2011, 67(2): 965 – 985.
- [5] KORAYEM M H, YOUSEFZADEH M, SUSANY S. Dynamic modeling and feedback linearization control of wheeled mobile cable-driven parallel robot considering cable sag. *Arabian Journal for Science & Engineering*, 2017, 5: 1 – 10.
- [6] WANG Xiaoguang, LIN Qi. Advances of wire-driven parallel suspension technologies in wind tunnel tests. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2018, 39(10): 6 – 25.
(王晓光, 林麒. 风洞试验绳牵引并联支撑技术研究进展. 航空学报, 2018, 39(10): 6 – 25.)
- [7] LAFOURCADE P, LLIBRE M. First steps toward a sketch-based design methodology for wire-driven manipulators. *Proceedings of IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2003, 1: 143 – 148.
- [8] LAMBERT T J, VUKASINOVIC B, GLEZER A. A six degrees of freedom dynamic wire-driven traverse. *Aerospace*, 2016, 3(2): 1 – 16.
- [9] JI Yangfeng, LIN Qi, HU Zhenghong, et al. Feasibility investigation on dynamic stability derivatives test of SDM model with wire-driven parallel robot suspension system. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2017, 38(11): 110 – 122.
(冀洋锋, 林麒, 胡正红, 等. 基于绳系并联机器人支撑系统的SDM导数试验可行性研究. 航空学报, 2017, 38(11): 110 – 122.)
- [10] ALP A B, AGRAWAL S K. Cable suspended robots: feedback controllers with positive inputs. *Proceedings of American Control Conference*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2002, 1: 815 – 820.
- [11] KORAYEM M H, TOURAJZADEH H, ZEHFROOSH A, et al. Optimal path planning of a cable-suspended robot with moving boundary using optimal feedback linearization approach. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 78(2): 1515 – 1543.
- [12] CHELLAL R, CUVILLON L, LAROCHE E. A kinematic vision-based position control of a 6-DoF cable-driven parallel robot. *Proceedings of Cable-Driven Parallel Robots*. Berlin, Germany: Springer, 2015: 213 – 225.
- [13] VAFAEI A, KHOSRAVI M A, TAGHIRAD H D. Modeling and control of cable driven parallel manipulators with elastic cables: singular perturbation theory. *Proceedings of International Conference on Intelligent Robotics and Applications*. Berlin, Germany: Springer, 2011: 455 – 464.
- [14] KHOSRAVI M A, TAGHIRAD H D. Dynamic modeling and control of parallel robots with elastic cables: singular perturbation approach. *IEEE Transactions on Robotics*, 2017, 30(3): 694 – 704.
- [15] EL-GHAZALY G, GOUTTEFARDE M, CREUZE V. Adaptive terminal sliding mode control of a redundantly-actuated cable-driven parallel manipulator: CoGiRo. *Proceedings of Cable-Driven Parallel Robots*. Berlin, Germany: Springer, 2015: 179 – 200.
- [16] BABAGHASABHA R, KHOSRAVI M A, TAGHIRAD H D. Adaptive robust control of fully-constrained cable driven parallel robots. *Mechatronics*, 2015, 25(2): 27 – 36.
- [17] WANG Xiaoguang, MA Shaoyu, PENG Miaoqiao, et al. Influence of elastic deformation on pose precision of moving platform for wire-driven parallel robot. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2016, 33(3): 306 – 312
(王晓光, 马少宇, 彭苗娇, 等. 绳牵引并联机器人弹性变形对动平台位姿精度的影响. 计算力学学报, 2016, 33(3): 306 – 312.)
- [18] PENG Miaoqiao, WANG Xiaoguang, LIN Qi. Coupled vibration between cables and aircraft model of WDPR in wind tunnel test. *Journal of Vibration Engineering*, 2017, 30(1): 140 – 148.
(彭苗娇, 王晓光, 林麒. 风洞试验WDPR支撑牵引绳与模型耦合振动研究. 振动工程学报, 2017, 30(1): 140 – 148.)
- [19] LIU J, WANG X G, WANG Y Q, et al. Continuous terminal sliding mode control of a 6-dof wire-driven parallel robot. *Proceedings of IEEE International Conference on Robot and Biomimetics*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2017: 1757 – 1762.
- [20] LIU Huashan, ZHU Shiqiang, WU Jianbo, et al. Trajectory tracking control for robot manipulators with bounded inputs based on the singular perturbation theory. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(12): 1371 – 1377.
(刘华山, 朱世强, 吴剑波, 等. 基于奇异摄动理论的输入有界机器人轨迹跟踪控制. 控制理论与应用, 2009, 26(12): 1371 – 1377.)
- [21] YU S, YU X, SHIRINZADEH B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode. *Automatica*, 2005, 41: 1957 – 1964.

作者简介:

刘 骏 硕士研究生, 目前研究方向为滑模变结构控制方法及其应用, E-mail: 236244911@qq.com;

王晓光 副教授, 目前研究方向为绳牵引并联支撑技术及其应用, E-mail: xgwang@xmu.edu.cn;

王宇奇 博士研究生, 目前研究方向为智能控制方法及其应用, E-mail: 940898628@qq.com;

林 麒 教授, 目前研究方向为风洞试验技术与绳牵引并联机器人技术, E-mail: qilinqilin@xmu.edu.cn.