

结合网格保刚性的多目的地地图布局优化方法

黄培强^{1,2)}, 李 昕³⁾, 张俊松^{1)*}

¹⁾(厦门大学智能科学与技术系 厦门 361005)

²⁾(光电控制技术重点实验室 洛阳 471000)

³⁾(School of Electrical Engineering & Computer Science, Louisiana State University, Baton Rouge LA 70803 USA)
(zhangjs@xmu.edu.cn)

摘 要: 针对当前多目的地地图生成方法存在布局优化和时间复杂度过高的问题, 提出了一种基于保刚性变形的多目的地地图自动生成方法. 首先用户选择感兴趣的多个目的地, 系统自动选择出与用户指定的目的地最相关的道路网信息, 生成上下文区域和关注区域的 Delaunay 三角网格; 然后通过关注区域凸包点的操作来调整道路细节信息的显示比例, 并于每一次凸包点调整后在上下文区域的三角网格作保刚性处理, 使得该区域的道路拓扑结构尽量保持不变; 同时保证该区域路网的细节清晰地显示. 在若干 OpenStreetMap 地图上的实验结果表明, 该方法能快速生成多目的地地图, 生成的地图在保持输入地图总体拓扑结构的同时, 也优化了地图上目的地区域道路的布局; 使得用户可以在有限显示空间内能够浏览地图的全局信息和详细的局部地图信息.

关键词: 多目的地地图; 地图可视化; 三角网格保刚性; 布局优化
中图法分类号: TP391.41 DOI: 10.3724/SP.J.1089.2019.17357

Multi-destination Map Layout Generation Based on Rigid Deformation

Huang Peiqiang^{1,2)}, Li Xin³⁾, and Zhang Junsong^{1)*}

¹⁾(Cognitive Science Department, Xiamen University, Xiamen 361005)

²⁾(Science and Technology on Electro-optic Control, Luoyang 471000)

³⁾(School of Electrical Engineering & Computer Science, Louisiana State University, Baton Rouge LA 70803 USA)

Abstract: Current map layout optimization work faces challenges of poor optimization effect and high time complexity, so a multi-destination map generation method based on rigid deformation is presented. Users first input the interested destinations, and the system automatically selects the road network most related to the destinations and generates triangle mesh based on the road network. The triangle mesh is then divided into the context areas and the focus areas. After that, we adjust the display ratio of the road network through the operation of the convex point of the focus area, and this operation aims to guarantee the triangle mesh in the context area after each convex point adjustment. Finally, the rigid deformation algorithm ensures that the details of the area are clearly displayed simultaneously maintaining the topology of the road network. The experimental results on several OpenStreetMap maps show: multi-destination maps can be quickly generated using the proposed method, and the method is able to maintain the overall topology of the input map and also optimize the layout of the roads in the destination area of the map. In addition, the proposed method allows users to look through the global geographic information and local detailed geographic information of the map within a limited display space.

收稿日期: 2018-06-25; 修回日期: 2018-09-25. 基金项目: 国家自然科学基金(61772440, 61728206); 光电控制技术重点实验室和航空科学基金联合资助(20165168007); 浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室开放课题(A1706). 黄培强(1992—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为计算机图形学、可视化; 李 昕(1981—), 男, 博士, 副教授, 博士生导师, 主要研究方向为计算机图形学; 张俊松(1978—), 男, 博士, 副教授, 博士生导师, 论文通讯作者, 主要研究方向为计算机图形学、数字媒体、脑与认知科学.

Key words: multi-destination map; map visualization; rigid deformation; layout optimization

当前越来越多的手机、车载电脑等小屏移动终端被用来显示交通路网信息, 如何在有限显示空间上快速地生成面向用户需求的多目的地地图成为一个重要的研究问题. 要根据用户需求快速地生成多目的地地图, 需要实现以下目标: (1) 充分地利用显示空间, 尽可能详细地显示目的地周围的道路信息; (2) 保证调整某些道路后地图拓扑结构受到的影响要最小; (3) 系统的算法时间复杂度不能太大, 以满足实际应用需求.

实现上述目标无疑是具有挑战性的. 在本课题组的前期工作中, Zhang 等^[1]提出一种基于规则的地图布局优化方法, 可以确保在有限面积的显示空间内, 在保证路网拓扑结构的同时与用户最相关的道路信息也能清晰可见; 但是由于该方法使用模拟退火算法求解最佳布局, 使得算法时间复杂度较高, 生成理想的多个目的地地图往往需要较长的时间, 难以满足实际应用需求. 为了解决这个问题, 本文引入实时动画变形中的二次优化方法^[2], 并结合多目的地地图生成目标加以改进, 提出一种基于三角网格和多策略最小二乘方法的地图布局优化新方法.

已有的地图布局优化方法要么使用复杂的约束条件来设定优化目标, 导致算法时间复杂度过高; 要么利用投影函数, 无法保持地图的视觉连续性并有效地放大用户关注区域. 为了有效解决上述问题, 本文将地图拓扑结构和三角网格的特征相结合, 并通过对上下文区域的三角网格作保刚性算法以及对关注区域的网格作保相似算法, 从而确保调整后的关注区域和上下文区域的道路网络结构尽量不变, 使得系统能快速地生成保有全局地理信息的多目的地区域放大地图.

1 相关工作

近年来, 研究者提出很多地图可视化的方法. 其中一部分工作关注于道路网的变比例尺可视化技术, 该类技术的目标是将关注区域或密集区域放大显示的同时, 能保持全局地图的可读性.

Zhang 等^[1]提出一种多目的地地图布局优化方法, 它使用矩形关注区域以及它们的连接边来描述多目的地地图的布局; 依据地图设计规划将地图布局优化问题形式化为一个约束系统, 约束条

件包括充分利用显示空间、角度和维持道路网的拓扑结构等; 最后使用基于扰动的模拟退火算法从复杂的布局空间中求解. 罗振珊等^[3]提出一种借助因子图的多目的地地图生成方法, 将各项地图布局约束规则编码成因子, 由所有的因子相乘构建得到衡量整体布局的联合概率分布函数, 并通过随机采样算法进行采样以得到满意的布局. 这些方法既能清晰地显示各目的地周边的道路细节信息, 又保留了各目的地之间的拓扑关系. 然而, 这2种算法存在算法效率比较低、时间复杂度高的问题. 为了提升算法的速度, 本文引入基于线性优化的消除形变技术以提高该算法的效率和可用性. 同时, 该算法对用户关注区域进行重新定义, 上述方法都是用矩形框来处理整个地图的道路网格, 在本文中能精确地操作用户感兴趣的道路.

Haunert 等^[4-5]提出一种基于二次规划模型的道路网变比例尺方法, 将局部网格道路的变形分散于变形区域以外的全部区域, 以保持道路拓扑结构相似; 但是该方法受区域间的变形约束影响, 难以取得很理想的局部放大效果. Lin 等^[6]和Boutoura 等^[7]提出将添加规则网格后的地图整体变形的方法来生成优化地图的方法. 然而上述方法都注重于将网格进行整体的拉伸或挤压以整体改变地图的形状布局, 无法对地图上某个区域进行精确的调整. 本文方法则更关注于相关区域的精确比例尺调整.

Yamamoto 等^[8]和 Takahashi^[9]提出基于鱼眼模型的 Focus+Glue+Context 模型, 在关注区域均匀放大时, 将地图变形扭曲控制在 Glue 区域, 而 Context 区域的内容保持不变. 吴金亮等^[10]提出一种基于区域内容的调整区域的方法. 对于图像中的 Glue 及关注区域都由 Delaunay 三角网格所划分表示并让变形能量光滑散发, 使得关注区域均匀放大的扭曲分布到 Glue 区域. 上述方法在很大程度上都直接牺牲 Glue 区域的道路细节, 存在明显的区域不连续性. 本文方法更能保持全部道路的地理细节, 所以很大程度上保持了道路的视觉连续性.

2 本文算法

本文提出的结合三角网格保刚性的多目的地

地图道路优化方法步骤如下:

Step1. 用户从原始地图中框选自己感兴趣的目的地区域,生成对应的相关道路稀疏地图.

Step2. 通过道路网络上的端点生成三角网格,并根据目的地区域点集的凸包点划分出上下文区域和关注区域.

Step3. 道路布局调整阶段通过调整凸包点的位置使得关注区域的显示空间扩大,对每个关注区域网格内的点运用保相似性算法来计算调整后的位置.

Step4. 根据凸包点的位置运用保刚性算法调整上下文区域网格的布局,通过控制整体布局的拓扑错误量以尽量保持地图拓扑结构.

2.1 预处理

用户交互选择感兴趣的目的地并框选该区域,运用 Zhang 等^[1]的方法提取目的地周围可到达道路,并用 A*寻路算法连接所有道路生成一个带有目的地的稀疏地图 $G. G=(V, E)$; 其中, V 表示图中地点的集合, E 表示道路的集合. 因为是在稀疏地图上操作,所以直接利用道路网络的顶点集合生成 Delaunay 三角网格,从而在网格上进行优化. 本文将三角网格分成关注区域网格和上下文区域网格. 首先计算出用户框选区域点集的凸包,并用各个凸包内的点生成各个关注区域网格 $G_i (i=1,2,\dots)$,用所有凸包外的点生成上下文区域网格 G_g . 如图 1b 所示,红色的三角网格为上下文区域,蓝色的三角网格为关注区域. 然后对红色三角网格作保刚性算法,对蓝色的三角网格采用保相似算法,并用 Graham 扫描法求出关注区域的凸包点作为调整过程的控制点.

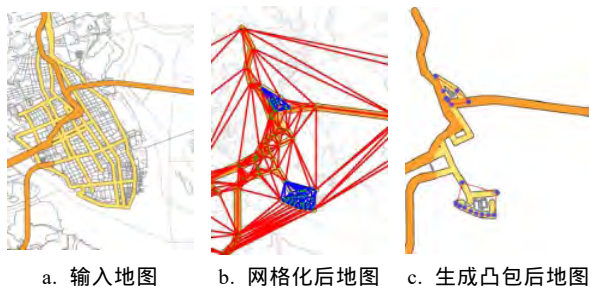


图 1 地图数据的预处理

2.2 道路布局调整

2.2.1 关注区域布局调整

对于每一个关注区域的道路网,希望其细节尽量清晰,所以在尽可能地保证道路拓扑结构的同时最大比例地显示该关注区域内的道路. 在这个过程中,只对每一个关注区域 G_i 的边界凸包点分别进行位置上的调整,并使用三角形网格保相

似性算法计算出凸包区域内其他点的位置,使得整个关注区域的细节得到更有效的显示,同时尽可能地减小其道路网拓扑结构的形变.

对于关注区域内的三角网格,本文先计算每个三角形中的每条边相对于其他 2 条边的相对坐标 $(x_{12}, y_{12}), (x_{20}, y_{20}), (x_{01}, y_{01})$, 设三角形由 3 点 V_0, V_1, V_2 连成边组成,如图 2 所示, V_0V_1 及垂直其的射线作为一个坐标轴, V_2 点在这个坐标轴的映射值则为 (x_{01}, y_{01}) . 为了保持相似,要求扰动后的每个点 v'_i 尽量接近其在相对坐标下求出的该点位置;扰动后三角形每个顶点的偏移方差之和,即为每个三角形的相似偏移能量项 E_i . 则可以得到能量方程

$$E_{i\{v_0, v_1, v_2\}} = \sum_{\substack{j=1,2,3 \\ h=(j+1)\%3 \\ k=(j+2)\%3}} \left\| v'_j - x_{hk} v_h v_k - y_{hk} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} v_h v_k \right\|^2 \quad (1)$$

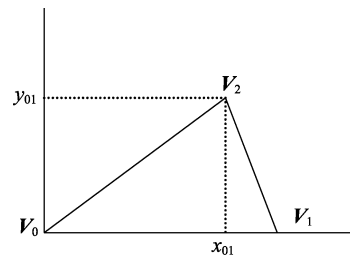


图 2 相对坐标的概念图

这样就将其归结为求解一个最小二乘的线性优化问题. 将式(1)表示为三角网格内所有点的能量之和,则有

$$E_i = v^T M v = \begin{pmatrix} q \\ c \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} M_{00} & M_{01} \\ M_{10} & M_{11} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q \\ c \end{pmatrix} \quad (2)$$

其中, c 为关注区域内的凸包点,它们是已知的; q 为关注区域内非凸包点,对非凸包点进行求偏导,则有

$$\frac{\partial E_i}{\partial q} = (M_{00} + M_{00}^T)q + (M_{01} + M_{10}^T)c = 0 \quad (3)$$

求解式(3)得到 q 的解,即关注区域内点的新坐标.

2.2.2 上下文区域道路布局调整

要生成满足条件的多目的地地图,需要保证各个目的地及其关注区域路网的空间位置关系及拓扑结构总体不变,同时也要保证上下文区域的道路显示空间占比和拓扑结构不变;则对于这些道路对应的三角网格,尽量要求布局调整后的三

角形和布局调整前的三角形全等, 因此采用更趋于保刚性的算法. 在处理上下文区域时, 关注区域的变化通过关注区域凸包点位置的变化影响上下文区域的网格调整. 对于上下文区域的三角网格采用式(1)进行计算, 并对局部三角形进行缩放调整, 使得上下文区域内的三角网格大小与原来尽量趋于全等; 否则, 上下文区域占的显示空间比例也会跟着三角网格保相似而扩大, 无法达到集中显示关注区域的效果.

在利用式(1)求得一个相似三角形的初步结果的基础上, 构造一个由点 $\{v_0^f, v_1^f, v_2^f\}$ 组成的拟合三角形, 每个拟合三角形都和初始三角形完全相等且尽量和式(1)的结果误差不能太大. 这个过程可以看做将初始三角形旋转, 使得旋转后的三角形每个顶点的位置都最接近式(1)所求得的每个三角形的位置. 由此则可得到

$$E'_{f\{v_0^f, v_1^f, v_2^f\}} = \sum_{i=1,2,3} \|v_i^f - v'_i\|^2 \quad (4)$$

每个点 v_i^f 的相对位置可由相对坐标系得出, v'_i 为式(1)所得结果, E' 为新三角形点和 v'_i 的偏移量, 为了保证这里的结果三角形和原三角形尽量相似, 则有

$$\begin{aligned} v_i^f &= v_{(i+2)\%3}^f + x_{(i+1)\%3(i+2)\%3} v_{(i+1)\%3}^f v_{(i+2)\%3}^f + \\ & y_{(i+1)\%3(i+2)\%3} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} v_{(i+1)\%3}^f v_{(i+2)\%3}^f \end{aligned} \quad (5)$$

联立式(4)(5)并求该拟合三角形未知位置偏导, 则有

$$\frac{\partial E'_f}{\partial u} = Au + B = 0 \quad (6)$$

其中, A 矩阵由之前相对坐标的内容构成; B 矩阵由式(1)产生的相似三角形顶点坐标构成. 式(6)的结果即为新三角形顶点的坐标, 得到的三角形在旋转角度上和理想结果已经相近, 假设有一个理想的结果三角形由点 $\{v_0^f, v_1^f, v_2^f\}$ 组成, 那么由 $\{v_0^f, v_1^f, v_2^f\}$ 组成的三角形在每个边的长度上必须跟 $v_i^f (i=1,2,3)$ 尽量拟合. 这里依然对单个三角形进行运算, 值得注意的是, 运算对象已由顶点转换为边向量, 这样就利用了式(6)结果三角形的转度而忽视了其位置信息, 得到

$$E''_{f\{v_0^f, v_1^f, v_2^f\}} = \sum_{i=1,2,3} \|v_i^f v_j^f - v'_i v'_j\|^2 \quad (7)$$

本文将式(7)的变量换为整个三角网格网格中的所有顶点, 则可得到一个联合式

$$E'' = v''^T J v'' + f v'' + h = \begin{pmatrix} m \\ c \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} H_{00} & H_{01} \\ H_{10} & H_{11} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} m \\ c \end{pmatrix} + (f_0 f_1) \begin{pmatrix} m \\ c \end{pmatrix} + h \quad (8)$$

其中, J 是一个表示整个网格模型拓扑连接关系的矩阵, 该矩阵是由原三角网格拓扑关系得来, 与之前任何式子优化结果皆无关连. 对式(8)的未知点进行求偏导, 得到

$$\frac{\partial E''}{\partial m} = (J_{00} + J_{00}^T) m + (J_{01} + J_{10}^T) c + f_0 \quad (9)$$

通过式(9)可求得未知点集合, 即为最终点的位置.

2.3 布局调整过程

地图的布局调整过程是一个自动优化过程. 过程如下: 循环微调关注区域凸包点的位置, 每次循环都针对一个关注区域内的所有凸包点进行微调来调整布局; 微调一轮凸包点后, 先计算出关注区域内点的新位置, 再计算上下文区域点的新位置; 每一轮调整完以后, 就设置 E_{topo} 检测拓扑错误的惩罚能量项, 并自动判断算法是否需要终止. 因为当布局调整力度越大时, 一些承受扭曲度远超过自身显示面积的三角形很容易出现拓扑错误, 这些拓扑错误要控制在视觉的可接受范围内. 本文求出三角网格中每个三角形的叉积, 并对所有负叉乘积的绝对值求和, 最后得到衡量三角网格拓扑错误程度的能量值 E_{topo} . 本文规定在每一轮某关注区域的凸包点调整后, 就计算出上下文区域的网格的 E_{topo} ; E_{topo} 一旦超出阈值, 则回滚该次凸包点微调的操作, 并认为该关注区域已达到可调整的临界点, 停止对该关注区域进行过多的调整; 当所有关注区域的布局微调操作都达到可调整的临界点时, 算法结束并输出结果. 本文算法步骤如下:

- Step1. 读入地图, 根据用户选择的目的地简化地图并生成对应网格.
- Step2. 微调调整某个关注区域的凸包点, 使得关注区域显示空间更大.
- Step3. 用保相似算法求出关注区域内的点.
- Step4. 用保刚性算法求出上下文区域内的点.
- Step5. 求出上下文区域的拓扑错误量, 若小于阈值, 转到 Step2; 否则, 进行下一个关注区域的调整, 若所有关注区域都调整完毕, 则输出结果.

3 实验结果与分析

在 Windows 8 操作系统下用 Javascript 实现了

本文算法, 实验的硬件环境为 Intel Core I5-6500 CPU, 8 GB 内存, 采用的城市道路地图数据来自 OpenStreetMap.

3.1 实验结果对比

为了验证本文方法的有效性, 给出了利用本文方法得到的多目的地地图结果, 并将 Zhang 等^[1]和 Kopf 等^[11]方法与本文方法进行对比.

图 3 所示为本文方法在 Charleston 地图上的运行结果. 当用户选择 2 个或 3 个目的地时, 图 3a 所示为使用本文方法得到的城市道路目的地简化后的地图; 图 3b 中, 蓝色的区域是用户选择的关注区域, 红色区域是上下文区域, 在该图中本文选择了 3 个区域. 比较图 3a 和图 3c 可以看出, 优化后的结果放大了每个目的地周围的道路细节信息; 3 个关注区域的显示空间都比原地图显示空间大大提高; 另外, 原图中地图右边的主干道路上的岔路也很好显示出来, 除了个别路段有明显的扭曲外, 上下文区域的道路网络结构的改变也有所保留, 从整体能看出该区域的地理方位信息. 图 3d 则展现了选取双目的地时的结果, 可以看出, 此时本文的方法也能取得很好的视觉效果.

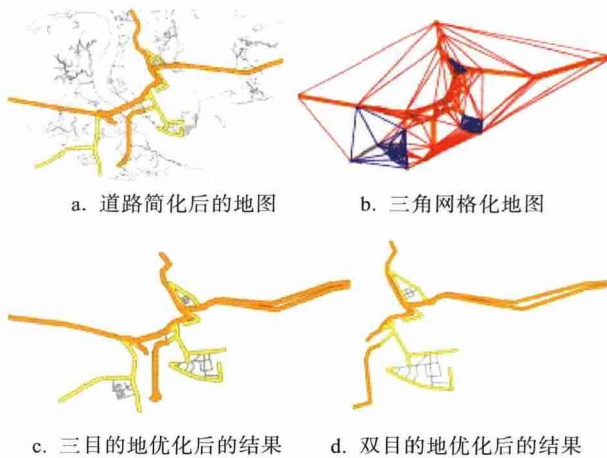


图 3 本文方法处理的 Charleston 地图

从图 4b 所示, Zhang 等^[1]方法处理环路的效果并不明显, 这是由于该方法中关注区域划分方法鲁棒性不强. 本文方法生成的结果从图 4d 可以看出, 保刚性、保相似约束下有 2 个目的地周围的点细节更清晰, 图片下方和靠左这 2 个关注区域内的细节都得到有效的展示, 同时该地图整体道路的结构仍然有所保持.

从图 5b 和图 5c 可以看出, 虽然部分上下文区域的道路的形变比较明显, 但是本文方法处理图中上方和左方的目的地时得到了更清晰的显示效果.

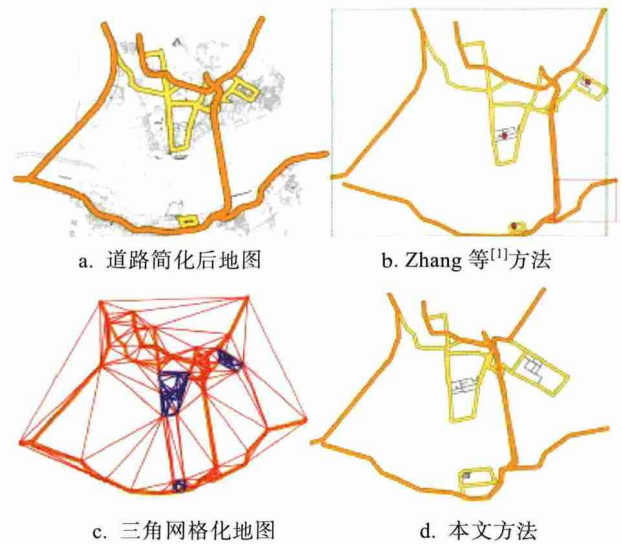


图 4 2 种方法在 Hong Kong 地图上的结果对比

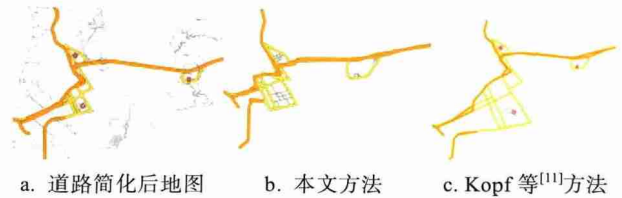


图 5 2 种方法在 Charleston 地图上的结果对比

图 6 所示为采用本文方法处理厦门地图的结果, 该图中的道路相对密集、道路的分布也很杂乱. 对于在道路网络特别密集的地区, 如图 6c 所示, 采用流行的 Focus+Glue+Context 方法^[8-9]处理后, 地图会直接扭曲周边 gule 区域的道路, 不能很好地保持其原有的道路网络结构; 而本文方法(如图 6b 所示)能很好地保持周边道路的完整显示, 并以更小的时间复杂度取得和 Zhang 等^[1]方法(如图 6d 所示)相近的结果.

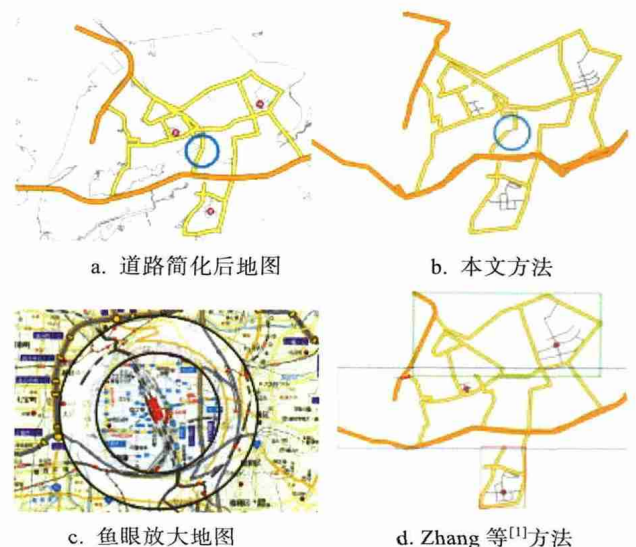


图 6 2 种方法处理厦门地图的结果比较

3.2 算法性能分析

表1所示为本文方法和Zhang等^[1]方法在布局

表1 2种方法布局优化时间比较

目的地数/个	地图	方法	
		本文	Zhang等 ^[1]
2	Charleston	2.1	54
3	Charleston	6.9	372
3	Hong Kong	19.3	635
3	Xiamen	17.7	573

优化过程中所消耗的时间比较. 可以看出, 本文方法的时间复杂度明显降低.

比例雅克比可以反映出三角网格内角形状等质量, 能直接刻画地图所嵌入区间的扭曲程度. 为进一步验证本文方法生成地图的质量, 计算了每张地图三角网格群的比例雅克比^[12]. 表2所示为各地图在Zhang等^[1]的方法及在本文方法下的比例雅克比, 可以看出, 本文方法生成的地图比Zhang等^[1]方法生成的地图更接近于原地图.

表2 2种方法的比例雅克比值比较

目的地数/个	地图	方法	比例雅克比		
			平均值	最小值	最大值
2	Charleston	原地图	3.753E-01	3.269E-03	9.542E-01
		本文	3.450E-01	1.462E-02	9.350E-01
		Zhang等 ^[1]	3.129E-01	1.123E-03	9.248E-01
3	Charleston	原地图	3.354E-01	3.269E-03	9.473E-01
		本文	3.364E-01	3.446E-03	9.309E-01
		Zhang等 ^[1]	3.077E-01	1.178E-03	9.554E-01
3	Hong Kong	原地图	3.640E-01	4.740E-04	9.312E-01
		本文	3.635E-01	3.635E-01	9.375E-01
		Zhang等 ^[1]	3.373E-01	1.986E-03	9.737E-01
3	Xiamen	原地图	3.373E-01	5.513E-03	9.364E-01
		本文	3.351E-01	4.881E-03	9.302E-01
		Zhang等 ^[1]	3.960E-01	1.214E-03	9.594E-01

本文方法也存在2个不足: 一是如果目的地过多, 算法时间复杂度大大增加, 难以生成理想的多目的地地图结果; 二是地图拓扑结构易受三角网格错切变换的影响, 如图6a和图6b所示, 蓝圈中的道路形变比较大, 使得生成地图的局部视觉效果不好. 这些问题将在未来的工作中加以改进.

4 结 语

本文提出的结合保刚性变形的多目的地地图生成方法, 借助三角网格的特性, 利用地图上的路网元素直接构造网格, 并分策略地对其进行保相似和保刚性处理, 以保证地图的拓扑结构在关注区域放大处理后的扭曲程度最小. 实验结果表明, 与相关方法相比, 本文方法的时间复杂度明显降低; 因此, 它可以快速地生成用户需要的多目的地地图, 满足现实应用的需要.

参考文献(References):

- [1] Zhang J S, Fan J P, Luo Z S. Generating multi-destination maps[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2017, 23(8): 1964-1976
- [2] Igarashi T, Moscovich T, Hughes J F. As-rigid-as-possible shape manipulation[J]. ACM Transactions on Graphics, 2005, 24(3): 1134-1141
- [3] Luo Zhenshan, Zhang Junsong, Fan Jiepeng. Synthesizing multi-destinations map with factor graph[J]. Journal of Image and Graphics, 2015, 20(3): 418-426(in Chinese)
(罗振珊, 张俊松, 范接鹏. 结合因子图的多目的地地图布局优化[J]. 中国图象图形学报, 2015, 20(3): 418-426)
- [4] Haunert J H, Sering L. Drawing road networks with focus regions[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2011, 17(12): 2555-2562
- [5] Haunert J H, Meulemans W. Partitioning polygons via graph augmentation[C] //Proceedings of the 9th International Conference on Geographic Information Science. Heidelberg: Springer, 2016, 9927: 18-33

- [6] Lin S S, Lin C H, Hu Y J, *et al.* Drawing road networks with mental maps[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2014, 20(9): 1241-1252
- [7] Boutoura C, Tsioukas V, Tsorlini A. Experimenting “fish-eye-lens functions” in studying digitally particular historic maps[J]. *e-Perimtron*, 2012, 7(3): 111-123
- [8] Yamamoto D, Ozeki S, Takahashi N. Focus+Glue+Context: an improved fisheye approach for web map services[C] // *Proceedings of the ACM SIGSPATIAL International Symposium on Advances in Geographic Information Systems*. New York: ACM Press, 2009: 101-110
- [9] Takahashi N. An elastic map system with cognitive map-based operations[C] // *Proceedings of the International Perspectives on Maps and the Internet*. Heidelberg: Springer, 2008: 73-87
- [10] Wu Jinliang, Liu Ligang. Context-aware focus + context visualization technique[J]. *Journal of Computer Applications*, 2011, 31(1): 6-10(in Chinese)
(吴金亮, 刘利刚. 基于内容的 Focus+Context 可视化技术[J]. *计算机应用*, 2011, 31(1): 6-10)
- [11] Kopf J, Agrawala M, Barger D, *et al.* Automatic generation of destination maps[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2010, 29(6): Article No.158
- [12] Knupp P M. Achieving finite element mesh quality via optimization of the Jacobian matrix norm and associated quantities, parts I and II[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2015, 48(3): 401-420