

Trabajo de Fin de Grado

Ingeniería en Tecnologías Industriales

Estudio de la respuesta dinámica de estructuras sumergidas en un fluido

MEMORIA

Autora: Cristina Ballart Iglesias
Director: Francesc Xavier Escaler Puigoriol
Convocatoria: Junio 2020



Escola Tècnica Superior
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



Resumen

Este proyecto se ha realizado con el objetivo de estudiar y comparar la respuesta dinámica cuando se sumerge cierta estructura en un fluido de alta densidad. Por una parte, se ha calculado la respuesta de la estructura en aire, caso que se ha considerado como vacío, y en agua. Por otra parte, la estructura completa correspondiente a un conjunto formado por un eje acoplado a un disco se ha descompuesto en sus dos estructuras más simples, para estudiarlas por separado y luego acopladas, para así poder analizar la influencia que estas tienen sobre el conjunto.

El estudio se ha centrado en la obtención de diferentes propiedades modales, concretamente las frecuencias naturales y los modos de vibración. La metodología escogida para realizar este trabajo ha sido mediante la simulación numérica computacional con el software ANSYS mediante el método de los elementos finitos, donde primeramente se ha realizado un análisis de la sensibilidad del mallado para poder asegurar la precisión del modelo. Se han realizado dos tipos de cálculos: el análisis modal estructural, en el cual las estructuras se modelan como si estuvieran en el vacío; y el análisis modal acústico, en el que se las estructuras se modelan rodeadas de elementos acústicos que simulan que están sumergidas en agua.

Una vez calculados los modos de vibración en las diferentes condiciones, se han comparado los resultados entre ellos mediante el ratio de reducción de la frecuencia para poder sacar conclusiones de la interacción fluido estructura y la masa agregada. También, se han analizado los efectos del acoplamiento entre eje y disco, incluyendo la influencia que tiene en los parámetros modales soportar el eje en diferentes posiciones donde se deberían instalar rodamientos para poner el sistema en rotación. Los resultados obtenidos han sido representativos de los efectos esperados al principio del proyecto. Por una parte, se ha observado que las frecuencias naturales son menores si se sumerge en agua la estructura. Esto es debido al efecto de la masa agregada que debe ser desplazada cuando el fluido que rodea a la estructura no es aire y tiene una elevada densidad. También, se ha observado que este efecto no afecta de la misma manera a los diferentes componentes de la estructura debido a la geometría particular de cada parte. Por último, se ha observado que también existe una cierta diferencia en las frecuencias y modos de vibración según si se analiza la estructura acoplada o si se analizan sus partes por separado.

Sumario

SUMARIO	5
1. INTRODUCCIÓN	9
1.1. Objetivos del proyecto	10
1.2. Alcance del proyecto	10
2. CONCEPTOS BÁSICOS	11
2.1. Vibraciones en estructuras	11
2.1.1. Origen de las vibraciones mecánicas	11
2.1.2. Definición y tipos de vibración	12
2.1.3. Parámetros y unidades	14
2.2. Propiedades modales	15
2.2.1. Frecuencias naturales	17
2.2.2. Amortiguamiento	18
2.2.3. Rigidez	18
2.2.4. Modos de vibración	19
2.3. Efectos de los fluidos en las propiedades modales	20
2.3.1. Interacción fluido-estructura	20
2.3.2. Masa agregada o masa virtual (<i>Added mass</i>)	20
3. METODOLOGÍA	22
3.1. Análisis modal de una estructura	22
3.2. Análisis modal numérico con elementos finitos	23
3.3. Modelado con el software ANSYS	23
3.3.1. Análisis modal estructural	23
3.3.2. Análisis modal acústico	25
4. CASO DE ESTUDIO	26
4.1. Geometrías y dimensiones	26
4.1.1. Disco	26
4.1.2. Eje	27
4.1.3. Estructura acoplada	28
4.1.4. Recipiente	28
4.2. Análisis de la sensibilidad del mallado	29
4.2.1. Análisis de la sensibilidad del mallado en el dominio estructural	29
4.2.2. Análisis de la sensibilidad del mallado en el dominio acústico	37
5. ANÁLISIS MODAL ESTRUCTURAL	42
5.1. Disco	42

5.2. Eje.....	45
5.3. Estructura acoplada.....	46
6. ANÁLISIS MODAL ACÚSTICO _____	53
6.1. Disco.....	57
6.2. Eje.....	61
6.3. Estructura acoplada.....	64
7. PLANIFICACIÓN _____	73
8. PRESUPUESTO _____	75
9. IMPACTO AMBIENTAL _____	77
CONCLUSIONES _____	78
AGRADECIMIENTOS _____	79
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA _____	80

1. Introducción

Gracias a los avances tecnológicos, hoy en día se fabrican e inventan cada vez más máquinas y estructuras para solventar los problemas del día a día. De eso trata una parte de la ingeniería, de aplicar conocimientos científicos para la resolución de problemas. Pero la ingeniería no es solo eso, también busca perfeccionar las soluciones ya creadas haciéndolas cada vez más eficientes, más seguras y más longevas.

Para poder hacer mejoras a una máquina o estructura es importante entender su funcionamiento y estudiar su vida útil. Para ello se hacen una serie de análisis, tanto numéricamente vía ordenadores, como experimentalmente para determinar mejor sus propiedades y sus límites de uso.

El estudio de los límites de uso de una máquina o una estructura es muy importante, ya que si nos alejamos de ellos podemos alargar la vida útil de cualquier estructura y ahorrarnos en algunas ocasiones una catástrofe. Para conocer bien los límites de una estructura es muy usual estudiar cómo se mueve esta, como tiende a moverse y cuáles son los movimientos que harían que la estructura se colapse.

En todas máquinas se crean vibraciones que pueden ser causadas por el motor o por el contacto de las piezas entre otros. Estas se transmiten al resto de las partes de máquina generando desplazamientos en los componentes que se han de tener en cuenta para un buen funcionamiento. Las vibraciones también se pueden transmitir a través del movimiento del flujo que rodea a la estructura. Además, este tipo de vibraciones muchas veces no se pueden controlar ya que dependen de factores externos como el viento o la velocidad del agua.

Las vibraciones son inevitables y por mucho que se reduzcan al máximo, siempre existen pequeñas vibraciones. Estas, pueden generar grandes efectos sobre la estructura, los cuales se explicarán en este proyecto. Por lo tanto, es muy importante que el estudio de cualquier estructura simule todos los escenarios donde va a ser utilizada.

1.1. Objetivos del proyecto

Este proyecto tiene como objetivo principal estudiar los efectos de sumergir una estructura en agua i observar cómo cambia la respuesta dinámica. También, tiene una serie de objetivos secundarios:

- El estudio de los efectos del acoplamiento entre componentes de una estructura
- El estudio de los efectos de los puntos de soporte de una estructura en aire
- El estudio de la reducción de frecuencia debido a la masa añadida por el agua
- El estudio de los cambios de los modos de vibración

1.2. Alcance del proyecto

Este proyecto se puede analizar tanto experimentalmente como numéricamente. En un principio, se había escogido realizarlo mediante experimentos, pero debido a la situación que el Covid-19 nos ha dejado, no se han podido realizar. Por ello, se ha hecho un cambio de enfoque y se ha realizado el mismo proyecto, pero vía computacional, realizando simulaciones numéricas con el programa ANSYS. De esta manera, el proyecto se ha centrado en la parte numérica.

2. Conceptos básicos

Antes de comenzar el estudio, se ha creído conveniente investigar y documentarse sobre los temas relacionados a este proyecto. El objetivo de este capítulo es describir de manera clara los conceptos principales que se trabajan para poder hacer posteriormente un buen análisis.

2.1. Vibraciones en estructuras

En una estructura siempre presenta vibraciones y por muy pequeñas que sean es muy importante tenerlas en cuenta en cualquier estudio, ya que estas pueden causar fatiga a la estructura. No solo existen vibraciones que causen efectos negativos, también existen vibraciones que se generan de manera intencionada. Sin embargo, estos tipos de vibraciones no se van a tratar en este proyecto.

Para poder estudiar las vibraciones, es importante entender bien de donde vienen, que son, los tipos existentes y sus parámetros, todo esto se explicará a continuación.

2.1.1. Origen de las vibraciones mecánicas

Para poder estudiar los impactos de una vibración, primeramente, se tendrá que saber de dónde pueden surgir y porque suelen aparecer estas vibraciones. El origen principalmente es debido a la fuerza de excitación. Esta, hace mover el cuerpo de manera repetitiva creando la vibración. Pero esta fuerza de excitación puede venir de varios lugares.

Algunas vibraciones surgen de las propias máquinas a las cuales pertenece la estructura. Tienen complejos mecanismos que del roce entre ellos surgen pequeñas vibraciones las cuales se transmiten a todas las partes de la máquina. También pueden surgir del propio motor de la máquina cuando está en funcionamiento. Otra causa puede ser cuando una máquina tiene mal engrasadas las piezas, estas no pueden moverse adecuadamente y generan pequeñas vibraciones. Pueden provenir de muchas partes de la máquina; de las holguras, de las juntas o las tolerancias de las máquinas.

No solamente provienen de las propias máquinas, también pueden generarse a través del medio que envuelve a la estructura. Las estructuras al estar en contacto con el medio, si

este recibe una perturbación o un cambio, lo transmite a la estructura. Es decir, si una estructura está en el medio aire, la velocidad del viento le influye. Si está rodeada de agua, la velocidad del agua le afectara. También, si está en contacto con la tierra y aparece un movimiento sísmico, este lo transmitirá a la estructura.

2.1.2. Definición y tipos de vibración

“En su forma más sencilla, una vibración se puede considerar como la oscilación o el movimiento repetitivo de un objeto alrededor de una posición de equilibrio. La posición de equilibrio es a la que llegará cuando la fuerza que actúa sobre él sea cero.”¹

Como dice la definición, las vibraciones son consideradas oscilaciones. Pero es importante entender que las vibraciones son unas oscilaciones muy específicas, suelen ser movimientos repetitivos muy cortos y muy rápidos, es decir, de alta frecuencia y baja amplitud.

Dentro de las vibraciones existen varias clasificaciones. Una de ellas distingue las vibraciones según su repetición. Estas son las vibraciones deterministas y aleatorias.

- **Vibraciones deterministas:**

Las vibraciones deterministas son aquellas que su movimiento oscilatorio se describe a través de una fórmula matemática. Dentro de este tipo de vibraciones se encuentran las vibraciones periódicas y las transitorias.

- **Vibraciones periódicas:** son aquellas que describen su movimiento oscilatorio en ciclos.

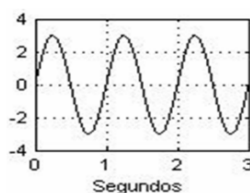


Figura 1: Ejemplo de vibraciones periódicas.²

¹ White, G. (1990). *Introducción al análisis de vibraciones*. Boston, USA: AZIMA DLI.

² Martínez Miralles, J., Cardona Foix, S., & Flores S, E. G. (2007). Fundamentos básicos en el análisis de señales de vibración. *Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada*, 2, 26-34. Recuperado de

- **Vibraciones transitorias:** son aquellas que tienden a un valor constante (normalmente el cero).

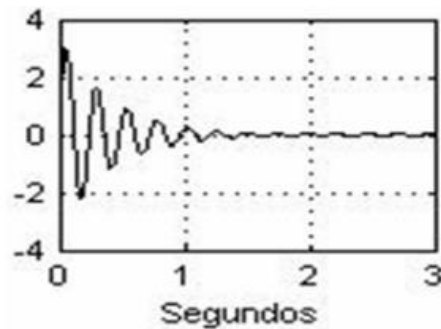


Figura 2: Ejemplo de vibraciones transitorias.²

- **Vibraciones aleatorias:**

Las vibraciones aleatorias son aquellas que, por lo contrario, no siguen ningún ciclo o es difícil de definir.

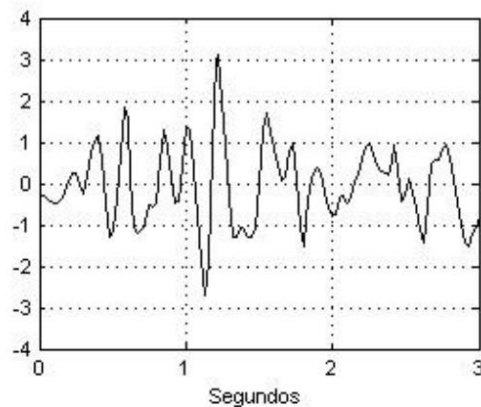


Figura 3: Ejemplo de vibraciones aleatorias.²

También se puede clasificar las vibraciones según de donde provenga la fuerza de excitación. En esta clasificación se encuentran las vibraciones libres y forzadas.

http://www.unipamplona.edu.co/unipamplona/portallG/home_40/recursos/02_v07_12/revista_10/16112011/v10_05.pdf

- **Vibraciones libres:**

Las vibraciones libres son aquellas que no presentan fuerzas de excitación sobre el cuerpo y aun así se producen las vibraciones. Estas vibraciones pueden ser amortiguadas o no en función de si tienen rozamiento (amortiguadas) o no (no amortiguadas).



Figura 4: Ejemplo de vibración libre

- **Vibraciones forzadas:**

Son las vibraciones que se producen gracias a una fuerza de excitación periódica.

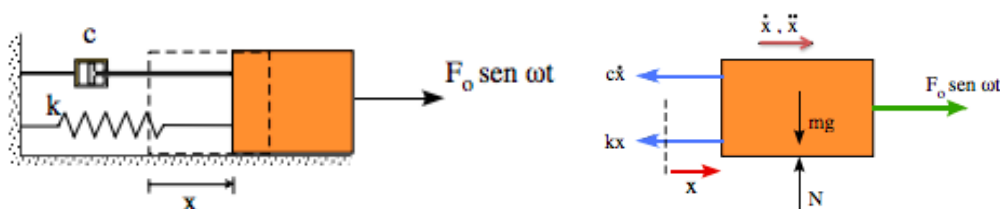


Figura 5: Ejemplo de vibración forzada

Este estudio, al hacer una simulación numérica, las vibraciones que se encontrarán serán deterministas periódicas, ya que uno de los parámetros que se buscará son las frecuencias de estas, en concreto las frecuencias naturales. También, las vibraciones de estudio serán libres, ya que cuando se haga un análisis modal tanto estructural como acústico, no se les aplicará ninguna fuerza de excitación.

2.1.3. Parámetros y unidades

Los movimientos oscilatorios suelen ser descritos mediante ondas, los parámetros que se suelen estudiar son el desplazamiento, la velocidad y la aceleración. Estos tres parámetros sus unidades siguen el sistema internacional. Se utilizan los metros para los desplazamientos,

los metros por segundo para las velocidades y los metros por segundo al cuadrado para las aceleraciones.

Además, estos tres parámetros están relacionados entre sí, esto hace que la obtención de los tres sea más fácil en el mundo experimental. Si medimos el desplazamiento a lo largo de un tiempo finito, podemos obtener la función desplazamiento de la onda vibratoria. Al derivar esta función se obtiene la función velocidad y derivando esta, obtendremos la función aceleración. Se puede hacer el camino inverso, es decir, obtener el desplazamiento y la velocidad a través de la aceleración utilizando la integración. Al utilizar la derivación e integración, cuando hay un máximo en la función desplazamiento, hay un cero en la función velocidad y un mínimo en la función aceleración, ya que describen movimientos ondulatorios.

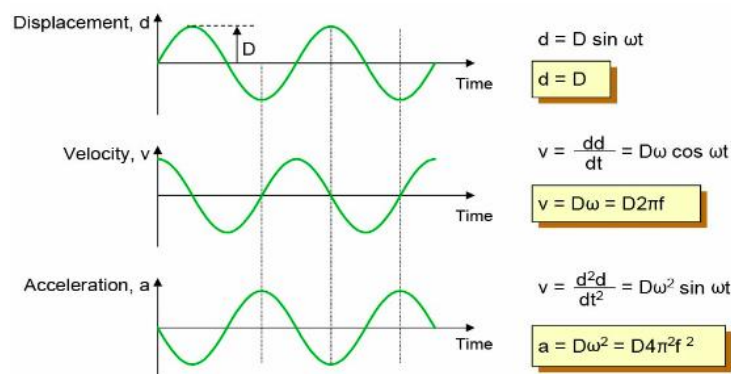


Figura 6: Esquema de los parámetros de las vibraciones³

Experimentalmente, solo se necesita un parámetro para poder obtener todos. Como los integradores electrónicos son más sencillos, la forma más sencilla de obtener los parámetros es midiendo la velocidad de la estructura a través de acelerómetros.

2.2. Propiedades modales

Aunque los parámetros de las vibraciones sean muy útiles, existen muchas propiedades que nos dan mucha información acerca de las vibraciones que sus parámetros no dan. Por ello, a continuación se van a explicar aquellos conceptos en los cuales radica mucha información útil para el análisis modal de una estructura.

³ Bruel & Kjaer. *Measuring vibration*.

Estas propiedades se ven reflejadas en el modelo del movimiento ondulatorio de una estructura. Este modelo puede ser representado mediante un muelle, un amortiguador y una masa. Por lo que las propiedades básicas de este modelo son: la masa, la rigidez, el amortiguamiento y el desplazamiento.

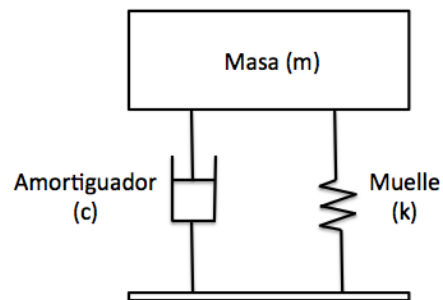


Figura 7: Modelo del movimiento ondulatorio de una estructura

El **muelle** representa el movimiento vibratorio determinista periódico de la estructura. No absorben la energía, sino que la conserva. Por lo que, si se le aplica una fuerza, este vibraría indefinidamente. El tipo de muelle viene definido según su rigidez (k), cuanto más rígido más lento es este movimiento repetitivo y por lo tanto mayor es su periodo y menos su frecuencia.

Por otro lado, el **amortiguador** representa las pérdidas de energía, es decir, es un elemento que absorbe la energía durante al movimiento oscilatorio para desprenderla en forma de calor. Esto hace que frene al movimiento oscilatorio. La mayor parte de las pérdidas son debidas a la fricción que hay entre la estructura y el medio. Cuanto mayor sea el amortiguamiento más pérdidas presentará el movimiento de la estructura.

Por lo que el movimiento de una estructura será la combinación de del movimiento del muelle, presentando una rigidez determinada según el material de la estructura, y el movimiento del amortiguador, con una amortiguación según las pérdidas presentes entre la estructura y el medio que la envuelve. Este movimiento, sigue el siguiente modelo matemático:

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = f(u) \quad (\text{Ecuación 1})$$

Donde: m es la masa de la estructura, c el amortiguamiento, k la rigidez, u es el desplazamiento y por lo tanto \dot{u} es la velocidad y \ddot{u} es la aceleración.

A continuación, se explicarán con más profundidad estas propiedades modales.

2.2.1. Frecuencias naturales

“La frecuencia natural es la frecuencia a la que un sistema mecánico seguirá vibrando, después que se quita la señal de excitación.”⁴

Se estudian las frecuencias naturales por el efecto que pueden originar en las estructuras. Si a una estructura se le imponen una fuerza de excitación que crea un movimiento vibratorio con una frecuencia igual o cercana a alguna de las frecuencias naturales de dicha estructura, esta responderá con una amplitud aumentada por cada oscilación ya que esta fuerza de excitación transferirá a la estructura energía la cual no será disipada y se creará este efecto llamado resonancia.

Una estructura tiene tantas frecuencias naturales como grados de libertad tenga el sistema de la estructura. Las frecuencias naturales en sistemas de un grado de libertad vienen dadas por la siguiente ecuación:

$$F_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{Ecuación 2})$$

Donde: F_n es la frecuencia natural, k es la rigidez y m la masa de la estructura.

Por lo tanto, la frecuencia natural depende de la masa y la rigidez del material. A mayor masa menor será la frecuencia natural y por lo tanto mayor será el periodo de vibración. En cambio, cuanto más rigidez tenga la estructura, mayor será la frecuencia natural y menor será el periodo, por lo tanto, tendrá que vibrar más rápido para llegar a la frecuencia natural.

Para los sistemas de más de un grado de libertad, la energía de vibración se reparte entre los grados de libertad en cantidades que dependerán de su amortiguación y frecuencia natural específica.

⁴ White, G. (1990). *Introducción al análisis de vibraciones*. Boston, USA: AZIMA DLI.

2.2.2. Amortiguamiento

El amortiguador es un mecanismo que representa la disipación de la energía de la estructura extrayéndola en forma de calor o sonido. Este elemento no tiene masa ni elasticidad (k), solamente amortiguamiento (c). Dentro de los mecanismos de amortiguación los más importantes son la amortiguación de Coulomb y la amortiguación viscosa.

Amortiguación Coulomb:

Es un tipo de amortiguación mecánica que disipa energía en fricción de deslizamiento. Esta fricción es de valor constante y no varía según el desplazamiento, velocidad o aceleración de la estructura. Este tipo de amortiguación suele representar estructuras grandes y complejas.

Amortiguación viscosa:

Es un tipo de amortiguación mecánica que disipa energía en fricción de fluidos o también llamada fricción viscosa. La fricción viscosa es directamente proporcional a la velocidad de vibración de una estructura. Por lo tanto, depende del desplazamiento, la velocidad y la aceleración de vibración. Un buen ejemplo es la amortiguación de un coche.

La mayoría de sistemas no tienen solo un tipo de amortiguación, sino que tienen una combinación de las dos amortiguaciones.

2.2.3. Rigidez

La rigidez es una de las propiedades básicas del modelo de una vibración. Esta propiedad va ligada muelle, es decir a la representación del movimiento repetitivo.

La rigidez es la medida de dureza de un muelle en el modelo de vibraciones y por lo tanto es una propiedad que va ligada al material de la estructura. Es el cociente entre la fuerza de excitación y el desplazamiento que experimente la masa. Existen dos tipos de muelle según su rigidez: muelle lineal, muelle progresivo

Muelle lineal: Este tipo de muelle se definen como los muelles cuya rigidez es constante al aplicar cualquier fuerza de excitación

Muelle progresivo: Este tipo de muelle se caracteriza por tener una rigidez variable. Es

decir, su desplazamiento dependerá de la fuerza de excitación que se le aplique a la estructura.

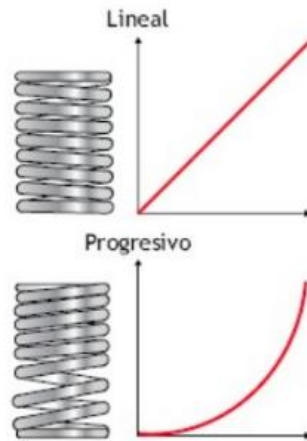


Figura 8: Tipos de muelles⁵

2.2.4. Modos de vibración

Los modos de vibración, es el movimiento característico de una estructura. Es decir, para que una estructura vibre en un modo de vibración, este ha de tener por frecuencia la frecuencia natural y la forma determinada. El desplazamiento de una estructura se puede desplazar siguiendo un modo de vibración o puede ser una combinación de todos los modos de vibración.

Una estructura tiene el mismo número de modos de vibración como frecuencias naturales y por lo tanto como grados de libertad. Cada modo de vibración tiene ligado una frecuencia natural y por lo tanto una forma de desplazarse específica.

En el caso de estudio de este proyecto se buscarán los modos de vibración de la estructura de estudio en dos medios distintos, en agua y en aire.

⁵ Iberia, M. (2013, febrero 26). CFS Unit 8 Presentacion [Diapositivas]. Recuperado de <https://issuu.com/macmillaniberia/docs/cfs-gim-8>

2.3. Efectos de los fluidos en las propiedades modales

Uno de los objetivos de este proyecto es hacer un estudio modal sumergiendo la estructura en dos medios distintos. Por lo tanto, se ha creído conveniente explicar los efectos que se han de tener en cuenta en este estudio.

2.3.1. Interacción fluido-estructura

En la práctica, se ha visto que para el estudio de un sistema se ha de tener en cuenta los sistemas que estén en contacto con este, ya que estos interactúan entre ellos. Estos sistemas son los llamados **sistemas acoplados**. Son sistemas que, para obtener un resultado, es imposible estudiarlos independientemente porque se ha de tener en cuenta las fuerzas que ejerce un sistema al otro y estas suelen ser desconocidas. Un sistema acoplado muy típico es el llamado **interacción fluido-estructura**. Este sistema se s

Este proyecto presenta un sistema acoplado, el fluido-estructura, donde el fluido ejerce unas fuerzas a la estructura y por lo tanto cuando se haga el estudio de la estructura se tendrá en cuenta los fluidos que lo rodean. Además, se estudiarán dos fluidos por lo que se podrá ver la importancia de la interacción fluido estructura ya que se obtendrá resultados diferentes para la misma estructura sumergida en dos medios diferentes.

2.3.2. Masa agregada o masa virtual (*Added mass*)

La masa virtual o agregada es un efecto que afecta a un cuerpo en movimiento sumergido en un fluido determinado. Este efecto ocurre cuando este cuerpo tiene una aceleración no nula y para moverse hasta otra posición, debe mover el fluido que lo envuelve. Debido a esto, se le añade una masa al sistema para simular esta fuerza que debe ejercer el cuerpo sobre el fluido.

Esta masa virtual o agregada sigue la siguiente ecuación:

$$m_v = \xi \cdot \rho \cdot V_0 \quad (\text{Ecuación 3})$$

Donde: m_v es la masa virtual que se agrega al cuerpo. El símbolo ξ es la constante de proporcionalidad que este dependerá de la geometría del cuerpo en movimiento. Por último, V_0 es el volumen de fluido que se ha de mover y por lo tanto corresponde al volumen del cuerpo.

Por lo tanto, como los tres elementos de la ecuación de la masa virtual son directamente proporcionales, cuanto mayor sean estos, el sistema tendrá más masa virtual y más inercia por lo que el cuerpo tendrá que mayor esfuerzo para moverse a través del fluido. Por lo tanto, como la densidad es directamente proporcional, cuanto más denso sea un fluido más masa virtual tendrá. Por lo que una estructura tendrá menor masa virtual si está envuelta en gases en vez que en líquidos. También, “a mayor área en la dirección del movimiento, mayor masa añadida.”⁶

En este caso de estudio, se verá este concepto aplicado a la estructura envuelta primeramente en aire y después en agua. Se espera tener un mayor resultado de masa virtual en el agua ya que es más densa y a la estructura le costará moverse más a través de este fluido.

⁶ Corona Cruz, A., Jiménez Salado, B., & Slisko, J. (2013, marzo). Cuerpos geométricos oscilando en un líquido: “Masa virtual”, paradoja de d’Alembert. *Phy. Educ.*, 7, 24-26.

3. Metodología

En este capítulo se explica la metodología utilizada en este proyecto, para el análisis de las vibraciones en una estructura.

3.1. Análisis modal de una estructura

“Es el proceso que determina las características dinámicas inherentes en un sistema en cuanto a frecuencias naturales, factores de amortiguamiento y formas de modo, y las utiliza para formular un modelo matemático de su comportamiento dinámico.” Así es como define Fu Zhi-Fang y He Jimin lo que es el análisis modal en su libro.⁷

El análisis modal resuelve las ecuaciones matemáticas del comportamiento vibratorio de una estructura, llamado modelo modal, para obtener la información característica del movimiento, lo que se llama datos modales. Los datos modales se componen en la frecuencia y la posición, ya que a partir de estos dos podemos determinar la respuesta dinámica de una estructura. Cualquier movimiento vibratorio se puede descomponer en una combinación de frecuencias naturales y las formas modales asociadas. Por lo tanto, con el análisis de las frecuencias, obtendremos todas las posibles formas de vibrar de una estructura.

Utilizando el modelo de vibraciones explicado en el capítulo anterior se crean una serie de ecuaciones diferenciales. Las soluciones del análisis modal son las frecuencias naturales y los modos de vibración que le corresponden. Lo que se ha llamado datos modales.

El análisis modal puede ser llevado a cabo tanto teóricamente como experimentalmente. En este proyecto se harán simulaciones numéricas computacionales por lo que se utilizarán las técnicas teóricas del análisis modal las cuales se explicarán a continuación.

⁷ Fu, Z. F., & He, J. (2001). *Modal Analysis*. Maarssen, Países Bajos: Elsevier Gezondheidszorg.

3.2. Análisis modal numérico con elementos finitos

El método de los elementos finitos (MEF en español o FEM en inglés), resuelve complejas ecuaciones diferenciales vía simulaciones numéricas aplicando el método de los elementos finitos. Este método está pensado para resolverlo con ordenadores ya que son capaces de solucionar estas ecuaciones.

El método consiste en aplicar un mallado a la superficie de la estructura que se quiere estudiar, definiendo unos nodos y uniéndolos con segmentos, de esta manera, se aproxima el sólido a un mallado con varios elementos, donde posteriormente se aplicaran las diferentes ecuaciones diferenciales del sistema. Por una parte, cuantos más nodos tenga el mallado, se obtiene una solución más aproximada a la realidad. Pero, por otra parte, la estructura es más difícil de analizar, por lo que es conveniente que la estructura tenga un número de elementos que haga el problema semejante a la realidad y que a la vez no sea muy complejo. Además, es necesario aplicar una serie de condiciones de contorno que correspondan a las restricciones que tiene la estructura en la realidad.

3.3. Modelado con el software ANSYS

En este estudio, se ha decidido utilizar el software ANSYS para resolver el problema de elementos finitos. Como se ha comentado previamente, en este proyecto se va a trabajar con dos fluidos, el aire y el agua. Por ello, se va a utilizar dos módulos dentro del software ANSYS, el módulo modal estructural y el módulo modal acústico.

3.3.1. Análisis modal estructural

El modelo estructural realiza un análisis modal de la estructura en el vacío. Su objetivo principal es encontrar las frecuencias naturales que se deseen y las formas de vibración correspondientes a estas frecuencias. Por lo tanto, gracias a este módulo podremos visualizar como vibran las diferentes estructuras en sus frecuencias naturales sumergidas en el vacío es decir en aire.

La metodología que se ha seguido, ha sido crear un mallado adecuando a las diferentes estructuras y se ha aplicado en cada elemento *la ecuación 1* obteniendo la siguiente matriz:

$$[M] \cdot [\ddot{U}] + [C] \cdot [\dot{U}] + [K] \cdot [U] = [F] \quad (\text{Ecuación 4})$$

Donde: $[M]$ es la matriz que representa la masa, $[C]$ una matriz que representa la amortiguación del modelo del movimiento ondulatorio, $[K]$ la rigidez del muelle del modelo del movimiento ondulatorio, $[F]$ la fuerza que se aplica a la estructura y $[U]$ la posición del movimiento, por lo tanto $[\dot{U}]$ es la velocidad y $[\ddot{U}]$ la aceleración.

Por lo general, en este método se desprecia la amortiguación y la fuerza, ya que lo que se quiere encontrar son las frecuencias naturales de la estructura. Por lo que se obtiene la siguiente ecuación:

$$[M] \cdot [\ddot{U}] + [K] \cdot [U] = [0] \quad (\text{Ecuación 5})$$

Por otra parte, en una vibración libre armónica el desplazamiento sigue la siguiente ecuación:

$$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \theta) \quad (\text{Ecuación 6})$$

Derivando dos veces esta ecuación podemos obtener la aceleración:

$$\ddot{u} = -\omega^2 \cdot \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \theta) = -\omega^2 \cdot u \quad (\text{Ecuación 7})$$

Por lo que la ecuación matricial se reduce a:

$$[M] \cdot (-\omega^2) \cdot [U] + [K] \cdot [U] = [0] \quad (\text{Ecuación 8})$$

Sacando factor común obtenemos:

$$([K] - [\omega]^2 \cdot [M]) \cdot [U] = [0] \quad (\text{Ecuación 9})$$

Solamente hay una posible solución ya que el término de desplazamiento no puede ser nulo ya que esta solución no tendría ningún significado físico ya que nos darían unas frecuencias nulas. Por lo tanto, para resolver la ecuación matricial se hará nulo el primer término de la multiplicación.

$$([K] - [\omega]^2 \cdot [M]) = [0] \quad (\text{Ecuación 10})$$

Algebraicamente, la solución se compone de unos valores propios (VAPs) a los cuales tiene un vector propio relacionado (VEPs). En este caso los VAPs son las frecuencias naturales del sistema y los VEPs son los modos de vibración correspondientes a una frecuencia natural.

3.3.2. Análisis modal acústico

El modelo acústico realiza un análisis modal de la estructura sumergida en un fluido, en el caso de este estudio el fluido es el agua que se ha puesto dentro de un recipiente donde se esta la estructura sumergida.

La metodología seguida para este análisis es la misma que para el análisis anterior. Pero, en este análisis como se tienen en cuenta la interacción fluido-estructura, es necesario añadir unas ecuaciones que hacen referencia al fluido para obtener unos resultados correctos. Con lo que se ha obtenido dos ecuaciones semejantes a la *ecuación 4* donde la primera hace referencia al sólido y la segunda al fluido.

$$[M_s] \cdot [\ddot{U}] + [K_s] \cdot [U] = [F_s] + [R] \cdot [P] \quad (\text{Ecuación 11})$$

$$[M_f] \cdot [\ddot{P}] + [K_f] \cdot [P] = [F_f] - \rho_0 [R]^T \cdot [\ddot{U}] \quad (\text{Ecuación 12})$$

Donde los términos de estas ecuaciones, son los mismos que los de la ecuación 4, pero con el subíndice que hace referencia al sólido (s) y al fluido (f). Además, en la ecuación del fluido, aparece el término de presión en vez del de posición.

Combinando estas dos ecuaciones, se ha obtenido la siguiente matriz, la cual va ser aplicada en cada elemento del mallado.

$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ \rho_0 R^T & M_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & -R \\ 0 & K_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_s \\ F_f \end{bmatrix} \quad (\text{Ecuación 13})$$

Gracias a la matriz anterior, se puede hacer un análisis acústico, obteniendo también las frecuencias naturales y los modos de vibración correspondientes a estas frecuencias.

4. Caso de estudio

Este capítulo presenta el objeto estudiado. Se hablará tanto de su geometría y sus medidas como del mallado que se va a utilizar para analizar posteriormente la estructura.

4.1. Geometrías y dimensiones

La estructura tratada en este proyecto consta de dos partes que a posteriori se acoplan entre sí. Todas ellas, están fabricadas con acero estructural. A continuación, se mostrarán de manera más detallada las dimensiones y características de dicha estructura.

4.1.1. Disco

La parte inferior de la estructura es un disco. Este, es de un radio exterior de 210 mm, un radio interior de 12 mm y un grosor de 5 mm. Este disco presenta de manera simétrica seis agujeros posicionados a 25 mm del origen. Estos serán utilizados para introducir los tornillos para poder acoplar la pieza. A continuación, se presenta el plano del disco con sus dimensiones.

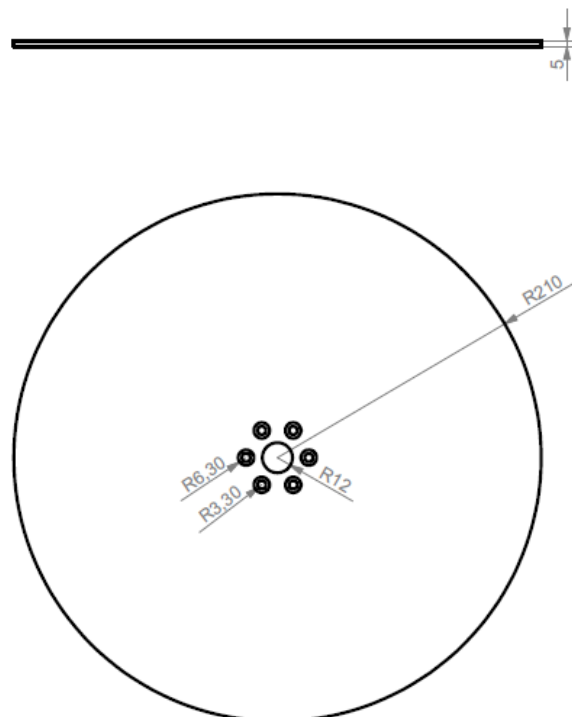


Figura 9: Dimensiones del disco

4.1.2. Eje

La parte superior de la estructura es un eje. Éste está compuesto por una barra de 690 mm, de diámetros exterior e interior 30 mm y 24 mm, respectivamente. También consta de un soporte cilíndrico de radio exterior e interior 35 mm y 12 mm, respectivamente con un grosor de 10 mm. Sobre el, se le han hecho seis agujeros de manera simétrica de 3,30 mm de radio a 25 mm del centro. A continuación tenemos estas dimensiones en un plano.

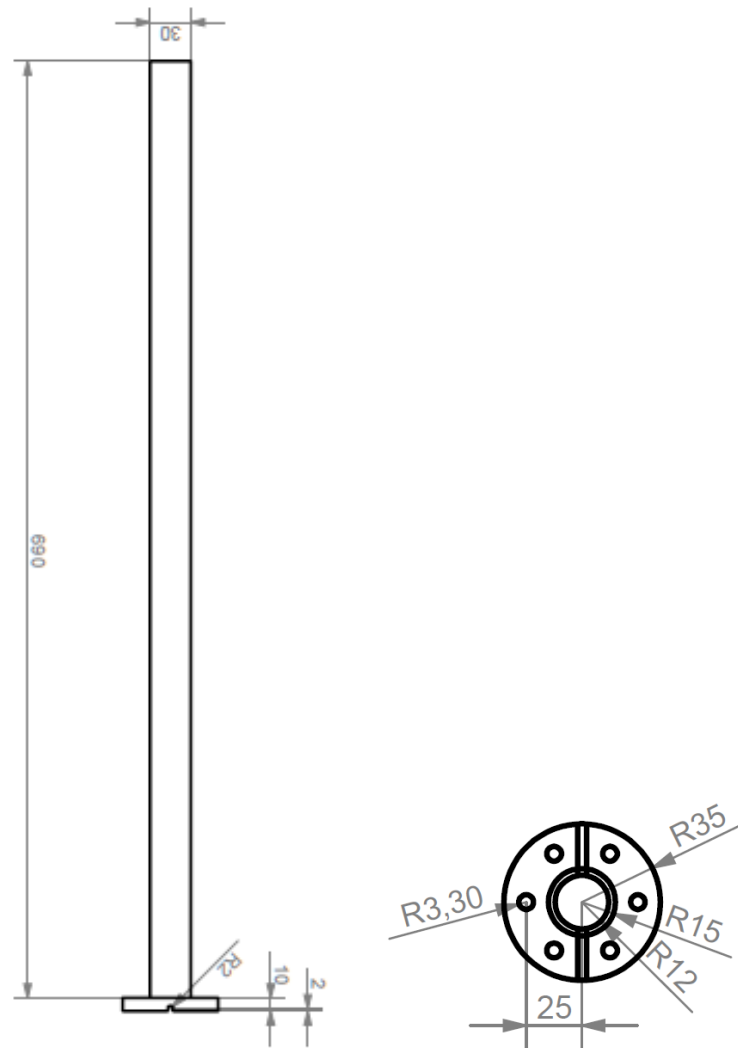


Figura 10: Dimensiones del eje

4.1.3. Estructura acoplada

El conjunto se acoplará mediante tornillos en los agujeros tanto del disco como del eje. De esta manera, la estructura quedará fijada por la superficie del disco y la superficie de la fijación del eje. Esta estructura se estudiará en la posición vertical, es decir, con el eje de verticalmente. La estructura de estudio queda de la siguiente manera.

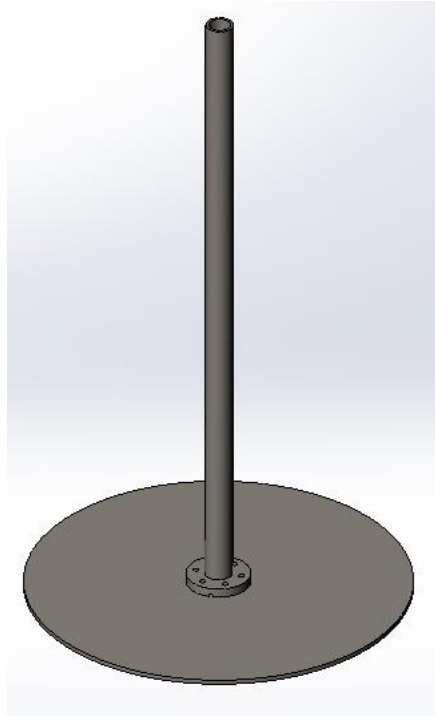


Figura 11: Estructura acoplada

4.1.4. Recipiente

Para poder hacer un análisis modal acústico es necesario un banco de ensayo donde sumergir la estructura que se quiere estudiar, para poder estudiar sus propiedades modales. En este proyecto se ha utilizado un recipiente y se llenado de agua.

Este recipiente es un cilindro vertical, de una altura de 0'6 m, un diámetro interior de 0'488 m y un diámetro exterior de 0,5 m. Por lo tanto, este recipiente se ha llenado de un volumen de agua de:

$$Volumen = \left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot 0'488^2 \cdot 0'6 = 0'112 \text{ m}^3 \quad (\text{Ecuación 14})$$

4.2. Análisis de la sensibilidad del mallado

El primer paso en el método de los elementos finitos es generar un mallado en la estructura que contenga elementos compuestos por nodos y aristas. Este mallado es el que posteriormente se analizará por lo que es necesario realizar un mallado ajustado a la estructura. También, al ser simulado vía computacional, es necesario que este mallado no sea excesivo para no sobrecargar la simulación. Teniendo en cuenta esto, se ha realizado un análisis de la sensibilidad del mallado donde se ha estudiado por una parte la similitud de este mallado a la realidad, y por otra parte la efectividad del mallado.

Como se ha explicado en el capítulo anterior, la estructura se ha dividido en dos partes con el objetivo de hacer un estudio modal de estas dos sencillas estructuras y posteriormente acoplarlas entre sí para analizar las repuestas dinámicas y poder hacer una comparación. Por ello, tendremos que realizar tres análisis del mallado tanto para análisis modal estructural, como para el acústico: el de la placa, el del eje y el del conjunto acoplado.

4.2.1. Análisis de la sensibilidad del mallado en el dominio estructural

Análisis de la sensibilidad del mallado del disco:

En el disco, se han realizado dos mallados para ajustar mejor la simulación. El primer mallado, se ha realizado en la parte central. Se ha hecho un mallado automático con elementos suficientemente pequeños. En la otra parte de la placa, la exterior, se han realizado dos operaciones para crear un mallado simétrico. Primeramente, se han dividido tanto el contorno exterior como el contorno interior en el mismo número de segmentos, con la herramienta “edge sizing”, creando separaciones radiales en la placa. La segunda operación que se ha realizado ha sido las separaciones circulares en la placa gracias a la herramienta “face meshing”. De esta manera se ha conseguido elementos simétricos para la parte exterior y elementos más pequeños y ajustados para la parte interior del disco ya que esta parte necesita más refinamiento debido a los agujeros que contiene la placa. Por lo tanto, el mallado ha quedado de la siguiente forma.

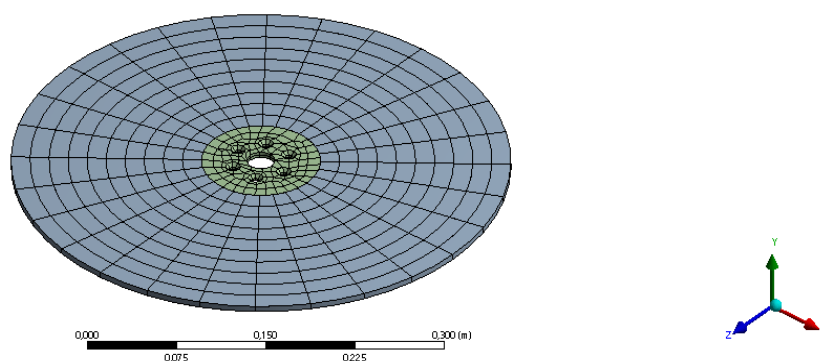


Figura 12: Mallado del disco sumergido en aire

De esta manera, los elementos que quedan por fijar en este mallado son el número de separaciones. Si se decide escoger menos separaciones, se crea un mallado con menos elementos y estos más grandes haciendo una estructura muy simple de analizar, pero menos parecida a la estructura real. En cambio, si se decide escoger muchas separaciones se crean muchos pequeños elementos asimilándose mucho a la estructura real, pero se incrementa inútilmente el tiempo de simulación. Por lo tanto, se debe de escoger un balance entre estos dos para poder asegurar que el mallado se ajuste a la realidad y a la vez que sea eficaz cuando se analice. Para ello, se han escogido diferentes separaciones y se han graficado las soluciones para cada frecuencia para observar a partir de cuándo cada grafica se “estabiliza”.

Numero de mallado	Número de separaciones radiales	Numero de separaciones circulares
$M1_{d,v}$	14	5
$M2_{d,v}$	16	6
$M3_{d,v}$	18	7
$M4_{d,v}$	20	8
$M5_{d,v}$	24	9
$M6_{d,v}$	28	10
$M7_{d,v}$	30	11
$M8_{d,v}$	32	12

Tabla 1: Separaciones para el mallado del disco en vacío

Una vez realizadas las simulaciones correspondientes a los diferentes mallados, se han obtenido todas las frecuencias naturales. Para poder decidir que a partir de que mallado las frecuencias tienden al mismo valor, se ha calculado la desviación respecto al primer mallado en tanto por cien. Se ha obtenido el siguiente gráfico:

Num. mallado	fn 1 (Hz)	fn 2 (Hz)	fn 3 (Hz)	fn 4 (Hz)	fn 5 (Hz)	fn 6 (Hz)	fn 7 (Hz)
$M1_{d,v}$	146,725	243,69	343,755	562,36	610,66	964,68	964,84
$M2_{d,v}$	146,85	245,01	343,01	562,83	604,765	940,535	964,42
$M3_{d,v}$	146,625	243,7	342,415	562,21	602,205	930,14	962,07
$M4_{d,v}$	146,51	243,69	342,155	562,125	601,02	925,21	961,62
$M5_{d,v}$	146,51	243,71	341,95	562,04	599,99	921,06	961,52
$M6_{d,v}$	146,39	243,6	341,81	561,995	599,545	919,4	961,25
$M7_{d,v}$	146,385	243,69	341,775	562,03	599,42	918,94	961,21
$M8_{d,v}$	146,395	243,69	341,76	562,015	599,33	918,62	961,35

Tabla 2: valor de las frecuencias naturales para cada simulación del disco en aire

Num. mallado	Desviación fn 1 (%)	Desviación fn 2 (%)	Desviación fn 3 (%)	Desviación fn 4 (%)	Desviación fn 5 (%)	Desviación fn 6 (%)	Desviación fn 7 (%)
$M1_{d,v}$	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
$M2_{d,v}$	100,09	100,54	99,78	100,08	99,03	97,50	99,96
$M3_{d,v}$	99,93	100,00	99,61	99,97	98,62	96,42	99,71
$M4_{d,v}$	99,85	100,00	99,53	99,96	98,42	95,91	99,67
$M5_{d,v}$	99,85	100,01	99,47	99,94	98,25	95,48	99,66
$M6_{d,v}$	99,77	99,96	99,43	99,94	98,18	95,31	99,63
$M7_{d,v}$	99,77	100,00	99,42	99,94	98,16	95,26	99,62
$M8_{d,v}$	99,78	100,00	99,42	99,94	98,14	95,23	99,64

Tabla 3: desviación del mallado para todas las frecuencias naturales del disco en vacío

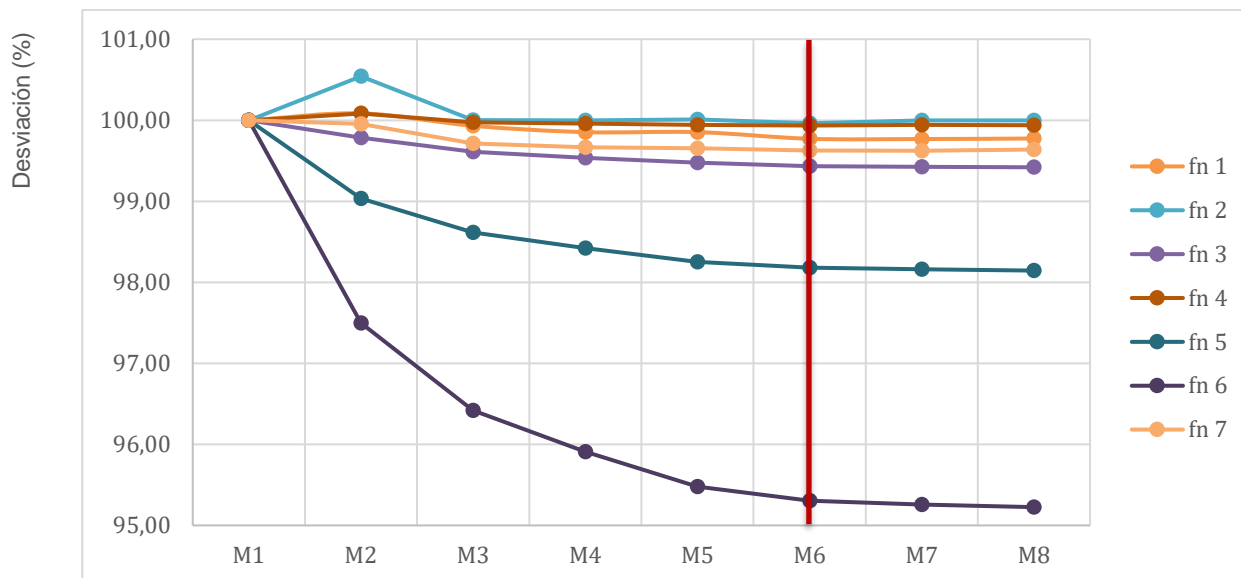


Figura 13: Gráfico de las frecuencias naturales del disco en aire en función del número de separaciones.

En esta gráfica se puede observar que a medida que se imponen más separaciones en el mallado, la respuesta se estabiliza. Por lo tanto, se ha escogido el mallado 6 ($M6_{d,v}$) ya que a partir de este mallado el valor de todas las frecuencias es prácticamente constante. De esta manera, se ha conseguido un mallado ajustado al disco y eficaz.

Análisis de la sensibilidad del mallado del eje:

Para el eje de la estructura se ha aplicado el mismo procedimiento que se ha seguido en el análisis de la sensibilidad del disco.

El mallado de esta parte de la estructura consiste en dos partes. La primera, la fijación del eje con el disco, se ha impuesto un mallado automático con elementos suficientemente pequeños para una buena resolución. En el resto del eje, un tubo cilíndrico de 690 mm de longitud, se ha decidido utilizar la herramienta “edge sizing”. Primeramente, se ha seleccionado los diámetros, tanto interiores como exteriores, de este tubo circular obteniendo separaciones verticales. Seguidamente, se han escogido dos líneas verticales las cuales han creado las separaciones circulares. El mallado ha quedado de la siguiente forma.

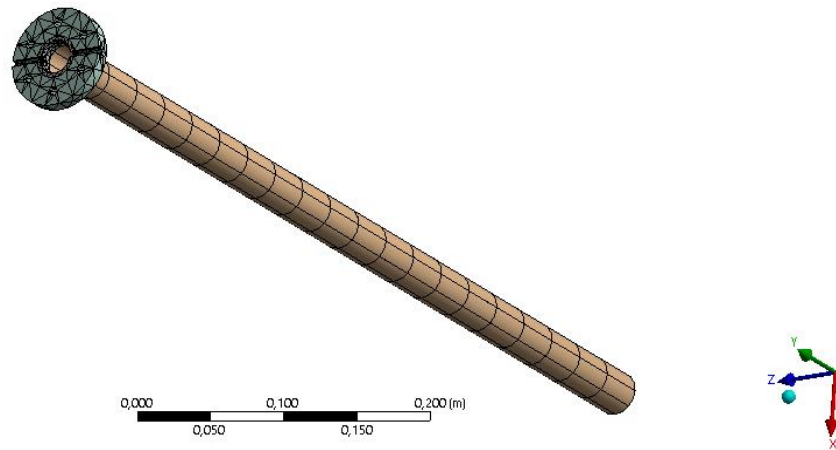


Figura 14: Mallado del eje sumergido en aire

Los elementos que han quedado por fijar, los cuales serán los que variaremos en este análisis de la sensibilidad del mallado, son estas separaciones circulares, ya que las verticales se han fijado en 8 separaciones para crear un número ni muy grande ni muy pequeño. A continuación, los resultados obtenidos siguiendo el mismo procedimiento que con el disco.

Num. mallado	Numero de separaciones	fn 1 (Hz)	Desviación fn 1 (%)	fn 2 (Hz)	Desviación fn 2 (%)
$M1_{e,v}$	8	146,725	100,0000	243,69	100,0000
$M2_{e,v}$	12	146,85	99,9865	245,01	99,8913
$M3_{e,v}$	16	146,625	99,9848	243,7	99,8739
$M4_{e,v}$	20	146,51	99,9831	243,69	99,8691
$M5_{e,v}$	24	146,51	99,9831	243,71	99,8673
$M6_{e,v}$	28	146,39	99,9831	243,6	99,8667
$M7_{e,v}$	30	146,385	99,9831	243,69	99,8667
$M8_{e,v}$	32	146,395	99,9831	243,69	99,8667

Tabla 4: número de separaciones, frecuencias naturales y desviación del mallado para todas las frecuencias naturales del eje en vacío

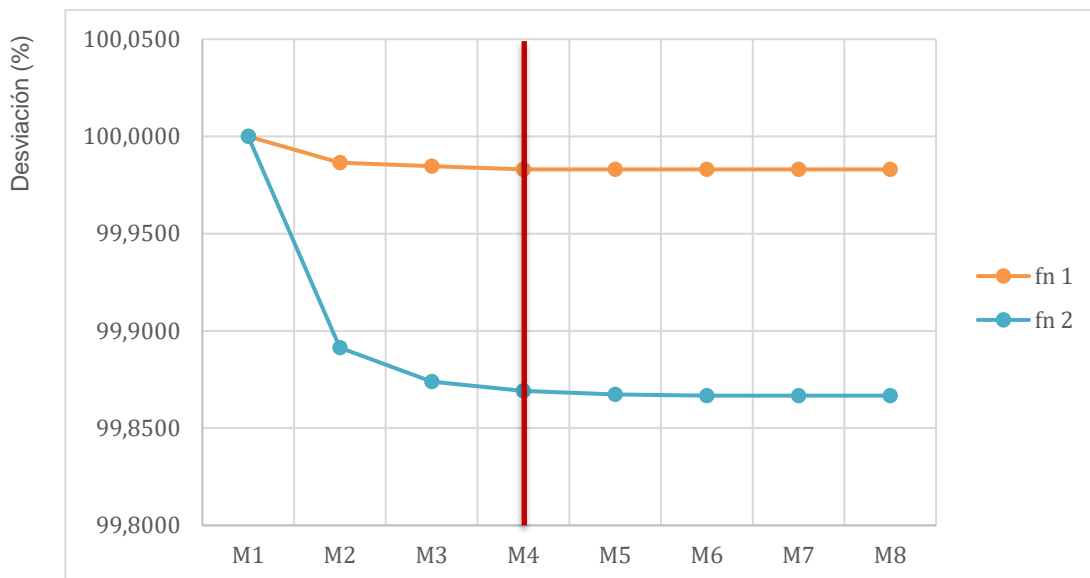


Figura 15: Gráfico de las frecuencias naturales del eje en aire en función del número de separaciones.

Con los resultados obtenidos en la *tabla 4* y en la *figura 15*, se puede concluir que con el mallado 4, es decir, con 20 separaciones circulares la simulación numérica empieza a dar unos valores prácticamente constantes. Por lo tanto, el mallado 4 ($M4_{e,v}$) es el idóneo para el eje en el vacío.

Análisis de la sensibilidad del mallado del conjunto acoplado:

Por último, se ha estudiado el mallado que se utilizará cuando la estructura esta acoplada. Se ha utilizado el mismo tipo de mallado que en el eje y en el disco. Por lo tanto, el mallado de la estructura queda de la siguiente manera.

B: Modal
 Modal
 Frequency: N/A
 04/06/2020 17:43

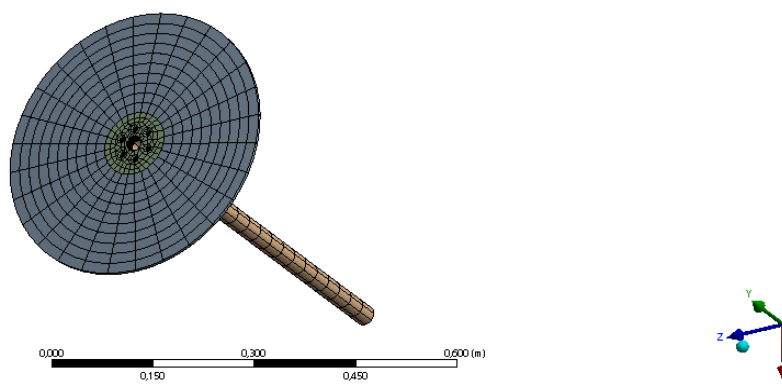


Figura 16: Mallado de la estructura acoplada en aire

Los datos que quedan por fijar en este mallado son las divisiones del disco y las divisiones del eje. Para hacer un análisis de la sensibilidad del mallado más proporcional se ha probado con las siguientes separaciones.

Num. mallado	DISCO		EJE
	Número de segmentos radiales	Número de segmentos circulares	Número de segmentos circulares
$M1_{a,v}$	28	10	20
$M2_{a,v}$	24	9	18
$M3_{a,v}$	20	8	16
$M4_{a,v}$	18	7	14
$M5_{a,v}$	16	6	12
$M6_{a,v}$	14	5	10

Tabla 5: Separaciones para el mallado del conjunto en aire

Una vez realizadas las simulaciones para todos los mallados presentados anteriormente, se han obtenido como en los casos anteriores, las frecuencias naturales y en cada una de ellas se ha calculado la desviación respecto al primer mallado.

Num. mallado	fn 1 (Hz)	fn 2 (Hz)	fn 3 (Hz)	fn 4 (Hz)	fn 5 (Hz)	fn 6 (Hz)	fn 7 (Hz)	fn 8 (Hz)	fn 9 (Hz)	fn 10 (Hz)
$M1_{a,v}$	161,92	202,09	285,01	345,235	610,725	665,215	878,29	903,8	964,8	1056,3
$M2_{a,v}$	161,55	201,43	284,695	344,21	604,715	665,02	875,64	902,16	940,49	1052,95
$M3_{a,v}$	161,40	201,31	284,615	343,78	602,27	664,89	874,76	901,665	930,14	1051,6
$M4_{a,v}$	161,34	201,2	284,56	343,58	601,115	664,865	874,13	901,425	925,21	1051,15
$M5_{a,v}$	161,25	201,09	284,49	343,37	600,095	664,825	873,35	901,005	921,07	1050,55
$M6_{a,v}$	161,31	201,29	284,58	343,3	599,665	664,8	873,48	901,31	919,41	1050,65

Tabla 6: Frecuencias naturales para cada simulación del conjunto acoplado en aire

Num. mallado	D. fn 1 (%)	D. fn 2 (%)	D. fn 3 (%)	D. fn 4 (%)	D. fn 5 (%)	D. fn 6 (%)	D. fn 7 (%)	D. fn 8 (%)	D. fn 9 (%)	D. fn 10 (%)
$M1_{a,v}$	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
$M2_{a,v}$	99,77	99,67	99,89	99,70	99,02	99,97	99,70	99,82	97,48	99,68
$M3_{a,v}$	99,68	99,61	99,86	99,58	98,62	99,95	99,60	99,76	96,41	99,56
$M4_{a,v}$	99,64	99,56	99,84	99,52	98,43	99,95	99,53	99,74	95,90	99,51
$M5_{a,v}$	99,59	99,51	99,82	99,46	98,26	99,94	99,44	99,69	95,47	99,46
$M6_{a,v}$	99,62	99,60	99,85	99,44	98,19	99,94	99,45	99,72	95,30	99,47

Tabla 7: desviación del mallado para todas las frecuencias naturales del conjunto acoplado en vacío

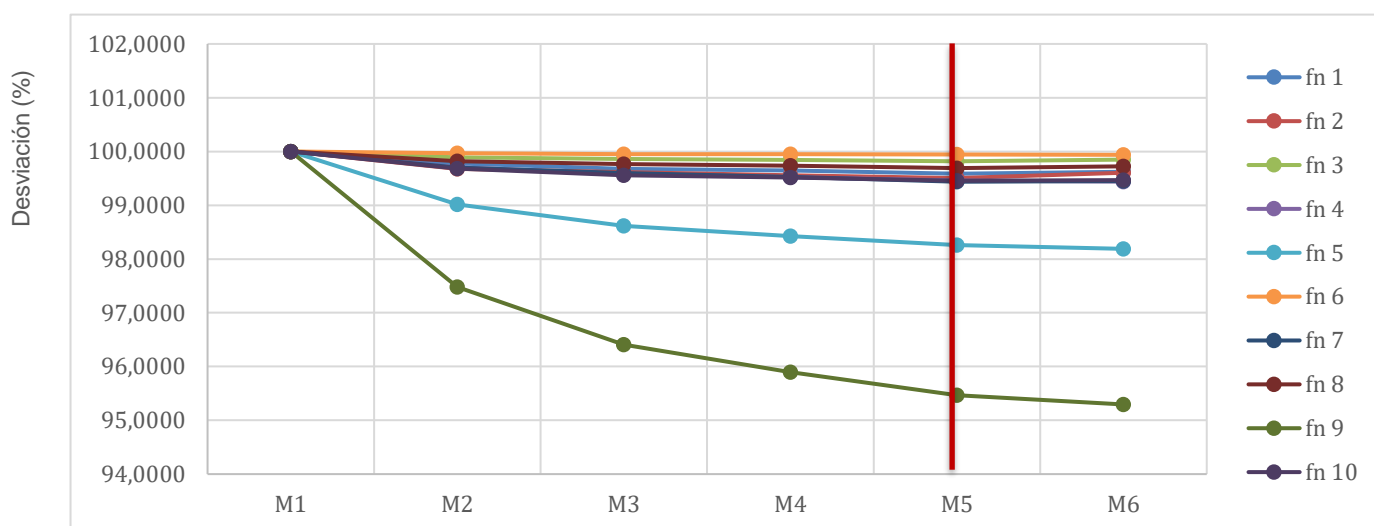


Figura 17: Grafico de las separaciones para el mallado del conjunto en aire

Una vez hecho el análisis de la sensibilidad del mallado de la estructura acoplada para cada frecuencia, se ha escogido, como en los casos anteriores, el número de divisiones en el cual todas las frecuencias están estabilizadas. En este caso se ha escogido el mallado 5 ($M5_{a,v}$).

4.2.2. Análisis de la sensibilidad del mallado en el dominio acústico

Es necesario hacer un análisis de la sensibilidad del mallado cuando estamos en el dominio acústico, ya que, aunque se vaya a estudiar las mismas geometrías como cambia el fluido que lo envuelve los resultados cambiarán. Esto es debido a que como se cambia el fluido que envuelve a las geometrías, las soluciones varían y por lo tanto no se estabilizan en el mismo punto que cuando están envueltas en aire.

Análisis de la sensibilidad del mallado del disco:

Para realizar el mallado del disco en el dominio acústico, se ha realizado un procedimiento similar al del dominio estructural. La apariencia es la misma que en dominio estructural, y las separaciones que se han escogido para variar son el número de separaciones radiales que aparecen en la siguiente tabla.

Número de mallado	$M1_{d,a}$	$M2_{d,a}$	$M3_{d,a}$	$M4_{d,a}$	$M5_{d,a}$	$M6_{d,a}$
Número de separaciones radiales	20	24	26	28	30	32

Tabla 8: Tabla de separaciones para el mallado del disco en el recipiente

Aplicando los diferentes mallados a las simulaciones, se han obtenido las frecuencias naturales para cada mallado. Con ellas, se han calculado se han calculado la desviación respecto el primer mallado.

Num. mallado	fn 1 (Hz)	fn 2 (Hz)	fn 3 (Hz)	fn 4 (Hz)	fn 5 (Hz)	fn 6 (Hz)	fn 7 (Hz)	fn 8 (Hz)
$M1_{d,h20}$	89,01	150,47	225,005	352,93	417,635	608,08	635,715	670,505
$M2_{d,h20}$	88,72	150,06	224,13	352,18	415,385	608,07	634,24	664,685
$M3_{d,h20}$	88,68	150,06	224,005	352,145	415,015	608,07	634,105	663,615
$M4_{d,h20}$	88,46	149,83	223,35	351,605	413,59	608,07	633,095	660,77
$M5_{d,h20}$	88,53	149,88	223,505	351,645	413,78	608,07	633,12	660,785
$M6_{d,h20}$	88,38	149,7	223,125	351,42	413,035	608,06	632,74	659,45
$M7_{d,h20}$	88,34	149,69	222,995	351,34	412,735	608,06	632,58	658,81

Tabla 9: valor de las frecuencias naturales para cada simulación del disco en agua

Num. mallado	Desviación fn 1 (Hz)	Desviación fn 2 (Hz)	Desviación fn 3 (Hz)	Desviación fn 4 (Hz)	Desviación fn 5 (Hz)	Desviación fn 6 (Hz)	Desviación fn 7 (Hz)	Desviación fn 8 (Hz)
$M1_{d,h20}$	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
$M2_{d,h20}$	99,67	99,73	99,61	99,79	99,46	100,00	99,77	99,13
$M3_{d,h20}$	99,62	99,73	99,56	99,78	99,37	100,00	99,75	98,97
$M4_{d,h20}$	99,38	99,57	99,26	99,62	99,03	100,00	99,59	98,55
$M5_{d,h20}$	99,46	99,61	99,33	99,64	99,08	100,00	99,59	98,55
$M6_{d,h20}$	99,29	99,49	99,16	99,57	98,90	100,00	99,53	98,35
$M7_{d,h20}$	99,25	99,48	99,11	99,55	98,83	100,00	99,51	98,26

Tabla 10: desviación del mallado para todas las frecuencias naturales del disco en vacío

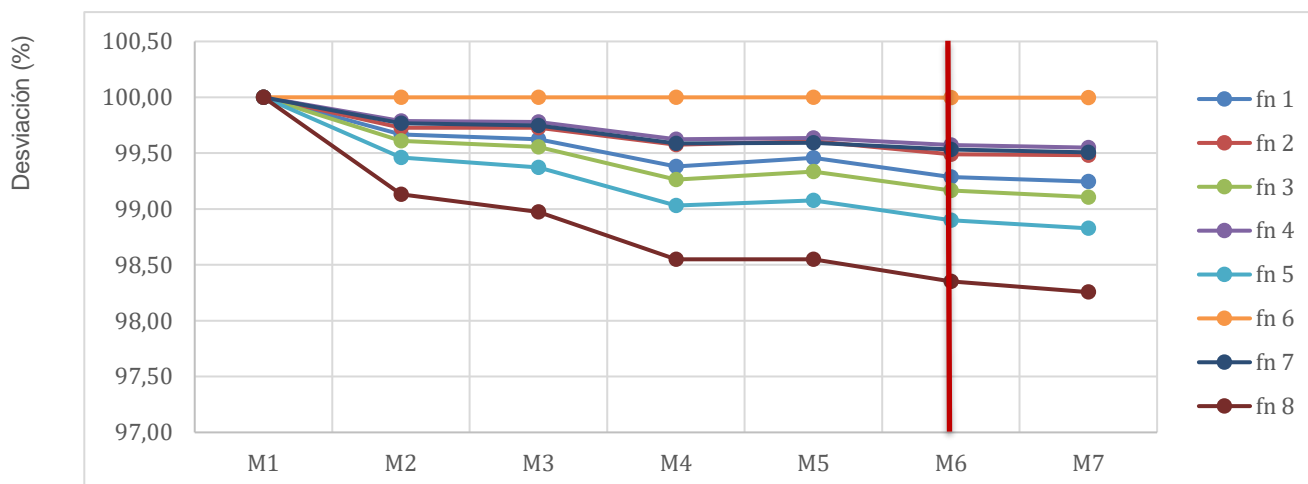


Figura 18: Grafico de las separaciones para el mallado del disco en el recipiente

Como se puede ver en el gráfico y en las tablas anteriores, las soluciones de la gráfica se estabilizan a partir del sexto mallado ($M6_{d,h20}$). Por lo tanto, se utilizará este número de separaciones para simular el disco cuando está hundido en el recipiente lleno de agua.

Análisis de la sensibilidad del mallado del eje:

Para realizar el mallado del eje cuando este está sumergido en el recipiente, se ha utilizado el mismo procedimiento que el que se ha realizado cuando está sumergido en aire. Por lo tanto, como queda un elemento por variar sus longitudes en el mallado, se ha procedido a hacer un análisis de la sensibilidad del mallado para el eje. Se ha obtenido las siguientes frecuencias naturales, desviaciones y la siguiente gráfica.

Num. mallado	Numero de separaciones	fn 1 (Hz)	Desviación fn 1 (%)	fn 2 (Hz)	Desviación fn 2 (%)	fn 3 (Hz)	Desviación fn 3 (%)
$M1_{e,h20}$	16	279,05	100,00	616,16	100,00	771,71	100,00
$M2_{e,h20}$	20	278,90	99,95	616,15	100,00	770,98	99,91
$M3_{e,h20}$	24	278,73	99,89	616,12	99,99	770,49	99,84
$M4_{e,h20}$	26	278,71	99,88	616,08	99,99	770,44	99,84
$M5_{e,h20}$	28	278,73	99,88	616,10	99,99	770,33	99,82
$M6_{e,h20}$	32	278,69	99,87	616,17	100,00	770,15	99,80

Tabla 11: número de separaciones, frecuencias naturales y desviación del mallado para todas las frecuencias naturales del eje en agua

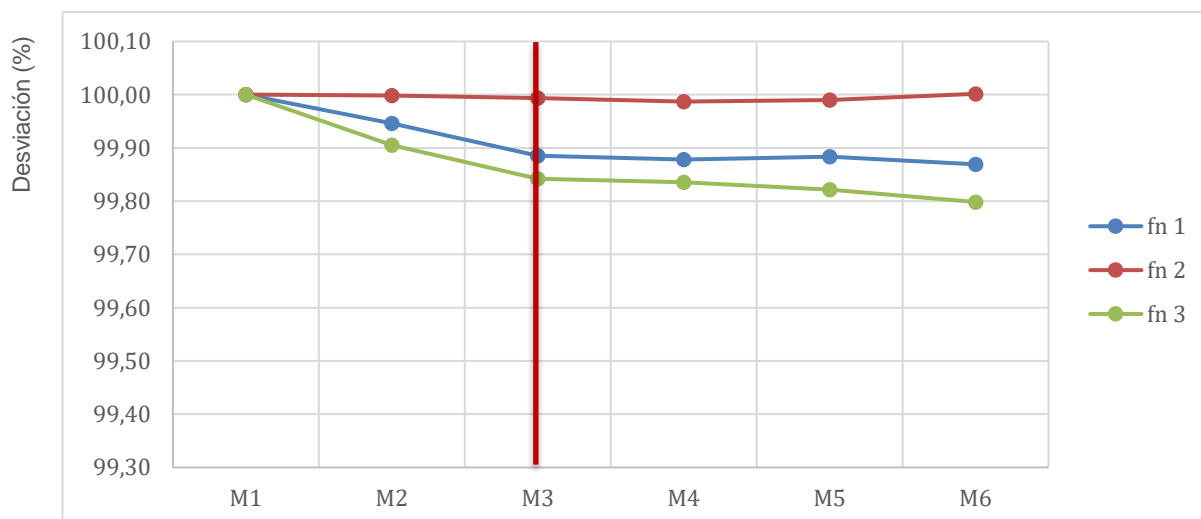


Figura 19: Gráfico de las separaciones para el mallado del eje en el recipiente

Con las tablas presentadas anteriormente y el gráfico, se ha llegado a la conclusión que el mallado a partir del cual las frecuencias tienden al mismo valor es el mallado 3 ($M3_{e,h20}$).

Análisis de la sensibilidad del mallado del conjunto acoplado:

Para el análisis de la sensibilidad del mallado de la estructura acoplada se ha vuelto a seguir el mismo procedimiento al seguido en la situación del aire. Las separaciones escogidas para realizar el análisis del mallado son las siguientes.

Numero de mallado	DISCO		EJE	
	Separaciones radiales	separaciones circulares	Separaciones circulares	separaciones radiales
$M1_{a,h20}$	28	8	26	6
$M2_{a,h20}$	30	8	26	6
$M3_{a,h20}$	32	8	30	6
$M4_{a,h20}$	34	8	30	6

Tabla 12: Separaciones para el mallado del conjunto en agua

Una vez calculadas las soluciones para las diferentes medidas del mallado se han obtenido los siguientes resultados.

Num. mallado	$M1_{a,h20}$	$M2_{a,h20}$	$M3_{a,h20}$	$M4_{a,h20}$
fn 1 (Hz)	100,275	100,23	100,165	100,31
fn 2 (Hz)	145,74	145,69	146,36	146,51
fn 3 (Hz)	225,39	225,29	225,18	225,48
fn 4 (Hz)	256,41	256,59	256,54	256,58
fn 5 (Hz)	413,74	413,54	413,30	413,89
fn 6 (Hz)	455,74	455,68	454,95	455,21
fn 7 (Hz)	594,77	594,77	595,62	595,62
fn 8 (Hz)	659,85	659,50	659,17	660,13
fn 9 (Hz)	660,78	660,75	663,60	663,92
fn 10 (Hz)	704,64	704,46	704,09	704,61

Tabla 13: valor de las frecuencias naturales para cada simulación del conjunto acoplado en agua

Num. mallado	$M1_{a,h20}$	$M2_{a,h20}$	$M3_{a,h20}$	$M4_{a,h20}$
Desviación fn 1 (%)	100,00	99,96	99,89	100,03
Desviación fn 2 (%)	100,00	99,97	100,43	100,53
Desviación fn 3 (%)	100,00	99,96	99,91	100,04
Desviación fn 4 (%)	100,00	100,07	100,05	100,07
Desviación fn 5 (%)	100,00	99,95	99,89	100,04
Desviación fn 6 (%)	100,00	99,99	99,83	99,88
Desviación fn 7 (%)	100,00	100,00	100,14	100,14
Desviación fn 8 (%)	100,00	99,95	99,90	100,04
Desviación fn 9 (%)	100,00	100,00	100,43	100,48
Desviación fn 10 (%)	100,00	99,97	99,92	100,00

Tabla 14: valor de las desviaciones respecto al primer mallado para cada simulación del conjunto acoplado en agua

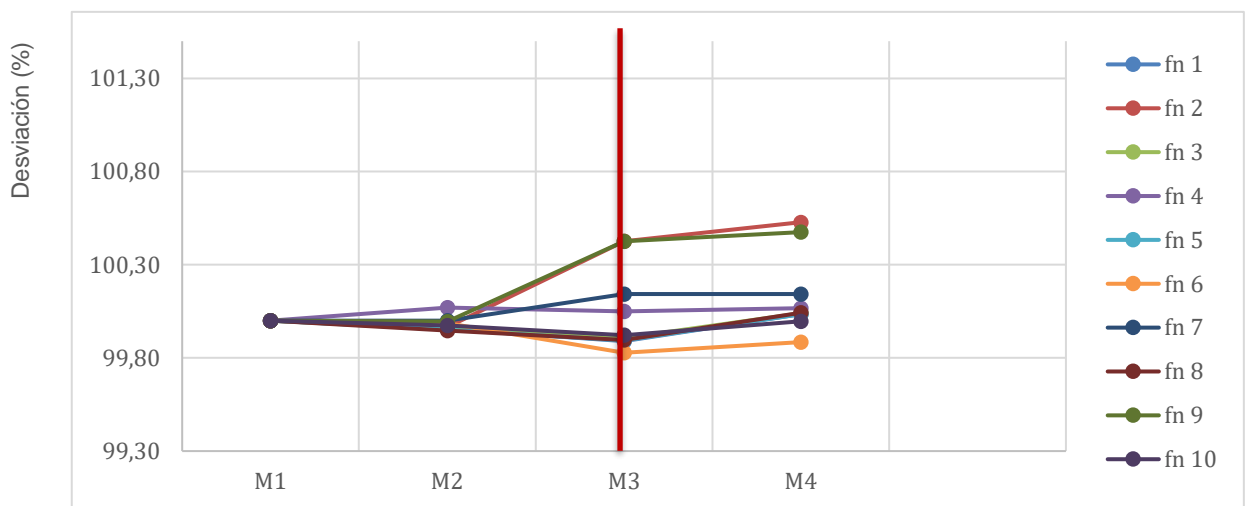


Figura 20: Grafico de las separaciones para el mallado del conjunto acoplado en el recipiente

Siguiendo el mismo procedimiento que en los casos anteriores, para conjunto acoplado, el mallado se estabiliza en el tercer mallado ($M3_{a,h20}$)

5. Análisis modal estructural

Después de hacer el mallado, ya se puede inicializar el programa y analizar los resultados. En este capítulo se encuentran las frecuencias naturales a las que tienen a vibrar cada componente de la estructura y la influencia que tiene acoplar las dos partes entre sí. Como hay infinitas frecuencias naturales, nos centraremos en los 1000 primeros Hz. El fluido que rodea a todas las estructuras que se presentarán en este capítulo es el aire. Finalmente, se verá la influencia que tiene en poner soportes a esta estructura.

5.1. Disco

Tras solucionar el problema modal, se han buscado las primeras seis frecuencias naturales y sus modos de vibración correspondientes. De esta manera, se pueden observar como tienen de a vibrar este disco cuando no está sujeto por ninguna fijación y está sumergido en el aire. A continuación, se presentarán estas seis frecuencias naturales.

Primera frecuencia natural: esta frecuencia natural se presenta a los 146,39 Hz. Su forma de vibración es la presentada a continuación. Esta estructura presenta un movimiento de simetría impar respecto al plano YX. Las zonas de movimiento nulo son las que se presentan de color azul, es decir las que dibujan una estrella de cuatro patas centradas en el medio del disco. Su mayor movimiento se presenta en cuatro zonas en los bordes del disco marcadas de color rojo.

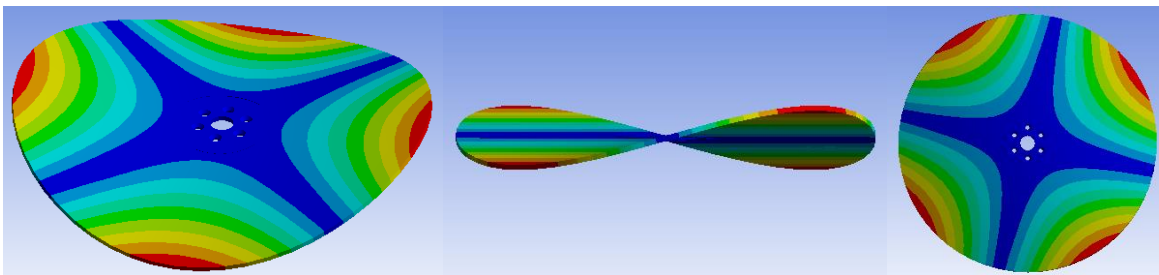


Figura 21: Primer modo de vibración del disco sumergido en aire

Segundo modo de vibración: este modo de vibración se presenta a los 243,6 Hz. Su movimiento es completamente simétrico respecto al eje Y. Presenta un nodo de forma circular en la mitad del disco. Su máxima deformación se presenta en el centro del disco y ésta es de 0,92472 mm.

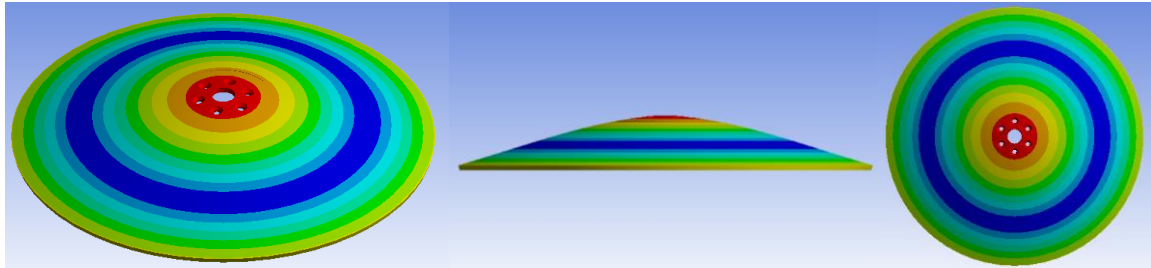


Figura 22: Segundo modo de vibración del disco sumergido en aire

Tercer modo de vibración: Este modo se presenta en la frecuencia 341,81 Hz. Su movimiento es parecido al primero. La diferencia es que, los nodos, que están situados en forma de estrella, tienen seis patas. Su mayor deformación es presentada en seis zonas en la superficie exterior del disco su valor más elevado es de 1,0901 mm.

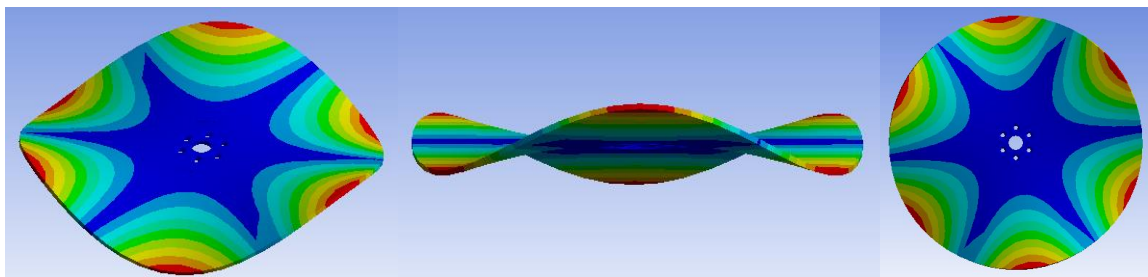


Figura 23: Tercer modo de vibración del disco sumergido en aire

Cuarto modo de vibración: este modo aparece en la frecuencia 561,95 Hz. Presenta dos nodos del mismo diámetro y descentrados. Su movimiento es de simetría impar respecto al plano contenido en el eje Y que se presenta en la siguiente figura. Su máxima deformación se presenta donde los nodos están centrados y es de un valor de 0,9137 mm.

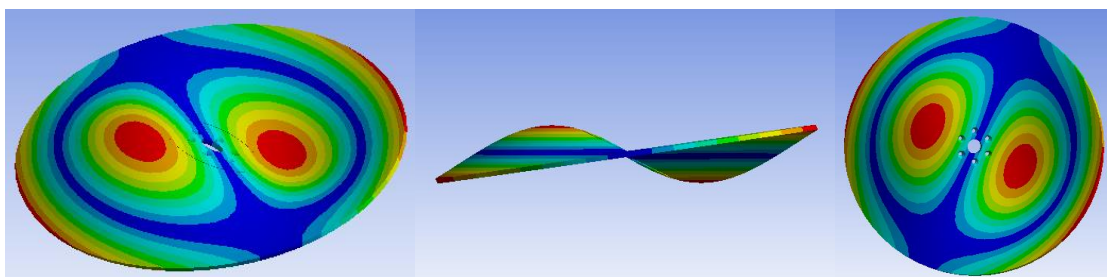


Figura 24: Cuarto modo de vibración del disco sumergido en aire

Quinto modo de vibración: este modo se presenta a 599,55 Hz. Su movimiento es parecido al movimiento del primer y tercer modo de vibración. Sus nodos, presentados en forma de estrella, tienen 8 patas. Su máxima deformación, presentada en ocho zonas situadas en el exterior del disco, tienen un valor máximo de 1,1551 mm.

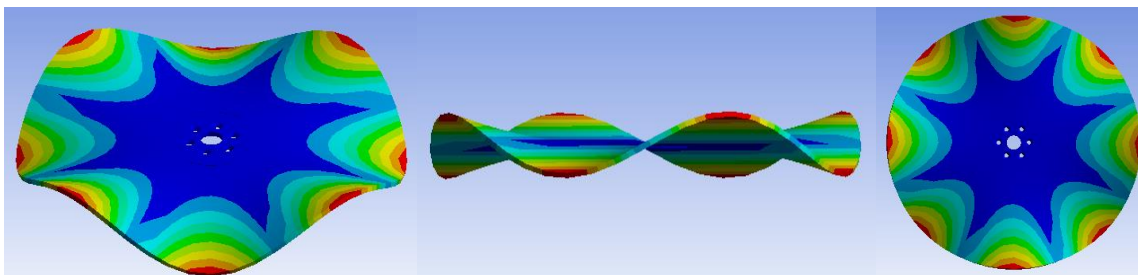


Figura 25: Quinto modo de vibración del disco sumergido en aire

Sexto modo de vibración: este modo de vibración, presentado en la frecuencia 919,40 Hz, presenta una zona de nodos en forma de estrella con diez patas. Su simetría es totalmente simétrica respecto al plano YZ. Su máxima deformación, presentada en diez zonas diferentes es del valor de 1,21481 mm.

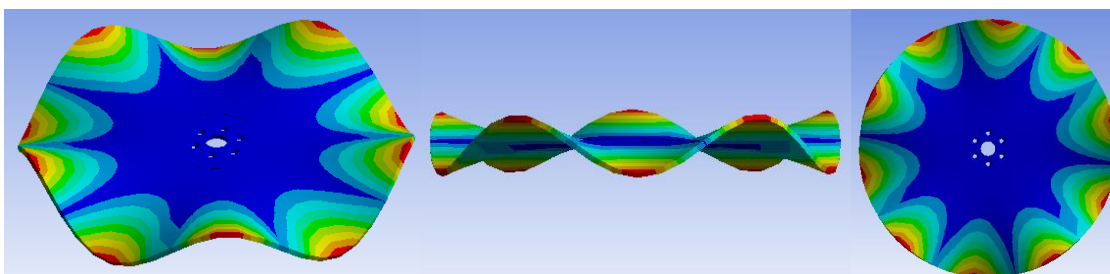


Figura 26: Sexto modo de vibración del disco sumergido en aire

Séptimo modo de vibración: este modo de vibración situado a 961,25 Hz, presenta una forma peculiar de vibración. Presenta varios nodos. Por un lado, cuatro circulares, uno en cada cuadrante del plano XZ. Por otro lado, un nodo en forma de estrella de cuatro patas, situadas en los ejes X y Z. Tiene una simetría impar tanto en el plano XY como en el plano YZ.

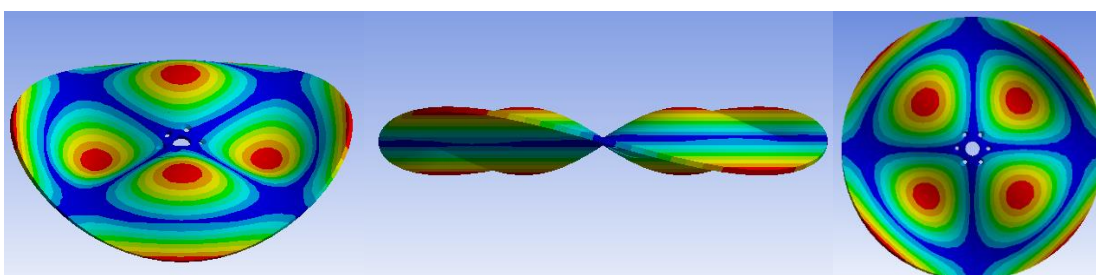


Figura 27: Sexto modo de vibración del disco sumergido en aire

5.2. Eje

Tras estudiar y analizar las frecuencias naturales del disco, y antes de analizar la estructura completa, se analizará el eje. De este eje, presentado en el capítulo anterior, se presentarán los primeros modos de vibración sumergidos en el fluido aire y sin ninguna fijación. En las primeras 1700 Hz frecuencias se han encontrado cuatro frecuencias naturales y sus modos de vibración correspondientes.

Primer modo de vibración: el primer modo de vibración, se presenta en una frecuencia de 295,37 Hz. Este, presenta un movimiento vibratorio alrededor de dos nodos. Su mayor deformación se presenta en el extremo superior y tiene un valor de 1,6505 mm.

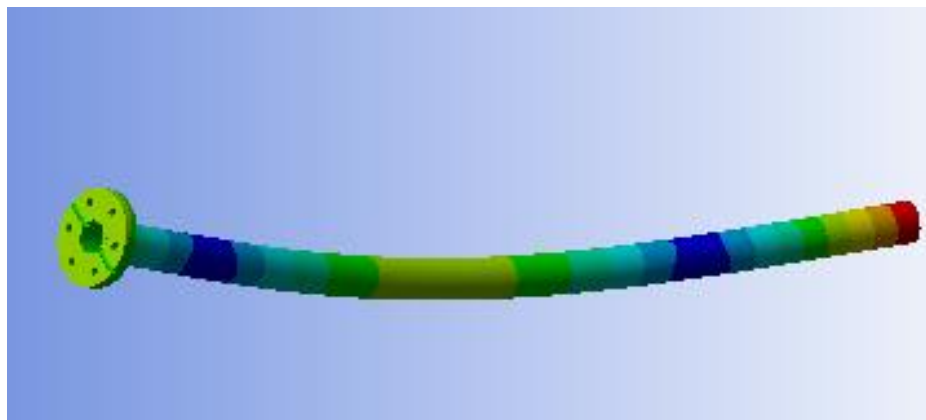


Figura 28: Primer modo de vibración del eje sumergido en aire

Segundo modo de vibración: este modo de vibración corresponde a una frecuencia de 802,12 Hz. Su movimiento se realiza alrededor de los tres nodos que presenta. Su máxima deformación se presenta en el extremo superior del eje y tiene un valor de 1,6555 mm.

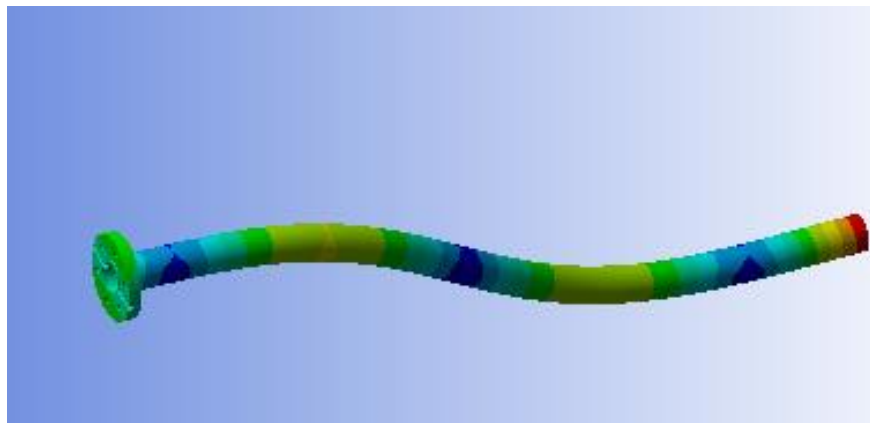


Figura 29: Segundo modo de vibración del eje sumergido en aire

5.3. Estructura acoplada

Una vez estudiados el disco y eje por separado, se procede a acoplarlos entre ellos, como se ha explicado en el capítulo anterior. El principal objetivo es ver la influencia de esta unión sobre sus frecuencias naturales y sus modos de vibración respectivos. También, se hará una comparación entre las frecuencias naturales y modos de vibración de las partes aisladas de la estructura con la estructura acoplada. Finalmente, se planteará la mejor ubicación de unas fijaciones para la estructura acoplada.

Primer modo de vibración: este modo de vibración se presenta en la frecuencia de 161,85 Hz. Presenta el eje en reposo y el disco vibrando de la misma manera que el primer modo de vibración del disco aislado. Aunque aparentemente el disco tenga las mismas propiedades, este presenta varios cambios. Primeramente, presenta un aumento de la frecuencia de 15,57 Hz respecto a cuando estaba aislado. La amplitud del movimiento vibratorio de la parte del disco en la estructura acoplada, se ve un aumentada. Su máxima deformación también se aumenta en 0,022 mm. Aun así, sus nodos se presentan en la misma posición.

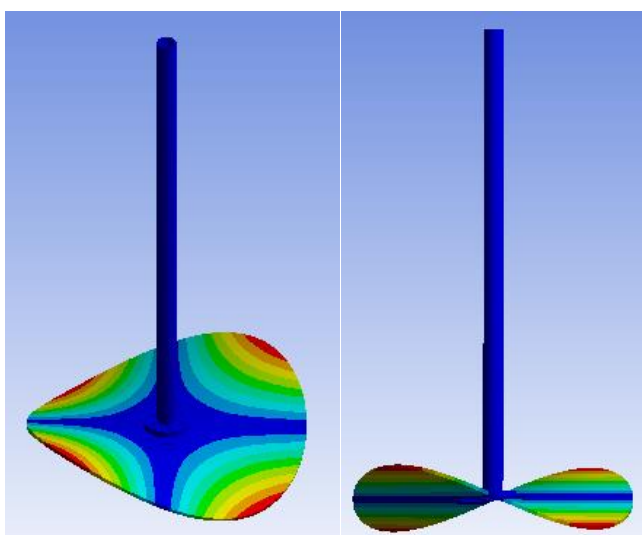


Figura 30. Primer modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en aire

Segundo modo de vibración: este modo de vibración se presenta en la frecuencia 201,87 Hz. El eje presenta un movimiento vibratorio de traslación vertical con la misma amplitud que el disco en el punto de unión. Por otro lado, el disco presenta un movimiento similar al que presenta el disco en su segunda frecuencia natural cuando está aislado. Su amplitud se ve aumentada y por la tanto su movimiento vibratorio también. La frecuencia del disco se reduce 41,59 Hz respecto al disco aislado y su máxima deformación también se ve disminuida 0,30308 mm.

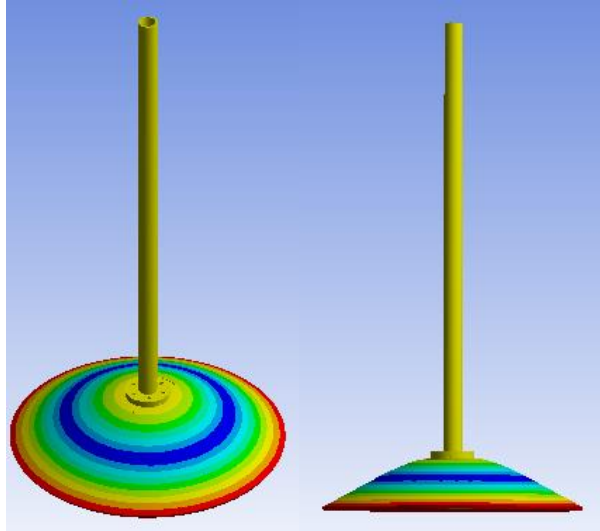


Figura 31: Segundo modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en aire

Tercer modo de vibración: este modo de vibración se presenta en la frecuencia de 285,22 Hz. Su movimiento vibratorio es una combinación de dos movimientos, el del eje y el disco. El movimiento del eje se asimila al movimiento de la primera frecuencia natural que presenta el eje aislado. La frecuencia de este, se ve disminuida 10,15 Hz, en cambio, la amplitud del movimiento vibratorio de intensifica. La máxima deformación, se presenta en la misma zona y presenta una pequeña reducción de 0,0714 mm. Por lo contrario, el disco presenta un movimiento prácticamente nulo.

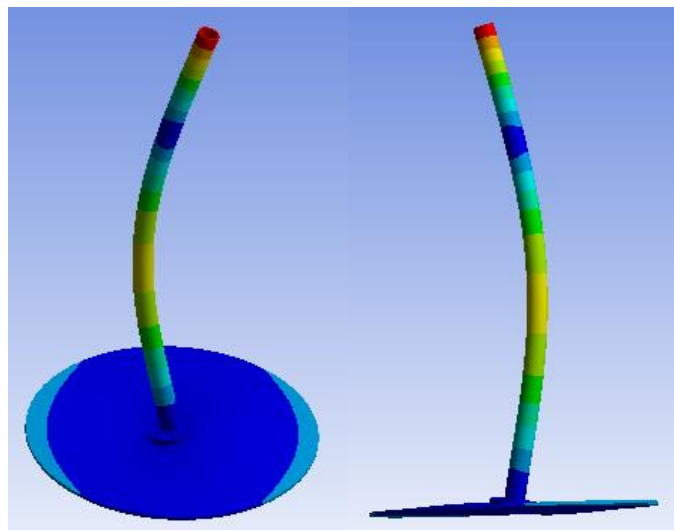


Figura 32: Tercer modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en aire

Cuarto modo de vibración: este modo de vibración se presenta en la frecuencia de 343,15 Hz. Su movimiento vibratorio solamente se produce en el disco, el eje esta en reposo. El modo de vibración del disco es prácticamente igual al tercer modo de vibración del disco cuando está aislado. Por una parte, la amplitud se aumenta un poco. Por otra parte, la frecuencia natural es prácticamente igual, solo tiene una reducción de 1,5 Hz. También, su máxima deformación se encuentra en las mismas zonas y presenta un aumento de 0,8025 mm.

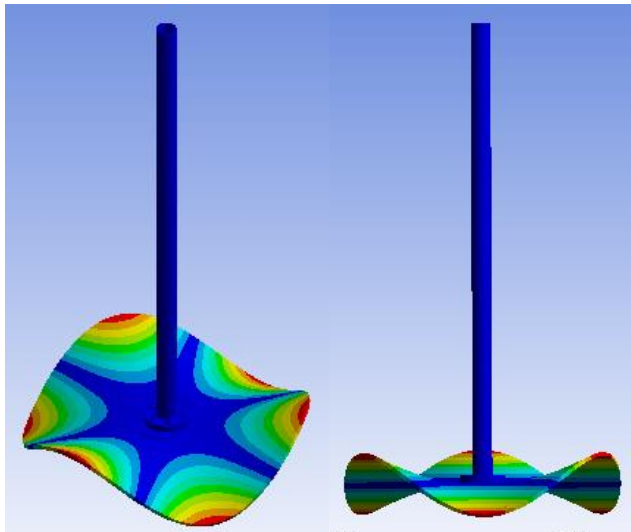


Figura 33. Cuarto modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en aire

Quinto modo de vibración: este modo de vibración aparece en la frecuencia 599,02 Hz. El eje se presenta en reposo, en cambio, el disco se mueve con una forma modal practica igual al quinto modo de vibración del disco cuando está aislado. Su frecuencia tan solo se reduce 0,11 Hz. Su máxima deformación se presenta en las mismas zonas y con un pequeño aumento de 0,0127 mm. La única diferencia aparentemente, es que la amplitud del movimiento se ve aumentada.

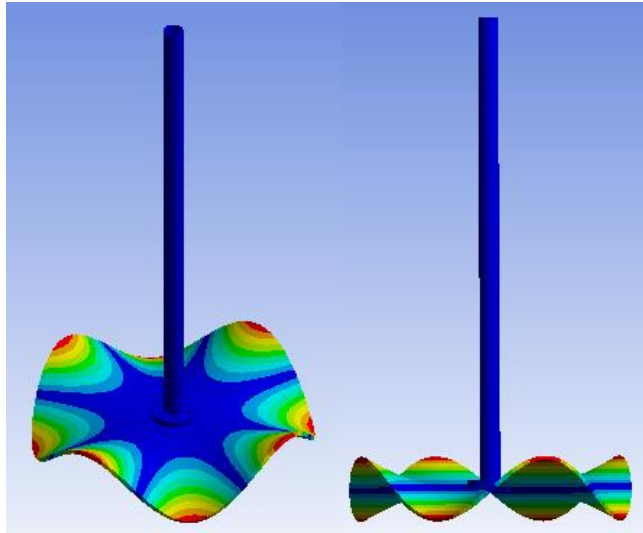


Figura 34: Quinto modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en aire

Sexto modo de vibración: este modo de vibración aparece en la frecuencia de 665,71 Hz. Su movimiento, es una combinación del movimiento del eje y del disco. Por una parte, el eje sigue la forma modal que aparece en la segunda frecuencia natural cuando está aislado. Este modo de vibración cuando está aislado se presenta en una frecuencia más alta, por lo que se produce una disminución de 166,41 Hz. La amplitud del movimiento se ve aumentada y la máxima deformación se encuentra en la misma zona, pero esta disminuye 0,06427mm. Por otra parte, el disco se mueve como el cuarto modo de vibración del disco cuando está aislado, aunque su frecuencia aumenta 103,78 Hz. La amplitud del movimiento se ve prácticamente igual.

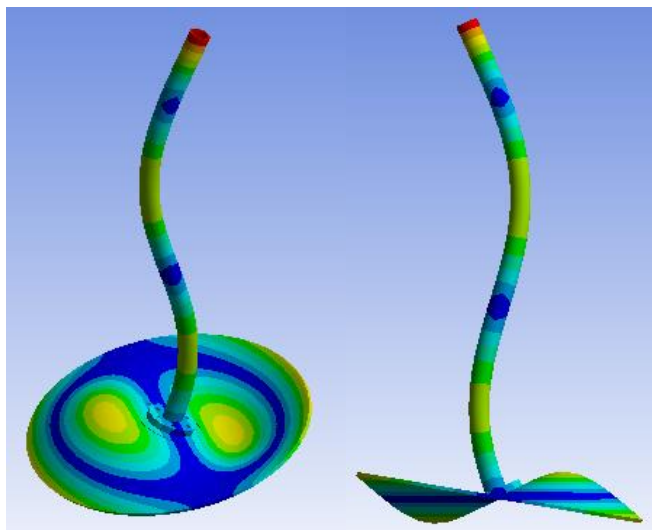


Figura 35: Sexto modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en aire

Séptimo modo de vibración: el séptimo modo de vibración aparece en una frecuencia de 878,13 Hz. Su movimiento está compuesto por el movimiento del eje y el disco. Por una parte, el eje vibra en una traslación vertical. Por otra parte, el disco se mueve de una forma peculiar, ya que este modo de vibración no se encuentra en el modo de vibración cuando el disco está aislado. Aunque su forma de vibrar se parece a la segunda forma modal que tiene el disco cuando está aislado. A diferencia de esta, el disco presenta dos nodos circulares en vez de uno. Esto podría ser debido al movimiento de traslación del eje.

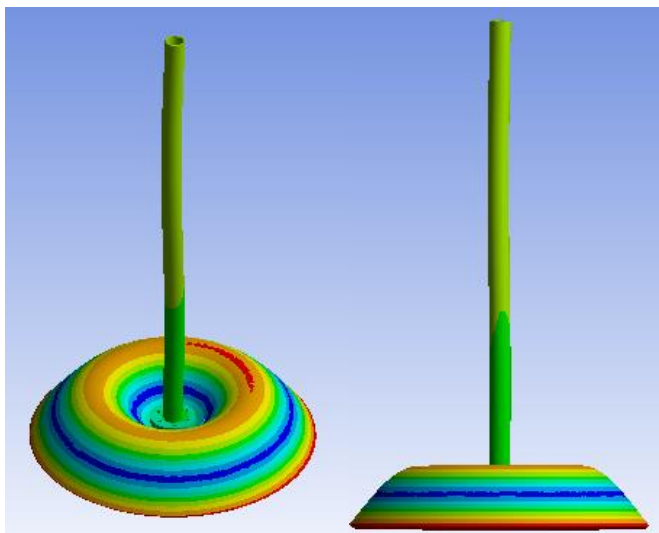


Figura 36: Séptimo modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en aire

Octavo modo de vibración: el octavo modo de vibrar del conjunto acoplado, es prácticamente igual al sexto modo de vibración de este. La gran diferencia es que el eje se mueve con mayor amplitud y el disco se mueve con mucha menos amplitud, casi sin deformarse.

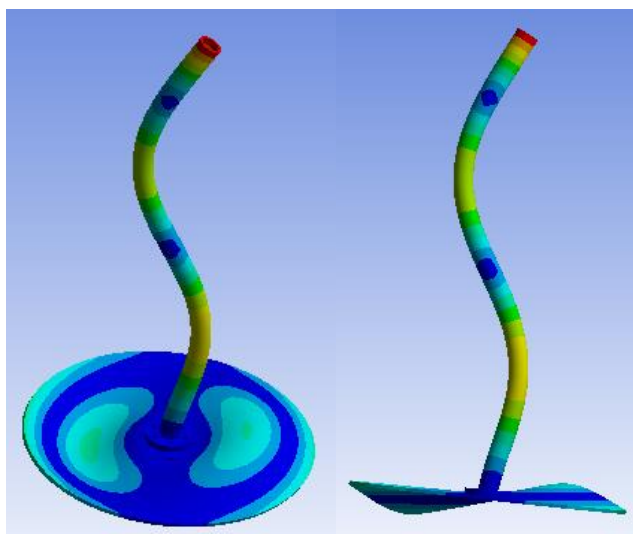


Figura 37: Octavo modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en aire

Noveno modo de vibración: en este modo de vibración, que aparece en la frecuencia 917,34 Hz, su movimiento está centrado en el disco, ya que el eje se mantiene en reposo. La forma modal de la estructura coincide en frecuencia y forma con el sexto modo de vibración del disco cuando está aislado. La frecuencia solamente presenta una disminución de 0,84 Hz. Por otra parte, la máxima deformación presenta un pequeño aumento de 0,0215mm.

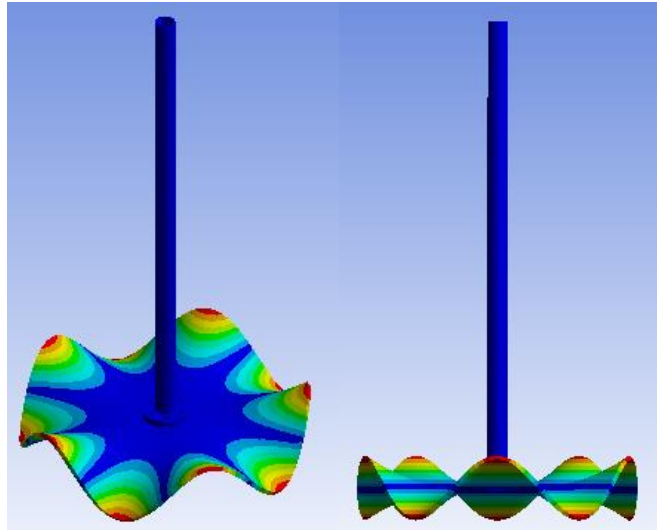


Figura 38: Noveno modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en aire

Décimo modo de vibración: este modo de vibración aparece en la frecuencia 1047,6 Hz. Su movimiento está centrado en el disco, ya que el eje está en reposo. Esta estructura presenta un movimiento semejante al séptimo modo de vibración del disco cuando este está aislado. Su frecuencia se reduce en 87,06 Hz y su máxima deformación aumenta 0,03695mm.

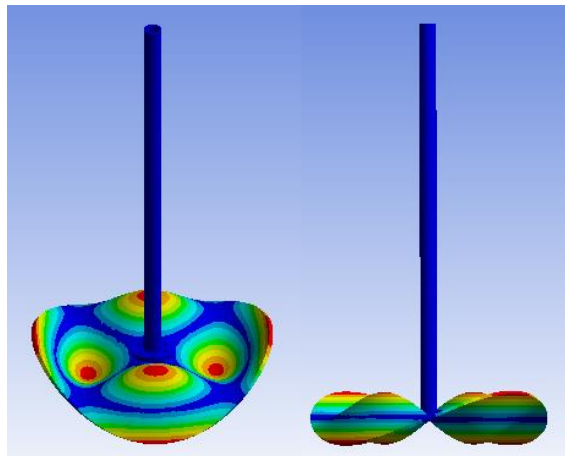


Figura 39: Décimo modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en aire

Una vez analizados todos los modos de vibración del acoplamiento, se ha llegado a la siguiente figura para resumir todo el contenido de este subcapítulo. En el eje de abscisas aparecen los tres análisis modales estructurales efectuados: el disco y eje aislado, y el de la estructura completa acoplada. En el eje de las coordenadas aparecen las frecuencias de estudio, es decir, de cero a mil Hz. Cada modo vibratorio está representado en la figura con su frecuencia natural correspondiente. Para poder comprar las variaciones en las frecuencias naturales, se han rodeado del mismo color los modos vibratorios semejantes. Con esta figura, se puede ver que las frecuencias naturales de las partes separadas al acoplarlas, algunas aumentan y otras disminuyen en diferentes magnitudes.

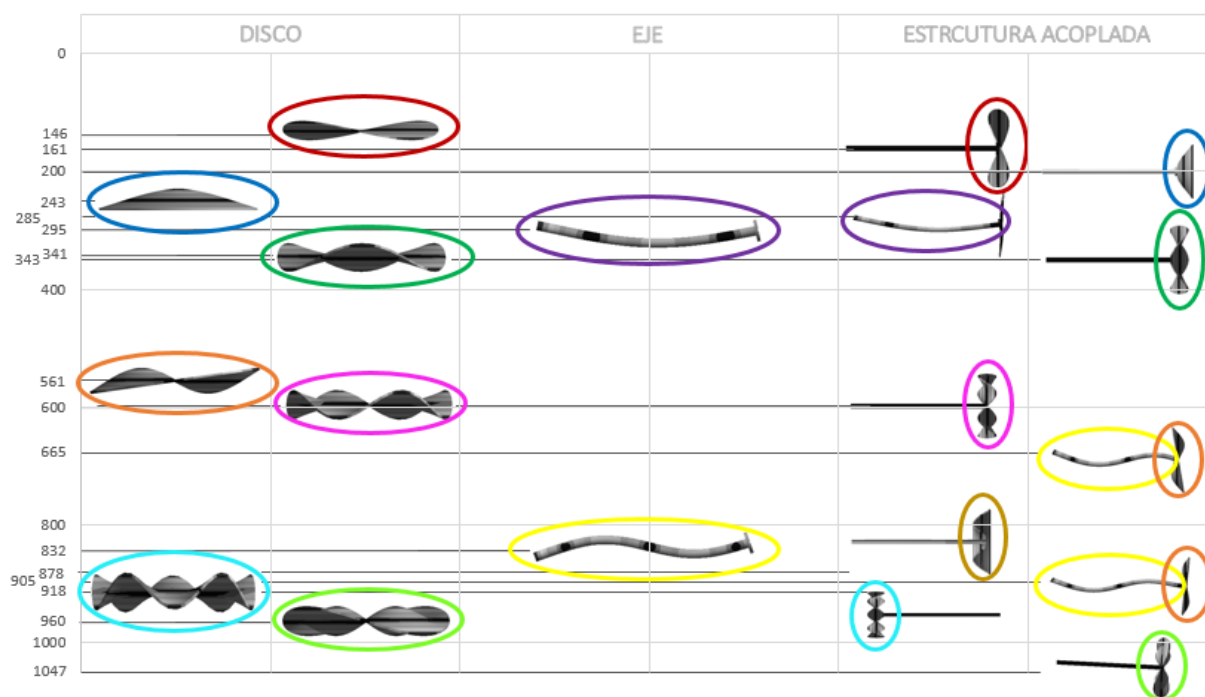


Figura 40: figura comparativa de las estructuras sumergidas en aire

5.3.1. Influencia de los soportes en la estructura

Para el caso de la estructura rodeada de aire, se ha estudiado la influencia que tendrían una serie de fijaciones sobre las propiedades modales. Para ello se han realizado tres casos donde los soportes se encuentran separados de diferente manera.

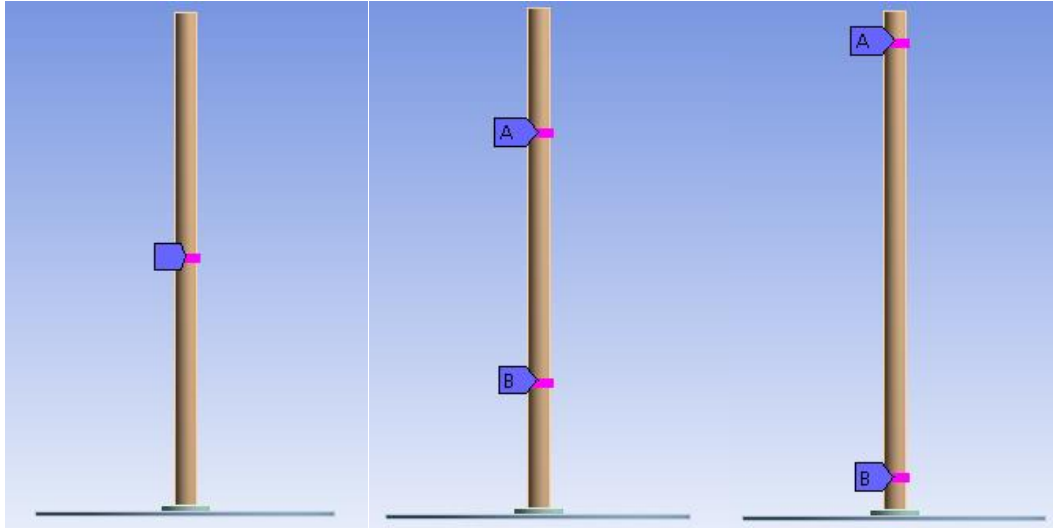


Figura 41: caso 1, caso 2, caso 3, respectivamente, de las diferentes posiciones de los soportes en la estructura envuelta en aire

Caso 1: En el primer caso, tenemos los dos soportes situados en la posición central del eje, tal y como se ve en la figura 41. Se va a simular esta situación para estudiar la influencia que tienen estas fijaciones en los modos vibratorios. Una vez hecha la simulación, se han obtenido los siguientes resultados.

Numero de frecuencia	fn 1	fn 2	fn 3	fn 4	fn 5	fn 6	fn 7	fn 8
Frecuencia (Hz)	161,62	222,745	343,635	601,12	664,74	725,8	925,21	1052,6

Tabla 15: frecuencias naturales del primer caso

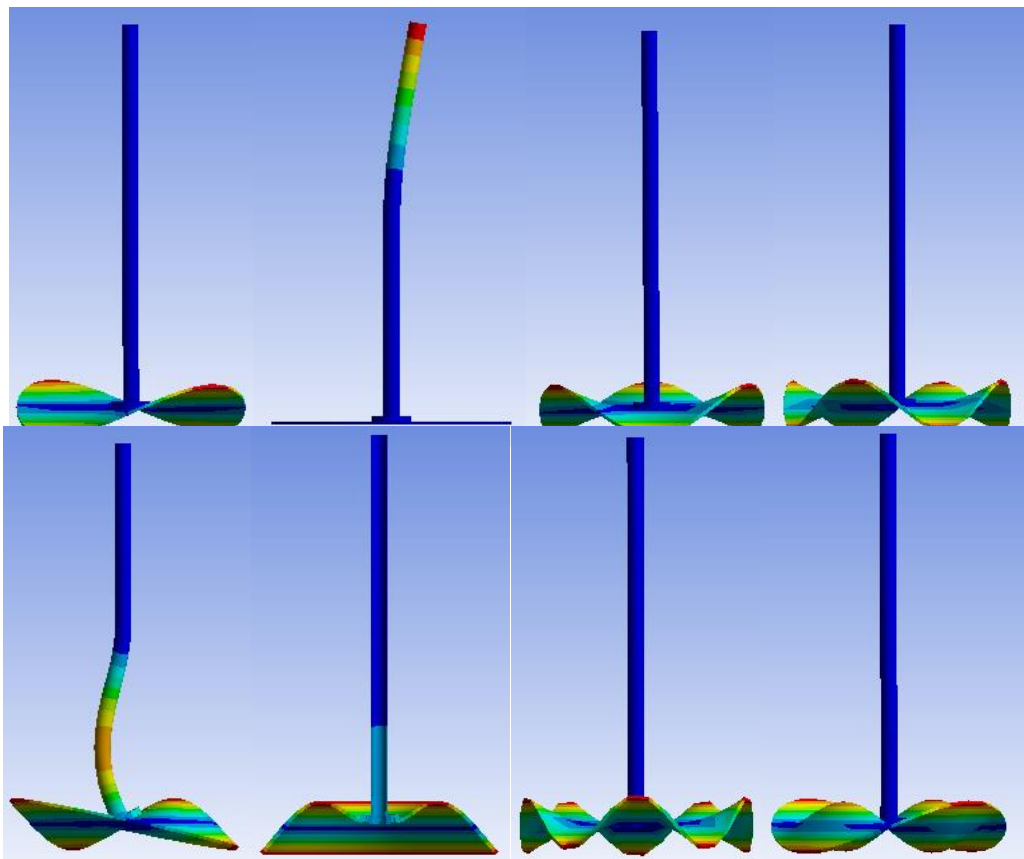


Figura 42: modos de vibración de las frecuencias naturales del caso 1

Comparando los resultados presentados anteriormente con los obtenidos cuando la figura estaba libre, se observa que poner una fijación en el centro del eje provoca una serie de consecuencias. Por un lado, las formas modales que se presentaban con el eje en reposo, no se observan cambian en la forma modal. En cambio, las formas modales las cuales el eje producía un movimiento vibratorio, se mueven de manera diferente. La segunda frecuencia natural presenta solo movimiento en la parte superior del eje. En cambio, la quinta frecuencia natural, presenta un movimiento vibratorio en la parte inferior, en vez de vibrar en todo el eje.

Caso 2: El segundo caso, tenemos los dos soportes situados a 172,5 mm y a 517,5 mm respecto a la parte superior del eje, como se ve en la *figura 41*. Se va a simular esta situación para estudiar la influencia que tienen estas fijaciones en los modos vibratorios. Una vez hecha la simulación, se han obtenido los siguientes resultados.

Numero de frecuencia	fn 1	fn 2	fn 3	fn 4	fn 5	fn 6	fn 7	fn 8
Frecuencia (Hz)	161,62	343,635	601,12	744,77	748,83	862,09	925,21	1052,6

Tabla 16: frecuencias naturales del segundo caso

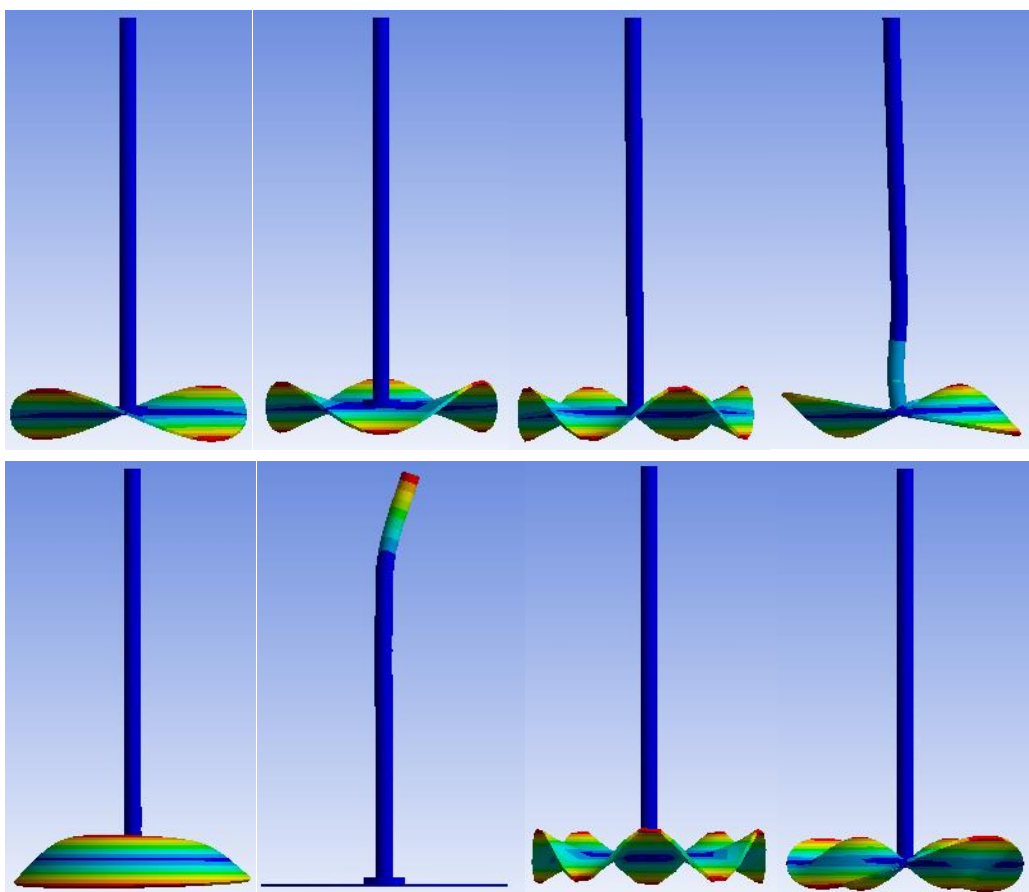


Figura 43: modos de vibración de las frecuencias naturales del caso 2

En el segundo caso, las fijaciones hacen que los modos de vibración sean parecidos a los del primer caso. Por lo contrario, cuando se fija la estructura con las fijaciones en esta posición, bloquea aún más el movimiento que en el primer caso, haciendo que el eje permanezca casi en reposo en todos los modos de vibración.

Caso 3: El tercer caso, tenemos los dos soportes situados a 43,125 mm y a 646,875 mm respecto a la parte superior del eje, como se ve en la *figura 41*. Se va a simular esta situación para estudiar la influencia que tienen estas fijaciones en los modos vibratorios. Una vez hecha la simulación, se han obtenido los siguientes resultados.

Numero de frecuencia	fn 1	fn 2	fn 3	fn 4	fn 5	fn 6	fn 7	fn 8	fn 9
Frecuencia (Hz)	161,67	343,635	451,655	507,985	601,12	764,98	833,92	925,21	1052,8

Tabla 17: frecuencias naturales del tercer caso

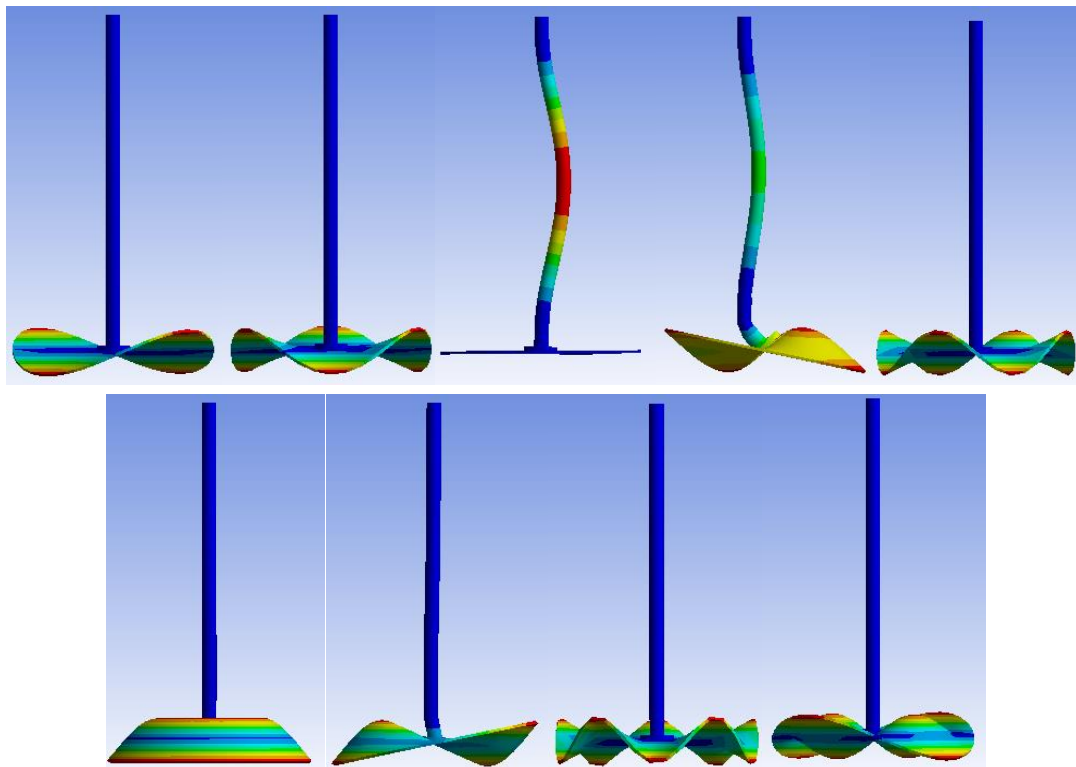


Figura 44: modos de vibración de las frecuencias naturales del caso 3

Por último, en el tercer caso, el movimiento del eje es mucho mayor que en los dos casos anteriores. También, poniendo estas fijaciones, en el tercer modo de vibración se genera una deformación muy grande.

6. Análisis modal acústico

En este capítulo se estudiarán las variaciones en las propiedades de cada estructura de estudio cuando se sumergen dentro del recipiente descrito anteriormente. En este recipiente, está el fluido agua, por lo que se analizará la influencia de una cierta cantidad de agua sobre las frecuencias naturales y los modos de vibración correspondientes a las geometrías de estudio. Esta influencia se analizará con la relación de reducción de la frecuencia:

$$RRF = 100 \cdot \left(\frac{f_{vacío} - f_{agua}}{f_{vacío}} \right) = 100 \cdot \left(\frac{f_{aire} - f_{agua}}{f_{aire}} \right)$$

Además, las estructuras se han introducido en el recipiente verticalmente, y como existen muchas posibilidades de poner la estructura dentro del recipiente, se ha estudiado el caso donde el disco queda en medio del recipiente. De esta manera al disco le queda la misma cantidad de agua por encima que por debajo. Para el eje, como sus dimensiones son superiores al recipiente se ha colocado de manera que el disco quede en medio cuando este se acople al disco.

6.1. Disco

El objetivo de este subcapítulo es comparar las frecuencias naturales y sus modos de vibración cuando están sumergidas en este recipiente, con las obtenidas en el capítulo anterior cuando estaban en el aire.

Primer modo de vibración: este modo de vibración aparece en la frecuencia 88,38 Hz. Es similar al primer modo de vibración del disco en el aire. Presenta también un nodo en forma de estrella con cuatro patas y su máxima deformación también se encuentra en cuatro zonas exteriores al disco.

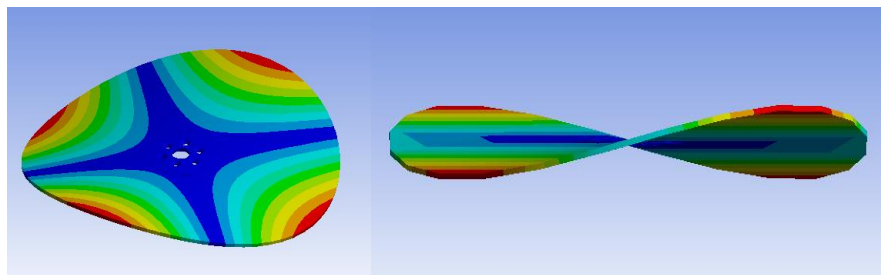


Figura 45: Primer modo de vibración del disco sumergido en agua

Segundo modo de vibración: este modo de vibración aparece a 149,7 Hz. Presenta un nodo en forma de elipse a mitad del disco. Su movimiento es simétrico respecto a cualquier plano que contenga el eje Y. Este modo de vibración corresponde al segundo modo de vibración del disco cuando esta rodeado en aire.

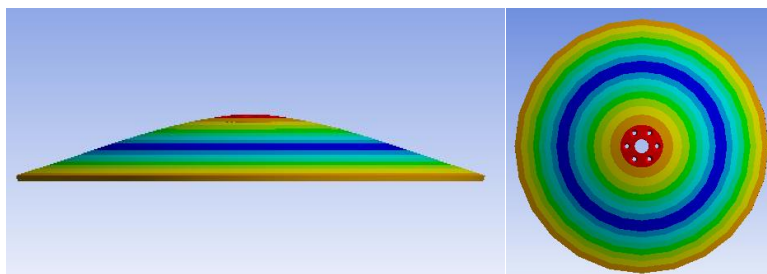


Figura 46: Segundo modo de vibración del disco sumergido en agua

Tercer modo de vibración: este modo de vibración el cual aparece a 223,125 Hz, es parecido al tercer modo de vibración del disco en aire. Su movimiento está alrededor de un nodo en forma de estrella de seis patas y sus máximas deformaciones se presentan en las mismas zonas.

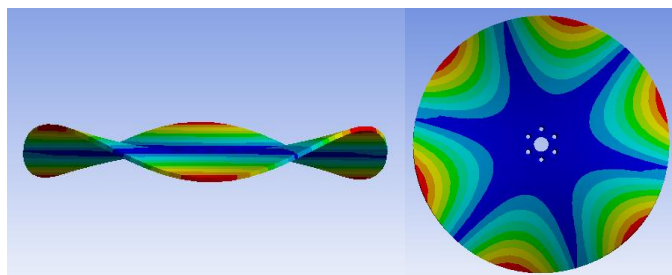


Figura 47: Tercer modo de vibración del disco sumergido en agua

Cuarto modo de vibración: esta forma modal aparece en la frecuencia 351,42Hz. Su nodo esta compuesto por dos nodos circulares de mismo radio. Este modo de vibración es similar al cuarto modo de vibración de disco cuando esta rodeado de aire.

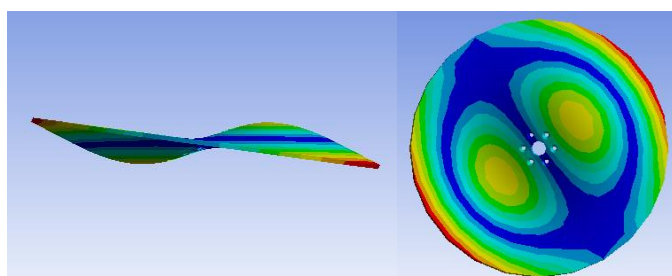


Figura 48: Cuarto modo de vibración del disco sumergido en agua

Quinto modo de vibración: este modo que aparece en la frecuencia 413,035Hz se mueve alrededor de un nodo en forma de estrella de ocho patas. Es un modo de vibración similar al quinto modo de vibración del disco cuando esta en aire.

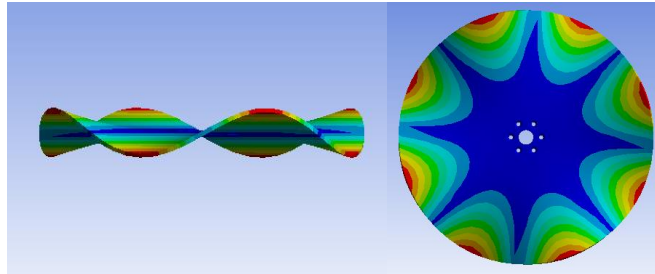


Figura 49: Quinto modo de vibración del disco sumergido en agua

Sexto modo de vibración: este modo de vibración aparece a 608,06 Hz. Es un modo de vibración peculiar, ya que no corresponde a ningún modo de vibración del disco en aire. Presenta dos nodos circulares cuntrado en el origen del disco, pero de diferentes diámetros.

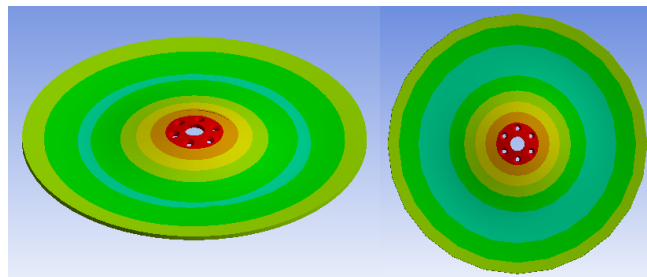


Figura 50: Sexto modo de vibración del disco sumergido en agua

Séptimo modo de vibración: este modo de vibración aparece a 632,74 Hz. Se mueve de la misma manera que el séptimo modo de vibración del disco cuando está rodeado de aire.

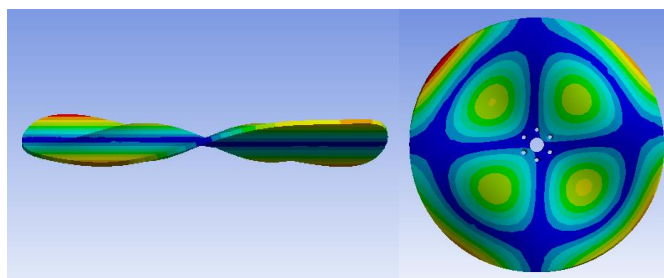


Figura 51: Séptimo modo de vibración del disco sumergido en agua

Octavo modo de vibración: este modo de vibración se da a la frecuencia 659,45 Hz. No corresponde a la misma posición del disco cuando esta en aire como el resto de formas modales, sino que corresponde a la sexta forma modal. Su movimiento se realiza alrededor de un nodo en forma de estrella de diez patas.

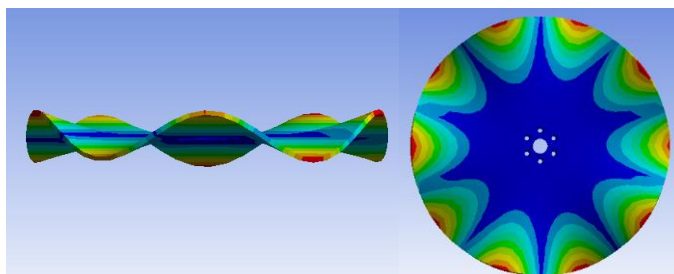


Figura 52: Octavo modo de vibración del disco sumergido en agua

Una vez encontrados todos modos de vibración que se corresponden al disco cuando está rodeado de aire, se ha realizado una gráfica donde se puede observar claramente que todos los modos de vibración presentan una reducción en cuanto a frecuencia. El agua del recipiente al tener una densidad mayor a la del aire, causa un efecto que hace que las frecuencias encontradas en el aire (al que hemos supuesto como vacío) disminuyan drásticamente. Todas las reducciones encontradas tienen un valor de alrededor de un 40–30% de reducción. Esto es debido al efecto masa agregada explicado en el capítulo de la referencia bibliográfica.

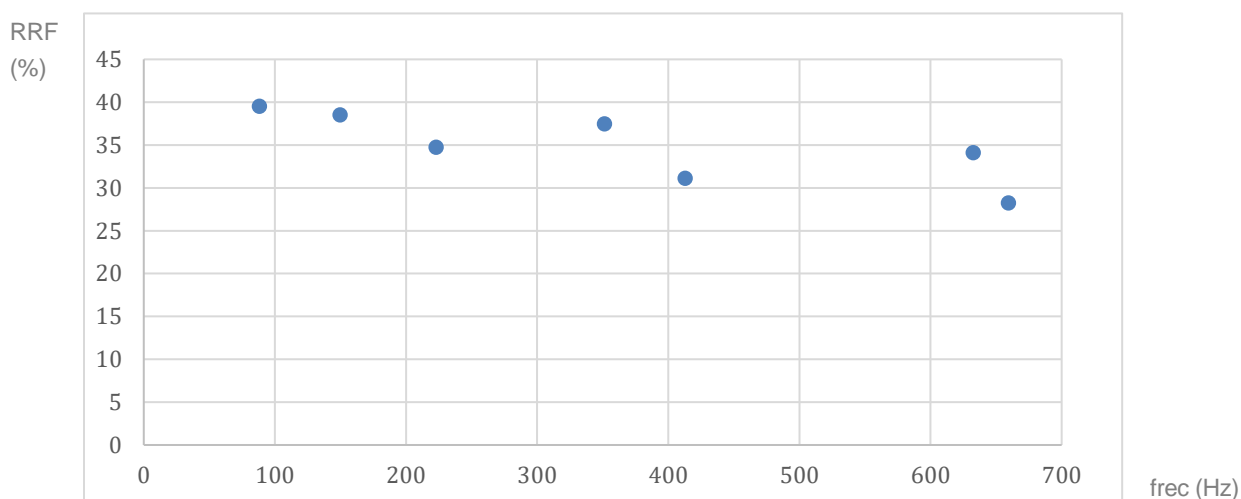


Figura 53: Gráfico de la relación de reducción de frecuencia en función de la frecuencia del disco en aire y en agua

	frecuencia (Hz)	FFR (%)
fn1	88,38	39,52
fn 2	149,7	38,52
fn 3	223,125	34,72
fn 4	351,42	37,48
fn 5	413,035	31,13
fn 7	632,74	34,09
fn 8	659,45	28,23
fn 6	608,06	-

Tabla 17: relación de reducción de frecuencia en función de la frecuencia del disco en aire y en agua

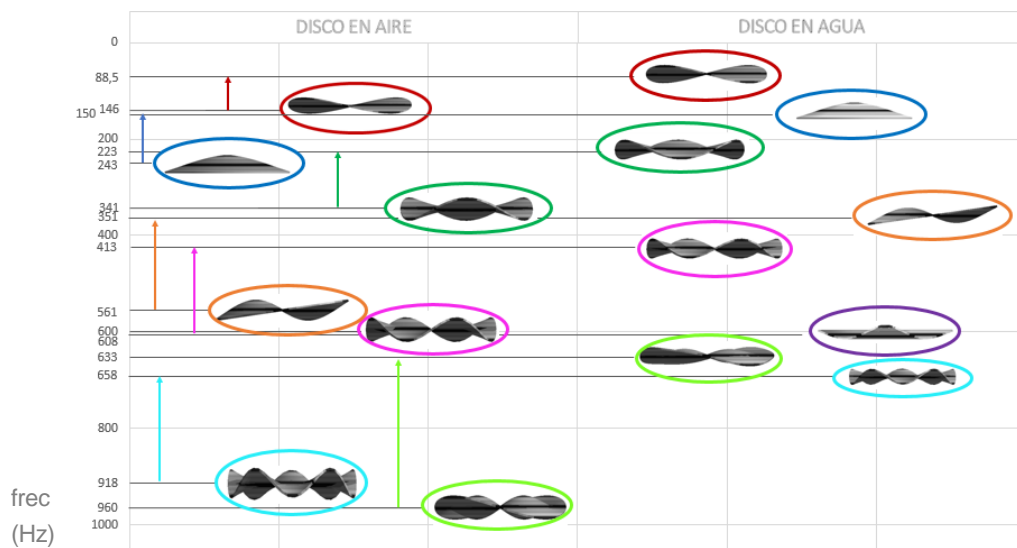


Figura 54: Gráfica comparativa de los modos de vibración del disco en aire y agua.

6.2. Eje

En este subcapítulo, se procederá a buscar las frecuencias naturales y sus modos de vibración correspondientes a los que se han encontrado en el aire. De esta manera, se determinará la interacción del agua del recipiente en la geometría del eje.

Primer modo de vibración: este modo de vibración se encuentra a 278,73 Hz. Su movimiento se realiza alrededor de dos nodos. Su máxima deformación se encuentra en el extremo superior. Este modo de vibración también se encuentra cuando el eje en vacío en el primer modo de vibración.



Figura 55: Primer modo de vibración del eje sumergido en agua

Segundo modo de vibración: este modo de vibración aparece a una frecuencia de 616,12 Hz. Su máxima deformación está en la zona inferior del eje, en la parte donde el eje se junta con el disco. Este modo de vibración tiene la peculiaridad de que no se encuentra en los modos de vibración del eje cuando está en aire.



Figura 56: Segundo modo de vibración del eje sumergido en agua

Tercer modo de vibración: este modo de vibración, aparece a una frecuencia de 770,49 Hz. Su movimiento se realiza alrededor de tres nodos equidistantes. Su máxima deformación se encuentre en el extremo superior del eje. Esta forma modal se encuentra también cuando el eje está sumergido totalmente en aire en el segundo modo de vibración.

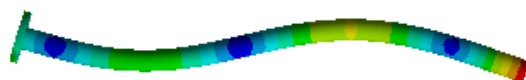


Figura 57: Tercer modo de vibración del eje sumergido en agua

En las gráficas que se encuentra a continuación, se presenta de manera visual las reducciones que presenta el eje cuando está en el recipiente llenado de agua. Primeramente, se puede observar que, en este caso, las frecuencias que corresponden a los mismos modos de vibración disminuyen. Esto es debido al efecto de la masa agregada presentado en el capítulo 2.3.2. También, se observa que la disminución del eje, una reducción menor del 10%, es mucho más pequeña que en el caso de la placa, una reducción entorno al 30%. Esto es

debido a que no sumergimos el cuerpo completamente. También, es debido a que la geometría del eje es mucha más aerodinámica que la del disco. El efecto de la masa agregada depende de un término que este está relacionado con la geometría de la estructura sumergida y cuanto más aerodinámica sea la estructura menos será la masa que se agrega a los cálculos y por lo tanto menos relación de reducción de radio tendrá la estructura.

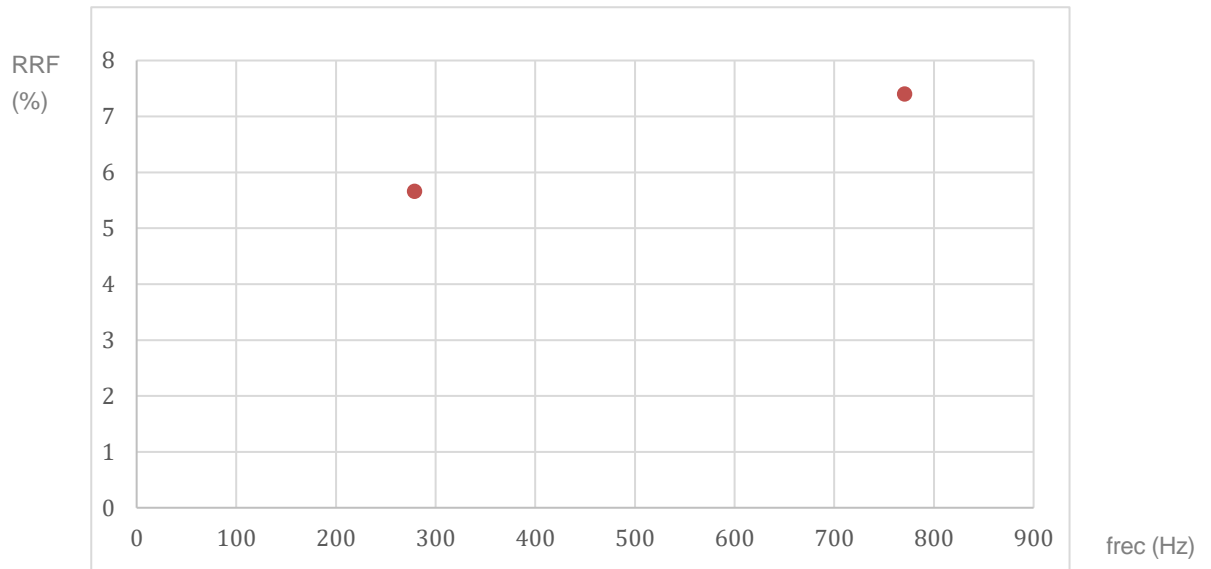


Figura 58: Gráfico de la relación de reducción de frecuencia en función de la frecuencia del eje en aire y en agua

	frecuencia (Hz)	FFR (%)
fn1	278,73	5,66
fn 2	770,49	7,4
fn 3	616,12	-

Tabla 18: relación de reducción de frecuencia en función de la frecuencia del eje en aire y en agua

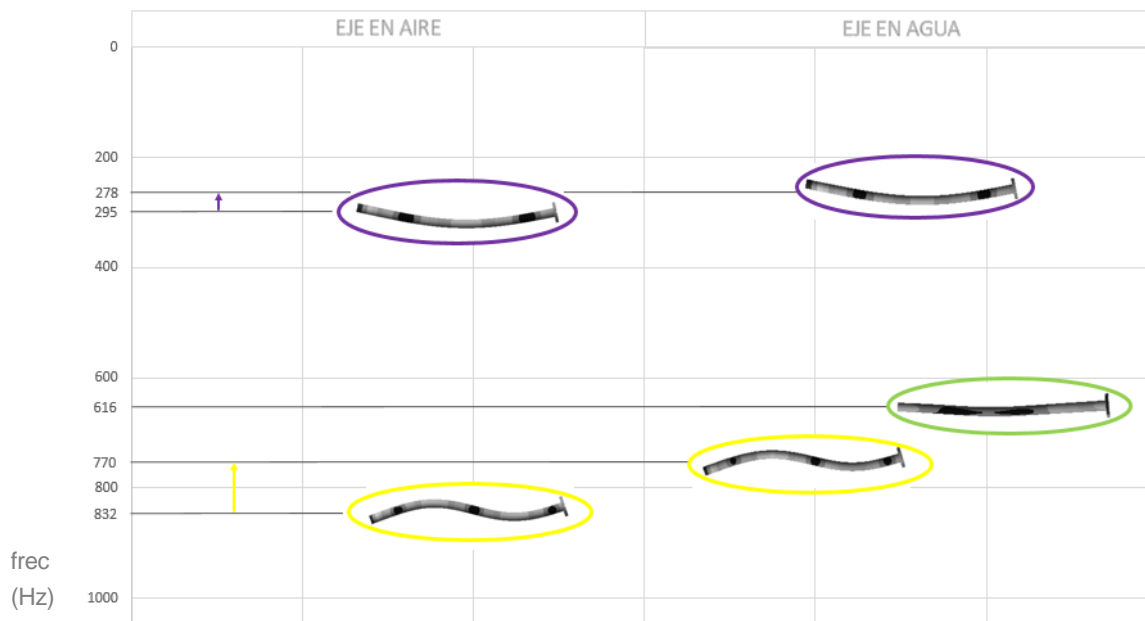


Figura 59: Gráfica comparativa de los modos de vibración del eje en aire y agua.

6.3. Estructura acoplada

Por último, una vez analizadas por separado las partes de la estructura, se procederá a analizar la estructura acoplada cuando está sumergida en el recipiente. Por una parte, se analizarán los cambios en las frecuencias y modos de vibración cuando esta estructura se acopla. Por otra parte, se hará una comparación con los resultados obtenidos en el análisis modal estructural de la estructura acoplada.

Primer modo de vibración: este modo de vibración aparece en la frecuencia 100,25 Hz. Su movimiento se compone por una parte del eje en reposo y por otra parte del primer modo de vibración del disco, que este se encuentra a una frecuencia de 88,464 Hz. Por lo tanto, la frecuencia presenta un aumento de 11,786 Hz. Por otra parte, esta forma modal corresponde a la primera forma modal de la estructura acoplada cuando está rodeado de aire.

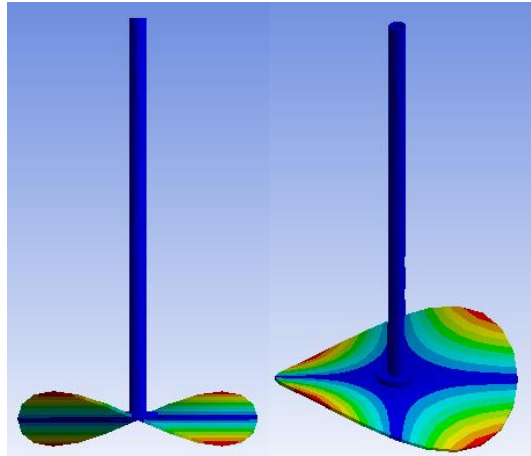


Figura 60: Primer modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en agua

Segundo modo de vibración: a este modo de vibración, le corresponde una frecuencia natural de 145,95 Hz. Por una parte, su movimiento está compuesto por el movimiento del eje que presenta una traslación vertical con una pequeña vibración horizontal en la parte superior. El movimiento del disco, corresponde al movimiento de la segunda forma modal del disco que se presenta en la frecuencia 149,69 Hz. Por otra parte, este modo de vibración, corresponde al segundo modo de vibración del conjunto acoplado cuando está rodeado de aire y este se presenta a una frecuencia de 201,87 Hz.

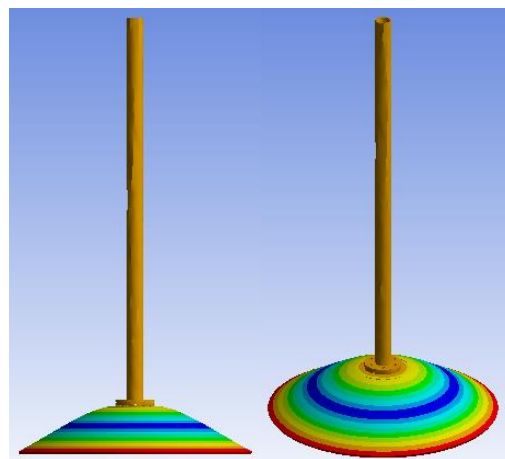


Figura 61: Segundo modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en agua

Tercer modo de vibración: Este modo de vibración aparece en una frecuencia de 225,15 Hz. Su movimiento está determinado por el disco, ya que el eje se presenta en reposo. El disco presenta un movimiento correspondiente a la tercera forma modal del disco sumergido en agua que se presenta a una frecuencia de 223,03 Hz. También, el movimiento del conjunto acoplado coincide con el movimiento del cuarto modo de vibración del conjunto acoplado.

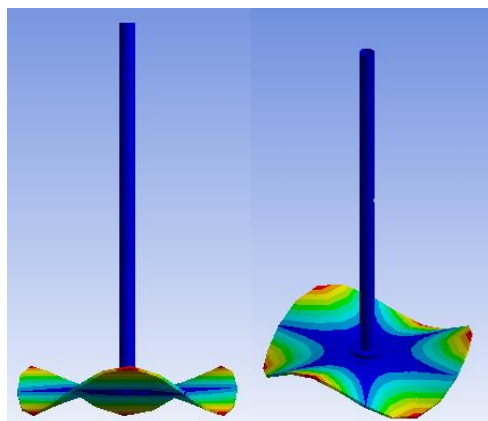


Figura 62: Tercer modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en agua

Cuarto modo de vibración: este modo de vibración aparece a 262,95 Hz. La mayor parte del movimiento de la estructura se presenta en el eje y la forma modal del eje coincide con el primer modo de vibración del eje cuando está en el recipiente. Esta forma modal del eje se presenta a una frecuencia de 278,65 Hz, por lo que es muy parecida. Por otra parte, la forma modal del conjunto corresponde al tercer modo de vibración de la estructura cuando esté en aire.

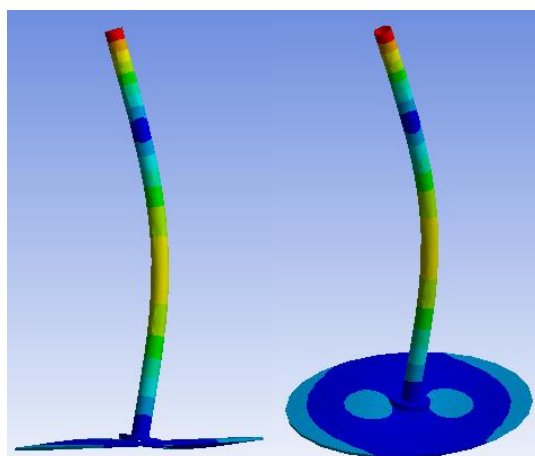


Figura 63: Cuarto modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en agua

Quinto modo de vibración: este modo de vibración, que aparece en la frecuencia 413,4 Hz, está compuesto por el eje en reposo y por el movimiento de disco. El disco vibra como la quinta frecuencia natural del disco cuando está sumergido en agua, y esta se presenta a una frecuencia similar, 412,63 Hz. El movimiento del conjunto corresponde a la quinta forma modal del conjunto cuando está sumergido en aire.

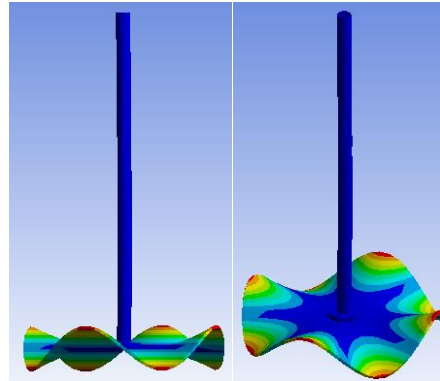


Figura 64: Quinto modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en agua

Sexto modo de vibración: a este modo de vibración le corresponde una frecuencia de 457,38 Hz. Su movimiento, está compuesto por el movimiento del eje y el movimiento del disco. El eje, presenta un movimiento con tres nodos como en la tercera frecuencia natural del eje cuando está en el recipiente. La gran diferencia, es que los nodos no se presentan equidistantes, sino que el nodo del medio se mueve un para más hacia abajo. Por la parte del disco, presenta el mismo movimiento que la cuarta frecuencia natural del disco sumergido en agua. Por otra parte, el movimiento del conjunto acoplado, es similar al sexto modo de vibración del conjunto cuando está rodeado de aire.

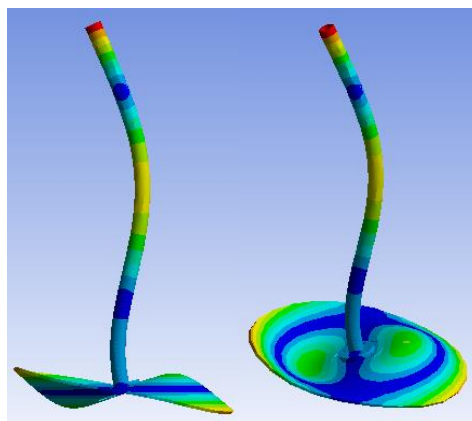


Figura 65: Sexto modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en agua

Séptimo modo de vibración: el séptimo modo de vibración aparece en una frecuencia de 594,02 Hz. El movimiento del conjunto está compuesto por el movimiento del eje y el disco. El eje vibra con una traslación vertical. Por la parte del disco, este se mueve como el sexto modo de vibración del disco rodeado de agua. El movimiento del conjunto acoplado, se presenta cuando la estructura acoplada está envuelta en aire, y este aparece en la séptima frecuencia natural.

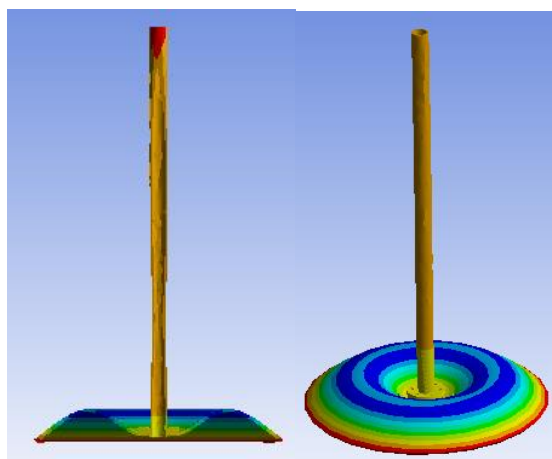


Figura 66: Séptimo modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en agua

Octavo modo de vibración: este modo de vibración se presenta a una frecuencia de 660,38 Hz. El eje se mantiene en reposo, mientras que el disco se mantiene vibrando. El disco se mueve como la octava forma de vibración del disco cuando está en el recipiente y se presenta casi a la misma frecuencia. La estructura completa, vibra como el noveno modo de vibración de la estructura acoplada cuando está rodeada de aire.

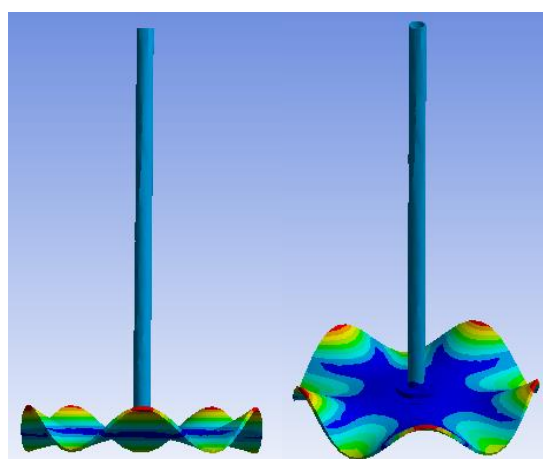


Figura 67: Octavo modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en agua

Noveno modo de vibración: este modo de vibración aparece en la frecuencia 702,85 Hz. El eje está en reposo, en cambio, el disco vibra como en el séptimo modo de vibración del eje cuando está en el recipiente. Por lo que hace al movimiento del conjunto, este se mueve como el décimo modo de vibración del conjunto rodeado en aire.

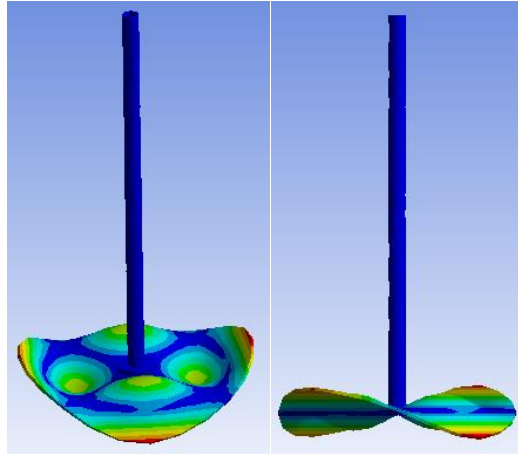


Figura 68: noveno modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en agua

Décimo modo de vibración: este modo de vibración que aparece a una frecuencia de 798,85 Hz. Su movimiento es el mismo que el sexto modo de vibración del conjunto cuando está sumergido en el recipiente. A diferencia de ese, el eje si presenta sus nodos equidistantes y en las mismas zonas que lo presentaba el eje por separado. En cambio, el disco presenta mucha menos amplitud haciéndose casi nula. Este modo de vibración corresponde al octavo modo de vibración del conjunto cuando está envuelto en aire.

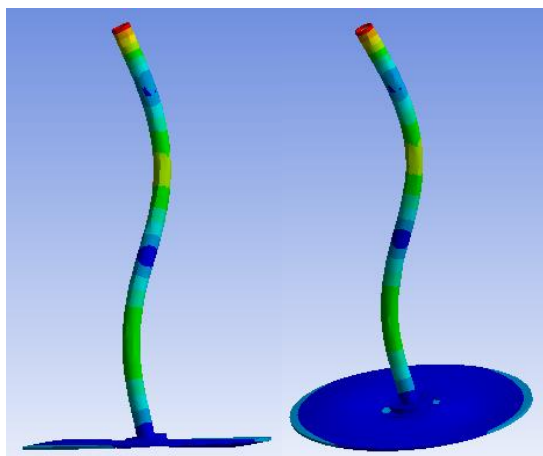


Figura 69: décimo modo de vibración del conjunto acoplado sumergido en agua

Para concluir este capítulo se han realizado dos gráficas que se presentan a continuación.

En la primera gráfica, se realizó con el objetivo de analizar el efecto que tiene acoplar las dos geometrías, el disco y el eje, entre sí. Además, se ha redondeado en diferentes colores los modos de vibración que se corresponden. Se puede ver que en algunos casos al juntar la estructura la frecuencia disminuye, en cambio en otros casos se puede observar lo contrario. En la mayoría de los casos que el eje está en reposo o en traslación vertical, el disco y el conjunto se presentan casi a la misma frecuencia. En cambio, cuando el eje vibra en el conjunto hay más diferencia entre las frecuencias naturales.

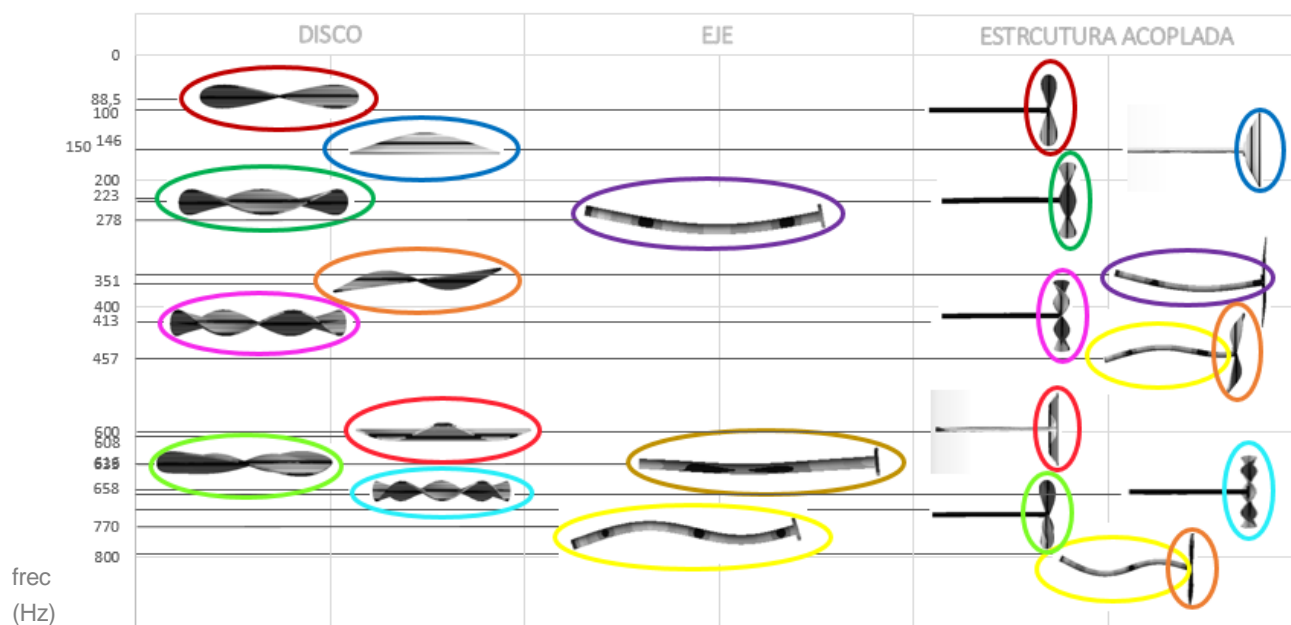


Figura 70: gráfica comparativa entre las estructuras acopladas e introducidas en agua

El objetivo de las siguientes gráficas es ver la interacción entre los diferentes fluidos, el aire y el agua, sobre la estructura acoplada. La primera conclusión que se puede sacar es que todas las frecuencias naturales que corresponden a los mismos modos de vibración disminuyen cuando la estructura está rodeada de agua. Esto es debido al efecto que se ha explicado en el capítulo 2.3.2, lo que se le llama la masa agregada. La masa agregada es una masa que se ha de tener en cuenta cuando una estructura está sumergida en un fluido. El aire es considerado el vacío, por lo que no se le tiene que añadir esta masa a sus cálculos. Como la masa es inversamente proporcional a la frecuencia y el aire es considerado vacío, por esta razón todas las frecuencias cuando están envueltas en aire disminuyen.

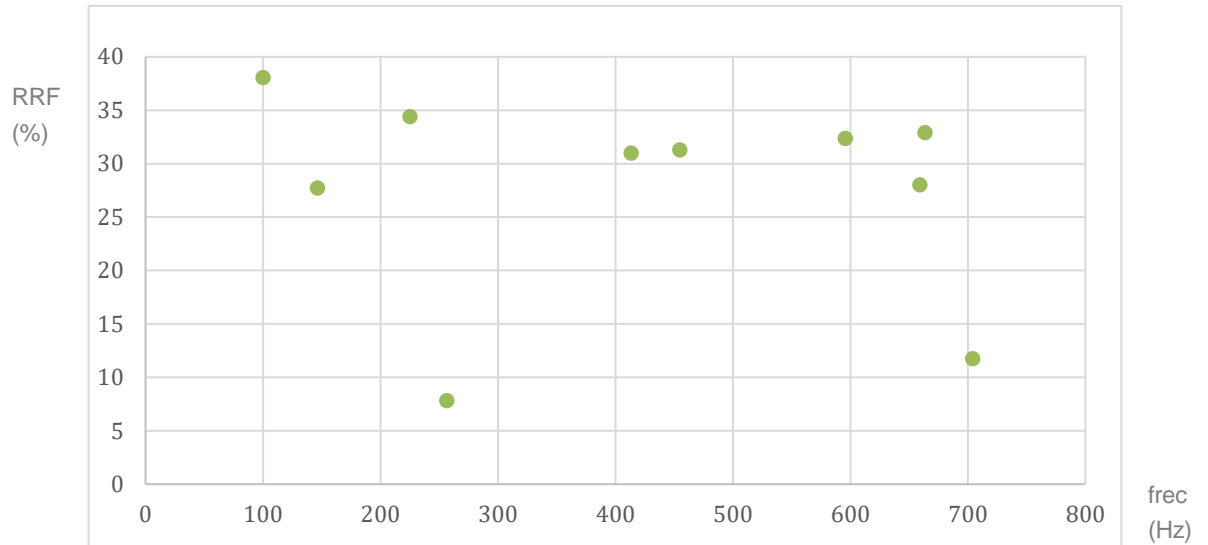


Figura 71: Gráfico de la relación de reducción de frecuencia en función de la frecuencia del conjunto acoplado en aire y en agua

	frecuencia (Hz)	FFR (%)
fn1	100,165	38,06
fn 2	146,36	27,7
fn 3	225,18	34,38
fn 4	256,54	7,81
fn 5	413,3	30,99
fn 6	454,95	31,29
fn 7	595,62	32,35
fn 8	659,17	28,01
fn 9	663,6	32,9

Tabla 19: relación de reducción de frecuencia en función de la frecuencia del conjunto acoplado en aire y en agua

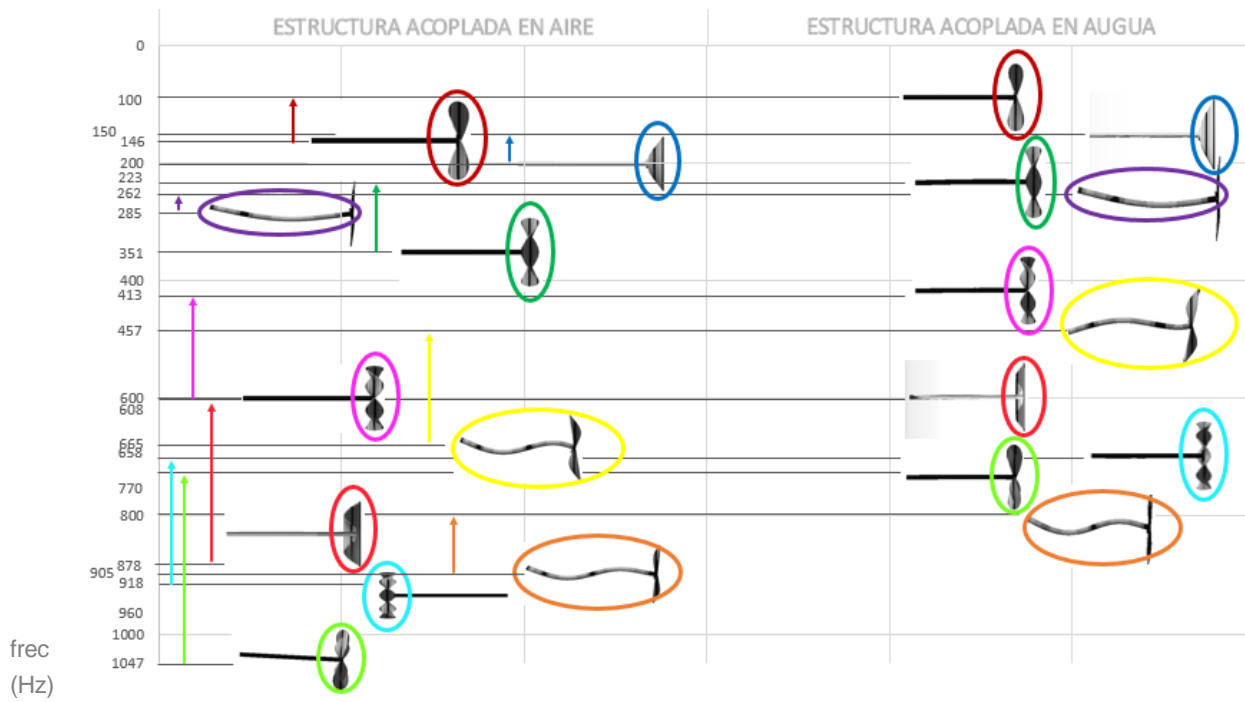


Figura 72: gráfica comparativa de la estructura acoplada en agua y en aire

7. Planificación

Este proyecto se ha tenido la duración de un cuatrimestre. Al ser un proyecto de larga duración y con muchas tareas, se ha realizado un diagrama de Gantt para poder repartir estas tareas, en función de su duración y dificultad, durante el periodo de tiempo previsto. De esta manera se ha tenido unos tiempos de orientativos para organizar mejor las tareas y poder llegar al final del proyecto.

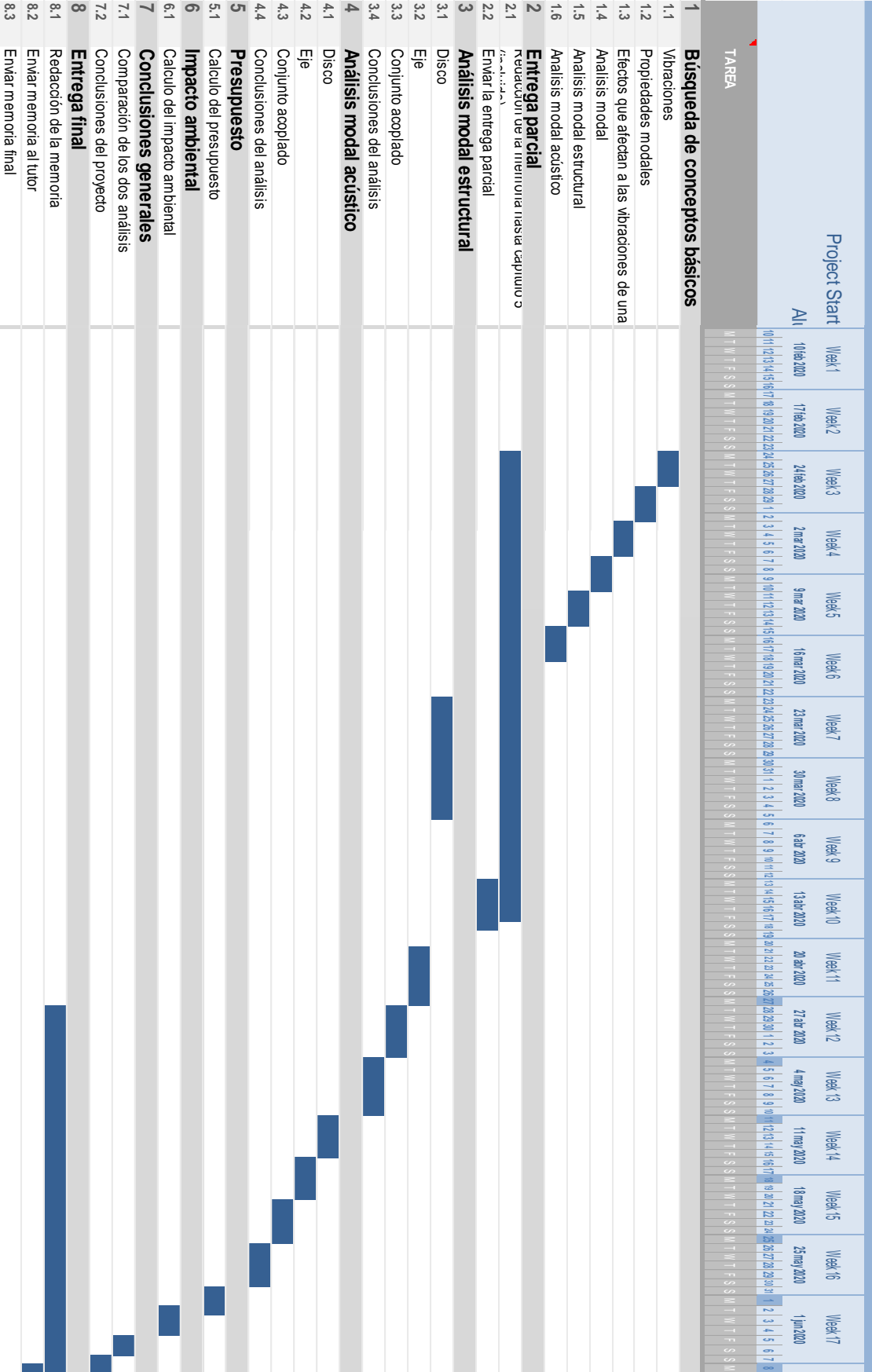
Este proyecto se ha dividido en dos partes. La primera parte del tiempo ha tenido una duración desde que se empezó hasta antes de la entrega parcial. En ella, la mayor parte del tiempo se ha dedicado a la revisión bibliográfica. Se ha dedicado el tiempo a hacer una revisión sobre las vibraciones, las propiedades modales de las vibraciones en estructuras, así como los efectos que tienen los fluidos sobre ellas. Se ha planteado el caso de estudio definiendo la geometría y el recipiente donde posteriormente se ha sumergido la pieza.

La otra parte del tiempo, donde se han invertido más horas que en la primera parte, ha sido la simulación numérica computacional con el programa ANSYS. Por una parte, se hizo el estudio modal estructural. Primeramente, del disco y el eje aislado, y después del conjunto acoplado. En este apartado también se ha analizado la influencia de poner unos soportes a la geometría de estudio. Por otra parte, se ha realizado el estudio modal acústico, donde primero se han estudiado el disco y el eje por separado, sumergidos en un recipiente. Seguidamente, se ha acoplado la estructura y se ha realizado un análisis modal acústico a esta. Una vez obtenidos los resultados de todas las simulaciones, se ha dedicado un gran periodo de tiempo a analizarlas, obteniendo diferentes conclusiones.

A continuación, se presenta el diagrama de Gantt que se ha seguido durante este proyecto.

Diagrama de Gantt

ETSEIB



8. Presupuesto

La realización de este proyecto conlleva a una serie de costes. El coste de la electricidad utilizada, es un coste relacionado con toda la energía eléctrica que consume el ordenador en las horas de trabajo. El coste ingenieril, el salario que tendría el ingeniero para desarrollar este proyecto. Por último, el coste de la licencia, que es lo que vale tener el programa ANSYS. Como se ha descargado la versión gratuita, ANSYS Student, este coste es nulo.

Coste licencia: la licencia del software ANSYS es de 7000€/año. Contando que en un año se trabajan 900 horas, el coste de la licencia por hora es de 7,78 €/h.

Coste de la licencia (€/h)	7,78
Tiempo de trabajo en ANSYS (h)	216
Coste total de la licencia durante el proyecto (€)	1680,48

Figura 73: Tabla del coste licencia

Consumo eléctrico:

Tiempo de trabajo (h)	360
Consumo medio de un ordenador (kW/h)	0,2
Coste de la energía eléctrica (€/kW)	0,1423
Coste total de la energía consumida (€)	10,25

Figura 74: Tabla del coste energético

Coste ingenieril:

Tiempo de trabajo (h)	360
Salario de un ingeniero junior (€/h)	20
Coste total ingenieril (€)	7200

Figura 75: Tabla del coste ingenieril

Coste total del proyecto: coste eléctrico + coste ingenieril + coste licencia = 8.890,73€

9. Impacto ambiental

En este proyecto se ha utilizado únicamente un ordenador, por lo que no ha tenido un impacto directo en el medio ambiente. En cambio, si se ha generado un impacto indirecto en el medio ambiente.

Por una parte, los ordenadores están compuestos por muchos elementos plásticos y tóxicos. Por lo tanto, es necesario reciclar el ordenador cuando su vida útil se haya terminado para poder utilizar estos elementos en otros electrodomésticos y así minimizar el impacto ambiental.

Por otra parte, cuando se utiliza un ordenador, se genera contaminación lumínica. Esta contaminación se produce cuando se utiliza la luz artificial, en este caso la generada por la pantalla del ordenador, durante la noche. Esta, afecta a muchos ecosistemas poniendo en peligro algunas especies como insectos o hongos que descansan durante el día y realizan sus actividades por la noche. Por lo que es necesario que las horas de trabajo se produzcan durante el día para no producir esta contaminación.

Por último, se ha querido calcular la huella de carbono que se genera utilizando el ordenador. La energía que consume un ordenador portátil es de 0,2 kWh, esto equivale a una huella de carbono de 9.277.108 kilogramos de CO₂. Puede parecer un valor muy grande, pero esta cantidad es mucho más pequeña de la que se generaría realizando estos estudios experimentalmente. Por lo que gracias a la simulación numérica hemos reducido la huella de carbono.

Conclusiones

Una vez finalizado este proyecto, se puede afirmar que se han cumplido con los objetivos. Primeramente, se ha hecho una revisión bibliográfica donde se han explicado los conceptos que se iban a necesitar para llevar a cabo el estudio planificado. Seguidamente, se ha concretado el caso a estudiar empezando por definir las geometrías de estudio y las condiciones de ensayo.

Una vez fijados los pasos previos, se han podido realizar las simulaciones numéricas computacionales con el método de los elementos finitos mediante análisis modales estructurales y acústicos. Antes de esto, se ha hecho un análisis de la sensibilidad del mallado para seleccionar un mallado adecuado y óptimo. Una vez realizado el análisis de la sensibilidad del mallado se ha podido simular, con el programa ANSYS, las diferentes situaciones planteadas. Con los resultados obtenidos, se han analizado tanto las respuestas modales de la estructura como del sistema sumergido.

Como conclusión, se han podido demostrar los efectos identificados a partir de la revisión bibliográfica y más concretamente los efectos de la masa agregada que aparecen cuando se sumerge una estructura en un fluido diferente al aire y de mayor densidad. Ello provoca que las frecuencias naturales de la estructura se reduzcan cuando se sumergen en agua y los modos de vibración correspondientes se modifiquen ligeramente. También, se ha podido ver la influencia que tiene tratar las estructuras por separado o acoplarlas entre ellas. En el caso del modelo estructural, también se ha analizado la influencia que tienen los soportes sobre la estructura.

Este proyecto tenía como objetivo analizar el comportamiento dinámico de una estructura en diferentes condiciones, cosa que se ha realizado con éxito. Por otra parte, se estima que cabe la posibilidad de llevar a cabo un trabajo futuro y continuar con este proyecto. Una vez analizado vía simulaciones numéricas computacionales, se tendrían de validar los resultados presentados en este proyecto mediante un estudio experimental.

Agradecimientos

Para concluir, me gustaría agradecer a todas aquellas personas que me han apoyado y ayudado durante este proyecto. En especial:

Al director de este proyecto, Francesc Xavier Escaler, por haberme guiado y haberme proporcionado siempre su ayuda durante toda la duración del proyecto, adaptándose a las nuevas situaciones tan imprevistas que nos ha dejado el Covid-19.

A Oscar de la torre y a Rafel Roig Bauzà del departamento de mecánica de fluidos, por haberme proporcionado todos los datos técnicos que se han ido necesitando y por haber estado siempre dispuestos a ayudarme.

Por último, me gustaría agradecer a mi familia por todo el soporte que me han proporcionado.

Bibliografía complementaria

- [1] White, G. (1990). *Introducción al análisis de vibraciones*. Boston, USA: AZIMA DLI.
- [2] Brüel & Kjaer. *Measuring vibration*. Denmark.
- [3] Martínez Miralles, J., Cardona Foix, S., & Flores S, E. G. (2007). Fundamentos básicos en el análisis de señales de vibración. *Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada*, 2, 26-34. Recuperado de http://www.unipamplona.edu.co/unipamplona/portallG/home_40/recursos/02_v07_12/revista_10/16112011/v10_05.pdf
- [4] Amaral, L. (2019, junio 5). Interacción Fluido-Estructura. Recuperado de <https://www.esss.co/es/blog/interaccion-fluido-estructura/>
- [5] Santiago Correa, V. (2007b). Elementos finitos en desplazamiento para interacción fluido acústico–estructura. *Ingeniería y Ciencia*, 3, 107-134. Recuperado de <http://publicaciones.eafit.edu.co/index.php/ingciencia/article/view/444/418>
- [6] Corona Cruz, A., Jiménez Salado, B., & Slisko, J. (2013, marzo). Cuerpos geométricos oscilando en un líquido: “Masa virtual”, paradoja de d’Alembert. *Phy. Educ.*, 7, 24-26.
- [7] Fu, Z. F., & He, J. (2001). *Modal Analysis*. Maarssen, Países Bajos: Elsevier Gezondheidszorg.
- [8] Thomson, W. (1996). *Theory of Vibration with Applications*. Abingdon, Reino Unido: Taylor & Francis.
- [9] Clough, Ray W. and Joseph Penzien. (1993) *Dynamics of Structures*, 2nd ED. Page 201-202, McGraw-Hill Publishing Company, New York