

Peti susret Hrvatskog društva za mehaniku
Terme Jezerčica, Donja Stubica, 6.-7. lipnja 2013.

ZAGRIJAVANJE VODE PRIRODNOM KONVEKCIJOM POMOĆU HORIZONTALNO URONJENOG GRIJAČA

Holik, M., Krizmanić, S., Ferdelji, N., Živić, M. & Galović, A.

Sažetak: U radu se prikazuje način zagrijavanja zadane mase vode prirodnom konvekcijom pomoću horizontalno uronjenog cilindričnog grijača. Razmatraju se dva načina zagrijavanja, održavanjem konstantne površinske temperature grijača i održavanjem konstantne snage grijača. Za rješenje postavljenog nestacionarnog problema korištene su dvije metode, analitička metoda s kvazistacionarnim modelom i numerička metoda konačnih volumena u okviru FLUENT računalnog paketa.

Ključne riječi: prirodna konvekcija, horizontalni grijač, kvazistacionarno zagrijavanje vode

1 UVOD

Prijenos topline prirodnom konvekcijom s horizontalnog cilindra ima različite primjene, od grijača vode, izmjenjivača topline, do solarnog grijanja i hlađenja elektroničkih paketa. Prirodna konvekcija oko horizontalnog cilindra [1] i cijevi [2] ispitivana je u prošlosti, a ispituje se i danas, s naglaskom na eksperimentalnu potvrdu [3, 4] numerički dobivenih rezultata [5]. U ovom radu se daje usporedba rezultata (vrijednosti temperature i toplinskog toka) dobivenih analitičkim modelom prijenosa topline korištenjem Eulerove vremenske integracije izvedene putem programskog jezika FORTRAN (u nastavku teksta - fortranskog koda) te numerički dobivenih rezultata korištenjem komercijalnog softvera FLUENT. Cilj je rada utvrditi uvjete pod kojima se s dovoljnom točnošću može primijeniti analitička metoda.

2 DEFINICIJA PROBLEMA

Razmatra se problem zagrijavanja vode mase $m_w = 5$ kg pomoću uronjenog horizontalnog grijača oblika cilindra. Riješena su dva slučaja zagrijavanja vode: održavanjem konstantne površinske temperature grijača i održavanjem konstantne snage grijača. U prvom slučaju, površina grijača ima konstantnu temperaturu $\vartheta_{s,0} = 90$ °C, a voda je u početnom trenutku temperature $\vartheta_{w,0} = 20$ °C. Drugi slučaj ima iste početne uvjete, dok je na stjecni grijača zadana konstantna snaga.

U radu su korištena dva pristupa:

- Analitički pristup, primjenom Churchillove korelacijske funkcije za računanje koeficijenta prijelaza topline. Jednadžbe dobivenog modela kvazistacionarnog prijelaza topline integrirane su Eulerovom metodom korištenjem fortranskog koda.
- Numerički pristup, rješavanjem sustava parcijalnih diferencijalnih jednadžbi koji opisuje prirodnu konvekciju u vodi. U tu svrhu korišten je komercijalni softver FLUENT.

3 MATEMATIČKI MODEL

Problem je definiran sustavom parcijalnih diferencijalnih jednačbi: jednačbom kontinuiteta, jednačbom količine gibanja i energijskom jednačbom primijenjenim za fluid. Vanjska granica područja zadana je kao nepropusna stijenka s adijabatskim rubnim uvjetom, a unutarnja granica: nepropusna stijenka s, u dva slučaja, postavljenim sljedećim rubnim uvjetima (prikazanim na sl. 1)

1. slučaj: konstantna temperatura grijača, $\vartheta_{s,0} = 90 \text{ }^\circ\text{C}$

2. slučaj: konstantan toplinski tok na površini grijača, $\Phi_{gr} = 350 \text{ W}$.

Model podrazumjeva dvodimenzijски proces s vertikalnom ravninom simetrije.

U ovom nestacionarnom problemu zagrijavanja vode prirodnom konvekcijom potrebno je riješiti istovremeno četiri jednačbe: jednačbu kontinuiteta, dvije komponente jednačbe količine gibanja i energijsku jednačbu, dane niže

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = \nabla \cdot [\mu (\nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T)] - \nabla p + \rho \vec{g} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho c \vartheta)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho c \vec{v} \vartheta) = \nabla \cdot (\lambda \nabla \vartheta) \quad (3)$$

gdje je t - vrijeme, \vec{v} - vektor brzine, ρ - gustoća vode, μ - viskoznost vode, c - specifični toplinski kapacitet vode, λ - toplinska provodnost vode, ϑ - temperatura u Celzijevim stupnjevima, p - tlak, \vec{g} - vektor ubrzanja zemljine sile teže (9.80665 m/s^2), ∇ - diferencijalni operator i $(\nabla \vec{v})^T$ - transponirani vektor gradijenta brzine.

Navedeni sustav jednačbi sa zadanim rubnim uvjetima riješen je pomoću softvera FLUENT. Kao rezultat proračuna dobivene su: vremenska promjene srednje temperature vode, vremenska promjena temperature grijača te vremenska promjena toplinskog toka na grijaču kao i polje brzine te polje temperature.

3.1 Jednačba prijelaza topline

U analitičkom pristupu, prijelaz topline s grijača na vodu modeliran je pomoću koeficijenta prijelaza topline. Toplina Q , koju u vremenskom intervalu Δt uronjeni grijač preda vodi računa se prema jednačbi

$$Q = \Phi_{gr} \Delta t = \alpha d \pi L (\vartheta_s - \vartheta_w) \Delta t = m_w c \Delta \vartheta_w \quad (4)$$

Koeficijent konvektivnog prijelaza topline α za model prirodne konvekcije oko horizontalne stijenke cijevi, s konstantnom površinskom temperaturom, određuje se prema sljedećoj jednačbi, [6]

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda} = \left[0,60 + \frac{0,387 Ra^{1/6}}{\left(1 + \left(\frac{0,559}{Pr} \right)^{9/16} \right)^{8/27}} \right]^2 \quad \text{za } 10^6 < Ra < 10^9 \quad (5)$$

dok za slučaj horizontalno uronjenog grijača s nametnutim konstantnim toplinskim tokom, koeficijent konvektivnog prijelaza topline se računa prema jednadžbi

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda} = 0,36 + \frac{0,518 Ra^{1/4}}{\left(1 + \left(\frac{0,559}{Pr}\right)^{9/16}\right)^{4/9}} \quad \text{za } 10^6 < Ra < 10^9 \quad (6)$$

U gornjim jednadžbama veličina Ra predstavlja Rayleighovu značajku koju se računa prema izrazu

$$Ra = GrPr = \frac{g\beta(\vartheta_s - \vartheta_w)d^3}{\nu^2} \cdot \frac{\mu c}{\lambda} \quad (7)$$

Fizikalna svojstva vode koja se javljaju u gornjim jednadžbama, uzimaju se za srednju vrijednost temperature vode $\vartheta_m = (\vartheta_w + \vartheta_s)/2$.

Fizikalna svojstva vode u funkciji temperature opisana su sljedećim jednadžbama:

$$\rho(\vartheta) = 1000,844264 - 0,07091626 \cdot \vartheta - 0,00368037159 \cdot \vartheta^2 \quad (8)$$

$$\beta(\vartheta) = -5,3359889 \cdot 10^{-5} + 1,52289953710^{-5} \cdot \vartheta - 1,285025336 \cdot 10^{-7} \cdot \vartheta^2 + 5,793796383 \cdot 10^{-10} \cdot \vartheta^3 \quad (9)$$

$$\lambda(\vartheta) = 0,5593847001 + 0,002168741815 \cdot \vartheta - 9,791336261 \cdot 10^{-6} \cdot \vartheta^2 \quad (10)$$

$$\mu(\vartheta) = 0,001731202336 - 4,608068794 \cdot 10^{-5} \cdot \vartheta + 5,799206954 \cdot 10^{-7} \cdot \vartheta^2 - 2,713558598 \cdot 10^{-9} \cdot \vartheta^3 \quad (11)$$

$$c(\vartheta) = 4207,07135 - 1,289804126 \cdot \vartheta + 0,01429382011 \cdot \vartheta^2 \quad (12)$$

Zagrijavanje vode pripada skupini nestacionarnih procesa, a korelacijske funkcije su definirane za slučaj stacionarnog prijelaza topline. Njihovo korištenje u ovom problemu podrazumijeva tako sporu promjenu temperaturnog polja da se može pretpostaviti potpuno razvijena prirodna konvekcija u svakom trenutku procesa. Proračun je proveden korištenjem jed. (4-12) iz kojih se dobiva povećanje temperature vode u promatranom vremenskom intervalu:

$$\Delta \vartheta_w = \frac{\alpha d \pi L (\vartheta_s - \vartheta_w)}{m_w c} \quad (13)$$

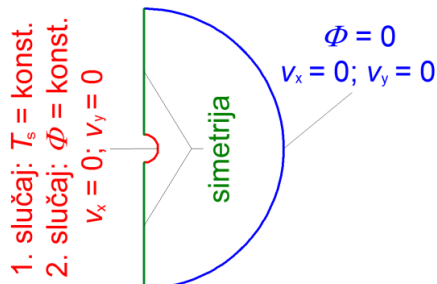
Koeficijent prijelaza topline α određen je u iteracijskom postupku, u kojem je, u svakom vremenskom koraku, postavljen kriterij: $\vartheta_{s,i} - \vartheta_{s,i+1} \leq 0,1$ °C. Prema algoritmu, u svakom vremenskom intervalu $\Delta t = 1$ s, temperatura vode u $k+1$ iteraciji računa se prema jednadžbi

$$\vartheta_w^{k+1} = \vartheta_w^k + \Delta \vartheta_w \quad (14)$$

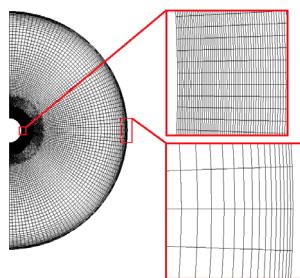
4 REZULTATI PRORAČUNA

4.1 Detalji rješenja u FLUENT-u

Mreža konačnih volumena, prikazana na slici 2, je usitnjena uz površinu grijača kako bi se obuhvatili veliki gradijenti temperature i brzine. Ukupan broj volumena je 54534. Pri proračunu je korišten SIMPLE algoritam, uz implicitnu vremensku integraciju drugog reda točnosti i uzvodne prostorne diskretizacije drugog reda točnosti. Vremenski korak je iznosio 0.005 s u slučaju sa zadanom konstantnom površinskom temperaturom grijača, odnosno 0.02 s u slučaju sa zadanom konstantnom snagom grijača.



Sl.1. Područje proračuna s rubnim uvjetima

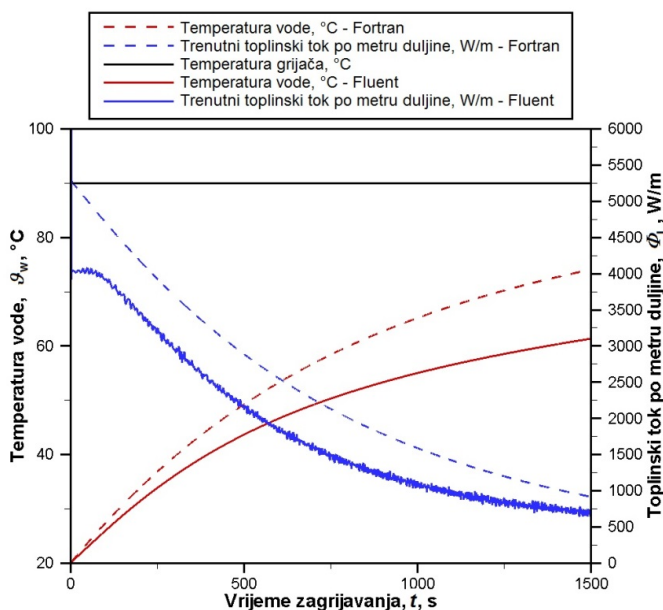


Sl. 2. Mreža konačnih volumena s detaljima

4.2 Usporedbe rezultata

4.2.1 Slučaj sa zadanom konstantnom površinskom temperaturom grijača

Dijagram na sl. 3. prikazuje vremensku zavisnost temperature vode i toplinskog toka izračunate analitičkom (Fortran) i numeričkom (Fluent) metodom.

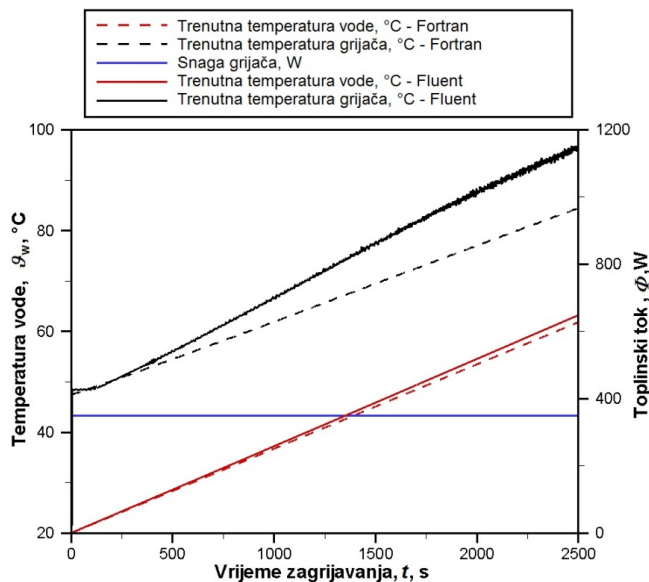


Sl. 3. Vremenska promjena temperature vode i toplinskog toka u slučaju sa zadanom konstantnom površinskom temperaturom grijača od $90\text{ }^\circ\text{C}$

Na toj su slici vidljiva primjetna odstupanja vrijednosti temperature vode (puna i crtkana crvena linija) kao i vrijednosti toplinskog toka (puna i crtkana plava linija) dobivene u numeričkom i analitičkom proračunu. Vidljivo je da su trendovi ovih promjena jednaki, te da temperatura vode kontinuirano raste tijekom vremena integracije od 1500 s, dok se vrijednost toplinskog toka kontinuirano smanjuje.

4.2.2 Slučaj sa zadanom konstantnom snagom grijača

Dijagram na sl. 4. prikazuje vremensku zavisnost temperature vode i toplinskog toka izračunate analitičkom (Fortran) i numeričkom (Fluentu) metodom.



Sl. 4. Vremenska promjena temperature vode i trenutne površinske temperature grijača u slučaju sa zadanom konstantnom snagom grijača od 350 W

Zadana konačna temperatura vode od 80 °C postignuta je nakon 3502 s. Odstupanja vrijednosti temperature u numeričkom i analitičkom proračunu (puna i crtkana crvena linija) su mala, dok odstupanja vrijednosti temperature grijača (puna i crtkana crna linija) rastu tijekom vremena.

5 ZAKLJUČAK

Provedena analiza zagrijavanja vode pomoću horizontalno uronjenog cilindričnog grijača je pokazala da se ovaj tipično nestacionarni problem može rješavati analitičkom metodom, primjenom kvazistacionarnog modela prijelaza topline. Rezultat analitičkog proračuna su vremenske promjene srednje temperature ukupne mase vode te toplinskog toka, za razliku od numeričkog rješenja koje daje prostornu raspodjelu trenutnih vrijednosti temperature vode, te polje brzine i tlaka. Usporedbom rezultata analitičkog i numeričkog proračuna mogu se uočiti odstupanja. Budući da je u analitičkom proračunu, u zadanom vremenskom intervalu pretpostavljen stacionarni prijelaz topline, odstupanja od nestacionarnog proračuna su očekivana. U daljnjem istraživanju potrebno je izvršiti numeričke simulacije procesa zagrijavanja vode u kojem će početni uvjet za nestacionarni proračun biti polje temperature i brzine dobiveno simulacijom prirodne konvekcije u stacionarnom stanju, kako bi se zanemarila inercija strujanja vode. Stacionarnu prirodnu konvekciju moguće je postići u domeni puno većeg promjera, u kojoj temperatura na vanjskoj granici ostaje nepromijenjena. Promjenom veličine vremenskog intervala u analitičkom proračunu, ispitat će se njegov utjecaj te točnost kvazistacionarnog modela.

Na osnovi daljnjih istraživanja, provođenjem numeričkih i analitičkih proračuna te eksperimenta bit će moguće odrediti, za zadanu geometriju grijača, koeficijent prijelaza topline u nestacionarnom procesu zagrijavanja vode, odnosno prilagoditi

Churchillove korelacijske funkcije nestacionarnim uvjetima zagrijavanja. Korištenjem analitičkog pristupa s kvazistacionarnim modelom zagrijavanja vode u odnosu na numerički pristup bitno se skraćuje vrijeme rada procesora i zauzeće memorije računala.

Literatura

- [1] Farouk, B., Guceri, S.I., „Natural convection from horizontal cylinder- laminar regime“, ASME J Heat Transfer, 103 (1981), str. 522 – 526
- [2] Tokura, I., Saito, H., Kishinami, K., Muramoto, K., „An experimental study of free convection heat transfer from a horizontal cylinder in a vertical array set in a free space between parallel walls“, ASME J Heat Transfer, 105, 1983, str. 102 – 107
- [3] Fiscaletti, D., Angeli, D.; Tarozzi, L.; Barozzi, G.S. “Buoyancy-induced transitional flows around an enclosed horizontal cylinder: An experiment”, International Journal of Heat and Mass Transfer, 58 (2013), str. 619 – 631
- [4] Grafstrnningen, S.; Jensen, A.; Pettersson Reif, B. A.; „PIV investigation of buoyant plume from natural convection heat transfer above a horizontal heated cylinder“, International Journal of Heat and Mass Transfer 54, 2011, str. 4975 – 4987
- [5] Yamamoto, S.; Niiyama, D.; Rog Shin, B., „A numerical method for natural convection and heat conduction around and in a horizontal circular pipe“, International Journal of Heat and Mass Transfer 47, 2004, str. 5781 – 5792
- [6] Cengel, Y.A., Heat Transfer: A Practical Approach, McGraw Hill, 2003.

Autori:

Mario Holik, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Strojarski fakultet u Slavanskom Brodu, Zavod za energetiku, Trg Ivane Brlić Mažuranić 2, 35000 Slavonski Brod, 00 tel. +385 98 987 14 85, e-mail: mario.holik@sfsb.hr

Severino Krizmanić, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za energetska postrojenja, energetiku i ekologiju, Ulica Ivana Lučića 5, Zagreb, e-mail: severino.krizmanic@fsb.hr

Nenad Ferdelji, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za termodinamiku, toplinsku i procesnu tehniku, Ulica Ivana Lučića 5, Zagreb, e-mail: nenad.ferdelji@fsb.hr

Marija Živić, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Strojarski fakultet u Slavanskom Brodu, Zavod za energetiku, Trg Ivane Brlić Mažuranić 2, e-mail: marija.zivic@sfsb.hr

Antun Galović, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za termodinamiku, toplinsku i procesnu tehniku, Ulica Ivana Lučića 5, Zagreb, e-mail: antun.galovic@fsb.hr