SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Lea Jambrečić

Zagreb, 2015.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor: Studentica:

Prof. dr. sc. Joško Parunov, dipl. ing Lea Jambrečić

Zagreb, 2015.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru prof. dr. sc. Jošku Parunovu i mag. ing. nav. arch. Ivani Gledić na razumjevanju i pomoći pri izradi ovog rada.

Također bi se htjela zahvaliti svojoj obitelji na podršci tijekom dosadašnjeg studiranja.

Lea Jambrečić

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija brodogradnje

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum 17-09-2015	Prilog
Klasa: 602-04/15-6/3	
Ur.broj: 15-1703-15-354	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Lea Jambrečić** Mat. br.: 0035173902

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **PRIMJENA METODE TEŽINSKIH FUNKCIJA U ANALIZI PROPAGACIJE PUKOTINE KROZ UKREPLJEN PANEL**

Naslov rada na engleskom jeziku: **APPLICATION OF WEIGHT FUNCTION METHOD IN THE ASSESSMENT OF CRACK PROPAGATION THROUGH STIFFENED PANEL**

Opis zadatka:

Metoda težinskih funkcija je relativno jednostavna metoda za određivanje faktora intenzivnosti naprezanja (SIF) potrebnog za analizu propagacije pukotine. Metoda se bazira na rasporedu naprezanja za neoštećenu konstrukciju, dobivenog vrlo finom mrežom konačnih elemenata. Integriranjem težinskih funkcija i naprezanja, uz pretpostavljenu putanju širenja pukotine, dolazi se do SIFa.

Primjena težinskih funkcija je pogodna kad je potrebna brza procjena propagacije, jer su uobičajne proračunske metode prekomplicirane. Tipičan primjer praktične primjenjivosti postupka je za procjenu propagacije oštećenja nastalog uslijed sudara ili nasukavanja broda, kako je predloženo u [1]. Detaljan opis metode i prikaz težinskih funkcija dan je u izvještaju SSC [2].

U završnom radu će se metoda najprije primijeniti na neukrepljenu ploču za koju postoji teorijsko rješenje za SIF. Zatim će se postupak primijeniti za tipični ukrepljeni panel brodske konstrukcije gdje će se izračunati SIF načelno usporediti s dostupnim rezultatima iz literature. U radu je potrebno modelirati konstrukciju konačnim elementima i programirati postupak numeričke integracije za određivanje SIFa. Na kraju je potrebno izvesti odgovarajuće zaključke.

[1] Caroll, L.B., Tiku, S., Dinovitzer, A.S., „SSC-429 Rapid Stress Intensity Factor Solution Estimation for Ship Structure Applications", Ship Structure Committee, Washington. 2003.

[2] Bardetsky, A., „Fracture mechanics approach to assess the progressive structural failure of a damaged ship", Collision and Grounding of Ships and Offshore Structures, Edts. Amdahl, J., Ehlers, S., Leira, B.,Taylor & Francis Group, 2013. London. p.77-84

Zadatak zadan:

25. studenog 2014.

Rok predaje rada:

1. rok: 26. veljače 2015.
2. rok: 17. rujna 2015.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 2., 3., i 4 . ožujka 2015.
2. rok: 21., 22., i 23. rujna 2015.

Zadatak zadao:

Joško Par

Prof. dr. sc. Joško Parunov

Predsjednica Povjerenstva:

Nastia Degiuli

Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

SADRŽAJ

POPIS SLIKA

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A	m^2	površina poprečnog presjeka
a	m	dubina pukotine
a_f	m	konačna veličina pukotine
a_i	m	inicijalna veličina pukotine
B	m	širina broda
b	m	širina ploče
C		parametar rasta pukotine
C_b		koeficijent punoće
D	m	visina broda
da/dN		brzina rasta pukotine
F		geometrijska funkcija
F	N	sila; narinuto opterećenje
$Fw(\Delta\sigma)$		funkcija razdiobe raspona vršnih naprezanja
h		parametar oblika Weibullove razdiobe
h	m	visina struka uzdužnjaka
Δh	m	pomak
I_y	m^4	moment tromosti
K	MPa $m^{0.5}$	faktor intenzivnosti naprezanja
ΔK	MPa $m^{0.5}$	raspon faktora intenzivnosti naprezanja
ΔK_{th}	MPa $m^{0.5}$	početna vrijednost raspona faktora intenzivnosti naprezanja
ΔK_{max}	MPa $m^{0.5}$	maksimalna vrijednost faktora intenzivnosti naprezanja
ΔK_c	MPa $m^{0.5}$	kritična vrijednost faktora intenzivnosti naprezanja kod koje dolazi do naglog i brzog pucanja
L	m	duljina broda
M_1, M_2, M_3		parametri koji odgovaraju geometriji pukotine
$m(x, a)$	$m^{0.5}$	težinska funkcija
m		parametar S-N krivulje
M_W	Nm	moment savijanja
N_f		broj ciklusa do potpunog propadanja pukotine
N_i		broj ciklusa početka rasta pukotine
N_p		broj ciklusa rasta pukotine
q		parametar mjerila Weibullove razdiobe
r		polarna koordinata
t	m	debljina ploče
t'	m	maksimalno podebljanje ploče
v	čv	brzina broda
W	m^3	moment otpora
w	m	širina ploče; u proračunu parametra M_1, M_2, M_3

Oznaka	Jedinica	Opis
$\Gamma(\,)$		gamma funkcija
Θ		polarna koordinata
λ		bezdimenzionalni omjer duljine pukotine i širine ploče
ν		Poissonov koeficijent
σ	N/mm^2	naprezanje
$\Delta\sigma$	N/mm^2	ekvivalentno naprezanje

SAŽETAK

Tema ovog rada je primjena metode težinskih funkcija (eng. *weight function method*) u analizi propagacije pukotine kroz ukrepljeni panel. Početak ovog rada daje uvid u osnove mehanike loma (eng. *fracture mechanics*) te se nastavlja sa opisom faktora intenzivnosti naprezanja *K* (eng. *stress intensity factor; SIF*). Slijedi objašnjenje metode težinskih funkcija koja se bazira na rasporedu naprezanja za konstrukciju bez pukotine. Raspored naprezanja je dobiven vrlo finom mrežom konačnih elemenata. U radu će se integrirati produkt težinskih funkcija $m(x, a)$ i naprezanja $\sigma(x)$, te uz pretpostavljenu putanju širenja pukotine doći će se do faktora *K* kojeg ćemo određivati za različite duljine. Spomenuti će se tri slučaja: neoštećena ploča (model A), ploča sa polukružnim oštećenjem (model B) i ploča sa oštećenjem trokutastog oblika (model C). U radu će se metoda primijeniti za sva tri slučaja, najprije na neukrepljenu ploču za koju postoji teorijsko rješenje za faktor intenzivnosti naprezanja. Zatim će se postupak primijeniti za ukrepljeni panel brodske konstrukcije. Na kraju rada spomenut će se Parisova jednadžba koja je najjednostavniji izraz za predviđanje brzine rasta pukotine (*da/dN*).

1. UVOD

Kako je navedeno od strane International Ship and Offshore Structures Congress (ISSC, 2009), nasukavanja i sudari se smatraju najčešćim brodskim nesrećama. Pri tome je potrebna procjena preostale čvrstoće broda prilikom transporta od mjesta nesreće do mjesta na kojem će se sanirati nastala šteta. Suština je procjena čvrstoće grednog nosača oštećene sekcije trupa nakon što su se odstranili oštećeni dijelovi brodske konstrukcije. Početno oštećenje je vremenski promijenjivo te se može proširiti djelovanjem dinamičkog opterećenja valova i postupno dovesti do smanjenja preostale čvrstoće brodske konstrukcije. To progresivno, vremenski ovisno oštećenje strukture trupa može na kraju dovesti do totalnog kolapsa nosivosti grednog nosača. Zbog ovih je razloga bitno uključiti analizu propagacije oštećenja u procjenu preostale čvrstoće brodske konstrukcije prilikom transporta oštećenog morskog objekta [1]. Ovaj rad se bavi primjenom metode težinskih funkcija, u analizi faktora intenzivnosti naprezanja, za tri različita slučaja. Razmatrati će se prvo ploča bez oštećenja, a kasnije ploča s polukružnim i trokutastim oštećenjem. Faktor K je najvažniji parametar mehanike loma pri proračunu dinamičke izdržljivosti i o njoj slijedi više u nastavku rada.

2. MEHANIKA LOMA

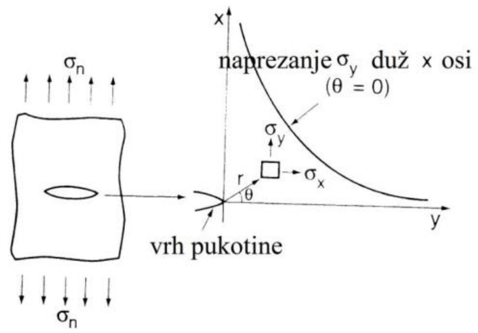
Mehanika loma proučava razvoj pukotine, njeno nastajanje, širenje te lom [2]. Njena osnovna zadaća je pronalaženje kvantitativnih veličina koje opisuju ponašanje pukotine u materijalu, kao i uvjete (naprezanje i opterećenje) koji vladaju oko pukotine. Ti uvjeti direktno ili indirektno utječu na njen rast. Ponašanje pukotine ovisi o određenim parametrima kao što su opterećenje, geometrija, značajke materijala i dr. Dijeli se na linearno- elastičnu mehaniku loma (eng. *linear-elastic fracture mechanics*; *LEFM*) koja polazi od pretpostavke da je plastična zona koja se pojavljuje oko vrha pukotine premala da bi u značajnoj mjeri utjecala na promjenu raspodjele naprezanja i na elastično-plastičnu mehaniku loma (eng. *elastic-plastic fracture mechanics; EPFM*) [3].

Parametri o kojima pri vrhu pukotine ovisi naprezanje su:

a) Faktor intenzivnosti naprezanja, *K*

b) Polarne koordinate, *r i θ* za element na Slici 1

c) Poissonov koeficijent *v*



Slika 1: Raspodjela naprezanja oko vrha pukotine

2.1 Faktor intenzivnosti naprezanja, *K*

Faktor intenzivnosti naprezanja je glavni parametar pri proračunu propagacije pukotine u pristupu koji obuhvaća linearno- elastičnu mehaniku loma. On ovisi o veličini pukotine i efektu naprezanja pri vrhu pukotine [4]. Elastična naprezanja oko vrha pukotine ovise o polarnim koordinatama r i θ, ali iznos tih naprezanja u bilo kom zadanom položaju ovisi isključivo o faktoru intenzivnosti *K*. Ako poznajemo iznos veličine *K*, možemo odrediti cijelo polje naprezanja oko vrha pukotine. Polarne koordinate i materijal ne utječu na veličinu faktora *K*, već on ovisi o vanjskom opterećenju, vanjskoj geometriji, načinu širenja pukotine kao i o geometriji same pukotine (veličina i oblik) [3].

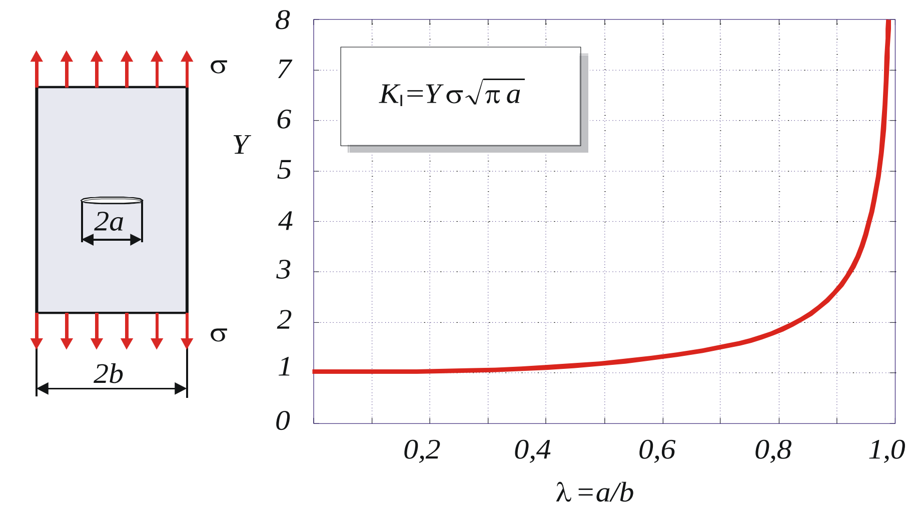
Opći oblik faktora K može se prikazati u sljedećem obliku: [4]

$$K = F\sigma\sqrt{\pi a} \tag{2.1}$$

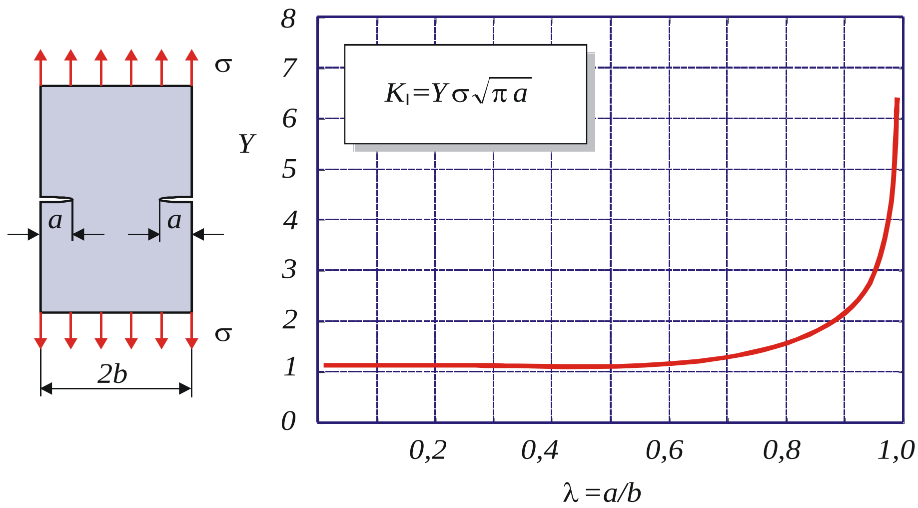
Gdje je:

- a- veličina pukotine
- σ- naprezanje
- F- geometrijska funkcija (eng. *geometry function*) koja ovisi o veličini i obliku pukotine

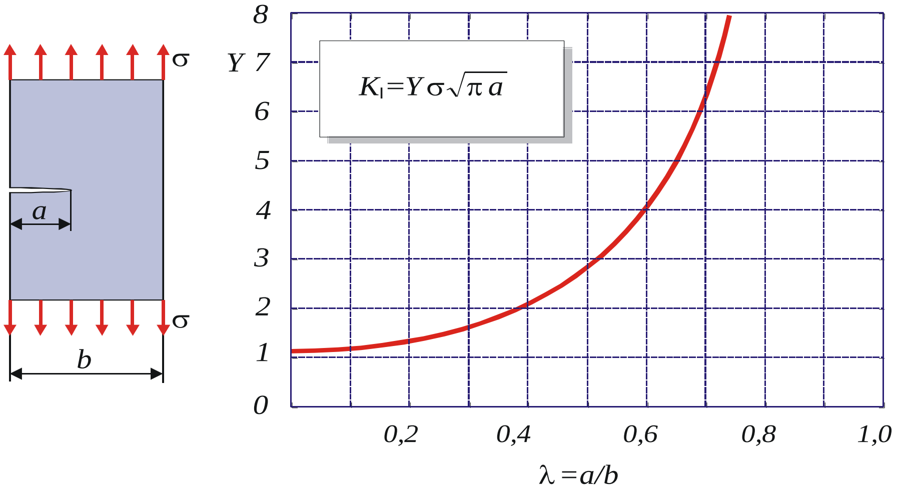
Za osnovne slučajeve aksijalno opterećenih ploča prikazana su rješenja za faktor intenzivnosti naprezanja na Slikama 2, 3 i 4 [2]



Slika 2: Pukotina u ploči



Slika 3: Simetrične pukotine na rubu ploče



Slika 4: Jednostrana pukotina u ploči

Pri čemu se geometrijska funkcija *F* (u formuli na dijagramu *Y*) računa prema: [2]

a) pukotina u ploči

$$F = \frac{1 - 0.5\lambda + 0.326\lambda^2}{\sqrt{1-\lambda}} \ , \ \lambda = \frac{a}{b} \tag{2.2}$$

b) simetrične pukotine na rubu ploče

$$F = \left(1 + 0.122\cos^4 \frac{\pi\lambda}{2}\right)\sqrt{\frac{2}{\pi\lambda}\mathrm{tg}\frac{\pi\lambda}{2}} \ , \ \lambda = \frac{a}{b} \tag{2.3}$$

c) jednostrana pukotina u ploči

$$F = 0.265(1-\lambda)^4 + \frac{0.857 + 0.265\lambda}{(1-\lambda)^{3/2}} \ , \ \lambda = \frac{a}{b} \tag{2.4}$$

Rješenja za proračun faktora intenzivnosti naprezanja prikazana na Slikama 2, 3 i 4 su korištena u ovom radu na neukrepljenoj, aksijalno opterećenoj ploči. Kod proračuna faktora *K* za složenije geometrijske oblike, kao što je ukrepljeni panel, potrebno je koristiti naprednije i kompliciranije metode. Jedna od njih je metoda težinskih funkcija o kojoj će biti rečeno više u nastavku rada.

3. METODA TEŽINSKIH FUNKCIJA

Metoda težinskih funkcija je jednostavna metoda za izračun koeficijenta intenzivnosti naprezanja *K*. Velika prednost ove metode je ta što ona ovisi samo o geometriji pukotine, te nakon što se odrede težinske funkcije za određenu geometriju, faktor intenzivnosti se može izračunati za bilo koju veličinu pukotine i narinuto opterećenje. Korist ove metode je brzi uvid u stanje oštećene konstrukcije. Takvo oštećenje bi inače zahtijevalo visoku točnost modeliranja cijele strukture, kakvo je moguće pomoću analize konačnih elemenata [4].

Metoda težinskih funkcija omogućuje izračun koeficijenta *K* jednostavnim integriranjem težinske funkcije *m(x, a)* i raspona naprezanja *σ(x)* duž pukotine *a*. Izračun je moguć za različita stanja opterećenja i različite duljine pukotine *a* prema izrazu: [4]

$$K = \int_0^a \sigma(x) m(x,a) dx \tag{3.1}$$

Opći oblik težinske funkcije koji se može koristiti za razne jednodimenzionalne pukotine dan je kako slijedi: [5]

$$m(x,a) = \frac{2}{\sqrt{2\pi(a-x)}}\left[1 + M_1(1-\frac{x}{a})^{\frac{1}{2}} + M_2(1-\frac{x}{a})^{1} + M_3(1-\frac{x}{a})^{\frac{3}{2}}\right] \tag{3.2}$$

Gdje je:

a- veličina pukotine
x- koordinata pukotine
M_1, M_2, M_3- parametri koji odgovaraju geometriji pukotine

Kako se vidi iz jednadžbe 3.2 težinska funkcija potpuno ovisi o parametrima M_1, M_2, M_3 koji se razlikuju s obzirom na geometriju same pukotine.

3.1 Težinska funkcija za jednostranu pukotinu

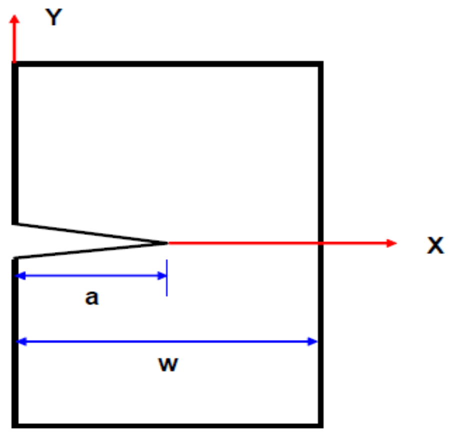
Sljedeće jednadžbe prikazuju izraze za parametre M_1, M_2, M_3 koji su potrebni za rješenje težinske funkcije kod modela sa jednostranom pukotinom. Geometrija pukotine je prikazana na Slici 5 [5].

$$M_1 = \frac{-0.029207 + \frac{a}{w}\left(0.213074 + \frac{a}{w}\left(-3.029553 + \frac{a}{w}\left(5.901933 + \frac{a}{w}(-2.657820)\right)\right)\right)}{1 + \frac{a}{w}\left(-1.259723 + \frac{a}{w}\left(-0.048475 + \frac{a}{w}\left(0.481250 + \frac{a}{w}\left(-0.526796 + \frac{a}{w}(0.345012)\right)\right)\right)\right)}$$

(3.3)

$$M_2 = \frac{0.451116 + \frac{a}{w}\left(3.462425 + \frac{a}{w}\left(-1.078459 + \frac{a}{w}\left(3.558573 + \frac{a}{w}(-7.553533)\right)\right)\right)}{1 + \frac{a}{w}\left(-1.496612 + \frac{a}{w}\left(0.764586 + \frac{a}{w}\left(-0.659316 + \frac{a}{w}\left(0.258506 + \frac{a}{w}(0.114568)\right)\right)\right)\right)}$$
(3.4)

$$M_3 = \frac{0.427195 + \frac{a}{w}\left(-3.730114 + \frac{a}{w}\left(16.276333 + \frac{a}{w}\left(-18.799956 + \frac{a}{w}(14.112118)\right)\right)\right)}{1 + \frac{a}{w}\left(-1.129189 + \frac{a}{w}\left(0.033758 + \frac{a}{w}\left(0.192114 + \frac{a}{w}\left(-0.658242 + \frac{a}{w}(0.554666)\right)\right)\right)\right)}$$
(3.5)



Slika 5: Prikaz pukotine na rubu ploče

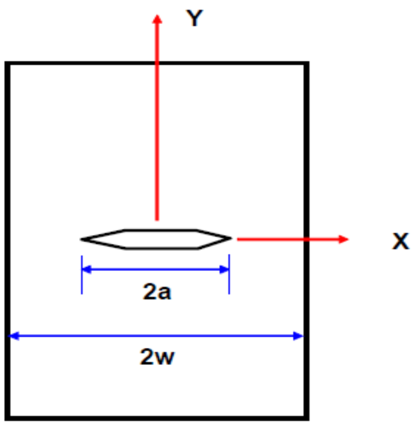
3.2 Težinska funkcija za pukotinu u ploči

Sljedeće jednadžbe prikazuju izraze za parametre M_1, M_2, M_3 koji su potrebni za rješenje težinske funkcije kod modela sa pukotinom u sredini ploče. Geometrija pukotine prikazana je na Slici 6 [5].

$$M_1 = 0.06987 + 0.40117\left(\frac{a}{w}\right) - 5.5407\left(\frac{a}{w}\right)^2 + 50.0886\left(\frac{a}{w}\right)^3 - 200.699\left(\frac{a}{w}\right)^4 + 395.552\left(\frac{a}{w}\right)^5 - -377.939\left(\frac{a}{w}\right)^6 + 140.218\left(\frac{a}{w}\right)^7 \quad (3.6)$$

$$M_2 = -0.09049 - 2.14886\left(\frac{a}{w}\right) + 22.5325\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 89.6553\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 210.599\left(\frac{a}{w}\right)^4 - 239.445\left(\frac{a}{w}\right)^5 - 111.128\left(\frac{a}{w}\right)^6 \quad (3.7)$$

$$M_3 = 0.427216 + 2.56001\left(\frac{a}{w}\right) - 29.6349\left(\frac{a}{w}\right)^2 + 138.40\left(\frac{a}{w}\right)^3 - 347.255\left(\frac{a}{w}\right)^4 + 457.128\left(\frac{a}{w}\right)^5 - 295.882\left(\frac{a}{w}\right)^6 + 68.1575\left(\frac{a}{w}\right)^7 \quad (3.8)$$



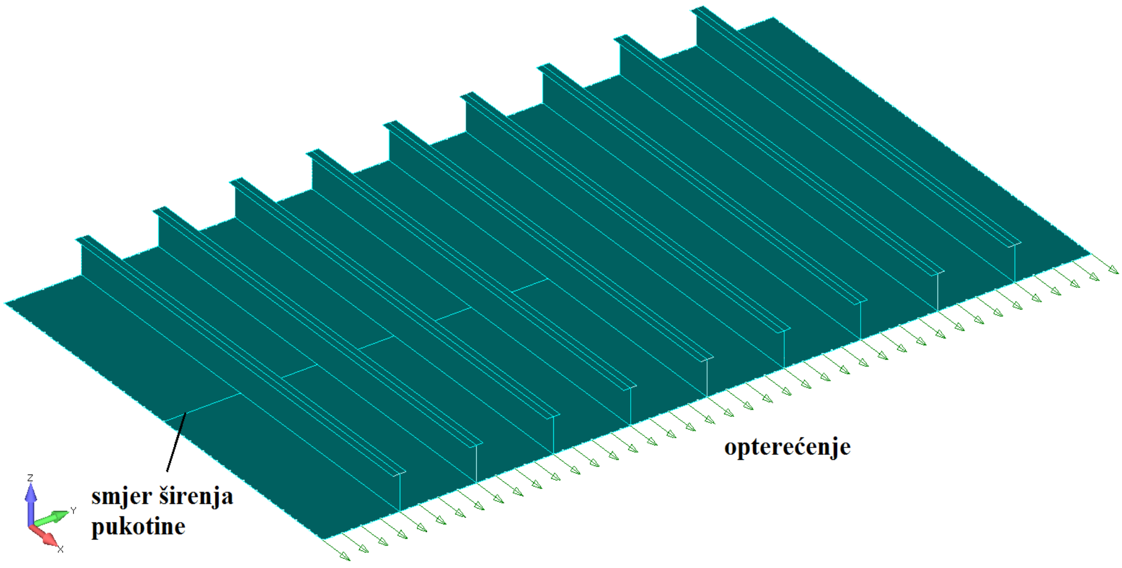
Slika 6: Prikaz pukotine u sredini ploče

4. PRIMJERI METODE TEŽINSKIH FUNKCIJA KOD PRORAČUNA FAKTORA *K*

Prvi korak proračuna je bio izračun naprezanja iz kojeg se dobila sila, odnosno vrijednost sa kojom se opteretila ploča. U drugom koraku proračuna slijedi izračun vrijednosti faktora intenzivnosti naprezanja pomoću metode težinskih funkcija, koristeći MS Excel i Mathcad. Metoda je prvo primijenjena na neukrepljenoj ploči za koju postoji teorijsko rješenje faktora *K*. Zatim se postupak primijenio na ukrepljeni panel. Na kraju je bilo potrebno, koristeći program FEMAP, modelirati različite konstrukcije mrežom konačnih elementa te napraviti statičku analizu u svrhu dobivanja naprezanja kojima ćemo također proračunati faktor *K* duž propagacijske linije.

4.1 Ulazni podaci

Ovaj rad se bavi sa proračunom faktora intenzivnosti naprezanja na dijelu ukrepljenog panela palube, tankera za prijevoz nafte. Dimenzije panela su 4800x8200 mm, pri čemu je razmak između okvira 4800 mm. Panel je ukrepljen T nosačem dimenzija 360x14 + 140x22 i debljine je 18 mm. Na Slici 7 dan je prikaz ukrepljenog panela sa smjerom širenja pukotine (duž osi *y*) i smjerom opterećenja.



Slika 7: Ukrepljeni panel

Ostali podaci:

L=	233	m
B=	42	m
D=	21	m
Cb=	0.85	
v=	16	čv
I_y=	355.2764	m^4
W=	29.83	m^3

4.2 Određivanje narinutog opterećenja

Prema DNV pravilima poglavlje 5-B 201 dani su progibni i pregibni momenti savijanja. Progibni moment savijanja:

$$M_W = -0.11\alpha C_W L^2 B\left(Cb + 0.7\right) \tag{4.1}$$

Pregibni moment savijanja:

$$M_W = 0.19\alpha C_W L^2 BCb \tag{4.2}$$

Pomoću srednje vrijednosti momenta savijanja M_W^{sr} i momenta otpora W dobivena je amplituda naprezanja σ kako slijedi:

$$\sigma = \frac{M_W^{\ sr}}{W} = 129.44 \ \text{N/mm}^2 \tag{4.3}$$

Preko akumuliranog oštećenja koristeći Weibullovu dugoročnu razdiobu raspona naprezanja i S-N pristup slijedi izraz za ekvivalentno naprezanje $\Delta\sigma$.

Weibullova razdioba:

$$Fw\left(\Delta\sigma\right) = 1 - e^{\left[\left(-\frac{\Delta\sigma}{q}\right)^h\right]} \tag{4.4}$$

Gdje je:

q- parametar mjerila Weibullove razdiobe

h- parametar oblika Weibullove razdiobe $\rightarrow h = 1$

Ekvivalentno naprezanje:

$$\Delta\sigma = q\Gamma\left(1 + \frac{m}{h}\right) \tag{4.5}$$

Gdje je:

m- parametar S-N krivulje $\rightarrow m = 3$

Γ- gamma funkcija $\rightarrow \Gamma\left(1 + \frac{m}{h}\right) = 6$

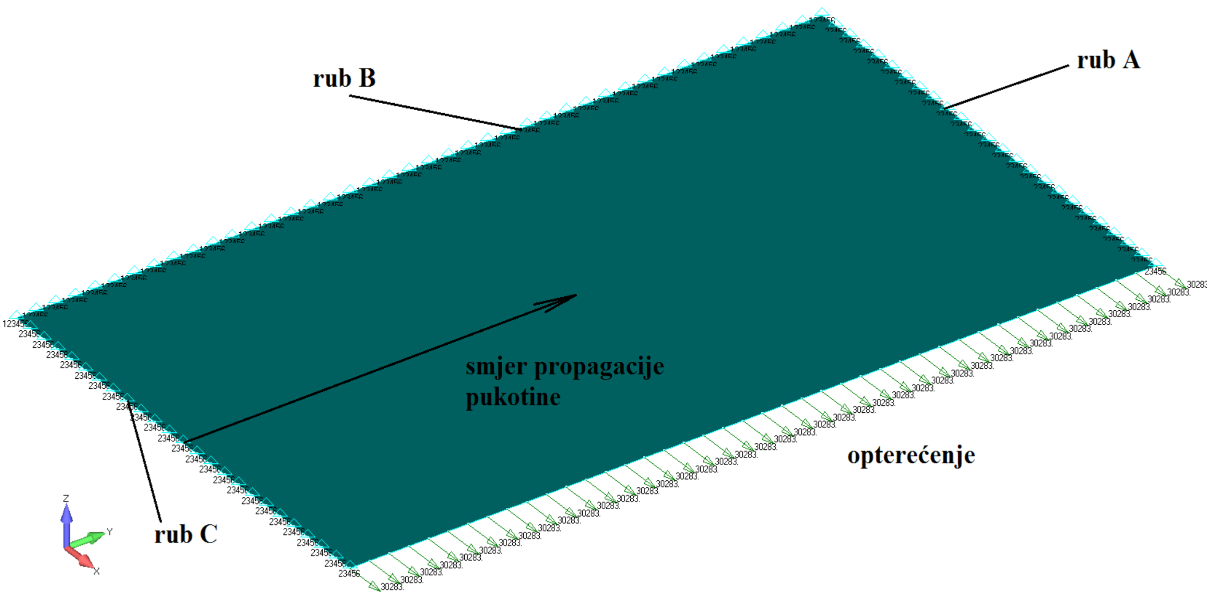
Prema tome, ekvivalentno naprezanje $\Delta\sigma$ iznosi: $\Delta\sigma$ = 84.33 N/mm^2

Slijedi izraz za silu F kojom smo aksijalno opteretili panel modeliran u FEMAP-u:

$$F = \Delta\sigma \ A = 12446446.96 \text{ N} \tag{4.6}$$

Gdje je A površina na koju djeluje opterećenje.

Konačna vrijednost sa kojom opterećujemo panel je dobivena kada silu F podijelimo sa brojem čvora duž linije na kojoj će djelovati opterećenje. Na Slici 8 dan je prikaz ploče sa pripadnim rubnim uvjetima, smjerom propagacije pukotine (pozitivan smjer osi y) i narinutom silom od 30283.32 N. Rubni uvjeti su sljedeći: na poprečnom rubu A spriječene su sve translacije i sve rotacije, dok je na uzdužnim rubovima B i C dopuštena samo translacija u smjeru osi x.



Slika 8: Prikaz rubnih uvjeta i opterećenja

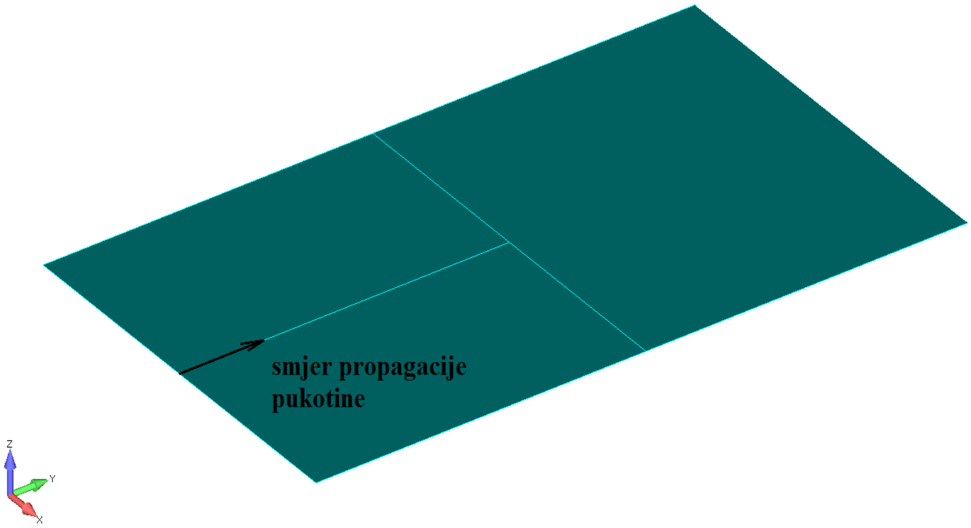
4.3 Proračun faktora intenzivnosti *K*

Prije izračuna koeficijenta K moraju se poduzeti sljedeći koraci:

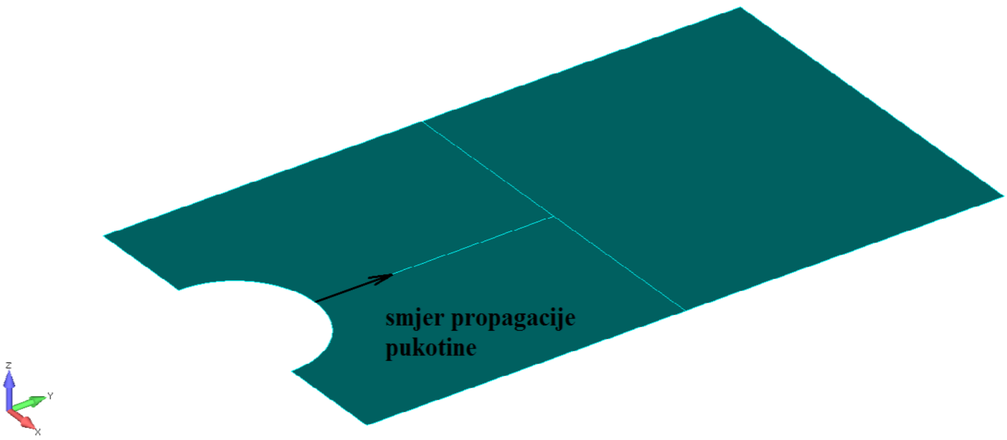
a) definiranje geometrije pukotine i linije kojom će se pukotina širiti
b) izračun parametra M_1, M_2, M_3 s obzirom na oblik pukotine
c) izračun težinske funkcije $m(x, a)$ koristeći jednadžbu 3.2
d) izračun raspona naprezanja $\sigma(x)$
e) množenje težinske funkcije $m(x, a)$ i naprezanja $\sigma(x)$, te integracija produkta duž pukotine a koristeći jednadžbu 3.1

Ovaj rad baviti će se jednostranom pukotinom u ploči pri čemu će se faktor intenzivnosti naprezanja izračunati za neoštećenu i oštećenu ploču.

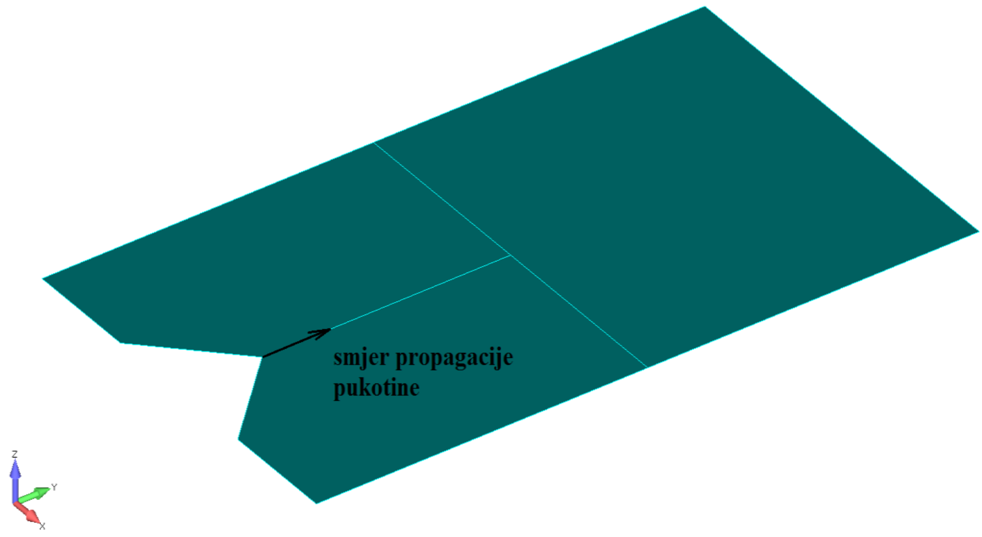
Promatrati će se neoštećena ploča (model A), te dva modela oštećene ploče. Model B ima oštećenje polukružnog oblika, promjera 2050 mm. Model C ima oštećenje trokutastog oblika, a dimenzije samoga oštećenja su jednake kao kod modela B. Proračun će se prvo provesti na neukrepljenoj ploči, zatim na ukrepljenom panelu. Na Slici 9, 10 i 11 prikazani su modeli na kojima se vidi pripadno oštećenje ploče i smjer propagacije pukotine.



Slika 9: Neoštećena ploča (model A)



Slika 10: Ploča sa oštećenjem polukružnog oblika (model B)



Slika 11: Ploča sa oštećenjem trokutastog oblika (model C)

4.3.1 Proračun faktora K na neukrepljenoj ploči

Proračun će se provoditi na neukrepljenoj- neoštećenoj i neukrepljenoj- oštećenoj ploči za koju će se razmatrati dva slučaja oštećenja kako je spomenuto ranije.

4.3.1.1 Proračun faktora K na neukrepljenoj- neoštećenoj ploči

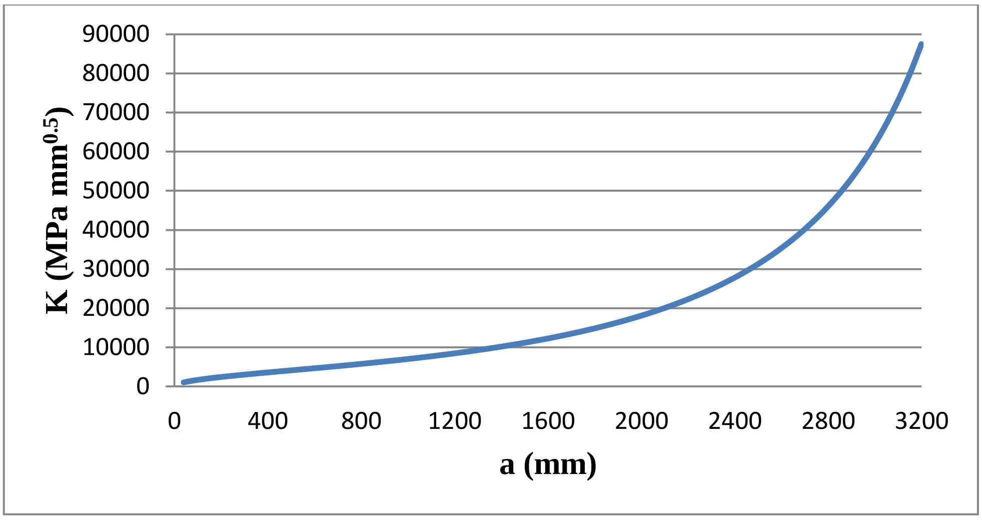
Za slučaj neukrepljene- neoštećene ploče, rješenje faktora *K* je analitičko. Jednadžba za izračun faktora intenzivnosti naprezanja prema jednadžbi 2.1 glasi:

$$K = F\sigma\sqrt{\pi a}$$

Gdje se geometrijska funkcija *F* računa prema jednadžbi 2.4 za jednostranu pukotinu u ploči kako slijedi:

$$F = 0.265(1-\lambda)^4 + \frac{0.857+0.265\lambda}{(1-\lambda)^{3/2}} \ , \ \lambda = \frac{a}{b}$$

Analitičko rješenje faktora *K* dobiveno je proračunom u MS Excel-u. U Dijagramu 1 prikazana je ovisnost faktora *K* o napredovanju pukotine za slučaj neukrepljene- neoštećene ploče.

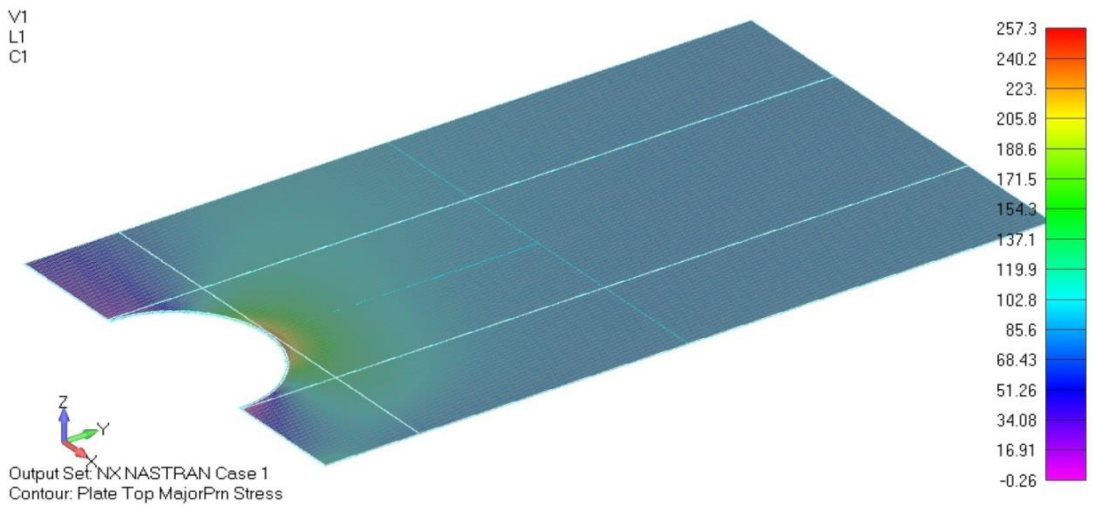


Dijagram 1: Ovisnost faktora *K* o napredovanju pukotine za neukrepljenu- neoštećenu ploču

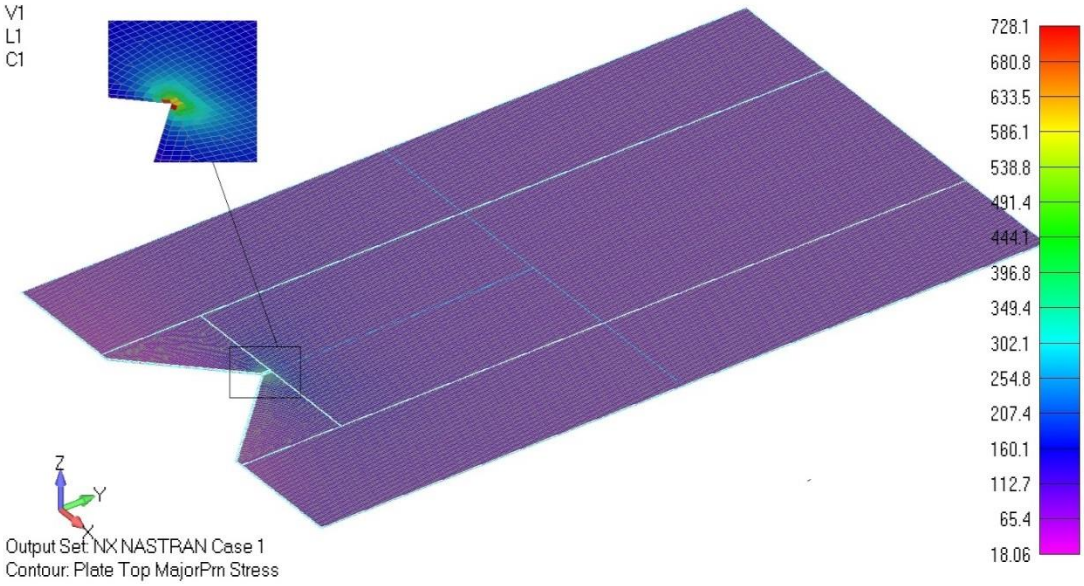
4.3.1.2 Proračun faktora K na neukrepljenoj- oštećenoj ploči

U FEMAP-u su modelirane dvije konstrukcije sa različitim oštećenjem kako je prikazano na Slici 10 i 11. Modeli su istih dimenzija, 4800x8200 mm i debljine ploče 18 mm, kako je spomenuto u poglavlju 4.1. Pretpostavljena linija napredovanja pukotine nalazi se na polovici razmaka između dva poprečna okvira, na 2400 mm, i proteže se u smjeru osi *y* do polovice širine ploče, odnosno do 4100 mm. Model je podijeljen finom mrežom konačnih elemenata kvadratnog oblika. Dimenzije elemenata su 20x20 mm. Opterećenje je narinuto duž osi *y*, što znači da je ploča opterećena aksijalno duž osi *x*.

Nakon postavljenih rubnih uvjeta i čvorno zadanog opterećenja, pokrenuta je statička analiza. Dobivena naprezanja prikazana su na Slikama 12 i 13.



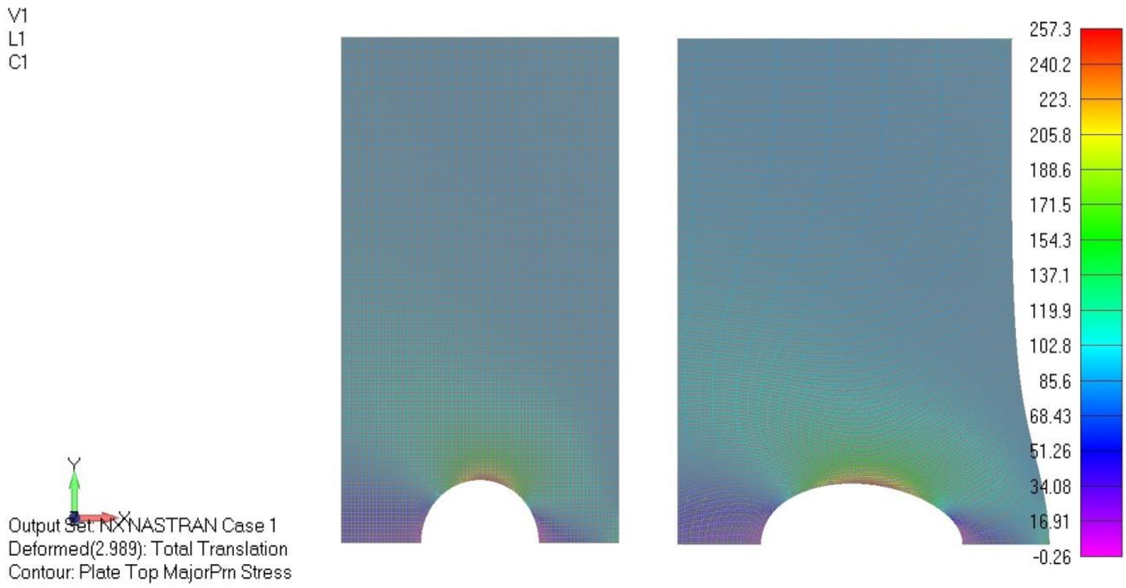
Slika 12: Raspodjela naprezanja za neukrepljenu ploču sa polukružnim oštećenjem



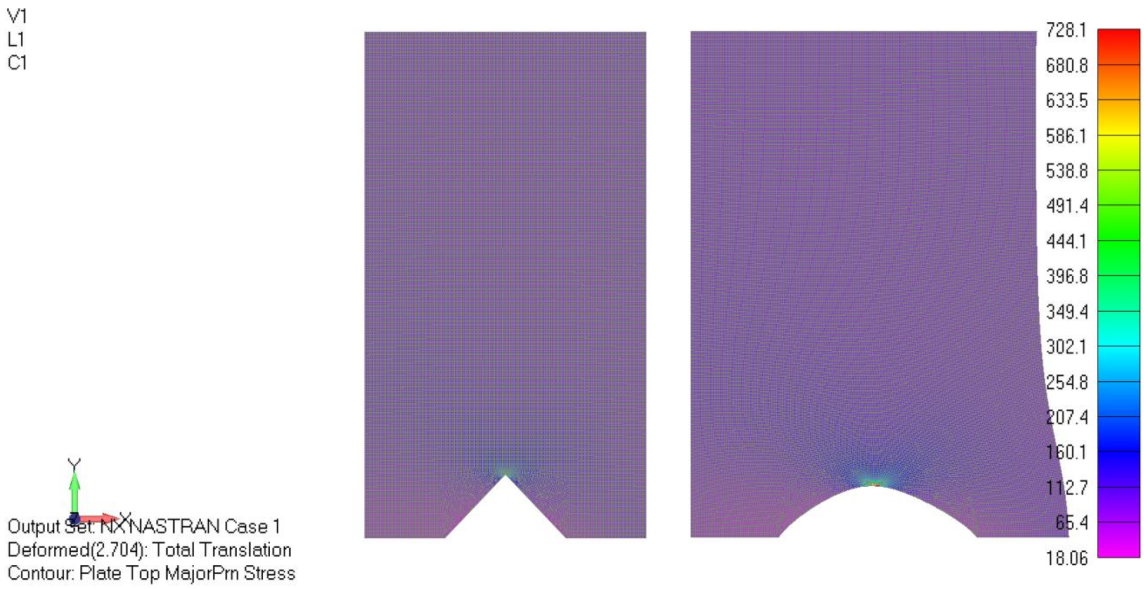
Slika 13: Raspodjela naprezanja za neukrepljenu ploču sa oštećenjem trokutastog oblika

Vidljivo je iz samih slika kako se na modelu C (ploča sa oštećenjem trokutastog oblika) javljaju veća naprezanja. To je očekivano jer su koncentracije naprezanja kod modela sa oštećenjem trokutastog oblika puno veće nego kod modela sa polukružnom pukotinom. Kod modela B (ploča sa oštećenjem polukružnog oblika), u zoni oko samog oštećenja, javljaju se naprezanja σ = 252 MPa, te se smanjuju na vrijednost narinutog opterećenja kako pukotina propagira prema polovici ploče. Model C ima kritična naprezanja u zoni oko oštećenja kako je vidljivo na izvučenome detalju, na Slici 13.

Na sljedećim slikama može se vidjeti prikaz deformacije za gore spomenute modele.



Slika 14: Usporedba nedeformiranog i deformiranog modela sa polukružnim oštećenjem (model B)

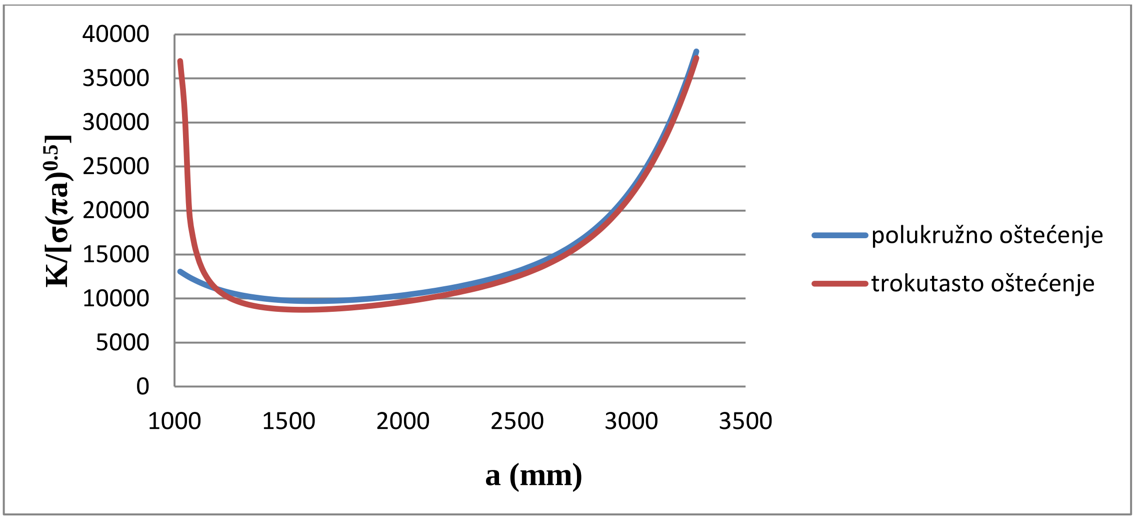


Slika 15: Usporedba nedeformiranog i deformiranog modela sa oštećenjem trokutastog oblika (model C)

Pomoću dobivenih naprezanja, koristeći metodu težinskih funkcija, izračunat je faktor intenzivnosti naprezanja. Nakon izvršene statičke analize izvučena su naprezanja svakog elementa duž propagacijske linije. Naprezanja $\sigma(x)$ su množena sa težinskim funkcijama $m(x, a)$, te je slijedio postupak numeričke integracije produkta $m(x, a)\ \sigma(x)$ u Mathcad-u kako bi se dobio faktor K.

Na dijagramu 2 prikazane su vrijednosti faktora *K* s obzirom na oblik oštećenja ploče. Vidljivo je da faktor intenzivnosti naprezanja raste u oba slučaja kako pukotina propagira. Početne vrijednosti faktora *K* odstupaju od ostatka dijagrama zbog velikih razlika u samim naprezanjima koja se javljaju na vrhu oštećenja ploče.

Razlike u rezultatima su očekivane jer kod modela sa oštećenjem trokutastog oblika dolazi do veće koncentracije naprezanja nego kod modela sa polukružnim oštećenjem. Krajnje vrijednosti faktora *K* nisu relevantne jer jednadžba 3.1 ne uzima u obzir kraj ploče.



Dijagram 2: Usporedba faktora *K* modela B i modela C za neukrepljenu- oštećenu ploču

4.3.2 Proračun faktora K na ukrepljenom panelu

Proračun će se provesti na ukrepljenom- neoštećenom panelu i ukrepljenom- oštećenom panelu za koji će se isto razmatrati dva slučaja (s obzirom na oblik pukotine, model B i model C).

4.3.2.1 Proračun faktora K na ukrepljenom- neoštećenom panelu

Zbog usporedbe faktora intenzivnosti naprezanja napravljena je analiza istih modela, opisanih u poglavlju 4.3.1.2. Dakle dimenzije ploče, smjer propagacije pukotine i rubni uvjeti su isti. Opterećenje je također isto, što znači da su uzdužnjaci opterećeni aksijalno. Važno je napomenuti da se linija napredovanja proteže okomito na uzdužnjake kako je prikazano na Slici 7. Svrha različitih modela je prikaz vrijednosti faktora *K* duž propagacijske linije, odnosno njegovo ponašanje u blizini ukrepa.

Poznato je da uzdužnjaci usporavaju napredovanje pukotine. Kada pukotina naiđe na uzdužnjak, propagacija kroz njegov struk slična je propagaciji između dva uzdužnjaka [4].

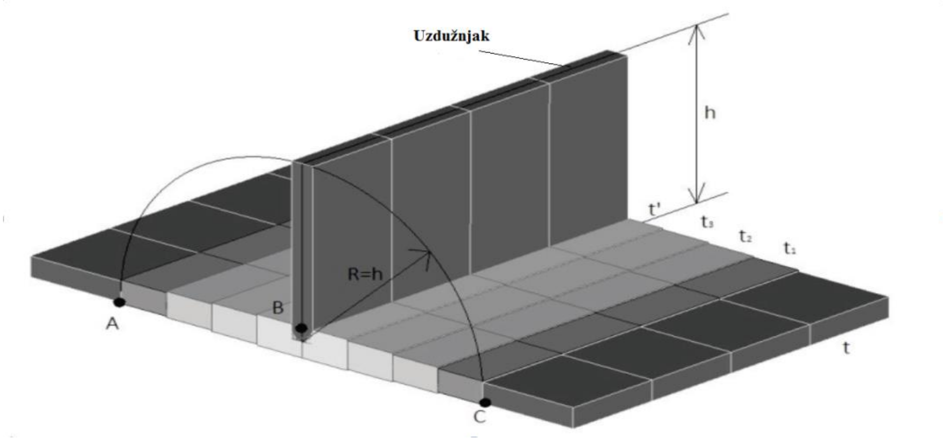
Kako bi se procjenila takva propagacija kroz ukrepljeni panel u radu se koristila metoda težinskih funkcija o kojoj je rečeno u poglavlju 3. Problem te metode je što ne obuhvaća napredovanje pukotine kroz struk uzdužnjaka pa je za pravilnu primjenu bilo potrebno uvesti neke korekcije. Kako bi se utjecaj uzdužnjaka obuhvatio ovom metodom koristio se sljedeći pristup. Struk uzdužnjaka h = 360 mm predstavlja raspon linearnog povećanja debljine ploče. Raspon predstavlja udaljenost između točke A i točke B. Sukladno sa povećanjem, raspon debljine ploče se smanjuje od točke B do točke C.

Ovim pristupom se zamjenjuje uzdužnjak sa podebljanjem na ploči, tako što smo visinu struka „razmazali“ lijevo i desno od stvarne lokacije uzdužnjaka. Odnos između debljine ploče i visine struka u točci B prikazan je na Slici 16, a dan je idućom jednadžbom:

$$t' = \frac{A}{h} = \frac{A_f + A_w}{h} \tag{4.7}$$

Gdje je:

A- ukupna površina uzdužnjaka (struk + flanža)
h- visina struka uzdužnjaka



Slika 16: Metoda zamjene uzdužnjaka sa linearnom distribucijom debljine ploče [4]

Kako bi se što bolje prikazala metoda na Slici 16 u MS Excel-u je dobivena jednadžba pravca koja prikazuje odnos visine struka i debljine ploče kako slijedi:

T profil 360x14 + 140x22
h = 360 mm
A = 8120 mm

Jednostavnom računskom operacijom dobivena je debljina t', koja predstavlja maksimalno podebljanje ploče. Na Slici 16 to je točka B.

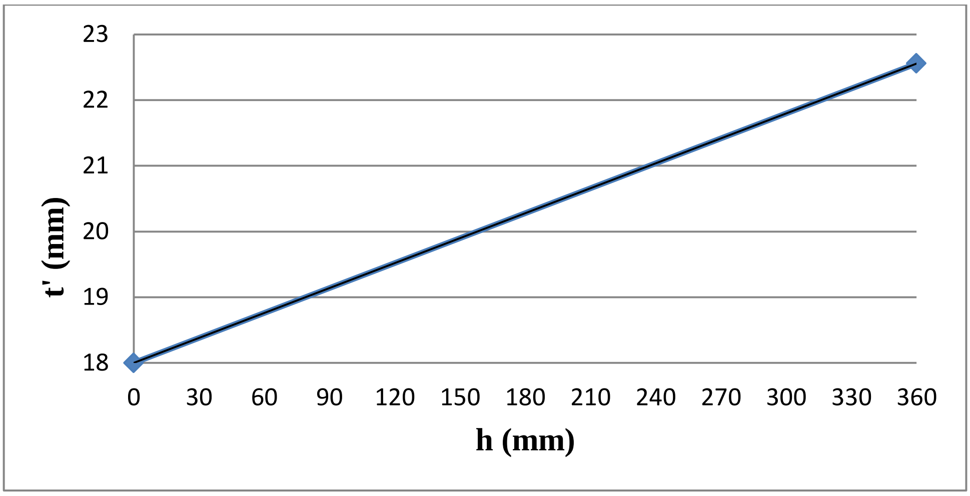
Maksimalno podebljanje *t'* izračunato je prema jednadžbi 4.7. Pomoću Tablice 1 lako se dobije jednadžba pravca, a na Dijagramu 3 se jasno vidi promjena debljine ploče od 18 – 22.6 mm.

h (mm)	*t' (mm)*
0	18
360	22.6

Tablica 1

Pripadna jednadžba pravca:

$$y = 0.0127x + 18 \tag{4.8}$$



Dijagram 3: Povećanje debljine ploče proporcionalno sa rastom visine struka uzdužnjaka

Ovim pristupom napravljen je proračun u MS Excel-u, kako bi se dobila naprezanja σ duž propagacijske linije.

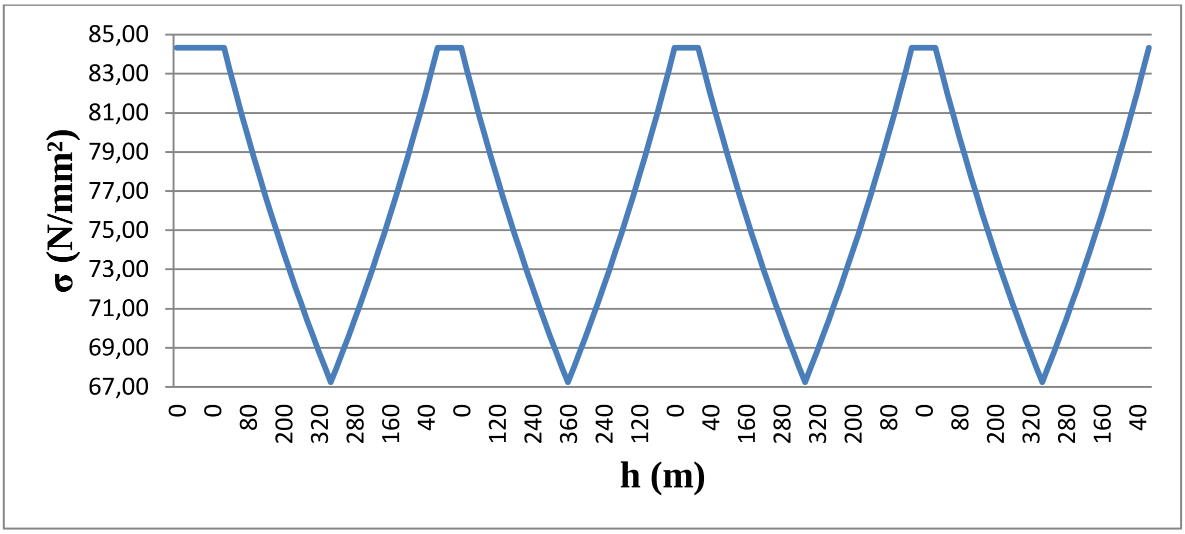
Podebljanja ploče su napravljena za prva četiri uzdužnjaka što je dovoljno kako bi se prikazao odnos raspodjele naprezanja σ i debljine t'. Naprezanje σ duž propagacijske linije se računa prema sljedećoj jednadžbi:

$$\sigma = \frac{F}{A} \tag{4.9}$$

Gdje je:

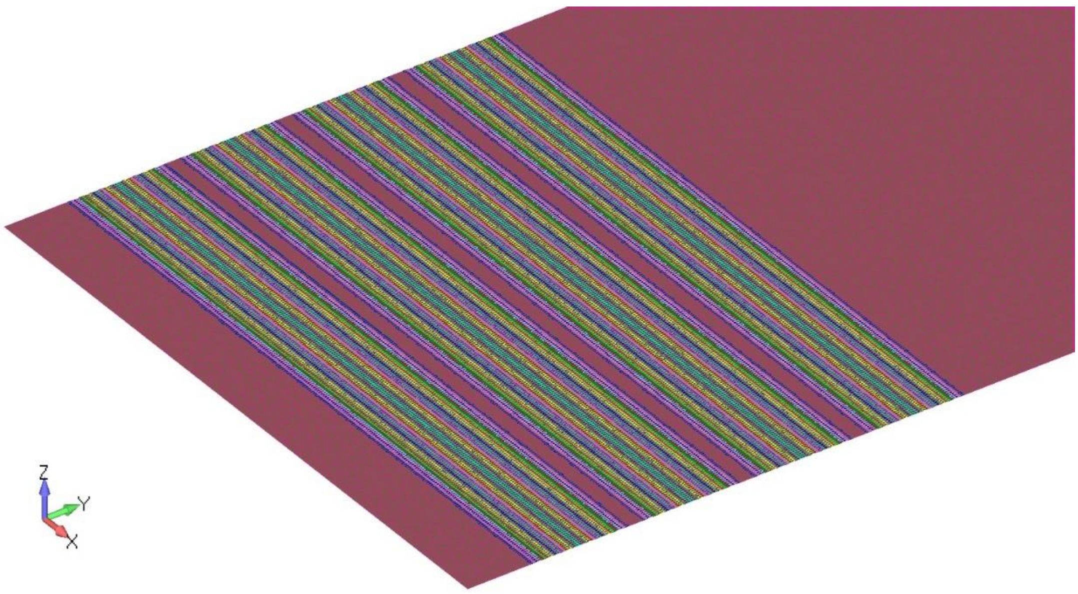
F- ukupna sila izračunata prema jednadžbi 4.6
A- površina ispod krivulje jednadžbe pravca dobivena za svaki pomak Δh

Dijagram 4 prikazuje linearno povećanje debljine ploče h = 0-360 mm što rezultira linearnim smanjenjem naprezanja σ = 84.33-67.25 N/mm^2.



Dijagram 4: Prikaz promjene naprezanja u ovisnosti o promjeni debljine ploče

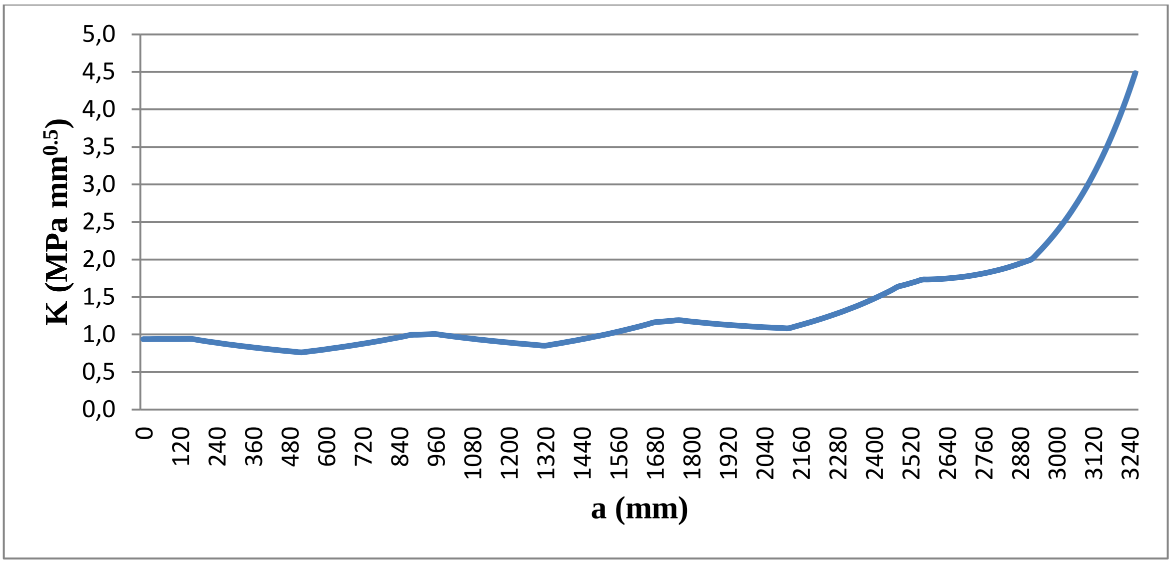
Kako bi se što bolje prikazala primjena zamjene uzdužnjaka sa podebljenjima debljine ploče u FEMAP-u je modelirana ploča sa spomenutim podebljanjima kako se vidi na idućoj slici.



Slika 17: Prikaz podebljanja debljine ploče

Nakon proračuna u MS Excel-u i dobivenih naprezanja moglo se pristupiti računanju težinske funkcije *m(x, a)* i integraciji produkta *m(x, a) σ(x)* duž linije napredovanja *a*. Integracija se provodila numeričkim putem u Mathcad-u u svrhu dobivanja raspona faktora intenzivnosti naprezanja *K*. Dijagram 5 prikazuje da se nailaskom pukotine na linearno povećanje debljine ploče, krivulja faktora *K* smanjuje. Ona se nastavlja smanjivati dok ne dosegne maksimalno podebljanje ploče *t'* koje zapravo predstavlja visinu struka uzdužnjaka *h*. Isto vrijedi za njen rast, koji kreće od točke maksimalnog podebljenja.

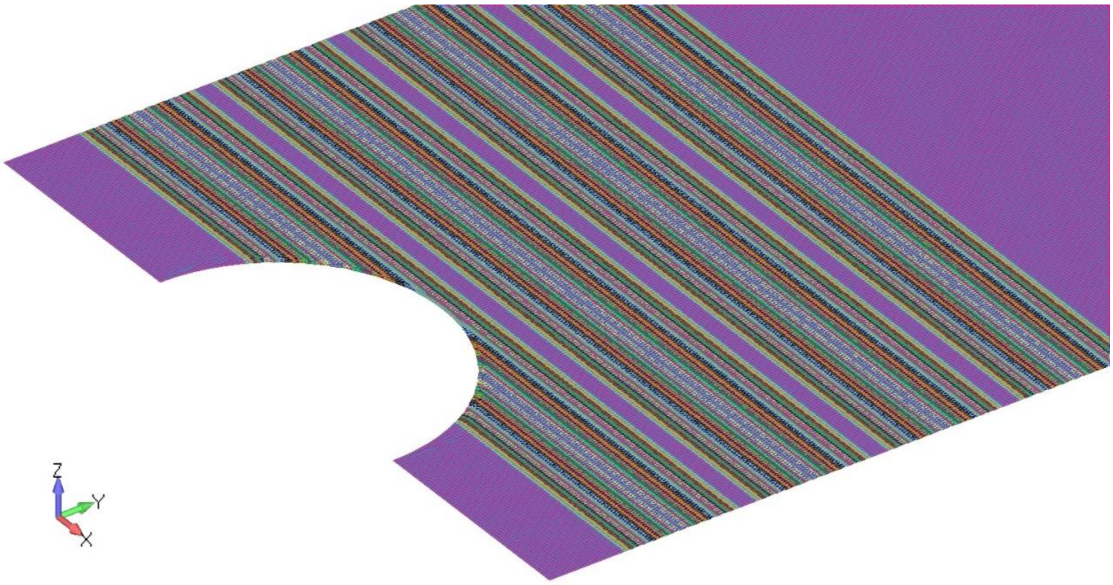
Kako povećanje debljine ploče linearno pada, krivulja faktora *K* raste. Proces se ponavlja dok propagacija ne stigne do kraja ploče što je na Dijagramu 5 prikazano sa naglim skokom faktora *K*.



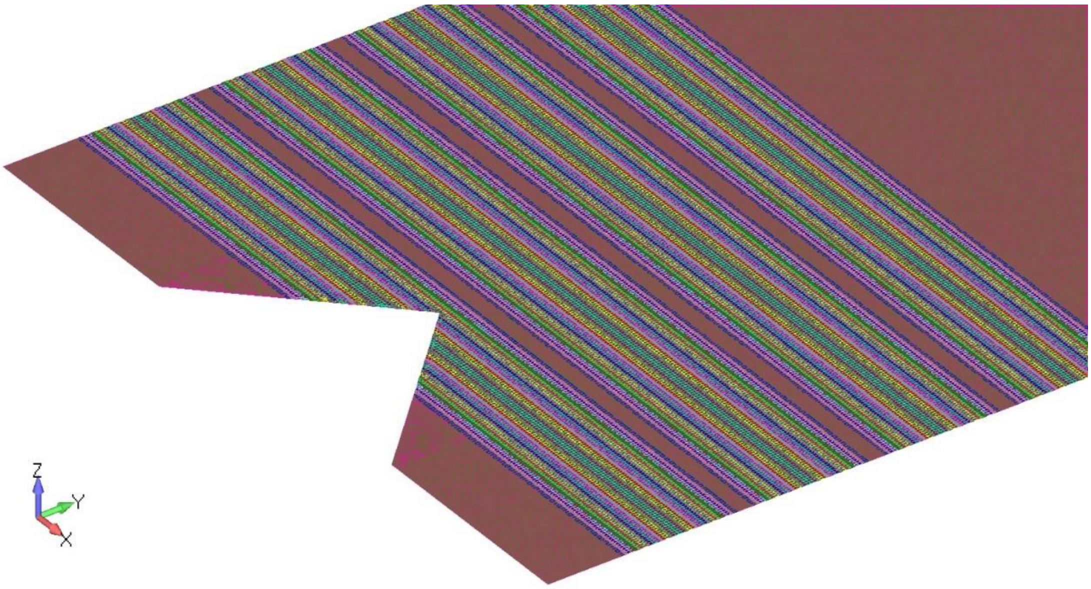
Dijagram 5: Propagacija pukotine kroz ukrepljeni- neoštećeni panel

4.3.2.2 Proračun faktora K na ukrepljenom- oštećenom panelu

Kako je spomenuto u poglavlju 4.3.1.2 modelirane su dvije ploče, od kojih svaka ima drugačije oštećenje. Dimenzije ploče, smjer propagacije pukotine, rubni uvjeti i narinuto čvorno opterećenje su jednaki kao u spomenutom poglavlju. Razlika između modela u poglavlju 4.3.1.2 i ovom poglavlju je u ukrepama. Na modele prikazane na Slikama 12 i 13 nanjeta su linearna podebljanja prema jednadžbi 4.8, odnosno kako je prikazano u Dijagramu 3. Podebljanja se kreću od 18 mm što je debljina ploče, do 22.57 mm što predstavlja maksimalno podebljanje. Podebljanja ploče, odnosno ukrepe mogu se vidjeti na Slikama 18 i 19.

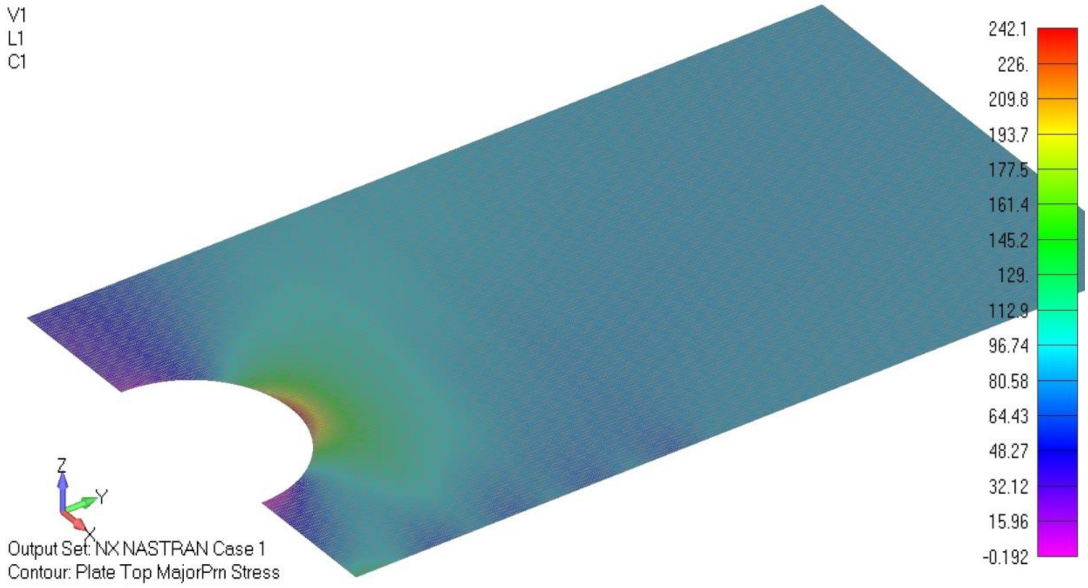


Slika 18: Ukrepljeni panel sa oštećenjem polukružnog oblika

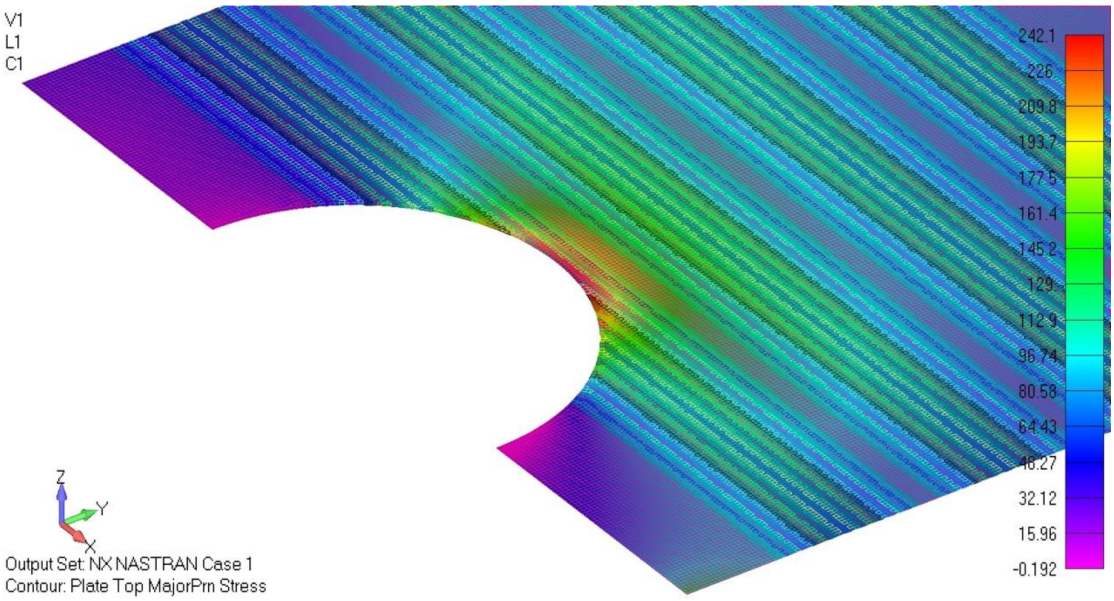


Slika 19: Ukrepljeni panel sa oštećenjem trokutastog oblika

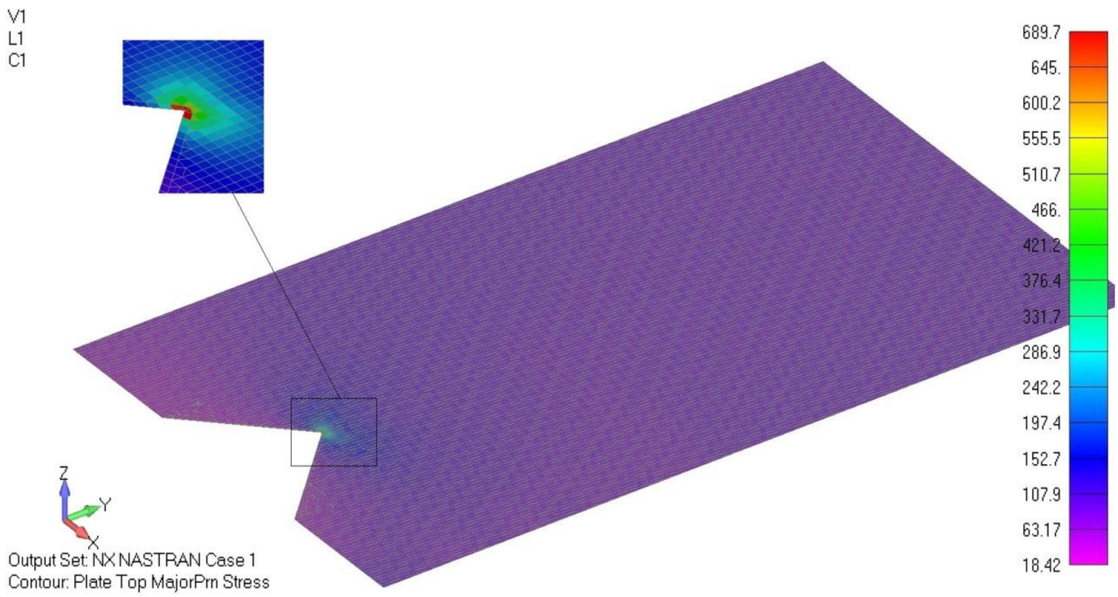
Postupak dobivanja težinske funkcije $m(x, a)$, integracije produkta $m(x, a)\ \sigma(x)$ duž linije napredovanja a i konačno dobivanje raspona faktora K, jednak je kao u poglavlju 4.3.1.2. Prvo je bilo potrebno izvući naprezanja σ dobivena statičkom analizom. Dobivena naprezanja za ukrepljeni- oštećeni panel prikazana su na idućim slikama.



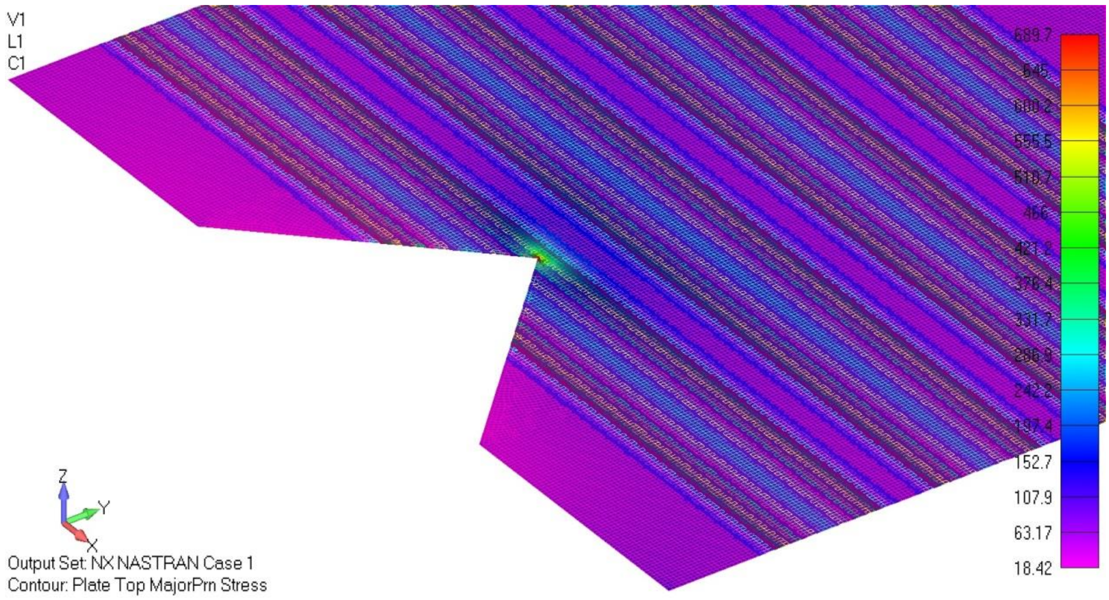
Slika 20: Raspodjela naprezanja za ukrepljenu ploču sa oštećenjem polukružnog oblika



Slika 21: Raspodjela naprezanja sa vidljivim podebljanjima za ploču sa oštećenjem plokružnog oblika



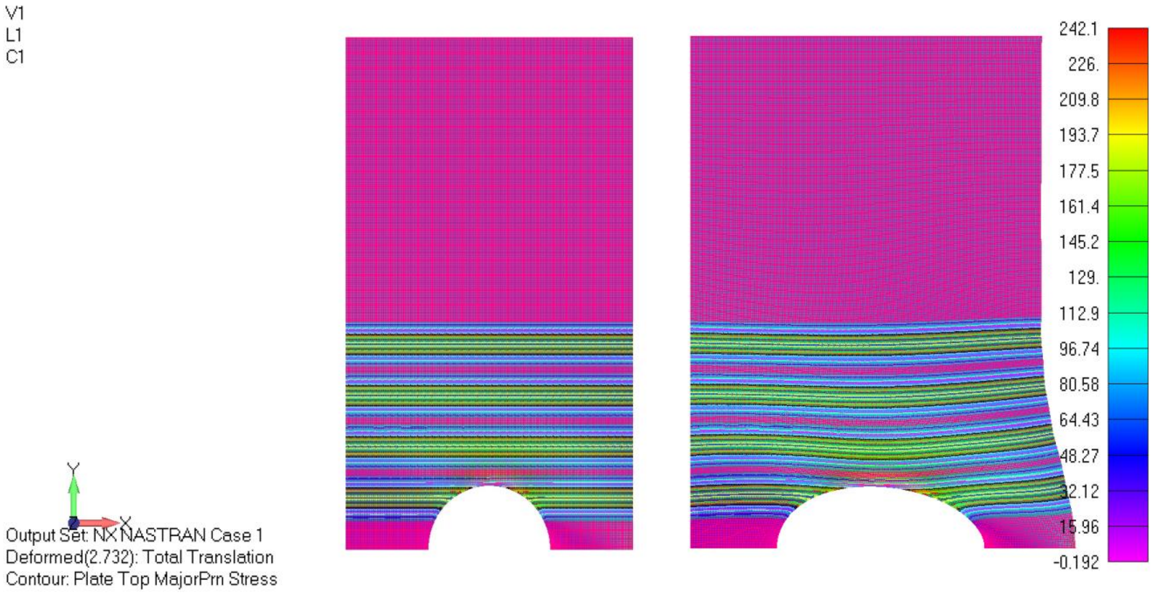
Slika 22: Raspodjela naprezanja za ukrepljenu ploču sa oštećenjem trokutastog oblika



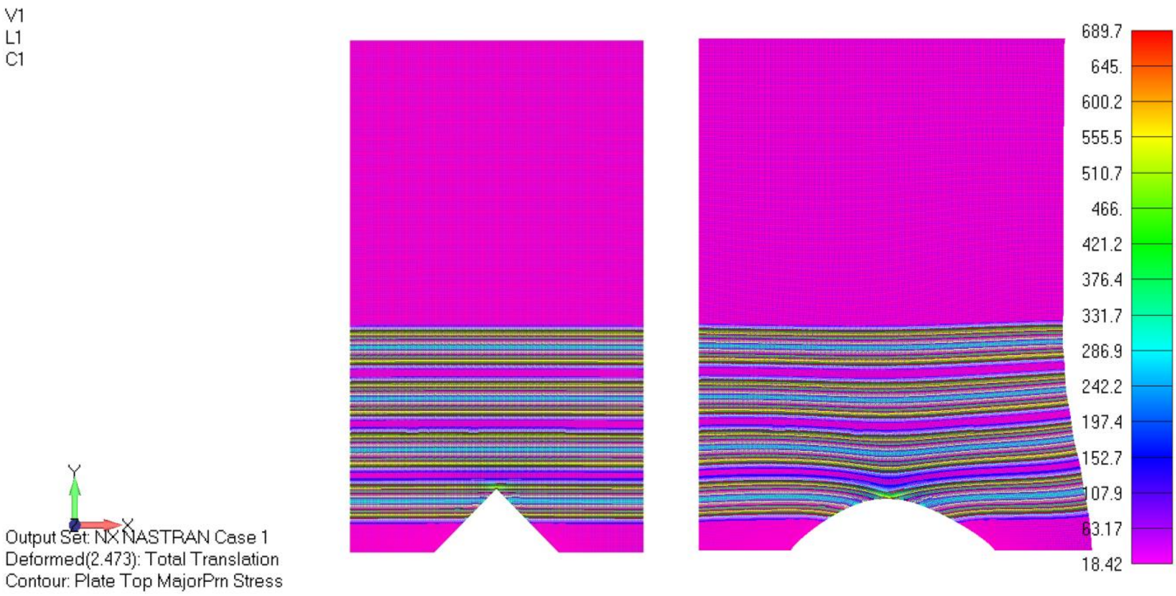
Slika 23: Raspodjela naprezanja sa vidljivim podebljanjima za ploču sa trokutastim oštećenjem

Ako usporedimo rezultate naprezanja za neukrepljenu- oštećenu ploču iz poglavlja 4.3.1.2 sa rezultatima za ukrepljenu- oštećenu ploču vidi se da su naprezanja kod drugog slučaja manja. Razlog tome su ukrepe koje smanjuju propagaciju pukotine, a samim time i naprezanja.

Na sljedećim slikama može se vidjeti prikaz deformacije za gore ukrepljene modele.



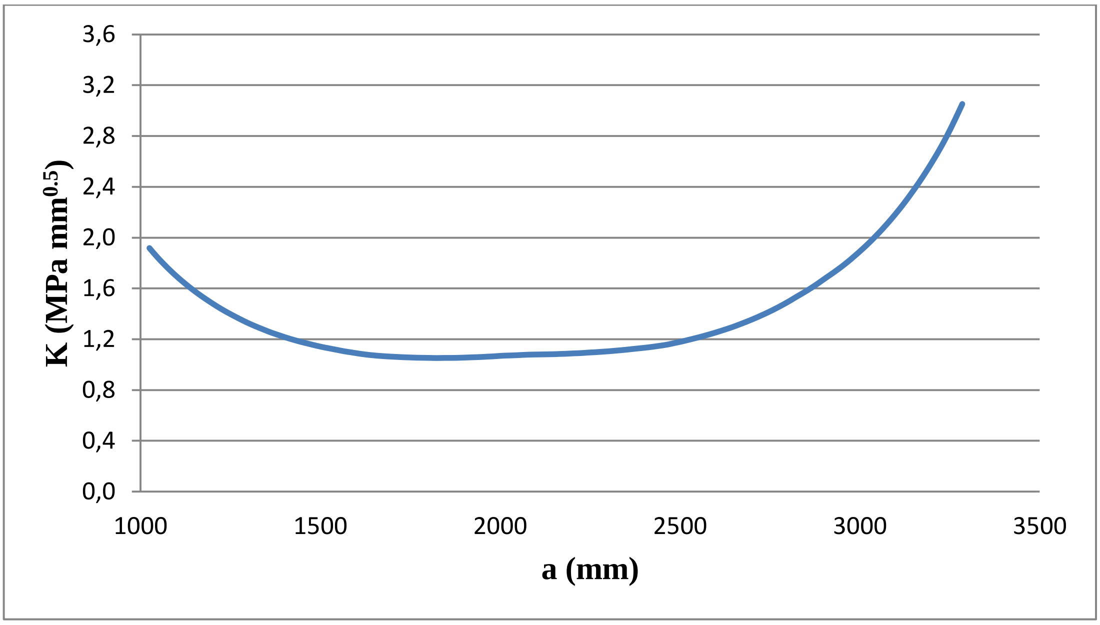
Slika 24: Usporedba deformiranog i nedeformiranog modela za panel sa polukružnim oštećenjem (model B)



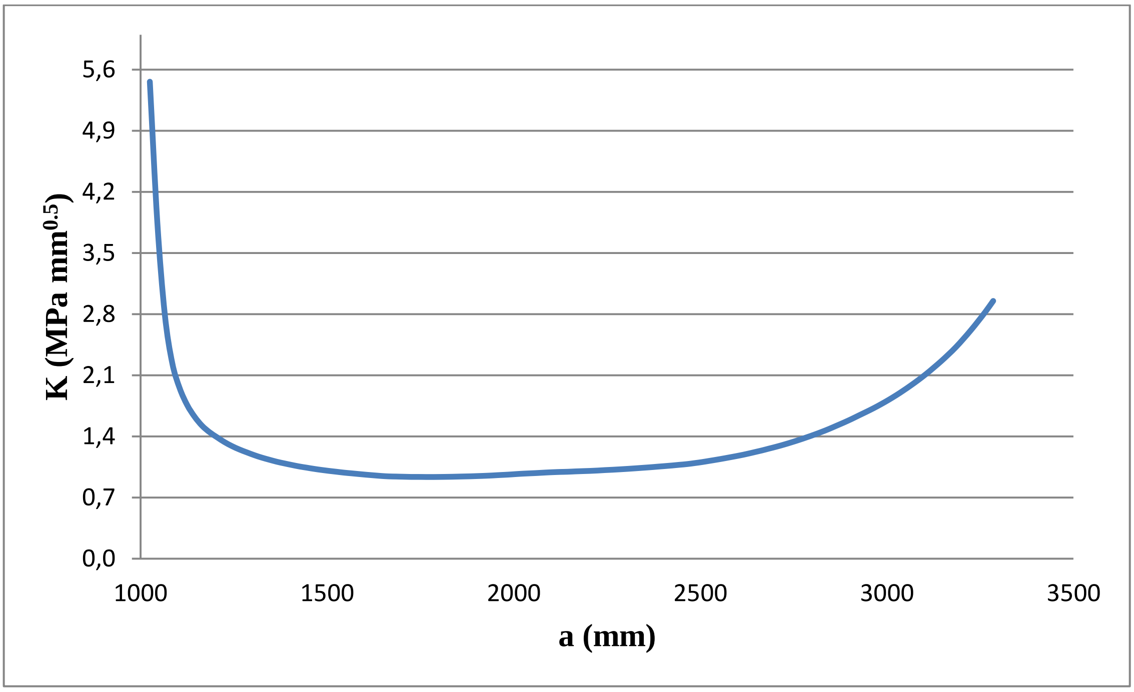
Slika 25: Usporedba deformiranog i nedeformiranog modela za panel sa oštećenjem trokutastog oblika (model C)

Pomoću dobivenih naprezanja za ukrepljeni- oštećeni panel, koristeći metodu težinskih funkcija, izračunat je faktor intenzivnosti naprezanja.

Naprezanja σ svakog elementa su izvučena duž propagacijske linije i množena sa težinskim funkcijama $m(x, a)$, te je slijedio postupak numeričke integracije produkta $m(x, a)\ \sigma(x)$ u Mathcad-u kako bi se dobio faktor K. Dobivene su vrijednosti faktora intenzivnosti naprezanja za ukrepljeni panel sa oštećenjem polukružnog oblika (Dijagram 6) i oštećenjem trokutastog oblika (Dijagram 7).

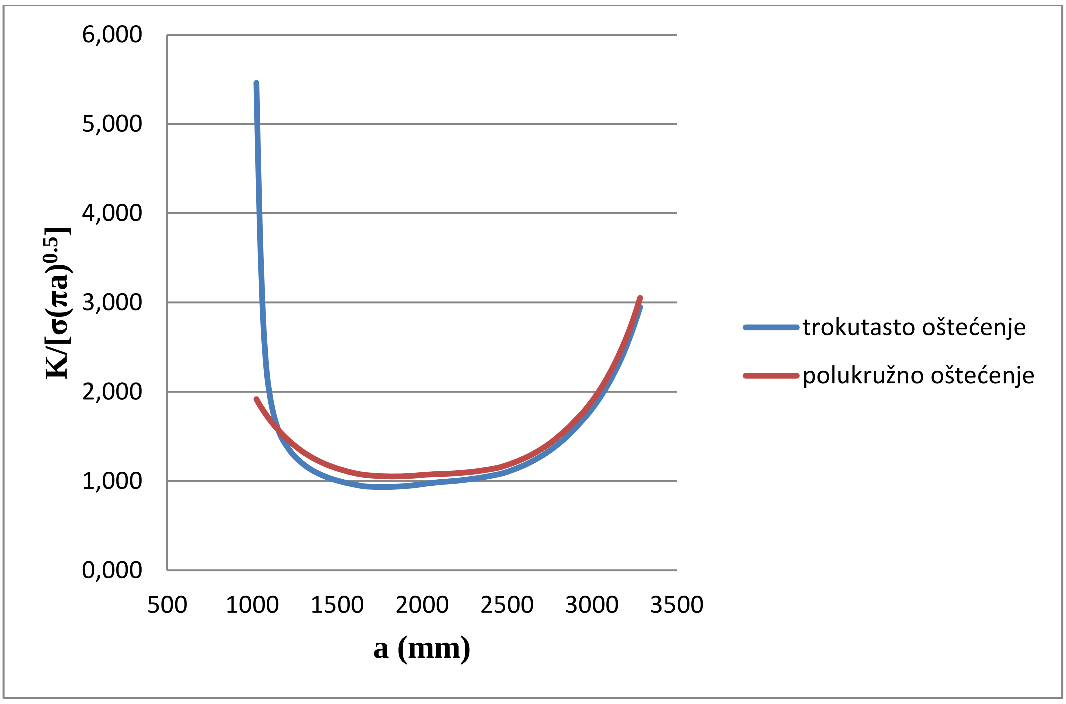


Dijagram 6: Faktor *K* za ukrepljeni panel sa oštećenjem polukružnog oblika



Dijagram 7: Faktor *K* za ukrepljeni panel sa oštećenjem trokutastog oblika

U Dijagramu 8 prikazane su vrijednosti faktora intenzivnosti naprezanja s obzirom na oblik oštećenja ukrepljenog panela.



Dijagram 8: Usporedba faktora *K* modela B i modela C za ukrepljenu- oštećenu ploču

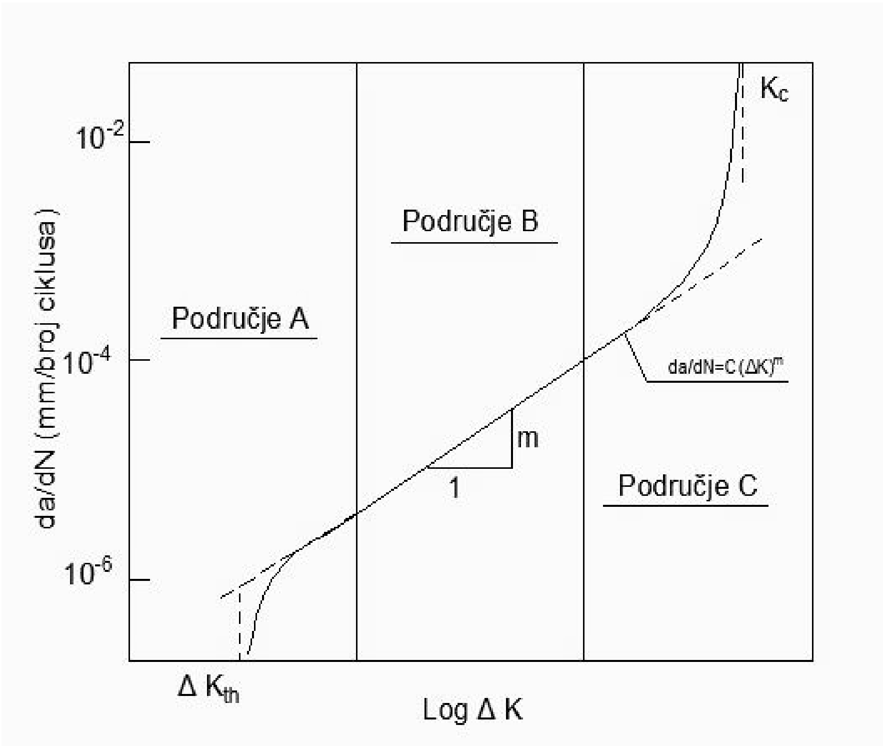
5. PREDVIĐANJE RASTA PUKOTINE

U ovom poglavlju opisati ću izraz za predviđanje rasta pukotine (*da/dN*) koji ovisi o faktoru intenzivnosti naprezanja. Spomenuti izraz je Parisova jednadžba o kojoj će se govoriti u nastavku.

5.1 Prikaz rasta pukotine

Kao što je vidljivo na Slici 26, shematska krivulja stope rasta pukotine, podijeljena je na tri područja: [3]

1. početno (područje A)
2. srednje (područje B)
3. područje propadanja, odnosno lom (područje C)



Slika 26: Rast pukotine *da/dN* u ovisnosti o faktoru intenzivnosti naprezanja *ΔK*

<u>Područje A</u>: veliki utjecaj mikrostrukture, vršnog naprezanja i okoliša. ΔK_{th} je početna vrijednost intenzivnosti naprezanja za rast pukotine, a pukotina počinje rasti čim se postigne $\Delta K \geq \Delta K_{th}$.

<u>Područje B</u>: mali utjecaj mikrostrukture, vršnog naprezanja i okoliša. Pukotina raste uniformno za ΔK.

Područje C: veliki utjecaj mikrostrukture i vršnog naprezanja, ali mali utjecaj okoliša. Stopa rasta se ubrzano povećava za slučaj $K_{max} \geq K_c$

Svako od prikazanih područja može se opisati raznim izrazima. U ovom radu fokus će biti na području B koje se može opisati Parisovom jednadžbom.

5.2 Parisova jednadžba

Najjednostavniji izraz u matematičkom obliku jest Parisova jednadžba. Ona najbolje opisuje ponašanje krivulje, odnosno širenje pukotine u području B i dana je izrazom koji slijedi: [3]

$$\frac{da}{dN} = C\left(\Delta K\right)^m \tag{5.1}$$

Gdje je:

- *da/dN*- stopa rasta pukotine, odnosno brzina rasta pukotine po broju ciklusa
- *C* i *m*- „konstante" za određeni materijal i određene uvjete testiranja
- ΔK- opseg faktora intenzivnosti naprezanja

Izraz (5.1) vrijedi za slučaj; $\Delta K > \Delta K_{th}$.
Obzirom da faktor *K* u sebi obuhvaća različite geometrijske faktore, jednadžbu (5.1) možemo smatrati zakonom širenja pukotine. U svrhu integracije granice ΔK, područja u kom navedena jednadžba zadovoljava uvjete zadana su kao početna vrijednost ΔK_{th} i konačna (kritična) vrijednost K_c. Područja A i C smatraju se vertikalnim [3].

5.2.1 Integriranje Parisove jednadžbe

Parisova jednadžba se može integrirati na dva načina ovisno o tome računamo li veličinu pukotine ili broj ciklusa [3]. Jednadžba je dana kako slijedi:

$$N_p = \int_{N_i}^{N_f} dN = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{\left(\frac{da}{dN}\right)} \tag{5.2}$$

Gdje je:

- *Np*- period rasta pukotine
- *Ni*- period nastanka pukotine
- *Nf*- period propadanja pukotine
- *ai*- početna dubina pukotine
- *af*- konačna dubina pukotine

6. ZAKLJUČAK

U ovom završnom radu napravljen je proračun faktora intenzivnosti naprezanja koristeći metodu težinskih funkcija. Razmatrali su se slučajevi neukrepljene ploče i ukrepljenog panela, sa i bez oštećenja. Modeli su napravljeni pomoću programa FEMAP i NX Nastran gdje su se statičkom analizom dobila potrebna naprezanja. Numerički dio proračuna vršio se u Excel-u i Mathcad-u. Dobivene su vrijednosti naprezanja koja su bila potrebna za izračun faktora *K*.

LITERATURA

[1] Amdahl, Ehlers & Leira (Eds): „Collision and Grounding of Ships and Offshore Structures“, Taylor & Francis Group, London 2013.
[2] Husnjak, M.: „Mehanika loma“, bilješke s predavanja
[3] Gledić, I.: „Analiza širenja pukotine u brodskoj konstrukciji uslijed dinamičkih opterećenja“, diplomski rad, 2011.
[4] Gledić, I. & Parunov, J.: „Application of weight function method in the assessment of crack propagation through stiffened panel“, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, Zagreb, Croatia
[5] Ship Structure Committee, SSC-429: „Rapid stress intensity factor solution estimation for ship structure applications“, 2003.