

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

ZAVRŠNI RAD

Voditelj rada:
prof.dr.sc. Željko Šitum

Petar Trslić

Zagreb, 2014.

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

ZAVRŠNI RAD

Petar Trslić

Zagreb, 2014.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno, koristeći znanja stečena tijekom studija i kroz navedenu literaturu.

Ovim putem želim se zahvaliti mentoru, prof.dr.sc. Željku Šitumu, što je prihvatio mentorstvo za ovaj rad, te što je svojom pristupačnošću, pružanjem korisnih savjeta i nesebičnim pružanjem znanja pomogao pri izradi istoga.

Također želim zahvaliti gospodi Željku Jurjaku i Viktoru Mandiću koji su svojim znanjem, stručnim savjetima i iskustvom pridonijeli kvaliteti izrade, te gospodinu Josipu Poldrugaču koji mi je ustupio dio opreme koja je bila neophodna za izradu ovog rada.

Na kraju želim zahvaliti svojim roditeljima, sestrama, cijeloj obitelji, te prijateljima koji su me tokom cijelog studija bodrili i bili mi podrška.

Petar Trslić

Sadržaj

| | |
|---|-----|
| Popis slika | II |
| Popis tablica | III |
| Popis oznaka | IV |
| Sažetak | V |
| 1. Uvod | 1 |
| 2. Mehanički dio sustava i izrada tiskane pločice | 3 |
| 2.1. Odabir pneumatskog mišića i ležaja | 3 |
| 2.2. Tijek izrade konstrukcije | 5 |
| 2.3. Izrada tiskane pločice | 8 |
| 3. Upravljački dio sustava | 9 |
| 3.1. Pneumatski mišić | 9 |
| 3.2. Proporcionalni pneumatski razvodnik | 10 |
| 3.3. Akvizicijska kartica NI USB-6212 | 11 |
| 4. Mjerni dio sustava | 13 |
| 4.1. Sustav za mjerenje pozicije kuglice | 13 |
| 4.2. Sustav za mjerenje kuta zakreta grede | 14 |
| 5. Matematički model sustava | 15 |
| 5.1. Greda | 15 |
| 5.2. Kuglica | 16 |
| 5.3. Nelinearni model sustava | 19 |
| 6. Linearizacija sustava oko radne točke | 22 |
| 7. Simulink model sustava | 23 |
| 8. Odziv sustava | 24 |
| 9. Zaključak | 25 |
| Literatura | 26 |
| Prilog | 27 |

Popis slika

| | |
|---|----|
| Slika 1. Dijelovi sustava | 2 |
| Slika 2. Određivanje dimenzije pneumatskog mišića | 3 |
| Slika 3. Karakteristika FESTO DMSP-10 pneumatskog mišića..... | 4 |
| Slika 4. Skica sklopa sustava..... | 4 |
| Slika 5. Neobrađena daska jele | 5 |
| Slika 6. Ručno blanjanje..... | 5 |
| Slika 7. Površina postolja prije blanjanja..... | 5 |
| Slika 8. Površina postolja nakon blanjanja..... | 5 |
| Slika 9. Isturpijan i brušen rub postolja..... | 5 |
| Slika 10. Lakirano postolje | 5 |
| Slika 11. Skica vrha nosivog stupa | 6 |
| Slika 12. Vrh nosivog stupa sa obujmicama | 6 |
| Slika 13. Zavarena osovina za gredu..... | 6 |
| Slika 14. Nosaç pneumatskog mišića..... | 6 |
| Slika 15. Lakirana greda | 7 |
| Slika 16. Prihvatnica pneumatskog mišića | 7 |
| Slika 17. Sklop balansirajućeg sustava kuglice na gredi..... | 7 |
| Slika 18. Tiskana pločica na paus papiru..... | 8 |
| Slika 19. Tiskana pločica u razvijaju..... | 8 |
| Slika 20. Nagrizanje bakrenog sloja pločice..... | 8 |
| Slika 21. Tiskana pločica – kraj kemijske obrade..... | 8 |
| Slika 22. Pneumatski mišić FESTO DMSP – 10..... | 9 |
| Slika 23. Proporcionalni direktno upravljani 5/3 razvodnik - simbol | 10 |
| Slika 24. Razvodnik FESTO MPYE 5-1/8 | 10 |
| Slika 25. Karakteristira pneumatskog proporcionalnog razvodnika | 10 |
| Slika 26. Blok shema komunikacije između dijelova sustava | 11 |
| Slika 27. Shema tiskanih vodova i montažna shema | 13 |
| Slika 28. Izvedba senzora za mjerenje pozicije kuglice | 14 |
| Slika 29. Pozicioniranje magneta u odnosu na AS5045 | 14 |
| Slika 30. Skica grede | 15 |
| Slika 31. Skica kuglice | 16 |
| Slika 32. Simulink model sustava | 23 |
| Slika 33. Odziv sustava | 24 |

Popis tablica

| | |
|--|----|
| Tablica 1. Opće karakteristike proporcionalnog ventila | 11 |
| Tablica 2. Opće karakteristike NI USB-6212..... | 12 |

Popis oznaka

| Oznaka | Jedinica | Opis |
|-----------------|--------------------------------|--|
| g | ms^{-2} | Ubrzanje sile teže |
| I | kgm^2 | Moment inercije grede |
| J | kgm^2 | Moment inercije kuglice |
| K_j | J | Kinetička energija j-te mase |
| l | m | Dužina grede |
| m_g | kg | Masa grede |
| m_k | kg | Masa kuglice |
| P_j | J | Potencijalna energija j-te mase |
| q_i | - | i-ta upravljana koordinata |
| \dot{q}_i | - | brzina i-te upravljane koordinate |
| r | m | Polumjer kuglice |
| T | Nm | Moment pneumatskog mišića koji djeluje na sustav |
| v_k | m/s | Brzina kuglice |
| x | m | Udaljenost centra mase kuglice po x-osi |
| \dot{x} | ms^{-1} | Brzina kuglice |
| \ddot{x} | ms^{-2} | Ubrzanje kuglice |
| θ | rad | Kut zakreta grede od vertikalne osi |
| $\dot{\theta}$ | $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ | Kutna brzina grede |
| $\ddot{\theta}$ | $\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$ | Kutno ubrzanje grede |

Sažetak

U radu je uvodno prikazan tijek mehaničke izrade balansirajućeg sustava pokretanog pneumatskim mišićima. Nakon toga je ukratko objašnjen postupak izrade tiskane pločice metodom osvjetljivanja UV svjetlom. Svaki dio upravljačkog sustava kojeg čine pneumatski mišić, proporcionalni pneumatski razvodnik, te akvizicijska kartica su zasebno objašnjeni. Dosta pažnje je posvećeno izradi mjernog sustava budući da regulacija cijelog sustava ovisi o mjerenim parametrima.

Izveden je matematički model sustava kuglice na gredi te je preko Euler-Lagrange-ovih jednadžbi izveden nelinearni model sustava koji je zatim lineariziran oko radne točke sustava.

Cilj rada je prikazati mogućnost upotrebe pneumatskih mišića u svrhu regulacije sile i položaja, te tako dokazati da se pneumatski mišić, kao jeftiniji i na vanjske utjecaje otporniji aktuator od pneumatskog cilindra, treba uzeti u obzir, pri izboru aktuatora za navedenu svrhu.

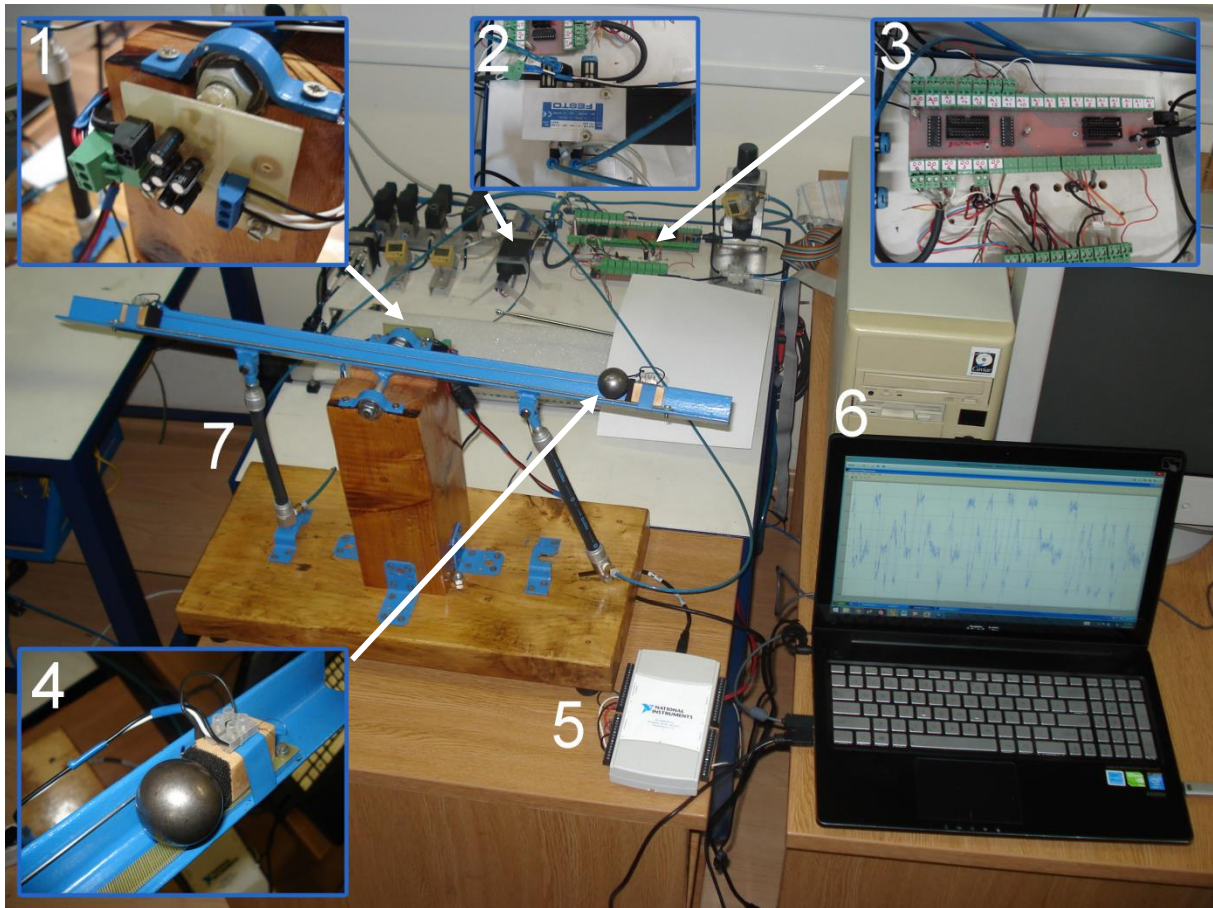
Ključne riječi: kuglica na gredi, nelinearni sustav, linearni sustav, pneumatski mišići, simulacija, eksperiment, LQR, linearni kvadratični regulator

1. Uvod

U području automatske regulacije često su poželjni ogledni primjeri različitih sustava koji mogu poslužiti kao eksperimentalna podloga za provjeru razvijenih algoritama regulacije. U kategoriju popularnih laboratorijskih modela spadaju i balansirajući sustavi koji predstavljaju intenzivno korištene objekte za istraživanje i ispitivanje različitih tehnika i algoritama regulacije. Takvi sustavi su nestabilni u otvorenom krugu, matematički modeli takvih sustava su složeni, te su uključene i različite nelinearnosti. Primjenom pneumatskih pogona u takvim sustavima ovi negativni učinci u procesu regulacije se dodatno povećavaju. Jedan takav sustav se razmatra u ovom završnom radu.

Model balansirajućeg sustava pokretanog pneumatskim mišićima prikladan je za edukaciju iz područja regulacije, pneumatike i sensorike, a ako uzmemo u obzir da je bila potrebna mehanička izrada ovog sustava, te osmišljavanje i izrada mjernog sustava, možemo proširiti edukaciju i na područje mehaničke obrade i elektronike te još niz manjih područja koje u cjelini čine mehatroniku.

Cilj ovog završnog rada je objediniti što više grana strojarstva u jednom radu kako bi se na praktičnom primjeru primijenilo znanje i vještine stečene u dosadašnjem tijeku obrazovanja. Rad je podijeljen na cjeline onim redom kako je tekla izrada sustava.



Slika 1. Dijelovi sustava

1. Elektronički sklop mjernog sustava
2. Proporcionalni razvodnik Festo MPYE-5-1/8 HF-010B
3. Ulazno izlazni switch sklop
4. Kuglica na gredi
5. Akvizicijska kartica NI USB-6212
6. Računalo
7. Pneumatski mišić

2. Mehanički dio sustava i izrada tiskane pločice

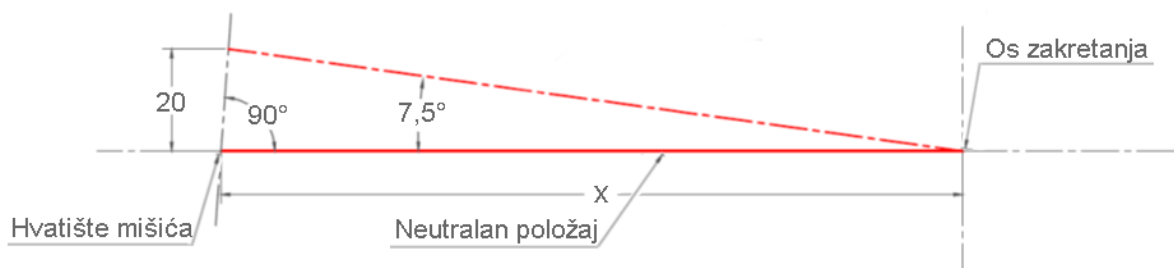
Zamišljeno je da se ovakav rad napravi uz relativno malen budžet, te je odlučeno da konstrukcija ovakvog tipa balansirajućeg sustava bude izrađena od drva i čelika, budući da su to najjeftiniji i najlakše dostupni materijali. U ovom poglavlju slikama su, uz kratko objašnjenje, prikazani postupci kojima se izradila mehanička konstrukcija sustava dok su opće dimenzije sustava određene dimenzijama dostupnog materijala. Ležaj je izabran temeljem karakteristike pneumatskog mišića, dok je pneumatski mišić određen potrebnim kutom zakreta grede koji se želi ostvariti.

2.1. Odabir pneumatskog mišića i ležaja

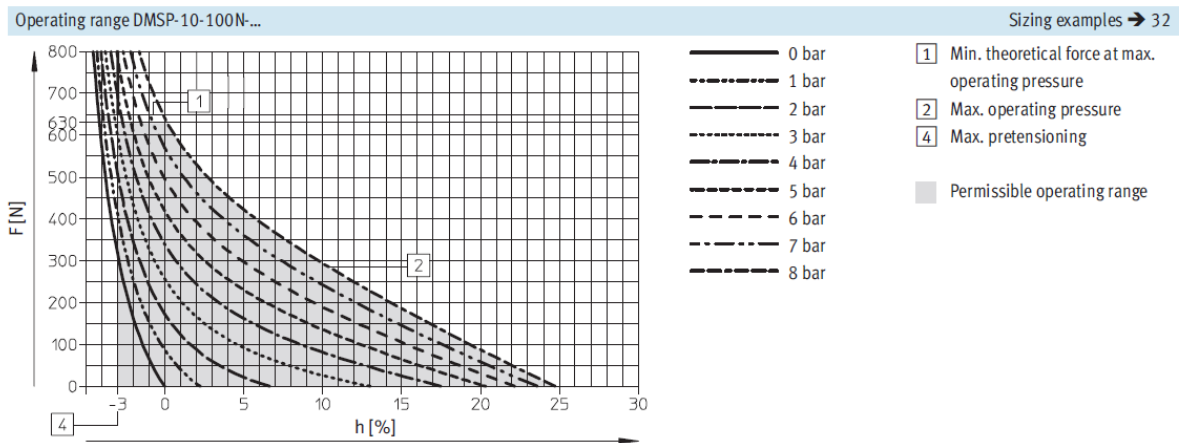
Dvije su osnovne dimenzije pneumatskog mišića: promjer i duljina. Budući da se povećanjem bilo kojeg od ova dva parametra utječe i na povećanje cijene pneumatskog mišića, potrebno je izabrati optimalne dimenzije.

Povećanjem promjera utječemo na povećanje vučne sile koju mišić može postići, no budući da je za ovaj sustav bitna samo regulacija položaja, a ne ostvarujemo velike sile, odabiremo najuži mišić u ponudi, promjera 10 mm.

Povećanjem duljine mišića, povećava se njegov hod. Hod mišića određen je željenim kutom zakreta grede. U slučaju ovog sustava, zadovoljavajući iznos kuta koji je određen eksperimentalno, iznosi 15° tj. u odnosu na neutralnu liniju $+7.5^\circ$ -7.5° . Znajući željeni kut zakreta grede, uzevši u obzir vanjske gabarite cijelog sustava i uzevši u obzir standardne dimenzije pneumatskih mišića, odlučeno je da se odaberu mišići duljine 200 mm. Kako se prema karakteristici koju prikazuje **Slika 3** može vidjeti, pri tlaku od 6 bar, mišić se sabija na 20% od svoje ukupne duljine što u našem slučaju iznosi 40 mm. Preostaje nam samo odrediti udaljenost hvatišta mišića od osi zakreta grede. To lako odredimo uz pomoć tangensa kuta.



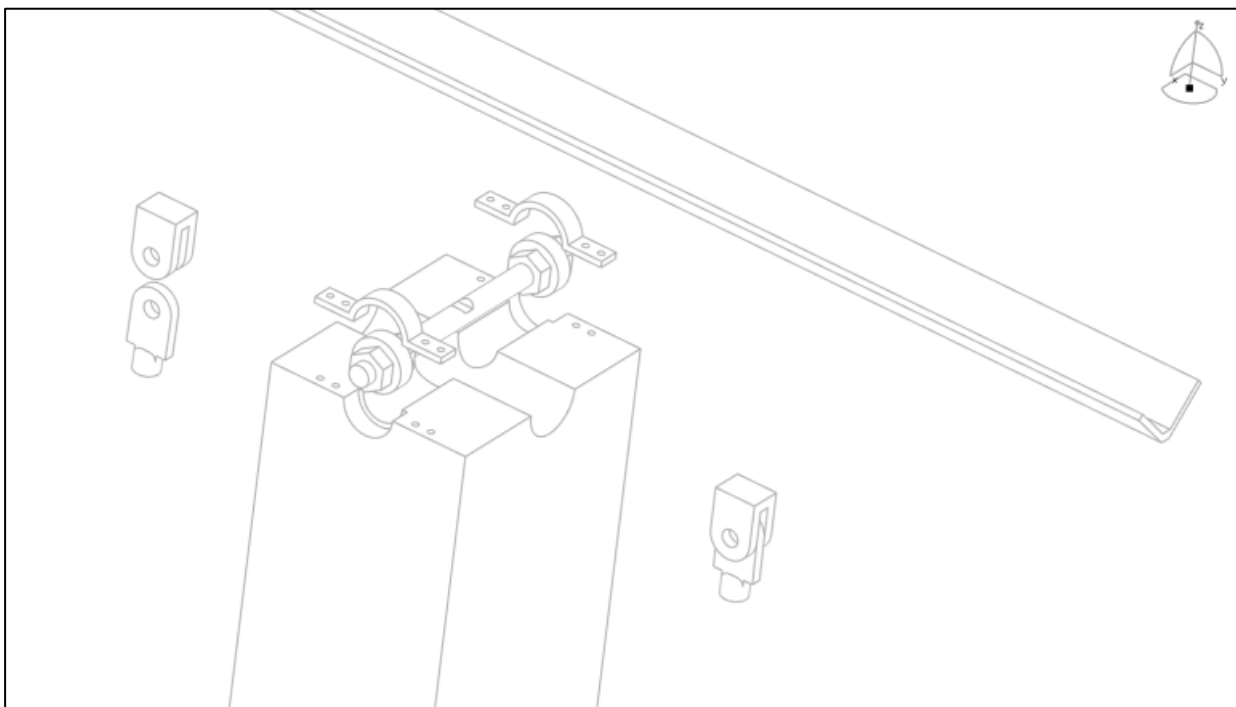
Slika 2. Određivanje dimenzije pneumatskog mišića



Slika 3. Karakteristika FESTO DMSP-10 pneumatskog mišića

Prema gornjoj karakteristici maksimalna vučna sila jednog pneumatskog mišića pri tlaku od 8 bar je 800 N. U slučaju da se oba mišića istovremeno sabiju, pri maksimalnom tlaku, maksimalna sila je 1,6 kN. Budući da se radi o dinamičkom sustavu, tražimo valjni, kuglični ležaj, sa iznosom dinamičke nosivosti veće od 1,6 kN. Iz strojarskog priručnika [1] iščitavamo da nam je potreban ležaj 10 BC 10.

Nakon početnih skica, izrade 3D modela u CAD programu Catia V5R18, te izrade radioničkih crteža koji su priloženi u dodatku na kraju rada, krenulo se na izradu mehaničke konstrukcije.



Slika 4. Skica sklopa sustava

2.2. Tijek izrade konstrukcije

Postolje je izrađeno od jelovog drveta. Pri izradi su korištene tehnike bušenja, blanjanja, brušenja, turpijanja te lakiranja.



Slika 5. Neobrađena daska jele



Slika 6. Ručno blanjanje



Slika 7. Površina postolja prije blanjanja



Slika 8. Površina postolja nakon blanjanja



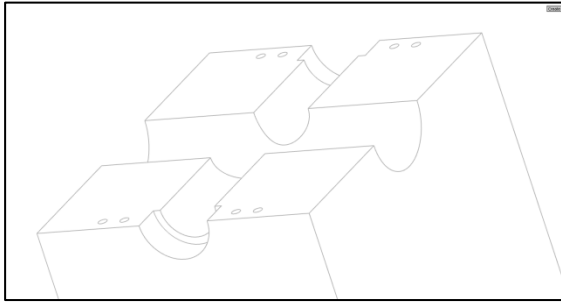
Slika 9. Isturpijan i brušen rub postolja



Slika 10. Lakirano postolje

Postolje je blanjanu ručnim blanjalicama te je nakon blanjanja brušeno, izbušene su rupe za gumene noge postolja koje će se kasnije namontirati, te su rubovi postolja isturpijani i brušeni kako ne bi bili oštri. Nakon toga slijedilo je lakiranje u tri sloja bezbojnim lakom za drvo. Paralelno sa izradom postolja, istim tehnikama, izrađen je nosivi stup.

Najzahtjevnije pri izradi stupa je bilo precizno bušenje provrta za ležaj i osovinu, te precizno piljenje, pod pravim kutom, budući da nisam imao alat s kojim bi prepilio stup u jednom potezu.



Slika 11. Skica vrha nosivog stupa



Slika 12. Vrh nosivog stupa sa obujmicama

Nakon obrade drva potrebno je bilo izraditi gredu, tj. žlijeb kojim će kuglica slobodno kliziti. Žlijeb je izrađen od čeličnog L profila (20*20*3) koji je bio korišten kao noga stolice koja je bila raspiljena za staro željezo. Nakon što je L profil odrezan na željenu duljinu, potrebno je bilo zavariti glavnu osovinu i nosače pneumatskih mišića. Svi elementi su zavareni postupkom elektrolučnog zavarivanja taljivom elektrodom.



Slika 13. Zavarena osovinu za gredu



Slika 14. Nosač pneumatskog mišića

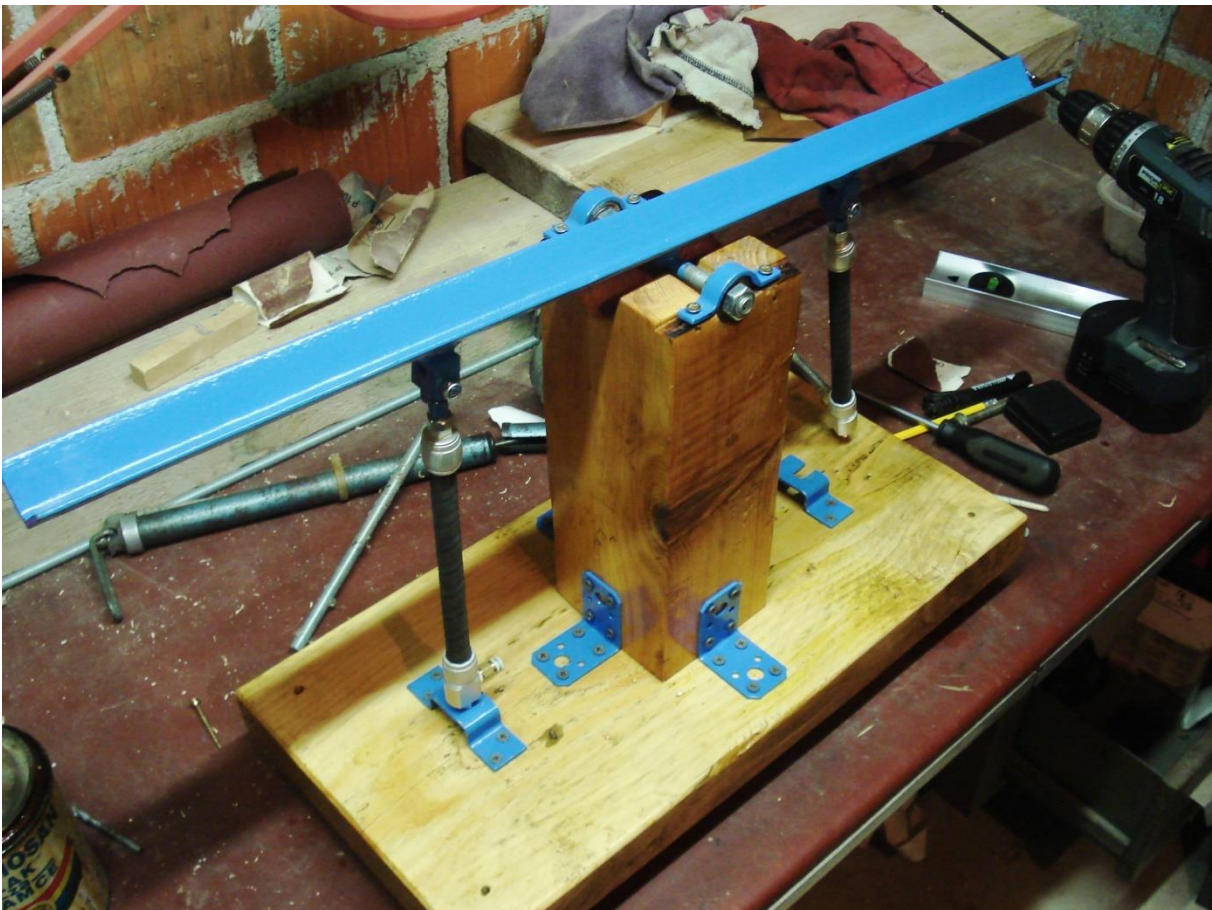
Nakon zavarivanja svi metalni dijelovi su lakirani u plavu boju kako zbog zaštite od korozije, tako i zbog estetike. Gumene noge postolja su zatim namontirane te su svi dijelovi spojeni u jedinstveni sklop.



Slika 15. Lakirana greda



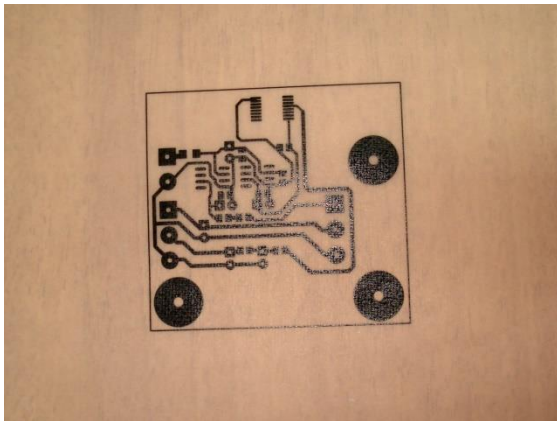
Slika 16. Prihvatnica pneumatskog mišića



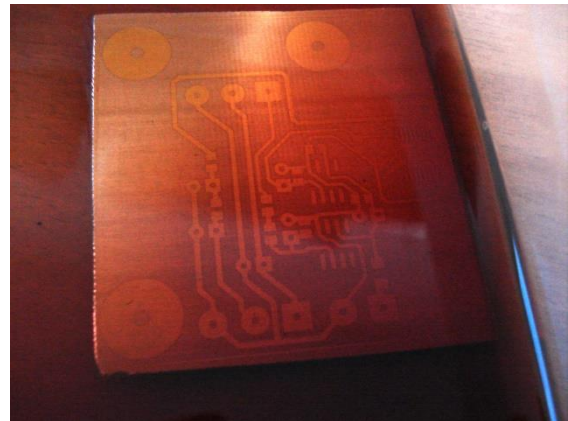
Slika 17. Sklop balansirajućeg sustava kuglice na gredi

2.3. Izrada tiskane pločice

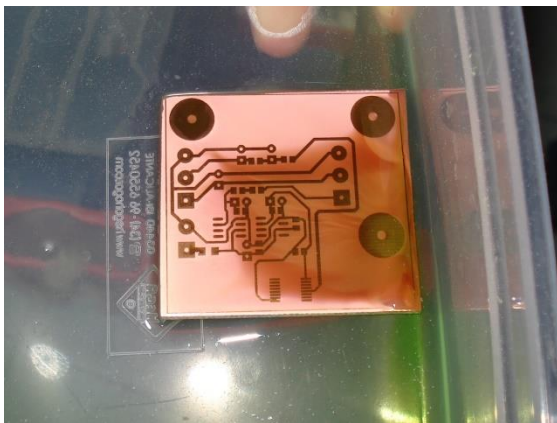
Tiskana pločica, koja će primljene signale pretvarati u naponski signal od 0 do 5V, te ga tako pripremiti za mjerenje akvizicijskom karticom NI-DAQ-6212, izrađena je foto postupkom. Pločica je izrađena u programskom paketu Altium, te je isprintana na paus papir. Pločica je preko paus papira osvijetljena UV svjetlom, te je stavljena u razvijač. Nakon razvijača, pločica se ispere u vodi te se stavi u otopinu vode, solne kiseline (HCl) i hidrogena (H_2O_2). Po završetku postupka, pločica se osuši, te se izbuše rupe za elektroničke komponente. Električna shema priložena je u dodatku na završetku rada.



Slika 18. Tiskana pločica na paus papiru



Slika 19. Tiskana pločica u razvijaču



Slika 20. Nagrizanje bakrenog sloja pločice



Slika 21. Tiskana pločica – kraj kemijske obrade

3. Upravljački dio sustava

3.1. Pneumatski mišić

Kao pneumatski aktuator, u ovom sustavu, izabrani su pneumatski mišići. Umjetni pneumatski mišići imaju prirodnu elastičnost što ih čini pogodnim za primjenu u bioničkim sustavima, tj. biološki inspiriranim izvedbama tehničkih sustava [2].

U slučaju razmatranog sustava, pneumatski mišić je odabran upravo radi svoje elastične, nelinearne karakteristike. Zbog nelinearne karakteristike, pneumatski mišići se općenito ne koriste u sustavima gdje se zahtijeva regulacija sile ili položaja, te se stoga češće odabire pneumatski cilindar. No u odnosu na pneumatski cilindar, pneumatski mišić je mnogo otporniji na uvjete okoline kao što su vlaga, prašina i nečistoća u radnom prostoru. Složenim upravljačkim algoritmima prilagođenim za određeni zadatak moguće je izbjeći probleme oko regulacije sile ili položaja, te tako dobivamo jeftiniji i otporniji aktuator sa jednakom funkcijom poput pneumatskog cilindra.

Konkretno u ovom sustavu, koristi se FESTO DMSP-10 pneumatski mišić. Izgled ovog mišića prikazuje **Slika 22**.



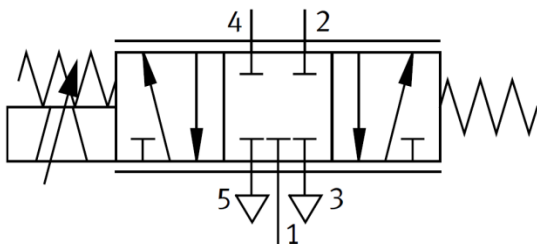
Slika 22. Pneumatski mišić FESTO DMSP – 10

3.2. Proporcionalni pneumatski razvodnik

Napretkom pneumatskih proporcionalnih ventila, proporcionalna elektro-pneumatika sve je više zastupljena u automatizaciji pri regulaciji sile i pomaka. Općenito, kao tehničke prednosti proporcionalnih uređaja možemo istaknuti: kontrolirane prijelaze između radnih položaja, kontinuirano upravljanje zadanom vrijednošću, te smanjenje broja pneumatskih komponenti.

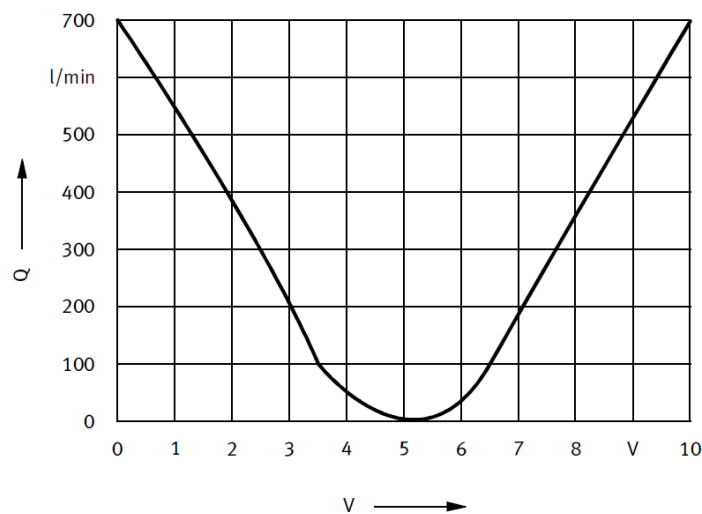
U slučaju proporcionalnog razvodnika FESTO MPYE-5-1/8 HF-010B, koji se koristi u ovoj nastavnoj maketi, kao upravljački signal koristi se napon između 0 i 10 V, što možemo vidjeti na karakteristici koju prikazuje **Slika 25**. Napon iznosa 5 V postavlja jednak tlak u oba mišića što u konačnici znači da je greda u vodoravnom položaju. Napon od 0 do 5 V zakreće gredu u smjeru kazaljke na satu, dok napon od 5 do 10 V zakreće u smjeru obrnutom od kazaljke na satu.

Pojačalo koje je integrirano u razvodnik pretvara naponski signal u strujni, te struja djeluje na zavojnicu proporcionalnog ventila. Zavojnica proporcionalnog ventila pokreće razvodni klip ventila koji kontrolira protok zraka u pneumatski mišić, a pneumatski mišić zatim pretvara energiju fluida u kinetičku energiju tj. u koristan rad.



Slika 23. Proporcionalni direktno upravljani 5/3 razvodnik - simbol

Slika 24. Razvodnik FESTO MPYE 5-1/8



Slika 25. Karakteristira pneumatskog proporcionalnog razvodnika

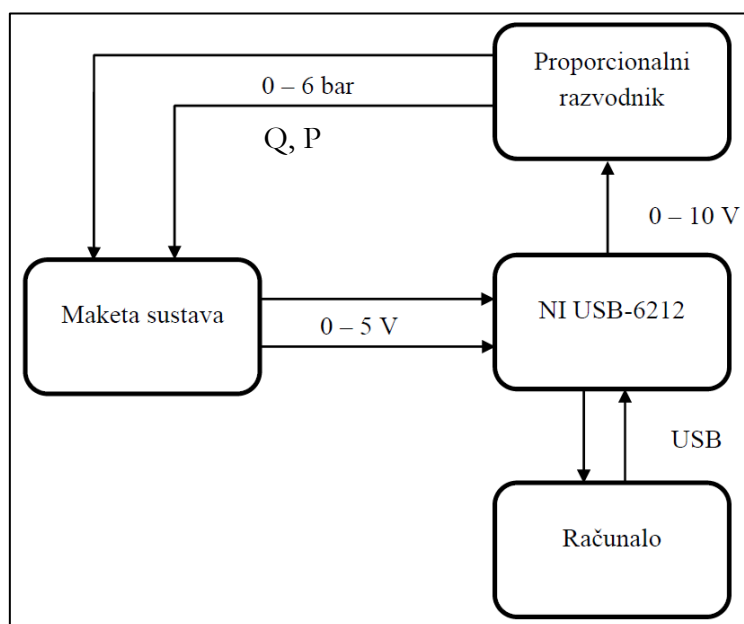
Tablica 1. Opće karakteristike proporcionalnog ventila

| Proizvođač | FESTO |
|----------------------------|--------------------|
| Tip | MPYE-5-1/8 HF-010B |
| Upravljački signal | 0÷10 VDC |
| Napon u srednjem položaju | 5 V |
| Fluid | stlačeni zrak |
| Napajanje | 24 V |
| Radni/maksimalni tlak | 0.6/1 Mpa |
| Maksimalni protok | 700 l/min |
| Maksimalna potrošnja snage | 20 W |
| Ulazni električni otpor | 70 kΩ |

3.3. Akvizicijska kartica NI USB-6212

Akvizicijska kartica NI USB-6212 je kartica M serije multifunkcionalnih *Data acquisition* modula optimiziranih za vrlo precizna mjerenja uz velike frekvencije uzorkovanja. Uz 16 analognih ulaza te 2 analogna izlaza sa brzinom uzorkovanja od 400 kS/s posjeduje još 32 ulazno izlazna pina. Kartica je spojena na računalo preko USB sučelja.

Pripremu upravljačkog signala, koji se šalje na proporcionalni razvodnik, vrši akvizicijska kartica NI USB-6212. Akvizicijskom karticom mjerimo signal koji, preko analognih ulaza, očitavamo sa nastavne makete. Nakon obrade signala na izlaz akvizicijske kartice šaljemo naponski signal od 0 do 10 V prema proporcionalnom razvodniku.



Slika 26. Blok shema komunikacije između dijelova sustava

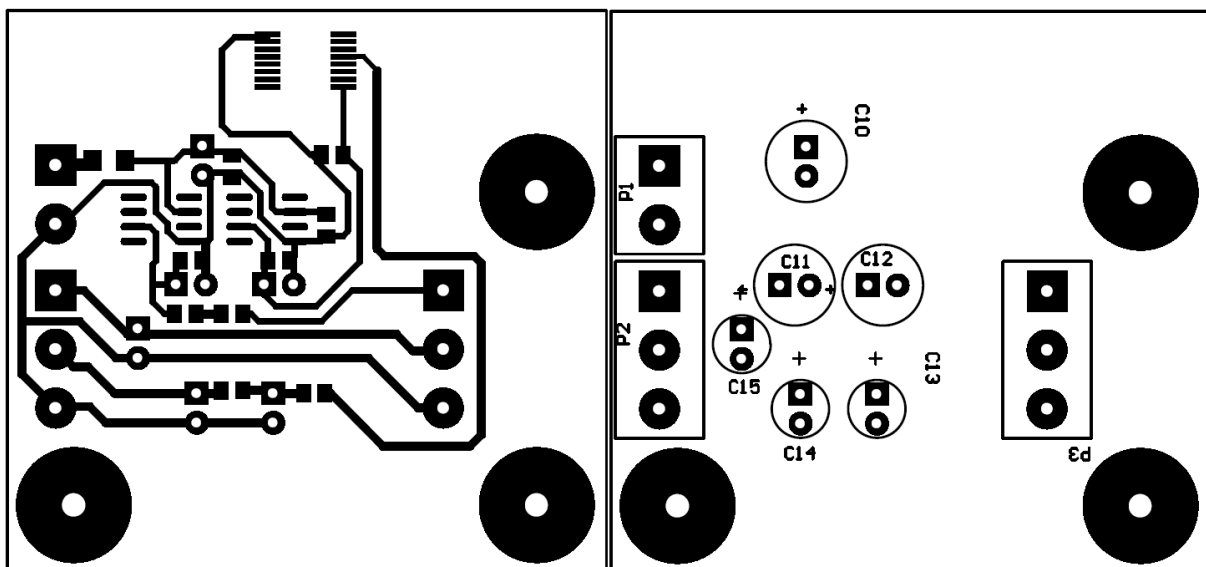
Tablica 2. Opće karakteristike NI USB-6212

| Opće informacije | |
|-------------------------------|---------------|
| Naziv | USB – 6212 |
| Operacijski sustav | Windows |
| Napajanje | USB Bus |
| Dimenzije | 169 x 94 x 31 |
| Analogni ulazi | |
| Broj kanala | 16 |
| Rezolucija | 16 – bit |
| Brzina uzorkovanja | 400 kS/s |
| Maksimalan napon | 10 V, -10 V |
| Analogni izlazi | |
| Broj kanala | 2 |
| Rezolucija | 16 – bit |
| Maksimalan napon | 10 V, -10 V |
| Digitalni ulazi/izlazi | |
| Broj kanala | 32 |
| Maksimalan ulazni napon | 0 V, 5.25 V |
| Maksimalan izlazni napon | 0 V, 3.8 V |

4. Mjerni dio sustava

Kako su jedine dvije varijable koje mjerimo u ovom sustavu pozicija kuglice na gredi i kut zakreta grede, u ovom poglavlju će se opisati način na koji je izvedeno mjerenje ove dvije varijable, te će biti prikazan model sustava, programiran u programskom paketu MATLAB Simulink, kojim se evaluiraju dobivene vrijednosti.

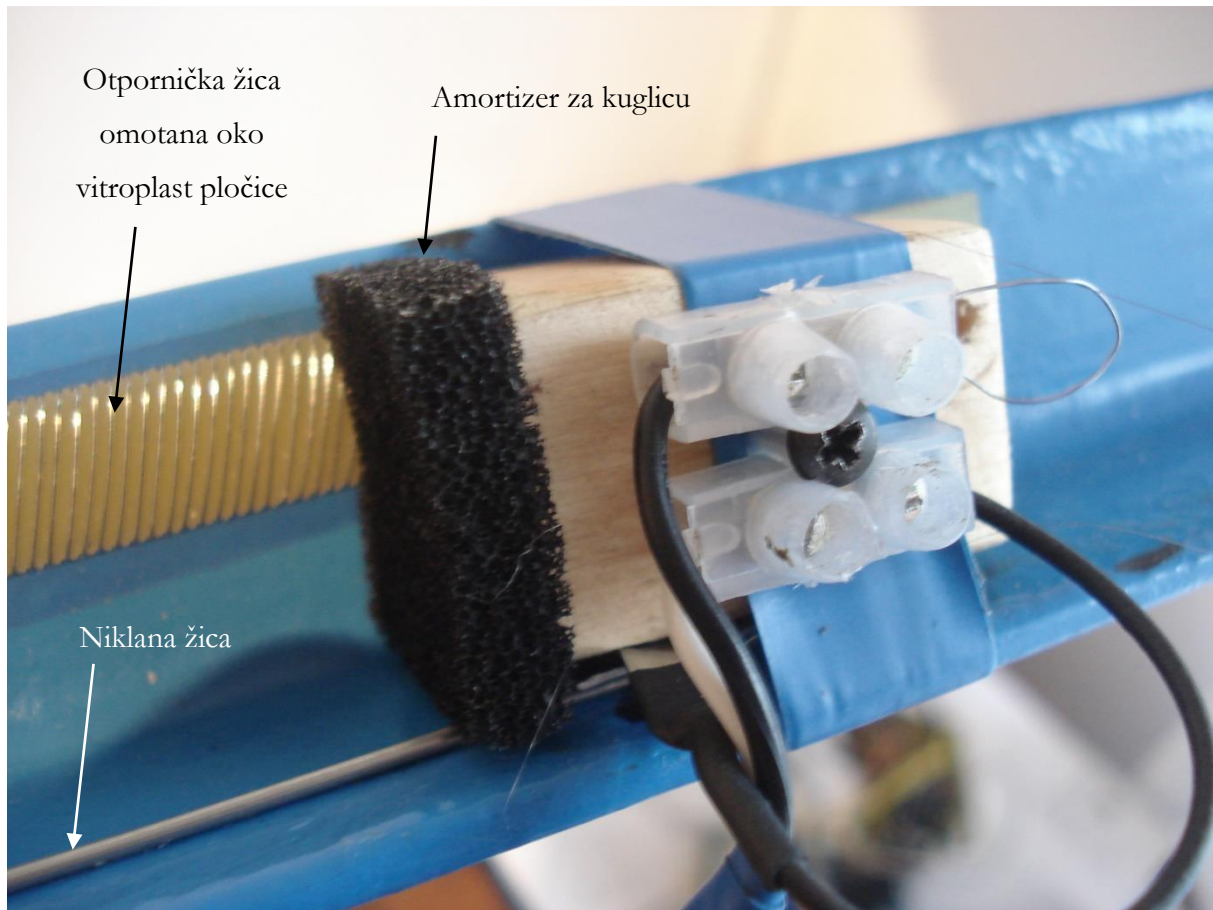
Oba sustava izvedena su na jednoj tiskanoj pločici prema električnoj shemi koja je priložena u dodatku na kraju rada. Prema shemi nacrtana je tiskana pločica u programskom paketu Altium designer. Pločica je izvedena kao jednoslojna sa klasičnim i SMD elektroničkim komponentama.



Slika 27. Shema tiskanih vodova i montažna shema

4.1. Sustav za mjerenje pozicije kuglice

Kako su željeni senzori za mjerenje pozicije kuglice relativno skupi, odlučeno je da će se izraditi takav senzor. Senzor je izrađen kao veliki klizni potenciometar. Ploča od vitroplasta je odrezana na duljinu 500 mm te je na svakih 1,5 mm izbušena rupa promjera 1 mm. Zatim je ploča prerezana duž osi koja prolazi kroz središta svih rupa kako bi dobili malene žljebove. Postupak je ponovljen sa obje strane ploče. Nakon toga po žljebovima je namotana otpornička žica promjera 0.25 mm. Naponski signal između otporničke žice sa jedne strane i niklane žice sa druge strane provodi metalna kuglica te se ponaša kao promjenjivi otpornik. Elektronički sklop mjeri pad napona na otporniku te tu vrijednost šalje na ulaz akvizicijske kartice.



Slika 28. Izvedba senzora za mjerenje pozicije kuglice

4.2. Sustav za mjerenje kuta zakreta grede

Kut zakreta grede mjeren je pomoću AS5045, 12-bitnog programibilnog magnetskog, rotacijskog enkodera. AS5045 je bezkontaktni magnetski enkoder, te budući da je 12-bitni, može registrirati 4096 pozicija po okretaju što znači da mu je teoretski rezolucija 0.0879° . Dvopolni magnet treba biti postavljen i precizno centriran iznad ili ispod integriranog kruga.

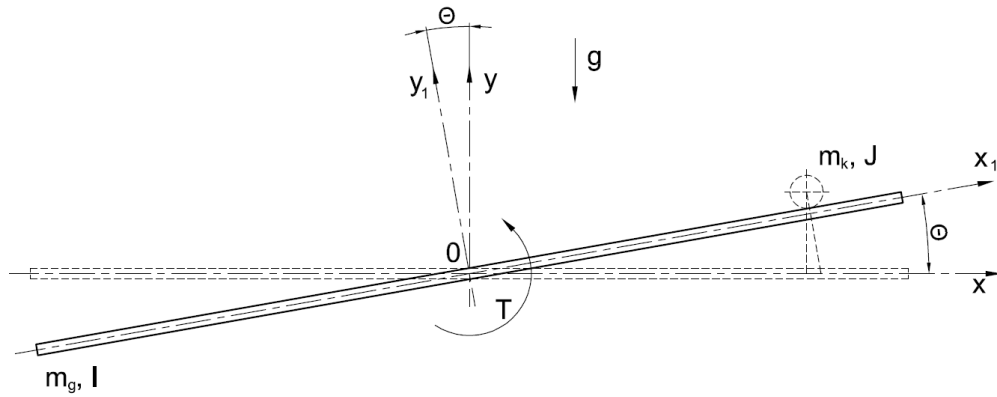


Slika 29. Pozicioniranje magneta u odnosu na AS5045

5. Matematički model sustava

5.1. Greda

Određivanje potencijalne i kinetičke energije grede:



Slika 30. Skica grede

U slučaju prikazanog sustava, težište grede je također ishodište koordinatnog sustava ($h_g=0$). Zbog toga, potencijalna energija grede jednaka je 0.

$$P_g = m_g \cdot g \cdot h_g \quad (1)$$

$$P_g = 0$$

Kinetička energija grede

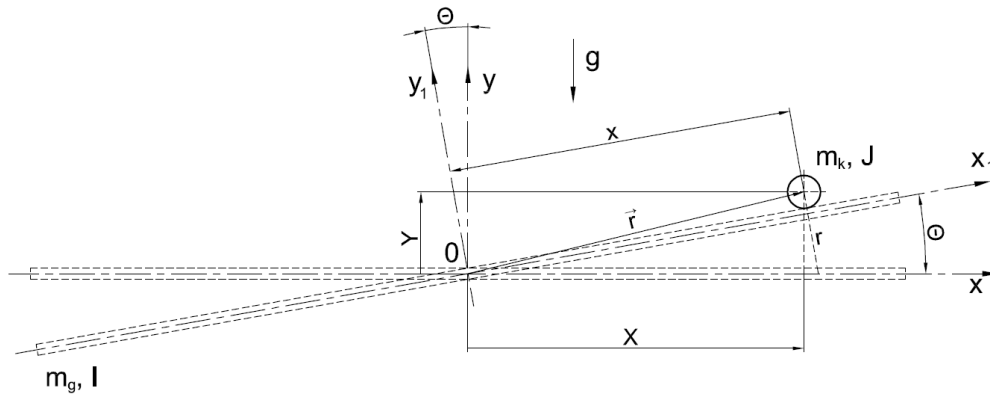
$$K_g = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \dot{\theta}^2 \quad (2)$$

Gdje moment tromosti I možemo izraziti

$$I = \frac{m_g l^2}{12} \quad (3)$$

5.2. Kuglica

Određivanje potencijalne i kinetičke energije kuglice:



Slika 31. Skica kuglice

Potencijalna energija kuglice

$$P_k = m_k \cdot g \cdot h_k \quad (4)$$

Kinetička energija uzrokovana brzinom gibanja težišta

$$K_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m_k \cdot v_k^2 \quad (5)$$

Kinetička energija uzrokovana kotrljanjem kuglice

$$K_{k2} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2 \quad (6)$$

$$\omega = \frac{v_k}{r} = \frac{\dot{x}}{r}$$

Ukupna kinetička energija (5)+(6)

$$K_k = \frac{1}{2} \cdot m_k \cdot v_k^2 + \frac{1}{2} \frac{J}{r^2} \dot{x}^2 \quad (7)$$

Gdje je J moment tromosti

$$J = \frac{2}{5} m_k r^2 \quad (8)$$

Za apsolutni položaj kuglice potrebna je transformacija rotacije:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Prema slici Slika 31 određeno je

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ y_1 &= r \end{aligned} \quad (10)$$

Kad se pomnoži (10) i (9) dobiva se:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cos\theta - r \sin\theta \\ x \sin\theta + r \cos\theta \end{bmatrix} \quad (11)$$

Vektor položaja kuglice

$$\vec{r} = p_k = \begin{bmatrix} x \cos\theta - r \sin\theta \\ x \sin\theta + r \cos\theta \end{bmatrix} \quad (12)$$

Brzina kuglice dobije se derivacijom položaja kuglice

$$v_k = \dot{p}_k = \begin{bmatrix} \dot{x} \cos\theta - x \dot{\theta} \sin\theta - r \dot{\theta} \cos\theta \\ \dot{x} \sin\theta + x \dot{\theta} \cos\theta - r \dot{\theta} \sin\theta \end{bmatrix} \quad (13)$$

Kvadriranjem brzine dobivamo

$$v_k^2 = [(\dot{x} - r\dot{\theta}) \cos\theta - x\dot{\theta} \sin\theta]^2 + [(\dot{x} - r\dot{\theta}) \sin\theta + x\dot{\theta} \cos\theta]^2 \quad (14)$$

Nakon raspisivanja i sređivanja izraza (14) dobiva se

$$v_k^2 = [(\dot{x} - r\dot{\theta})^2 + x^2 \dot{\theta}^2] = [\dot{x}^2 - 2r\dot{x}\dot{\theta} + r^2\dot{\theta}^2 + x^2\dot{\theta}^2] \quad (15)$$

Kako je visina na kojoj se nalazi kuglica $h=y$ (Slika 31) iz jednadžbe (4) dobije se izraz za potencijalnu energiju kuglice

$$P_k = m_k \cdot g \cdot x \sin \Theta + m_k \cdot g \cdot r \cos \Theta \quad (16)$$

Uvrštavanjem izraza (15) u (7) dobiven je izraz za ukupnu kinetičku energiju kuglice

$$K_k = \frac{1}{2} m_k (\dot{x}^2 - 2r\dot{x}\dot{\theta} + r^2\dot{\theta}^2 + x^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} \frac{J}{r^2} \dot{x}^2 \quad (17)$$

5.3. Nelinearni model sustava

Nelinearni model sustava dobiven je pomoću Euler Lagrange-ove jednadžbe koja se temelji na poznavanju kinetičke i potencijalne energije sustava u funkciji položaja i brzina upravljanih koordinata.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_j}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial K_j}{\partial q_i} + \frac{\partial P_j}{\partial q_i} = T_i \quad (18)$$

Ukupna potencijalna energija sustava (1) +

(16)

$$P = mgx \sin \Theta + mgr \cos \Theta \quad (19)$$

Ukupna kinetička energija sustava (2) + (17)

$$K = \frac{1}{2} I \dot{\Theta}^2 + \frac{1}{2} m_k (\dot{x}^2 - 2r\dot{x}\dot{\Theta} + r^2\dot{\Theta}^2 + x^2\dot{\Theta}^2) + \frac{1}{2} \frac{J}{r^2} \dot{x}^2 \quad (20)$$

Upravljive koordinate u ovom sustavu su pomak kuglice (x) i kut zakreta grede (Θ), te dobivamo dvije Lagrange-ove jednadžbe

$$\begin{aligned} q_1 &= x \\ q_2 &= \Theta \end{aligned} \quad (21)$$

Ukupna sila u i -toj upravljanoj koordinati

$$\begin{aligned} T_i &= \sum_{j=1}^n T_{ij} \\ T_1 &= 0 \\ T_2 &= T \end{aligned} \quad (22)$$

Euler-Lagrange-ove jednadžbe sustava

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial K}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial x} &= 0 \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\Theta}}\right) - \frac{\partial K}{\partial \Theta} + \frac{\partial P}{\partial \Theta} &= T\end{aligned}\quad (23)$$

Potrebne derivacije za prvu upravljaju koordinatu

$$\begin{aligned}\frac{\partial K}{\partial \dot{x}} &= \frac{1}{2}m_k(2\dot{x} - 2r\dot{\Theta}) + \frac{1}{2}\frac{J}{r^2} \cdot 2\dot{x} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{x}}\right) &= \frac{1}{2}m_k(2\ddot{x} - 2r\ddot{\Theta}) + \frac{1}{2}\frac{J}{r^2} \cdot 2\ddot{x} \\ \frac{\partial K}{\partial x} &= \frac{1}{2}m_k(2x\dot{\Theta}^2) \\ \frac{\partial P}{\partial x} &= m_k g \sin \Theta\end{aligned}\quad (24)$$

Nakon sređivanja

$$\begin{aligned}\frac{\partial K}{\partial \dot{x}} &= m_k(\dot{x} - r\dot{\Theta}) + \frac{J}{r^2} \cdot \dot{x} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{x}}\right) &= m_k\ddot{x} - m_k r\ddot{\Theta} + \frac{J}{r^2}\ddot{x} \\ \frac{\partial K}{\partial x} &= m_k x\dot{\Theta}^2 \\ \frac{\partial P}{\partial x} &= m_k g \sin \Theta\end{aligned}\quad (25)$$

Potrebne derivacije za drugu upravljaju koordinatu

$$\begin{aligned}\frac{\partial K}{\partial \dot{\Theta}} &= I\dot{\Theta} + \frac{1}{2}m_k(-2r\dot{x} + 2r^2\dot{\Theta} + 2x^2\dot{\Theta}) \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\Theta}}\right) &= I\ddot{\Theta} + \frac{1}{2}m_k(-2r\ddot{x} + 2r^2\ddot{\Theta} + 2 \cdot 2x\dot{x}\dot{\Theta} + 2x^2\ddot{\Theta}) \\ \frac{\partial K}{\partial \Theta} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial \Theta} &= m_k gx \cos \Theta - m_k gr \sin \Theta\end{aligned}\tag{26}$$

Nakon sređivanja

$$\begin{aligned}\frac{\partial K}{\partial \dot{\Theta}} &= I\dot{\Theta} - m_k r\dot{x} + m_k r^2\dot{\Theta} - m_k x^2\dot{\Theta} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\Theta}}\right) &= I\ddot{\Theta} - m_k r\ddot{x} + m_k r^2\ddot{\Theta} + 2m_k x\dot{x}\dot{\Theta} + m_k x^2\ddot{\Theta} \\ \frac{\partial K}{\partial \Theta} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial \Theta} &= m_k gx \cos \Theta - m_k gr \sin \Theta\end{aligned}\tag{27}$$

Uvrštavanjem (25) i (27) u Euler-Lagrange-ove jednačbe (23) dobiven je nelinearni matematički model sustava

$$\begin{aligned}\frac{J}{r^2}\ddot{x} + m_k\ddot{x} - m_k r\ddot{\Theta} - m_k x\dot{\Theta}^2 + m_k g \sin \Theta &= 0 \\ I\ddot{\Theta} + m_k r^2\ddot{\Theta} + m_k x^2\ddot{\Theta} - m_k r\ddot{x} + 2m_k x\dot{x}\dot{\Theta} + m_k gx \cos \Theta - m_k gr \sin \Theta &= T\end{aligned}\tag{28}$$

6. Linearizacija sustava oko radne točke

Budući da je radna točka ovog sustava greda u horizontalnom položaju, uvodimo pretpostavku da je kut zakreta grede mali, iz čega slijedi

$$\begin{aligned}\sin \theta &\cong \theta \\ \cos \theta &\cong 1 \\ x^2 &\cong \dot{\theta}^2 \cong \dot{x}\dot{\theta} \cong 0\end{aligned}\tag{ 29 }$$

Uvrštavanjem pretpostavki (29) u nelinearni model sustava (28) dobiva se jednačba za prvu i drugu upravljaju koordinatu.

$$\left(\frac{J}{r^2} + m_k\right)\ddot{x} - m_k r \ddot{\theta} + m_k g \theta = 0\tag{ 30 }$$

$$(I + m_k r^2)\ddot{\theta} - m_k r \ddot{x} + m_k g x = T\tag{ 31 }$$

Budući da je moment (I) koji pneumatski mišići stvaraju te zakreću gredu mnogo veći od momenta koji stvara kuglica zbog promjene položaja, momente kuglice možemo zanemariti. Tako pojednostavljujemo jednačbu (31)

$$I\ddot{\theta} = T\tag{ 32 }$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I} \cdot T\tag{ 33 }$$

Također se pojednostavljuje jednačba (30)

$$\ddot{x} = -\frac{m_k g}{\frac{J}{r^2} + m_k} \cdot \theta + \frac{m_k r}{\frac{J}{r^2} + m_k} \cdot \ddot{\theta}\tag{ 34 }$$

Ako se uvrsti (33) u (34) dobijemo linearizirani model dinamike sustava kuglice na gredi

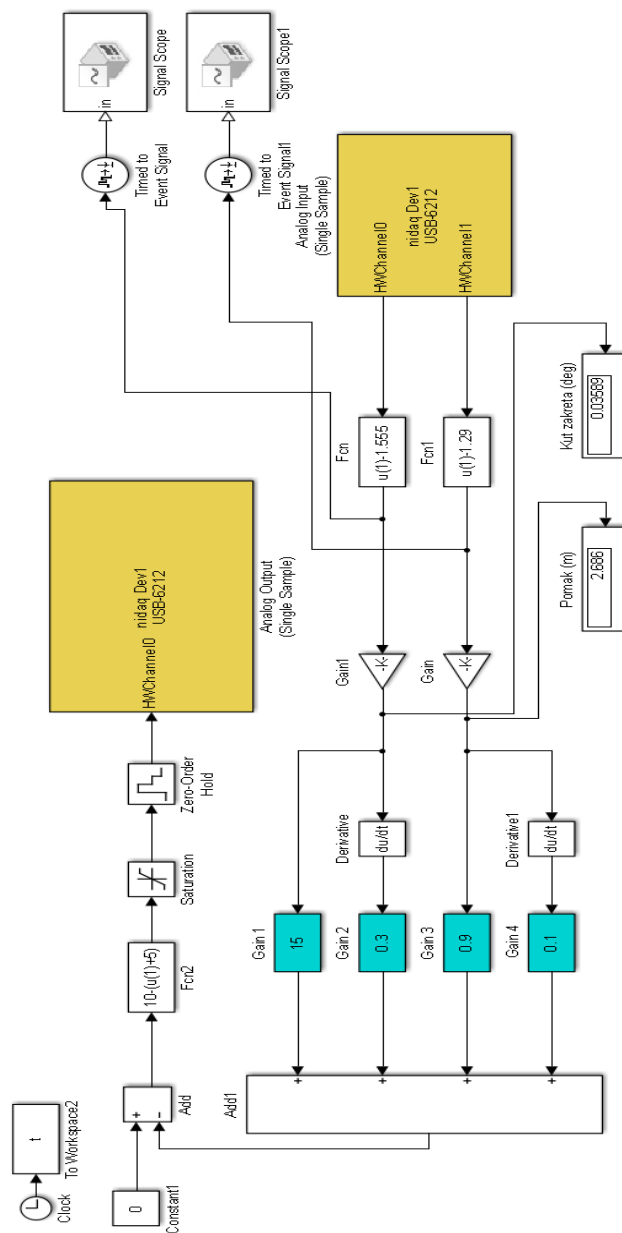
$$\ddot{x} = -\frac{m_k g}{\frac{J}{r^2} + m_k} \cdot \theta + \frac{m_k r}{\left(\frac{J}{r^2} + m_k\right) I} \cdot T\tag{ 35 }$$

7. Simulink model sustava

Za rješenje zadanog problema odabran je linearni kvadratični regulator (LQR) koji se temelji na traženju matrice pojačanja koja minimizira kvadratni kriterij optimalnosti prikazan jednadžbom:

$$J_r = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (36)$$

Matrice Q i R su težinske te se podešavaju prema Bryson-ovom pravilu. Znači težinske matrice su kvadrati recipročnih vrijednosti maksimalno dozvoljenih odstupanja varijabli stanja i ulaza. Ovo pravilo se koristi samo kako bi približno odredili vrijednosti Q i R matrice

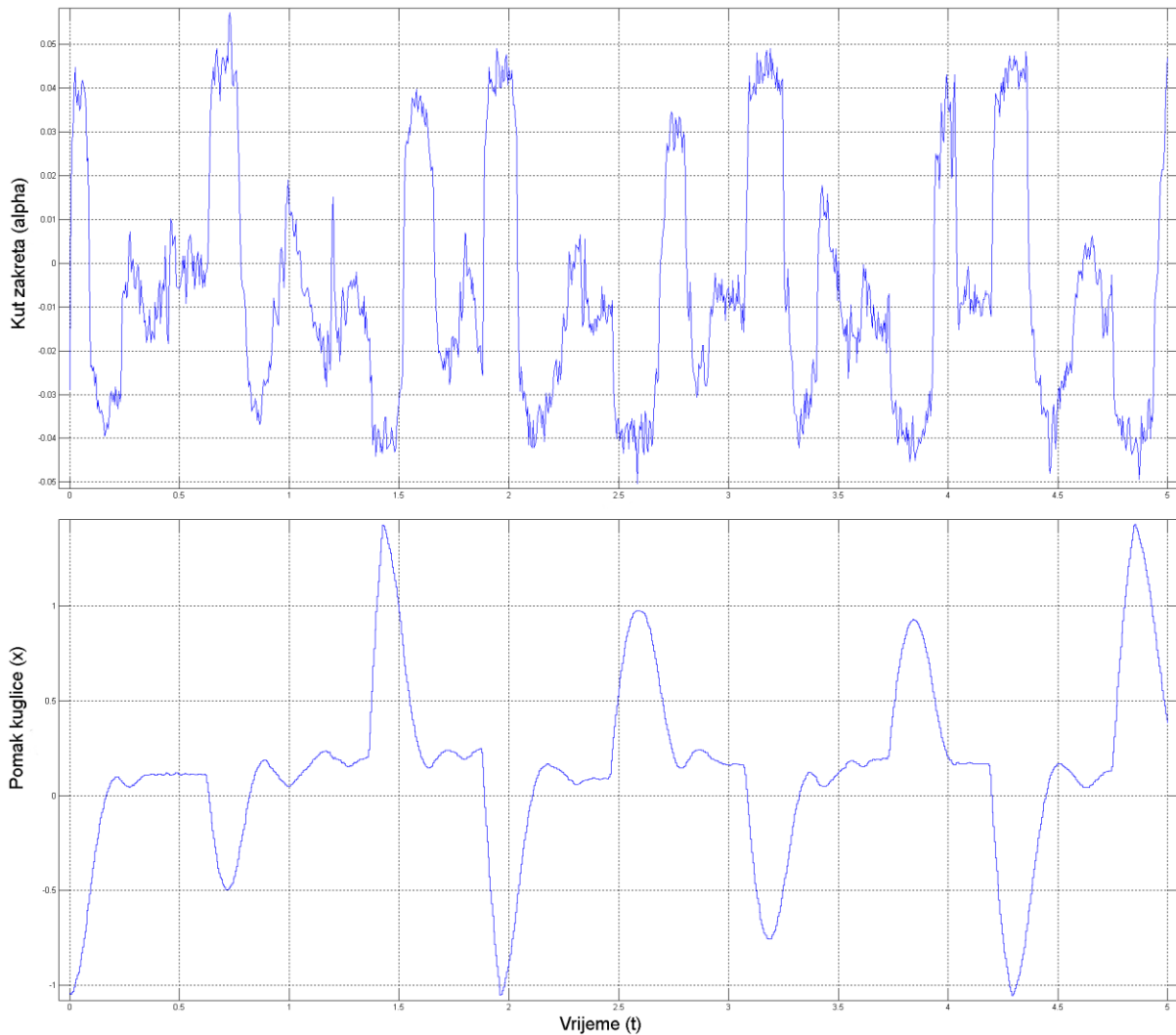


Slika 32. Simulink model sustava

8. Odziv sustava

Odziv sustava koji prikazuje Slika 33 prikazuje mjerene vrijednosti kuta zakreta grede i položaja kuglice na gredi u voltima. Kut zakreta grede puno više oscilira od pomaka kuglice zbog inercije koju kuglica posjeduje.

Veliki skokovi u funkciji su vanjski poremećaji koji djeluju na kuglicu tj. izbacuju je iz željene pozicije. Vidljivo je da se kuglica vraća u željeni položaj, te se stabilizira ili lagano oscilira.



Slika 33. Odziv sustava

9. Zaključak

U ovom radu je prikazan tijek izrade modela balansirajućeg sustava kuglice na gredi pokretanog pneumatskim mišićima. Zbog svoje nelinearne, karakteristike i elastičnosti, pneumatski mišići se općenito ne koriste u sustavima gdje se zahtijeva regulacija sile ili položaja, te se stoga češće odabire pneumatski cilindar.

Dokazano je da je pneumatski mišić moguće koristiti u sustavima gdje je potrebna regulacija sile ili položaja te je korist od toga mnogostruka. Kako je pneumatski mišić otporniji na vlagu, prašinu i nečistoću u radnom prostoru, primjenom istoga ostvarena je jednaka funkcija sa jeftinijim i izdržljivijim aktuatorom.

Kao regulator korišten je regulator po varijablama stanja (LQR). Ulazne veličine regulatora očitane su i procesuirane akvizicijskom karticom NI-DAQ-6212, te u Simulink modelu nisu filtrirane budući da su očitani signali bez prevelikog šuma. Odabranim linearnim kvadratičnim regulatorom, sa dobro podešenim pojačanjima varijabli stanja, uspješno je ostvarena regulacija pozicije kuglice na gredi.

Literatura

- [1] T. Šurina, "Automatska regulacija", Školska knjiga, Zagreb, 1981.
- [2] V. Kecman, "Osnove automatike", Školska knjiga, Zagreb, 1988.
- [3] Ž. Šitum, J. Petrić, " A pneumatically actuated ball and beam system", International Journal of Mechanical Engineering Education, Volume 36, Number 3, July 2008, pp.225-234(10)
- [4] B. Kraut, "Strojarski priručnik", Tehnička knjiga, Zagreb, 1988.

Prilog

