

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Filip Kovačić

Zagreb, 2013.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Željko Božić, dipl. ing.

Student:

Filip Kovačić

Zagreb, 2013.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Željku Božiću na pomoći prilikom izrade ovoga rada.

Filip Kovačić

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	III
POPIS TABLICA.....	VII
POPIS OZNAKA	VIII
SAŽETAK.....	IX
SUMMARY	X
1 Uvod.....	1
2 Eksperimentalna analiza loma ploča i panela izloženih bočnom pritisku.....	3
2.1 Statički vlačni pokus i vlačni pokus ploče sa centralnom pukotinom.....	3
2.2 Procedura tlačnog ispitivanja panela	9
2.3 Paneli za tlačno ispitivanje	10
2.4 Rezultati ispitivanja panela pod tlakom.....	13
3 Osnovni parametri elastoplastične mehanike loma	22
3.1 Otvaranje vrha pukotine	22
3.2 J – integral	24
3.2.1 Neovisnost J – integrala o liniji integriranja	26
3.2.2 Veza J – integrala i polja naprežanja pri vrhu pukotine.....	27
3.2.3 Veza J – integrala i CTOD	29
3.2.4 J – integral kao parametar mehanike loma.....	30
4 Primjena metode konačnih elemenata u mehanici loma	31
4.1 Oblikovanje mreže konačnih elemenata u mehanici loma	31
4.2 Rješenje nelinearnih problema	33
5 Određivanje dijagrama stvarno naprežanje – stvarna deformacija	34
6 Analiza loma ploča i orebrenih panela metodom konačnih elemenata	39

6.1	Rezultati simulacije metodom konačnih elemenata za ploču sa centralnom pukotinom.....	43
6.2	Rezultati simulacije metodom konačnih elemenata za panele opterećene na tlak	47
7	3D analiza loma ploča i orebrenih panela	54
7.1	Rezultati simulacije metodom konačnih elemenata za ploču sa centralnom pukotinom.....	57
7.2	Rezultati simulacije metodom konačnih elemenata za panele opterećene na tlak	60
8	Diskusija rezultata	71
9	Zaključak.....	74
	PRILOG	75
	LITERATURA.....	76

POPIS SLIKA

Slika 2.1 Epruveta za statički vlačni pokus; a) dijagram naprezanje – deformacija b) geometrija epruvete	4
Slika 2.2 Ploča sa centralnom pukotinom	6
Slika 2.3 Rezultati mjerenja u eksperimentu; a) izmjerene deformacije b) mjerne trake za napredovanje pukotine	7
Slika 2.4 Lom ploče sa centralnom pukotinom.....	8
Slika 2.5 Oprema za tlačno ispitivanje.....	9
Slika 2.6 Tlačni spremnik.....	10
Slika 2.7 Paneli PPR-1 i PPR-3 za tlačno ispitivanje.....	11
Slika 2.8 Paneli SPPR-1 i SPPR-3 za tlačno ispitivanje	11
Slika 2.9 Pozicija mjernih senzora	13
Slika 2.10 Progibi u točki W(0,25) u ovisnosti o tlaku	15
Slika 2.11 Deformacije u točki A za panel PPR-1a	16
Slika 2.12 Deformacije u točki B za panel PPR-1a.....	16
Slika 2.13 Deformacije u točki A za panel PPR-1b	17
Slika 2.14 Deformacije u točki B za panel PPR-1b	17
Slika 2.15 Deformacije u točki A za panel PPR-3	18
Slika 2.16 Deformacije u točki A za panel SPPR-1	18
Slika 2.17 Deformacije u točki B za panel SPPR-1	19
Slika 2.18 Deformacije u točki A za panel SPPR-3	19
Slika 2.19 Panel PPR-1 nakon tlačnog ispitivanja	20
Slika 2.20 Panel PPR-3 nakon tlačnog ispitivanja	20
Slika 2.21 Panel SPPR-1 nakon tlačnog ispitivanja	21
Slika 2.22 Panel SPPR-3 nakon tlačnog ispitivanja	21
Slika 3.1 Otvaranje vrha pukotine.....	22

Slika 3.2 Pomak u_y i korektivni izraz za postojanje plastičnog područja, r_y , kod otvaranja vrha pukotine, CTOD	23
Slika 3.3 Druge definicije CTOD-a.....	24
Slika 3.4 Tijelo A s opisanom konturom integriranja	25
Slika 3.5 Linija integriranja Γ oko vrha pukotine	26
Slika 3.6 Zatvorena linija integriranja Γ oko pukotine.....	26
Slika 3.7 Kružna linija integriranja Γ , polumjera r , s centrom u vrhu pukotine.....	27
Slika 3.8 Otvaranje vrha pukotine, CTOD	29
Slika 3.9 Ponašanje vrha pukotine tijekom žilavog loma	30
Slika 4.1 Svođenje pravokutnog elementa u trokutasti na vrhu pukotine	32
Slika 4.2 Deformirana mreža konačnih elemenata pri vrhu pukotine kod plastičnog ponašanja materijala.....	32
Slika 4.3 Newton – Raphsonova metoda	33
Slika 5.1 Statički vlačni test a) epruveta za statički vlačni test; b) inženjerski dijagram naprezanje-deformacija	34
Slika 5.2 Usporedba stvarnog i inženjerskog dijagrama	35
Slika 5.3 Stvarni dijagram naprezanje-deformacija	35
Slika 5.4 Mreža konačnih elemenata za epruvetu	36
Slika 5.5 Površina osmine epruvete	36
Slika 5.6 Površina presjeka epruvete.....	37
Slika 5.7 Rezultati simulacije epruvete za vlačnu silu	37
Slika 5.8 Von Mises-ova naprezanja.....	38
Slika 5.9 ϵ_y deformacija.....	38
Slika 6.1 Detalj pukotine	39
Slika 6.2 Dijagram naprezanje deformacija za elastoplastičnu analizu	40
Slika 6.3 Mreža konačnih elemenata za CN ploču a) vrh pukotine modeliran sa KSCON naredbom b) vrh pukotine modeliran radijusom	41
Slika 6.4 Mreža konačnih elemenata za panel SPPR-3	42
Slika 6.5 Mreža konačnih elemenata za panel SPPR-1	42

Slika 6.6 Mreža konačnih elementa za panel PPR-3.....	43
Slika 6.7 Mreža konačnih elementa za panel PPR-1.....	43
Slika 6.8 Vlačna sila u odnosu na pomak kraja CN ploče	45
Slika 6.9 Deformacije za CN ploču u usporedbi sa eksperimentalnim rezultatima.....	45
Slika 6.10 Vrijednosti J – integrala za CN ploču.....	46
Slika 6.11 Otvaranje vrha pukotine za CN ploču.....	46
Slika 6.12 $\delta t/(J/\sigma_0)$ omjer za CN ploču	47
Slika 6.13 Progibi dobiveni simulacijom u usporedbi sa eksperimentom za sve panele	48
Slika 6.14 Deformacije u točki A za panel PPR-1a	49
Slika 6.15 Deformacije u točki B za panel PPR-1a.....	49
Slika 6.16 Deformacije u točki A za panel PPR-3	50
Slika 6.17 Deformacije u točki A za panel SPPR-1	50
Slika 6.18 Deformacije u točki B za panel SPPR-1	51
Slika 6.19 Deformacije u točki A za panel SPPR-3	51
Slika 6.20 Vrijednosti J – integrala za sve panele.....	52
Slika 6.21 J – integral za sva tri vrha pukotine za panel SPPR-3	52
Slika 6.22 Otvaranje vrha pukotine za sve panele.....	53
Slika 6.23 Omjer dn za sve panele.....	53
Slika 7.1 Trodimenzionalni model CN ploče a) vrh modeliran trokutastim elementima b) vrh modeliran pomoću radijusa	54
Slika 7.2 Trodimenzionalna mreža konačnih elemenata za panel SPPR-3.....	55
Slika 7.3 Trodimenzionalna mreža konačnih elemenata za panel SPPR-1	55
Slika 7.4 Trodimenzionalna mreža konačnih elemenata za panel PPR-3	56
Slika 7.5 Trodimenzionalna mreža konačnih elemenata za panel PPR-1	56
Slika 7.6 Vlačna sila za CN ploče	57
Slika 7.7 Deformacije za CN ploče.....	58
Slika 7.8 J – integral za CN ploče.....	58

Slika 7.9 CTOD za CN ploče	59
Slika 7.10 Omjer d_n za CN ploče	59
Slika 7.11 Progibi dobiveni simulacijom u usporedbi sa eksperimentom za sve panele	60
Slika 7.12 Deformacije u točki A za panel PPR-1	61
Slika 7.13 Deformacije u točki B za panel PPR-1	61
Slika 7.14 Deformacije u točki A za panel PPR-3	62
Slika 7.15 Deformacije u točki A za panel SPPR-1	62
Slika 7.16 Deformacije u točki B za panel SPPR-1	63
Slika 7.17 Deformacije u točki A za panel SPPR-3	63
Slika 7.18 J – integral za sve panele	64
Slika 7.19 CTOD za sve panele	64
Slika 7.20 Omjer d_n za sve panele	65
Slika 7.21 σ_{ekv} za CN ploču pri pomaku gornjeg kraja ploče od 1,45 mm; a) dvodimenzionalna simulacija; b) trodimenzionalna simulacija	66
Slika 7.22 σ_{ekv} za panel PPR-1 pri tlaku od $p = 600$ kPa; a) dvodimenzionalna simulacija; b) trodimenzionalna simulacija	67
Slika 7.23 σ_{ekv} za panel PPR-3 pri tlaku od $p = 600$ kPa; a) dvodimenzionalna simulacija; b) trodimenzionalna simulacija	68
Slika 7.24 σ_{ekv} za panel SPPR-1 pri tlaku od $p = 600$ kPa; a) dvodimenzionalna simulacija; b) trodimenzionalna simulacija	69
Slika 7.25 σ_{ekv} za panel SPPR-3 pri tlaku od $p = 600$ kPa; a) dvodimenzionalna simulacija; b) trodimenzionalna simulacija	70

POPIS TABLICA

Tablica 2.1 Kemijski sastav materijala	3
Tablica 2.2 Mehanička svojstva aluminijskih legura	3
Tablica 2.3 Izjerene vrijednosti za ploče opterećene na vlak.....	5
Tablica 2.4 Paneli	12
Tablica 2.5 Izmjerene maksimalne vrijednosti za tlak i progib panela	14
Tablica 8.1 Kritični tlak procijenjen na temelju J_c	73
Tablica 8.2 Kritični tlak procijenjen na temelju J_c	73
Tablica 8.3 Kritični tlak procijenjen na temelju δc	73
Tablica 8.4 Kritični tlak procijenjen na temelju δc	73
Tablica 8.5 Kritični tlak iz eksperimenta	73

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A_p	mm ²	Početna površina presjeka epruvete
A_d	mm ²	Deformirana površina presjeka epruvete
u_x	mm	Pomak u smjeru osi x
u_y	mm	Pomak u smjeru osi y
u_z	mm	Pomak u smjeru osi z
E	MPa	Modul elastičnosti
K_I	MPa√mm	Koeficijent intenzivnosti naprezanja
σ_0	MPa	Granica tečenja
σ_m	MPa	Maksimalno naprezanje
$\delta, CTOD$	mm	Otvaranje vrha pukotine
δ_c	mm	Kritično otvaranje vrha pukotine
J	MPa mm	J – integral
J_c	MPa mm	Kritični J – integral
σ_{ij}	MPa	Tenzor naprezanja
ε_{ij}	-	Tenzor deformacije
\mathbf{u}	-	Vektor pomaka
\mathbf{n}	-	Vektor normale
p_c	kPa	Kritični tlak
\mathbf{K}	-	Globalna matrica krutosti
K_N	MPa	Koeficijent naprezanja
σ_e^N	MPa	Inženjersko naprezanje pri kojem se pojavljuje vrat
ε_e^N	-	Inženjerska deformacija pri kojoj se pojavljuje vrat
n_N	-	EkspONENT plastičnog očvrstnuća

SAŽETAK

U ovom radu provedena je analiza loma za ploče i panele izložene tlaku koristeći metodu konačnih elemenata. U uvodnom dijelu je dan pregled relevantne literature te su izložene teorijske osnove elastoplastične mehanike loma. Rezultati utvrđenih naprezanja i deformacija pomoću 2D i 3D modela konačnih elemenata prikazani su dijagramski te su uspoređeni sa eksperimentalnim rezultatima preuzetim iz literature. Za ploču sa središnjom pukotinom opterećenom na vlak (CN) na temelju numeričkih rezultata za J – integral i CTOD te eksperimentalnih rezultata za CTOD procijenjena je kritična vrijednost J – integrala, J_c , te kritični CTOD, δ_c . Na temelju procijenjenog kritičnog J – integrala i CTOD-a, dobivenih kombinirajući eksperiment i simulaciju ploče sa centralnom pukotinom, procijenjen je kritični tlak pri kojem počinje stabilno napredovanje pukotine kod orebrenih i neorebrenih panela. Otvaranje vrha pukotine, δ , dovedeno je u odnos sa J – integralom preko omjera $d_n = \delta\sigma_0/J$.

Ključne riječi: J – integral, otvaranje vrha pukotine (CTOD), orebreni i neorebreni paneli, ploča sa centralnom pukotinom (CN)

SUMMARY

Fracture assessment of stiffened and un-stiffened panel specimens exposed to lateral pressure based on two- and three-dimensional finite element analysis is presented. An overview of the relevant literature and theoretical basis of elastic-plastic fracture mechanics is given. Finite element analysis in large scale yielding regime have been carried out for centrally notched tension specimen (CN) and for pressurized, un-stiffened and stiffened specimens. Experimental and numerical results of single and multi-site damage stiffened panels exposed to lateral pressure are compared. By means of numerical results for J – integral and crack tip opening displacements (CTOD), and by experimental results for CTOD, the critical J – integral and CTOD values, J_c and δ_c , were determined for centrally notched tension specimen. The critical pressures, at which stable crack propagation commences, were determined for stiffened and un-stiffened pressurized specimens using J_c and δ_c parameters. The crack tip opening displacement values, δ , were related to J – integral values by ratio $d_n = \delta\sigma_0/J$.

Key words: J – integral, crack tip opening displacement (CTOD), un-stiffened and stiffened panels, centrally notched tension specimen (CN)

1 Uvod

Prisutnost pukotinskih oštećenja može značajno degradirati integritet konstrukcije i dovesti u pitanje njenu sposobnost da izdrži predviđena radna opterećenja. Mehanika loma (engl. *Fracture mechanics*) je tehnička disciplina koja se zasniva na primijenjenoj mehanici i znanosti o materijalima sa svrhom razumijevanja polja naprezanja i deformacije oko vrha pukotine. Poznavanje polja naprezanja i deformacije pomaže u oblikovanju pouzdanih i sigurnih konstrukcija. Koncepti oblikovanja konstrukcije temeljeni na mehanici loma imaju široku primjenu, npr. u nuklearnoj industriji, zrakoplovstvu, građevinarstvu, strojarstvu itd. Uobičajeni koncepti oblikovanja konstrukcije koriste pristup u kojem je čvrstoća materijala parametar na kojem se oni temelje. Međutim, ovaj pristup ne uzima u obzir povišene razine naprezanja uzrokovane postojanjem pukotina. Prisutnost takvih naprezanja može dovesti do katastrofalnih kvarova konstrukcije. Mehanika loma objašnjava utjecaj pukotina ili napuklina na stanje konstrukcije. Dimenzioniranje konstrukcije na temelju mehanike loma uzima veličinu pukotine kao jednu važnu varijablu, također se za mjerodavan parametar materijala umjesto čvrstoće materijala uzima otpornost na lom. U svojem najosnovnijem obliku mehaniku loma se može primijeniti za uspostavljanje odnosa između najvećeg dopuštenog opterećenja komponente konstrukcije i veličine pukotine (stvarne ili hipotetske) unutar te komponente.

Ovaj rad je organiziran u devet poglavlja. U drugom je poglavlju dan prikaz eksperimentalne analize loma orebrenih panela i ploča pri tom su dani svi dijagrami dobiveni eksperimentalnim putem a koji su preuzeti iz literature [1].

Treće se poglavlje odnosi na pojavu i širenje pukotine pri elastoplastičnom ponašanju materijala. Na postavkama elastoplastične mehanike loma temelji se ostatak rada te je, uz prikaz parametra otvaranja pukotine, posebna pozornost pridana definiranju J integrala. Objašnjen je i način na koji se J – integral može, putem otpornih J - R krivulja, koristiti kao značajka/parametar loma.

Četvrto poglavlje se odnosi na numeričku simulaciju panela i ploča metodom konačnih elemenata, dan je opis oblikovanja mreže u mehanici loma.

Peto poglavlje se bavi određivanjem dijagrama stvarnog naprezanja u odnosu na deformaciju na temelju eksperimenta za vlačni test.

U šestom poglavlju dan je opis dvodimenzionalne simulacije te su dijagramski prikazani dobiveni rezultati.

Opis trodimenzionalne simulacije te prikaz rezultata simulacije te usporedba sa eksperimentalnim rezultatima dano je u sedmom poglavlju.

Osmo i deveto poglavlje se bavi diskusijom rezultata te zaključkom o napisanom radu.

U radu su također sadržani popisi korištenih oznaka, slika, tablica i literature.

2 Eksperimentalna analiza loma ploča i panela izloženih bočnom pritisku

2.1 Statički vlačni pokus i vlačni pokus ploče sa centralnom pukotinom

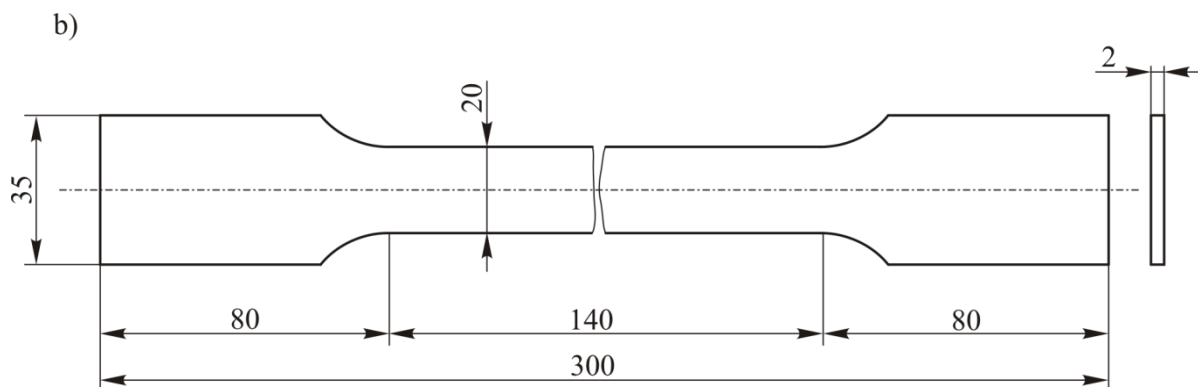
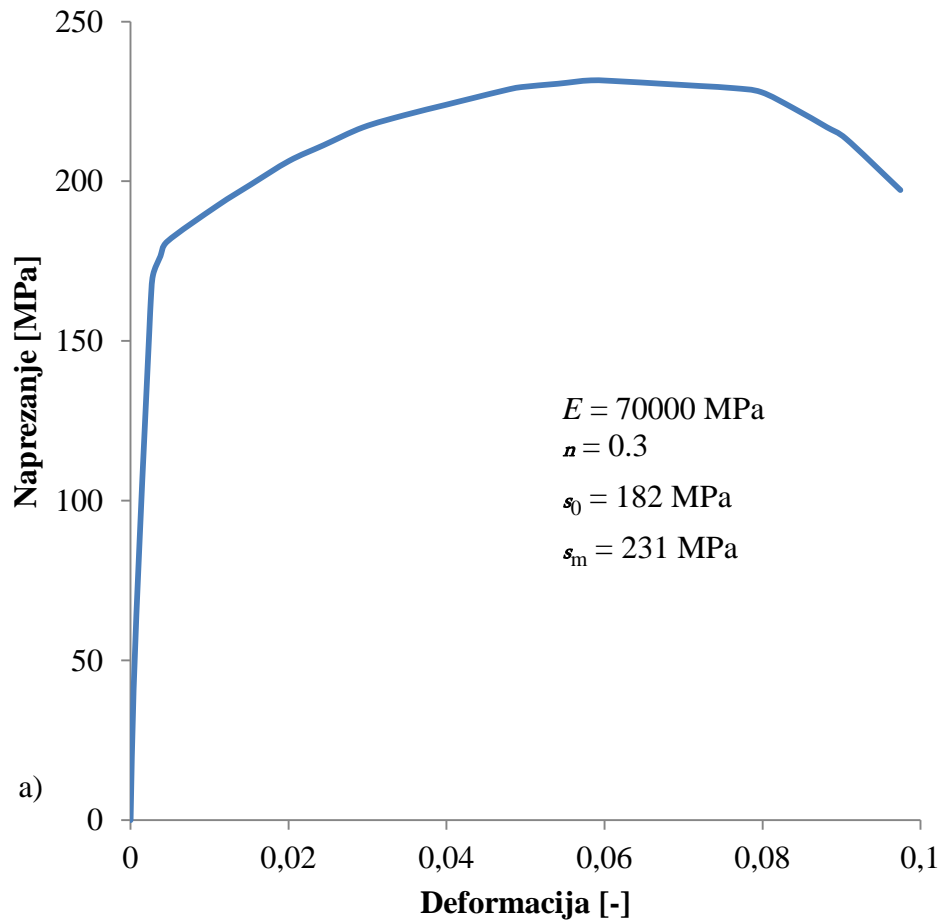
Materijali korišteni u eksperimentu od kojih su izrađene epruvete i paneli su AlMg1.5 (JIS 5050 H32) i AlMg2.5 (JIS 5052P H112). Kemijski sastav materijala je dan u tablici 2.1. Vlačna epruveta od istog materijala kao i paneli je ispitana na kidalici, stroju za statički vlačni pokus. Geometrija epruvete i izmjerene deformacije u ovisnosti o primijenjenom opterećenju su prikazani na slici 2.1. Dobivene vrijednosti za granicu razvlačenja i vlačnu čvrstoću prikazane su u tablici 2.2. Granica razvlačenja se definira kao ono naprezanje pri kojemu se pojavljuje trajna deformacija od 0,2%. Materijal epruvete za statički vlačni pokus isti je kao i materijal za panele – ploča od legure aluminija debljine 2 mm, (AlMg1.5). Ovaj materijal ima dobru žilavost, prema dijagramu naprezanje deformacija na slici 2.1. Statički vlačni pokus nije proveden za materijal AlMg2.5. Vlačna čvrstoća za ovaj materijal dana u tablici 2.2 je prema specifikacijama proizvođača.

Tablica 2.1 Kemijski sastav materijala

	Al	Cr	Cu	Fe	Mg	Si	Zn
AlMg1.5	96,3-98,9%	<0,1%	<0,2%	<0,7%	1,1-1,8%	<0,4%	<0,25%
AlMg2.5	95,7-97,7%	0,15-0,35%	<0,1%	<0,4%	2,2-2,8%	<0,25%	<0,1%

Tablica 2.2 Mehanička svojstva aluminijskih legura

Materijal	Granica razvlačenja ($\varepsilon = 0,2 \%$) σ_0 [MPa]	Vlačna čvrstoća σ_m [MPa]
AlMg1.5	182	231
AlMg2.5	-	200 (prema specifikaciji proizvođača)



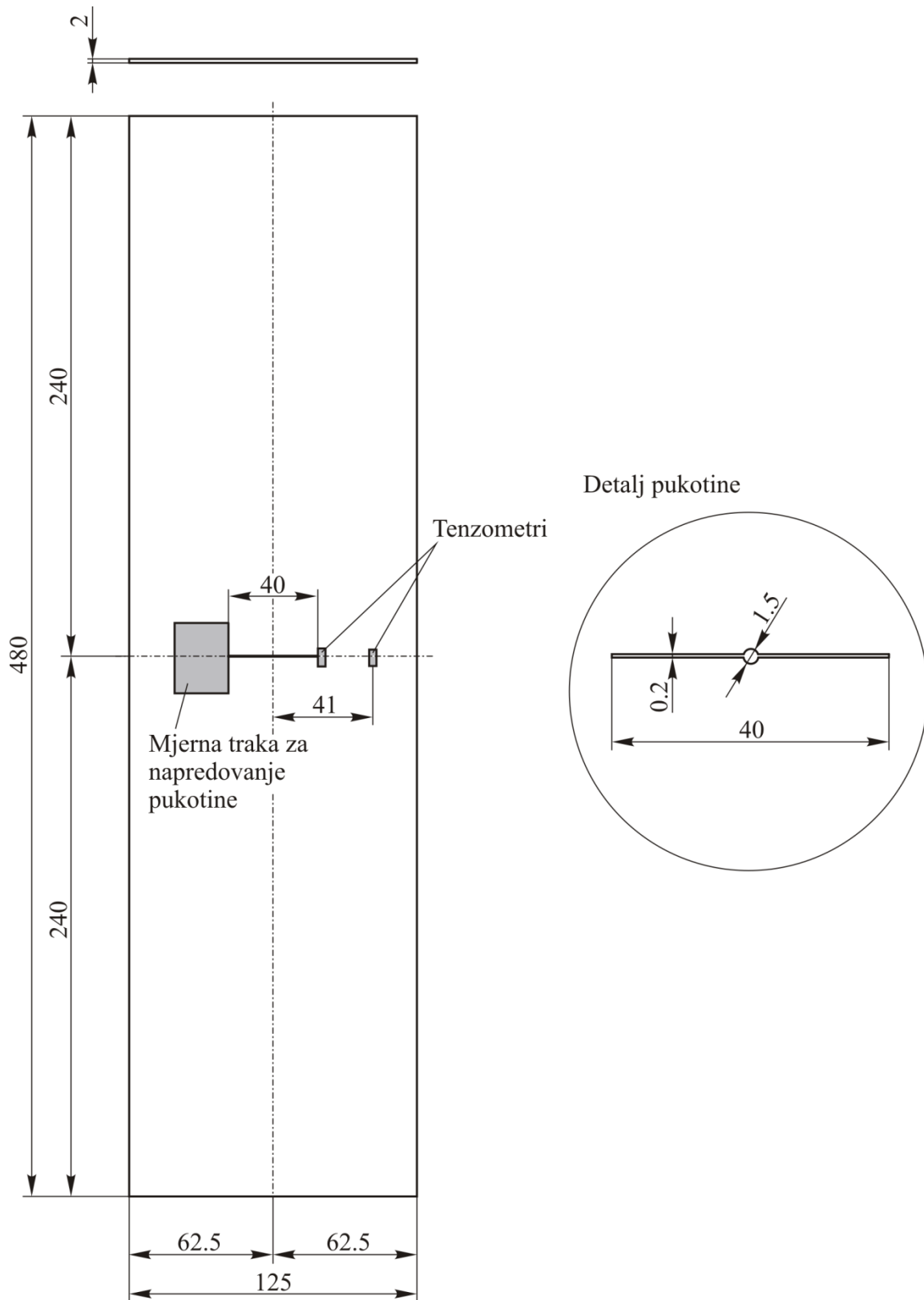
Slika 2.1 Epruveta za statički vlačni pokus; a) dijagram naprezanje – deformacija b) geometrija epruvete

Da bi se odredila otpornost materijala na napredovanje pukotine, izveden je vlačni pokus za ploču sa centralnom pukotinom sve do popuštanja ploče. Materijal ploče je aluminijska legura debljine $t = 2 \text{ mm}$, (AlMg1.5), od istog materijala je izrađen panel izložen bočnom pritisku. Dvije epruvete s jednom centralnom pukotinom su testirane, CN1 i CN2. Geometrija ploče, smještaj tenzometara (engl. *strain gage*) i mjerne trake za propagaciju pukotine (engl. *crack*

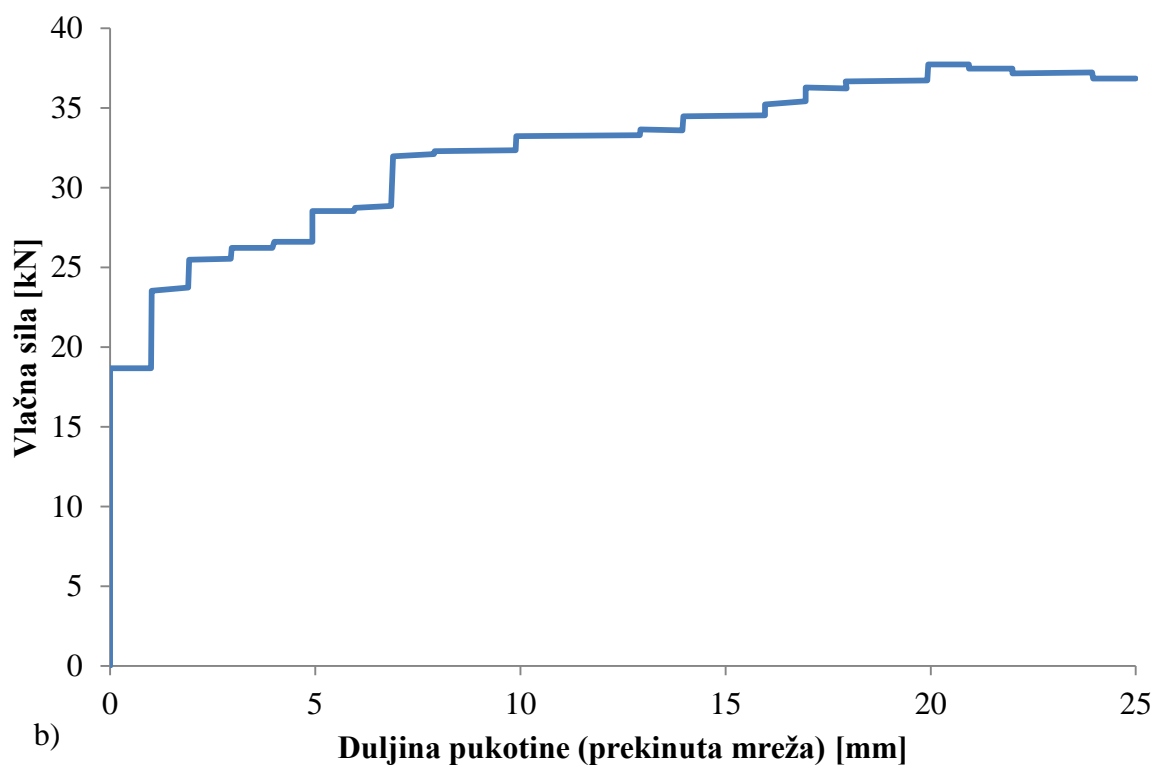
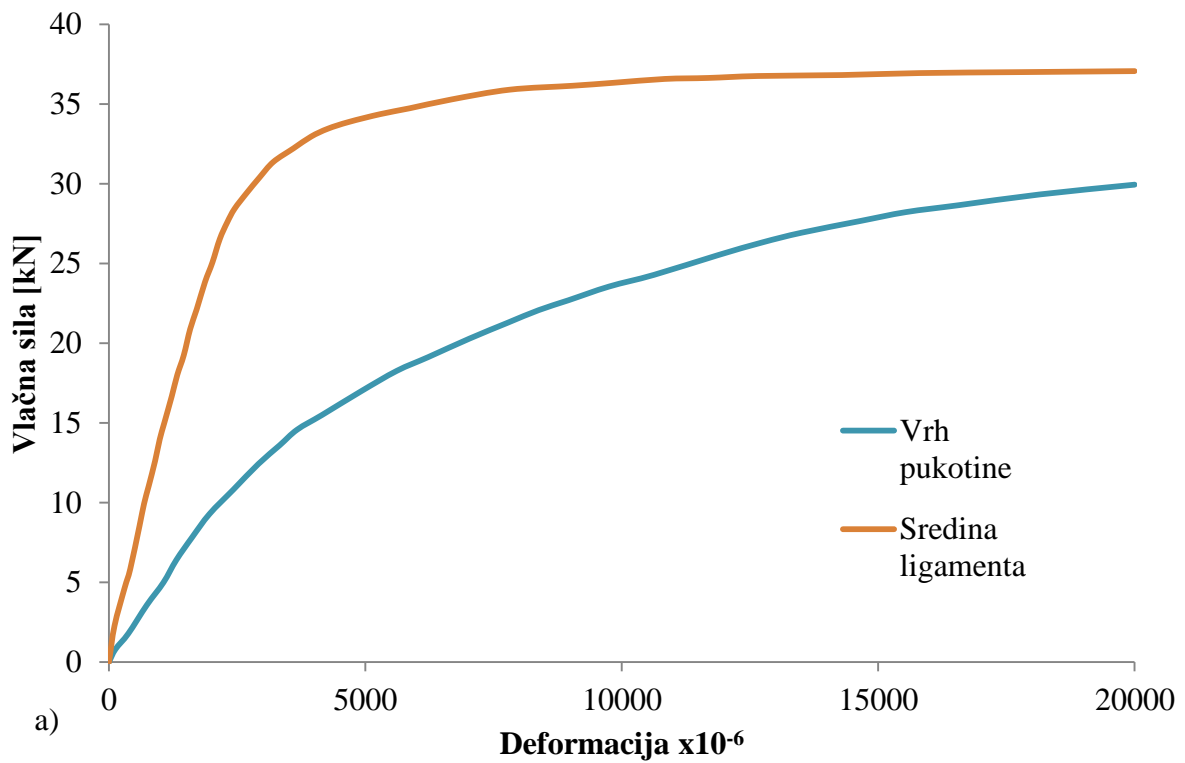
gage) su prikazani na slici 2.2. Rezultati mjerenja deformacija u odnosu na opterećenje su prikazani na slici 2.3a. Mreža na mjernoj traci za propagaciju pukotine je pukla zbog značajne plastične deformacije koja se pojavila prije pojave stabilnog napredovanja pukotine pa zbog toga podaci ne odgovaraju stvarnom napredovanju pukotine. Vlačna sila je izmjerena senzorom ugrađenim u steznu glavu testnog stroja – kidalice. Iz eksperimenta se primjećuje da vlačna sila najprije raste do maksimalne vrijednosti F_{\max} , a potom pada na vrijednost F_{col} pri kojoj ploča popušta, slika 2.4. Izmjerene vrijednosti maksimalne vlačne sile za ploču CN1 i CN2 su dane u tablici 2.3, gdje maksimalno naprežanje odgovara naprežanju u presjeku ligamenta.

Tablica 2.3 Izjerenе vrijednosti za ploče opterećene na vlak

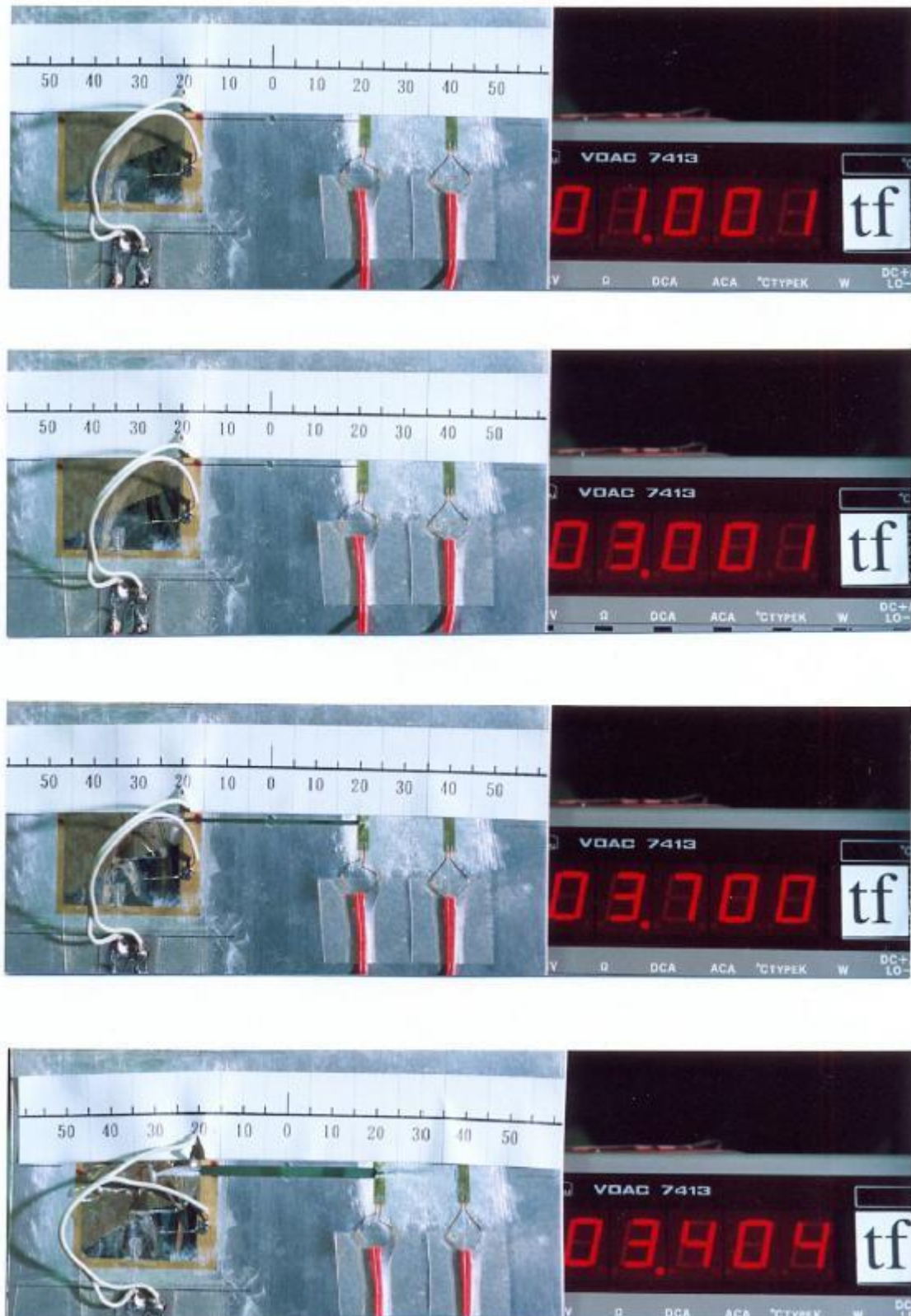
Epruveta	Maksimalno		Lom	
	F_{\max} [kN]	σ_{\max} [MPa]	F_{col} [kN]	σ_{col} [MPa]
CN1	37.18	218.7	30.9	181.77
CN2	37.08	218.1	28.35	166.77



Slika 2.2 Ploča sa centralnom pukotinom



Slika 2.3 Rezultati mjerenja u eksperimentu; a) izmjerene deformacije b) mjerne trake za napredovanje pukotine

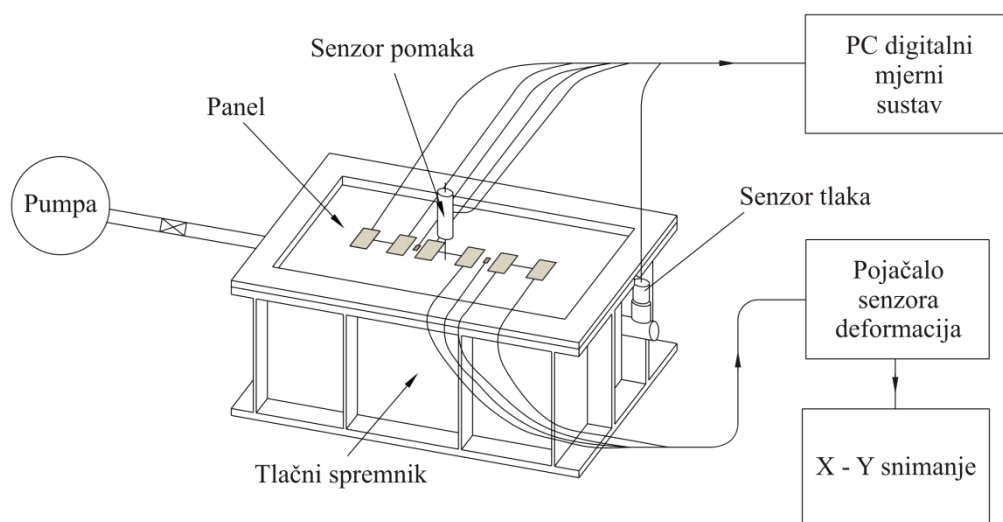


Slika 2.4 Lom ploče sa centralnom pukotinom

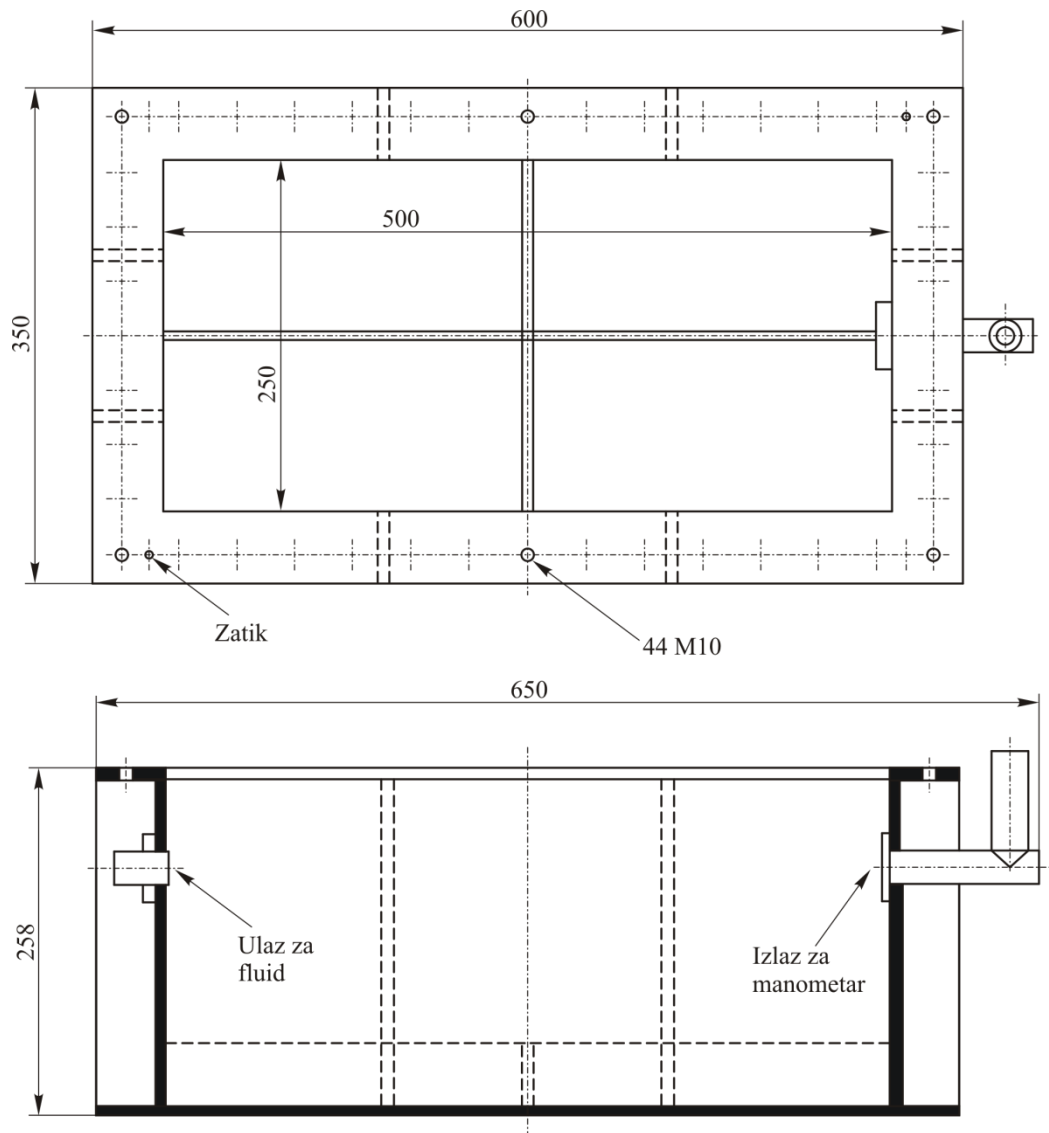
Iz eksperimenta se primjećuje da pri maksimalnoj sili u ploči se javljaju značajni pomaci tokom kojih se ploča sužava na vrhu pukotine te pukotina započinje stabilno rasti. Prema tablici 2.3, maksimalno naprezanje u ligamentu je veće od granice razvlačenja koja je dobivena statičkim vlačnim pokusom, tablica 2.2. Iz eksperimenta je utvrđeno da stabilno napredovanje pukotine započinje pri maksimalnom opterećenju, te je tada otvaranje pukotine procijenjeno na 1.7 do 2 mm. Iz izmjerenih deformacija prikazanih na slici 2.3 i maksimalnom opterećenju, tablica 2.3 te iz eksperimenta primjećuje se da u ligamentu nastupa potpuno plastično tečenje materijala prije popuštanja. Ova aluminijska legura je duktilna i slabo je osjetljiva na zarezno djelovanje.

2.2 Procedura tlačnog ispitivanja panela

Orebreni i neorebreni paneli, oštećeni sa jednom pukotinom ili više njih, opterećivani su jednoliko raspoređenim pritiskom odnosno tlakom sve do pojave popuštanja panela. Za ispitivanje korištena je tlačna oprema, slika 2.5 i slika 2.6. Glavni dijelovi opreme su: pumpa, tlačni spremnik, uređaji za mjerenje, pojačala i uređaji za snimanje rezultata mjerenja. Paneli su vijcima pričvršćeni za tlačni spremnik u kojeg se pumpom tlači ulje. Da se spriječi istjecanje ulja kroz pukotinu korištena je silikonska ploča koja je priljubljena za donju stranu panela. Uređaji za mjerenje tijekom ispitivanja su mjerili deformacije, progibe, napredovanje pukotine i tlak u spremniku.



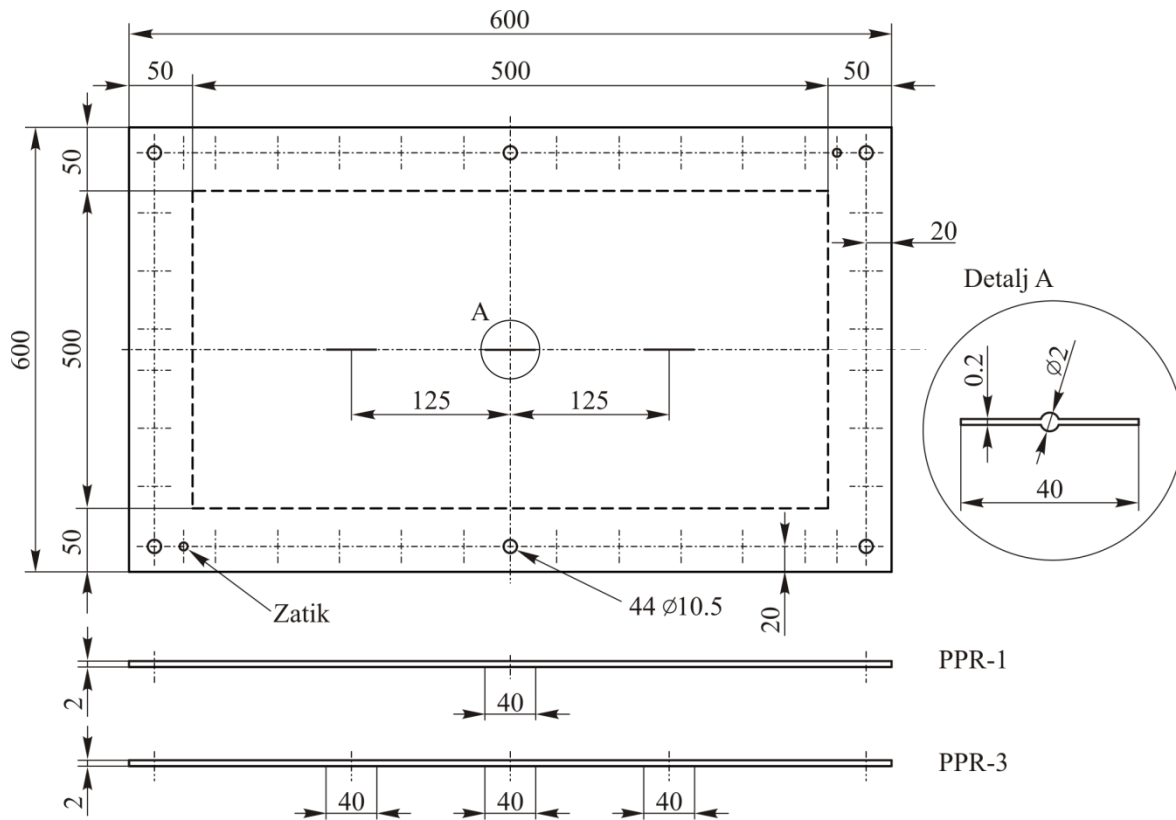
Slika 2.5 Oprema za tlačno ispitivanje



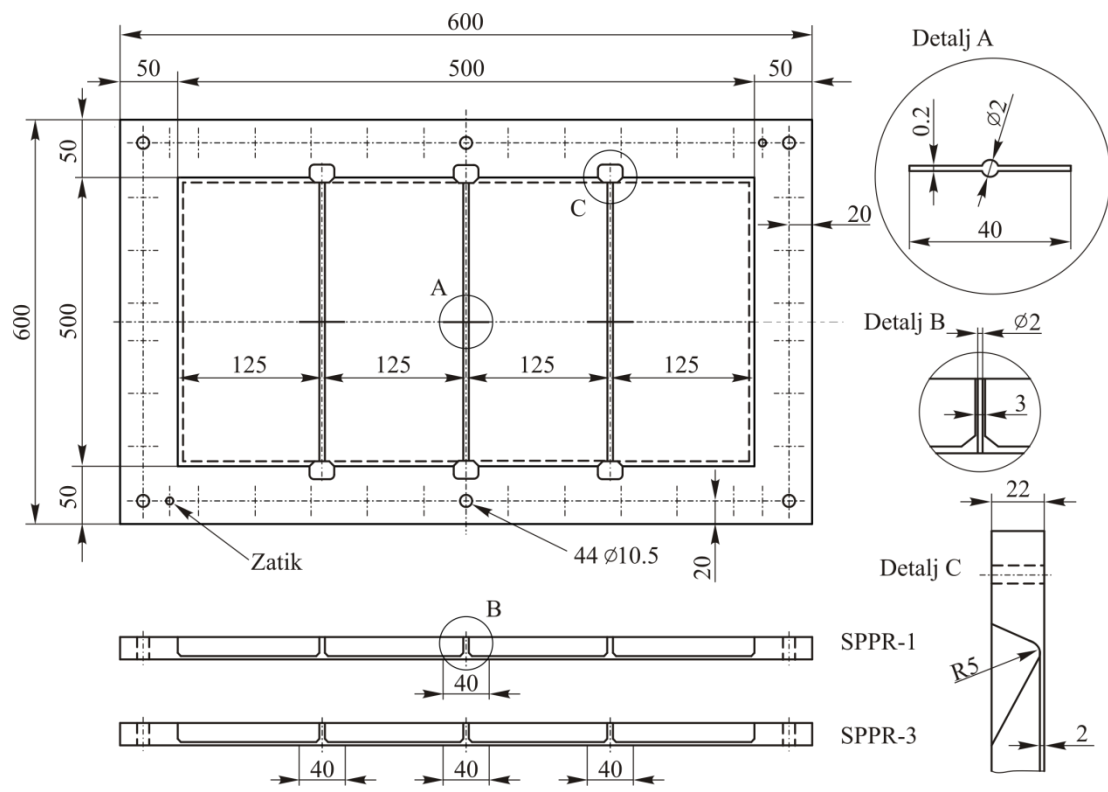
Slika 2.6 Tlačni spremnik

2.3 Paneli za tlačno ispitivanje

Ispitivanje pod tlakom provedeno je za četiri različita panela. Panel sa jednom pukotinom, PPR- 1, panela sa tri pukotine, PPR- 3, za orebreni panel sa jednom pukotinom, SPPR- 1, te za orebreni panel sa tri pukotine, SPPR -3. Paneli su prikazani na slikama 2.7 i 2.8 te u tablici 2.4. Paneli PPR- 1 i PPR- 3 su izrađeni od aluminijske ploče debljine 2 mm, AlMg1.5. Paneli su pričvršćeni vijcima za rubove tlačnog spremnika. Efektivna površina koja je izložena bočnom pritisku iznosi 250x500 mm. Pukotina je izrađena elektroerozijskim postupkom obrade, a geometrija je prikazana na slici 2.7.



Slika 2.7 Paneli PPR-1 i PPR-3 za tlačno ispitivanje

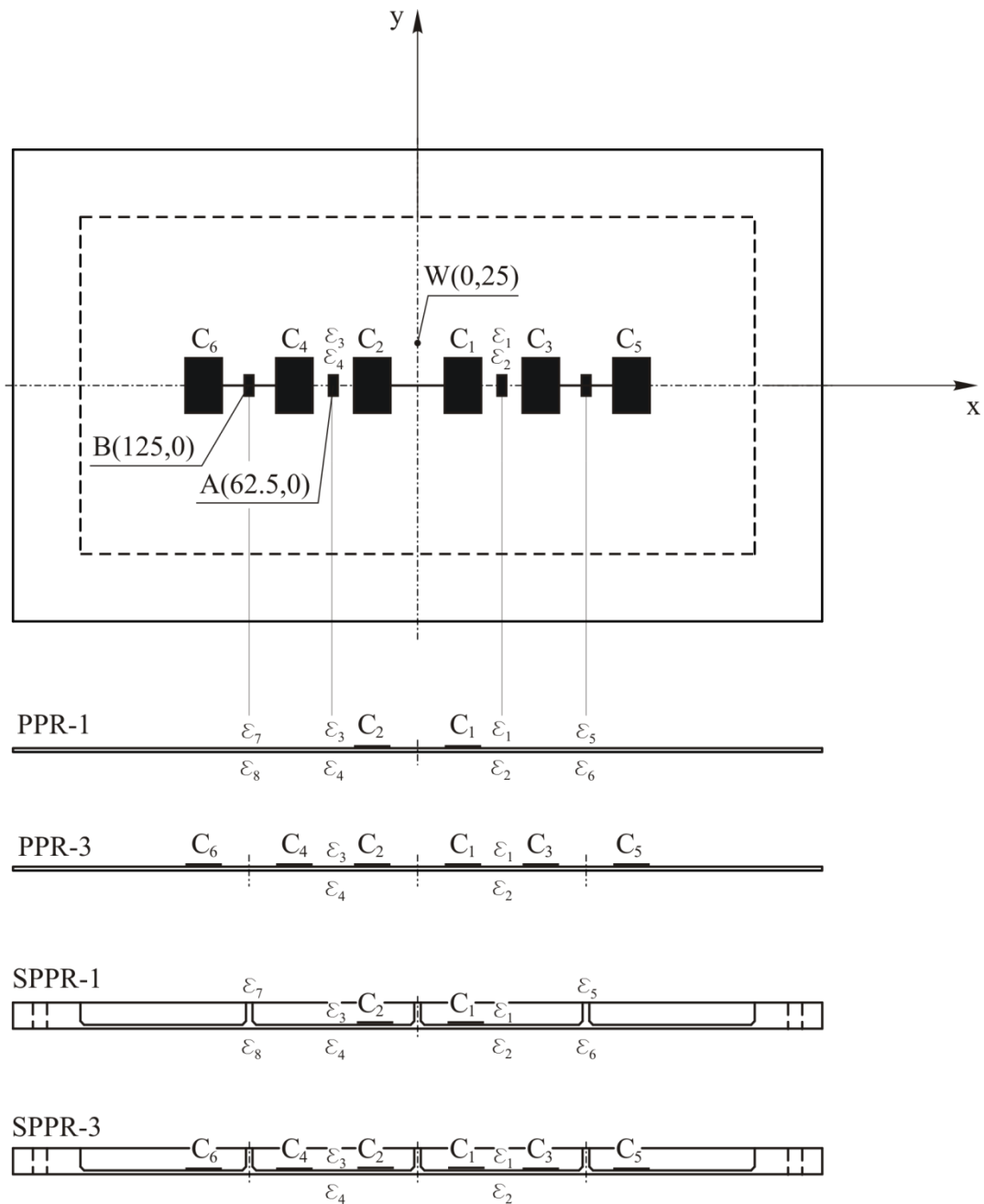


Slika 2.8 Paneli SPPR-1 i SPPR-3 za tlačno ispitivanje

Tablica 2.4 Paneli

Panel	Materijal	Pukotina	Površina pukotine [mm ²]	Ukupna površina [mm ²]	Rebro
PPR-1	AlMg1.5	1	80	1000	-
PPR-3	AlMg1.5	3	240	1000	-
SPPR-1	AlMg2.5	1	140	1180	+
SPPR-3	AlMg2.5	3	420	1180	+

Orebreni paneli su izrađeni obradom odvajanja čestica iz ploče debljine 22 mm. Preostala debljina ploče efektivnog dijela orebrenog panela je 2 mm, slika 2.8. Visina rebra je 20 mm, a debljina 3mm. Na krajevima rebra je uklonjen dio materijala kao što se vidi na slici 2.8 detalj B da bi se smanjio otpor savijanju duž ruba. Ovo u konačnici omogućava istu savojnu krutost orebrenog panela i neorebrenog panela. Panel PPR-3 ima veću površinu pukotine u usporedbi sa PPR-1 zbog većeg broja pukotina, tri u ovom slučaju. Tako da se u slučaju panela PPR-3 na srednjoj pukotini može očekivati veće naprezanje oko vrha pukotine. Usporedbom panela SPPR-1 i SPPR-3 za drugoga je površina pukotina tri puta veća tako da se također može očekivati veće naprezanje na središnjoj pukotini. Panel SPPR-1 ima dva neoštećena rebra koja značajno povećavaju savojnu krutost duž središnje linije. Za ovaj panel se može očekivati da će propagacija pukotine biti zaustavljena kako se vrh pukotine bude približavao neoštećenom rebro. Na panelima su u toku ispitivanja bili smješteni tenzometri, mjerne trake za propagaciju pukotine te senzori za mjerenje pomaka odnosno progiba panela, slika 2.9. Mjerne trake za propagaciju pukotine i tenzometri su označeni na slici 2.9. Za panele sa jednom pukotinom, PPR-1 i SPPR-1 mjerne trake za propagaciju pukotine su označene sa C_1 i C_2 , a tenzometri sa $\varepsilon_1 \dots \varepsilon_8$. Tenzometri $\varepsilon_1, \varepsilon_3$ su smješteni na gornjoj strani panela a tenzometri $\varepsilon_2, \varepsilon_4$ su smješteni na donjoj strani panela. Za panel SPPR – 1 tenzometri $\varepsilon_5, \varepsilon_7$ su smješteni s gornje strane rebra, a tenzometri $\varepsilon_6, \varepsilon_8$ s donje strane rebra. Mjerne trake za propagaciju pukotine su smještene na samom vrhu pukotine tako da bi propagacija pukotine mogla biti mjerena. Za panele sa tri pukotine, PPR-3 i SPPR-3 korištene su mjerne trake za propagaciju pukotine od C_1 do C_6 te tenzometri $\varepsilon_1 \dots \varepsilon_4$. Senzor pomaka je smješten na koordinatama W(0,25) koji mjeri progib panela u smjeru z osi.



Slika 2.9 Pozicija mjernih senzora

2.4 Rezultati ispitivanja panela pod tlakom

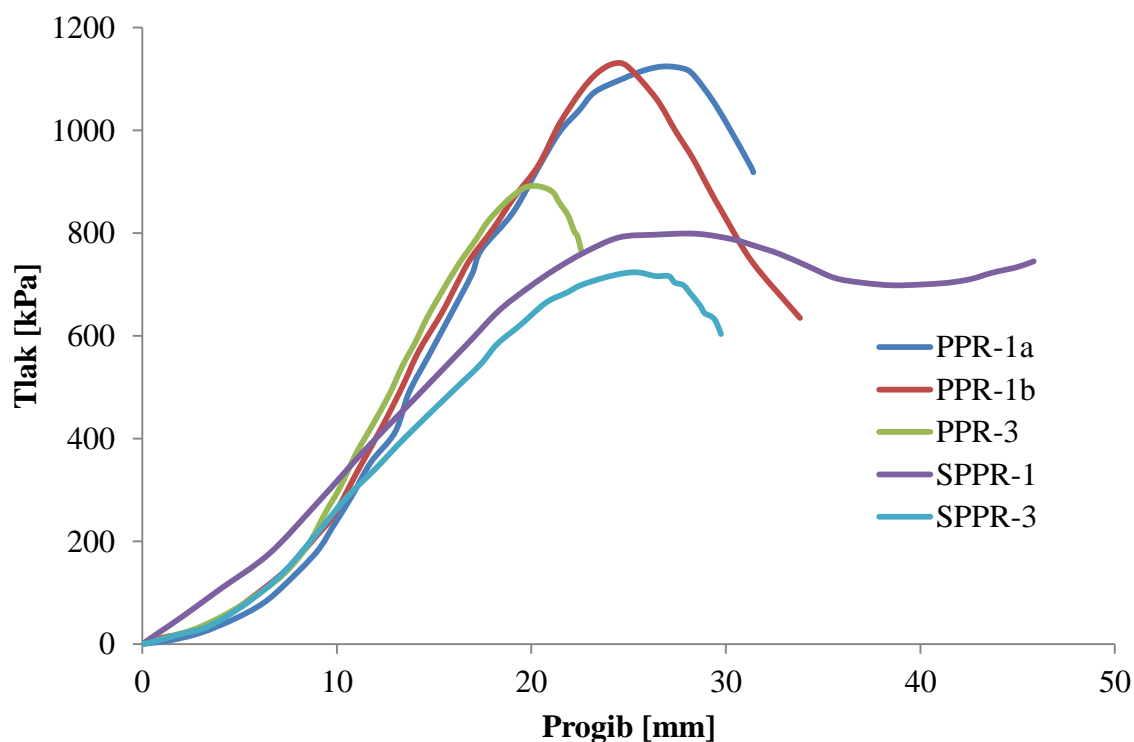
Ispitni paneli, opterećeni niskim tlakom elastično se deformiraju, povećavanjem tlaka pojavljuju se značajne plastične deformacije. Na slici 2.10 dan je progib panela u ovisnosti na tlak mjereno u točki $W(0,25)$ za sve panele. U tablici 2.5 su dane maksimalne mjerene vrijednosti za tlak i odgovarajući progib.

Tablica 2.5 Izmjerene maksimalne vrijednosti za tlak i progib panela

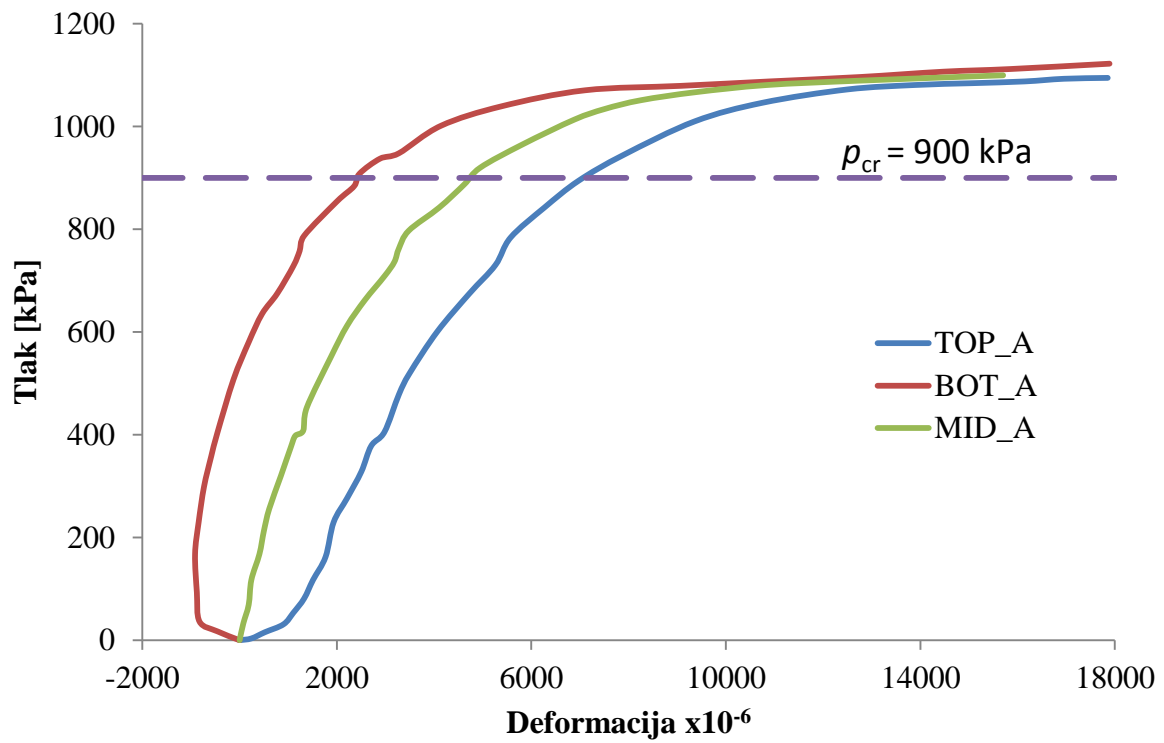
Panel	p_{\max} [kPa]	Progib u točki W [mm]
PPR-1a	1120	26.5
PPR-1b	1128	24.5
PPR-3	889.8	21
SPPR-1	800	27.5
SPPR-3	721	25

Maksimalna mjerena vrijednost tlaka za panel PPR-1a i PPR-1b je $p_{\max} = 1120$ kPa i $p_{\max} = 1128$ kPa sa pripadajućim progibima $w = 26.5$ mm i $w = 24.5$ mm. Za ova dva panela sa istom geometrijom i približno istim tlakovima i progibima ukazuje se na to da je eksperiment izveden pod istim uvjetima. Panel PPR-3 popustio je pri maksimalnom tlaku od 889.8 kPa, koje je 26 % manje u usporedbi sa panelom PPR-1. Pukotina kod panela SPPR-1 brzo propagira pri tlaku od $p_{\max} = 800$ kPa nakon čega se pojavljuje blagi pad tlaka. Sa padom tlaka padaju naprezanja pa je i brza propagacija pukotine zaustavljena. Ponovnim povećavanjem tlaka pukotina stabilno raste sve dok nije trajno zaustavljena neoštećenim rebrom. Daljnjim rastom tlaka pukotina nastavlja propagaciju paralelno sa rebrom. Panel SPPR-3 popustio je pri tlaku od $p_{\max} = 721$ kPa koji je i najmanji tlak od svih ispitanih panela. Mjerenje napredovanja pukotine sa mjernom trakom se ne poklapa sa stvarnim napredovanjem pukotine zbog toga što je mreža na mjernoj traci pukla zbog značajnih plastičnih deformacija, kao što je i objašnjeno u poglavlju 2.1. Umjesto toga korištena je video snimka za procjenu napredovanja pukotine. Deformacije u y smjeru su izmjerene na mjestima prikazanim na slici 2.9. Na slikama 2.11 – 2.18 prikazane su deformacije u ovisnosti o tlaku. Membranske deformacije su dobivene kao prosječna vrijednost između deformacija izmjerenih na gornjoj i donjoj strani panela. Slika 2.11 i slika 2.12 prikazuje izmjerene deformacije za točku A i točku B panela PPR-1a. Za panela PPR-1b izmjerene deformacije za točku A i točku B su prikazane na slikama 2.13 i 2.14. Za točku A na ligamentu panela PPR-1 pojavljuju se značajne plastične deformacije prije 700 kPa. Izmjerene deformacije za ova dva panela, sa istom geometrijom, imaju iste tendencije. Iz slika 2.11 do 2.14 se vidi na nakon

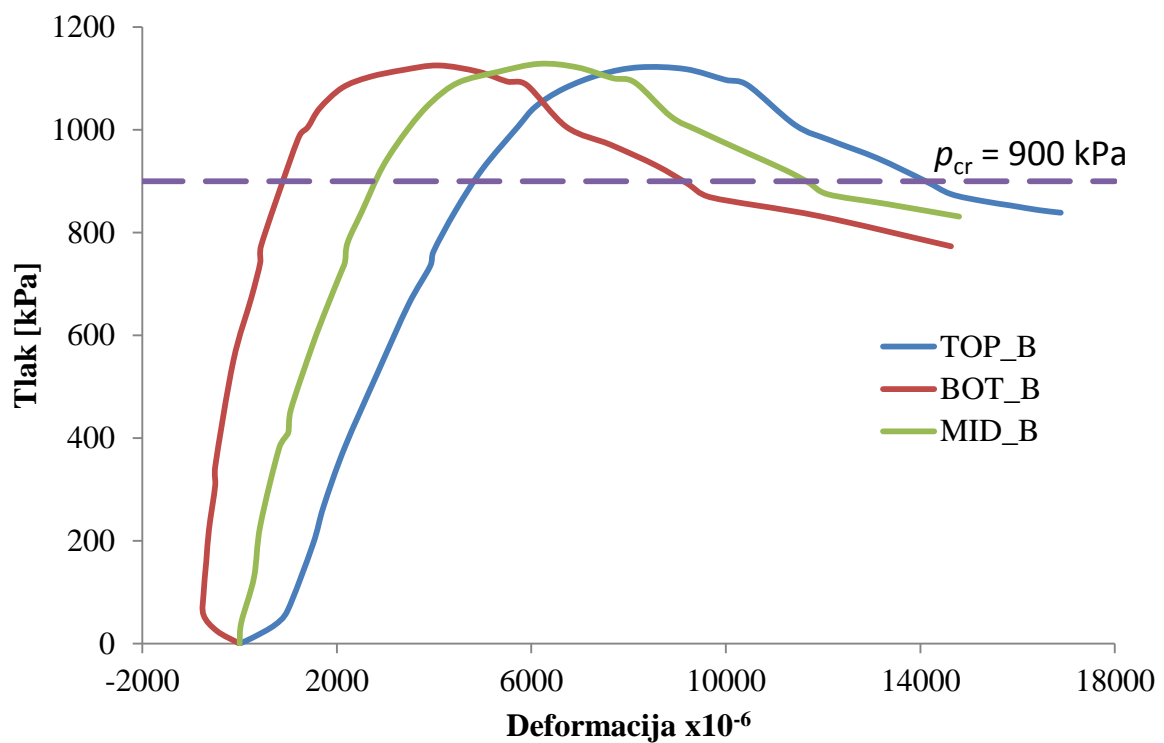
maksimalnog tlaka deformacije i dalje rastu, što znači da pukotina kontinuirano i dalje raste i dok tlak pada. Na slici 2.15 se vidi ovisnost deformacije o tlaku za panel PPR-3. Gornja strana panela se plastično deformira pri tlaku od 250 kPa, a donja strana pri tlaku od oko 700 kPa. Dijagram deformacija – tlak za panel SPPR-1 je prikazan na slikama 2.16 i 2.17. Ovaj panel ima visoku savojnu krutost zbog neoštećenih rebara. Na gornjoj površini neoštećenog rebra, točka B, izmjerena je velika savojna deformacija. Na točki A plastična membranska deformacija se pojavljuje pri tlaku od oko 400 kPa. Pri kritičnom tlaku pukotina brzo propagira te tlak blago opada. Na slici 2.18 je dan dijagram deformacija – tlak za panel SPPR-3. Plastična membranska deformacija je izmjerena prije tlaka od 300 kPa, koji je manji nego u slučaju panela SPPR-1. Na slikama 2.19 do 2.22 prikazani su paneli nakon tlačnog ispitivanja.



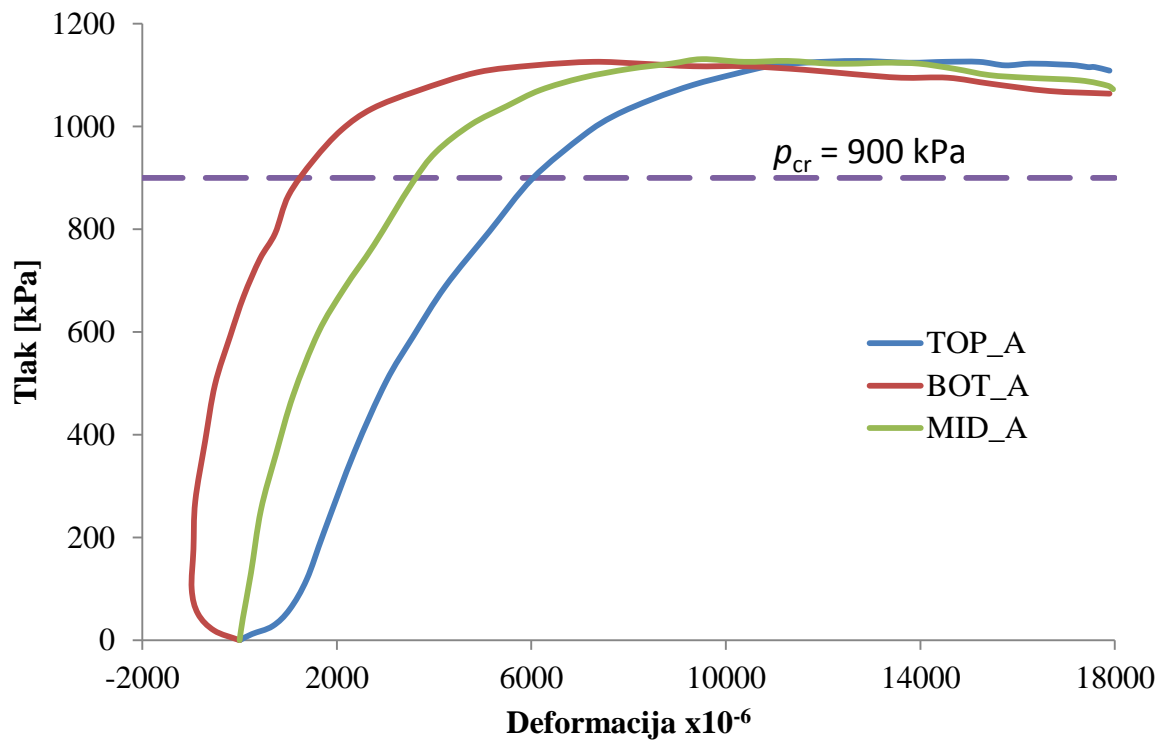
Slika 2.10 Progibi u točki W(0,25) u ovisnosti o tlaku



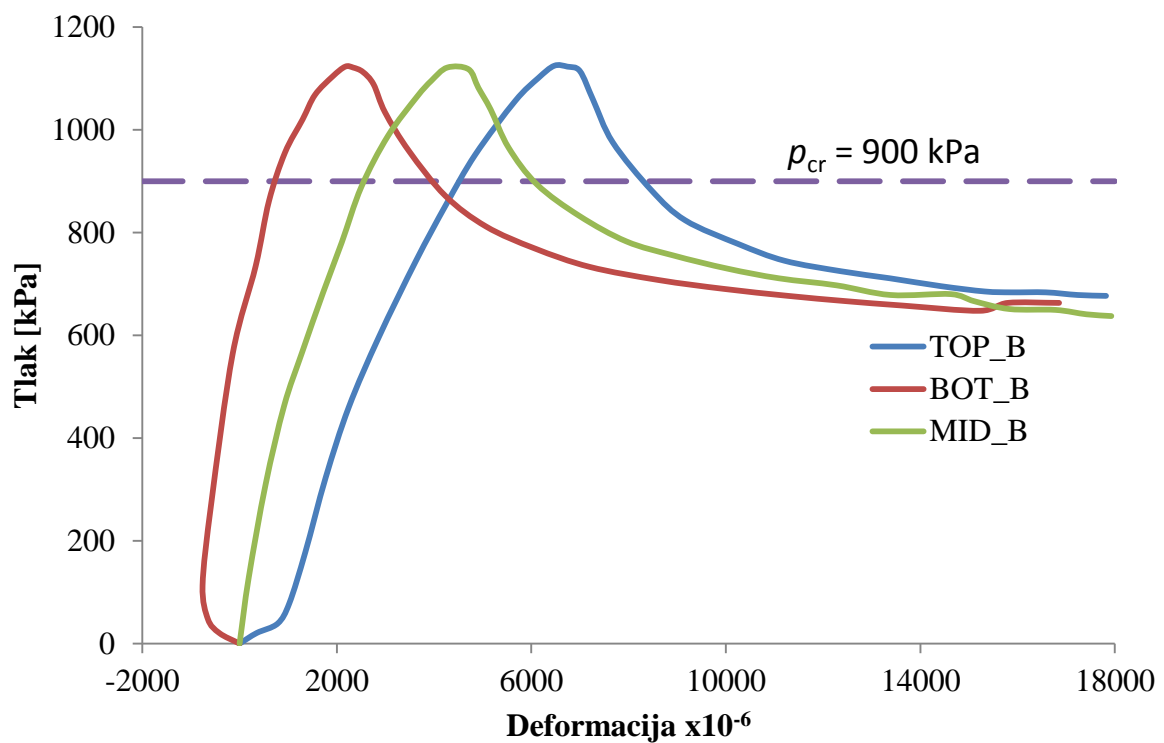
Slika 2.11 Deformacije u točki A za panel PPR-1a



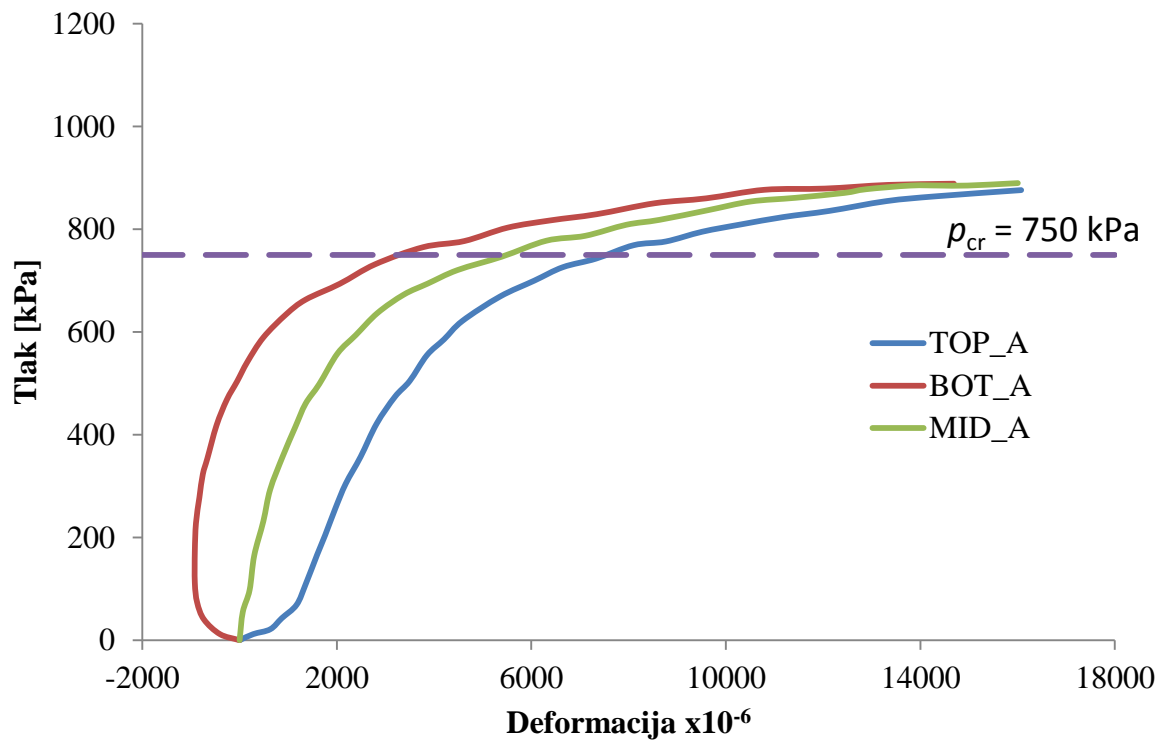
Slika 2.12 Deformacije u točki B za panel PPR-1a



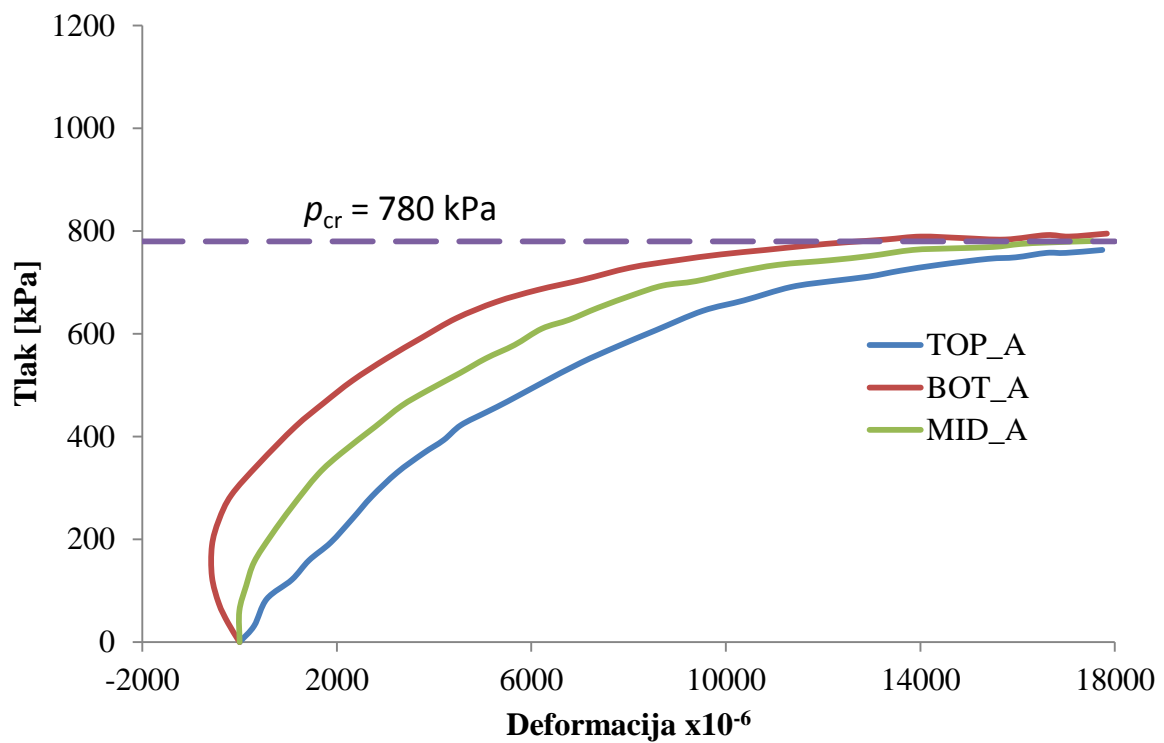
Slika 2.13 Deformacije u točki A za panel PPR-1b



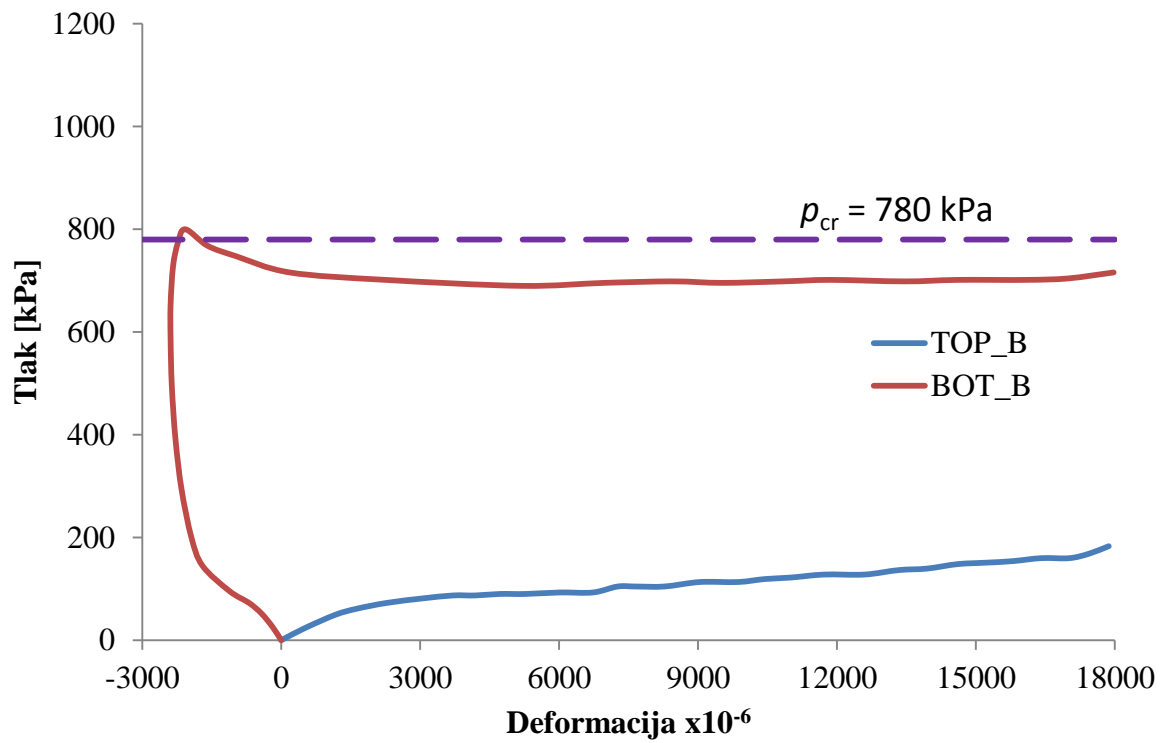
Slika 2.14 Deformacije u točki B za panel PPR-1b



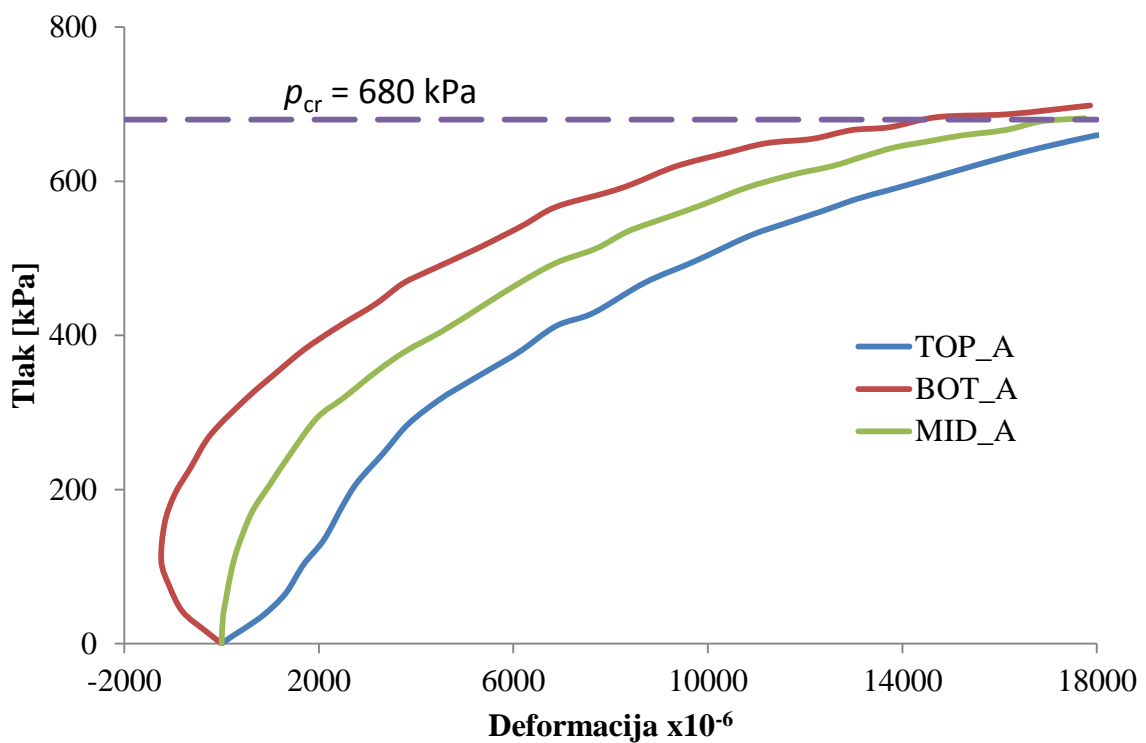
Slika 2.15 Deformacije u točki A za panel PPR-3



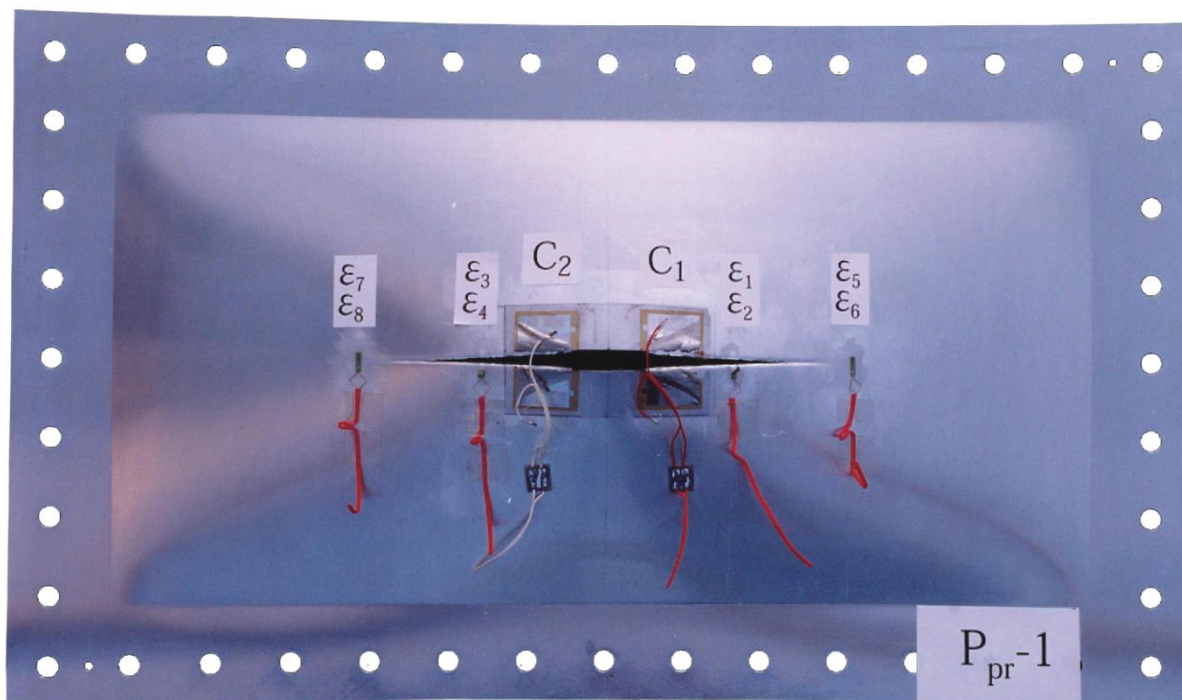
Slika 2.16 Deformacije u točki A za panel SPPR-1



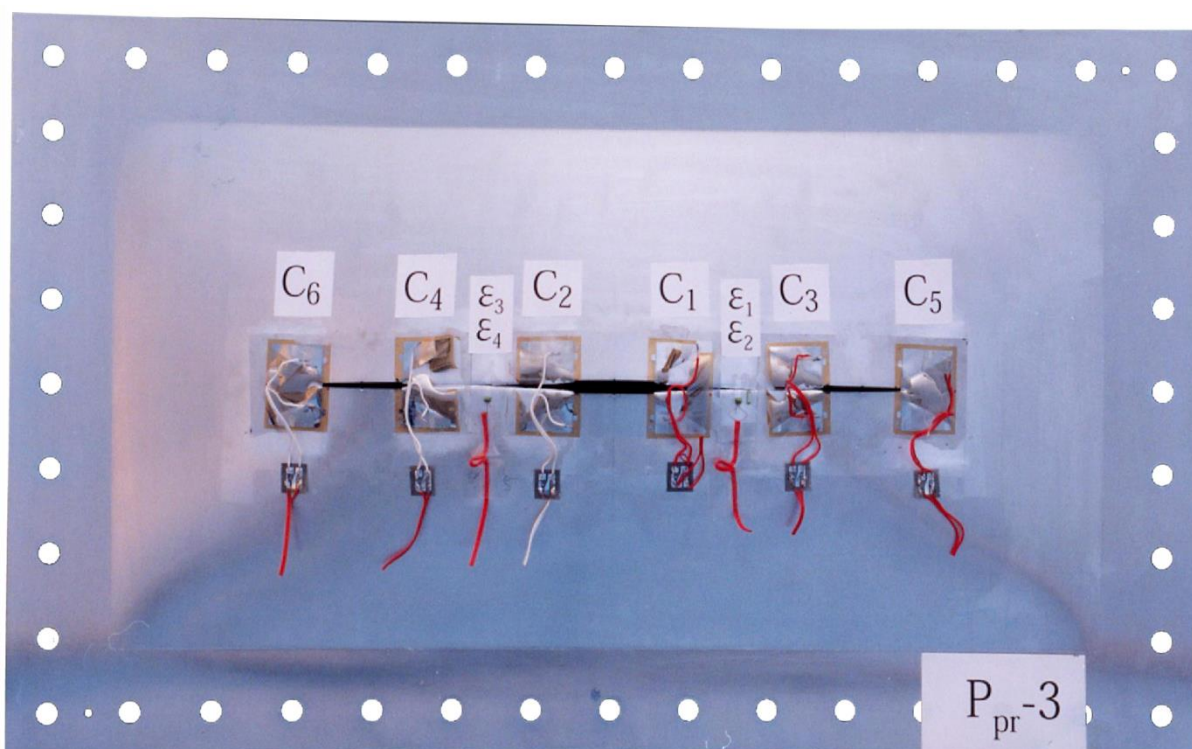
Slika 2.17 Deformacije u točki B za panel SPPR-1



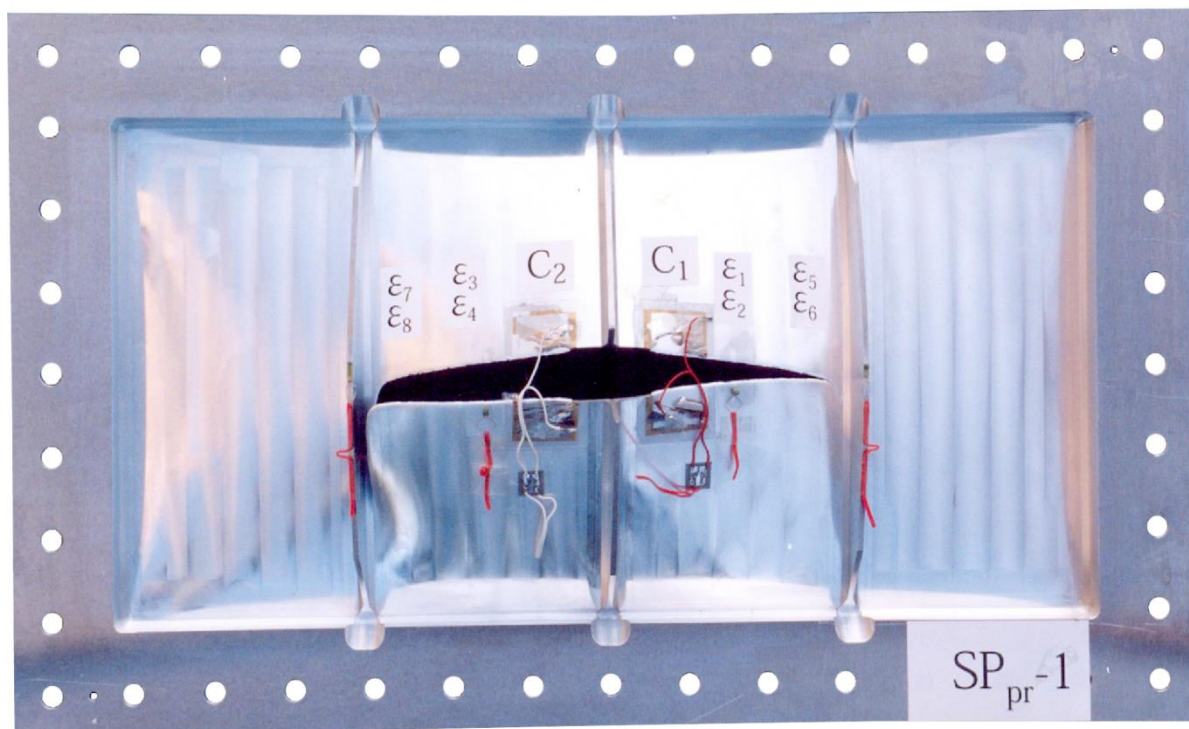
Slika 2.18 Deformacije u točki A za panel SPPR-3



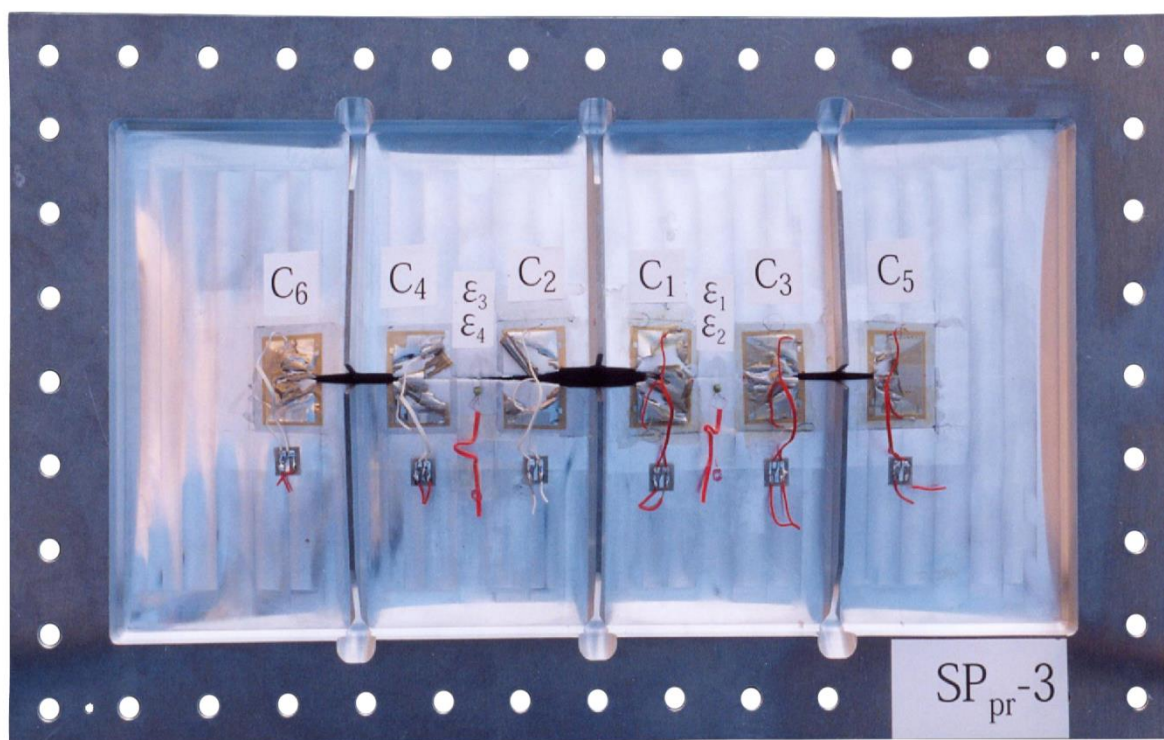
Slika 2.19 Panel PPR-1 nakon tlačnog ispitivanja



Slika 2.20 Panel PPR-3 nakon tlačnog ispitivanja



Slika 2.21 Panel SPPR-1 nakon tlačnog ispitivanja



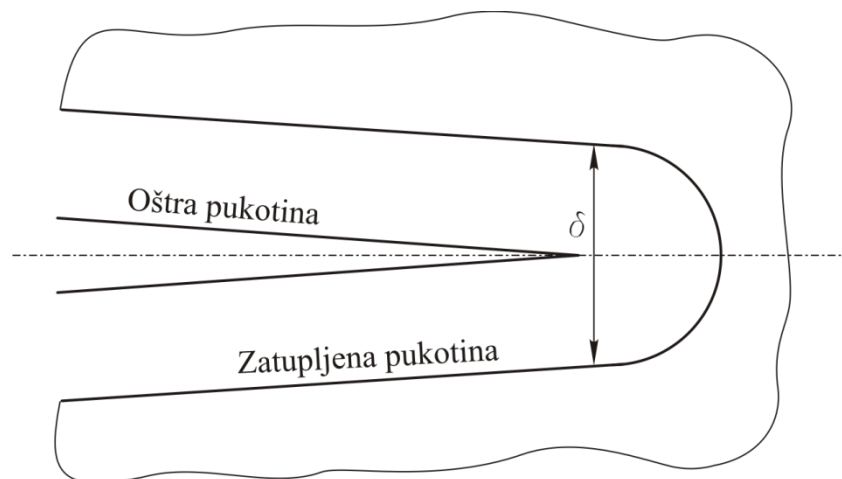
Slika 2.22 Panel SPPR-3 nakon tlačnog ispitivanja

3 Osnovni parametri elastoplastične mehanike loma

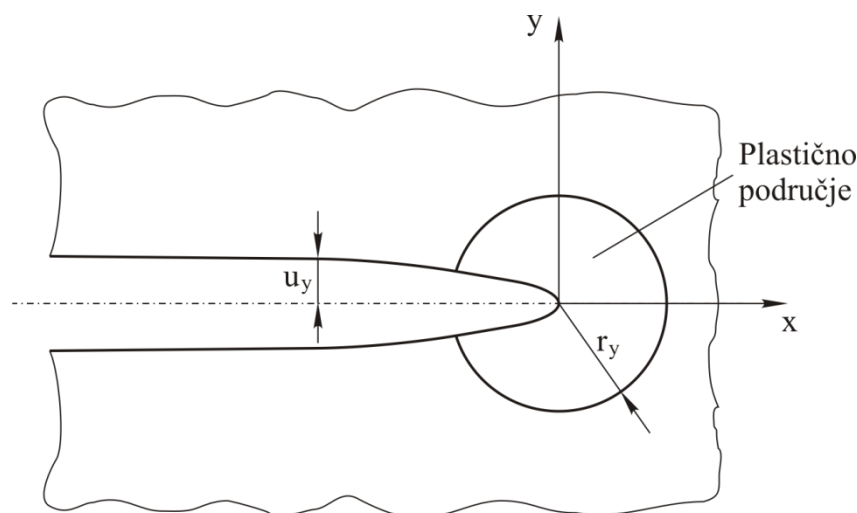
U slučajevima pukotina u materijalima gdje je područje plastične deformacije (zone) oko vrha pukotine veliko u usporedbi s duljinom pukotine i dimenzijama ispitivanog predmeta, principi linearno elastične mehanike loma više ne mogu zadovoljavajuće opisati širenje pukotine. Zato se kod materijala s nelinearnim ponašanjem pod naprezanjem koriste principi elastoplastične mehanike loma (engl. *elastic-plastic fracture mechanics*, EPFM). Materijale kod kojih je potrebno primijeniti elastoplastičnu mehaniku loma obično karakterizira visoka lomna žilavost i niska granica tečenja. Ovdje će biti predstavljena dva parametra elastoplastične mehanike loma i to, otvaranje vrha pukotine δ (CTOD) i J integral.

3.1 Otvaranje vrha pukotine

Ispitujući vrijednosti lomne žilavosti za različite čelike, Wells [2] je primijetio da su se kod dijela tih materijala stranice pukotine razmaknule prije samog loma. Uslijed plastične deformacije došlo je do otupljivanja vrha pukotine, slika 3.1, koje je bilo veće s većom žilavošću materijala. Dakle, vrh pukotine sada nije oštar nego "otupljen" (engl. *blunt*). Takvo zamjetno plastično ponašanje materijala pri vrhu pukotine nije se moglo opisati principima linearno elastične mehanike loma te je zato Wells predložio parametar otvaranja vrha pukotine, δ , CTOD (eng. *crack tip opening displacement*) kao mjeru lomne žilavosti.



Slika 3.1 Otvaranje vrha pukotine



Slika 3.2 Pomak u_y i korektivni izraz za postojanje plastičnog područja, r_y , kod otvaranja vrha pukotine, CTOD

Prema izrazu za raspodjelu pomaka [3] pomak u_y , slika 3.2, je jednak:

$$u_y = \frac{\kappa + 1}{2\mu} K_I \sqrt{\frac{r_y}{2\pi}}, \quad (3.1)$$

dok Irwinov [17] korektivni izraz za postojanje plastičnog područja pri vrhu pukotine u stanju ravninskog naprezanja glasi:

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_0} \right)^2, \quad (3.2)$$

što zajedno daje izraz za otvaranje vrha pukotine δ :

$$\delta = 2u_y = \frac{4K_I}{\pi\sigma_0 E}. \quad (3.3)$$

Vrijednost faktora κ , izraz (3.1), definirana je za stanje ravninskog naprezanja preko:

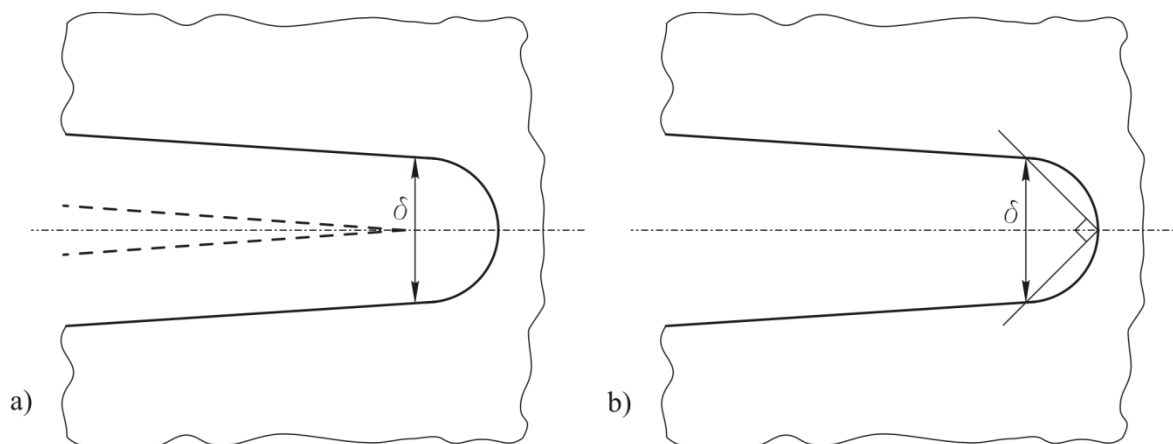
$$\kappa = \frac{3 - \nu}{1 + \nu} \quad (3.4)$$

Iz izraza (3.3) vidljivo je da se otvaranje vrha pukotine lako može dovesti u vezu sa relativnim oslobađanjem energije G (eng. *energy release rate*) i koeficijentom intenzivnosti naprezanja K (eng. *stress intensity factor*) što znači da vrijedi i za područje linearno elastične mehanike loma:

$$\delta = \frac{4G}{\pi\sigma_0}. \quad (3.5)$$

Postoje i druge definicije otvaranja vrha pukotine. Dvije najčešće korištene, koje su prikazane na slici 3.3, su otvaranje pukotine kao pomak na originalnom vrhu pukotine te

otvaranje pukotine kao otvaranje na sjecištu vrha pukotine te dviju linija koje se nalaze pod kutom od 45° u odnosu na simetralu pukotine.



Slika 3.3 Druge definicije CTOD-a

3.2 J – integral

Rice je 1968. objavio rad [4] u kojem predstavlja J – integral kao rješenje za opisivanje loma u nelinearno elastičnim materijalima. Ponašanje materijala u nelinearno elastičnom području pretpostavio je slično onom u plastičnom području s time da se ne izvodi njegovo rasterećenje.

Rice [4] je pokazao da je za svako nelinearno elastično, planarno (ravninsko), homogeno i izotropno tijelo u stanju statičke ravnoteže određeni integral, označen kao J , opisan po zatvorenoj liniji uvijek jednak nuli. Ako tu zatvorenu liniju predočimo linijom Φ koja opisuje konturu tijela A , slika 3.4, onda je J – integral [5]:

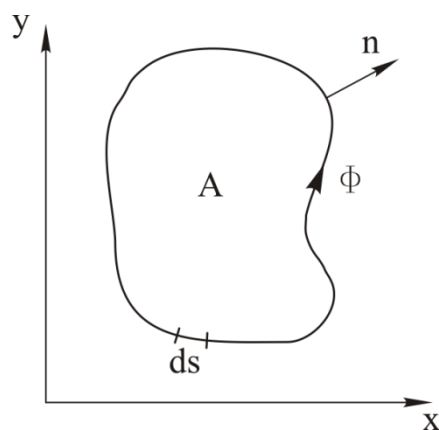
$$J_{\Phi} = \oint_{\Phi} \left(W dy - \mathbf{T} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} ds \right), \quad (3.6)$$

gdje je ds prirast po konturi Φ , $\mathbf{u} = u_x \mathbf{i} + u_y \mathbf{j}$ je vektor pomaka, dok je W gustoća potencijalne energije deformiranja i jednaka je:

$$W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}, \quad (3.7)$$

a \mathbf{T} je vektor punog naprezanja definiran prema normali \mathbf{n} konture Φ i vektoru pomaka \mathbf{u} :

$$T_i = \sigma_{ij} n_j. \quad (3.8)$$



Slika 3.4 Tijelo A s opisanom konturom integriranja

Uz navedeno, izraz (3.6) se može zapisati kao:

$$J_{\Phi} = \oint_{\Phi} \left(W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right). \quad (3.9)$$

Koristeći teorem za pretvorbu integrala po krivulji u integral po površini, izraz (3.9) se može pisati kao:

$$J_{\Phi} = \int_A \left(\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \right) dx dy. \quad (3.10)$$

Zanemarimo li unutrašnje sile u tijelu i pretpostavimo li male deformacije, za stanje ravnoteže vrijedi:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0, \quad (3.11)$$

a budući da veza pomaka i deformacija glasi:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (3.12)$$

slijedi:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x} = \sigma_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x} = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] = \sigma_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right), \quad (3.13)$$

zbog izraza (3.11), izraz (3.13) možemo pisati:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right), \quad (3.14)$$

a uvrštavajući (3.14) u (3.10) dobivamo:

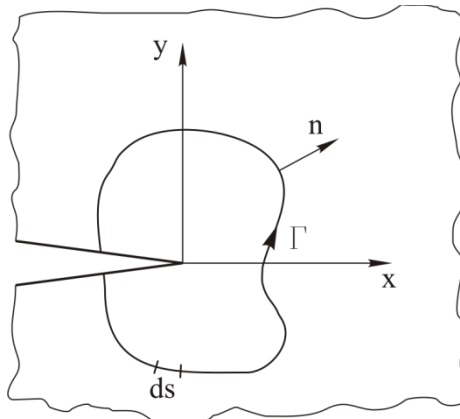
$$J_{\Phi} = 0. \quad (3.15)$$

Čime je dokazano da je integral (3.10) jednak nuli za bilo koju zatvorenu konturu.

Rice je J integral za tijelo s pukotinom definirao kao:

$$J = \int_{\Gamma} \left(W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right), \quad (3.16)$$

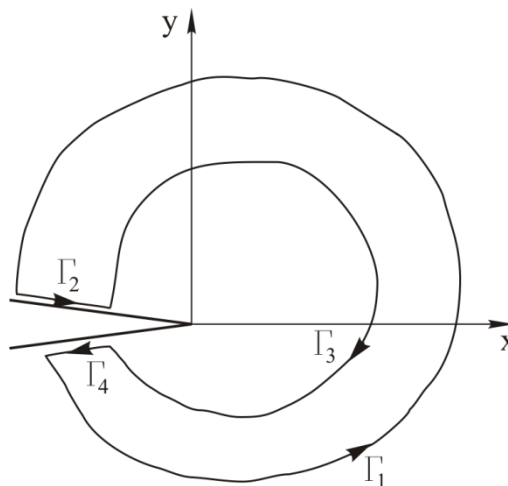
pri čemu je Γ linija opisana oko pukotine u smjeru suprotnom kazaljci na satu od donje prema gornjoj stranici pukotine.



Slika 3.5 Linija integriranja Γ oko vrha pukotine

3.2.1 Neovisnost J – integrala o liniji integriranja

Vrijednost J – integrala uvijek je jednaka neovisno o liniji integriranja oko pukotine. Ova činjenica je bitna prvenstveno kod numeričkog određivanja J – integrala budući da su numerička rješenja često netočna pri samom vrhu pukotine. Točnost im se povećava s udaljenošću od vrha pukotine što znači da se J – integral temeljen na vrijednostima naprezanja i pomaka može računati u točkama udaljenim od pukotine.



Slika 3.6 Zatvorena linija integriranja Γ oko pukotine

Slika 3.6 prikazuje zatvorenu liniju integriranja Γ koja počinje u točki na donjoj stranici pukotine, opisuje pukotinu u smjeru suprotnom kazaljci na satu, dodiruje gornju stranicu pukotine te se vraća u ishodišnu točku na donjoj stranici pukotine. Linija Γ se može podijeliti na četiri segmenta Γ_1 , Γ_2 , Γ_3 i Γ_4 . Segmenti Γ_2 i Γ_4 su paralelni stranicama pukotine. Budući da je J – integral po zatvorenoj liniji integriranja jednak nuli, pišemo:

$$J_{\Gamma_1} + J_{\Gamma_2} + J_{\Gamma_3} + J_{\Gamma_4} = 0. \quad (3.17)$$

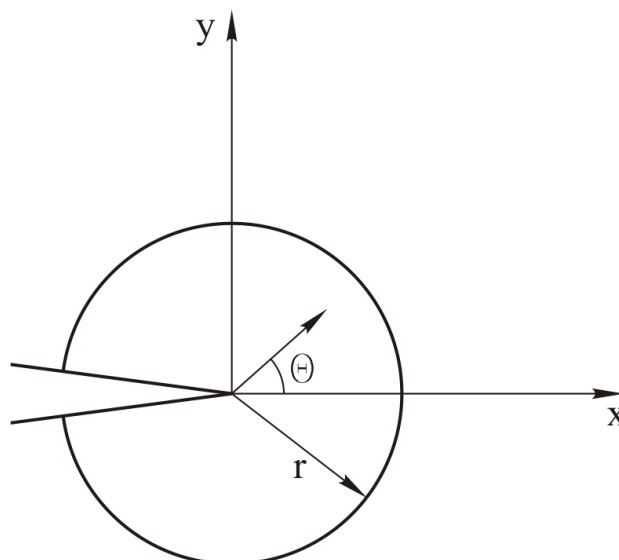
Kako se dy i T_i po segmentima Γ_2 i Γ_4 jednaki nuli, ostaje da je:

$$J_{\Gamma_1} = -J_{\Gamma_3}, \quad (3.18)$$

što znači da je vrijednost J – integrala izračunata po bilo kojoj liniji koja počinje na donjoj stranici pukotine i u smjeru suprotnom kazaljci na satu završava na gornjoj stranici pukotine jednaka.

3.2.2 Veza J – integrala i polja naprezanja pri vrhu pukotine

Za nelinearno elastične materijale postoji veza između veličine J – integrala i polja naprezanja i deformacija pri vrhu pukotine. Vezu su dokazali Rice i Rosengren [5] te Hutchinson [6] po kojima se ova polja naprezanja i nazivaju HRR polja naprezanja.



Slika 3.7 Kružna linija integriranja Γ , polumjera r , s centrom u vrhu pukotine

Neka je, prema slici 3.7, J – integral opisan po liniji Γ koja je dobivena tako što je opisana kružnica polumjera r iz vrha pukotine. Tada je:

$$y = r \sin \theta, \quad dy = r \cos \theta \, d\theta, \quad ds = r d\theta. \quad (3.19)$$

J integral se može zapisati kao:

$$J = r \int_{-\pi}^{\pi} \left[W(r, \theta) \cos \theta - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \right] d\theta. \quad (3.20)$$

Svi dijelovi integranda su proporcionalni umnošku naprezanja i deformacija:

$$\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \propto \left(\frac{J}{r} \right) g_{ij}(\theta, n), \quad (3.21)$$

gdje je g_{ij} funkcija kuta θ koja odgovara različitim komponentama naprezanja i deformacija.

U Remberg – Osgoodovom izrazu koji opisuje vezu naprezanja i deformacije [4]:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \varepsilon_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n, \quad (3.22)$$

α i n su konstante materijala, ε_0 i σ_0 su vrijednosti deformacije i naprezanja na granici plastičnosti materijala. Za polje naprezanja pri vrhu pukotine kod računanja J integrala bitan je samo drugi dio jednadžbe (3.22) koji se odnosi na plastičnu deformaciju:

$$\varepsilon = \alpha \varepsilon_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n, \quad (3.23)$$

koji kada se uvrsti u (3.21) daje izraz za naprezanje i deformaciju pri vrhu pukotine [4]:

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left(\frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I_n r} \right)^{\frac{1}{1+n}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n), \quad (3.24)$$

$$\varepsilon_{ij} = \alpha \varepsilon_0 \left(\frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I_n r} \right)^{\frac{1}{1+n}} \tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta, n). \quad (3.25)$$

Gdje su $\tilde{\sigma}_{ij}$ i $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ bezdimenzijske funkcije od n i θ . Faktor I_n se može odrediti prema sljedećim izrazima:

- za stanje ravninske deformacije [4]:

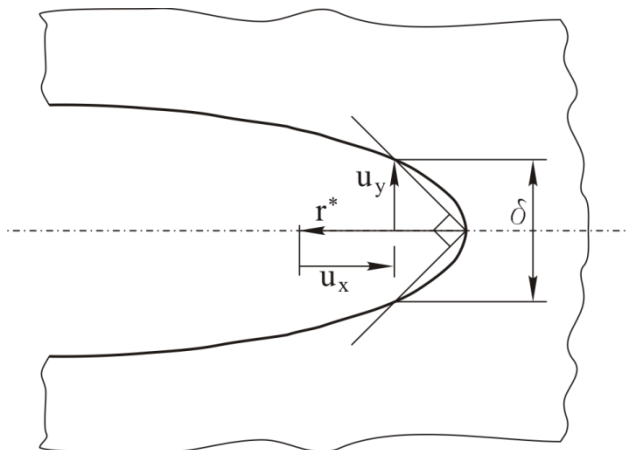
$$I_n = 6.568 - 0.4744n + 0.0404n^2 - 0.001262n^3, \quad (3.26)$$

- za stanje ravninskog naprezanja [4]:

$$I_n = 4.546 - 0.2827n + 0.175n^2 - 0.45816 \cdot 10^{-4}n^3. \quad (3.27)$$

3.2.3 Veza J – integrala i CTOD

Shih [7] je definirao parametar otvaranja pukotine CTOD kao otvaranje na sjecištu vrha pukotine te dviju linija koje se nalaze pod kutom od 45° u odnosu na simetralu pukotine, slika 3.8.



Slika 3.8 Otvaranje vrha pukotine, CTOD

Prema tome, komponenta pomaka u_y izvedena iz (3.25) je [4]:

$$u_i = \alpha \varepsilon_0 \left(\frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I_n} \right)^{\frac{n}{1+n}} r \cdot \tilde{u}_i(\theta, n). \quad (3.28)$$

Gdje je \tilde{u}_i bezdimenzijska funkcija od n i θ . Za određeni $r = r^*$ i $\theta = \pi$, slika 3.8, CTOD se može zapisati kao [2]:

$$\frac{\delta}{2} = u_y(r^*, \pi) = r^* - u_x(r^*, \pi), \quad (3.29)$$

što kad se uvrsti u (3.28) daje:

$$r^* = (\alpha \varepsilon_0)^{\frac{1}{n}} [\tilde{u}_x(\pi, n) + \tilde{u}_y(\pi, n)]^{\frac{n+1}{n}} \frac{J}{\sigma_0 I_n}. \quad (3.30)$$

Ako je $\delta = 2u_y(r^*, \pi)$:

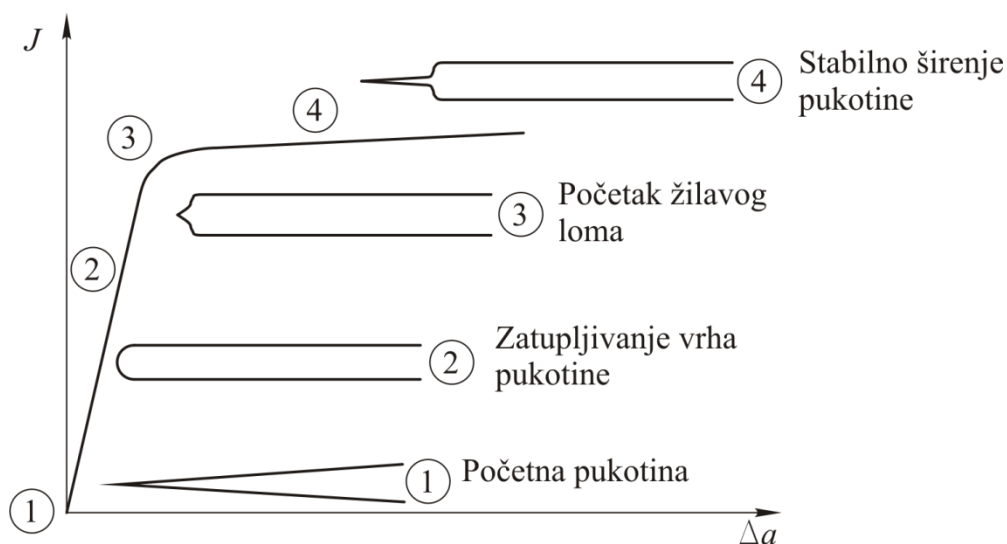
$$\delta = \frac{d_n J}{\sigma_0}, \quad (3.31)$$

Što daje vezu između J – integrala i CTOD uz uporabu konstante d_n koja ovisi o značajki materijala n [2]:

$$d_n = \frac{1}{I_n} \cdot 2 \tilde{u}_y(\pi, n) \{ \alpha \varepsilon_0 [\tilde{u}_x(\pi, n) + \tilde{u}_y(\pi, n)] \}^{\frac{1}{n}}. \quad (3.32)$$

3.2.4 J – integral kao parametar mehanike loma

Begley i Landes [8] prvi su istražili valjanost J – integrala kao parametra loma te doveli u vezu promjenu vrijednosti J – integrala i povećanja pukotine Δa putem tzv. J - R krivulje, slika 3.9. Istražili su i ponašanje pukotine u različitim fazama žilavog loma, slika 3.9 [4].



Slika 3.9 Ponašanje vrha pukotine tijekom žilavog loma

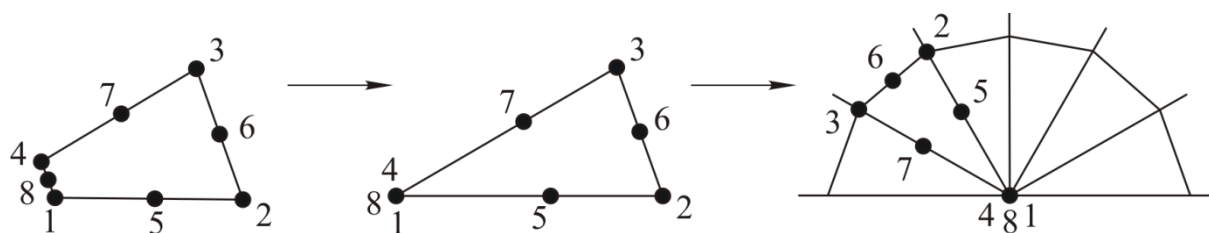
Begley i Landes su predložili uporabu J – integrala kao parametra loma kako bi označili početak žilavog loma, točka 3 na J - R krivulji, slika 3.9. Ta je vrijednost J – integrala označena kao J_{Ic} , tj. kritična vrijednost J – integrala pri odcjepnom načinu širenja pukotine kod žilavog loma. J_{Ic} se definira kao presjecište linije koja odgovara fazi otupljivanja vrha pukotine, a aproksimira se pravcem $J = 2\sigma_0\Delta a$ i J - R krivuljom. J – integral se može koristiti, kako je opisano, za karakteriziranje pukotina u nelinearno elastičnom, ali i linearno elastičnom području. J – integral se može dovesti u vezu sa stanjem naprezanja pri vrhu pukotine i otvaranjem pukotine CTOD. Sve ga ovo čini široko korištenim parametrom u mehanici loma.

4 Primjena metode konačnih elemenata u mehanici loma

Rijetki se problemi mehanike loma iz inženjerske prakse mogu opisati analitičkim rješenjima. Iz tog se je razloga nužno okrenuti numeričkom pristupu rješavanju problema, a koji se u projektiranju konstrukcija pokazao nezaobilaznim posljednjih nekoliko desetljeća. Korištenjem numeričkog modeliranja riješen je niz primjera mehanike loma uz uspješnu uporabu kod specifičnih problema koji se javljaju u praksi. Razvoj mehanike loma u dobroj je mjeri koincidirao s razvojem numeričkih metoda i na njima temeljenim algoritmima te napretkom u razvoju računala. Kod rješavanja problema u mehanici čvrstih tijela, najčešće je nužno odrediti raspodjelu deformacija i naprezanja u konkretnom primjeru. Numeričkom se analizom to učinkovito postiže, a dobiveni se rezultati koriste u daljnjoj primjeni u mehanici loma. Jedna od takvih numeričkih metoda koja danas ima vrlo raširenu primjenu je metoda konačnih elemenata. Gušća mreža konačnih elemenata iste vrste, tj. veći broj podjela promatranog tijela na elemente, općenito rezultira točnijim rezultatima analize, no uz to zahtijeva više računalne memorije i procesnog vremena. Velik izazov zato predstavlja dizajniranje mreže konačnih elemenata koje će uz minimalni utrošak računalne memorije i procesnog vremena dati točnije rezultate analize.

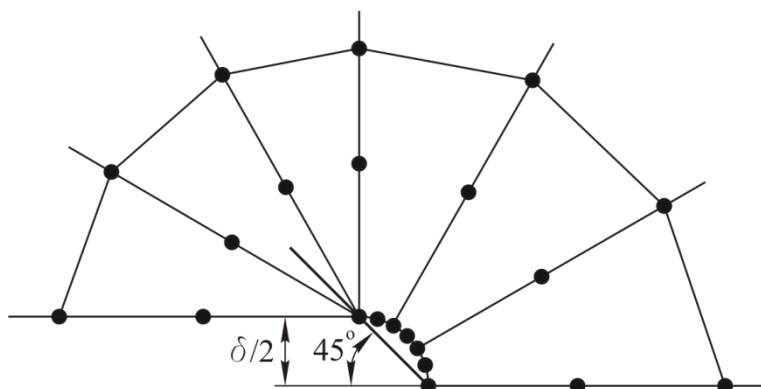
4.1 Oblikovanje mreže konačnih elemenata u mehanici loma

Pri oblikovanju mreže konačnih elemenata kod numeričkog modeliranja problema mehanike loma najčešće se koriste pravokutni serendipity elementi drugog reda za dvodimenzijske probleme i prizmatični serendipity elementi drugog reda za trodimenzijske probleme. Kod oblikovanja dvodimenzijske mreže pri vrhu pukotine pravokutni se elementi obično svode u trokutne te tri čvora zauzimaju istu točku u ravnini. Po istom se principu u prostoru prizmatični elementi preoblikuju u trostrane prizmatične elemente samo što se sad tri ruba elementa se nalaze na istom pravcu. Ovaj se postupak provodi u problemima koji se tiču elastičnog ponašanja materijala i tada su čvorovi koji su svedeni u istu točku međusobno vezani, a čvorovi koji leže na polovici stranica elementa pomiču se na četvrtinu duljine stranice od vrha pukotine, slika 4.1 [2].



Slika 4.1 Svođenje pravokutnog elementa u trokutasti na vrhu pukotine

Na navedeni se način osigurava $1/\sqrt{r}$ singularnost deformacije u elementu što je poželjno ponašanje konačnih elemenata pri vrhu pukotine. Kada je u pitanju plastično ponašanje materijala, pravokutni se elementi također svode na trokutne, međutim čvorovi koji zauzimaju istu točku u ravnini sada više nisu međusobno vezani. Osim toga, nije potrebno niti pomicati čvorove koji leže na polovici stranica elementa na četvrtinu duljine stranice od vrha pukotine. Ovakav način oblikovanja mreže osigurava $1/r$ singularnost deformacije u elementu što je poželjno ponašanje kod plastičnih problema. Također, budući da čvorovi koji zauzimaju istu točku u ravnini nisu vezani, pri deformaciji se mreže konačnih elemenata u vrhu pukotine može izračunati pomak otvaranja vrha pukotine (CTOD), slika 4.2.



Slika 4.2 Deformirana mreža konačnih elemenata pri vrhu pukotine kod plastičnog ponašanja materijala

U oblikovanju mreže konačnih elemenata oko pukotine najčešće se pribjegava zrakastom širenju elemenata od vrha pukotine, slika 4.1. Takav način oblikovanja omogućuje definiranje trokutastih ili trostranih prizmatičnih elemenata u prvom redu oko vrha pukotine uz stupnjevito zgušćivanje mreže prema vrhu pukotine. Tako se točnije može zabilježiti polje naprezanja i deformacija oko pukotine. Gušća mreža oko vrha pukotine potrebna je kod plastičnog ponašanja materijala budući da je to mjesto gdje dolazi do tečenja materijala. Također, računa li se J – integrala oko vrha pukotine, gušća će mreža dati točnije ulazne podatke za integraciju.

4.2 Rješenje nelinearnih problema

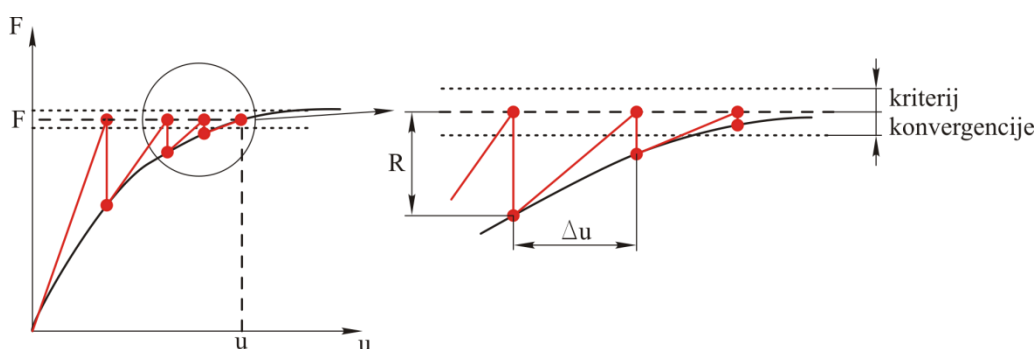
Rješenje svakog linearnog problema u mehanici dobiva se rješavanjem matrice jednačbe:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}, \quad (4.1)$$

gdje je \mathbf{K} matrica krutosti, \mathbf{u} matrica pomaka odnosno rotacija te \mathbf{F} matrica sila odnosno momenta. S druge strane kod nelinearnih problema matricna jednačba se može prikazati:

$$\mathbf{K}(\mathbf{u})\mathbf{u} = \mathbf{F}, \quad (4.2)$$

u kojoj matrica krutosti ovisi o vektoru pomaka odnosno rotacija. Zbog ove ovisnosti matrice krutosti o vektoru pomaka rješenje se postiže iterativno. U Ansys 13.0 programskom paketu korištena je Newton – Raphsonova metoda za iterativno rješavanje nelinearnih problema.



Slika 4.3 Newton – Raphsonova metoda

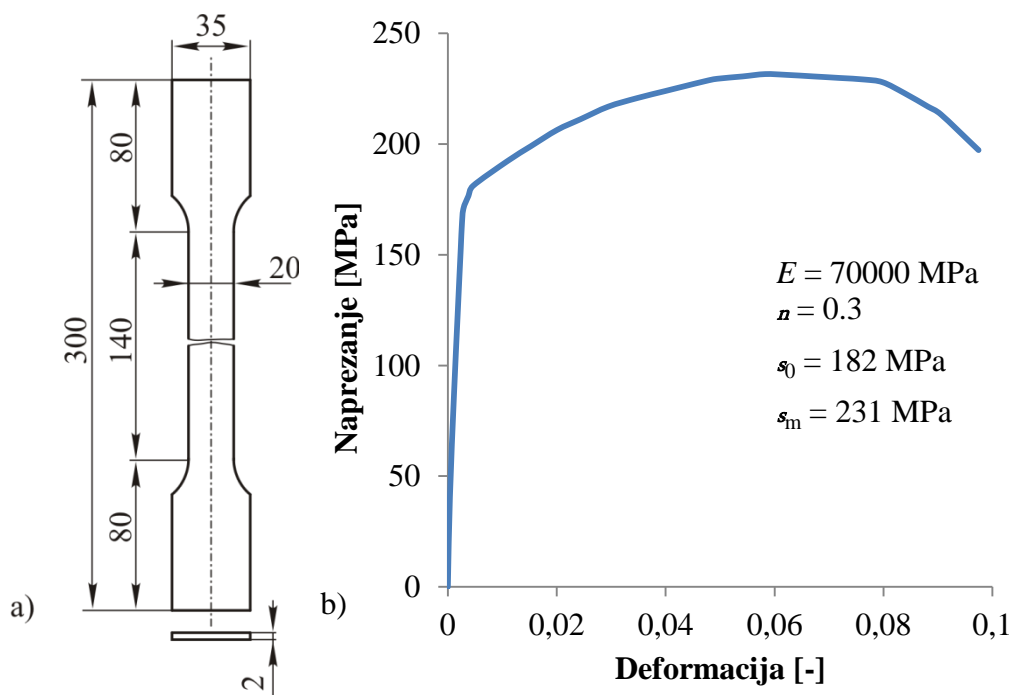
Kod svake iteracije matrica krutosti se može prikazati kao nagib na krivulju sila – pomak, slika 4.3, tako da se ovdje govori o tangentnoj krutosti \mathbf{K}^T . Matricna jednačba sada glasi:

$$\mathbf{K}^T\Delta\mathbf{u} = \mathbf{F} - \mathbf{F}^{\text{NR}}, \quad \mathbf{F} - \mathbf{F}^{\text{NR}} = \mathbf{R}. \quad (4.3)$$

Prije svakog rješenja računa se vektor zaostalih sila, \mathbf{R} , koji je jednak razlici reaktivnih sila (sile koje odgovaraju naprezanjima u elementima) te primijenjenom opterećenju odnosno silama. Program tada izvodi linearno rješenje, koristeći vektor zaostalih sila, te provjerava konvergenciju. Ako kriterij konvergencije nije zadovoljen, ponovno se računa vektor zaostalih sila, matrica krutosti te se ponovno linearno rješava sada sa novom matricom krutosti i vektorom zaostalih naprezanja. Iterativni proces se nastavlja sve dok se ne postigne konvergencija rješenja.

5 Određivanje dijagrama stvarno naprezanje – stvarna deformacija

Radi potreba simulacija metodom konačnih elemenata potrebno je odrediti stvarni dijagram naprezanje-deformacija na temelju inženjerskog dijagrama dobivenog iz vlačnog testa, slika 5.1b.



Slika 5.1 Statički vlačni test a) epruveta za statički vlačni test; b) inženjerski dijagram naprezanje-deformacija

Prema [9] definira se krivulja:

$$\sigma_{\text{true}} = \sigma_e^N (1 + \varepsilon_e) \text{ za } \varepsilon_e \leq \varepsilon_e^N, \quad (5.1)$$

gdje je σ_e^N inženjersko naprezanje pri maksimalnoj vlačnoj sili, a ε_e^N inženjerska deformacija koja odgovara σ_e^N . Vrijednosti za $\sigma_e^N = 231$ MPa i $\varepsilon_e^N = 0,058$ su dobivene prema slici 5.1b.

Prema [10] za deformacije veće do ε_e^N vrijedi:

$$\sigma_{\text{true}} = K_N \varepsilon_e^{n_N} \text{ za } \varepsilon_e \geq \varepsilon_e^N, \quad (5.2)$$

gdje je K_N koeficijent čvrstoće, a n_N eksponent plastičnog očvrstnuća. Eksponent plastičnog očvrstnuća (eng. *strain hardening exponent*) se definira kao stvarna deformacija u točki gdje se pojavljuje vrat na epruveti:

$$n_N = \ln(1 + \varepsilon_e^N), \quad (5.3)$$

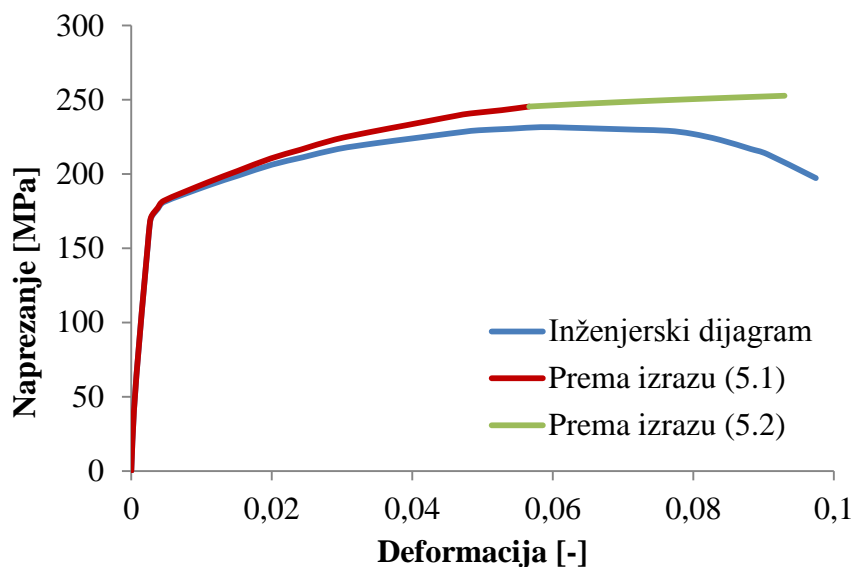
Koeficijent čvrstoće (eng. *strength coefficient*) se definira tako da krivulja definirana izrazom (5.2) prolazi kroz točku u kojoj se pojavljuje vrat:

$$K_N = \frac{\sigma_e^N (1 + \varepsilon_e^N)}{[\ln(1 + \varepsilon_e^N)]^{\ln(1 + \varepsilon_e^N)}}, \quad (5.4)$$

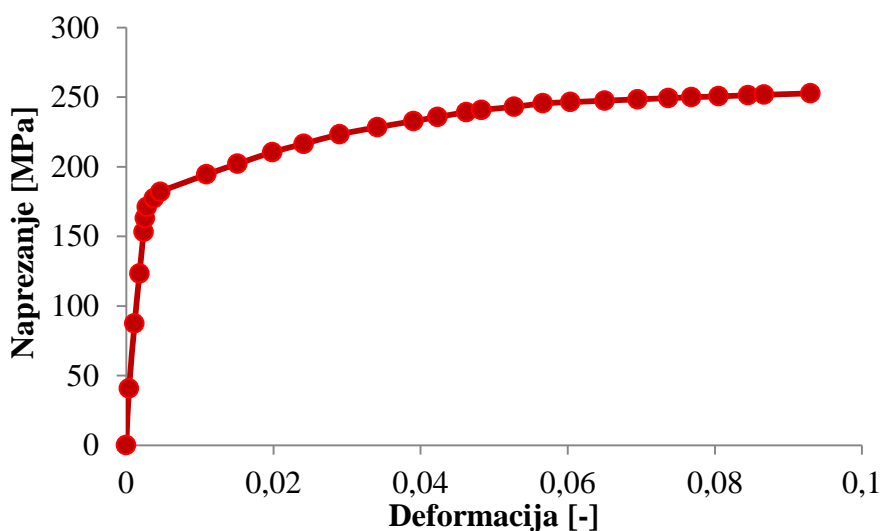
Stvarna deformacija se definira prema [9] preko izraza:

$$\varepsilon_{\text{true}} = \ln(1 + \varepsilon_e), \quad (5.5)$$

gdje je ε_e inženjerska deformacija. Preko izraza (5.3) i (5.4) računaju se $n_N = 0,05663$ i $K_N = 288,35 \text{ MPa}$. Kombinacijom izraza (5.1), (5.2) i (5.5) dobiva se dijagram stvarnog napreznja-deformacije prikazan na slici 5.2 na istoj slici se vidi da je stvarni dijagram dobiven iz dva dijela. Na slici 5.3 je prikazan stvarni dijagram napreznja-deformacija na temelju kojeg je u simulaciji opisano ponašanje materijala.



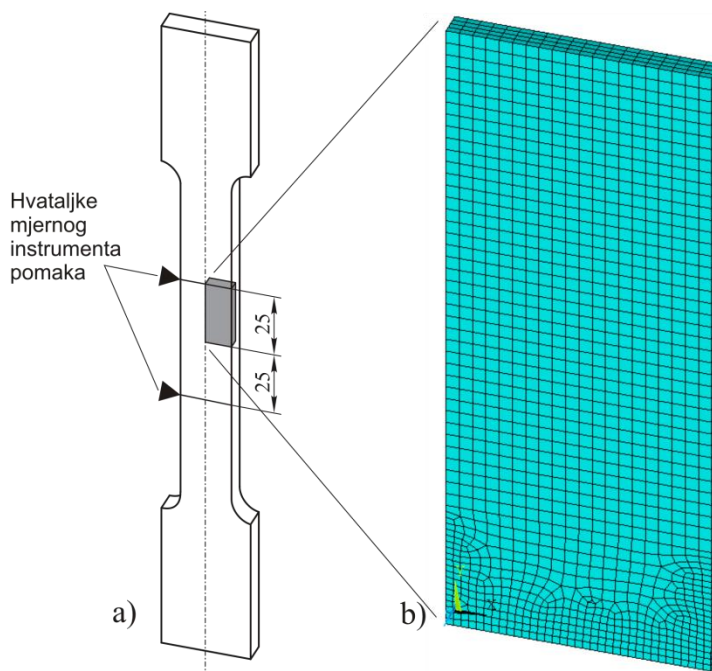
Slika 5.2 Usporedba stvarnog i inženjerskog dijagrama



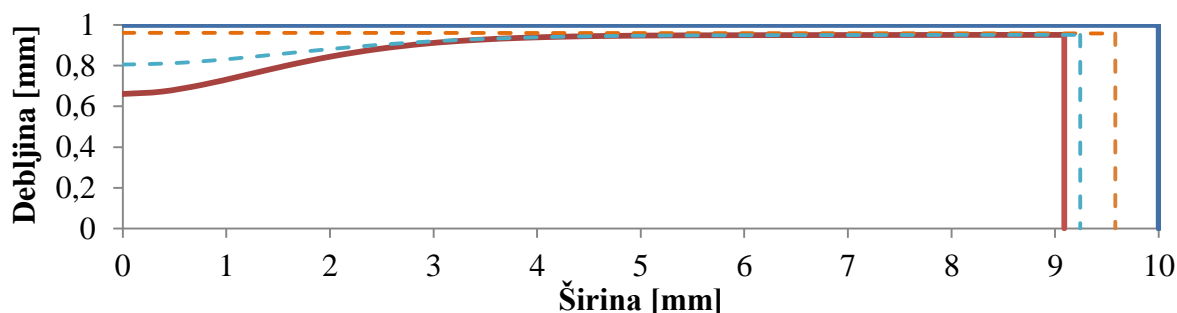
Slika 5.3 Stvarni dijagram napreznja-deformacija

Kod modeliranja epruvete iskorištena je trostruka simetrija te je modelirana samo osmina epruvete, slika 5.4. Epruveta je omrežena prizmatičnim elementima sa dvadeset čvorova (solid186) koji ima tri stupnja slobode u svakom čvoru, translacije u x, y i z smjeru. Vlačna sila u epruveti računata je u simulaciji tako da je srednje napreznje na udaljenosti od 24 mm

od donjeg ruba osmine epruvete dijeljeno sa stvarnom površinom presjeka, izraz (5.6), na istoj udaljenosti od ruba osmine epruvete.



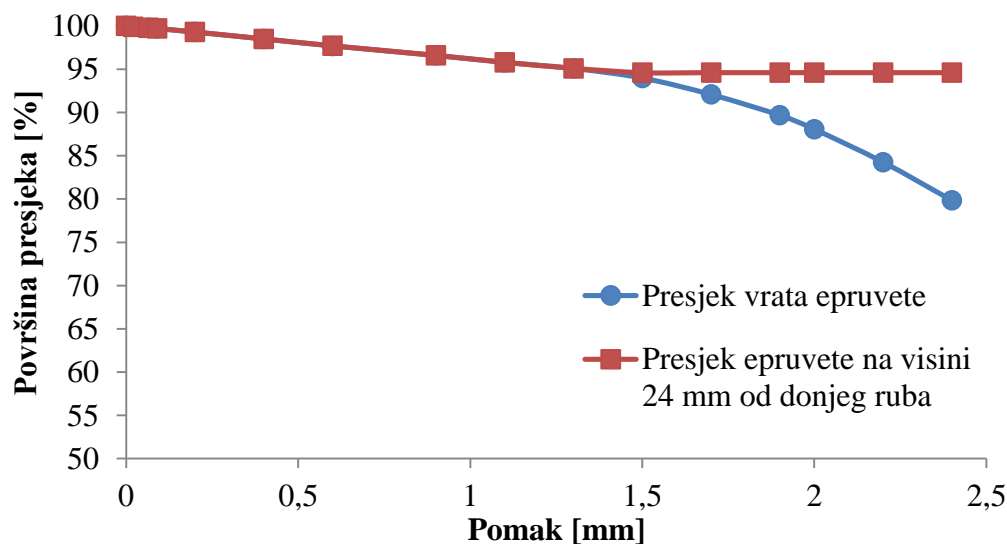
Slika 5.4 Mreža konačnih elemenata za epruvetu



Slika 5.5 Površina osmine epruvete

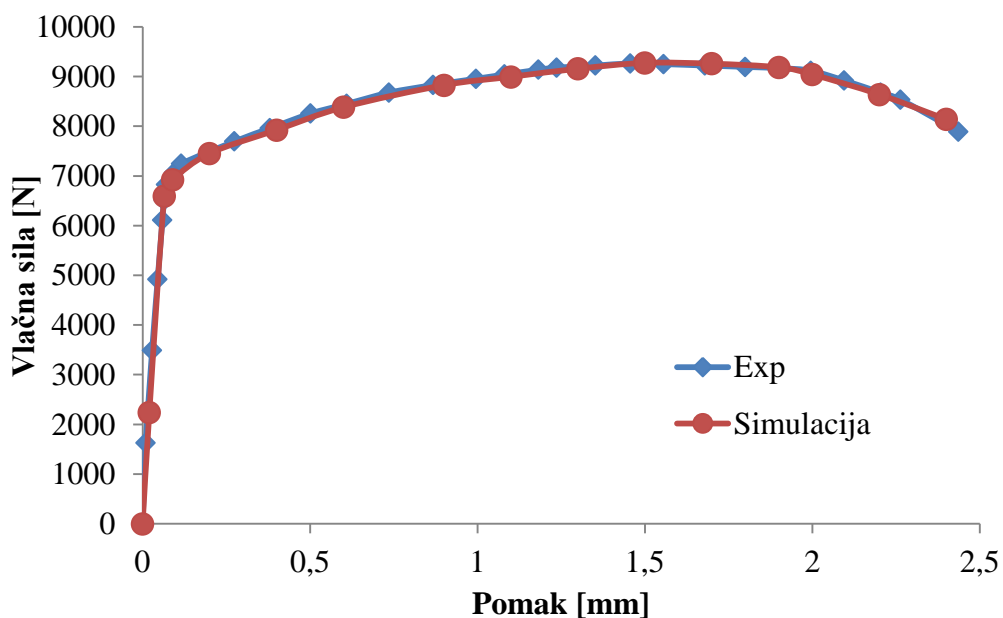
Slika 5.5 prikazuje stvarni oblik presjeka epruvete za četiri različita slučaja opterećenja. Na slici 5.6 je prikazano smanjivanje površine presjeka epruvete, vidljivo je da se vrat na epruveti pojavljuje nakon pomaka od 1,5 mm jer tada površina presjeka naglo opada za razliku od površine presjeka na visini od 24 mm, što odgovara i maksimalnoj vlačnoj sili, vidi sliku 5.7. Stvarna površina presjeka se računa pomoću izraza (5.6), gdje je A_d površina presjeka nakon deformiranja, A_p površina početnog presjeka, u_z pomak po debljini epruvete i u_x pomak po širini epruvete.

$$A_d = A_p - 4 \left(\left| \int_0^{10} u_z(x) dx \right| + \left| \int_0^1 u_x(z) dz \right| - |u_z(10)| \cdot |u_x(1)| \right) \quad (5.6)$$

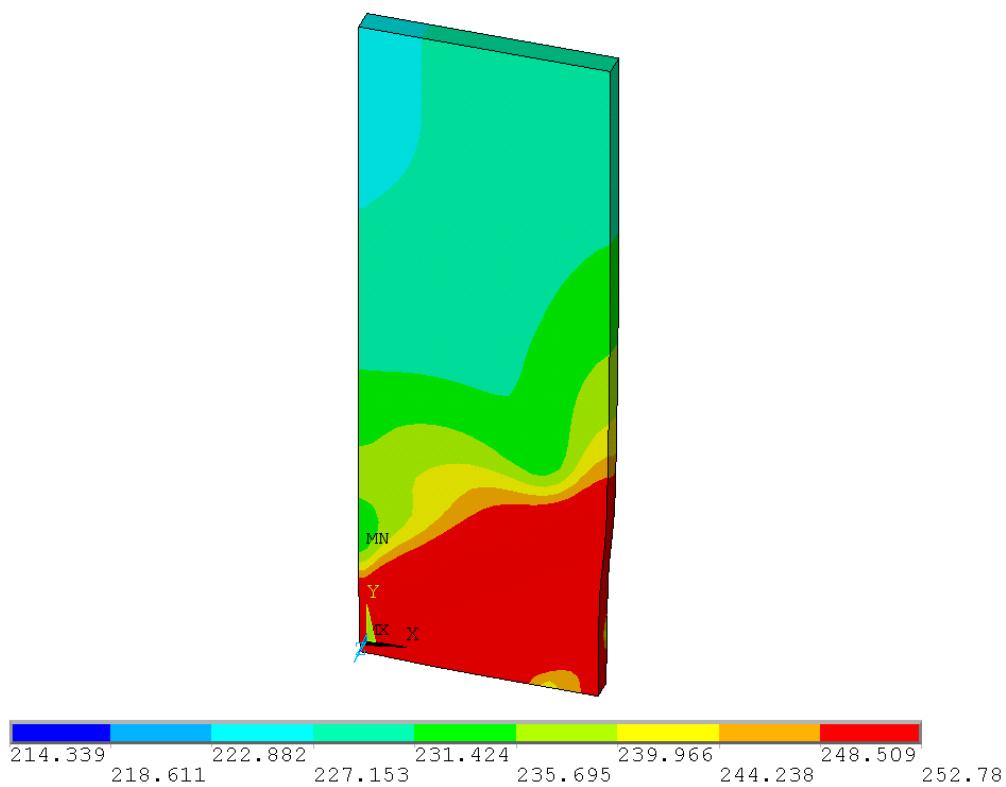


Slika 5.6 Površina presjeka epruvete

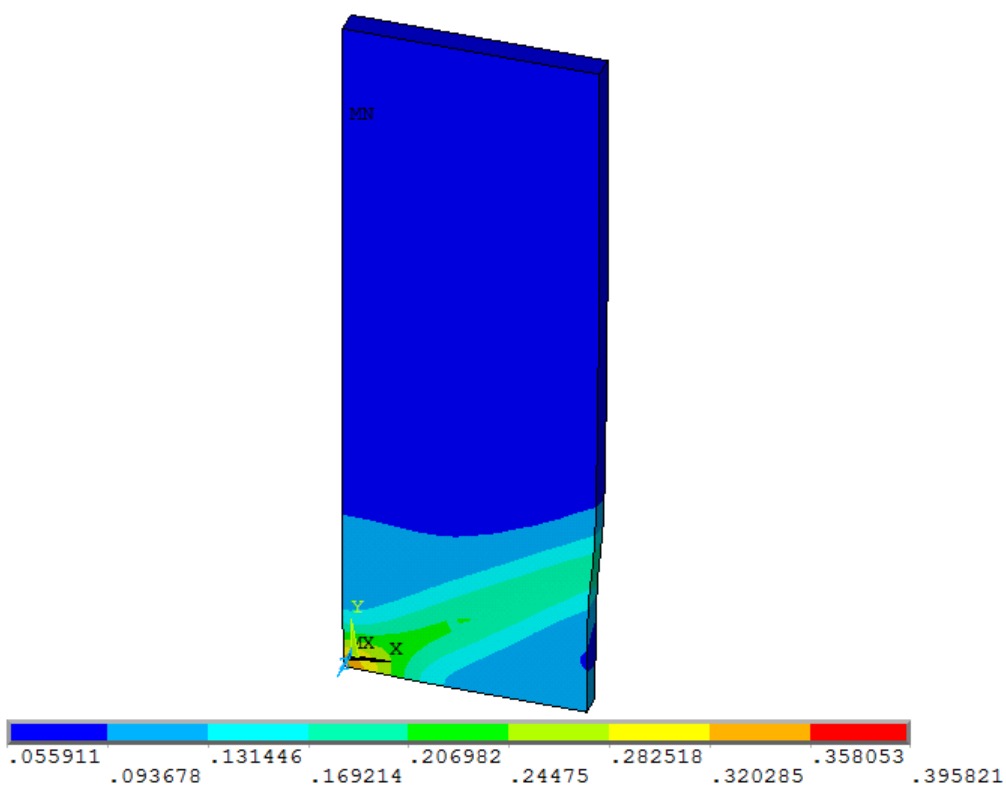
Rezultati simulacije su prikazani na slici 5.5 iz kojih se vidi dobro poklapanje sa rezultatima iz eksperimenta što znači sa krivulja na slici 5.3 dobro opisuje dijagram stvarnog naprezanja-deformacije. Na slici 5.8 je prikazano ekvivalentno naprezanje u epruveti za pomak kraja ploče od 2.5 mm, a na slici 5.9 deformacije u smjeru osi y za isti pomak kraja ploče.



Slika 5.7 Rezultati simulacije epruvete za vlačnu silu



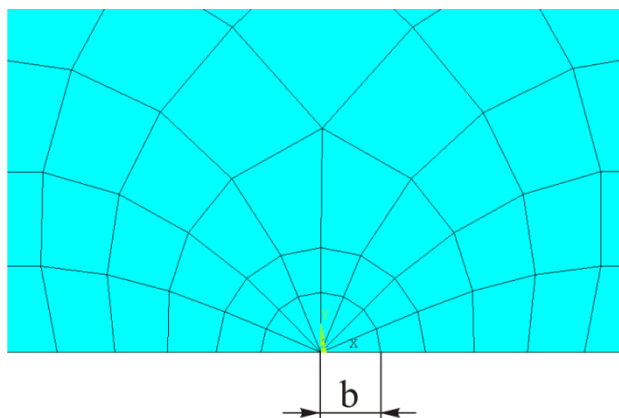
Slika 5.8 Von Mises-ova naprezanja



Slika 5.9 ϵ_y deformacija

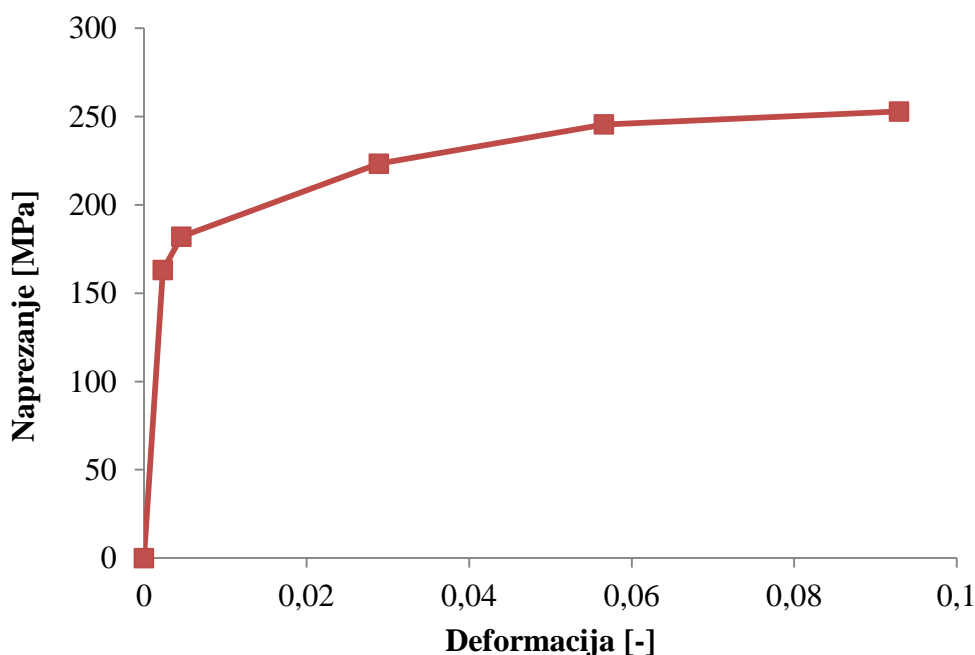
6 Analiza loma ploča i orebrenih panela metodom konačnih elemenata

Za modeliranje metodom konačnih elemenata korišten je programski paket Ansys 13.0 [11]. Zahvaljujući simetričnosti ploča i panela modelirana je samo jedna njihova četvrtina uz postavljanje odgovarajućih rubnih uvjeta uz stranice simetrije. Ploče i paneli su modelirani kao dvodimenzijски problemi uz osiguravanje uvjeta ravninskog stanja naprezanja, koji odgovaraju uvjetima koji su vrijedili za realne ploče u laboratorijskim ispitivanjima. Modeli su omreženi ravninskim pravokutnim elementima s osam čvorova. Posebna je pažnja posvećena modeliranju mreže oko vrha pukotine, slika 6.1. Prvi red elemenata oko vrha pukotine čine pravokutni konačni elementi svedeni na trokutne, prema pravilima za oblikovanje mreže oko vrha pukotine iznesenim u poglavlju 4.1. Preporučljivo je prvi red elemenata oblikovati tako da ima radijus jednak osmini duljine pukotine, ili manji, za što točnije rezultate. Na slici 6.1 radijalna duljina prvog reda elemenata je označena sa b i iznosi $a/20$ gdje je a polovica duljine pukotine. Mreža konačnih elemenata je zgusnuta oko vrha pukotine kako bi se što točnije zabilježile vrijednosti naprezanja i deformacija koje će kasnije biti iskorištene u određivanju J – integrala.



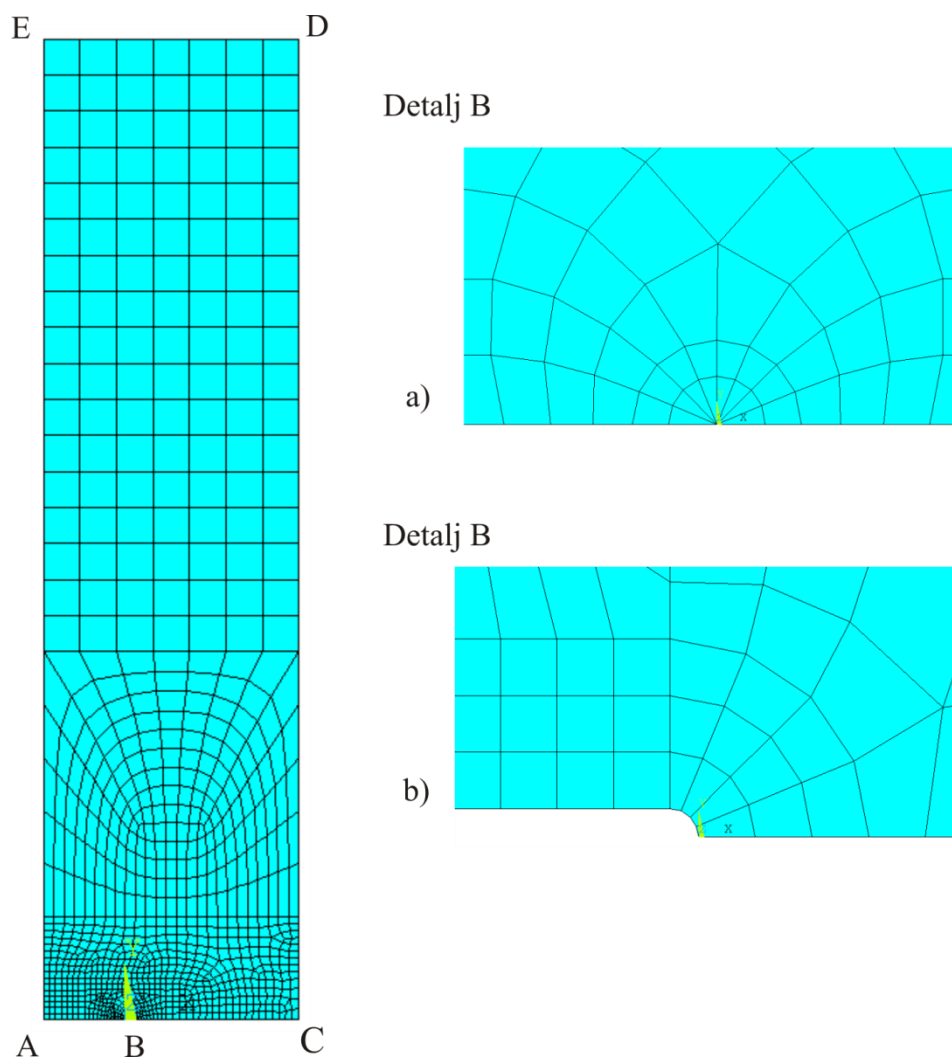
Slika 6.1 Detalj pukotine

Ponašanje materijala u plastičnom području je u simulaciji uzeto u obzir pomoću MISO modela (engl. *multilinear isotropic hardening constants*), koji je se temelji na von Misesovom kriteriju tečenja zajedno sa pretpostavkom rada izotropnog očvršćenja [12]. Dijagram naprezanje-deformacija korišten u simulaciji, prikazan na slici 6.2, dobiven je prema dijagramu stvarnog naprezanja u funkciji deformacije prikazan na slici 5.3. Kod zadavanja točaka bitno je da nagib prvog pravca bude jednak modulu elastičnosti materijala, a nagib svakog sljedećeg pravca mora biti manji od nagiba prvog pravca te veći od nula. Nagib pravca od zadnje točke u ovom modelu se smatra da je jednak nula.



Slika 6.2 Dijagram naprezanje deformacija za elastoplastičnu analizu

Kod modeliranja ploče sa centralnom pukotinom modelirana je samo četvrtina ploče zbog dvostruke simetrije, slika 6.3. Vrh pukotine je u slučaju CN ploče modeliran pomoću KSCON naredbe, slika 6.3a, a u slučaju CN radijus ploče je modeliran stvarni radijus, slika 6.3b. Ploča je omrežena pravokutnim elementima sa osam čvorova (plane183) koji ima dva stupnja slobode gibanja u svakom čvoru, translaciju u x i y smjeru. Rubni uvjeti simetrije iskorišteni su, slika 6.3, na liniji BC spriječen je pomak u smjeru osi y, a na liniji AE spriječen je pomak u smjeru x osi. Opterećenje je implementirano preko konstantnih pomaka čvorova koji leže na liniji između točaka D i E. U svakom koraku opterećenja pomak čvorova je inkrementalno povećavan do 1.8mm a simulacija je provedena sve dok se u ligamenti nije pojavila puna plastična deformacija. Odgovarajuća vlačna sila dobivena je integracijom, σ_y , naprezanja u presjeku dovoljno daleko od donjeg ruba AC te množenjem prosječnog naprezanja sa površinom presjeka ploče. Simulacija CN ploče je podijeljena u 18 koraka opterećenja od kojih je svaki korak podijeljen na 200 podkoraka (engl. *substeps*). Vrijednost J – integrala je dobivena u postprocesorskoj proceduri za računanje J – integrala, za svaki vrh pukotine definirano je nekoliko pasova te je kao konačna vrijednost uzeta srednja vrijednost J – integrala dobivenih za sve pasove. Otvaranje vrha pukotine δ , je dobiveno iz profila otvorene pukotine definirano na slici 3.2.

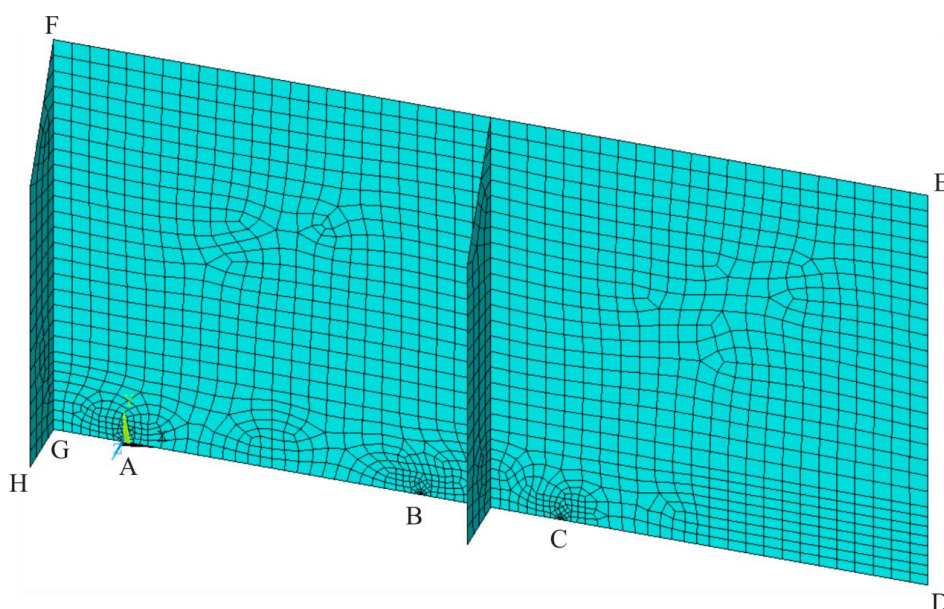


Slika 6.3 Mreža konačnih elemenata za CN ploču a) vrh pukotine modeliran sa KSCON naredbom b) vrh pukotine modeliran radijusom

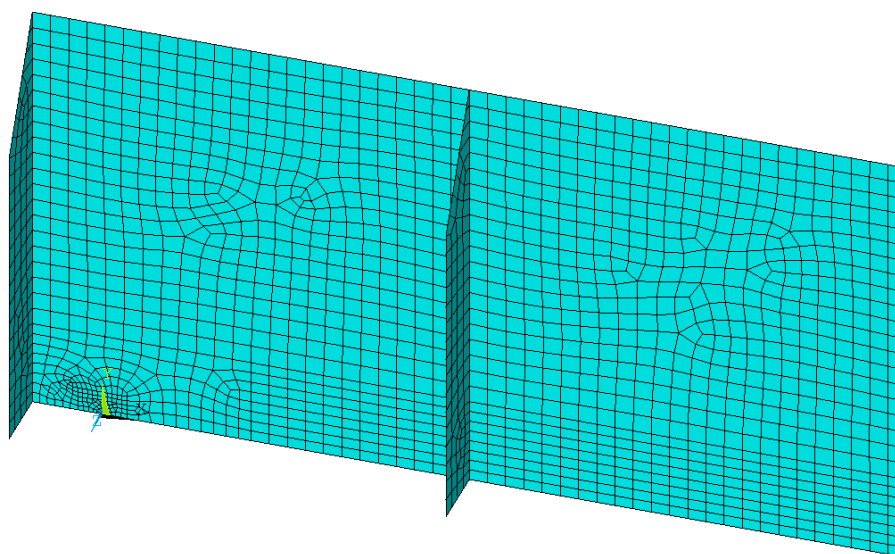
Radijalna duljina elementa u vrhu pukotine za CN ploču iznosi 0,5 mm, za maksimalno naprezanje u ligamentu od 216,37 MPa odnosno pomak kraja ploče za 1,35 mm dobije se vrijednost J – integrala 362,11 MPa mm i vrijednost CTOD parametra 1,839 mm. Smanjivanje radijalne duljine elementa u vrhu pukotine, na iznos od 0,2 mm, za isti pomak ploče vrijednost J – integrala tada je 368,8 MPa mm, a CTOD parametra 1,878 mm. Ako je radijalna duljina elementa 1 mm, opet za isti pomak kraja ploče, J – integral tada iznosi 358,42 MPa mm, a CTOD parametar je 1,813 mm. Prema tome može se zaključiti da radijalna duljina elementa nema veliki utjecaj na rezultate simulacije.

Kod modeliranja panela PPR-1, PPR-3, SPPR-1 i SPPR-3 iskorištena je već gore spomenuta dvostruka simetrija te se modelirala samo četvrtina panela, na slici 6.4 je kao primjer pokazan panel SPPR-3. Paneli su omreženi pravokutnim elementima sa osam čvorova (shell281) koji imaju šest stupnjeva slobode gibanja u svakom čvoru, tri translacije i tri rotacije. Rubni uvjeti

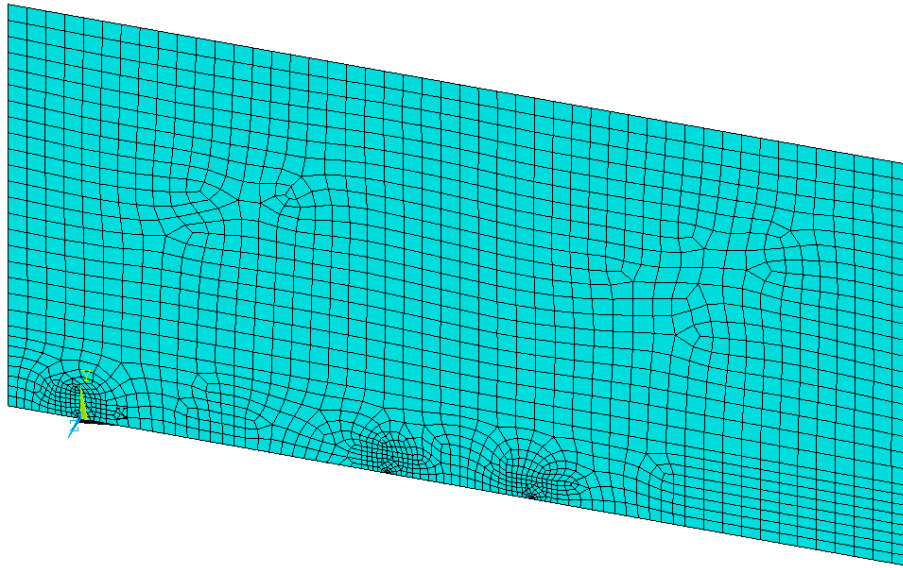
simetrije iskorišteni su, slika 6.4, na plohi FGH u smjeru osi x te na linijama AB i CD u smjeru osi y . Na rubovima panela FE i DE spriječena su sva tri pomaka i rotacije odnosno simulirano je uklještenje. Opterećenje je zadano na plohi FGDE u smjeru osi z . Vrhovi pukotina se nalaze u točkama A, B i C. Panela SPPR-1 ima samo jedan vrh u točki A, a rubni uvjeti su potpuno isti osim što je sada na liniji AD rubni uvjet simetrije u smjeru osi y . Za panele PPR-1 i PPR-3 sve je identično osim što nema rebara. Ovaj nelinearan problem, uključujući nelinearnosti materijala i geometrije, zahtijeva iterativno rješavanje za dobivanje rezultata. U slučaju panela opterećenih tlakom, u svakom koraku tlak se poveća za $p = 100$ kPa, a svaki korak opterećenja sadržava 200 podkoraka (engl. *substeps*). Takva fina podjela potrebna je zbog velike plastične deformacije i velikih geometrijskih nelinearnosti.



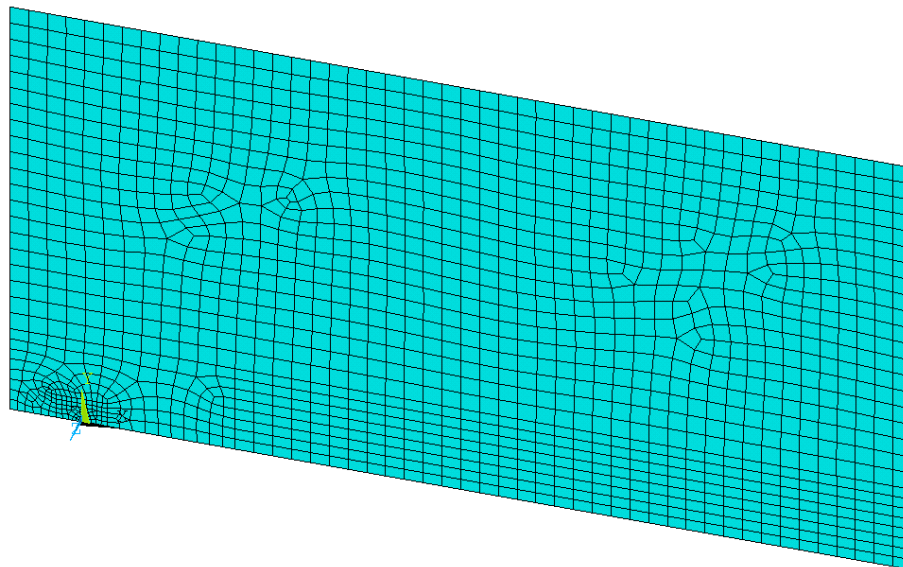
Slika 6.4 Mreža konačnih elementa za panel SPPR-3



Slika 6.5 Mreža konačnih elementa za panel SPPR-1



Slika 6.6 Mreža konačnih elementa za panel PPR-3

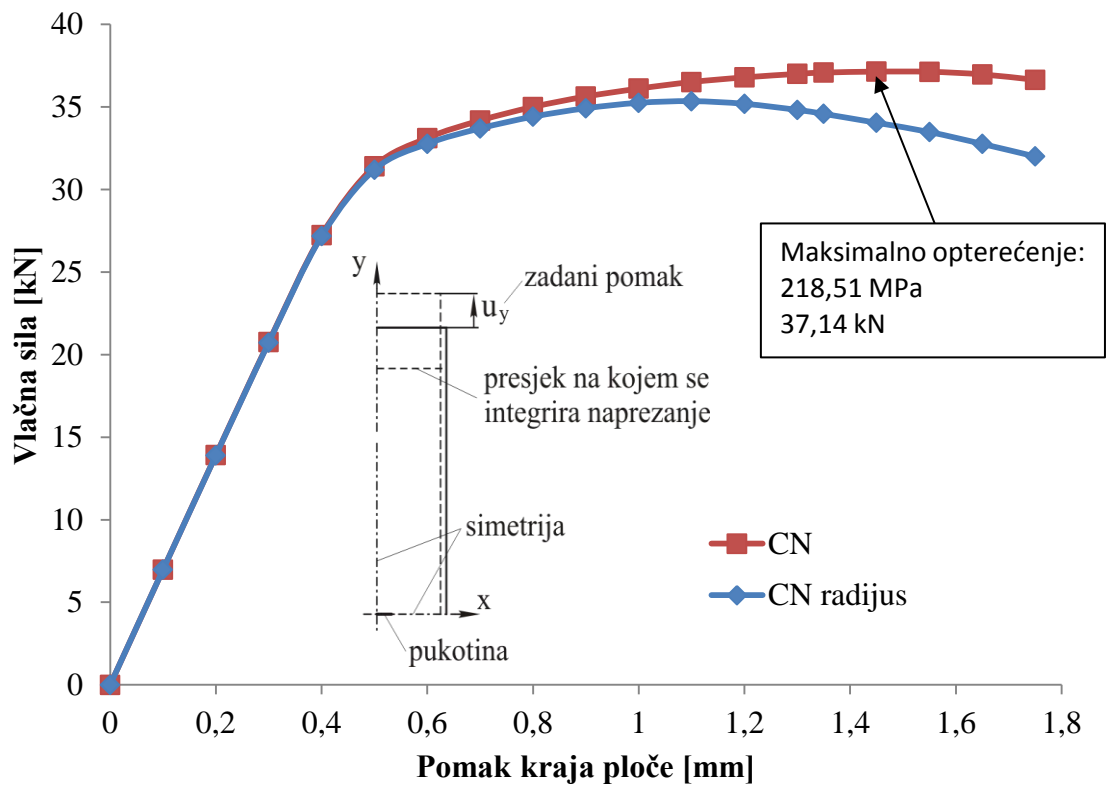


Slika 6.7 Mreža konačnih elementa za panel PPR-1

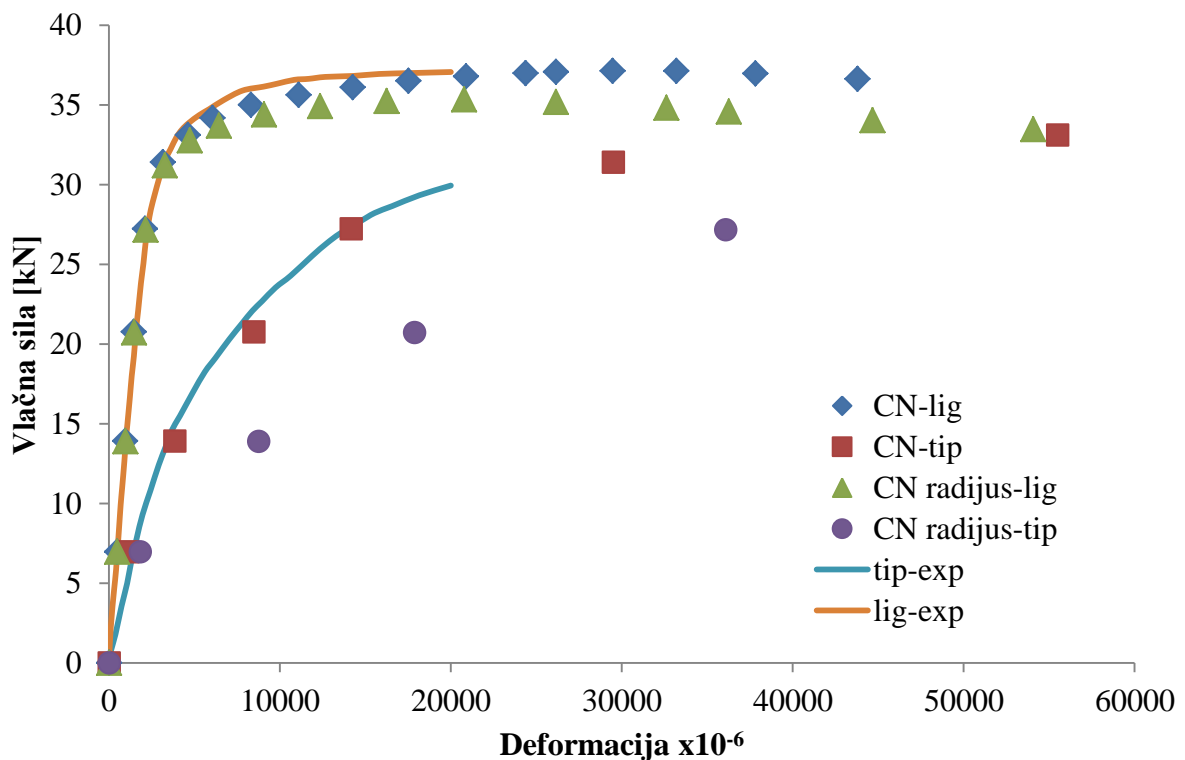
6.1 Rezultati simulacije metodom konačnih elemenata za ploču sa centralnom pukotinom

U modelu konačnih elemenata za ploču sa centralnom pukotinom, CN, opterećenje je primijenjeno preko pomaka čvorova na gornjem kraju ploče. Slika 6.8 prikazuje vlačnu silu i prosječno naprezanje u ligamentu ploče u odnosu na pomak čvorova na gornjem kraju ploče. Vlačna sila je dobivena integriranjem komponente naprezanja, σ_y , na dovoljnoj udaljenosti od pukotine u smjeru osi y. Prosječno naprezanje u ligamentu je dobiveno dijeljenjem vlačne sile sa površinom ligamenta. U početku vlačna sila raste proporcionalno sa povećavanjem pomaka kraja ploče, kada se opterećenje u netaknutom presjeku približi granici tečenja, zbog velikih plastičnih deformacija, vlačna sila počinje opadati. Vlačna sila poprima maksimalnu

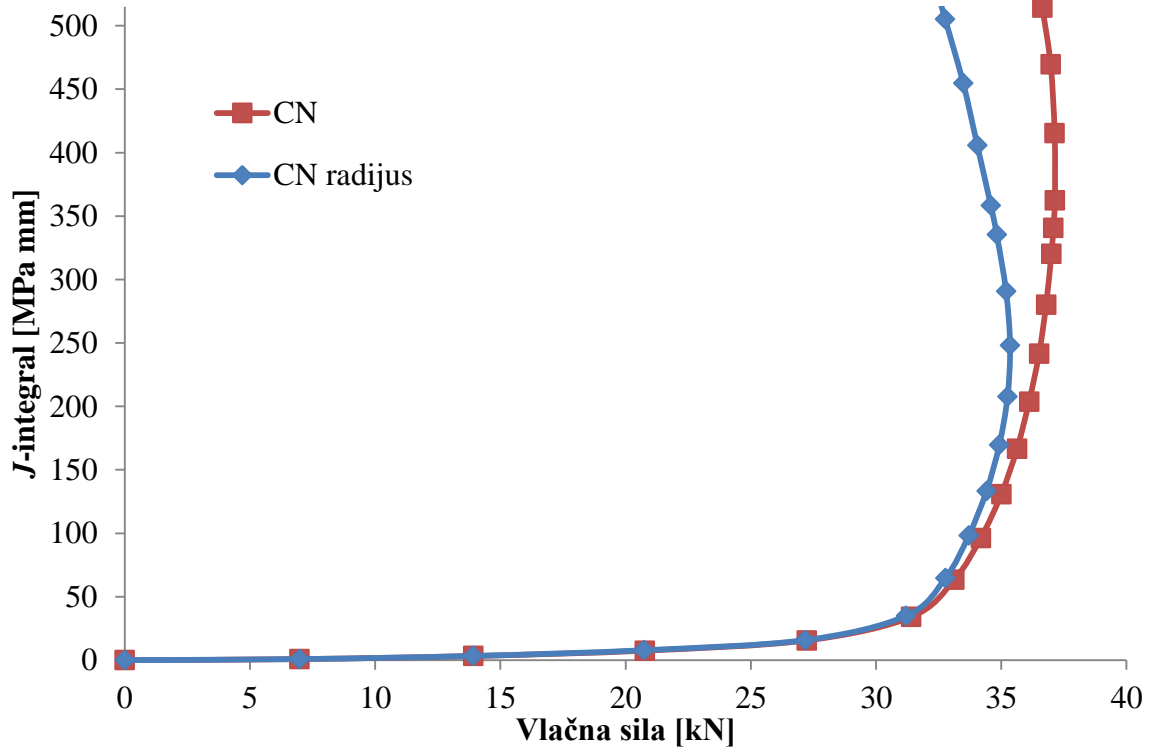
vrijednost na pomaku gornjeg kraj ploče od 1,45 mm te nakon toga njena vrijednost počinje opadati. Razlog zbog čega je ovo ovako je da kod analize velikih deformacija uzima se u obzir i promjena krutosti koja je rezultat promjene oblika elementa, zbog pomaka koordinata kako pomaci čvorova rastu. Uslijed velikog tečenja materijala, duljina ligamenta opada a također i debljina ploče se smanjuje zbog ε_2 deformacije. Zbog toga ukupna površina ligamenta se smanjuje te sposobnost presjeka da drži vlačnu silu opada. Na slici 6.9 su dane deformacije dobivene simulacijom, koje se odnose na mjesta prikazana na slici 1.2. Deformacije na vrhu pukotine, ε_{yTIP} , su dobivene računanjem srednje vrijednosti od svih vrijednosti deformacija u čvorovima na duljini koja je jednaka širini tenzometra koji je bio zalijepljen na vrhu pukotine. Sa slike se vidi da rezultati iz simulacije za vrh pukotine i rezultati za ligament se dobro poklapaju sa mjerenim vrijednostima dobivenih iz eksperimenta. Vrijednosti dobivene za J – integral u odnosu na vlačnu silu i odgovarajuće srednje naprezanje u ligamentu prikazane su na slici 6.10. Za maksimalno opterećenje $\sigma = 218,51$ MPa, J – integral iznosi 362,48 MPa mm. Nakon maksimalnog opterećenja, vrijednosti za J – integral i dalje rastu kako energija deformiranja raste sa plastičnim deformacijama. Otvaranje vrha pukotine, CTOD, je dobiveno promatranjem pomaka čvorova u profilu otvorene pukotine, definirano prema slici 3.2. CTOD vrijednosti i omjer $\delta/(J\sigma_0)$ su dani na slikama 6.11 i 6.12. Pri maksimalnom opterećenju otvaranje vrha pukotine iznosi 1,844 mm.



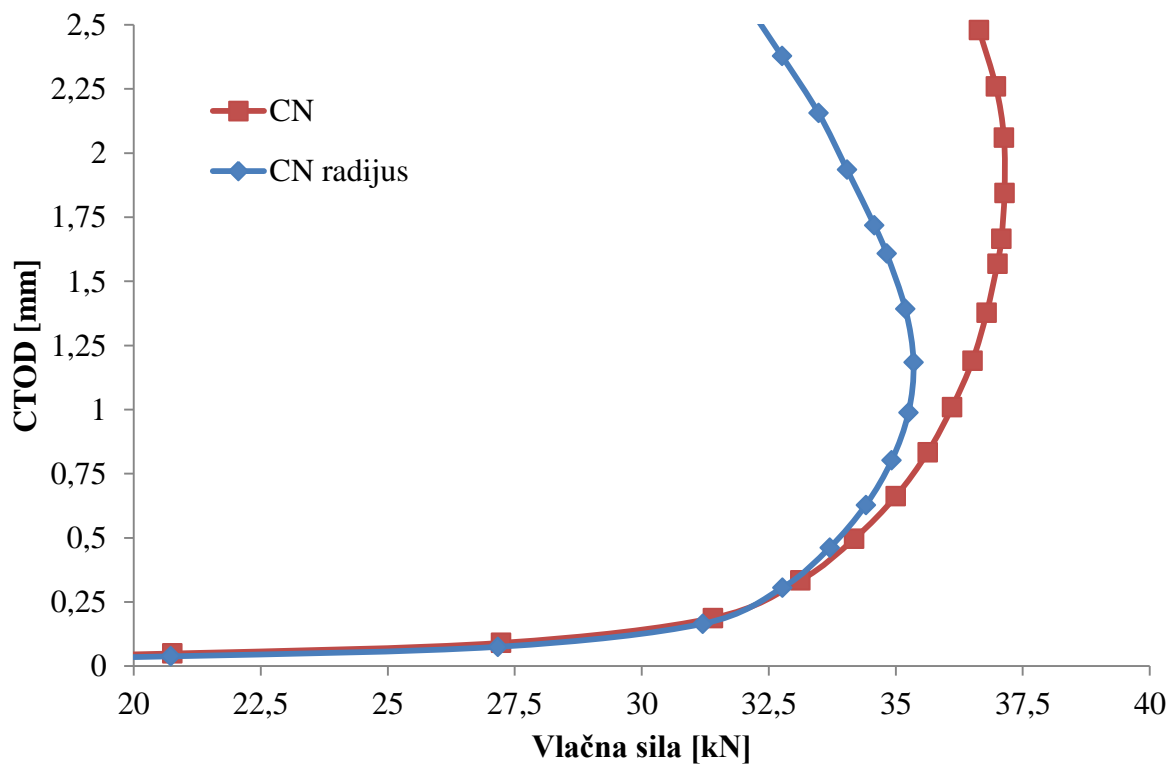
Slika 6.8 Vlačna sila u odnosu na pomak kraja CN ploče



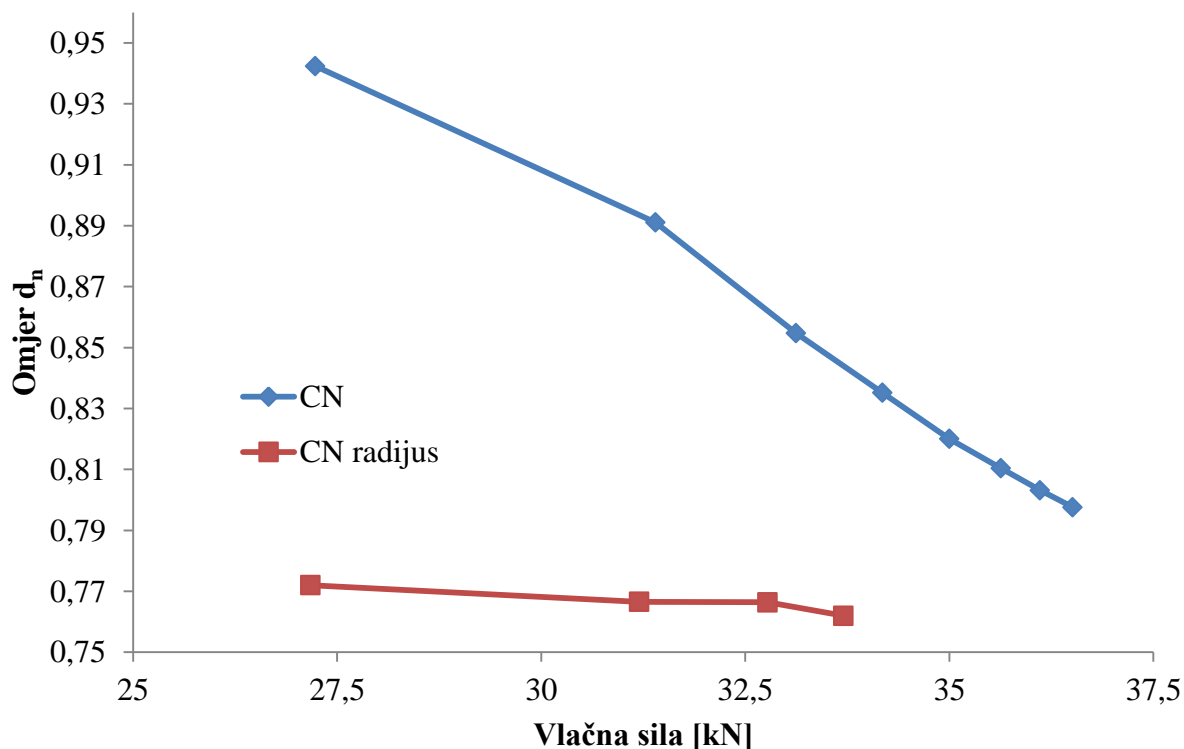
Slika 6.9 Deformacije za CN ploču u usporedbi sa eksperimentalnim rezultatima



Slika 6.10 Vrijednosti J – integrala za CN ploču



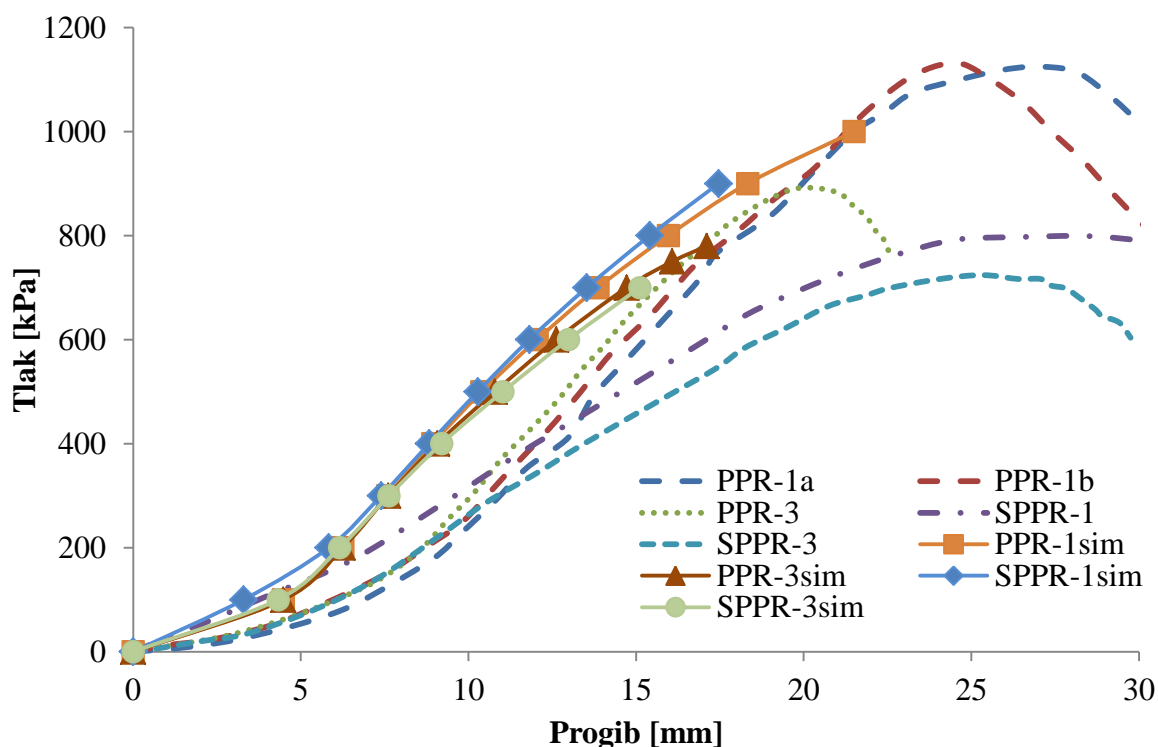
Slika 6.11 Otvaranje vrha pukotine za CN ploču

Slika 6.12 $\delta_t/(J/\sigma_0)$ omjer za CN ploču

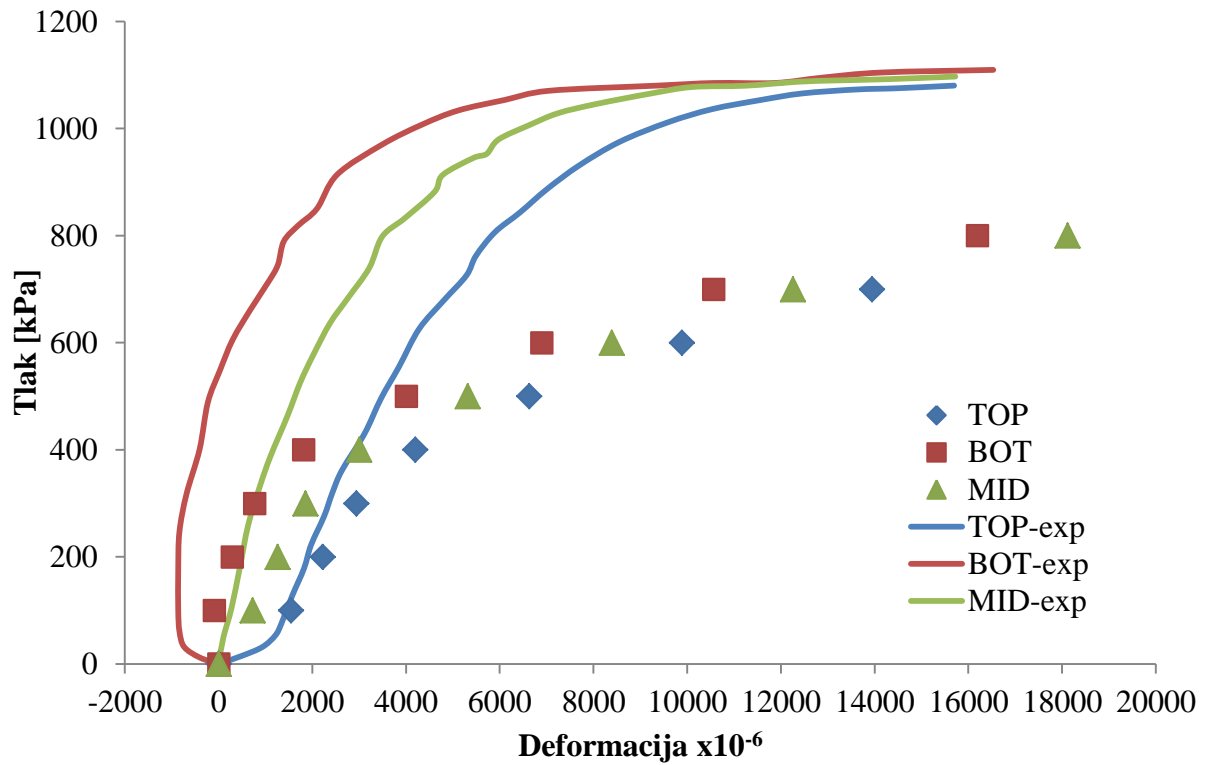
6.2 Rezultati simulacije metodom konačnih elemenata za panele opterećene na tlak

Za sve panele progibi u točki W su prikazani na slici 6.13. Na istoj slici su dani eksperimentalni rezultati radi usporedbe sa rezultatima iz simulacije. Oblik krivulja za progibe iz simulacije se dobro poklapa sa eksperimentalnim krivuljama ali je vrijednost progiba iz simulacije manja. Razlog tomu je da je kod eksperimenta došlo do pomaka ruba panela odnosno na mjestima vijčanog spoja, pa je zbog toga membranska krutost smanjena, omogućujući tako veći progib panela. Za orebreni panela sa jednom pukotinom, SPPR-1, progib je manji nego za orebreni panel sa tri pukotine, SPPR-3. Ista tendencija se primjećuje i u eksperimentu. Krivulje progiba za panele PPR-1 i PPR-3 se preklapaju pri nižim tlakovima. Rezultati simulacije za deformacije ε_y su uspoređeni sa eksperimentalnim rezultatima na slikama 6.14 – 6.19. Vrijednosti za deformacije su povezane sa mjestima prikazanim na slici 2.9. Tako se razlikuju vrijednosti za točku A s koordinatama (62,5,0) i točku B s koordinatama (125,0), za te dvije točke promatraju se rezultati iz gornje (engl. *top*), srednje (engl. *middle*) i donje (engl. *bottom*) površine elementa. Deformacije za panel PPR-1 brže rastu u odnosu na tlak, nego deformacije iz eksperimenta, slika 6.13 i 6.15. Deformacije iz simulacije i eksperimenta se dovoljno dobro poklapaju za panel SPPR-1, slika 6.17 i 6.18. U točki B je velika savojna deformacija na gornjoj površini rebra u simulaciji a i u eksperimentu. Na donjoj površini panela simulacija pokazuje manju razliku savojne

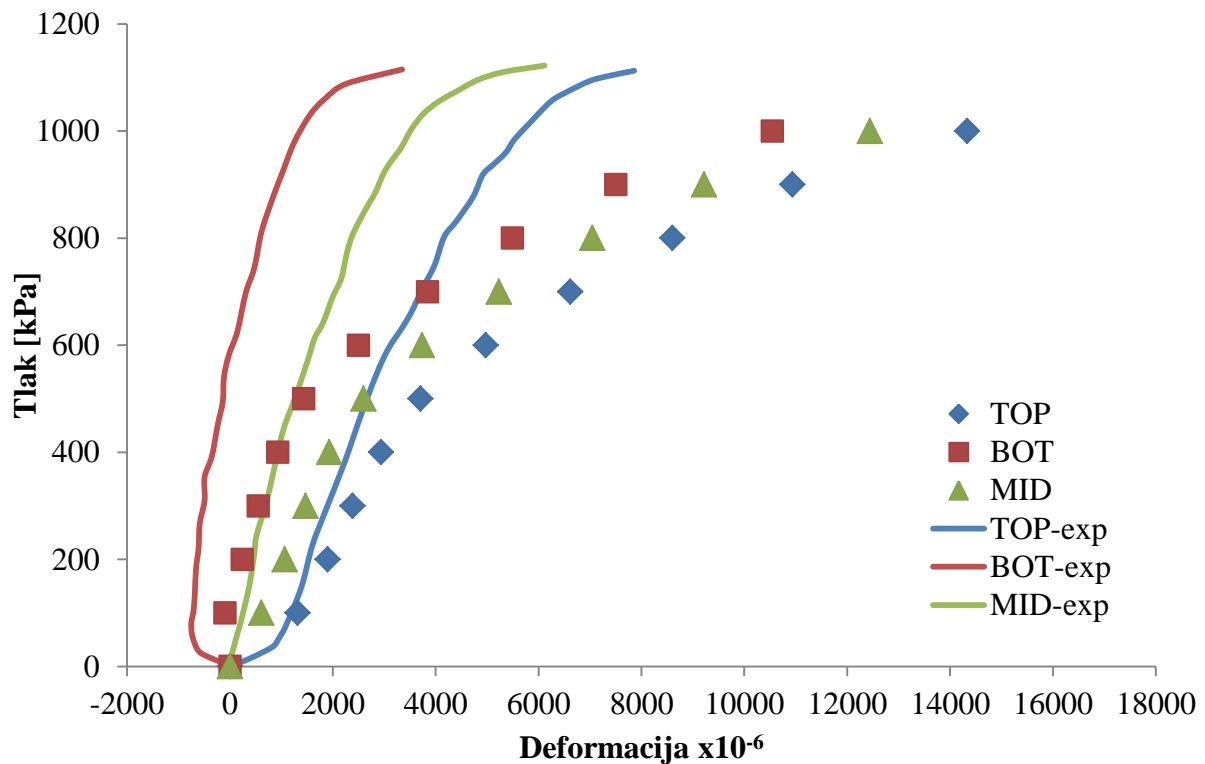
deformacije u odnosu na eksperiment. Za panel SPPR-3 deformacije iz simulacije brže rastu nego kod eksperimenta, slika 6.19. Za sve panele deformacije rastu brže nego kod eksperimenta. Membranske deformacije dobivene simulacijom su veće nego kod eksperimenta i savojne deformacije iz simulacije su manje nego kod eksperimenta. Odstupanja između simulacije i eksperimenta se može objasniti zbog slabog vijčanog spoja panela i tlačne posude. Također se vidi da je poklapanje za orebrenne panele bolje nego kod neorebrenih panela, zbog toga što je kod orebrenih panela debljina panela na mjestu vijčanog spoja 22 mm pa je i cijela veza kruća. Debljina na mjestu vijčanog spoja kod neorebrenog panela je 2 mm. Kruti okvir kod orebrenih panela suprotstavlja se membranskim silama pa su i membranske deformacije veće. Vrijednosti za J – integral u odnosu na tlak za panele su dane na slici 6.20. Zbog velikih koncentracija naprezanje uslijed tri pukotine, vrijednosti za J – integral panela SPPR-3 brže rastu nego kod panela SPPR-1. Vrijednosti za J – integral za vrh pukotine 1, vrh pukotine 2 i vrh pukotine 3 su dani na slici 6.21. Za prvi vrh J – integral brže raste nego za ostala dva zbog većeg gradijenta naprezanja na sredini panela. Otvaranje vrha pukotine je dobiveno iz profila otvorene pukotine definirano prema slici 3.2. Pomaci čvorova na profilu pukotine su korišteni kod računanja otvaranja vrha pukotine. Vrijednosti za otvaranje vrha pukotine su prikazani na slici 6.22, a omjer $d_n = \delta/(J\sigma_0)$ kojim je povezan J – integral i otvaranje vrha pukotine je prikazana na slici 6.23.



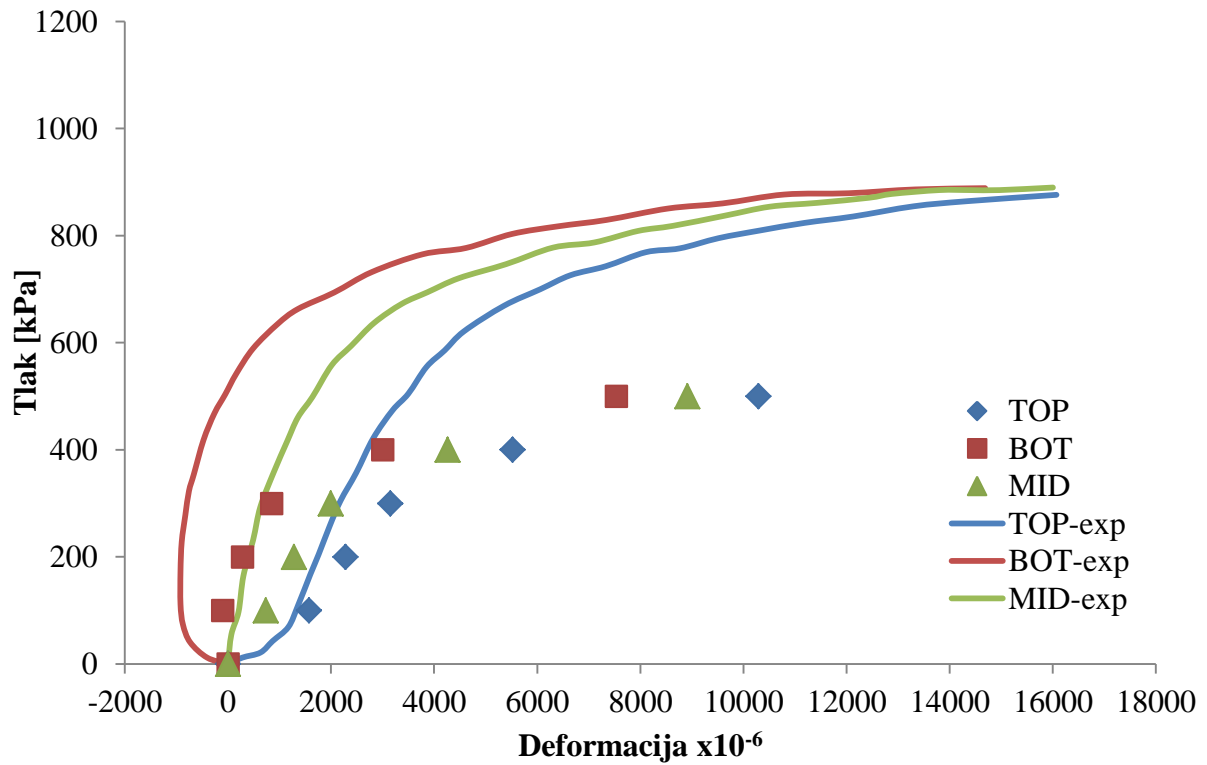
Slika 6.13 Progibi dobiveni simulacijom u usporedbi sa eksperimentom za sve panele



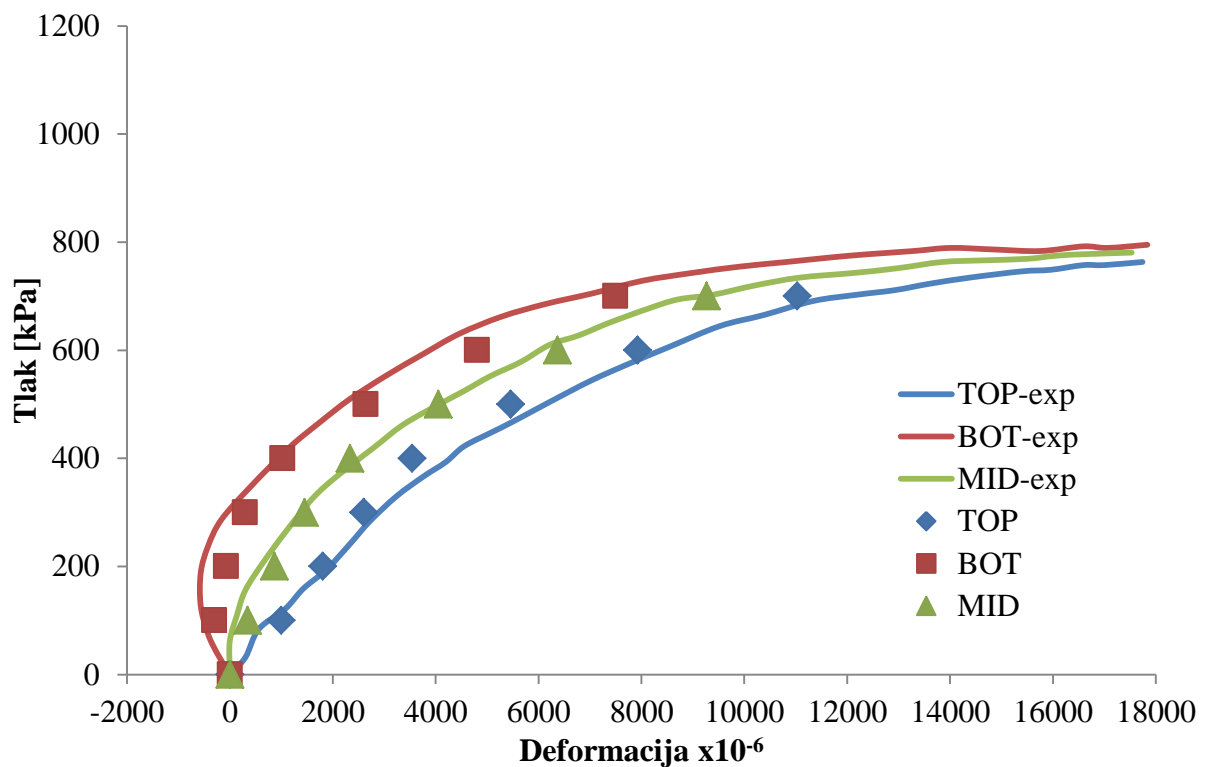
Slika 6.14 Deformacije u točki A za panel PPR-1a



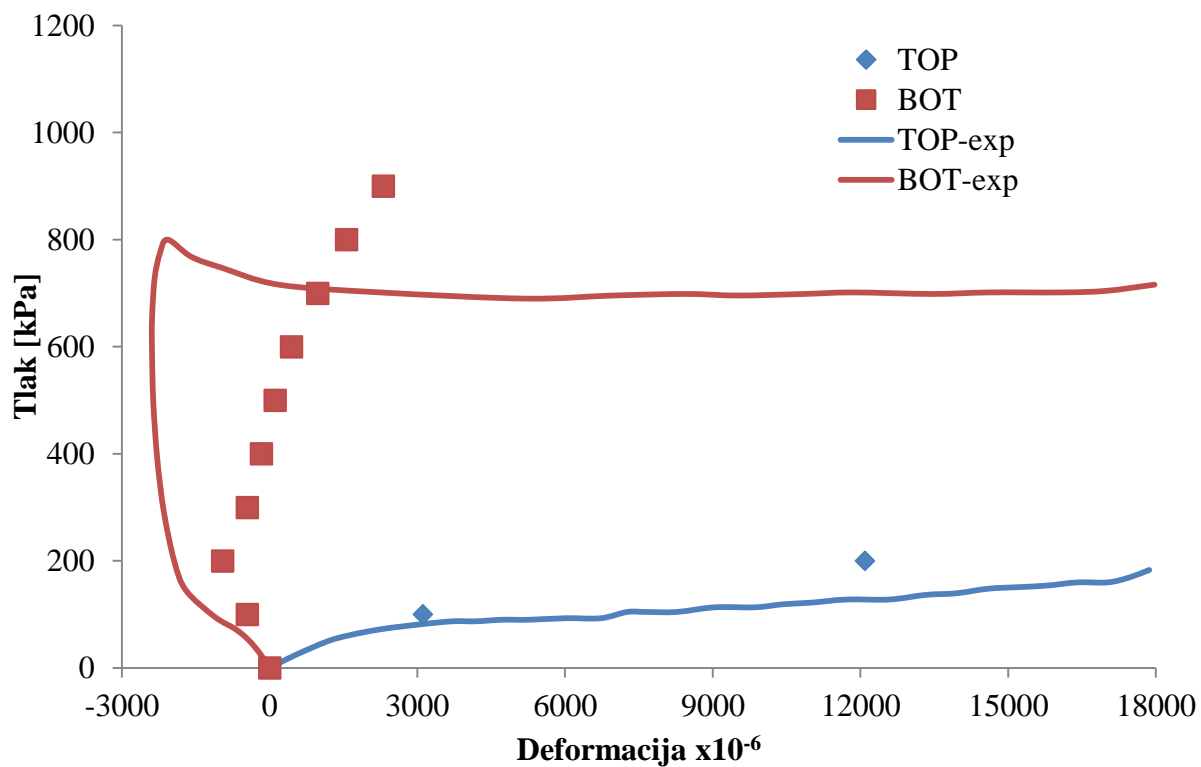
Slika 6.15 Deformacije u točki B za panel PPR-1a



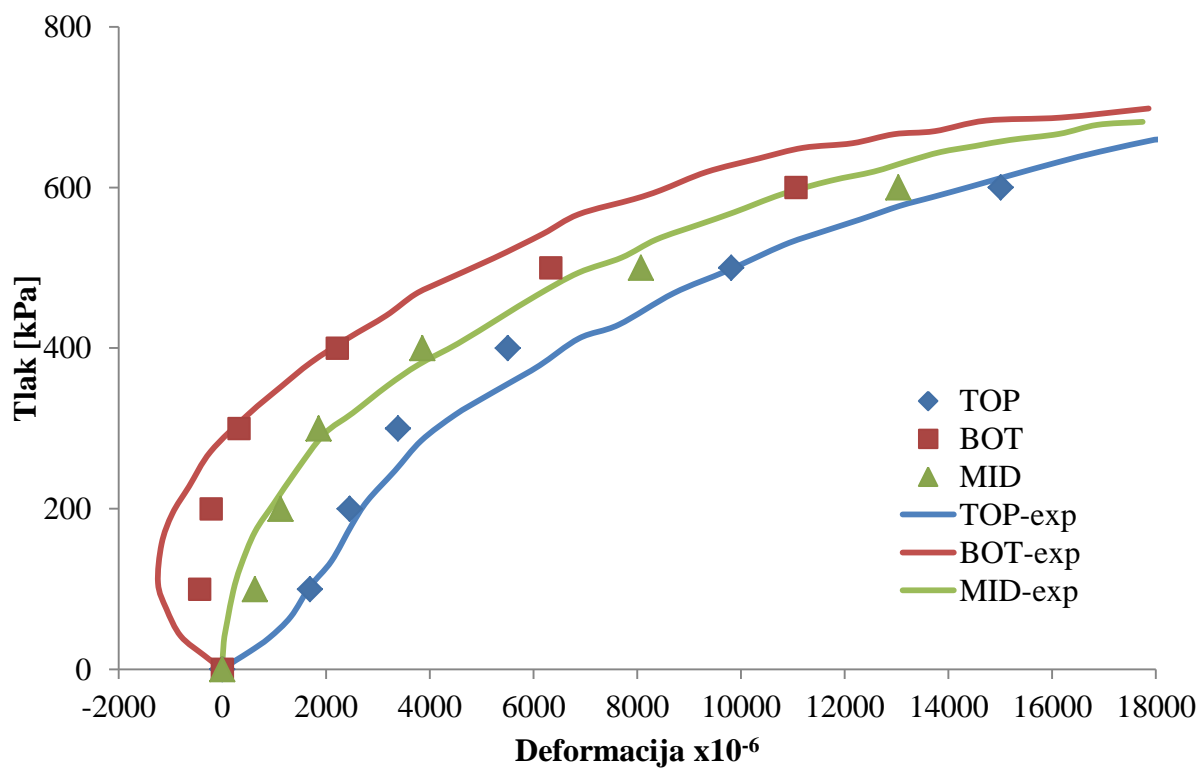
Slika 6.16 Deformacije u točki A za panel PPR-3



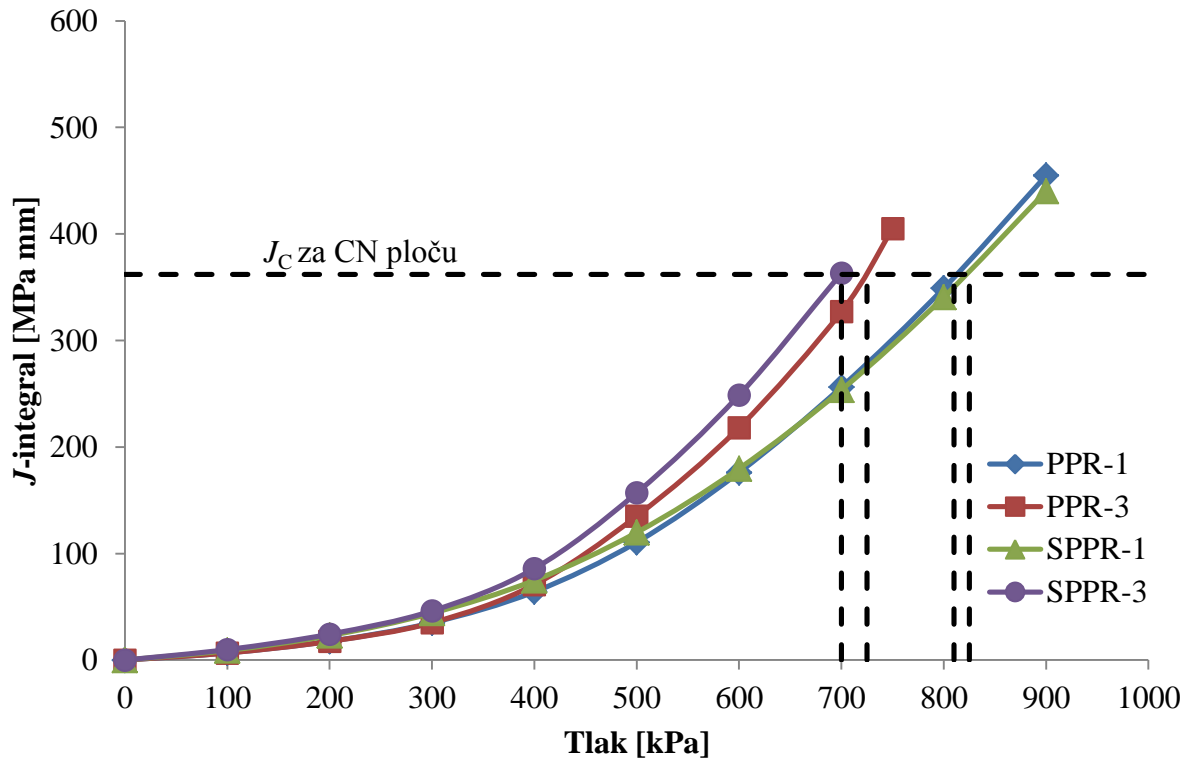
Slika 6.17 Deformacije u točki A za panel SPPR-1



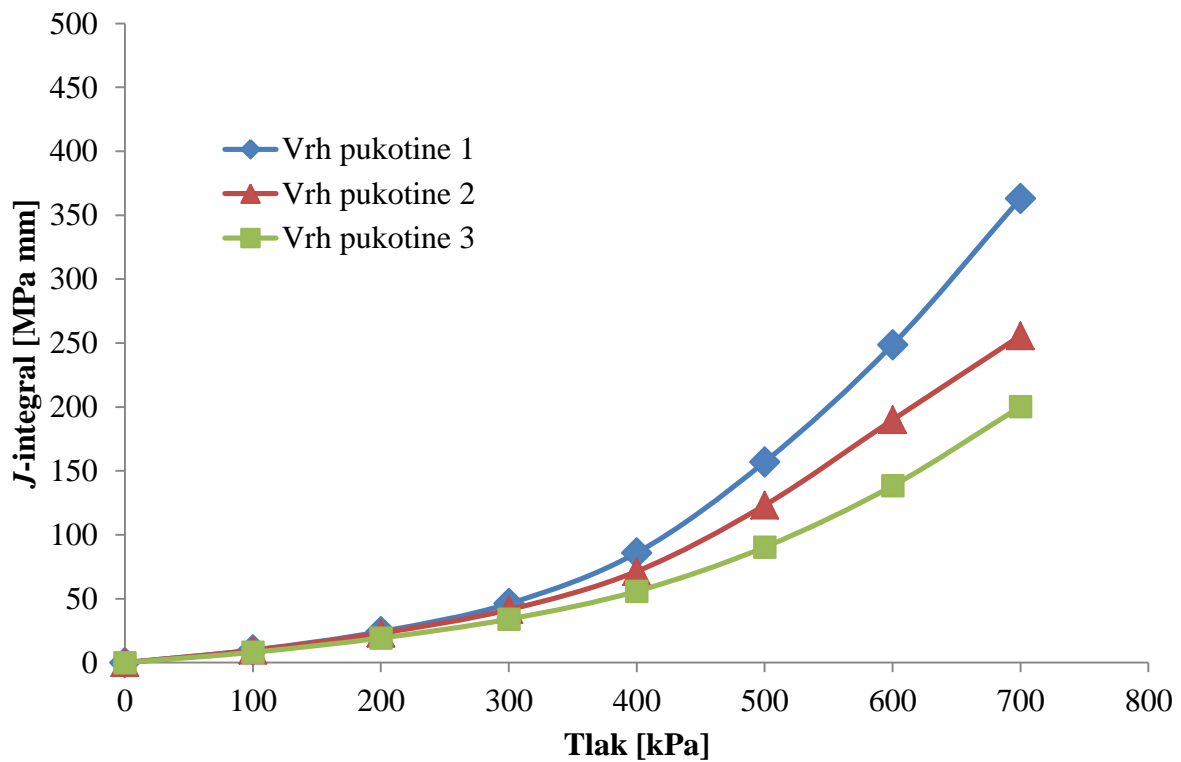
Slika 6.18 Deformacije u točki B za panel SPPR-1



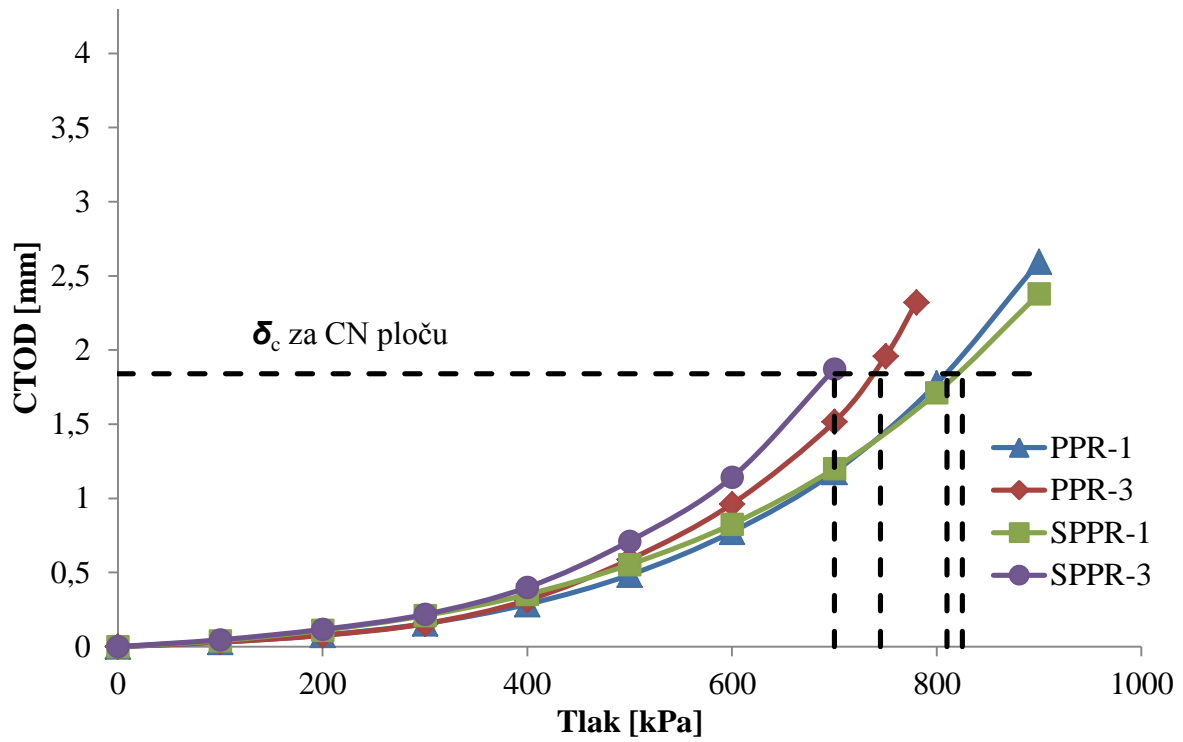
Slika 6.19 Deformacije u točki A za panel SPPR-3



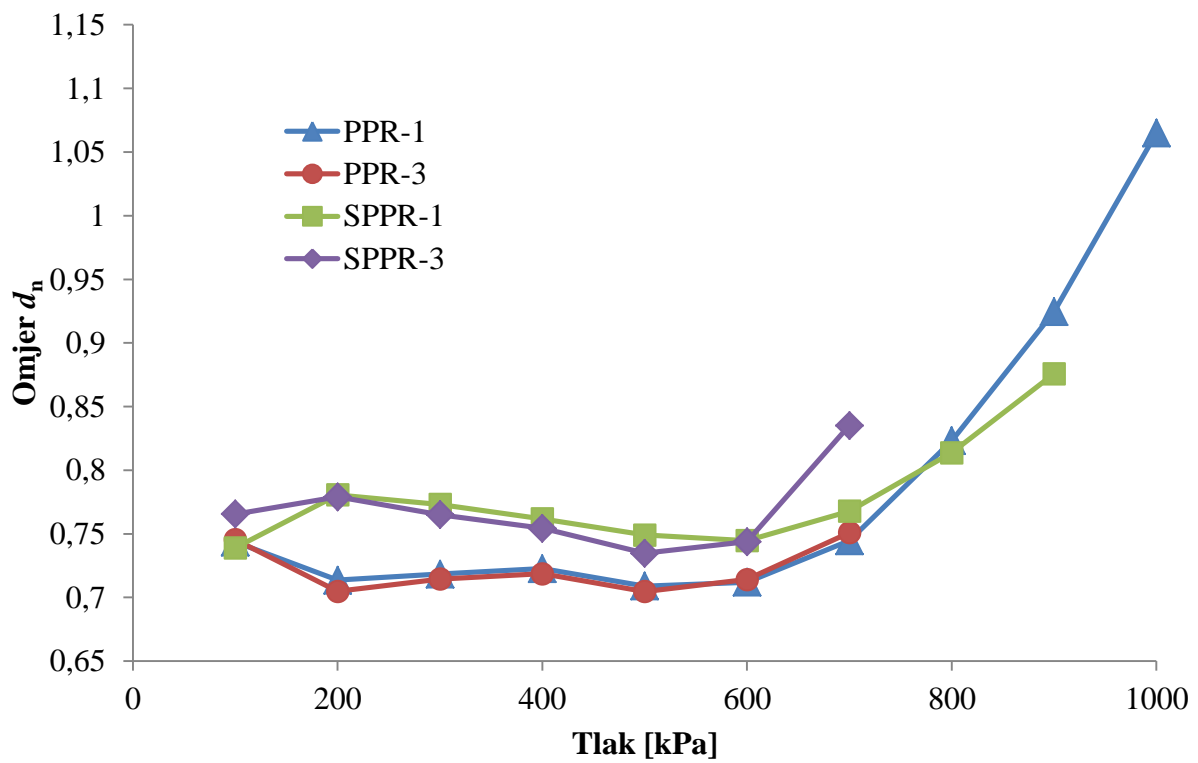
Slika 6.20 Vrijednosti J – integrala za sve panele



Slika 6.21 J – integral za sva tri vrha pukotine za panel SPPR-3



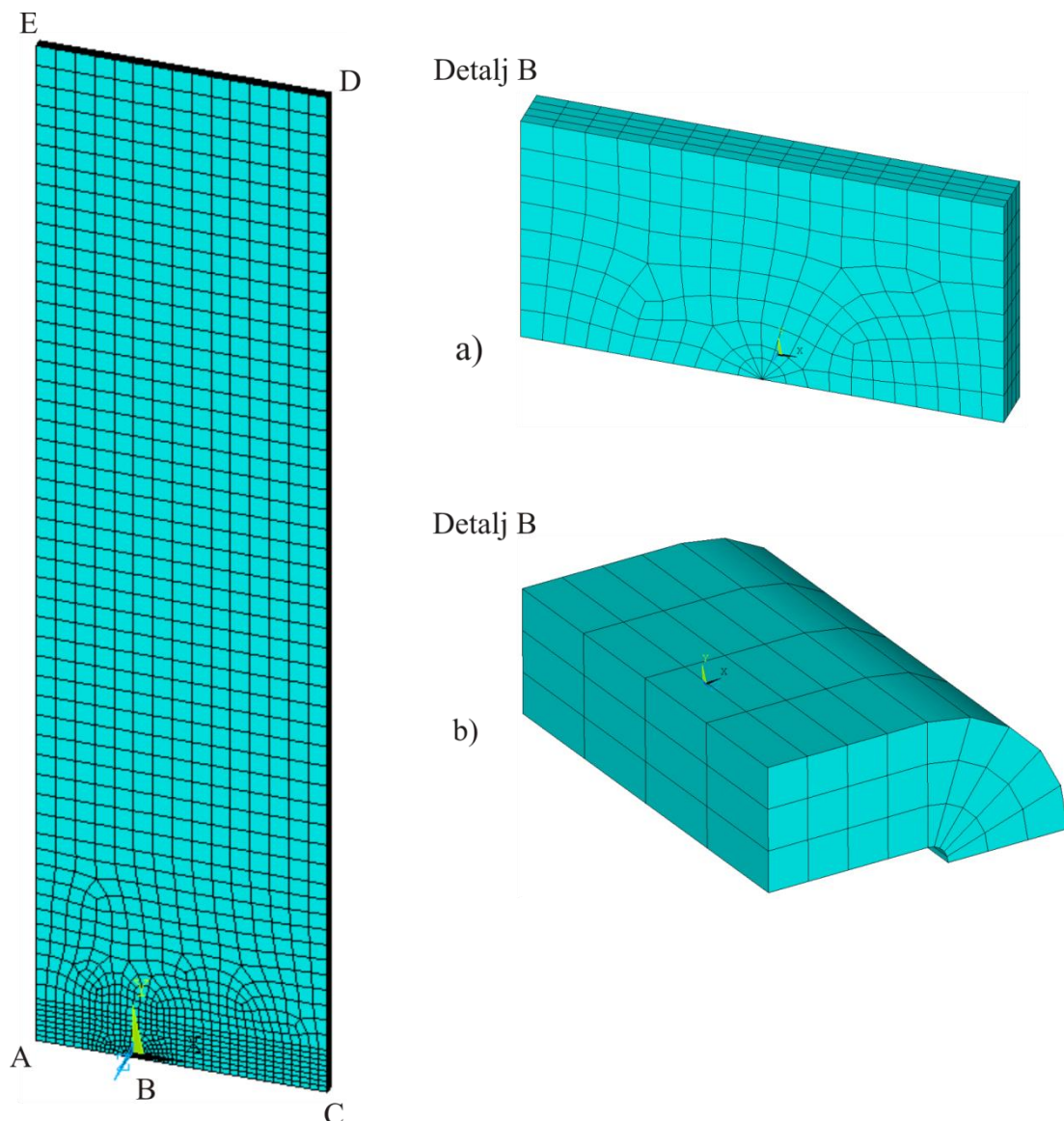
Slika 6.22 Otvaranje vrha pukotine za sve panele



Slika 6.23 Omjer d_n za sve panele

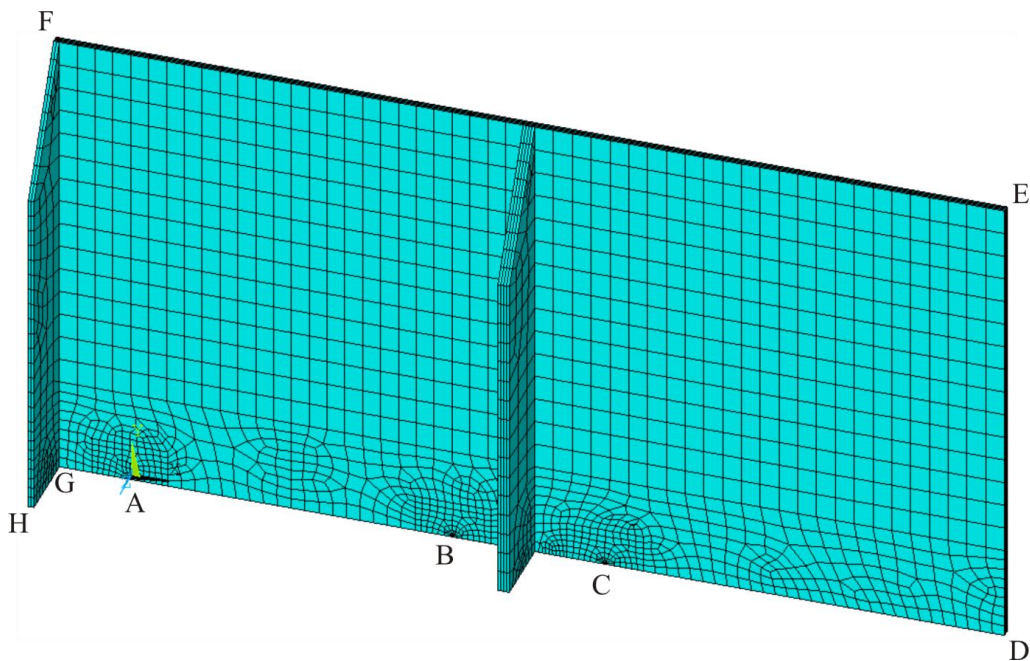
7 3D analiza loma ploča i orebrenih panela

Kod modeliranja trodimenzionalnih ploča i panela potrebno je više truda uložiti u modeliranje vrha pukotine nego što je to slučaj kod dvodimenzionalnog modeliranja. U ovom slučaju potrebno je izvršiti raspodjelu čvorova oko vrha pukotine pa potom između tih čvorova rasporediti elemente kako bi se dobio pravilan raspored konačnih elemenata koja ima središte u vrhu pukotine, slika 7.1a. Ploče i paneli su omreženi prizmatičnim elementima sa dvadeset čvorova (solid186) koji imaju tri stupnja slobode gibanja u svakom čvoru, translaciju u x, y i z smjeru.

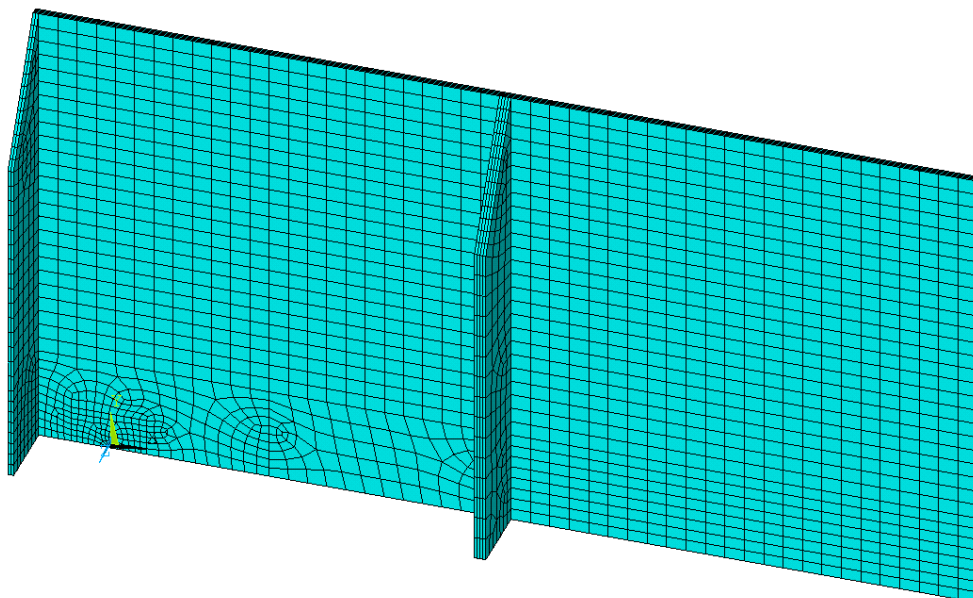


Slika 7.1 Trodimenzionalni model CN ploče a) vrh modeliran trokutastim elementima b) vrh modeliran pomoću radijusa

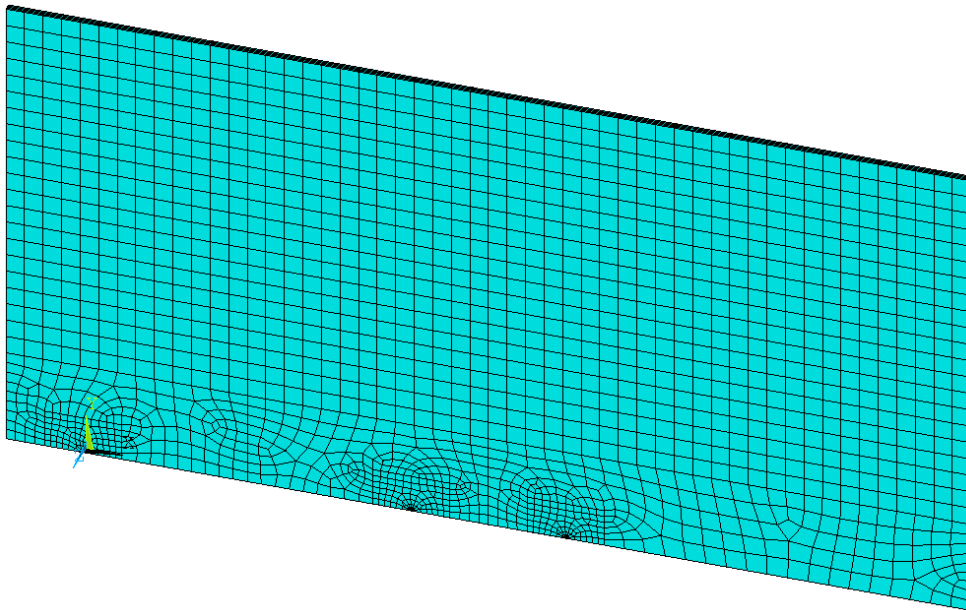
Kod modeliranja CN ploče iskorištena je trostruka simetrija tako da je modelirana samo osmina ploče. Rubni uvjeti simetrije su na rubu AE u odnosu na os y, na rubu BC u odnosu na x os te na plohi ACDE u odnosu na ravninu xy. I u ovom slučaju kao i kod dvodimenzionalne simulacije vrh pukotine je modelira na dva načina, prvi način je pomoću trostranih prizmatičnih elementa dobivenih iz prizmatičnih elemenata, slika 7.1a, te drugi način gdje je modeliran stvarni radijus, slika 7.1b. Opterećenje je implementirano u simulaciji preko zadavanja pomaka čvorovima u y smjeru koji se nalaze na rubu ED. Zbog ograničenja CPU-a i memorije računala po debljini ploče su raspodijeljena četiri elementa.



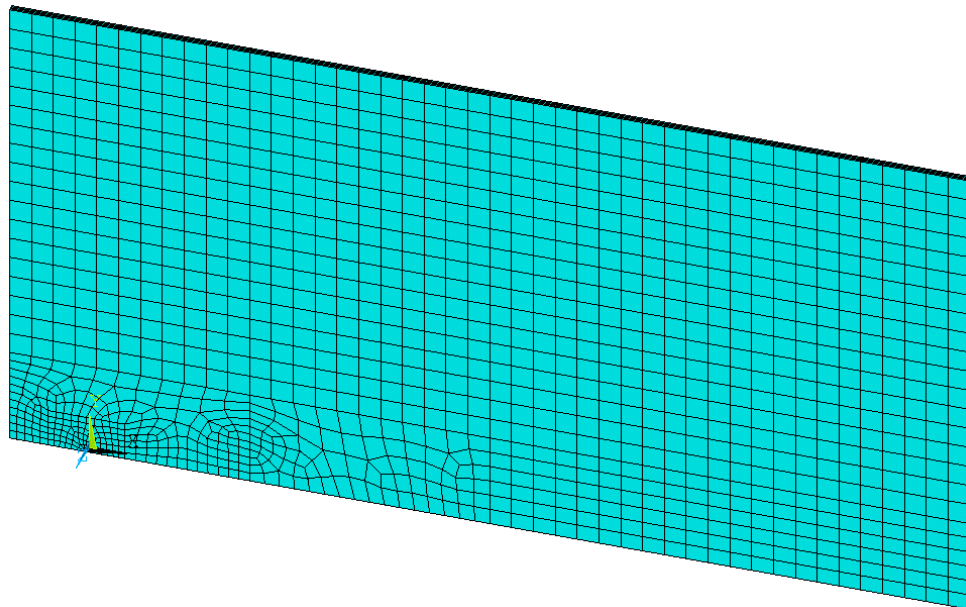
Slika 7.2 Trodimenzionalna mreža konačnih elemenata za panel SPPR-3



Slika 7.3 Trodimenzionalna mreža konačnih elemenata za panel SPPR-1



Slika 7.4 Trodimenzionalna mreža konačnih elemenata za panel PPR-3

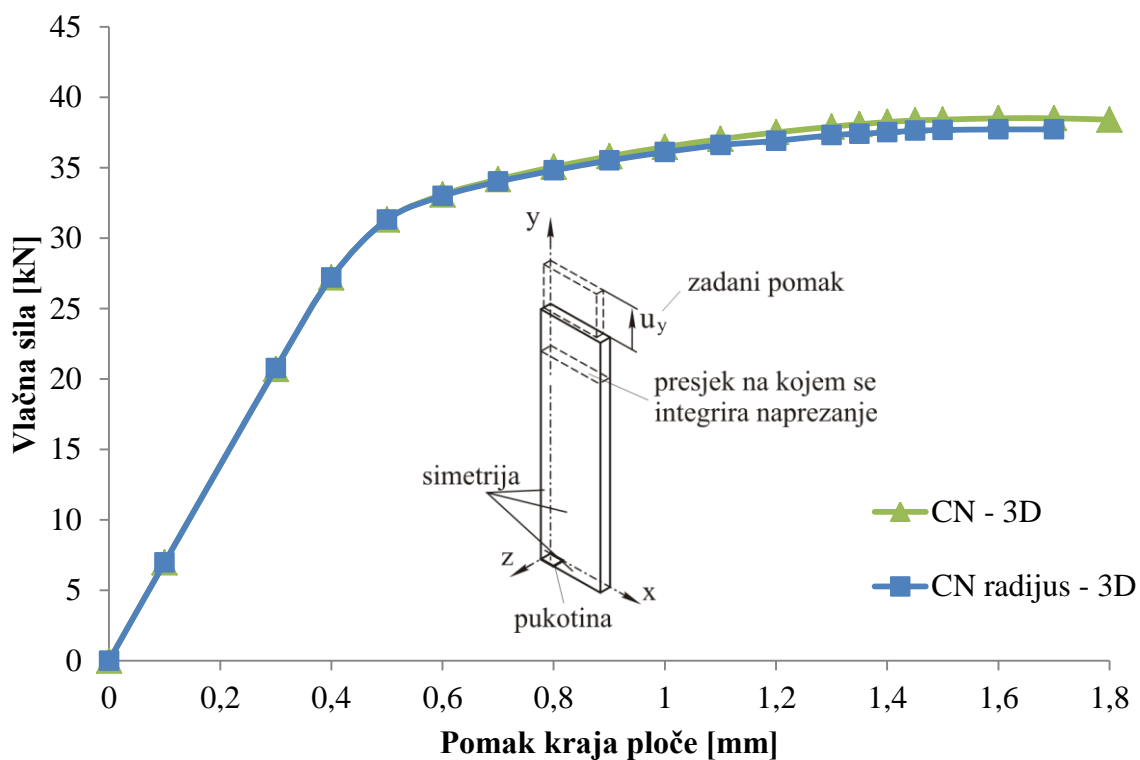


Slika 7.5 Trodimenzionalna mreža konačnih elemenata za panel PPR-1

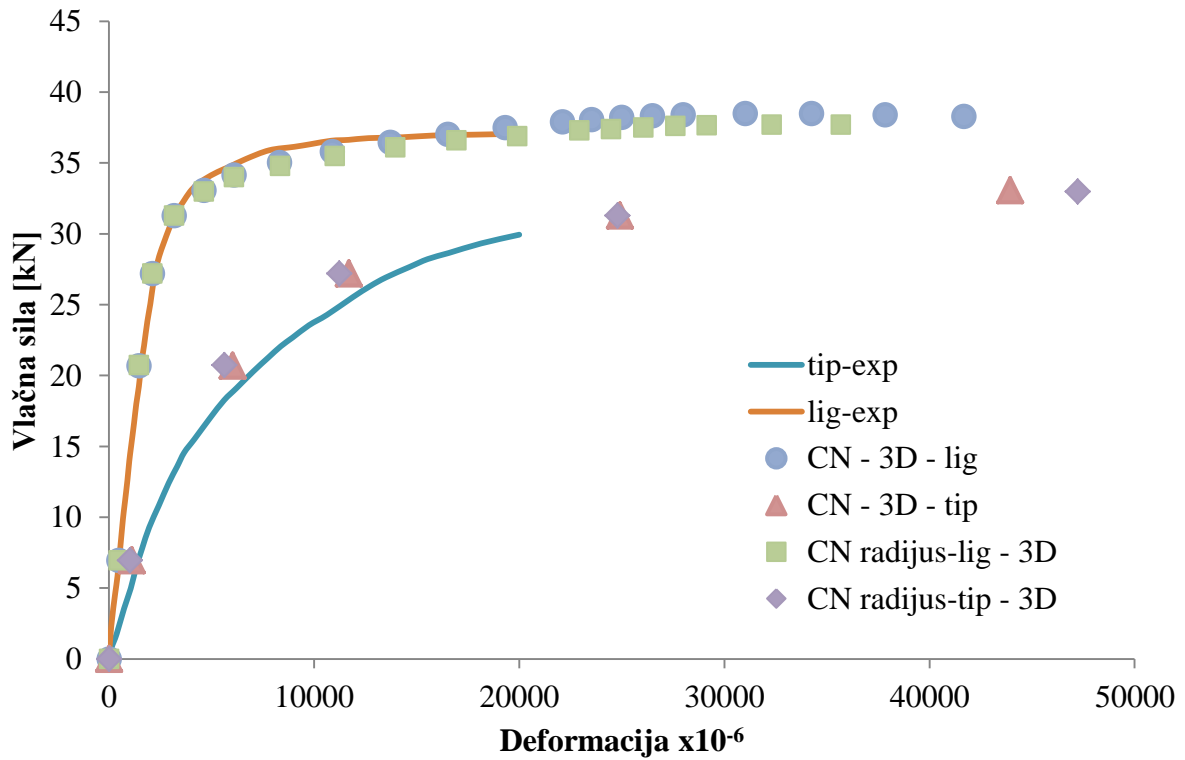
Kod modeliranja panela PPR-1, PPR-3, SPPR-1 i SPPR-3 iskorištena je kao i u dvodimenzionalnoj simulaciji dvostruka simetrija. Kao primjer mreže dan je panel SPPR-3 na slici 7.2. Rubni uvjeti simetrije su na rubu AB i CD u odnosu na x os, na plohi FGH u odnosu na y os. Na rubovima FE i ED je ograničen pomak u čvorovima odnosno spriječena je translacija u x, y i z smjeru čime je zapravo simulirano uklještenje. Opterećenje je zadano kao konstantni pritisak na plohi GDEF. Vrh pukotine kod panela je modeliran samo na prvi način prikazan na slici 7.1a. Kod panela kao i kod CN ploče po debljini su raspodijeljena četiri elementa.

7.1 Rezultati simulacije metodom konačnih elemenata za ploču sa centralnom pukotinom

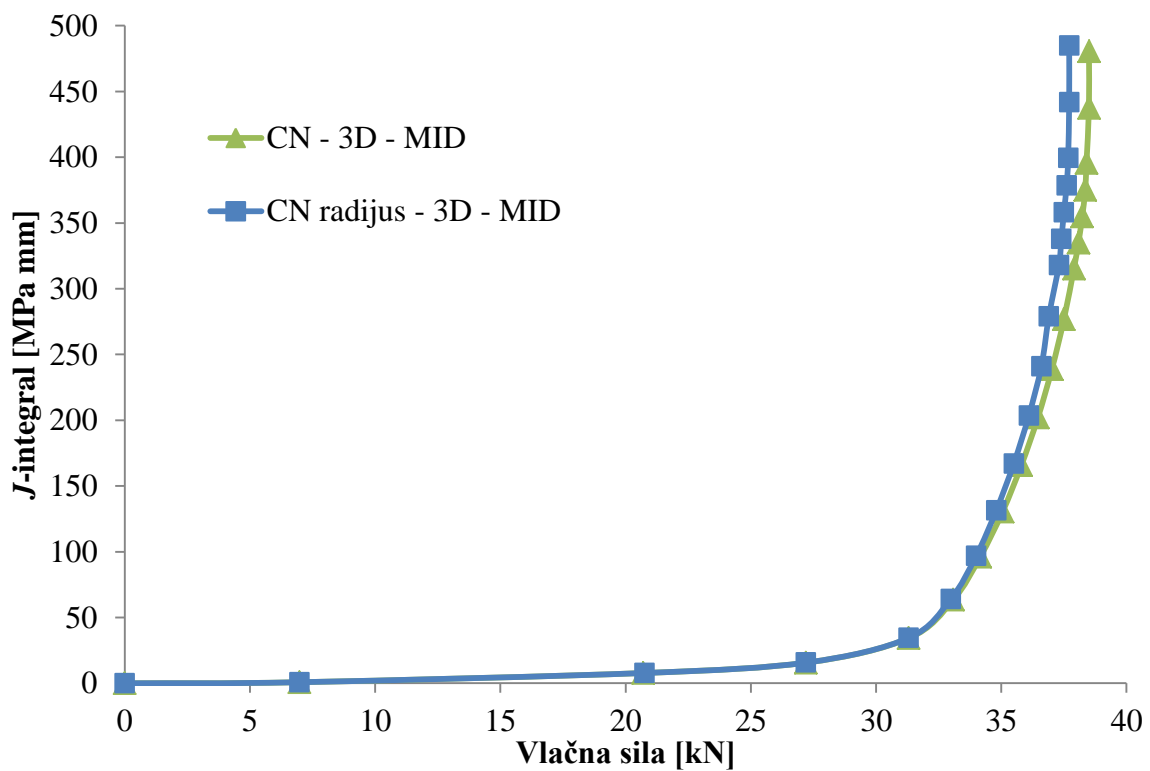
Na slici 7.6 je prikazana vlačna sila u odnosu na pomak kraja CN ploče. Vlačna sila je dobivena integriranjem naprezanja, σ_y , na udaljenosti 200 mm od pukotine u smjeru osi y te množenjem tog naprezanja sa površinom presjeka ploče. U početku vlačna sila raste proporcionalno sa povećavanjem pomaka kraja ploče, kada se opterećenje u ligamentu približi granici tečenja, zbog velikih plastičnih deformacija, vlačna sila raste sporije. Na istom dijagramu su prikazani i rezultati za CN radijus ploču. Može se primijetiti da se rezultati za dvije ploče odlično poklapaju do pomaka od 0,9 mm nakon čega se pojavljuje mala razlika u vlačnim silama za isti pomak. Vlačna sila za CN ploču raste do maksimalnog iznosa 38,5 kN što odgovara pomaku kraja ploče od 1,6 mm nakon čega opada. Na slici 7.7 su prikazane deformacije u ligamentu i vrhu pukotine za CN ploču i CN radijus ploču u odnosu na vlačnu silu. Na slici se vidi dobro poklapanje deformacija jedne i druge simulacije te poklapanje sa rezultatima eksperimenta. Vrijednosti za J – integral za obe ploče su prikazane na slici 7.8. Za maksimalnu silu od 38,4 kN vrijednost J – integrala je 355 MPa mm. CTOD rezultati su prikazani na slici 7.9 te za maksimalnu silu vrijednost CTOD-a je 1,8 mm. Omjer d_n je prikazan na slici 7.10 za obje ploče.



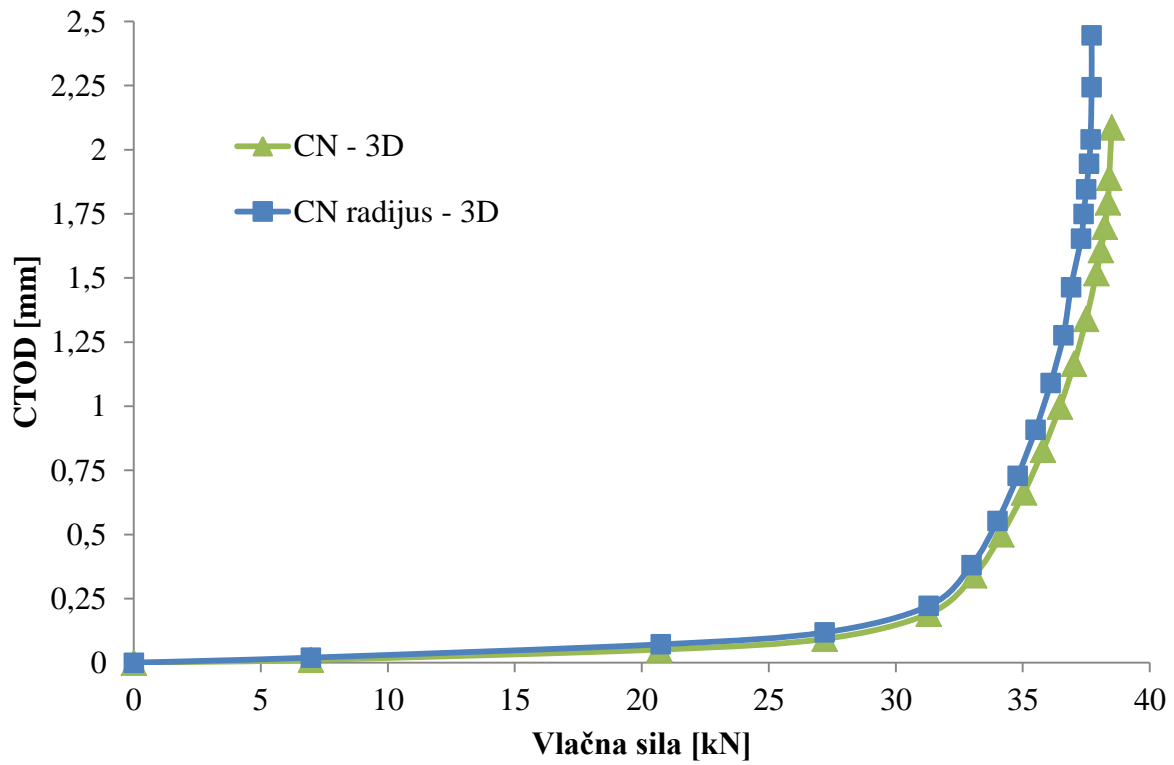
Slika 7.6 Vlačna sila za CN ploče



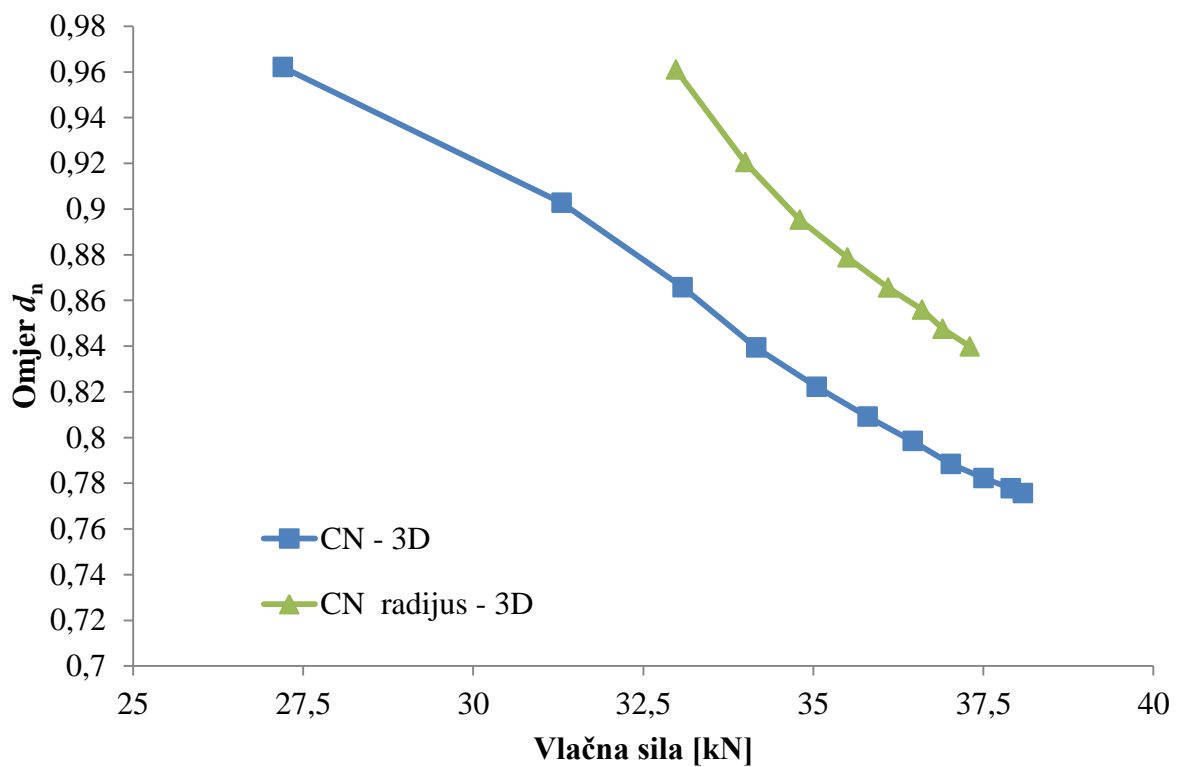
Slika 7.7 Deformacije za CN ploče



Slika 7.8 J – integral za CN ploče



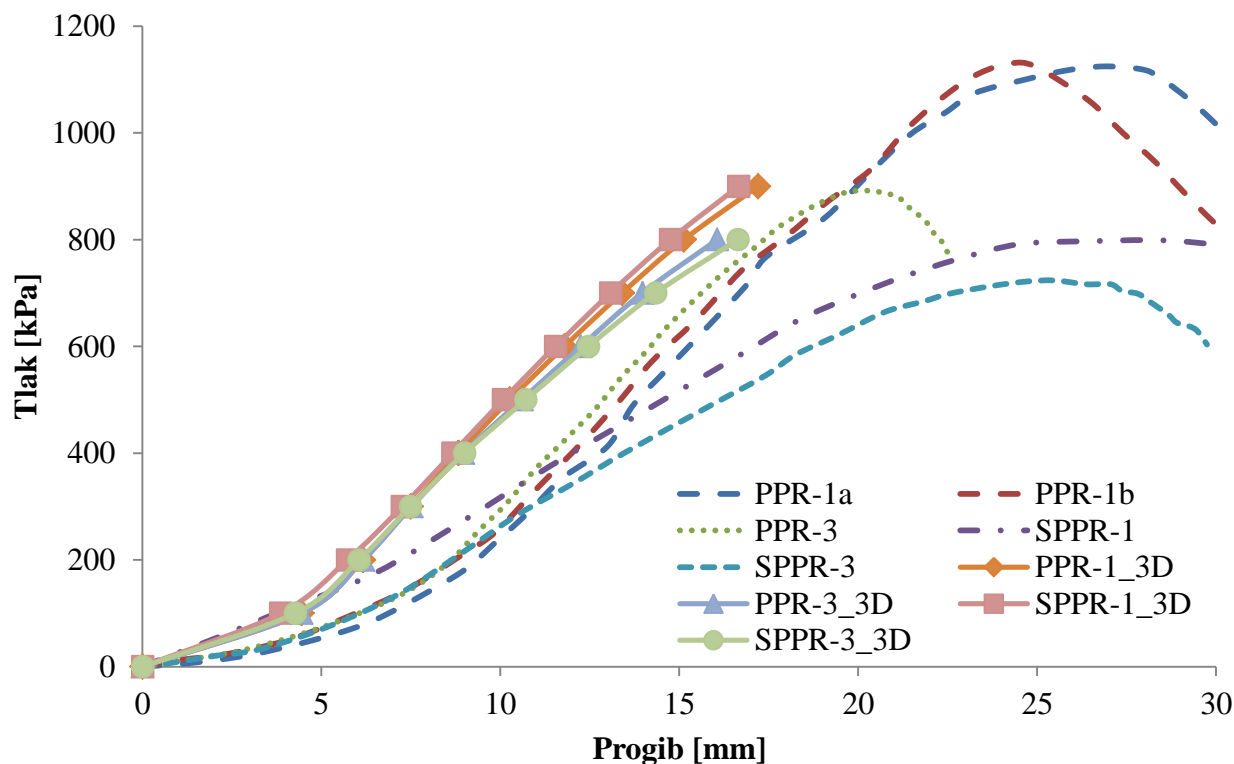
Slika 7.9 CTOD za CN ploče



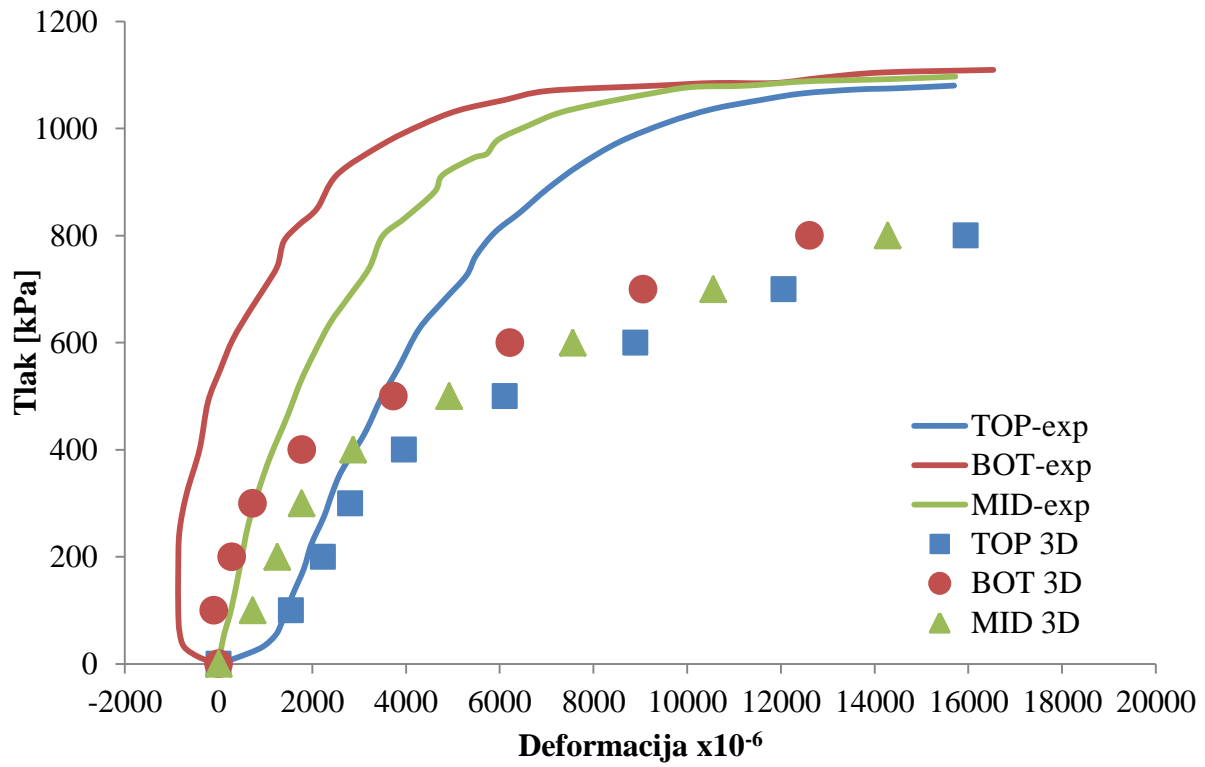
Slika 7.10 Omjer d_n za CN ploče

7.2 Rezultati simulacije metodom konačnih elemenata za panele opterećene na tlak

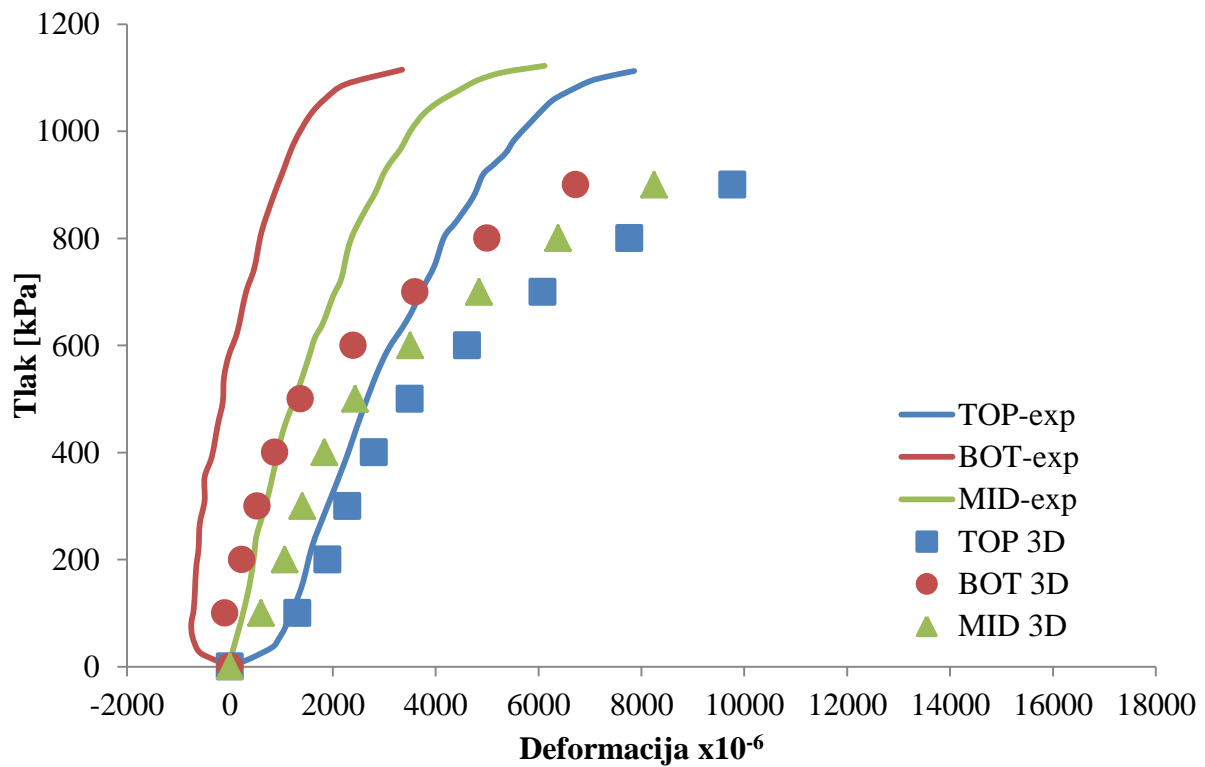
Progibi za panele su prikazani na slici 7.11. Na istoj slici su dani eksperimentalni rezultati radi usporedbe sa rezultatima iz simulacije. Prema vrijednostima progiba za svako opterećenje može se vidjeti da se rezultati dvodimenzionalne i trodimenzionalne simulacije vrlo dobro poklapaju, ali ne tako dobro sa rezultatima iz eksperimenta. Razlog zbog čega je to tako objašnjeno je u poglavlju 6.2. Rezultati trodimenzionalne simulacije za deformacije ε_y su prikazani na slikama 7.12 – 7.17, na istima su i prikazani i eksperimentalni rezultati. Kao i kod dvodimenzionalne simulacije razlikuju se deformacije za točku A s koordinatama (62.5,0) i točku B s koordinatama (125,0), za te dvije točke promatraju se rezultati iz gornje (engl. *top*), srednje (engl. *middle*) i donje (engl. *bottom*) površine. Poklapanje rezultata bolje sa eksperimentalnim rezultatima, ali i dalje nedovoljno dobro za panele PPR-1 i PPR-3 zbog istih razloga objašnjenih u poglavlju 6.2. Kod orebrenih panela SPPR-1 i SPPR-3 rezultati se vrlo dobro poklapaju sa eksperimentalnim rezultatima. Vrijednosti za J – integral u odnosu na tlak za sve panele su dane na slici 7.18. Na istoj slici su i procijenjeni kritični tlakovi za panele u odnosu na kritični J – integral za CN ploču. Otvaranje vrha pukotine u odnosu na tlak dano je na slici 7.19 na kojoj su također procijenjeni kritični tlakovi za sve panele u odnosu na kritično otvaranje vrha pukotine za CN ploču. Omjeri d_n za sve panele su dani na slici 7.20 iz kojih se vidi da je za područje kada nastupa plastičnost omjer d_n konstantan.



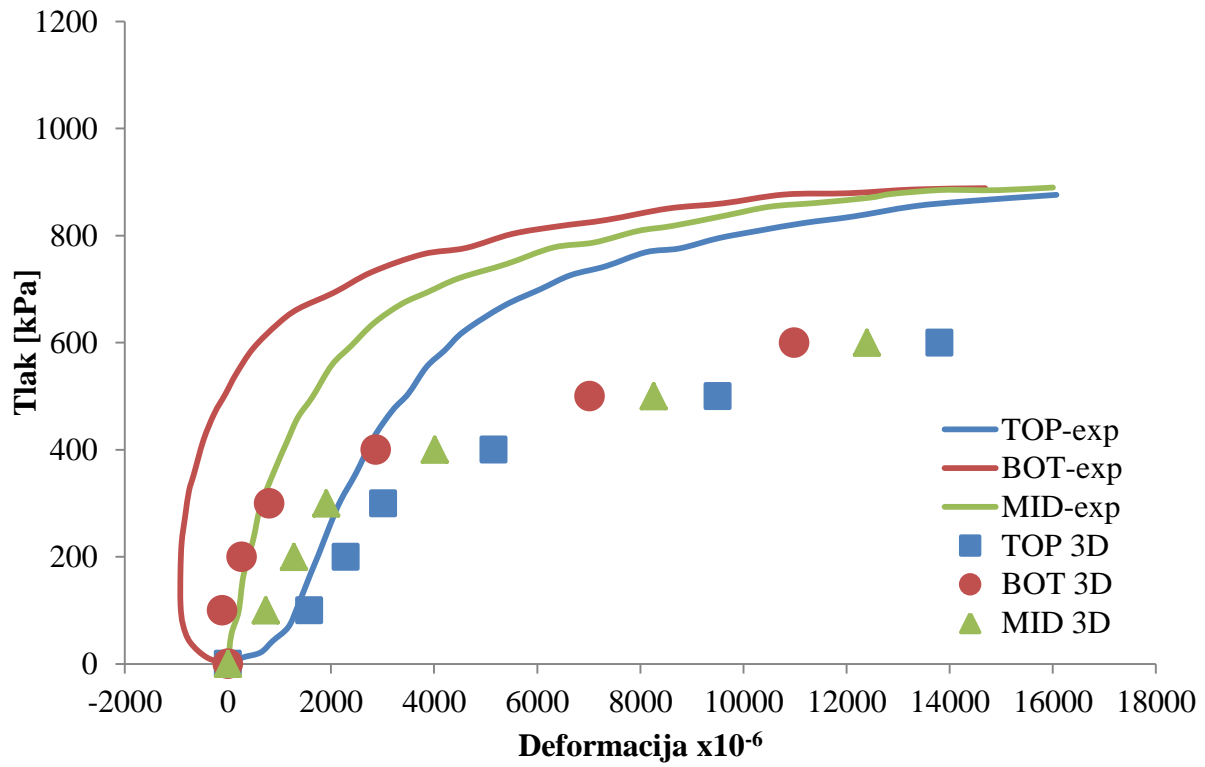
Slika 7.11 Progibi dobiveni simulacijom u usporedbi sa eksperimentom za sve panele



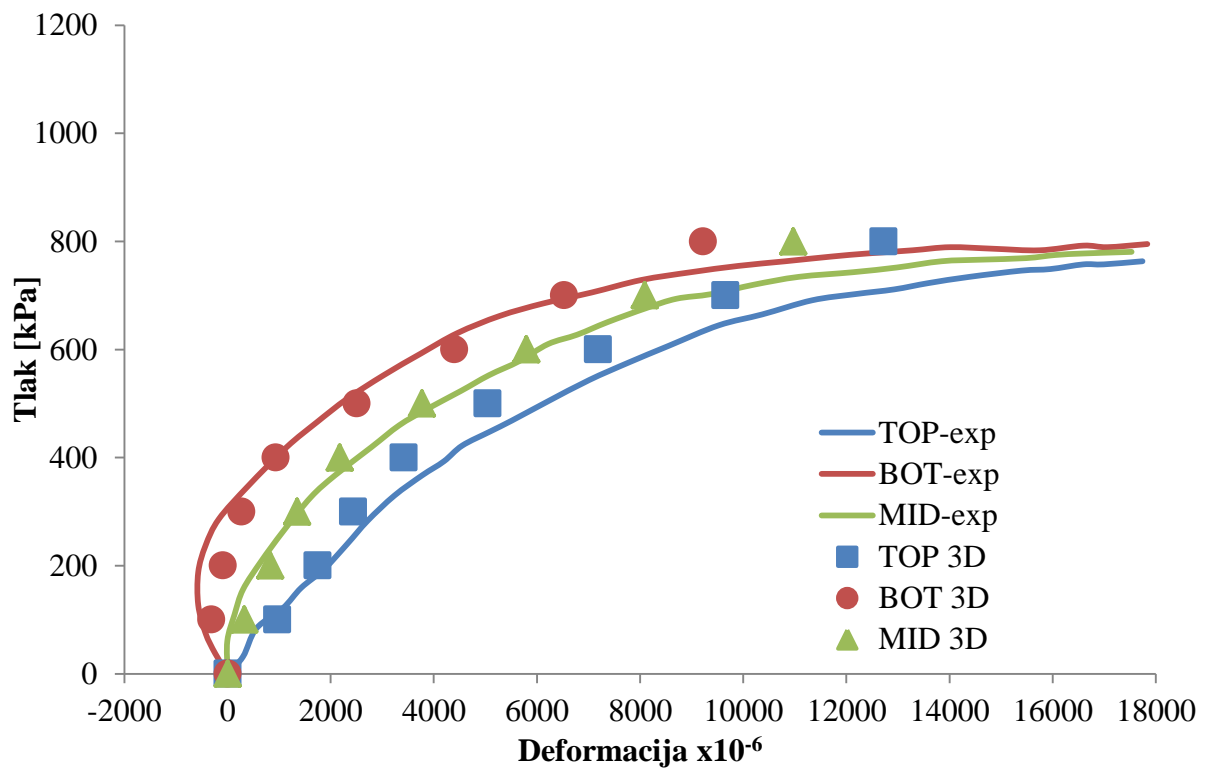
Slika 7.12 Deformacije u točki A za panel PPR-1



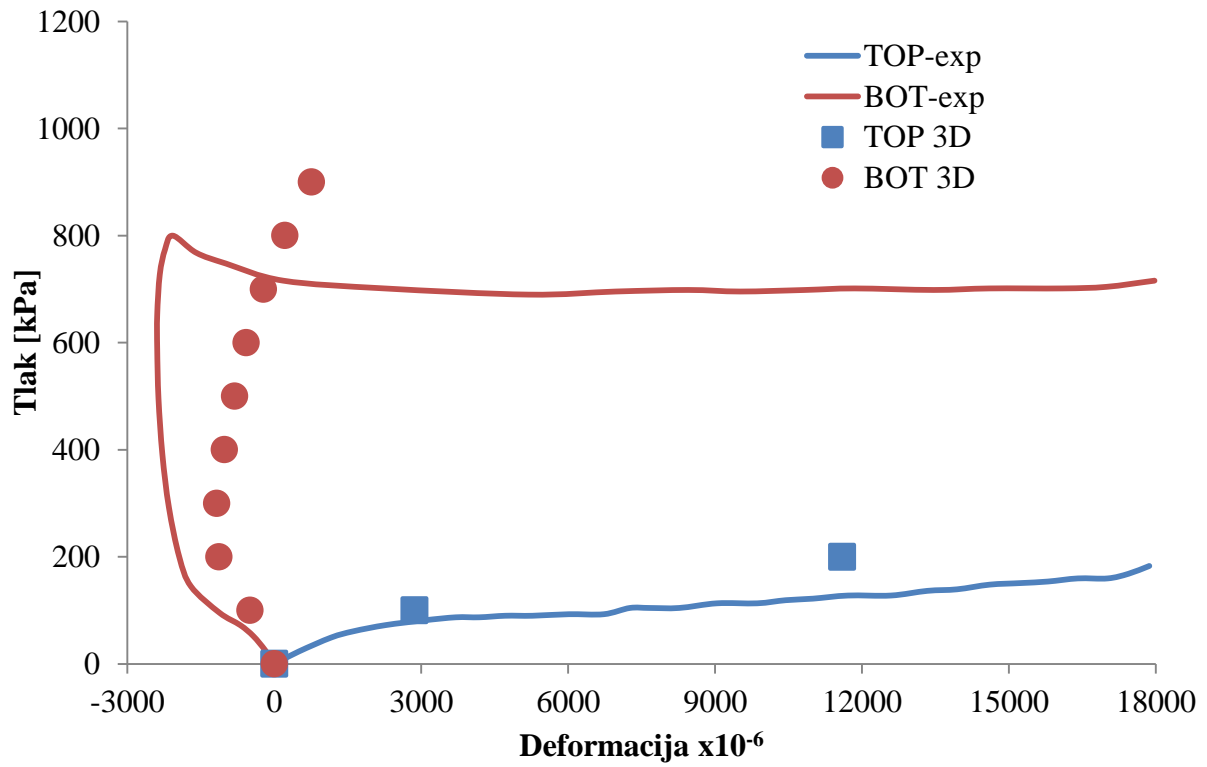
Slika 7.13 Deformacije u točki B za panel PPR-1



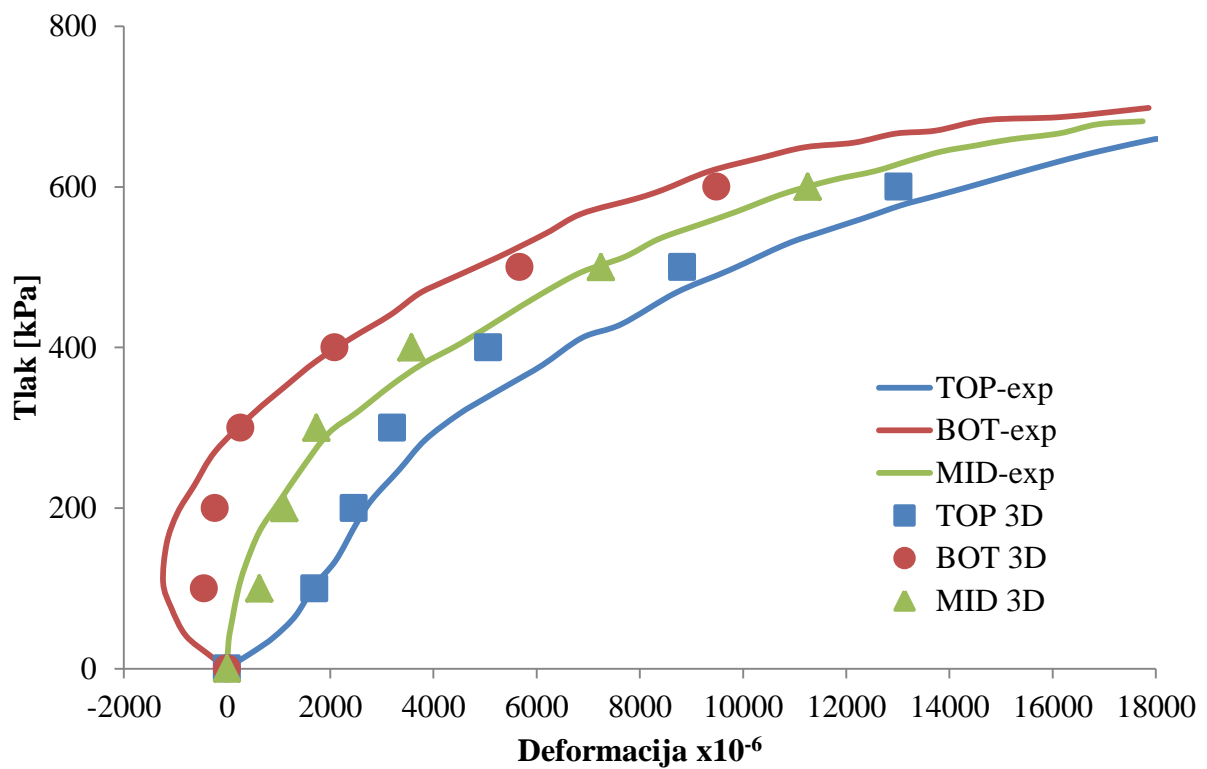
Slika 7.14 Deformacije u točki A za panel PPR-3



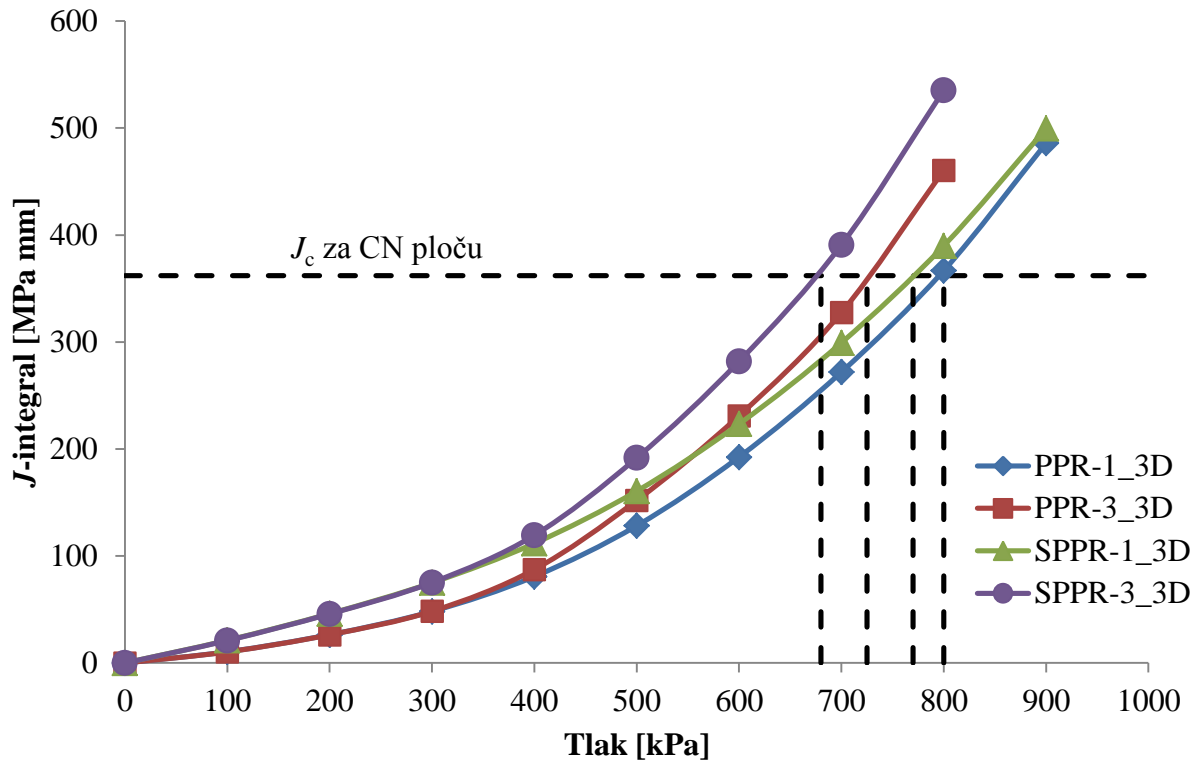
Slika 7.15 Deformacije u točki A za panel SPPR-1



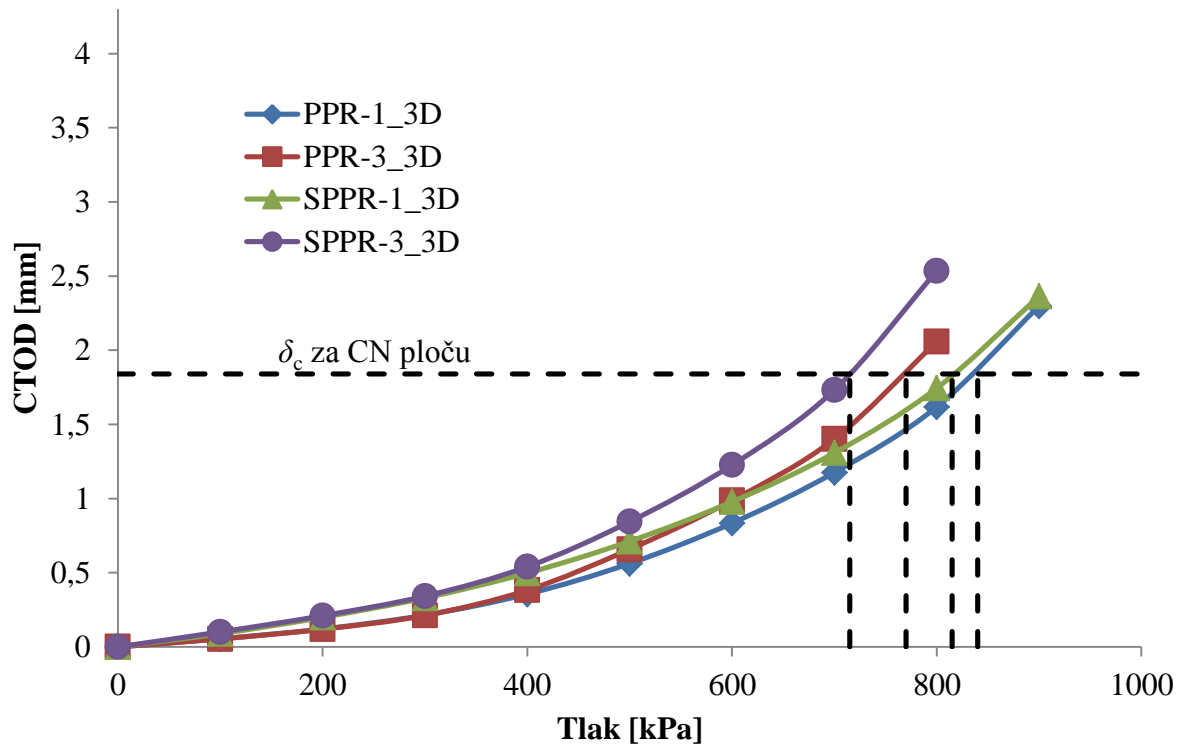
Slika 7.16 Deformacije u točki B za panel SPPR-1



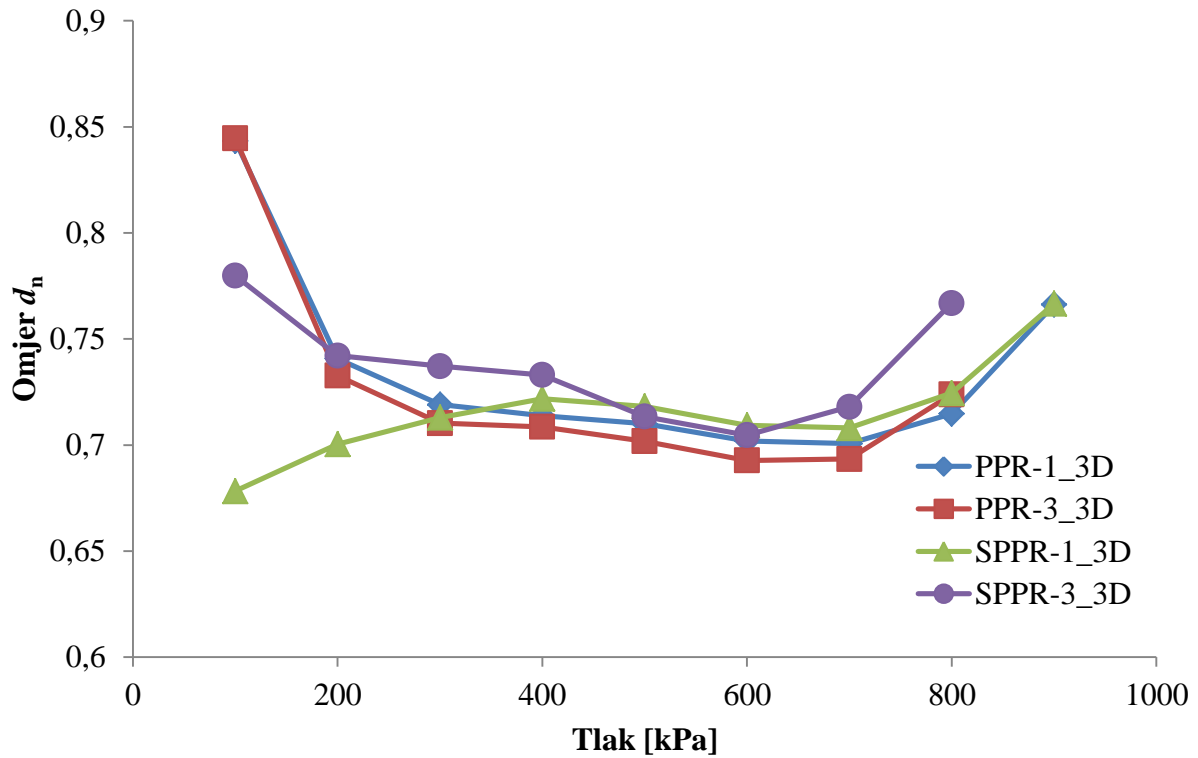
Slika 7.17 Deformacije u točki A za panel SPPR-3



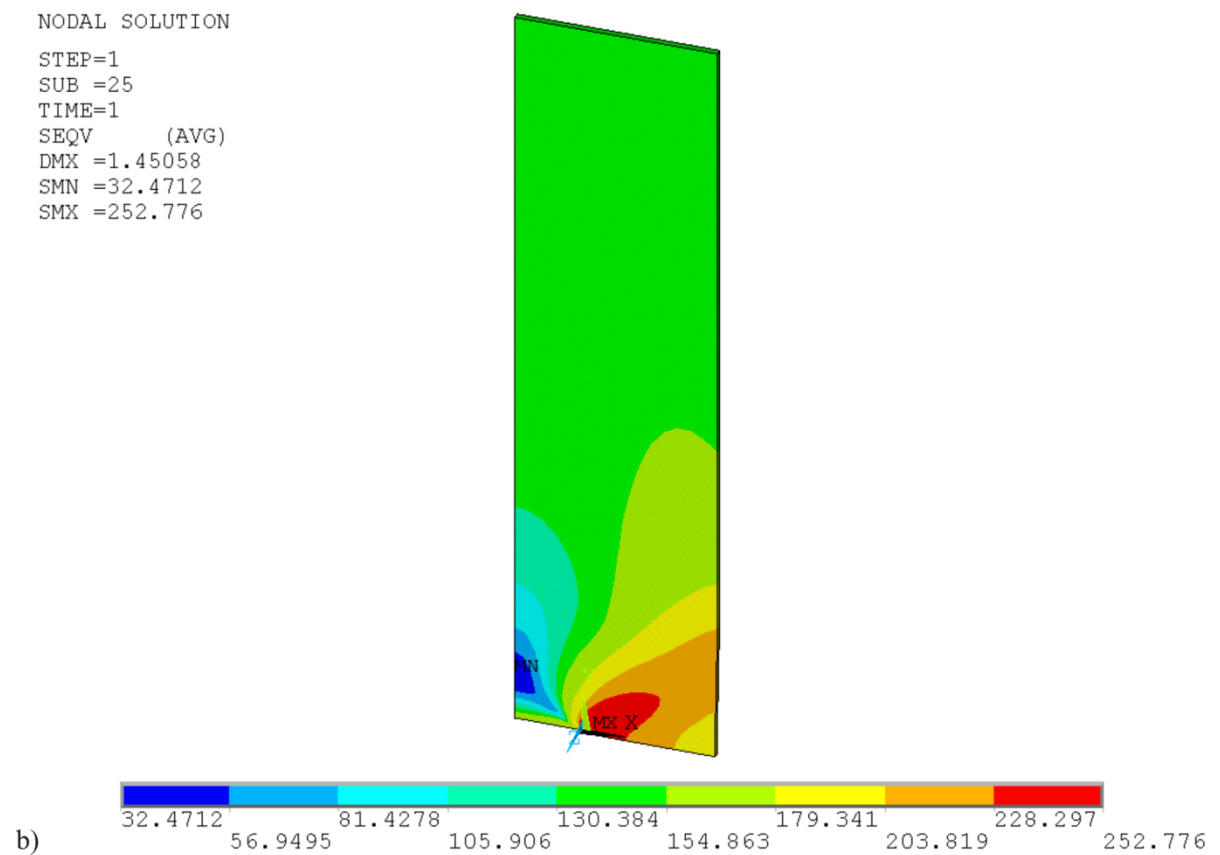
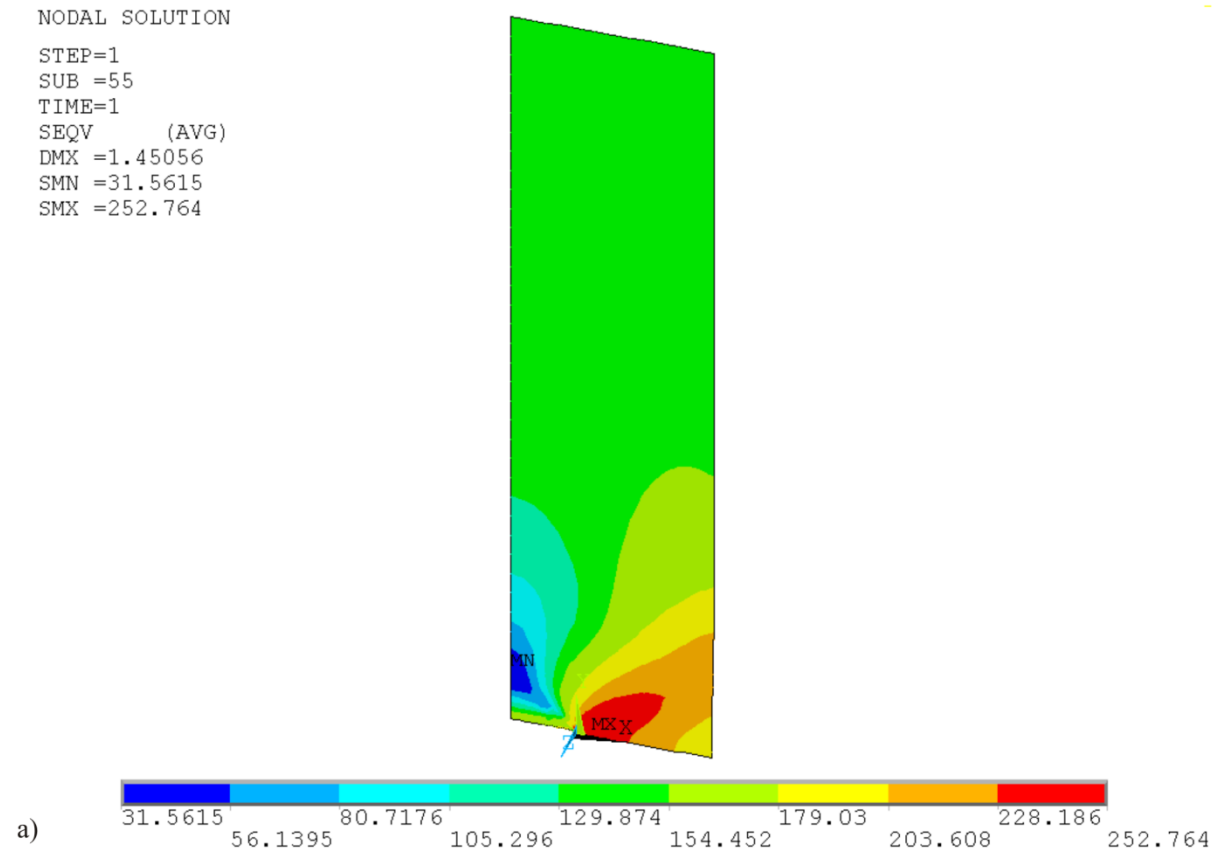
Slika 7.18 J – integral za sve panele



Slika 7.19 CTOD za sve panele

Slika 7.20 Omjer d_n za sve panele

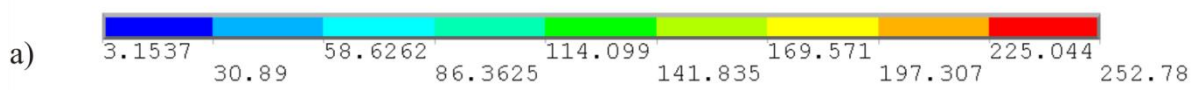
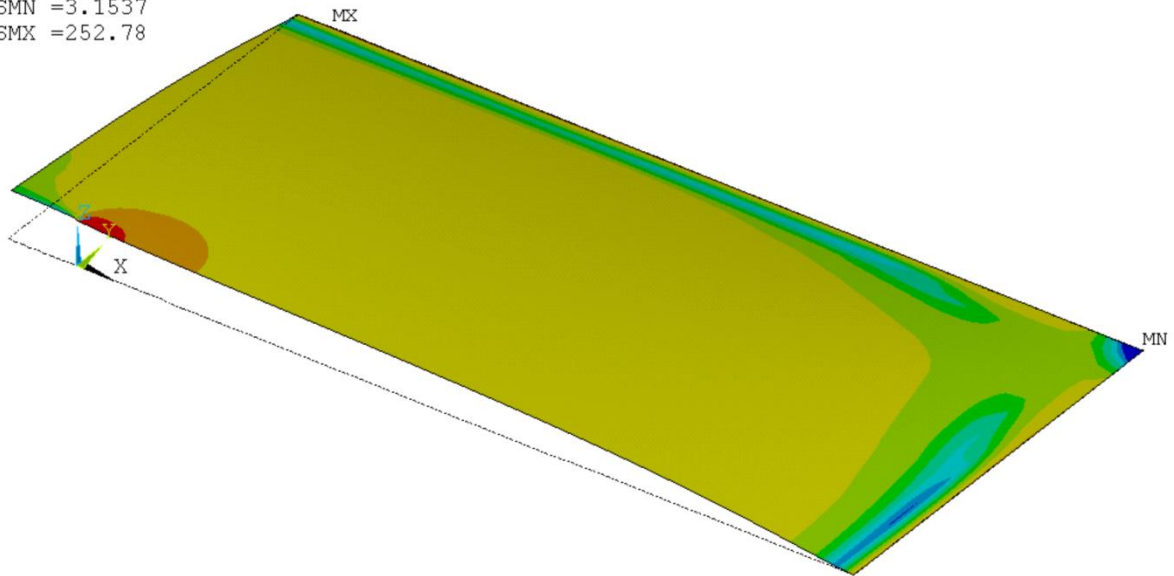
Na slikama 7.21 – 7.25 prikazani su rezultati simulacije metodom konačnih elemenata za dvodimenzionalne i trodimenzionalne modele. Na slikama su prikazana ekvivalentna (Von Mises-ova) naprezanja.



Slika 7.21 σ_{ekv} za CN ploču pri pomaku gornjeg kraja ploče od 1,45 mm; a) dvodimenzionalna simulacija; b) trodimenzionalna simulacija

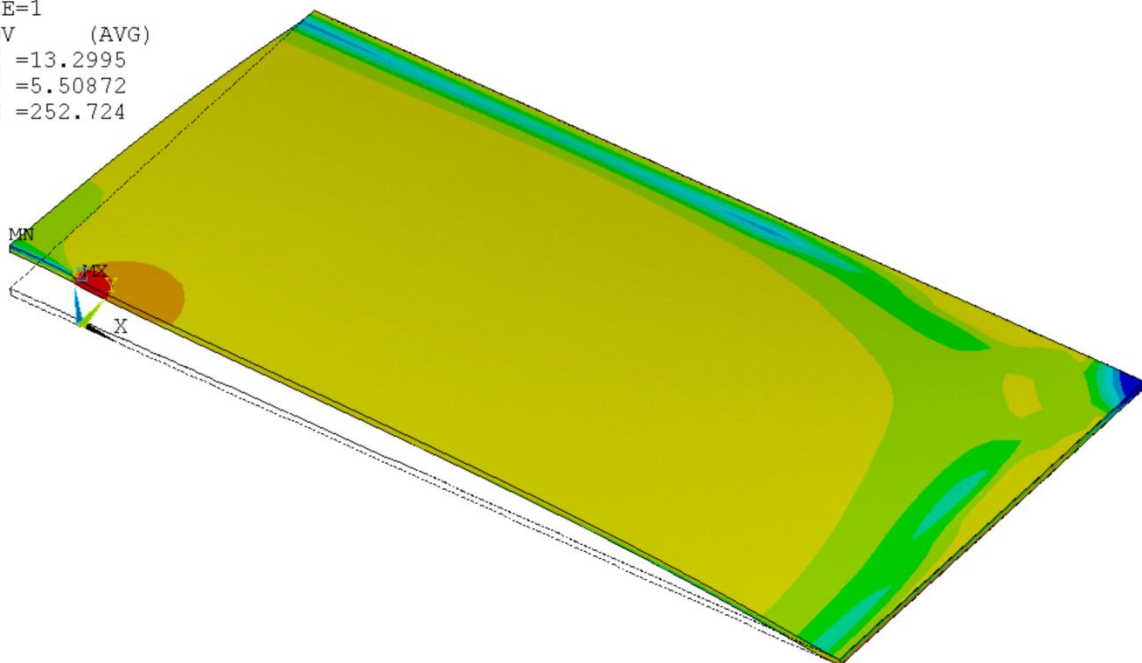
NODAL SOLUTION

STEP=1
 SUB =65
 TIME=1
 SEQV (AVG)
 DMX =13.6221
 SMN =3.1537
 SMX =252.78



NODAL SOLUTION

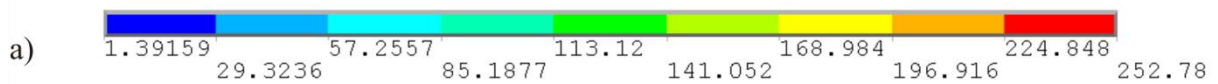
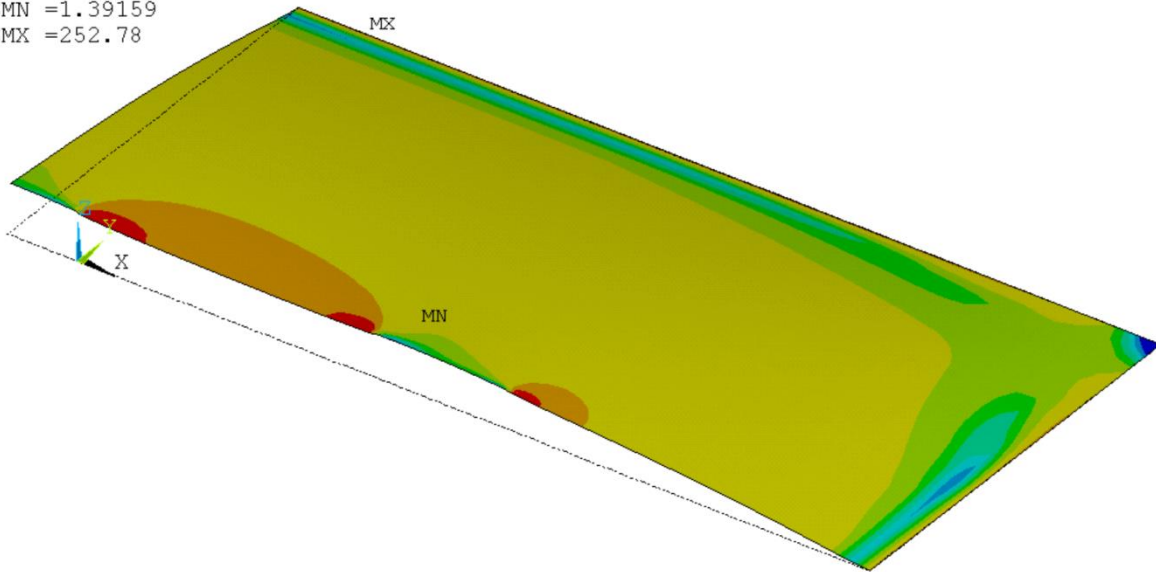
STEP=1
 SUB =35
 TIME=1
 SEQV (AVG)
 DMX =13.2995
 SMN =5.50872
 SMX =252.724



Slika 7.22 σ_{ekv} za panel PPR-1 pri tlaku od $p = 600$ kPa; a) dvodimenzionalna simulacija; b) trodimenzionalna simulacija

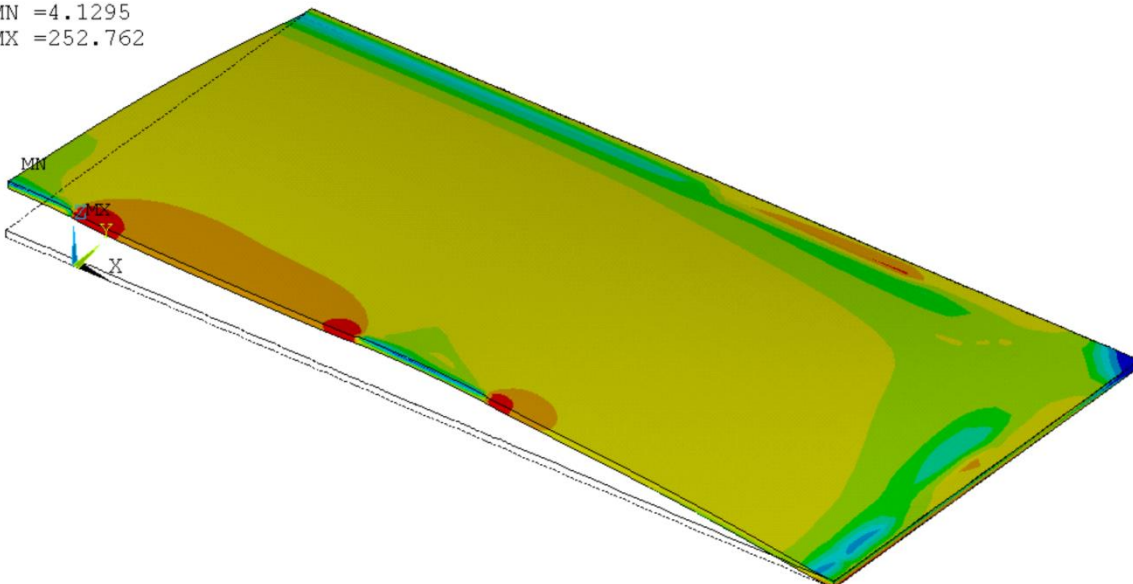
NODAL SOLUTION

STEP=1
 SUB =75
 TIME=1
 SEQV (AVG)
 DMX =14.2504
 SMN =1.39159
 SMX =252.78



NODAL SOLUTION

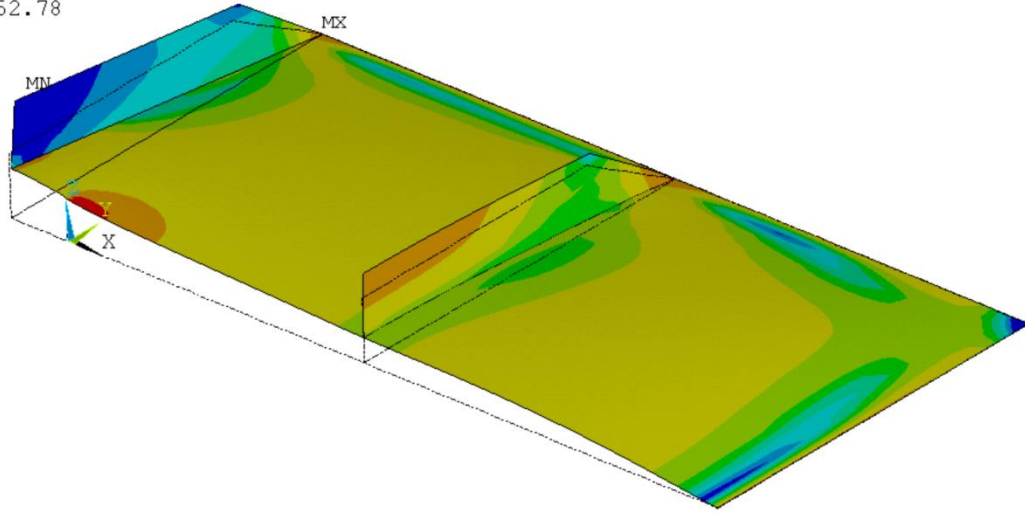
STEP=1
 SUB =30
 TIME=1
 SEQV (AVG)
 DMX =13.7747
 SMN =4.1295
 SMX =252.762



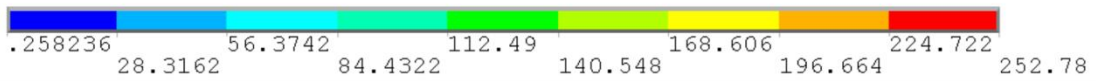
Slika 7.23 σ_{ekv} za panel PPR-3 pri tlaku od $p = 600$ kPa; a) dvodimenzionalna simulacija; b) trodimenzionalna simulacija

NODAL SOLUTION

STEP=1
 SUB =55
 TIME=1
 SEQV (AVG)
 DMX =15.1261
 SMN =.258236
 SMX =252.78

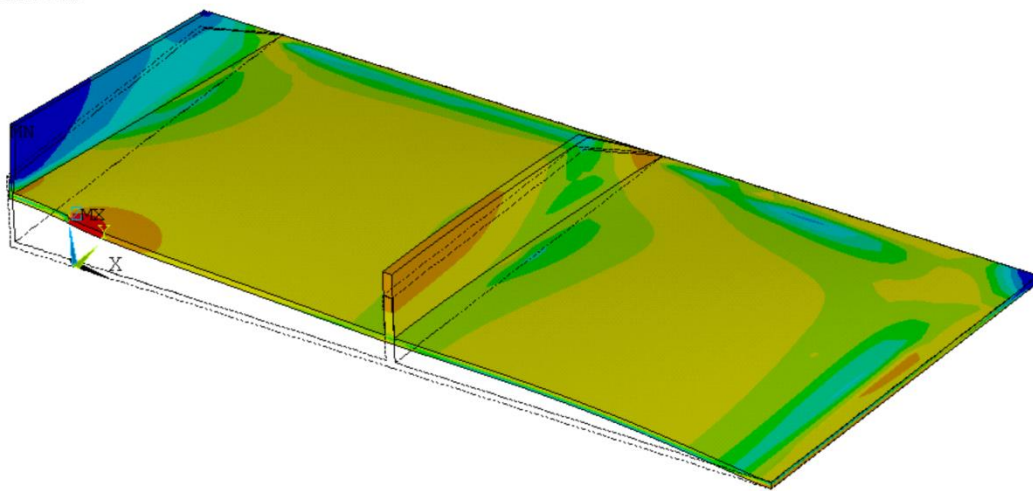


a)

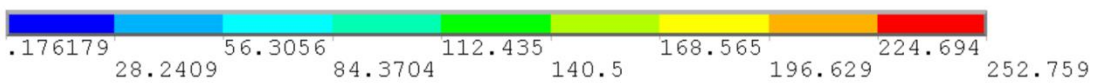


NODAL SOLUTION

STEP=1
 SUB =25
 TIME=1
 SEQV (AVG)
 DMX =14.8354
 SMN =.176179
 SMX =252.759

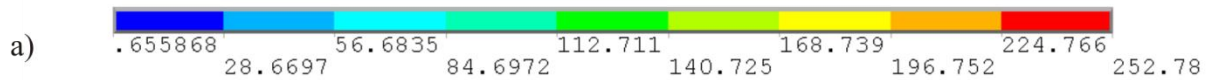
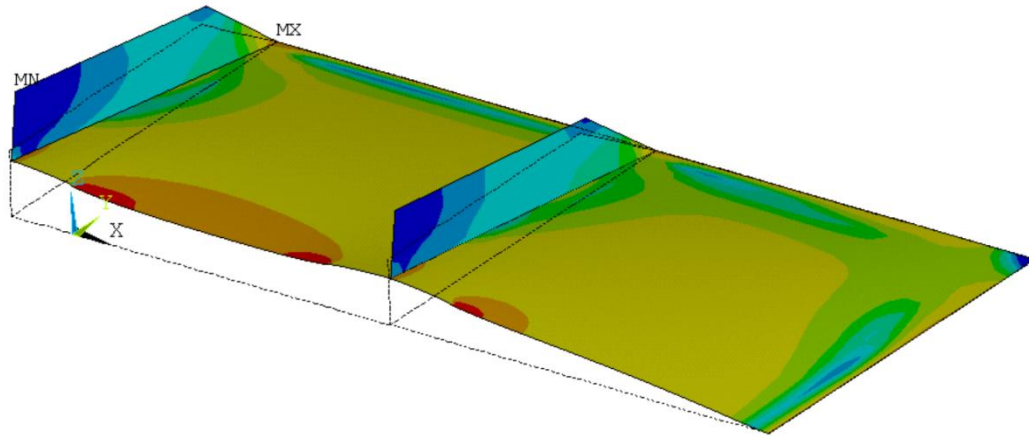


b)

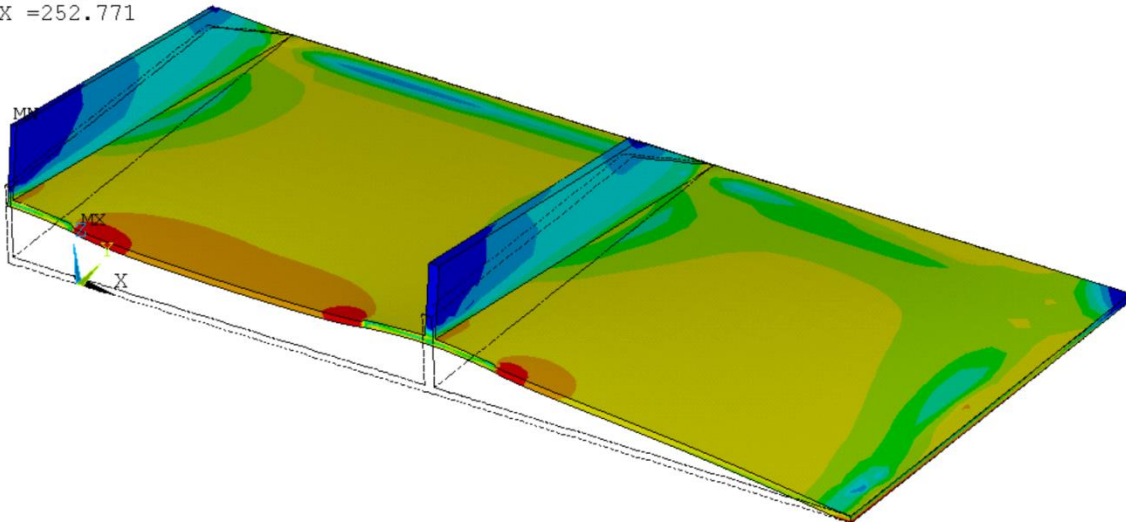


Slika 7.24 σ_{ekv} za panel SPPR-1 pri tlaku od $p = 600$ kPa; a) dvodimenzionalna simulacija; b) trodimenzionalna simulacija

NODAL SOLUTION
 STEP=6
 SUB =38
 TIME=6
 SEQV (AVG)
 DMX =16.6185
 SMN =.655868
 SMX =252.78



NODAL SOLUTION
 STEP=1
 SUB =25
 TIME=1
 SEQV (AVG)
 DMX =16.0444
 SMN =.083041
 SMX =252.771



Slika 7.25 σ_{ekv} za panel SPPR-3 pri tlaku od $p = 600$ kPa; a) dvodimenzionalna simulacija; b) trodimenzionalna simulacija

8 Diskusija rezultata

Provedena je simulacija konačnim elementima za ploču sa centralnom pukotinom te za panele opterećene na tlak. Za CN ploče propisan je pomak kao opterećenje gdje je konstantni pomak primijenjen na gornjem rubu ploče povećavan u svakom koraku opterećenja. Vlačna sila, koja se pojavi primjenom pomaka, raste proporcionalno sa pomakom sve dok prosječno naprezanje u ligamentu ne dosegne granicu tečenja. Nakon što je prosječno naprezanje u ligamentu doseglo granicu tečenja vlačna sila i dalje raste do maksimalnog iznosa ali sporije i neproporcionalno, vidi slike 6.8 i 7.6. Kako pomak i dalje raste vlačna sila opada zbog velikih deformacija u ligamentu. Slike 6.9 i 7.7 prikazuju da se rezultati simulacije za deformacije dobro poklapaju sa eksperimentalnim rezultatima. Vrlo velike plastične deformacije se pojavljuju u vrhu pukotine, zbog velike koncentracije naprezanja, tako da je iznos deformacije u vrhu pukotine 8% pri maksimalnoj vlačnoj sili. Deformacija u sredini ligamenta iznosi 2,9% pri maksimalnoj vlačnoj sili. Vrijednosti za J – integral rastu sporo dok naprezanje u ligamentu ne dosegne granicu tečenja, $\sigma_0 = 182$ MPa, nakon čega J – integral značajno raste zbog velikih plastičnih deformacija. Pri maksimalnom opterećenju $\sigma = 218,51$ MPa, J – integral iznosi 362,48 MPa mm. Otvaranje vrha pukotine CTOD, δ , je dobiveno iz pomaka čvorova duž lica pukotine. Pri maksimalnom opterećenju otvaranje vrha pukotine iznosi 1,844 mm. Iz eksperimenta za CN ploču utvrđeno je da stabilno napredovanje pukotine započinje pri iznosu CTOD-a između 1,7 mm i 2 mm, pri prosječnom naprezanju u ligamentu $\sigma \approx 217$ MPa. Kombinirajući numeričke rezultate za J – integral i CTOD za maksimalno opterećenje, sa procijenjenim CTOD-om iz eksperimenta mogu se približno procijeniti iznosi kritičnih vrijednosti J – integrala i CTOD-a. Te vrijednosti iznose $J_c \approx 360$ MPa mm i $\delta_c \approx 1,85$ mm. Može se očekivati da za epruvete različite geometrije kojima je ligament opterećen pretežito vlačnim opterećenjem stabilno napredovanje pukotine započinje pri J_c ili δ_c .

Za panele opterećene pritiskom odnosno tlakom, u svakom koraku tlak je povećavam za iznos 100 kPa, svaki korak opterećenja ima 200 podkoraka. Krivulje progib tlak, dobivene simulacijom, oblikom su slične krivuljama iz eksperimenta, ali progibi iz simulacije su manji od eksperimentalnih kao što se vidi na slikama 6.13 i 7.11. Za panele PPR-1 i PPR-3 u simulaciji se velike plastične deformacije pojavljuju pri nižim tlakovima nego što je to slučaj kod eksperimenta. U slučaju panela SPPR-1 eksperimentalno mjerene deformacije se dobro poklapaju sa deformacijama iz simulacije, za točku A, kod točke B membranska komponenta deformacije dobivena eksperimentalno je veća u usporedbi sa simulacijom. Za panel SPPR-3

deformacije iz simulacije i eksperimenta se vrlo dobro poklapaju. Nepoklapanje rezultata je veće u slučaju neorebrenih panela PPR-1 i PPR-3 nego kod orebrenih panela SPPR-1 i SPPR-3. Ovo se može objasniti i dijelom zbog nesavršenosti vijčanog spoja panela i tlačnog spremnika kod eksperimenta. Kod svih panela tijekom tlačenja došlo je do pomaka na mjestu vijčanog spoja zbog značajne membranske sile. Kod orebrenih panela na mjestu vijčanog spoja nalazi se okvir debljine 22 mm koji okružuje panel te se opire membranskoj sili, smanjujući membranske deformacije, tako da je u slučaju orebrenih panela poklapanje rezultata simulacije i eksperimenta bolje nego kod neorebrenih panela. Prema vrijednostima J – integrala za orebrene panele u slučaju više pukotina (SPPR-3) može se vidjeti da J – integral raste brže sa porastom opterećenja, zbog velikog faktora koncentracije naprezanja u vrhovima pukotina. Vrijednosti J – integrala na prvi vrh su veće nego za ostala dva vrha zbog veće koncentracije naprezanja u sredini panela, slika 6.21. Otvaranje vrha pukotine, CTOD, je dobiveno i u ovom slučaju iz profila otvorene pukotine te su CTOD vrijednosti povezane sa J – integralom parametrom $d_n = \delta\sigma_0/J$. Omjer d_n se kreće pretežito od 0,68 do 0,75.

Usporedbom CN ploče sa panelima izloženim pritisku, kod CN ploče ligament je opterećen pretežito vlačnim opterećenjem. Za panele izložene tlaku deformacije na gornjoj strani su veće nego na donjoj za isti tlak, membranske deformacije su veće za središnji dio panela u usporedbi sa deformacijama na rubovima. Pretpostavlja se da vrijednost kritičnog J – integrala i CTOD-a dobivenih za CN ploču može koristiti za procjenu nastupanja loma kod panela izloženih tlaku. Na slikama 6.20 i 7.18 isprekidanom horizontalnom linijom je označena kritična vrijednost J – integrala za CN ploču, J_c . Sjecište te linije sa krivuljama J – integrala za svaki panel daje kritični tlak pri kojem nastupa lom. Rezultati za kritične tlakove za pojedine panele su dani u tablici 8.1 za dvodimenzionalnu simulaciju i tablici 8.2 za trodimenzionalnu simulaciju. Na slikama 6.22 i 7.19 isprekidanom horizontalnom linijom je označena kritična vrijednost CTOD-a za CN ploču, δ_c . Rezultati za kritične tlakove procijenjeni na temelju kritičnog CTOD-a dani su u tablici 8.3 za dvodimenzionalnu simulaciju i tablici 8.4 za trodimenzionalnu simulaciju.

**Tablica 8.1 Kritični tlak procijenjen na temelju J_c
za dvodimenzionalnu simulaciju**

Panel	PPR-1	PPR-3	SPPR-1	SPPR-3
Kritični tlak [kPa]	810	725	825	700

**Tablica 8.2 Kritični tlak procijenjen na temelju J_c
za trodimenzionalnu simulaciju**

Panel	PPR-1	PPR-3	SPPR-1	SPPR-3
Kritični tlak [kPa]	800	725	770	680

**Tablica 8.3 Kritični tlak procijenjen na temelju δ_c
za dvodimenzionalnu simulaciju**

Panel	PPR-1	PPR-3	SPPR-1	SPPR-3
Kritični tlak [kPa]	810	745	825	700

**Tablica 8.4 Kritični tlak procijenjen na temelju δ_c
za trodimenzionalnu simulaciju**

Panel	PPR-1	PPR-3	SPPR-1	SPPR-3
Kritični tlak [kPa]	840	770	815	715

Tablica 8.5 Kritični tlak iz eksperimenta

Panel	PPR-1	PPR-3	SPPR-1	SPPR-3
Kritični tlak [kPa]	900	750	780	680

9 Zaključak

Provedena je dvodimenzionalna i trodimenzionalna analiza naprežanja i deformacija metodom konačnih elemenata za CN ploče i panele izložene tlaku, pri čemu je u simulacijama u obzir uzeto nelinearno ponašanje materijala i elastoplastično ponašanje materijala. Za CN ploče deformacije iz simulacije se dobro poklapaju sa eksperimentalnim rezultatima. Pri maksimalnom opterećenju pojavljuje se vrlo velika plastična deformacija u ligamentu. U usporedbi deformacija iz simulacije sa eksperimentalnim rezultatima za panele izložene tlaku vidi se da simulirane deformacije imaju veću membransku komponentu dok je savojna komponenta manja nego kod izmjerenih deformacija u eksperimentu. Razlog za ova odstupanja je nesavršenost vijčanog spoja u eksperimentu kada je zbog velikih membranskih sila došlo do popuštanja vijčanog spoja. Uz pomoć numeričkih rezultata za J – integral i CTOD te eksperimentalnih rezultata za CTOD procjenjen je kritični J – integral, J_c , te kritični CTOD, δ_c , za CN ploču. Kritični tlak, pri kojem nastupa stabilno širenje pukotine za panele izložene tlaku, procjenjuje se uz pomoć J_c i δ_c . Rezultati za kritični tlak se dobro poklapaju za orebrene panele, dok je kod neorebrenih panela poklapanje rezultata nešto slabije. Otvaranje vrha pukotine, δ , je povezano sa J – integralom preko omjera $d_n = \delta\sigma_0/J$ koji se kreće od 0,68 do 0,75 za panele izložene tlaku te od 0,7 do 0,9 za ploču sa centralnom pukotinom.

PRILOG

I. CD-R disc

LITERATURA

- [1] Božić, Ž., Fatigue and Fracture of a Stiffened Panel with Multiple Site Cracks under Lateral Pressure, doktorska disertacija, Yokohama National University, 1997.
- [2] Wells, A.A., Unstable Crack Propagation in Metals: Cleavage and Fast Fracture, Paper 84, Cranfield, UK, 1961.
- [3] Anderson, T. L., Fracture mechanics, CRC Press, 1995, New York
- [4] Rice, J.R., A path-independent integral and the approximate analysis of strain concentration as notches and cracks, J of App. Mech., ASME, 35, 1968, 379-386
- [5] Saxena, A., Nonlinear Fracture Mechanics for Engineers, CRC Press, 1998, Boca Raton
- [6] Rice, J.R., Rosengarten, G.F., Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material, J of mechanics and physics of solids, 16, 1968, 1-12
- [7] Hutchinson, J.W., Singular behavior at the end of a tensile crack tip in a hardening material, J of Mech. and Phys. of Solids, 16, 1968, 13-31
- [8] Shih, C.F., Hutchinson, J.W., Fully plastic solutions and large scale yielding estimates for plane stress crack problems, Transactions of ASME, J of engineering materials and technology, H, 98, 1976, 289-295
- [9] Paris, P.C., Gomez, M.P., Anderson, W.P., A rational analytic theory of fatigue, The Trend in Eng., 13, 1961, 9-14
- [10] ManSoo, J., Jea, G.E., Min, C.L., A new method for acquiring true stress-strain curves over large range of strains using tensile test and finite element method, Mechanics of Materials, 2008, 586-593
- [11] Alfirević, I., Uvod u tenzore i mehaniku loma, Golden marketing, 2003.
- [12] Ansys Basic Analysis Guide, SAS IP, Inc., 2005.
- [13] Broek, D., The practical use of fracture mechanics, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1989.
- [14] Joun, M.S., Choi, I.S., Eom, J.G., Lee, M.C., Finite element analysis of tensile testing with emphasis on necking, Computational Materials Science, 2007.
- [15] Shih, C.F., Relationship between the J-Integral and the Crack Opening Displacement for Stationary and Extending Cracks, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 29, 1981, pp. 305–326.
- [16] Irwin, G.R., Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness, Sagamore Research Conference Proceedings, Vol. 4, 1961, pp. 63–78.