

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

ZAVRŠNI RAD

Augustino Šimić

Zagreb, 2012.

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

ZAVRŠNI RAD

Analiza helikopterskog rotora u vertikalnom letu primjenom teorije noseće linije

Voditelj rada:
doc. dr. sc. Milan Vrdoljak

Augustino Šimić

Zagreb, 2012.

ZADATAK

ubaciti umjesto ove stranice tekst zadatka

Zahvaljujem se svom mentoru doc. dr. sc. Milanu Vrdoljaku na podršci, znanju i strpljenju koje mi je pokazao tijekom izrade ovog završnog rada. Zahvaljujem se svim prijateljima i kolegama na zajedničkim danima tijekom studija, bratu i sestri, te prije svega svojim roditeljima koji su uvijek bili uz mene.

IZJAVA

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno, koristeći se navedenom literaturom i vlastitim stečenim znanjem za vrijeme studija zrakoplovstva na Fakultetu strojarstva i brodogradnje.

Zagreb, rujan 2012.

Augustino Šimić

SADRŽAJ

Sažetak	VII
Popis slika	VIII
Popis tablica	X
Popis oznaka	XI
1. UVOD	1
1.1. Pogled na helikopter	1
1.2. Vertikalni let	2
1.3. Pristup analizi	4
2. PRIMJENA TEORIJSKE OSNOVE LETA	5
2.1. Metoda noseće linije	5
2.2. Koeficijenti pogonske sile i snage	8
2.3. Gubici na vrhu kraka	11
3. KARAKTERISTIKE ROTORA U VERTIKALNOM LETU	12
3.1. Kinematika rotirajuće površine	12
3.2. Zglob mahanja kraka rotora	13
3.3. Trag rotora u prostoru	15
4. GEOMETRIJSKE ZNAČAJKE MODELA	18
4.1. Odabir koordinatnog sustava	18
4.2. Diskretizacija rotora i traga	20
4.3. Raspodjela inteziteta vrtloga	24
5. REZULTATI ANALIZE	29
5.1. Usporedba rezultata prema očitanoj C_T	29
5.2. Primjena metode na primjeru helikoptera za lebdenje	37
5.3. Primjena metode na primjeru helikoptera za penjanje	42
6. ZAKLJUČAK	46
LITERATURA	48

SAŽETAK

Tema ovog završnog rada je teorija noseće linije i njena implementacija na model helikopterskog rotora primjenjenog u vertikalnom letu. U skladu s tim razvijen je programski alat za modeliranje jednostavnog diskretiziranog osnosimetričnog rotora za potrebe analize prema navedenoj teoriji. Analiza je provedena uzimajući u obzir samo rotor kao sastavni dio letjelice, pretpostavljajući neometano osnosimetrično strujanje i sukladno s time očekivanu geometriju traga rotora. Za zglobove mahanja pretpostavljeno je da se nalaze u osi simetrije rotora, a zglobovi zabacivanja su zanemareni. Numerička implementacija modela izvedena je u MATLAB-u, a dobiveni rezultati uspoređeni su s dostupnim eksperimentalnim podacima i rezultatima prema teoriji elementarnog kraka, a primjenjenoj na konkretnim rotorima. Prilikom proračuna pretpostavljeni su maleni iznosi Machovog broja, tako da nisu uzeti u obzir utjecaj stlačivosti kao niti gubici na vrhovima krakova. Analiza je obuhvatila promjenu inteziteta vrtloga po rasponu kraka rotora, preko koje su se tražili ukupni koeficijenti pogonske sile i snage, a u cilju što boljeg pojašnjenja prikazana je i većina međurezultata.

POPIS SLIKA

Slika 1.	Sastavni djelovi helikoptera	1
Slika 2.	Strujanje kroz disk rotora u vertikalnom letu: (a) lebdenje, (b) penjanje, (c) spuštanje	3
Slika 3.	Inducirana brzina	6
Slika 4.	Π -vrtlozi na primjeru diskretiziranog strelastog krila	7
Slika 5.	Π -vrtlog	7
Slika 6.	Brzine i sile na elementarnom presjeku dr kraka propelera radijusu r	9
Slika 7.	Brzine i sile na presjeku kraka propelera sa induciranom brzinom	12
Slika 8.	Mahanje kraka: ravnoteža sila - zglob mahanja na osi rotacije	14
Slika 9.	Kut konusa diska (<i>coning</i>) u vertikalnom letu	14
Slika 10.	Trag rotora u vertikalnom letu	16
Slika 11.	Koordinatni sustavi rotora i kraka	18
Slika 12.	Planarni diskretizirani krak	21
Slika 13.	Uvijeni diskretizirani krak	21
Slika 14.	Uvijeni diskretizirani krak pod kutem konusa	22
Slika 15.	Diskretizirani rotor	22
Slika 16.	Vrtložne niti slobodnih vrtloga u tragu	23
Slika 17.	Vrtložna plahta koju opisuje krak pri istodobnoj translaciji i rotaciji u korijenu	24
Slika 18.	Proračun diskretiziranog modela metodom noseće linije	25
Slika 19.	Promjena koeficijenta pogonske sile ovisno o diskretizaciji rotora	26
Slika 20.	Promjena inteziteta vrtloga po rasponu različito uvijenih krakova	27
Slika 21.	Promjena inteziteta vrtloga po rasponu kraka ovisno o kutu konusa	28

Slika 22.	Promjena inteziteta vrtloga po rasponu kraka različitih koeficijenata ispunjenosti diska	28
Slika 23.	Primjer rotora i traga prema eksperimentalnom modelu s koeficijentom ispunjenosti $\sigma=0.0424$	29
Slika 24.	Promjena inteziteta vrtloga po rasponu kraka modela rotora	31
Slika 25.	Promjena lokalnih koeficijenata: (a) uzgona i (b) otpora po rasponu kraka modela rotora	32
Slika 26.	Promjena napadnog kuta: (a) ukupnog i (b) induciranog po rasponu kraka modela rotora	33
Slika 27.	Promjena ukupnog koeficijenta: (a) sile i (b) snage rotora s postavnim kutom. Puna linija odnosi se na LLT, isprekidana na eksperiment, a kružići na BEMT	34
Slika 28.	Raspodjela koeficijenta potisne sile po rasponu kraka za različite koeficijente ispunjenosti diska	35
Slika 29.	Utjecaj gubitaka na iznos raspodjele koeficijenata potisne sile po rasponu kraka	36
Slika 30.	Utjecaj kuta konusa na iznos ukupnog koeficijenta sile	37
Slika 31.	Aerospatiale 330A Puma	38
Slika 32.	Rotor i trag analiziranog modela Pume	38
Slika 33.	Promjena inteziteta vrtloga po rasponu kraka	39
Slika 34.	Promjena lokalnih koeficijenata uzgona po rasponu kraka	39
Slika 35.	Promjena napadnog kuta: (a) ukupnog i (b) induciranog po rasponu kraka	40
Slika 36.	Promjena ukupnog koeficijenta: (a) sile i (b) snage rotora s postavnim kutom	41
Slika 37.	Promjena ukupnog koeficijenta sile i snage rotora s postavnim kutom	42
Slika 38.	Promjena lokalnih koeficijenata uzgona po rasponu kraka	43
Slika 39.	Promjena napadnog kuta po rasponu kraka	43
Slika 40.	Promjena ukupnog koeficijenta: (a) sile i (b) snage s brzinom penjanja	44
Slika 41.	Geometrija traga rotora za različite brzine penjanja	45

POPIS TABLICA

<i>Tablica 1.</i> Geometrijske karakteristike primjera rotora	30
<i>Tablica 2.</i> Geometrijske karakteristike rotora Puma	38

POPIS OZNAKA

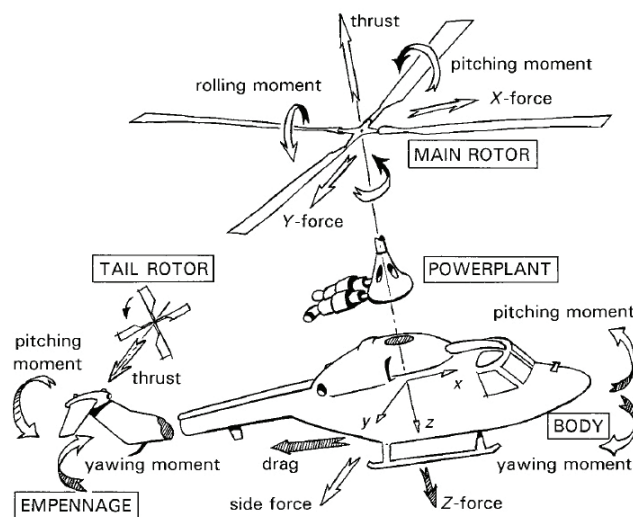
Oznaka	Opis	Jedinica
c	duljina tetive presjeka kraka	m
c_d	koeficijent sile otpora profila kraka	
c_{d0}	koeficijent otpora profila pri nultom napadnom kutu	
c_l	koeficijent sile uzgona profila kraka	
$c_{l\alpha}$	gradijent uzgona profila po napadnom kutu	
C_P	koeficijent pogonske snage	
C_T	koeficijent pogonske sile	
D	sila otpora	N
d_1	koeficijent otpora profila d_1	
d_2	koeficijent otpora profila d_2	
F	prandtlov koeficijent gubitaka na vrhu kraka	
L	sila uzgona	N
m	masa letjelice	kg
N	broj karkova rotora	
n	ort normale	
R	najveći radijus u kraku rotora	m
\bar{r}	bezdimezionalni radius kraka	
U	ukupna brzina na elementarnom presjeku kraka	m/s
U_t	tangencijalna komponenta brzine na elementarnom presjeku kraka	m/s

U_z	vertikalna komponenta brzine na elementarnom presjeku kraka	m/s
V_∞	brzina neporemećene struje zraka	m/s
V_c	brzina penjanja	m/s
v_i	inducirana brzina na disku	m/s
V_R	poremećena (stvarna) brzina na kraku	m/s
w_{ind}	inducirana brzina	m/s
α	napadni kut lokalnog presjeka kraka	$^\circ$
α_i	inducirani napadni kut	$^\circ$
β	kut mahanja kraka	
β_0	kut konusa	
Γ	vertlog	m^3/s
θ	postavni kut lokalnog presjeka kraka, kut uvijanja	$^\circ$
θ_0	kolektivni postavni kut kraka	$^\circ$
θ_{tw}	kut linearnog uvijanja	$^\circ$
λ	koeficijent vertikalne brzine struje zraka	
λ_i	koeficijent inducirane brzine	
ρ	gustoća zraka	kg/m^3
σ	koeficijent ispunjenosti karka	
ψ	kut položaja kraka rotora, kut azimuta	$^\circ$
ψ_w	lokalni kut položaja u tragu rotora	$^\circ$
Ω	kutna brzina rotora	rad/s
ϕ	kut napredovanja	$^\circ$

1. Uvod

1.1. POGLED NA HELIKOPTER

Koncept zrakopova sa rotirajućom nosećom površinom složeniji je nego što možda izgleda na prvi pogled. Strujanje koje uzrokuje rotor helikoptera aerodinamički je iznimno teško definirati, te čak i nakon mnogih godina proučavanja i iskustva u praksi još uvijek mu nedostaje adekvantan opis. Ipak, sposobnost preciznog predviđanja ponašanja rotora i njegovih aerodinamičkih učinaka u letu, ključ je procjene performansi helikoptera u cjelosti. Sa mehaničkog stajališta helikopterske rotore je također složeno opisati. Ponašanje krakova u letu podrazumjeva savijanje i izvijanje, mahanje u vertikalnom i zabacivanje u horizontalnom smjeru. Potreba kontroliranja aerodinamičkih sila na rotoru zahtjeva da se nagib pojedinog kraka u disku podešava individualno tijekom cijelog njegovog kružnog putovanja oko osi rotacije.



Slika 1. Sastavni dijelovi helikoptera [6]

Helikopterom se može nazvati svaku letjelicu koja koristi rotirajuće noseće površine za generiranje aerodinamičke sile uzgona, propulzije i sila za uravnotežavanje. Iako se helikopter lako može nazvati vrlo nestabilnom letjelicom, moderni helikopteri sa inženjerskog stajališta vrlo su sofisticirani i specializirani za zahtjevne zadatke u da-

našnjem zrakoplovstvu koje ne može izvršavati niti jedan drugi zrakoplov. Helikopter mogu uzletjeti s mjesta, gibati se u svim smjerovima bez promjene pravca orijentacije i mjenjati smjer bez potrebnog radiusa zaokreta. Ovakva forma uistinu predstavlja slobodu letenja kakvog se dugo godina zamišljalo prije nego što je helikopter kakvog danas poznajemo postao stvarnost.

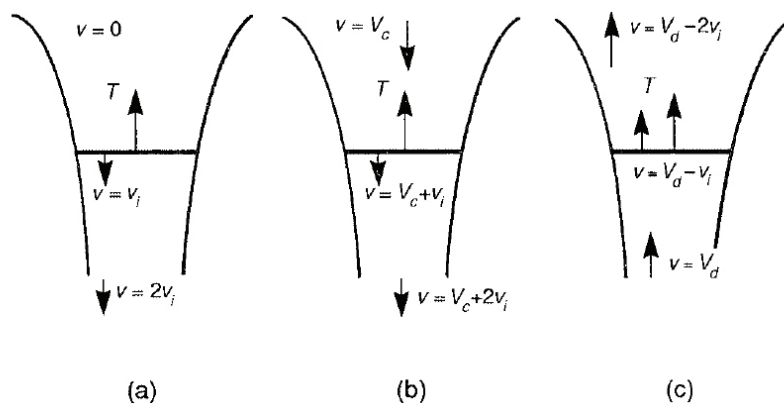
1.2. VERTIKALNI LET

Rotor helikoptera obavlja tri zadaće: generira vertikalnu vučnu silu suprotnog smjera od gravitacijske, generira horizontalnu propulzivnu silu potrebnu za horizontalan let, te orijentira odnosno usmjerava letjelicu u odgovarajući položaj u trodimenzionalnom prostoru. Za potrebe vertikalnog leta jedini aktivni zadatak koji obavlja glavni rotor odnosi se na generiranje vertikalne vučne sile.

Trim (eng.) se smatra sposobnošću zadržavanja stanja ravnotežnog leta s fiksno postavljenim upravljačkim kontrolama. Osnovna gibanja koja ne zahtijevaju koordinaciju položaja upravljačkih kontrola su rotacija (oko vertikalne osi), te podizanje i spuštanje kao oblik jednolikog vertikalnog leta. Ostali oblici jednolikog gibanja kao što su lebdenje, zaokret i autorotacija ostvaruju se pravilnim omjerom položaja ukupno četiri međusobno neovisne kontrolne površine, od kojih su tri na glavnom rotoru, a jedna je na repnom. S obzirom da rotacija ne zahtjeva promjenu ponašanja glavnog rotora, može je se također promatrati kao oblik lebdenja. Broj okretaja glavnog rotora u principu nije kontroliran od strane pilota, već se automatski regulira da bude u predviđenom intervalu.

Svi helikopteri veliki dio vremena provode u lebdenju kao obliku letačkih zadataka za koje su kao letjelice posebno osmišljeni. U tom slučaju zadatak rotora je pružiti odgovarajuću ukupnu vertikalnu silu uzgona koja će se suprostaviti djelovanju gravitacijske sile. Reguliranjem odnosa tih dvaju sila određuje se vertikalno gibanje. Strujanje zraka koje se pritom ostvaruje kroz disk rotora je osnosimetrično i ovisno o vrsti vertikalnog leta nizvodno ili uzvodno. Za lebdenje je poželjnije većem volumenu zraka dati maleni porast brzine i upravo iz ovog razloga su helikopteri s velikim rasponom rotorskih krakova predviđeni za primarno ovakav tip letenja.

Cjelokupna slika strujanja takvog otvorenog sustava dosta je složena. Promjena brzine strujanja zraka odvija se postepeno tijekom prilaska i prolaska zraka kroz disk. Ne postoji skok brzine zraka kroz disk iako kao preduvjet vučne sile koja se generira mora postojati skok u razlici tlaka na samom disku. Iako je sam po sebi dosta složen, vertikalni let zapravo je najjednostavnijem režim leta helikoptera i trebalo bi ga se moći i najjednostavnije opisati matematičkim modelom. Analitički opis ovog strujanja može se dati poznatim jednadžbama o očuvanju mase, količine gibanja i energije. Takav pristup poznat je pod nazivom teorija diska (*eng. momentum theory*). Ovom teorijom rotor helikoptera opisuje se kao beskonačno tanki disk preko kojeg se statički tlak značajno mjenja.



Slika 2. Strujanje kroz disk rotora u vertikalnom letu: (a) lebdenje, (b) penjanje, (c) spuštanje [6]

Sam izgled zračne cijevi ovisi o vrsti vertikalnog leta. Kod penjanja strujna cijev zraka nizvodna je kao i kod lebdenja, ali i izduženija ovisno o brzini penjanja jer se povećanje vučne sile postiže povećanjem okretnog momenta zračne plahte u tragu. Prilikom spuštanja zrak putuje oburnutim smjerom prema disku i usporava prolaskom kroz njega, jer je inducirani tok još uvijek nizvodan, tako da se zrak nastavlja i dalje usporavati u cijevi iznad rotora. Bez obzira na smjer strujanja, zračna cijev iznad rotora ima značajno veći promjer, koji prema zakonu o očuvanju mase i ujednačenom tlaku u beskonačnosti postaje beskonačno velik jer se u teoriji uzima pretpostavka da je brzina zraka dalje od diska jednaka nuli.

1.3. PRISTUP ANALIZI

Zadatak u ovom završnom radu je modelirati rotor helikoptera u vertikalnom letu primjenom teorije noseće linije. Matematički model koji bi trebao simulirati ponašanje helikoptera u letu treba uzeti u obzir sve važne aerodinamičke, konstrukcijske i ostale interne dinamičke utjecaje kao što su karakteristike motora, utjecaj karakteristike upravljačkog mehanizma, te vanjske (atmosferske) utjecaje. Ovaj problem je iznimno složen, a ponašanje samog helikoptera uglavnom je vrlo ograničeno uvjetima koji se moraju ispuniti kako bi se ostvarila sila uzgona, odnosno izbjegla pojava sloma uzgona. U skladu s tim, dinamičke mogućnosti helikoptera u pravilu se smanjuju sve većom brzinom gibanja.

Zbog složenosti problema, uvedena su određena ograničenja u model. U radu se neće promatrati utjecaj tijela i repa helikoptera na strujane oko glavnog rotora, kao što nije razmatran niti repni rotor. Krakovi rotora razmatraju se samo kao kruta tijela, pojednostavljene dinamike te uz pretpostavku položaja zgloba mahanja na osi rotacije. Za slučaj vertikalnog leta kut mahanja jednak je za sve azimutne položaje kraka tako da je optjecanje helikopterskog rotora za vertikalni let osnosimetrično. Dok se gibanje mahanja uzima u obzir, gibanje zabacivanja kraka se zanemaruje.

2. Primjena teorijske osnove leta

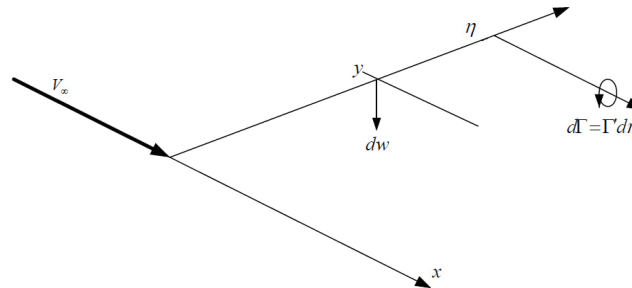
2.1. METODA NOSEĆE LINIJE

Metoda noseće linije (*lifting line theory* - LLT) procjenjuje distribuciju uzgona krila uzduž njegova raspona na osnovu njegove geometrije i uvjeta opstrujavanja, oslanjajući se na koncept vrtloga prema Kutta-Joukowski teoriji. Postavljanjem modela traži se distribucija lokalnih koeficijenata uzgona povezivanjem lokalnih vrtloga, koji se raspoređuju ovisno o diskretizaciji modela. Na taj način bilo koja promjena iznosa uzgona proporcionalna je promjeni cirkulacije zraka oko krila.

Kako zrak opstrujava krilo uspostavlja se početni vrtlog, koji je jednak iznosom ali suprotnog predznaka vezanom vrtlogu koji se nalazi na prvoj četvrtini tetive krila. Kako krilo napreduje kroz zrak, vrtlozi na vrhovima krila se razvijaju kao spirale zatvorenih strujnica. Ako zamislimo zrakoplov pri polijetanju, njegov početni vrtlog nalazit će se na početku piste, a vrtlozi na vrhovima krila nastavljat će se uzduž piste, te u zraku prateći putanju zrakoplova. Kad su u pitanju veliki zrakoplovi, potrebno je i nekoliko minuta da ovi vrtlozi nestanu.

Pri pozitivnom napadnom kutu na donjoj strani kraka imamo područje višeg tlaka, a na gornjoj strani područje nižeg tlaka. Tendencija gibanja zraka u tom slučaju je prelazak s donjake na gornjaku, što znači da će se zrak prestrujavati preko rubova krakova iz područje višeg u područje nižeg tlaka. To znači da u svakoj točki izlaznog ruba pored izlazne brzine imamo i jedan mali vrtlog koji leži na toj strujnici. Od krajeva krila prema sredini poprečna brzina zraka se smanjuje pa su vrtlozi koji silaze na izlaznom rubu krila najjači na vrhu krila i slabe po intezitetu prema sredini.

U presjeku opstrujavanog krila postojat će cirkulacija zraka Γ sa središtem na prvoj četvrtini tetive. Od presjeka do presjeka cirkulacija se mijenja tj. imamo funkciju $\Gamma(y)$. Predznak cirkulacije ovisi o postavljenom napadnom kutu. Kada je napadni kut pozitivan intezitet glavnog vrtloga je negativan i obrnuto. Na taj način problem određivanja aerodinamičkih koeficijenata svodi se na određivanje funkcije $\Gamma(y)$, tj. na određivanje promjene cirkulacije po razmahu krila.



Slika 3. Inducirana brzina

Od svih vrtložnih niti, ili od vrtložne plahte koju čine te vrtložne niti, u presjeku y pojavit će se brzina

$$w_{ind} = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{\Gamma' d\eta}{\eta - y} \quad (2.1)$$

Ta brzina je okomita na raspon krila i na neporemećenu brzinu (Slika 3). Zbog te dopunske brzine mijenja se slika optjecanja y jer je brzina optjecanja profila zbroj $\vec{V}_\infty + \vec{w}_{ind}$ tj. na brzinu iz beskonačnosti treba dodati tu induciranu brzinu. Prema teoriji profila α je kut između neporemećene brzine i tetive profila. Međutim zbog poremećaja w brzina optjecanja profila je izmijenjena, pa je napadni kut profila u presjeku izmijenjen.

Na isječak krila dy djeluje elementarna aerodinamička sila

$$dF = \rho_\infty \cdot V \cdot \Gamma \cdot dy \quad (2.2)$$

koja je prema teoremu Žukovskog okomita na brzinu $\vec{V} = \vec{V}_\infty + \vec{w}$. Tu elementarnu silu razložimo na dvije komponente: dD u pravcu brzine i dL okomitu na nju. Na elementarnu komponentu otpora dodaje se promjena pravca brzine optjecanja u presjeku krila. Taj otpor nazivamo *inducirani otpor* jer je on induciran vrtložnim nitima, i zato mu se obično dodaje indeks "i". Integracijom po rasponu dobivamo

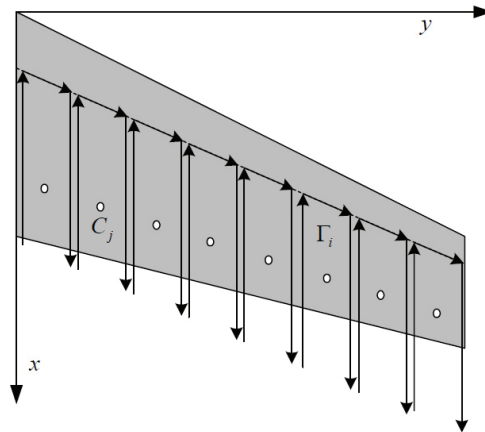
$$\begin{aligned} L &= \rho_\infty V_\infty \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \Gamma(y) dy \\ D_i &= \rho_\infty \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} w(y) \Gamma(y) dy \end{aligned} \quad (2.3)$$

Ako na principu Prandtlovog modela promatramo dva susjedna presjeka onda na granici između njih izlazi jedna vrtložna nit

$$\Delta\Gamma = \Gamma_{i+1} - \Gamma_i \quad (2.4)$$

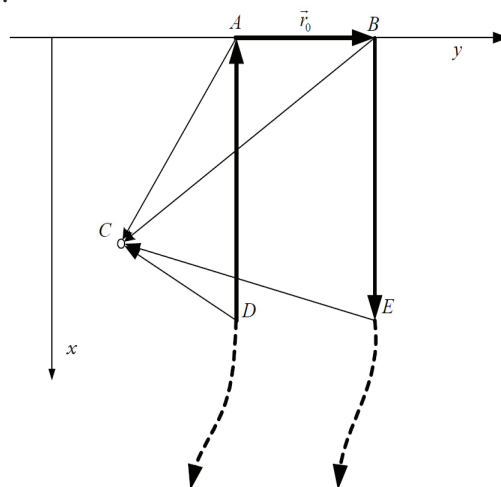
Tu nit možemo zamisliti kao rezultantu dvaju vrtloga: vrtloga s lijeve strane granice i vrtloga s desne strane granice. Time smo prekinuli vezani vrtlog na granici. Vrtlog koji dolazi s lijeve strane Γ_i odlazi u beskonačnost, a iz beskonačnosti dolazi Γ_{i+1} i

nastavlja se protezati po jednoj četvrtini tetiva. Γ_i koji odlazi u beskonačnost i Γ_{i+1} koji dolazi iz beskonačnosti protežu se istom putanjom niti $\Delta\Gamma$. Ako tako svaku nit promatramo kao rezultantu dva vrtloga onda dobivamo model na slici 4.



Slika 4. Π -vrtlozi na primjeru diskretiziranog strelastog krila

Takav model, koji još nazivamo *modificirani model noseće linije* ili *Weissingerov model*, podijelimo na konačan broj segmenata gdje svakom pojednom segmentu pridružimo jedan Π -vrtlog inteziteta Γ_j čiji centralni dio leži na četvrtini tetiva tog segmenta, a bočni kraci su u pravcu brzine leta (ili na površini segmenta). Vrtlog bilo kojeg segmenta "i" inducira u bilo kojoj kontrolnoj točki "j" brzinu \vec{v}_{ij} . Π -vrtlog možemo podijeliti na tri dijela: od beskonačnosti u pravcu neporemećene brzine do točke A, od A do B i od B do beskonačnosti u pravcu neporemećene brzine. Vrtlog Γ je na sva tri dijela konstantan.



Slika 5. Π -vrtlog. Dužina \overline{AB} (1/4 tetive) označava vrtložnu nit vezanog vrtloga, a okomito na tu dužinu u točki A iz beskonačnosti dolazi, a iz točke B u beskonačnost odlazi vrtložna nit slobodnog vrtloga. Točka C kontrolna je točka i nalazi se na $\frac{3}{4}$ tetive profila kraka.

Prema *Biot-Savartovom* zakonu inducirana brzina proporcionalna intezitetu Π -vrtloga

$$\vec{w} = \vec{B} \cdot \Gamma \quad (2.5)$$

gdje je vektor

$$\vec{B} = \frac{1}{4\pi} \left[-\frac{\vec{n}_x \times \vec{r}_1}{r_1(r_1 - \vec{n}_x \cdot \vec{r}_1)} + \frac{(r_1 + r_2)(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)}{r_1 r_2 (r_1 r_2 + \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2)} + \frac{\vec{n}_x \times \vec{r}_2}{r_2(r_2 - \vec{n}_x \cdot \vec{r}_2)} \right] \quad (2.6)$$

U slučaju planarnog krila normale svih segenata su okomite na ravan krila. Tako će svih m Π_j -vrtloga inducirati u točki C_j ukupnu induciranu brzinu

$$\vec{w}_j = \sum_{i=1}^m \vec{B}_{ij} \Gamma_i \quad (2.7)$$

Zbroj ukupne inducirane brzine od svih Π vrtloga w_j u kontrolnoj točki C_j i normalna komponenta brzine iz beskonačnosti mora biti jednaka nuli prema rubnom uvjetu u toj točki

$$\sum_{i=1}^m \vec{B}_{ij} \Gamma_i = -V_\infty \sin \alpha \quad (2.8)$$

Takvu jednadžbu možemo zapisati za svaku kontrolnu točku, a to znači m jednadžba za m nepoznatih Π vrtloga koje možemo zapisati u matricnom obliku gdje je J jedinični stupac

$$B \cdot \Gamma = -V_\infty \sin \alpha \cdot J \quad (2.9)$$

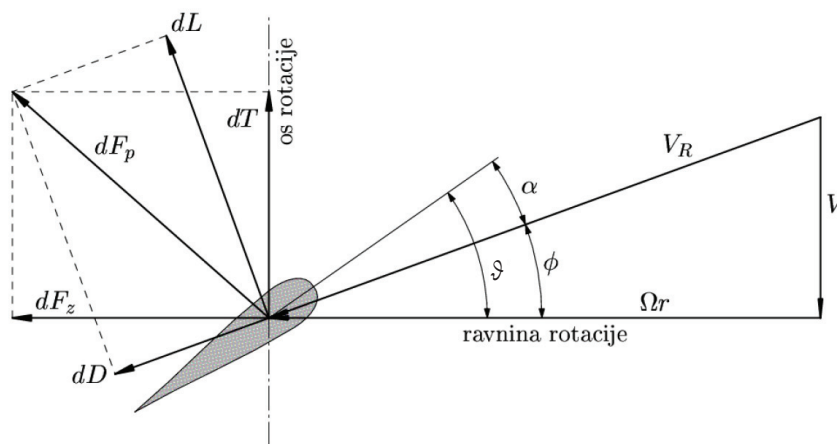
2.2. KOEFICIJENTI POGONSKE SILE I SNAGE

Uvođenjem geometrije u analizu pozivamo se na teoriju elementarnog kraka, koja razmatra sile u presjeku kraka rotora na udaljenosti r od osi kraka, odnosno na bezdimenzionalnom radiusu $\bar{r} = \frac{r}{R}$. Na promatranom presjeku (*Slika 6*) kraka širine tetive c prikazane su brzine: tangencijalna brzina od rotacije kraka Ωr te vertikalna brzina V . Za slučaj vertikalnog leta slijedi da je ukupna vertikalna brzina zbroj brzine penjanja i inducirane brzine na rotoru. Pretpostavlja se da je u promatranom presjeku strujanje ravninsko, tj. da se može analizirati kao aeroprofil u dvodimenzionalnom strujanju. Na takav profil optjecan brzinom V_R djeluje elementarna aerodinamička sila dF_p na elementu duljine kraka dr . Ukupna sila na kraku jednaka je sumi svih elementarnih sila na svim elementima duž kraka, tj. integralu po r od korijena do vrha kraka.

Kako bi odredili koeficijent pogonske sile C_T i snage C_P potrebno je odrediti ovisnost induciranog kuta $\alpha_i(\bar{r})$. Poznavanje induciranog kuta je potrebno za određivanje napadnog kuta u promatranom presjeku

$$\alpha = \vartheta - \phi - \alpha_i \quad (2.10)$$

zato što od njega ovisi i vrijednost aerodinamičkog koeficijenta profila C_L .



Slika 6. Brzine i sile na elementarnom presjeku dr kraka propelera radijusu r

Postoje analitičke metode koje određuju približno $\alpha_i(\bar{r})$, ali danas se najviše koriste numeričke metode. Jedna od takvih metoda je diskretizacija kraka rotora po rasponu R . Krak podijelimo na konačan broj segmenata, a zatim primjenjujemo modificirani model noseće linije (Weisingerov model). Kut ϕ različit je od presjeka do presjeka i ovisi o režimu rada

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{V}{\Omega r} \quad (2.11)$$

a inducirani kut α_{ind} određujemo pomoću modificiranog modela noseće linije. Ort normale na segment j ima komponente

$$n_j = [0 \quad -\sin \beta_j \quad \cos \beta_j]^T \quad (2.12)$$

A rezultirajuća brzina

$$V_R = [0 \quad -\Omega r \quad V]^T \quad (2.13)$$

Ako je postavni kut ϑ kut između profila lokalnog presjeka i ravnine rotacije tada za napadni kut na promatranom presjeku vrijedi

$$\alpha = \vartheta - \phi = \vartheta - \frac{U_z}{U_t} \quad (2.14)$$

Možemo odrediti sile na ovom elementarnom kraku u ravnini rotacije i okomito na nju

$$\begin{aligned} dF_z &= dL \cos \phi - dD \sin \phi \\ dF_x &= dL \sin \phi + dD \cos \phi \end{aligned} \quad (2.15)$$

Pri tome je elementarna sila uzgona okomita na ukupnu brzinu na promatranom kraku dok je sila otpora paralelna s ukupnom brzinom dok su inteziteti navedenih sila

$$\begin{aligned} dL &= \frac{1}{2} \rho U^2 c \cdot c_l dy \\ dD &= \frac{1}{2} \rho U^2 c \cdot c_d dy \end{aligned} \quad (2.16)$$

Doprinos svih elementarnih presjeka N krakova ukupnoj pogonskoj sili odnosno okretnom momentu i snazi rotora nakon uvrštavanja elementarnih sila uzgona i otpora

$$\begin{aligned} dT &= N \cdot (dL \cos \phi - dD \sin \phi) \\ dQ &= N \cdot (dL \sin \phi + dD \cos \phi) \cdot y \\ dP &= N \cdot (dL \sin \phi + dD \cos \phi) \cdot \Omega y \end{aligned} \quad (2.17)$$

Za vertikalni let helikoptera može se usvojiti par pretpostavki: vertikalna brzina U_z zanemariva je u odnosu na tangencijalnu brzinu U_t , kut nagiba struje ϕ je mali, te sila otpora je za red veličine manja od sile uzgona na promatranom presjeku kraka. Koeficijent brzine struje na bezdimenzionalnom radijusu \bar{r} definiran je kao omjer vertikalne brzine i tangencijalne brzine vrha kraka ima oblik

$$\lambda = \frac{V_c + v_i}{\Omega R} = \frac{V_c + v_i}{\Omega R} \frac{\Omega y}{\Omega R} = \frac{U_z}{U_t} r = \phi r \quad (2.18)$$

Elementarni doprinos koeficijentu pogonske sile iznosi

$$dC_T = \frac{NdL}{\rho A (\Omega R)^2} = \frac{N \frac{1}{2} \rho U_t^2 c c_l dy}{\rho \pi R^2 (\Omega R)^2} = \frac{1}{2} \sigma c_l \bar{r}^2 d\bar{r} \quad (2.19)$$

Gdje je $\sigma = \frac{Nc}{\pi R}$ koeficijent ispunjenosti karaka. Na sličan način može se definirati i elementarni doprinos koeficijenta snage za koji je pokazano da je jednak koeficijentu okretnog momenta

$$dC_P = dC_Q = \frac{N(\phi dL + dD)y}{\rho \pi R^2 (\Omega R)^2} = \frac{1}{2} \sigma (\phi c_l + c_d) \bar{r}^3 d\bar{r} \quad (2.20)$$

Integracijom ovih elementarnih doprinosa koeficijenata po normiranom radijusu kraka rotora od korijena do vrha $\bar{r} = 0 \dots 1$ slijede relacije za ukupne koeficijente pogonske sile, snage i okretnog momenta

$$C_T = \frac{1}{2} \sigma \int_0^1 c_l \bar{r}^2 d\bar{r} \quad (2.21)$$

$$C_P = C_Q = \frac{1}{2} \sigma \int_0^1 (\phi c_l + c_d) \bar{r}^3 d\bar{r} = \frac{1}{2} \sigma \int_0^1 (\lambda c_l \bar{r}^2 + c_d \bar{r}^3) d\bar{r}$$

Napadni kut na promatranom lokalnom presjeku funkcija je brzine penjanja, lokalnog postavnog kuta i inducirane brzine. Za zadanu vertikalnu brzinu penjanja i poznatu geometriju (odnosno poznati kut ϑ) potrebno je definirati induciranu brzinu $v_i(\bar{r})$.

2.3. GUBICI NA VRHU KRAKA

Za dobivene koeficijente moguće je izraziti i određene gubitke koji uzrokuju smanjenje potisne sile rotora. Svakako najbitniji gubitak je onaj koji se javlja na vrhu kraka rotora, a uzrokovan je prestrujavanjem s donje strane kraka na gornju. Opis tog fenomena je dao Prandtl, a govori o gubitku uzgona na vrhovima kraka rotora s konačnim brojem krakova. Ukoliko bi se dogodilo da je broj krakova beskonačan, što predstavlja aktuator disk, gubici kako ih opisuje Prandtl koeficijentom F ne bi postojali. Svakako treba obratiti pažnju na činjenicu da gubici na vrhu krakova direktno ovise o induciranoj brzini kroz rotor, broju krakova i radijusu. Koeficijent gubitaka iznosi:

$$F(\lambda) = \left(\frac{2}{\pi}\right) a \cos(e^{-f}) \quad (2.22)$$

gdje su

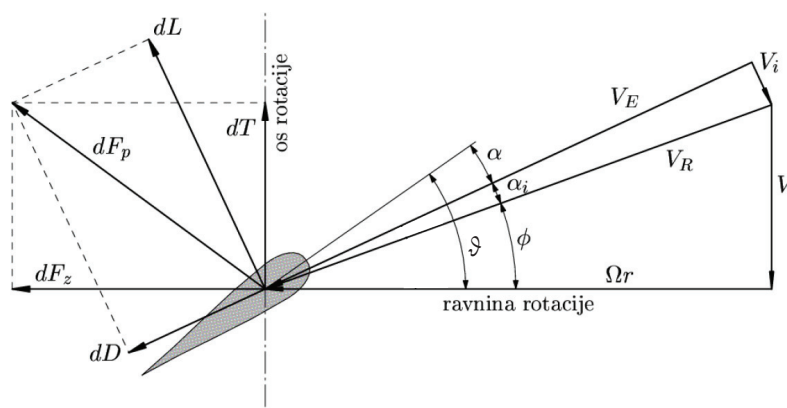
$$f(\lambda) = \frac{N}{2} \left(\frac{1-r}{r\phi}\right) \quad (2.23)$$

$$\phi(r) = \frac{\lambda(r)}{r} \quad (2.24)$$

3. Karakteristike rotora u vertikalnom letu

3.1. KINEMATIKA ROTIRAJUĆE POVRŠINE

Iako ima primarnu zadaću da ostvaruje vučnu silu kao i propeler, helikopterski rotor u radu se suočava s jednom bitnom razlikom. Propeler uvijek ostvaruje strujanje koje je aksijalno simetrično u odnosu na letjelicu, pa je i opstrujavaje oko letjelice približno konstantno. Kod helikoptera svaka promjena smjera gibanja bitno mjenja opstrujavanje. Prilikom prelaska u napredujući (horizontalan) let disk rotora naginje se u smjeru kretanja s ciljem promjene smjera djelovanja sile uzgona, a samim time i smjera strujanja zraka. Dodatnim povećavanjem horizontalne brzine odstupanje strujanja od aksijalne simetrije raste. Takav napredujući let zahtjevat će cikličku promjene nagiba krakova rotora (promjena napadnog kuta) koja je također moguća i kod propelera, ali propeleri imaju samo mehanizam za kolektivnu promjenu nagiba svih krakova.



Slika 7. Brzine i sile na presjeku kraka propelera sa induciranom brzinom

Međutim rotor se u vertikalnom letu može usporediti s propelerom, te se njegovo gibanje može opisati kao dijelom helikoidne površine. Ta površina nastaje istodobnom rotacijom i translacijom izlaznog ruba kraka, gdje se jedan kraj te dužine kreće okomito po osi na tu duljinu, a drugi kraj rotira oko te iste osi. Takvim gibanjem krak opisuje prostornu krivulju koju nazivamo helikoida.

Brzina neke točke propelera koju ima vektor položaja \vec{r} imat će brzinu \vec{V}_R , koja je zbroj prijenosne brzine leta zrakoplova V i brzine uslijed rotacije propelera $\vec{V}_t = \vec{\Omega} \times \vec{r}$

$$\vec{V}_R = \vec{V} + \vec{\Omega} \times \vec{r} \quad (3.1)$$

Koja predstavlja brzinu optjecanja profila u presjeku r . Uz pretpostavku vertikalnog leta i zanemarivanja pojave vjetra, intezitet te brzine u presjeku r prema *slici 7* je

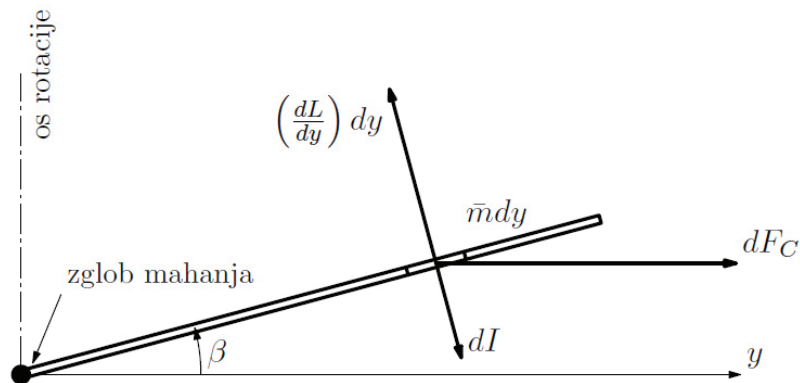
$$V_R = \sqrt{(\Omega \cdot r)^2 + V^2} \quad (3.2)$$

Mjenjanjem položaja promatranog presjeka, mjenja se i kut ϕ , koji još nazivamo i *kut napredovanja*. Veličina tog kuta ovisi o r , gdje je vidljivo da će manjom brzinom uslijed rotacije propelera V_t , a pretpostavljenom konstantom brzinom napredovanja V , kut napredovanja ϕ rasti.

Slika 7 također ukazuje i na lokalni napadni kut α , koji se nalazi između ukupne aerodinamičke brzine \vec{V}_R i linije nultog uzgona aeroprofila u promatranom presjeku. Pozitivan napadni kut osigurava pozitivnu uzgonsku silu koja djeluje na profil, iz čega je jasno da, ukoliko želimo zadržati pozitivnu uzgonsku silu uzduž cijelog kraka, moramo kontinuirano mjenjati nagib profila. To se postiže uvijanjem kraka, na način da nam kut uvijanja β proporcionalno raste povećanjem kuta napredovanja. Pri tom treba imati na umu da napadni kut obično ne smije biti veći od 15° ukoliko se želi izbjeći pojava gubitka uzgona aeroprofila (*stall*).

3.2. ZGLOB MAHANJA KRAKA ROTORA

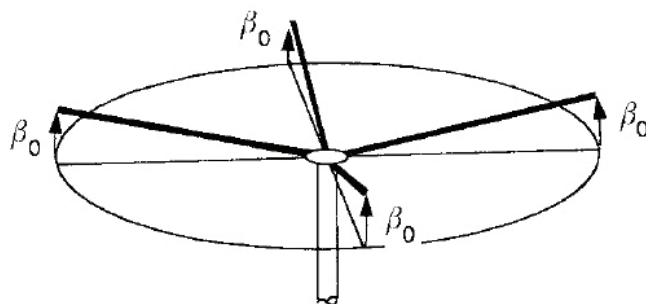
Rotor za razliku od propelera osim uloge noseće površine, mora poslužiti i kao upravljačka površina. To znači da rotor mora osigurati i dovoljno veliku komponentu pogonske sile koja bi osigurala potrebnu brzinu gibanja u svim smjerovima horizontalnog leta. Takvo opstrujavanje koje više nije osnosimetrično uzrokuje različite brzine kojima zrak opstrujava pojedine krakove u rotoru. U horizontalnom letu krak na napredujućoj strani bio bi pod utjecajem znatno veće sile uzgona nego na povratnoj strani rotora, uz pretpostavku rotacije s jednakim postavnim kutem. Posljedice ovakve nesimetrične raspodjele uzgona bile bi naprezanja savijanja u korijenu kraka i izrazit moment valjanja letjelice.



Slika 8. Mahanje kraka: ravnoteža sila - zglob mahanja na osi rotacije

Jedno od uobičajenih konstrukcijskih rješenja za radne probleme rotora je uvođenje zgloba mahanja, koji omogućuju krakovima rotaciju u vertikalnoj ravnini. Za potrebe ove analize uzeti će se pretpostavka da se krakovi rotiraju oko jednog od svojih krajeva (u korijenu), koji ujedno predstavlja i ishodište koordinatnog sustava. U praksi zglob mahanja također ima putanju koja opisuje relativno malu, ali primjetnu kružnicu oko ishodišta.

S ovakvim zglobom na napredujećem kraku povećanje brzine uzrokuje veću silu uzgona usljed čega se kut mahanja povećava. Lako je za primjetiti da krakovi pri rotaciji u ovom slučaju više ne opisuju disk u prostoru, već trodimenzionalno tijelo koje u slučaju lebdenja ili vertikalnog leta preuzima oblik obrnutog stožca (u slučaju zgloba mahanja s polumjerom $\neq 0$ tijelo je krnji stožac). U praksi to tijelo ima i još složeniju geometriju se krakovi pri rotaciji deformiraju i preuzimaju paraoblidni oblik, ali uz pretpostavku da su krakovi kruta tijela, ta promjena se u ovoj analizi ne uzima u obzir. Povećanjem kuta mahanja smanjuje se efektivni napadni kut odnosno sila uzgona, zbog čega se krak spušta nazad. Na taj je način izjednačen doprinos pogonskoj sili na napredujećem i povratnom kraku, te sada prednji i stražnji dio diska nose dio opterećenja.



Slika 9. Kut konusa diska (coning) u vertikalnom letu [6]

Kut mahanja kraka prema tome definiran je izrazom:

$$\beta(\psi) = a_0 - a_1 \cos \psi - b_1 \sin \psi \quad (3.3)$$

gdje a_0 predstavlja kut konusa, a ψ kut azimuta. Koeficijent a_1 je uzdužni naklon rotora (diska), a koeficijent b_1 predstavlja bočni naklon rotora. Kod vertikalnog leta kut mahanja nezavisan je o kutu azimuta, te vrijedi:

$$\beta_0 = a_0 \quad (3.4)$$

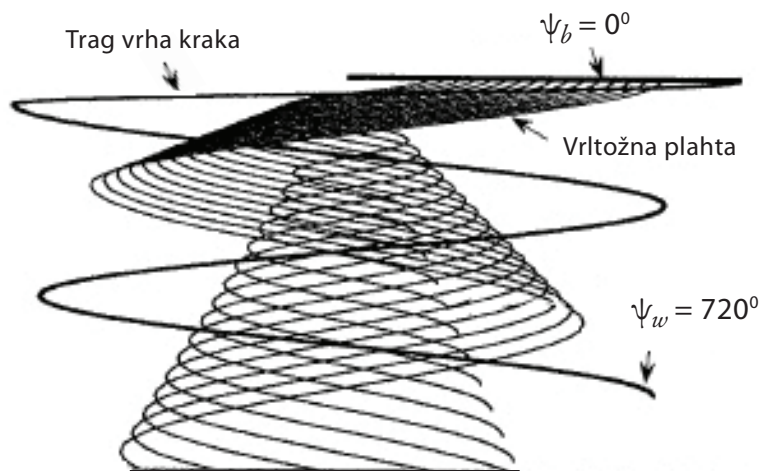
Sile koje djeluju na elementarni dio kraka širine dy i mase mdy su centrifugalna sila paralelna ravnini rotacije i sila uzgona okomita na krak. Prema tome kut konusa α_0 predstavlja kut koji zadovoljava uvijet ravnoteže, momenta usljed djelovanja aerodinamičke i centrifugalne sile na krak u letu. Ovo u konačnici predstavlja ključnu razliku u ponašanju rotora u vertikalnom letu u odnosu na propeler. Iako zglob mahanja nije potreban za ravnotežan vertikalni let, njegovo uvođenje svejedno mjenja geometriju rotacije rotora u vertikalnom režimu leta.

Ukoliko želimo smanjiti kut konusa dovoljno je povećati masu kraka, odnosno njegovu duljinu, ili jednostavno povećati brzinu okretaja.

3.3. TRAG ROTORA U PROSTORU

Trag helikopterskog rotora oblikovan je djelovanjem velikog strujanja zraka uzrokovog od strane rotora. Tijekom lebdenja vrtlozi na vrhovima krakova nominalno prate helikoidnu traktoriju ispod rotora, koji je s obzirom na raspored krakova osnosimetričan što bitno pojednostavljuje vizualizaciju takvog toka, jer se poznavanjem traga jednog kraka i kuta između krakova u rotoru (azimutni kut) može dobiti kompletna 3-D slika cjelokupnog traga. Gdje god su lokalne brzine u tragu dovoljno velike da uzrokuju centrifugalne sile na čestice, one će se kretati spiralno u širinu. Čisto radijalno gibanje ostvariti će se tek kada se uspostavi ravnoteža između centrifugalnih sila i sila tlaka s vanjskim (mirujućim) zrakom. Neposredno iza kraka formira se tanki sloj strujanja zraka sastavljen od strujanja u graničnom sloju kraka, a koji istodobno sadrži pozitivne i negativne vrtloge. Ovaj tanki sloj obično se naziva vrtložna plahta. Smjer djelovanja sila u vrtložnoj plahti u ovisnosti je o gradijentu rezultatnog uzgona koji djeluje na površini kraka. Kako se formiraju vrtložne plahte protežu uzduž cijelog kraka, tako se uzduž traga zajedno protežu plahte i vrtlozi s vrhova krakova.

Slijedeća osnovna karakteristika traga je primjetno (radijalno) sužavanje volumena traga s većom udaljenošću od rotora (*slika 10*). U ovoj formi trag je prepoznatljiv i stalan u približno dva okretaja (revolucije) rotora, nakon čega se pojedine strujnice toka u tragu vidno teže razlikuju¹. Uzrok ovome je u međutjecaju čestica, koje kako trag napreduje u smjeru strujanja sve više prelaze u tranzitno, odnosno turbulentno strujanje.



Slika 10. Radijalno sužavanje volumena traga rotora u vertikalnom letu [2]

Inducirani vrtlog kroz rotor najveći je u blizini vrhova krakova, a najmanji u korijenu rotora. Velike brzine inducirane vrtlozima u vrhovima uzrokuju dodatne nepravilnosti u plati, osobito kako dolazi do utjecaja induciranih vrtloga vrhova susjednih krakova. Ako se uzmu u obzir samo vrtlozi na vrhovima krakova, onda se geometrija formiranih vrtloga u ovisnosti o geometriji kraka može izraziti prema [2]

$$\begin{aligned} \frac{x_{tip}}{R} &= x'_{tip} = \cos(\psi_b - \psi_w) + \mu\psi_w \\ \frac{y_{tip}}{R} &= y'_{tip} = \sin(\psi_b - \psi_w) \\ \frac{z_{tip}}{R} &= z'_{tip} = \lambda_i\psi_w = -\mu\psi_w \tan \chi_{TPP} \end{aligned} \quad (3.5)$$

gdje je λ_i koeficijent inducirane brzine prema

$$\lambda_i = \frac{v_t}{\Omega R} = \sqrt{\frac{C_T}{2}} \quad (3.6)$$

¹ Martin et al.(1999), University of Maryland [2]

A za vrijednost C_T uzimamo

$$C_T = \frac{T}{\rho A \Omega^2 R^2} \quad (3.7)$$

gdje je T ukupna težina letjelice. Kut Y_b označuje položaj izlaznog ruba kraka u rotoru, dok je Y_w lokalni (azimutni) kut u tragu u kojem tražimo točke na strujnicama helikoide. Oznaka μ koeficijent je vezan za horizontalan let, te se za slučaj ove analize uzima vrijednost $\mu=0$.

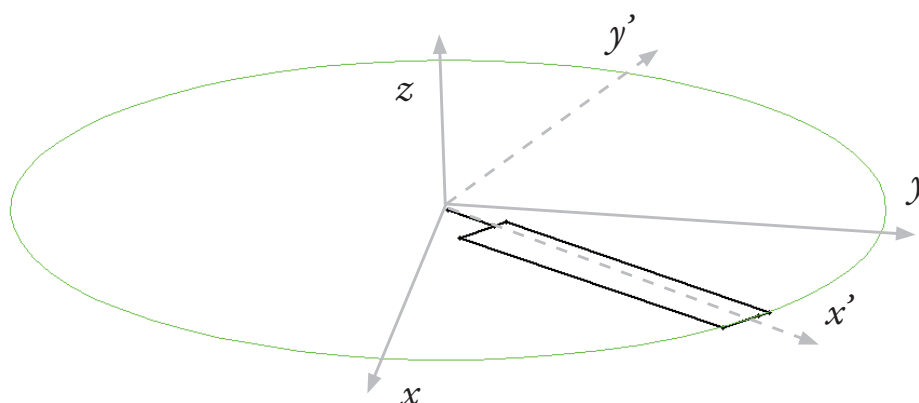
Ovdje je bitno primjetiti da se geometrija traga prema jednadžbama (3.5) odnosi na horizontalni let, odnosno bilo koji let s vertikalnom komponentom brzine $V_C = 0$, koja se kad je vertikalni let u pitanju odnosi samo na lebdenje. Zato se u slučaju $V_C \neq 0$ umjesto vrijednosti λ_i uvrštava λ prema (2.18).

4. Geometrijske značajke modela

4.1. ODABIR KOORDINATNOG SUSTAVA

Za definiranje geometrije diska i njegovog traga koristimo desni Kartezijev trodimenzionalni koordinatni sustav s ishodištem u osi simetrije rotora. Ravnina okomita na os simetrije ujedno je x - y ravnina u odabranom koordinatnom sustavu, što znači da je os z na osi simetrije, odnosno orijentacija joj je u smjeru podizanja kod vertikalnog leta. Uzdužna tetiva prvog kraka u rotoru nalazi se na osi x , a s obzirom da se radi o desnom koordinatnom sustavu, osi y pozicionirana je sukladno (slika 11).

Takav koordinatni sustav nazivamo koordinatnim sustavom rotora (R), a u slučaju vertikalnog leta taj sustav paralelan je koordinatnom sustavu letjelice (F), kao i nošenom koordinatnom sustavu (O), te nam isti iz navedenog razloga u ovoj analizi nisu potrebni. S obzirom da analiziramo rotor u samo određenom vremenskom trenutku, nije nam potreban niti lokalni koordinatni sustav (L). Međutim zbog složenosti geometrije diska poželjno je odabrati pomoćni koordinatni sustav koji nam pomažu opisati ponašanje kraka u rotaciji, a nazovimo ga koordinatnim sustavom kraka (K).



Slika 11. Koordinatni sustavi rotora i kraka

Za definiranje koordinatnog sustava kraka potrebno je samo zarotirati koordinatni sustav rotora, za što će nam poslužiti matrice transformacije. Rotacijom koordinatnog sustava rotora oko osi x mijenjamo postavni, odnosno napadni kut profila kraka. U praksi se performanse rotora određuju s dva kuta ovakve rotacije. Prvi je postavni kut ϑ_0 i određuje ga pilot upravljačkom palicom, odnosno radi se o kutu promjenjivom po vremenu. Samim time za potrebe ove analize taj kut je konstantan i definiramo ga simbolom ϑ_0 . Drugi kut je kut uvijanja kraka koji je nužan kako bi se pri rotaciji održao konstantan napadni kut profila kraka. Taj je kut promjenjiv po udaljenosti od osi rotacije, a definiramo ga kao ukupni kut uvijanja ϑ_{tw} gledajući od ishodišta do vrha kraka.

$$\vartheta_{tw}(\vec{r}) = \vartheta_{tw} \cdot \frac{r}{R^2} \quad (4.1)$$

Matrica transformacije oko osi x svih točaka na kraku iznosi

$$L_x(\vartheta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ 0 & \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ y_1 &= (y \cdot \cos(\vartheta)) + (z \cdot -\sin(\vartheta)) \\ z_1 &= (y \cdot \sin(\vartheta)) + (z \cdot \cos(\vartheta)) \end{aligned}$$

Na taj će način vrh kraka biti zarotiran za kut ϑ_0 , a korijen za kut $\vartheta = \vartheta_0 + \vartheta_{tw}$. Rotacijom oko osi y određuje se kut konusa β . Taj kut jednak je u svim ravninama koje prolaze kroz os simetrije i vrijedi za sve točke kraka. Matrica transformacije oko osi y iznosi

$$L_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} x_2 &= (x \cdot \cos(\beta)) + (z \cdot \sin(\beta)) \\ y_2 &= y \\ z_2 &= (x \cdot -\sin(\beta)) + (z \cdot \cos(\beta)) \end{aligned}$$

Ovim matricama možemo definirati početni krak u rotoru, kao i njegovu helikoidu. Kako bi smo odredili geometriju cijelog rotora i traga, potrebno je preslikati postojeću geometriju oko osi z . Kut ψ koji određuje za koliko ćemo zarotirati koordinatni sustav određuje se ovisno o broju krakova

$$\psi = \frac{2\pi}{N} \quad (4.4)$$

Svaki krak preslikava se upravo za kut ψ u odnosu na prethodni krak, a matrica transformacije svih točaka kraka u tom slučaju iznosi

$$L_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} x_3 &= (x \cdot \cos(\psi)) + (y \cdot -\sin(\psi)) \\ y_3 &= (x \cdot \sin(\psi)) + (y \cdot \cos(\psi)) \\ z_3 &= z \end{aligned}$$

Matrica transformacije u koordinatni sustav kraka iz koordinatnog sustava rotora prema tome ispada

$$L_{RK} = L_z(\psi) \cdot L_y(\beta) \cdot L_x(\vartheta) \quad (4.6)$$

Novе koordinate točaka u kraku su:

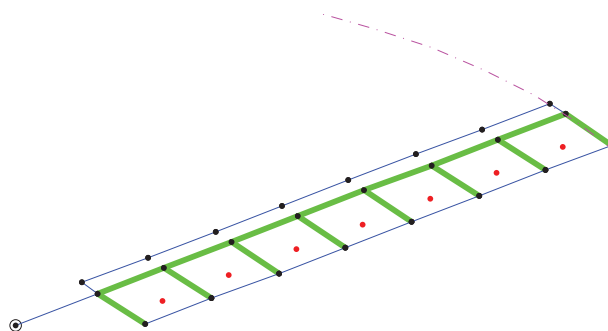
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = L_{RK} \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

4.2. DISKRETIZACIJA ROTORA I TRAGA

Za prikaz geometrije i primjenu metode noseće linije helikopterski rotor definiramo u prostoru preko skupa točaka, podjeljenog u proizvoljan broj podskupova od 7 točaka. Svaki od tih podskupova opisuje jedan segment rotora, u kojem su sve točke raspoređene tako da prate geometriju kraka.

Planarni krak

Rotor se vizualno najlakše može prikazati ako se krak definira kao ravnu površinu, kada se primjerice točka D jednog segmenta preklapa s točkom E susjednog segmenta. Skup dužina \overline{FG} svih segmenata u tom slučaju predstavlja napadni rub kraka, dok skup dužina \overline{DE} predstavlja njegov izlazni rub.

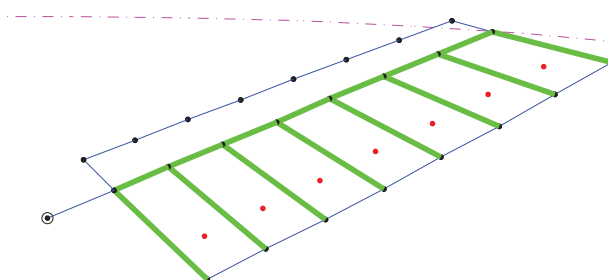


Slika 12. Planarni diskretizirani krak

Ishodište koordinatnog sustava ujedno predstavlja i os rotacije rotora, tako da se pozicioniranje pojedinog segmenta jednostavno odredi x -koordinatom. Osnovne informacije o geometriji kraka dobivamo određivanjem minimalnog, odnosno maksimalnog polumjera kružnice koju krak opisuje rotacijom oko z -osi, te odabiranjem ukupnog broja segmenata. Širina kraka u tom slučaju određuje se y -koordinatom, i to na način da napadni rub kraka poprima pozitivne vrijednosti, a izlazni negativne, naravno zbog odabranog koordinatnog sustava i smjera rotacije kraka.

Uvijanje kraka

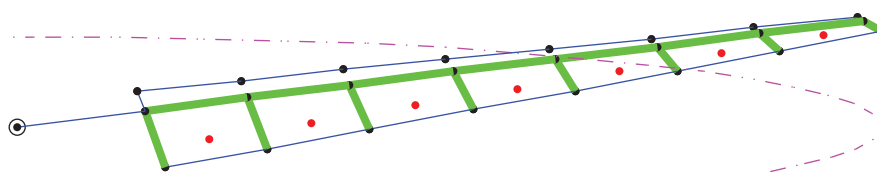
Ovisno o promjeni vektora brzine kojom zrak nastrujava na pojedini presjek kraka, potrebno je mjenjati i njegov lokalni napadni kut, odnosno potrebno je odrediti kut uvijanja kraka. Takav uvijeni krak prikazuje se, ovisno o širini i broju segmenata, promjenom nagiba svakog pojedinog segmenta. Sam segment i međusobni odnosi točaka u njemu ostaju nepromjenjeni, a veze između susjednih segmenata ostaju prisutne u jednoj točki, koja se ujedno nalazi na osi rotacije segmenta. Lokalni kut uvijanja veći je što god je polumjer kružnice koju opisuje točka središta širine segmenta manji, odnosno proporcionalan je omjeru lokalnog i maksimalnog polumjera. Na taj se način svaki segment zarotira za prosječni kut uvijanja kroz svoju širinu.



Slika 13. Uvijeni diskretizirani krak

Kut mahanja

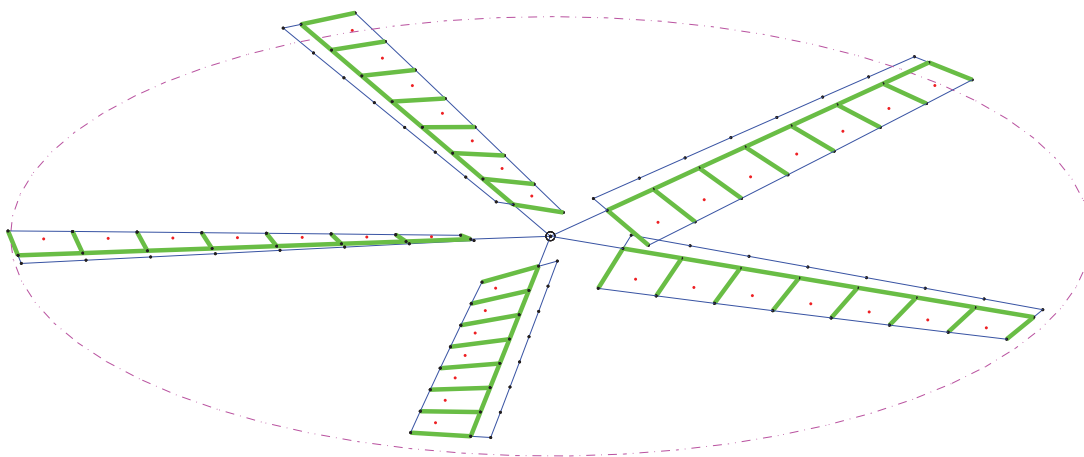
Kut mahanja predstavlja kut kojim se krak u zarotira oko ishodišta, odnosno zarotiramo lokalni koordinatni sustav kraka za kut β oko osi y . S obzirom da se krak rotira u cjelosti, relativni raspored segmenata u tom slučaju ostaje nepromjenjen.



Slika 14. Uvijeni diskretizirani krak pod kutem konusa

Preslikavanje krakova

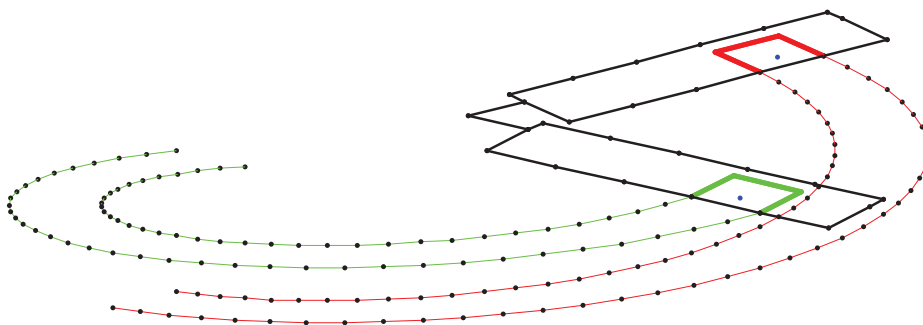
Posljedni korak definiranja diska je preslikavanje odabranog kraka u njihov konačan broj. Svaki rotor sastoji se od minimalno dva kraka, a iako za analizu maksimalan broj krakova nije ograničen, takvi rezultati nemaju praktičnu primjenu. Osnovi preduvjet za raspored krakova je jednakost kuteva u disku između njih. Ukoliko je poznat broj krakova, zapisujemo kut ψ . I on u biti predstavlja rotaciju preslikanog kraka oko z osi. Za pozicioniranje početnog kraka uzima se kut $\psi=0$, dok se svaki preslikani krak zarotira za faktor umnoška kuta ψ i rednog broja preslikavanja. Posljedni preslikani krak u disku trebao bi biti zarotiran za točno kut ψ manje od 360° .



Slika 15. Diskretizirani rotor

Trag rotora

Vrtložne niti svojim utjecajem mijenjaju oblik tih strujnica u vrtložnoj plahti, formirajući sve složeniju vrtložnu površinu sa sve većom udaljenošću od izlaznog ruba kraka. Što su te promjene veće one su i sve dalje od kraka pa je utjecaj tih promjena oblika vrtložne plahte bio neznatan na aerodinamičke značajke kraka. Zbog tog razloga prihvatljivo je pojednostavniti ovu analizu zanemarivanjem takve dodatne deformacije vrtložne plahte, te pretpostaviti da strujnice u vrtlogu zapravo opisuju putanje gibanja točaka izlaznog ruba kraka u vertikalnom letu. Točke koje se ovdje promatraju predstavljaju granice segmenata na izlaznom rubu kraka (točke D i E), a tražene strujnice prostorne su krivulje koje se preklapaju s prijašnjim putem promatranih točki.

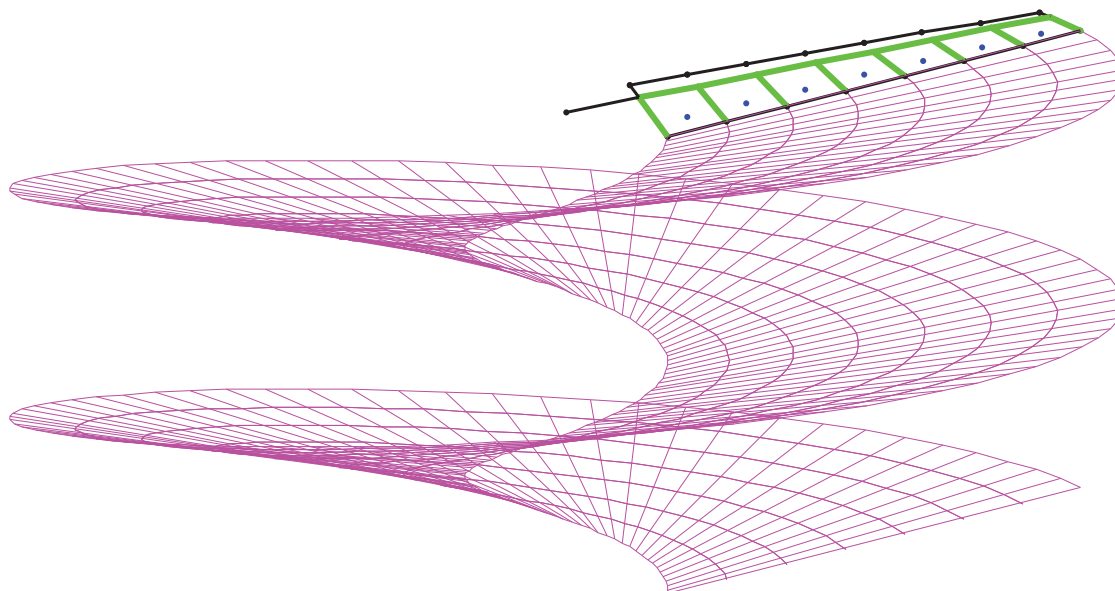


Slika 16. Vrtložne niti slobodnih vrtloga u tragu diskretizirane su kao skup točaka koje predstavljaju položaj u prošlosti točkaka D i E odgovarajućeg π -vrtloga, pri istodobnoj translaciji (po osi z) i rotaciji (oko osi z) diska, uz kutni korak $\psi=5^\circ$.

U disku točke izlaznog ruba biti će uvijek na jednakoj udaljenosti od uzdužne tetive kraka, pa se na osnovu toga može odrediti lokalni kut položaja kraka

$$\tan \psi_i = \frac{\frac{3}{4}c \cdot \cos \vartheta_i}{r_i \cdot \cos \beta} \quad (4.8)$$

Gdje je ϑ_i lokalni kut uvijanja, a r_i lokalni radijus. Uočljivo je kako će se većom udaljenošću segmenta od ishodišta lokalni polumjer točke izlaznog ruba povećavati, a lokalni kut smanjivati.



Slika 17. Vrtložna plahta koju opisuje krak pri istodobnoj translaciji i rotaciji u korijenu. Čvorovi u mreži predstavljaju točke u kojima mjerimo inducirane brzine

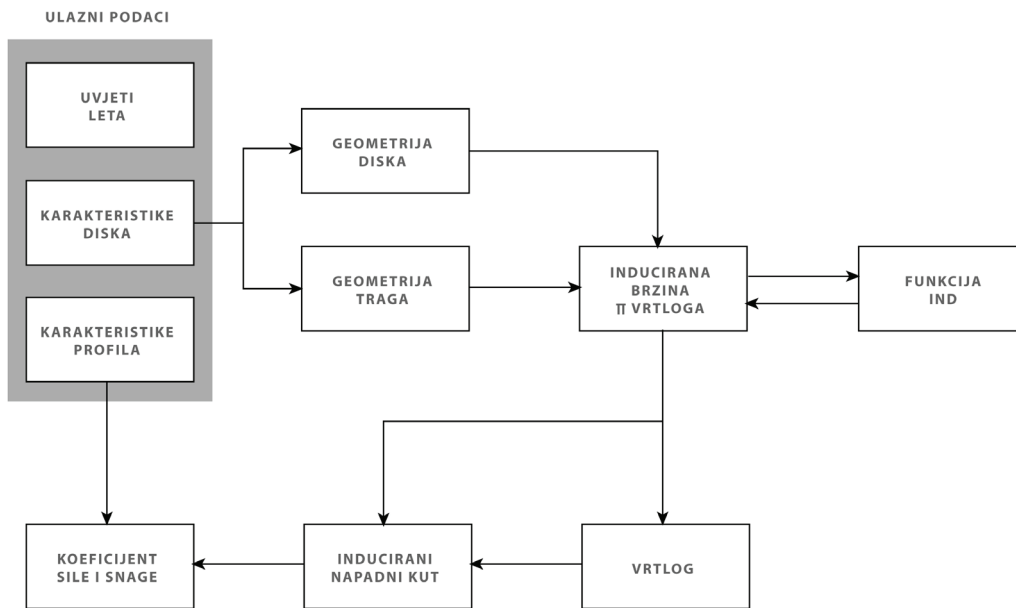
4.3. RASPODJELA INTEZITETA VRTLOGA

Nakon što smo definirali geometriju diska i traga, odnosno sve relevantne točke svih vezanih i slobodnih vrtloga, možemo pristupiti traženju ukupnog inteziteta vrtloga prema [2.5]. Na temelju *Biot – Savatrovog* zakona poznato je da je inducirana brzina u točki C od srednjeg dijela Π vrtloga

$$\vec{V}_{AB} = \frac{\Gamma}{4\pi r_1 r_2 (r_1 r_2 + \vec{r}_1 * \vec{r}_2)} \vec{r}_1 \times \vec{r}_2 \quad (4.9)$$

na osnovu koje je napravljena MATLAB funkcija **ind.m** [11] koja računa induciranu brzinu u točki C od segmenta AB. Ulazni parametri su koordinate točaka A, B i C. Po istom obrascu možemo izračunati induciranu brzinu od djelova AD i BE krakova Π vrtloga koji se nalaze na kraku. Inducirane brzine u točki C od vrtložnih niti koje su sastavni djelovi traga računamo za sve djelove susjednih točaka u tragu.

Pozivajući se još jednom na funkciju **ind.m** zanemarujemo zakrivljenost funkcije vrtložne niti između točaka, i uzimamo da je vrtložna nit zapravo skup pravocrtnih niti čiji prostorni raspored određuju položaji točaka u tragu.



Slika 18. Proračun diskretiziranog modela metodom noseće linije

Konačno ukupna inducirana brzina u kontrolnoj točki C_j od Π_j -vrtloga

$$\Delta \vec{V}_{ji} = [\vec{K}(A, B, C) + \vec{K}(A, D, C) + \vec{K}(D, \dots, C) - \vec{K}(B, E, C) - \vec{K}(E, \dots, C)] * \Gamma \quad (4.10)$$

\vec{B}_{ji} je vektor koji se odnosi na zadane koordinate kontrolne točke C_j i zadani segment "i". S obzirom da promatramo samo slučaj kad je brzina leta u pravcu osi simetrije rotora, na svim krakovima vrijedit će isti sustav vrtloga kao prvom kraku, ali će koeficijenti \vec{B}_{ji} biti različiti. Koordinate kontrolne točke su iste, a koordinate svih ostalih točaka u kraku i tragu okreću se za kut Ψ . Tako konačno dobivamo induciranu brzinu u kontrolnoj točki C_j od ukupno m Π vrtloga. Π vrtlozi imaju intezitet Γ_i koji su na svim krakovima simetrično raspoređeni, i konačno kad zbrojimo u kontrolnoj točki C_j inducirane brzine od svih vrtloga dobivamo ukupnu induciranu brzinu u kontrolnoj točki

$$\Delta \vec{V}_{ji} = \sum_{i=1}^m \vec{K}_{ji} \cdot \Gamma_i \quad (4.11)$$

U kontrolnoj točki C_j brzina optjecanja bit će zbroj brzine iz beskonačnosti i inducirane brzine $\vec{V}_R + \vec{V}_{ind}$, a komponenta te brzine koja je okomita na ravan segmenta kontrolne točke mora ispunjavati rubni uvjet

$$(\vec{V}_R + \vec{V}_{ind}) \cdot \vec{n}_j = 0 \quad (4.12)$$

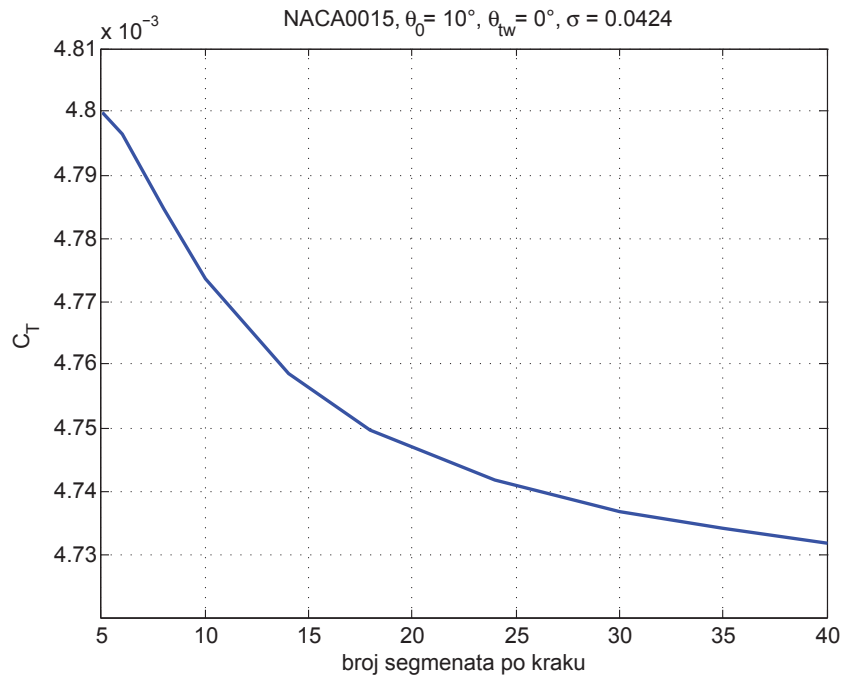
Komponente orta normale i rezultirajuće brzine uzimamo za [2.12 i 2.13], pa uvodimo matrice

$$\begin{aligned} A_{ji} &= \vec{n}_j \cdot \vec{K}_{ji} \\ E_j &= -\Omega r \sin \beta_j + V \cos \beta_j \end{aligned} \quad (4.13)$$

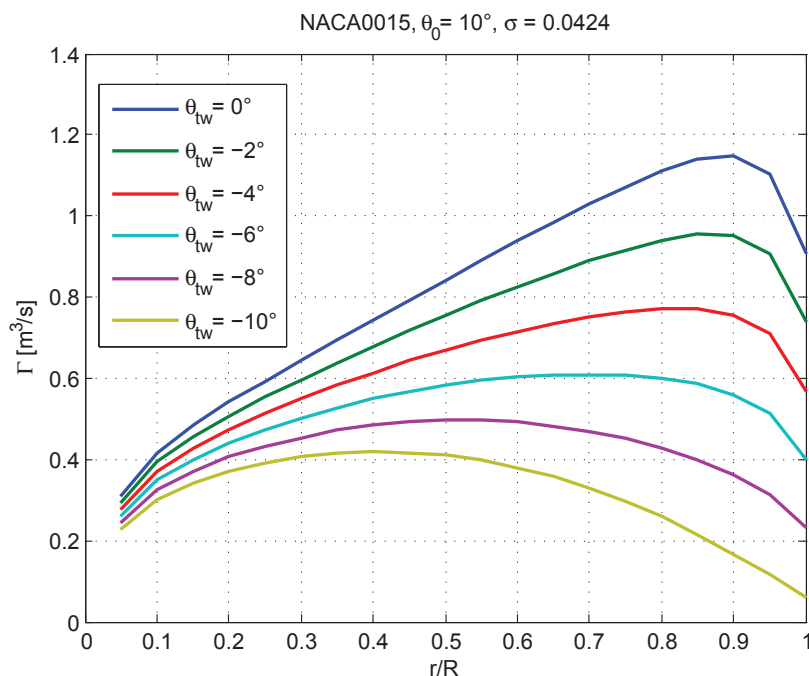
Tako dobivamo jednadžbe

$$\sum_{k=1}^m A_{jk} \Gamma_k = E_j \quad (4.14)$$

S obzirom da imamo m kontrolnih točaka (na svakom segmentu po jednu) imat ćemo i m ovakvih jednadžbi sa m nepoznatih vrtloga $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_m$.

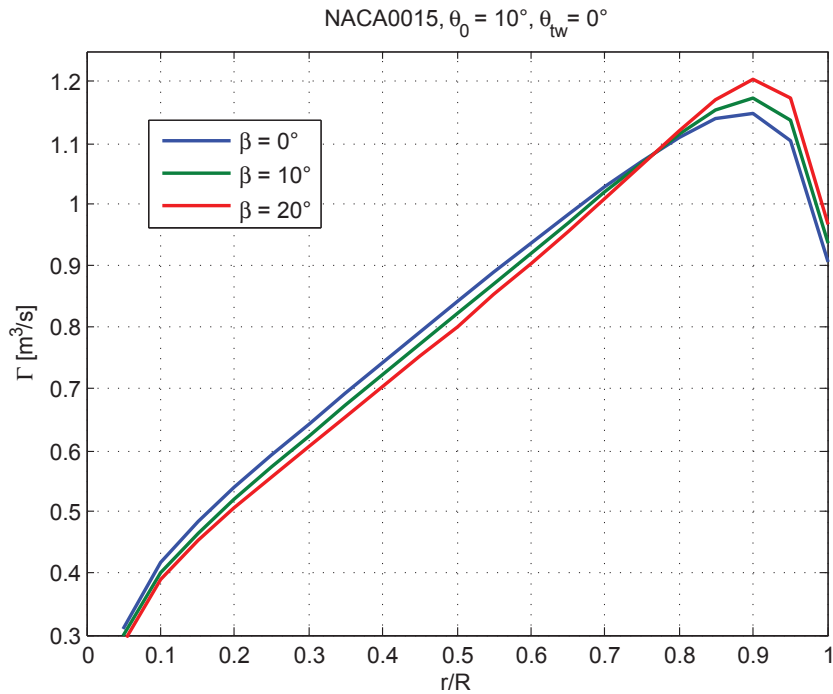


Slika 19. Promjena koeficijenta pogonske sile ovisno o diskretizaciji rotora

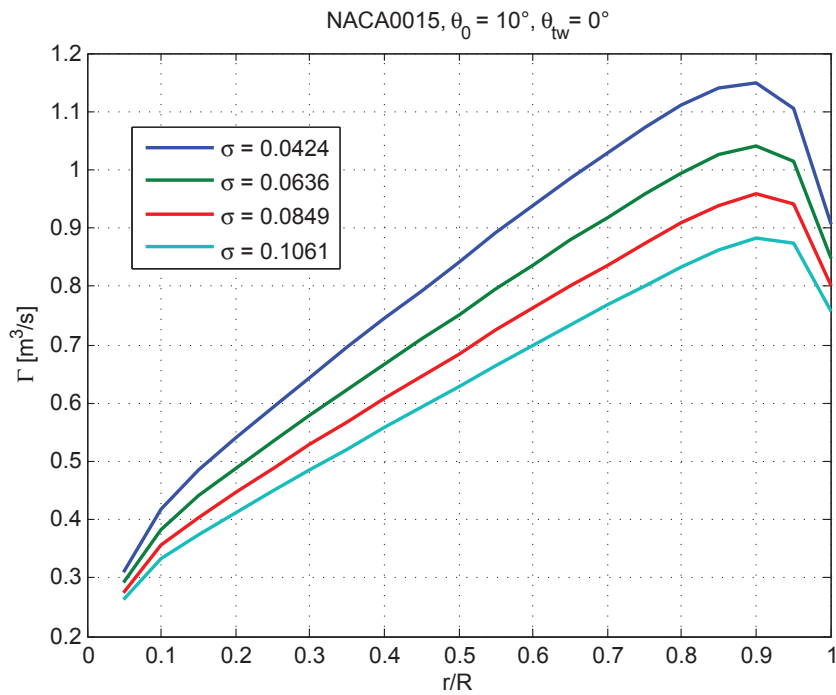


Slika 20. Promjena inteziteta vrtloga po rasponu različito uvijenih krakova

Zanimljivo je sada usporediti raspodjelu inteziteta vrtloga na kraku za različite konfiguracije rotora. Planarni krak zbog raspodjele brzine opstrujavanja pri rotaciji generirati će sve veće vrtloge kako idemo prema vrhu kraka, uz nagli pad inteziteta pri samom vrhu zbog utjecaja gubitaka. Uvijanjem kraka reguliramo napadni kut u presjeku uzduž kraka, a samim time i intezitet vrtloga. Rezultat je ukupno smanjenje inteziteta s tendencijom pomicanja maksimuma funkcije $\Gamma(x)$ prema korijenu kraka (slika 20). Mahanje kraka samo po sebi rezultira gubitkom uzgona u određenom iznosu, jer je efektivna (vertikalna) komponenta sile uzgona manja što god je kut konusa veći (slika 21). Broj krakova izražen koeficijentom ispunjenosti diska σ također utječe na iznos inteziteta po kraku. Međuutjecaj krakova ovdje postaje sve izraženiji, ali ukupni iznos sile uzgona na rotoru je veći. Veći broj krakova također predstavlja i određeno rasterećenje pojedinog kraka (slika 22).



Slika 21. Promjena inteziteta vrtloga po rasponu kraka ovisno o kutu konusa

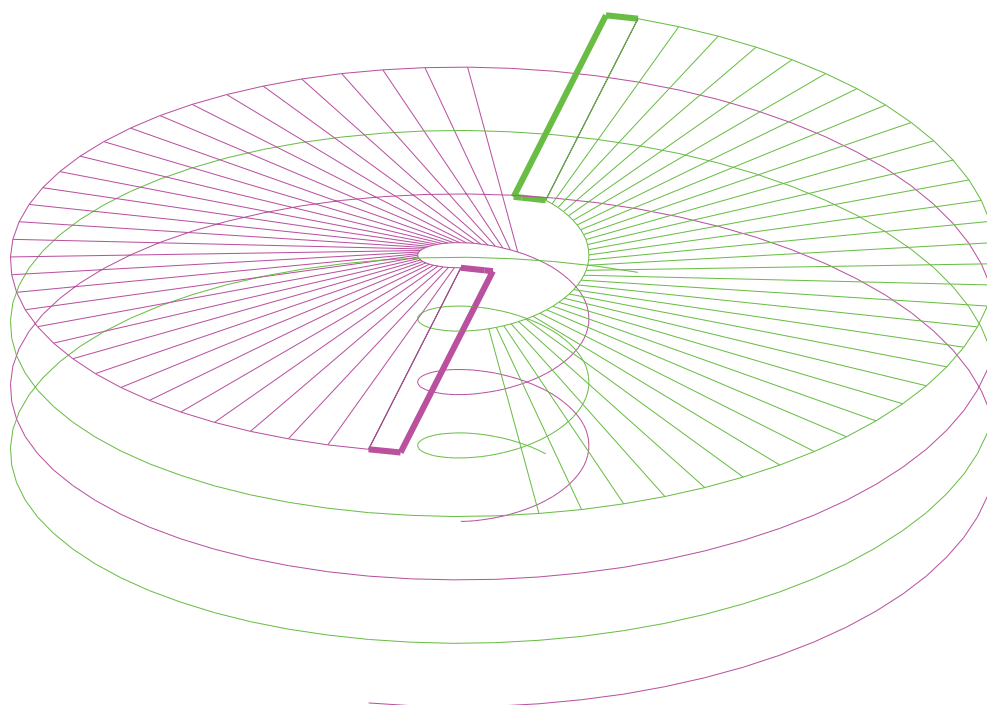


Slika 22. Promjena inteziteta vrtloga po rasponu kraka različitih koeficijenata ispunjenosti diska

5. Rezultati analize

5.1. USPOREDBA REZULTATA PREMA OČITANOM C_T

Primjer rotora koji se koristio za usporedbu valjanosti metode i proračuna modela [3] prikazan je na *slici 23*, geometrijske karakteristike rotora nalaze se u *tablici 1*. Svi rezultati uzimaju u obzir izolirani rotor, bez utjecaja tijela letjelice i repnog rotora.



Slika 23. Primjer rotora i traga prema eksperimentalnom modelu s koeficijentom ispunjenosti $\sigma=0.0424$

N	broj krakova glavnog rotora	2÷5	-
R	radijus glavnog rotora	0.726	m
r_0	korijenski odrez kraka	0.127	m
c	tetiva kraka glavnog rotora	0.0508	m
A	površina diska	1.823	m ²
σ	koeficijent ispunjenosti	0.0424÷0.1061	-
Ω	brzina vrtnje	100	rad/s
θ_1	kut linearnog uvijanja kraka	0	°

Tablica 1. Geometrijske karakteristike primjera rotora.

Kao aeroprofil odabranog rotora koristi se NACA0015 za koji koristi izraz za linearni lokalni koeficijent uzgona

$$c_l = c_{l\alpha} \cdot \alpha \quad (5.1)$$

dok se promjena lokalnog koeficijenta otpora računa prema izrazu

$$c_d = c_{d0} + d_1\alpha + d_2\alpha^2 \quad (5.2)$$

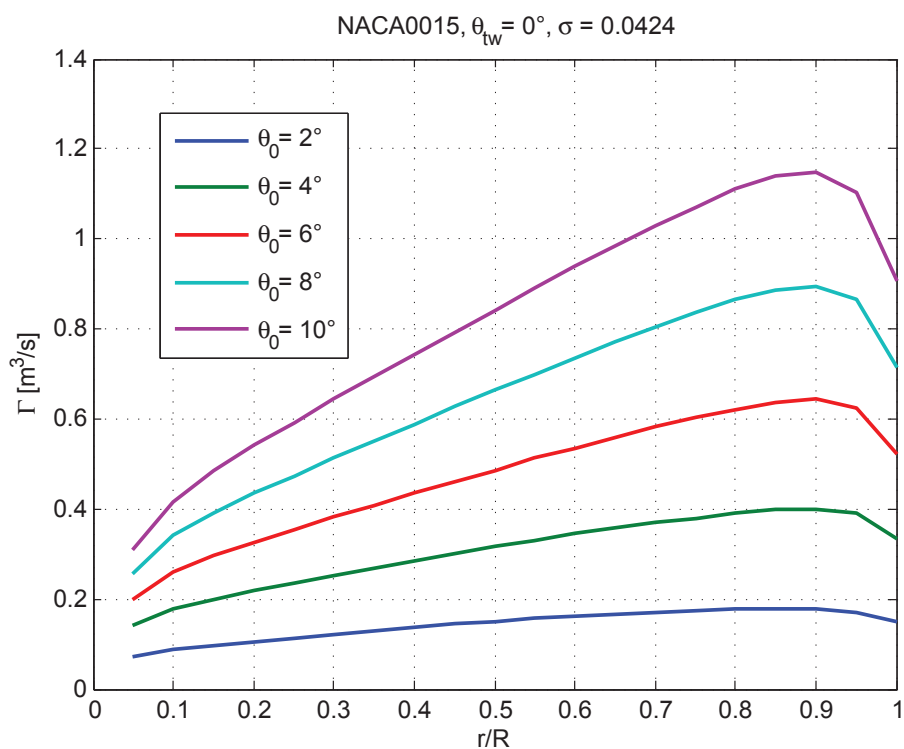
Koeficijenti linearne promjene uzgona i otpora po napadnom kutu prema tome iznose

$$\begin{aligned} c_{l\alpha} &= 5.75 \\ c_{d0} &= 0.011 \\ d_1 &= 0.02 \\ d_2 &= 0.4 \end{aligned} \quad (5.3)$$

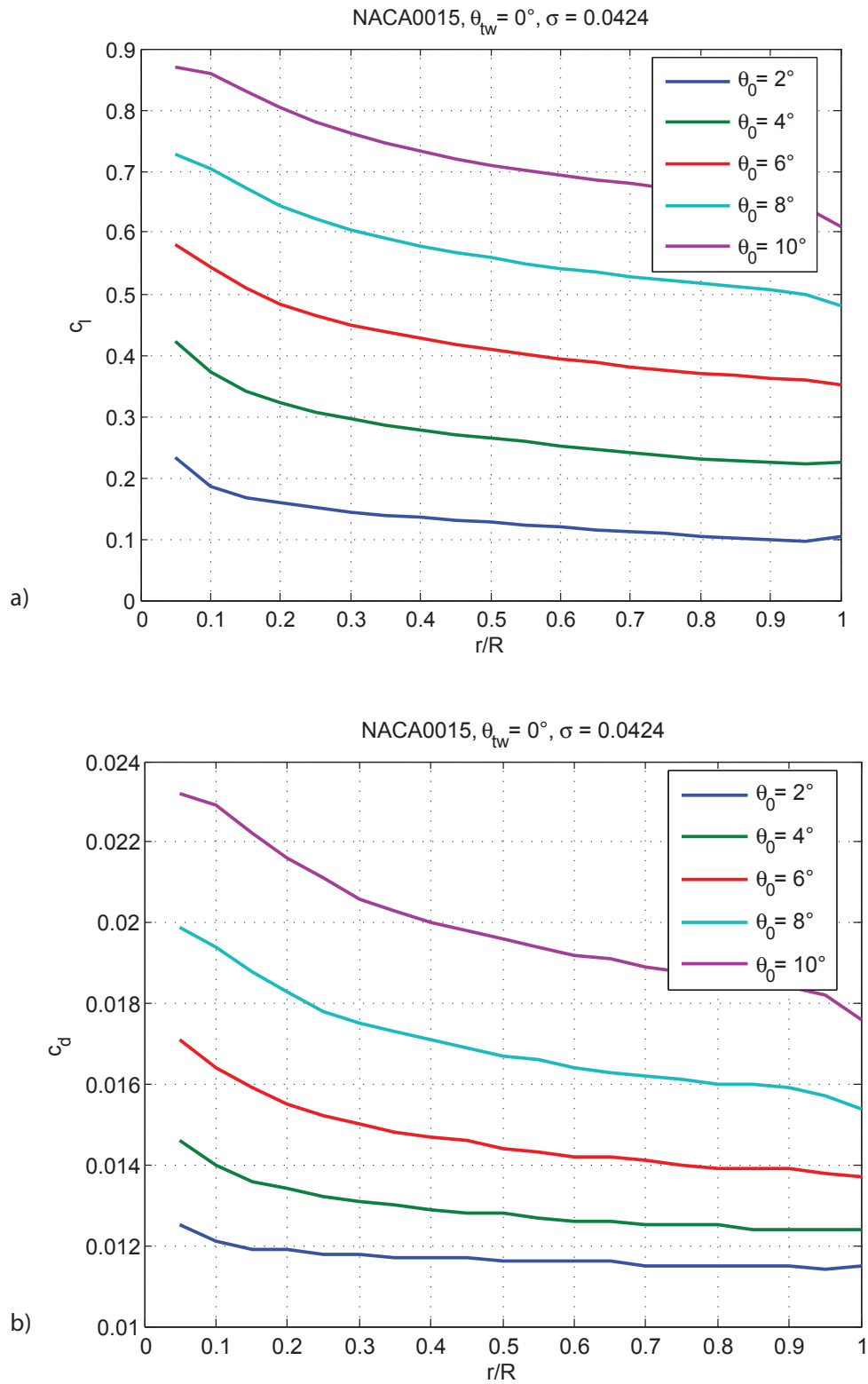
Provedena je usporedba za slučaj rotora u lebdenju s pojedinačnim koeficijentom ispunjenosti, a različitim postavnim napadnim kutom kraka. Kao što je pokazano na primjeru uvijanja kraka, i podešavanje postavnog kuta ima utjecaj na intezitet vrtloga na kraku, a sukladno time i na koeficijente uzgona C_l , odnosno otpora C_d . Prikaz raspodjele lokalnih koeficijenata c_l i c_d (Slika 25) nije u potpunosti vjerodostojan zbog pretpostavke kontinuirane raspodjele inducirane brzine prema teoriji diska:

$$\lambda_i = \sqrt{\frac{C_T}{2}} \quad (5.4)$$

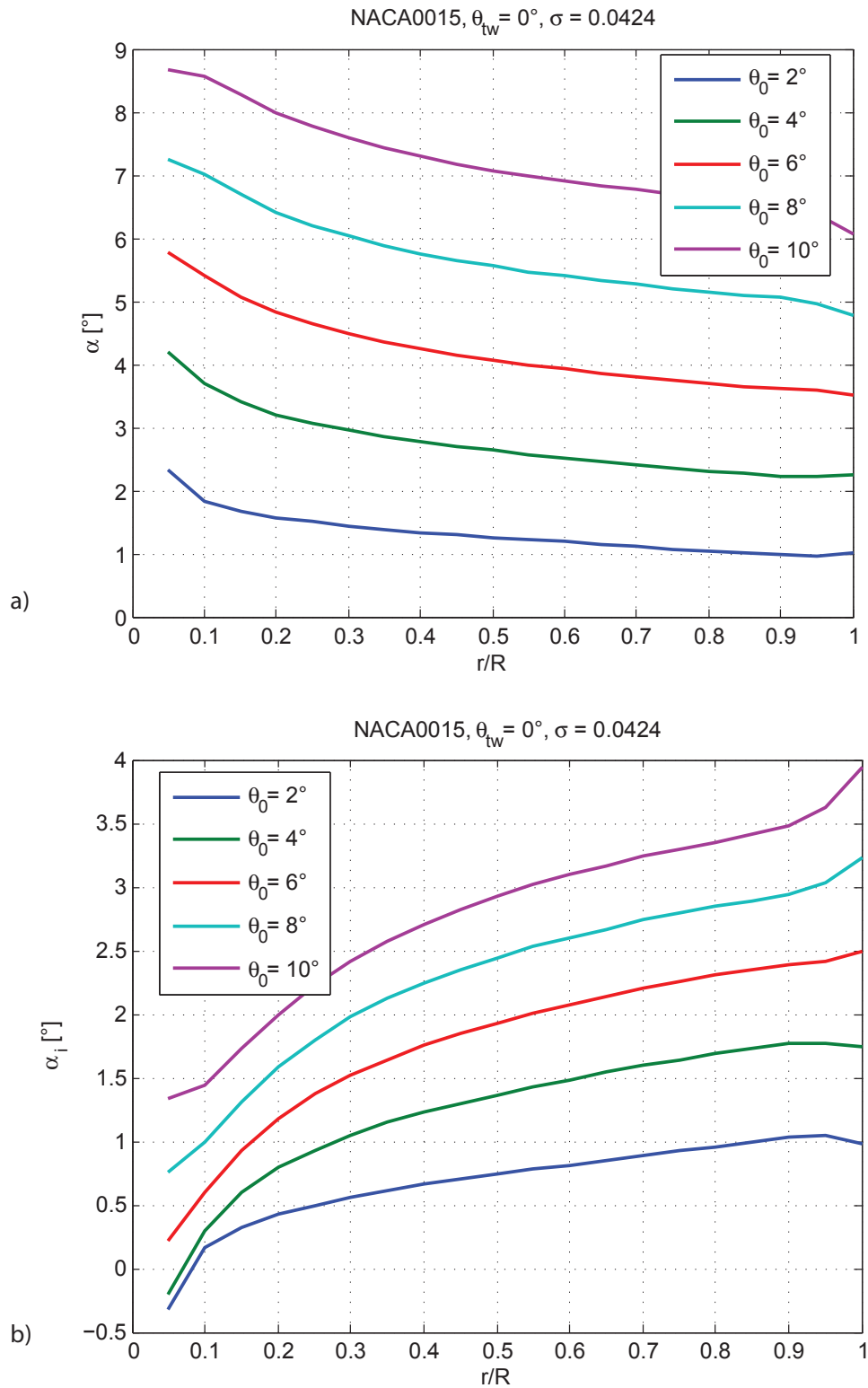
gdje je pretpostavljeni C_T očitao prema rezultatima dobivenih kombiniranom teorijom elementarnog kraka i teorije diska (BEMT) [4]. Iz istog razloga raspodjela napadnog kuta α koja također uzima u obzir induciranu brzinu nije realna, dok funkcija inducirano napadnog kuta α_i prati očekivanu putanju.



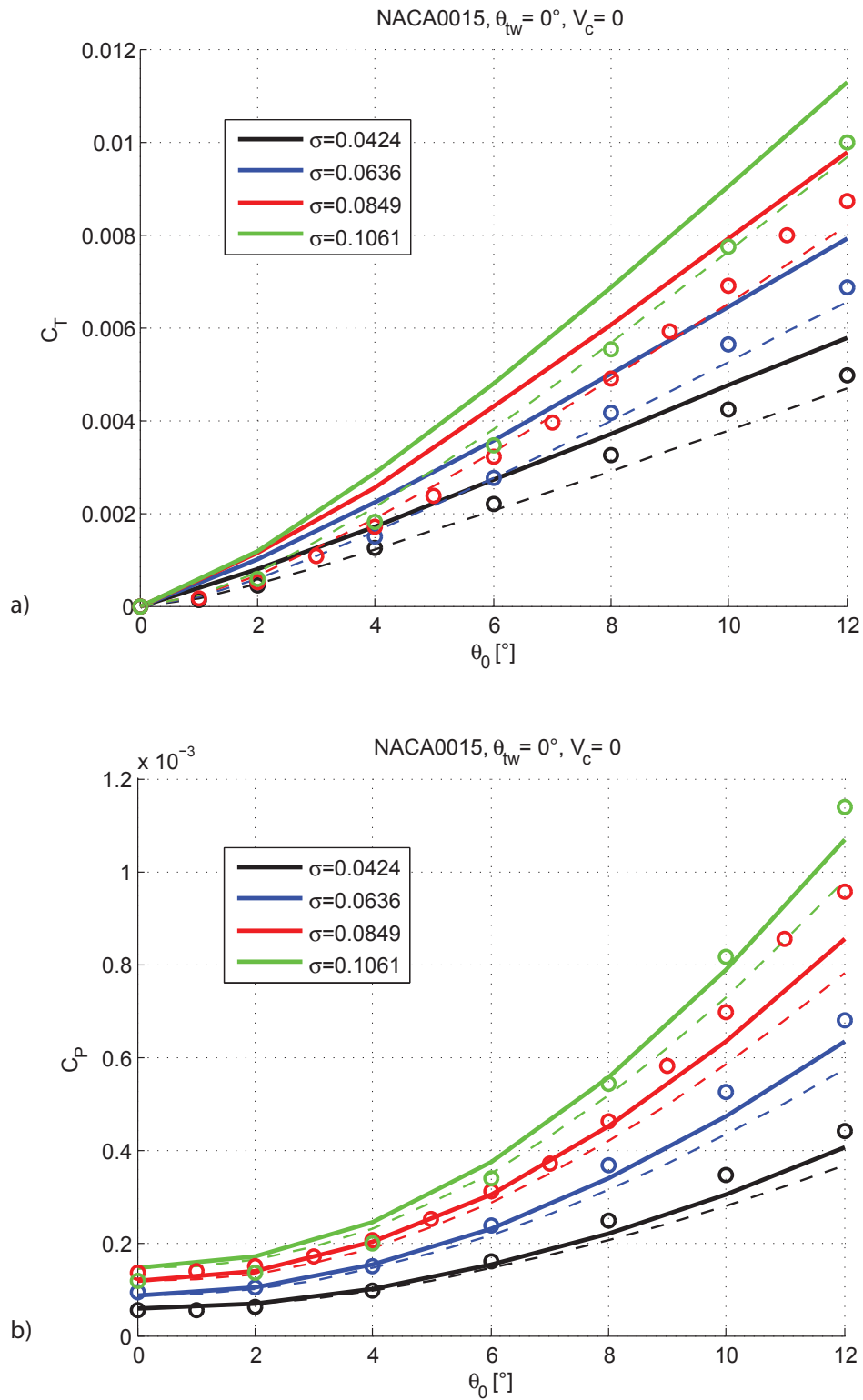
Slika 24. Promjena inteziteta vrtloga po rasponu kraka modela rotora



Slika 25. Promjena lokalnih koeficijenata: (a) uzgona i (b) otpora po rasponu kraka modela rotora

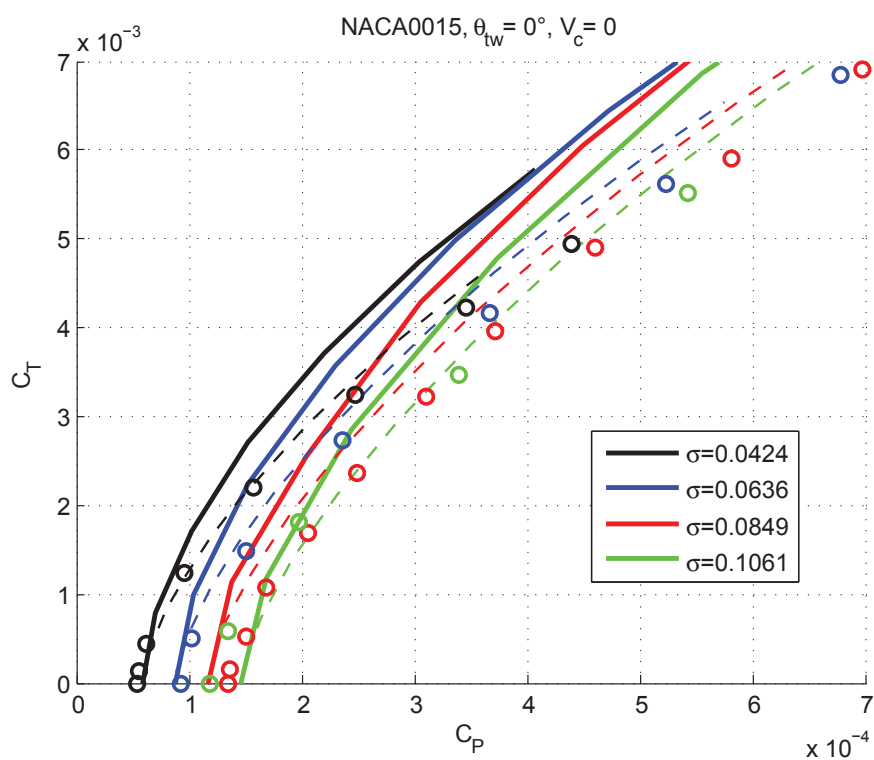


Slika 26. Promjena napadnog kuta: (a) ukupnog i (b) induciranog po rasponu kraka modela rotora



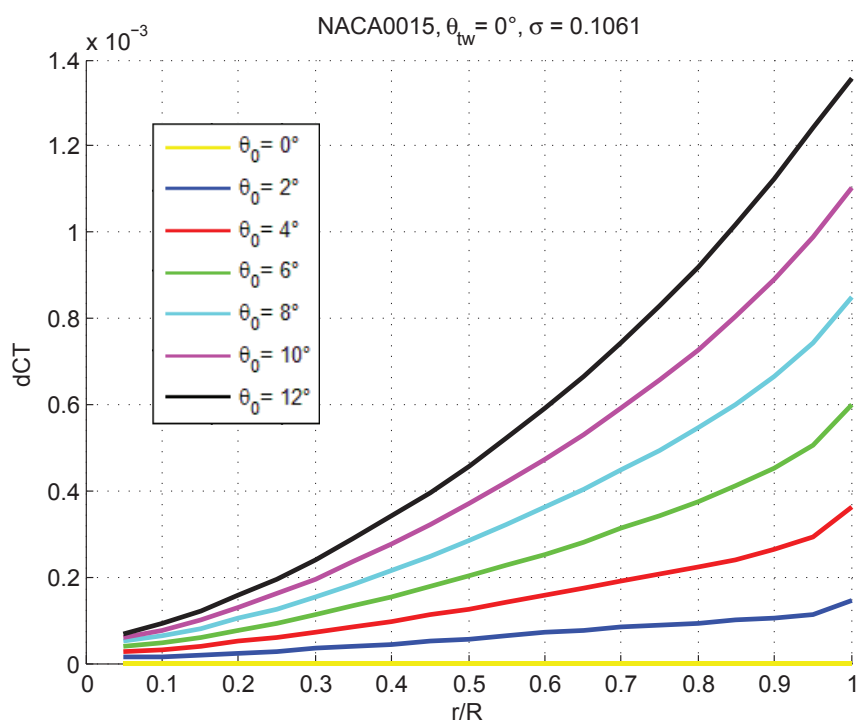
Slika 27. Promjena ukupnog koeficijenta: (a) sile i (b) snage rotora s postavnim kutom. Puna linija odnosi se na LLT, isprekidana na eksperiment [3], a kružići na BEMT [4]

Analiza rezultata aerodinamičkih koeficijenata sile i snage dobivenih pomoću modificirane metode noseće linije provedena je u usporedbi s rezultatima kombinirane teorije [4], te rezultatima eksperimenta [3]. Prikazana je promjena potisne sile rotora i ukupne snage s postavnim napadnim kutom za rotore različitog koeficijenta ispunjenosti σ . Vidljivo je da proračun potisne sile rotora približno prati rezultate eksperimenta (Slika 27.a), a razlika raste pri većim napadnim kutovima. S druge strane, rezultati promjene ukupne snage rotora s postavnim kutom (Slika 27.b) pokazuju bitno manje odstupanje od eksperimenta, za razliku od kombinirane teorije. Za rotore s većim koeficijentom ispunjenosti razlika rezultata je veća nego pri usporedbi rotora s manjim koeficijentom ispunjenosti, odnosno s manjim brojem krakova.



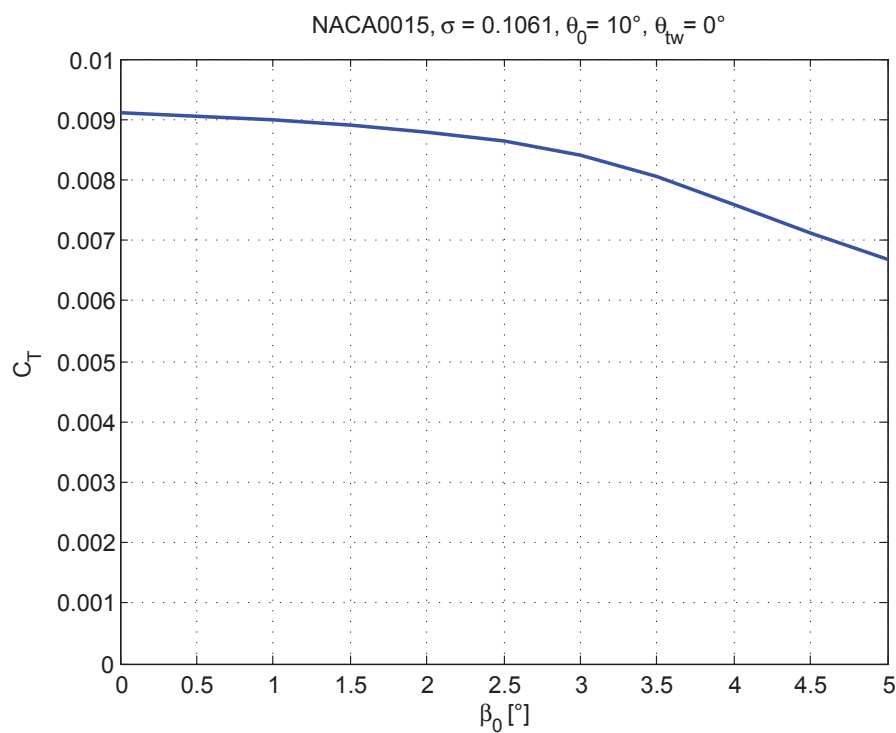
Slika 28. Promjena ukupnog koeficijenta sile i snage rotora s postavnim kutom. Puna linija odnosi se na LLT, isprekidana na eksperiment [3], a kružići na BEMT [4]

Jedan od razloga ovih razlika svakako je utjecaj vrhova krakova, odnosno njegov nedostatak, s obzirom da metoda noseće linije ne obuhvaća u cijelosti 3D efekte na vrhu kraka. Potvrda ove pretpostavke može se utvrditi ako se nacrti promjena dC_T po relativnom radijusu (slika 29). S uključivanjem utjecaja vrhova i koeficijent sile bio bi manji, a samim time i bliži eksperimentalnim rezultatima.



Slika 29. Raspodjela koeficijenta potisne sile po rasponu kraka za različite postavne kutove

Drugi razlog mogao bi biti i nedostatak točne pretpostavke iznosa kuta konusa. Dobiveni rezultati odnose se na proračun u kojem se zanemaruje zglob mahanja, a poznato je da bi kut konusa smanjio dobivene koeficijente (slika 30).



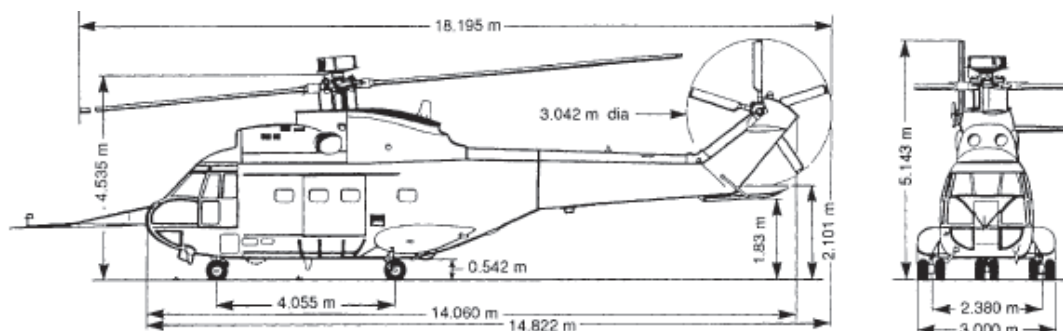
Slika 30. Utjecaj kuta konusa na iznos ukupnog koeficijenta sile

5.2. PRIMJENA METODE NA PRIMJERU HELIKOPTERA ZA LEBDENJE

Za primjer helikoptera uzet je *Aerospatiale SA 330A Puma* [12]. Radi se o četverokraknom transportnom helikopteru pogonjenim sa dva mlazna motora.

Za aeroprofil odabran je NACA0012 kod kojeg se za $Ma = 0.3$ mogu uzeti vrijednosti

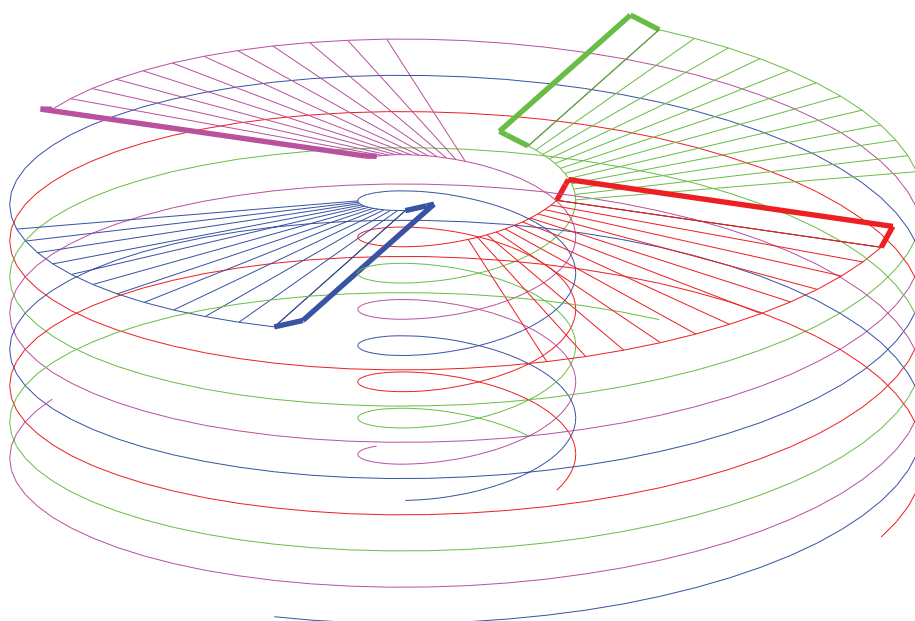
$$\begin{aligned}
 c_{l\alpha} &= 5.7621 \\
 c_{d0} &= 0.0088 \\
 d_1 &= 0 \\
 d_2 &= 0.0001
 \end{aligned}
 \tag{5.5}$$



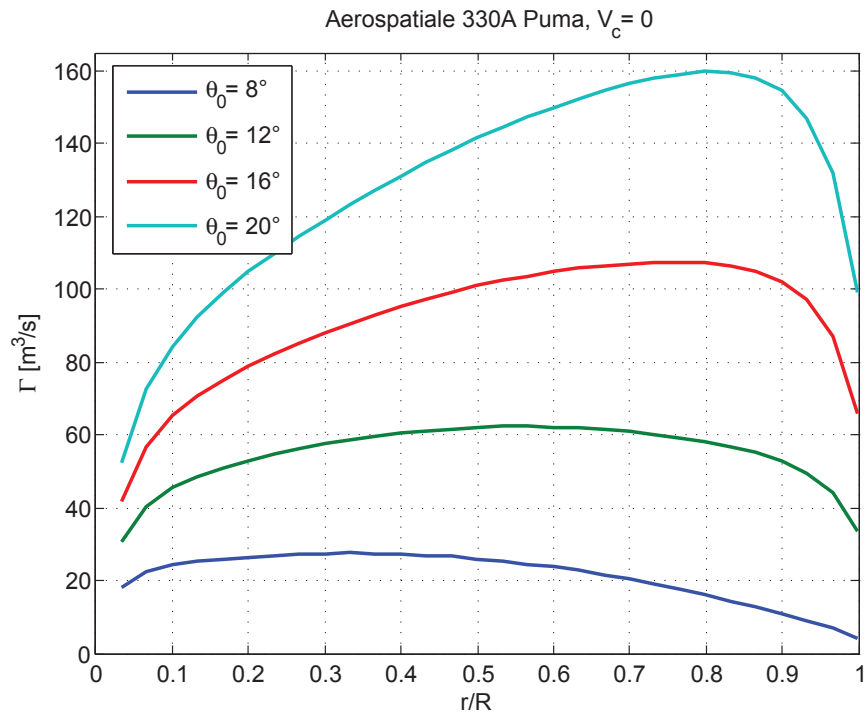
Slika 31. Aerospatiale 330A Puma

m	masa helikoptera	5805	kg
N	broj krakova glavnog rotora	4	-
R	radijus glavnog rotora	7.5	m
r0	korjenski odrez kraka	1.75	m
c	tetiva kraka glavnog rotora	0.54	m
A	površina diska	176.7	m ²
σ	koeficijent ispunjenosti	0.0917	-
Ω	brzina vrtnje	113.2	rad/s

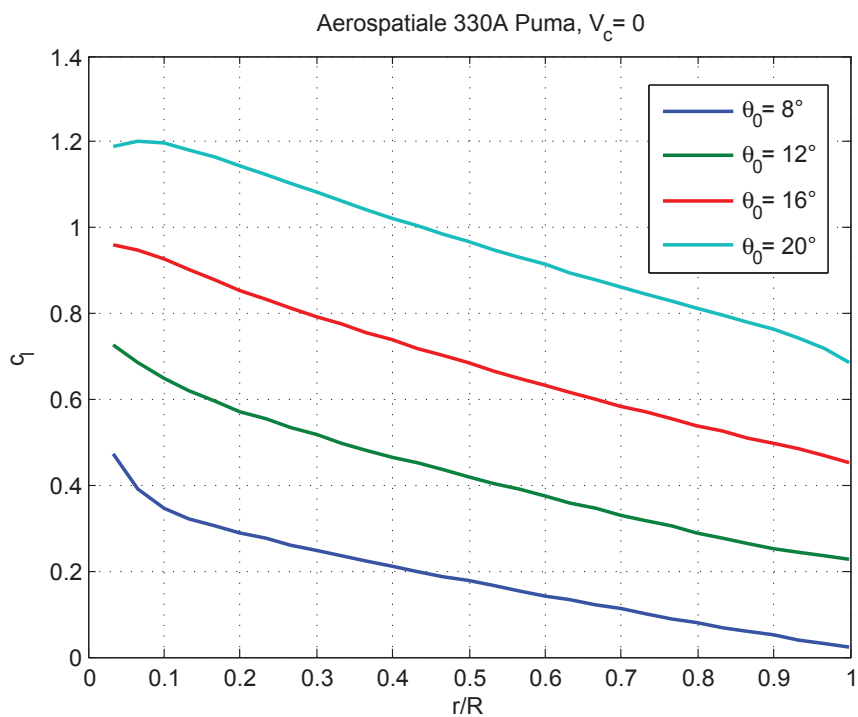
Tablica 2. Geometrijske karakteristike rotora Puma



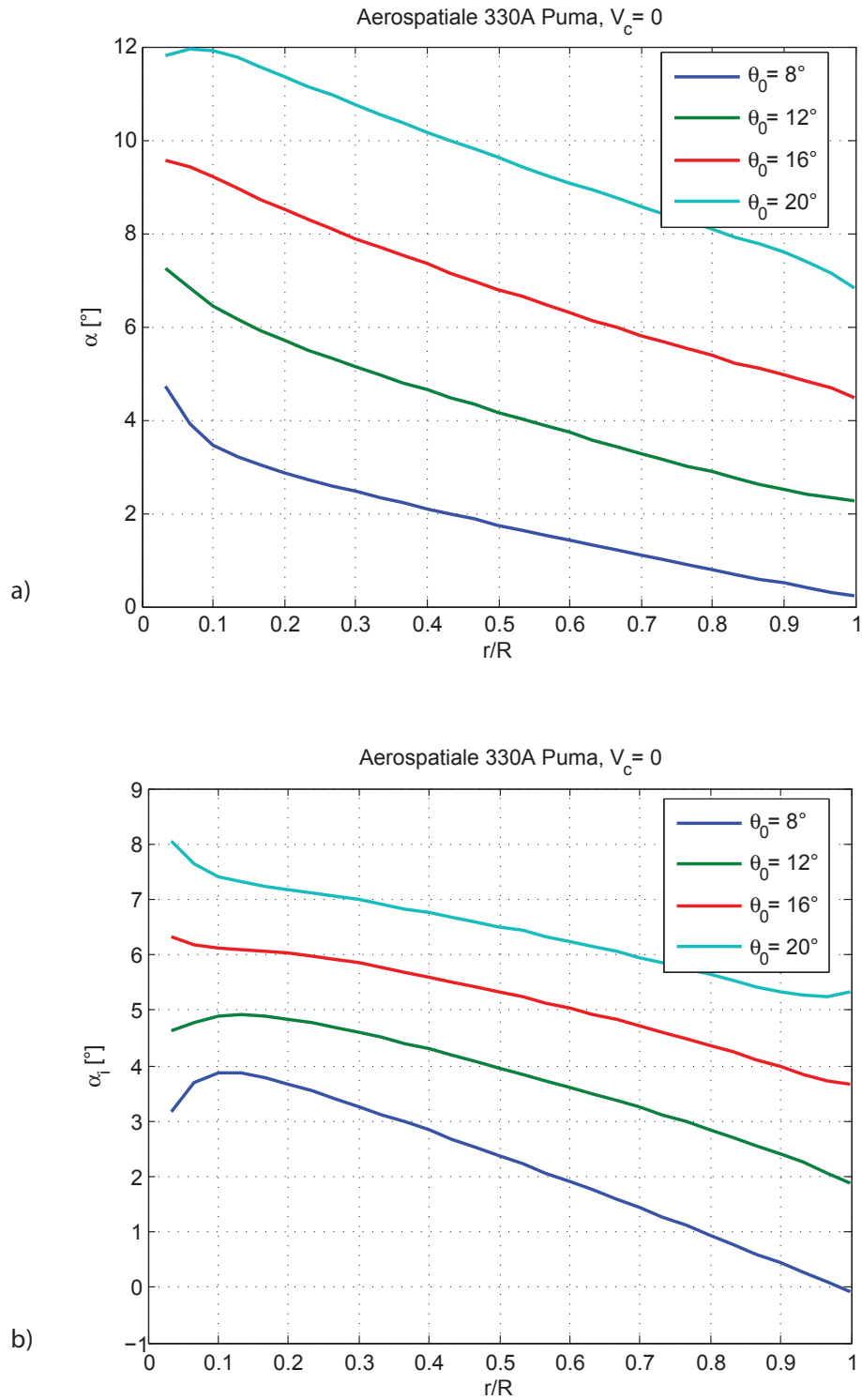
Slika 32. Rotor i trag analiziranog modela Puma



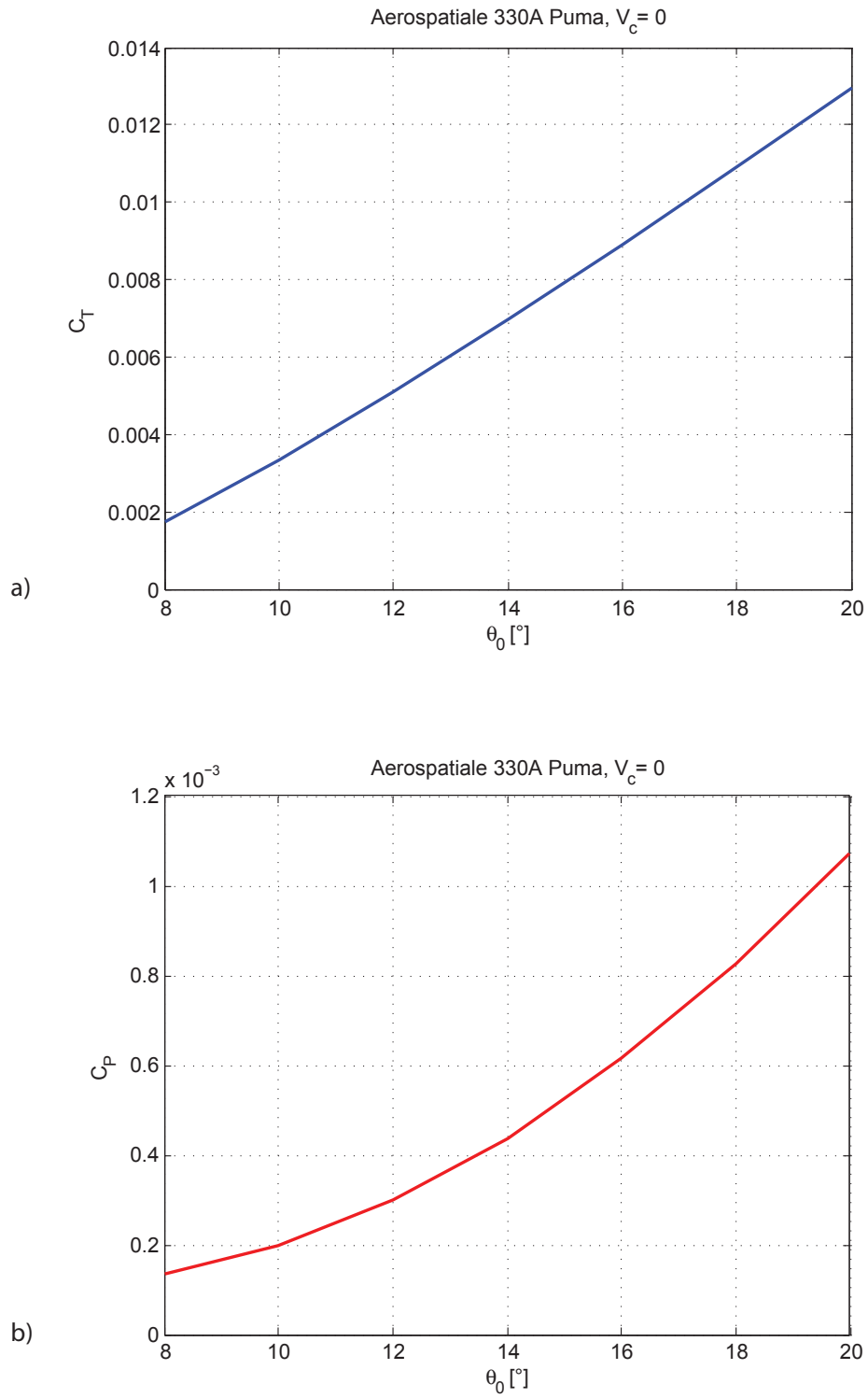
Slika 33. Promjena inteziteta vrtloga po rasponu kraka



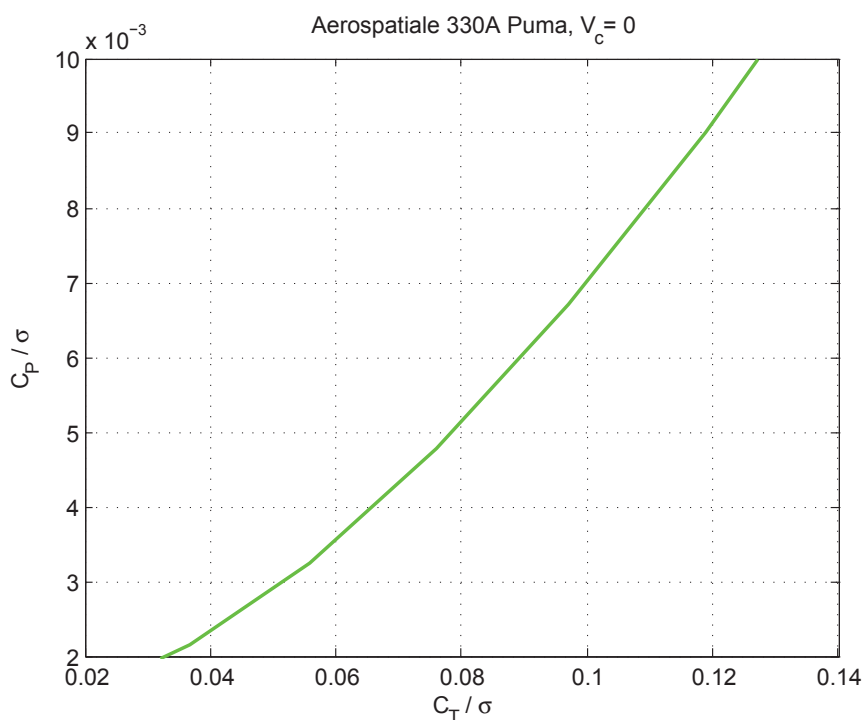
Slika 34. Promjena lokalnih koeficijenata uzgona po rasponu kraka



Slika 35. Promjena napadnog kuta: (a) ukupnog i (b) induciranog po rasponu kraka



Slika 36. Promjena ukupnog koeficijenta: (a) sile i (b) snage rotora s postavnim kutom



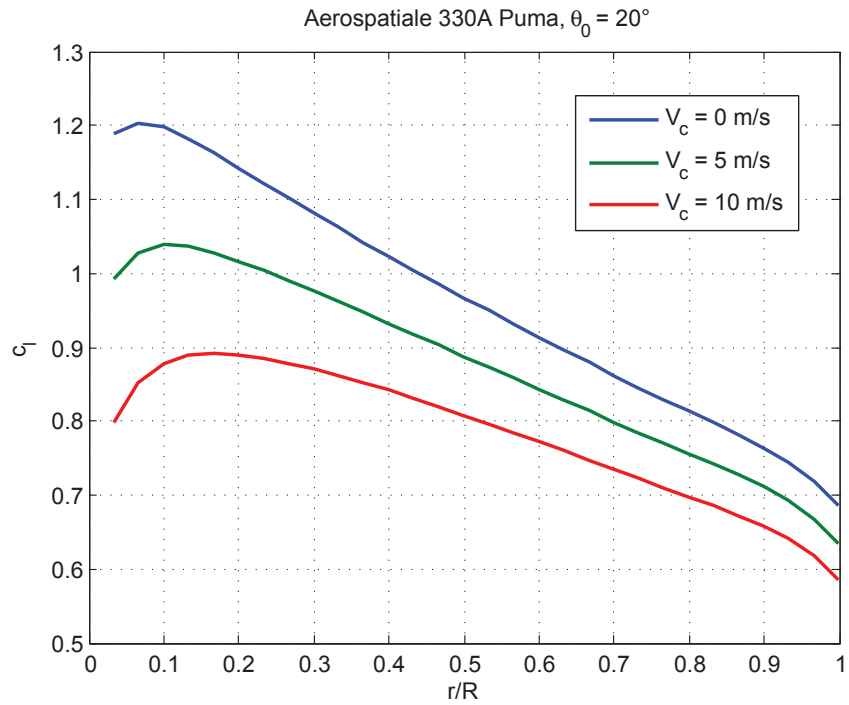
Slika 37. Promjena ukupnog koeficijenta sile i snage rotora s postavnim kutom

5.3. PRIMJENA METODE NA PRIMJERU HELIKOPTERA ZA PENJANJE

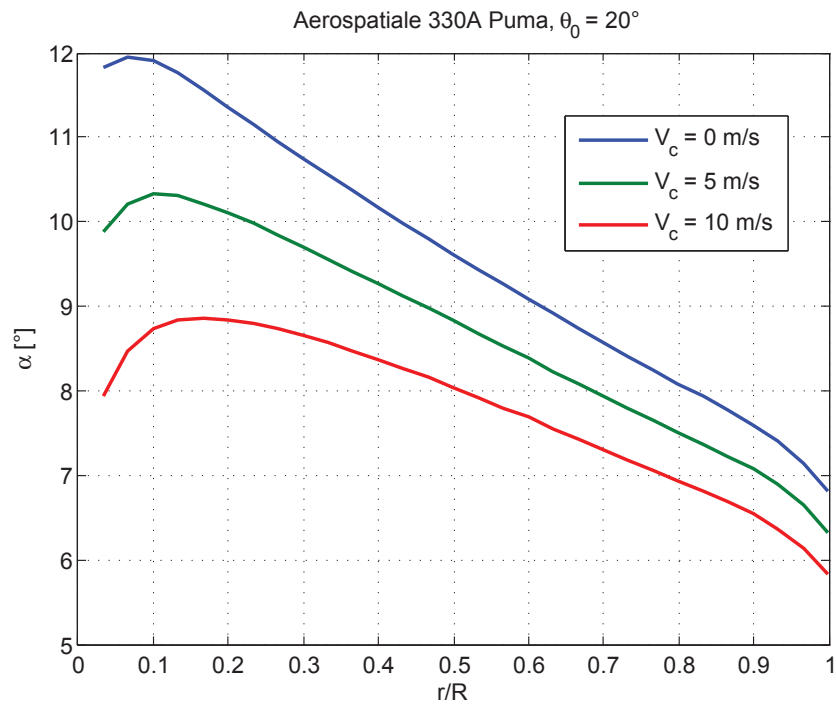
Za slučaj odabranog rotora helikoptera u vertikalnom penjanju prikazani su dijagrami promjene koeficijenta potisne sile (slika 40.a) i potrebne snage (slika 40.b) s porastom brzine penjanja. Porastom vertikalne brzine povećava se kut struje zraka koji direktno smanjuje napadni kut profila za jednaki postavni kut kraka (slika 39). Smanjeni napadni kut profila znači manji koeficijent uzgona (slika 38), pa tako u konačnici i manju potisnu silu rotora. Smanjivanjem napadnog kuta raste kut napredovanja, dok koeficijent otpora pokazuje malu promjenu vrijednosti bez obzira na postavke i može se uzeti fiksna vrijednost $cd=cd_0$. U konačnici prema (2.20) dobivamo porast koeficijenta potrebne snage za rotor u vertikalnom penjanju, ali za njegovu potpunu sliku moramo uzeti u obzir i elementarni doprinos snage penjanja potrebnog za povećanje gravitacijske potencijalne energije helikoptera [2]

$$dC_{P_c} = dC_T \lambda_c \quad (5.6)$$

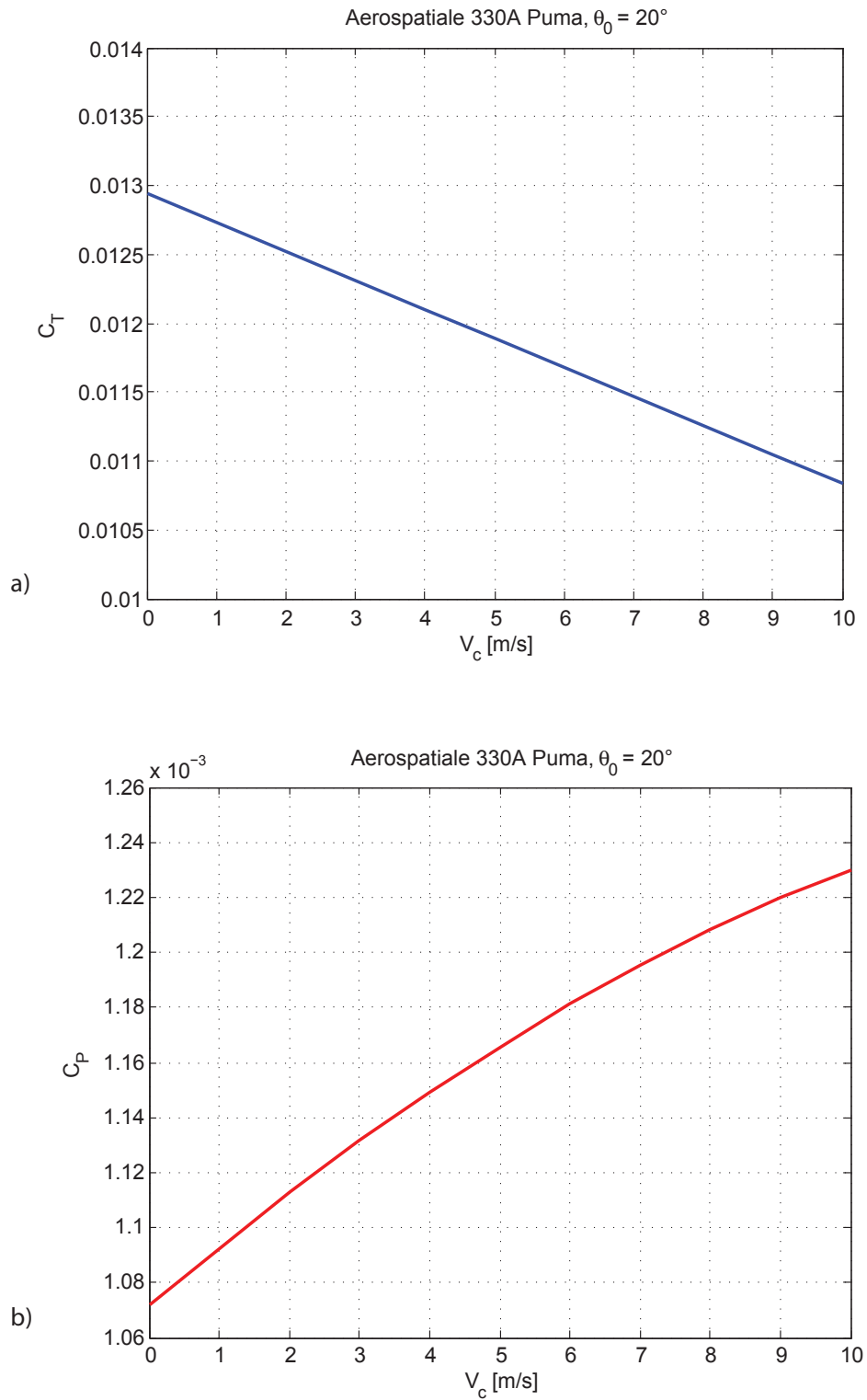
koji pridodajemo već poznatom doprinosu iz (2.20). Povećanjem brzine penjanja također raste i korak helikoide traga rotora (slika 41).



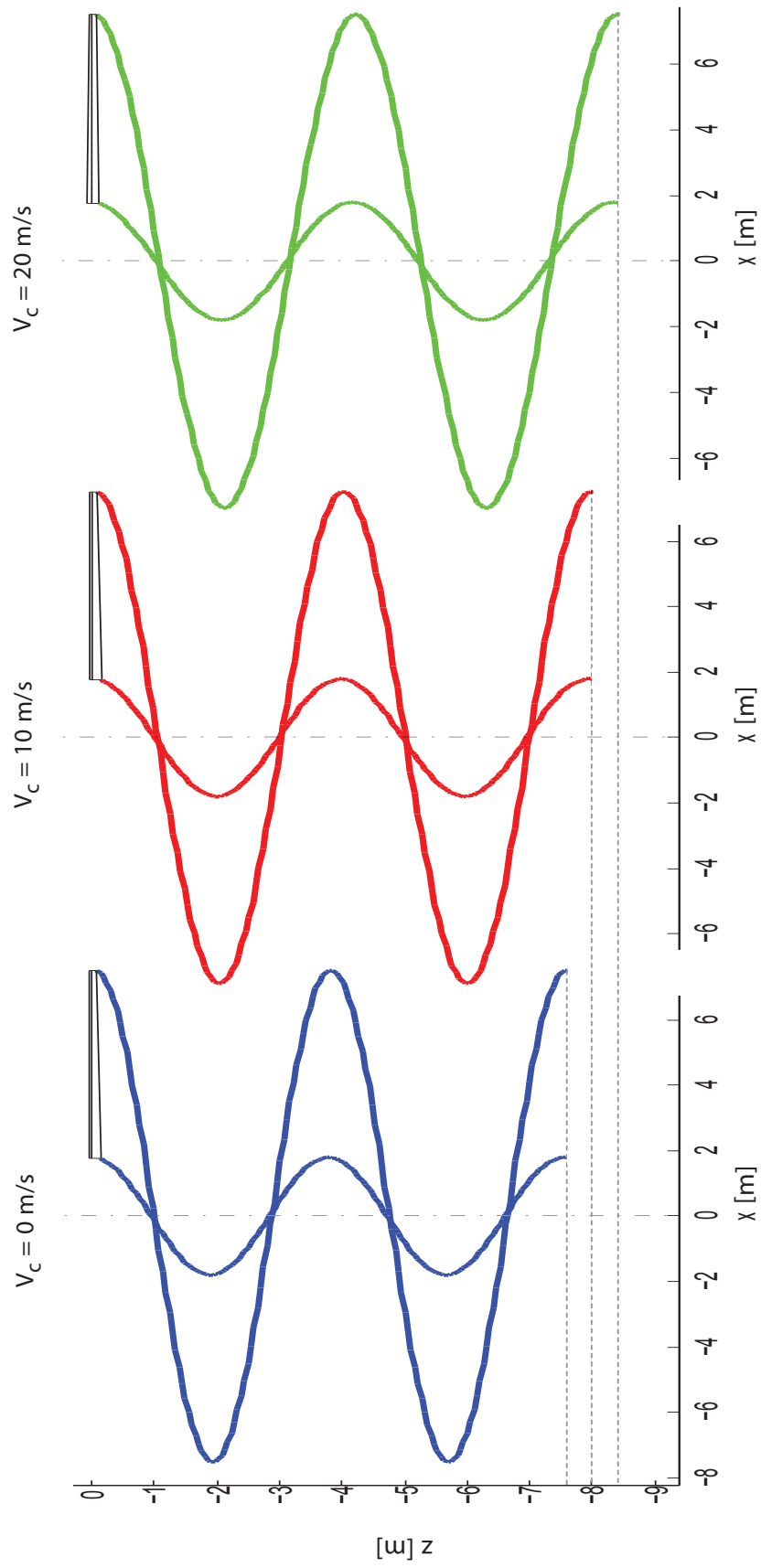
Slika 38. Promjena lokalnih koeficijenata uzgona po rasponu kraka



Slika 39. Promjena napadnog kuta po rasponu kraka



Slika 40. Promjena ukupnog koeficijenta: (a) sile i (b) snage s brzinom penjanja



Slika 41. Geometrija traga rotora za različite brzine penjanja

6. Zaključak

U završnom radu analizirana je aerodinamika i performanse helikopterskog rotora u vertikalnom letu. Osnovna pretpostavka takvog leta je osnosimetrično strujanje, a samim time i osnosimetrično opterećenje rotora. Modeliranju rotora pristupljeno je kao prostornom problemu u kojem je rotor definiran kao mehanizam sa dva ili više jednakih elemenata zglobovno vezanih u istom čvoru, kojem smo oduzeli minimalno dva stupnja slobode gibanja, odnosno onemogućili translacijsko gibanje u horizontalnoj ravnini. Na taj način svi krakovi rotora mogu zauzeti bilo koji položaj prethodno definiranom zglobovnom vezom u ishodištu koordinatnog sustava, za koje smatramo da se nalazi na osi osnosimetričnog strujanja, te se za odabrani prostorni raspored mehanizma primjenjuje analiza uz pretpostavku ravnotežnog leta.

Modeliranje rotora i aerodinamičkog opterećenja provedeno je primjenom metode noseće linije (lifting line theory - LLT), odnosno njenom modificiranom ili Weissingerovom metodom. Primjena ove metode omogućuje jednostavnu implementaciju geometrije kraka i aerodinamičkih karakteristika aeroprofila. Uz osnovne dimenzije uzetih primjera rotora, ključan parametar za definiranje geometrije modela je njegova podjela, odnosno diskretizacija na konačan broj segmenata. Svaki pojedini segment, formiran kao π -vrtlog, čini osnovni element modela koji se prema karakteristikama rotora geometrijski definira i u skladu s time raspoređuje u prostoru. Potreban broj koraka adekvatnog matematičkog opisa aerodinamičkih svojstava ovako analiziranog rotora direktno ovisi o odabranoj diskretizaciji rotora. Svaki pojedini π -vrtlog pridodan kao faktor ukupnog inteziteta vrtloga kojeg generira rotor nije neovisan element diskretiziranog sustava, već je njegov doprinos pod utjecajem inteziteta i rasporeda vrtloga u preostalim segmentima.

Na taj način dobivenom raspodjelom ukupnog inteziteta vrtloga omogućuje se detaljniji uvid u nekoliko aerodinamičkih karakteristika rotora, kao što su raspodjele lokalnih koeficijenata uzgona i otpora, dobivenih prema odabranom modelu izračuna (za $Ma < 0.3$), koji zasigurno vrijede za područje opstrujavanja bliže korijenu rotora, dok iznosi ovih koeficijenata koje se odnose na presjeke u blizini vrha krakova vjerojatno zahtijevaju detaljniji matematički opis. Iznosi izračunatih induciranih napadnih kutova omogućili su prezirniji uvid u ukupni napadni kut presjeka kraka, iako je za konačne rezultate bilo potrebno uzeti u obzir i promjenjivu induciranu brzinu

po rasponu kraka. Međutim, iz dijagrama se mogla uvidjeti proporcionalnost između napadnog kuta, te koeficijenta uzgona i otpora. Koeficijenti sile i snage također su dobiveni preko induciranog kuta istom metodom koja se primjenjuje i u teoriji elementarnog kraka, koristeći se elementarnim doprinosom pojedinih koeficijenata koji u ovom slučaju izračunati za svaki pojedini segment.

Analizom rezultata u usporedbi s eksperimentom izoliranog rotora LLT metoda pokazala se prihvatljivom, odnosno rezultati su približni onima nađenima u literaturi, s naglaskom na sve veće odstupanje s porastom iznosa potisne sile i snage rotora. Kod usporedbe rezultata modela za rotore različitih koeficijenata ispunjenosti, tj. broja krakova uočava se veće odstupanje za rotore s više krakova. Koeficijenti potrebne snage modela u određenoj mjeri bolje prate eksperimentalne rezultate nego koeficijent potisne sile.

Model rotora Puma analiziran je za slučaj lebdenja i vertikalnog penjanja. Rezultati za koeficijente sile i snage popraćeni su međurezultatima aerodinamičkih karakteristika rotora, uz napomenu da je analiza vertikalnog penjanja zahtjevala proširenje primjenjenog matematičkog modela. Kod izračuna promjene koeficijenta snage s brzinom penjanja postoji granica kada će gubiak potisne sile biti prevelik i snaga rotora će početi padati što fizikalno nije ispravno, tako da treba uzeti u obzir ograničenja ovakvog proračuna.

Kao predmet budućeg rada interesantno bi bilo uzeti u obzir i promjenjivi iznos inducirane brzine po rasponu kraka, koji je u ovom slučaju ostao konstantan zbog njegovog utjecaja na geometriju traga rotora. U proračun također nisu uključeni gubici koji se javljaju zbog prestujavanja zraka na vrhovima krakova. Također poželjno bi bilo uzeti u obzir i utjecaj promjenjivog Machovog broja na iznose koeficijente otpora, odnosno utjecaj stlačivosti zraka u subsoničnom opstrujavanju. Veće proširenje obrađene teme svakako bi bila primjena metode noseće linije i na horizontalan let helikoptera, a moguće je i uzeti u obzir i utjecaj vrtloga repnog rotora, odnosno bilo kakvog višerotornog sustava.

Literatura

- [1] S. Janković, Z. Virag, M. Vrdoljak. Aerodinamika I. Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2009.
- [2] J. Gordon Leishman. Principles of helicopter aerodynamics. Cambridge University Press, Cambridge, 2006.
- [3] Knight, M., Hefner, R. A., Static thrust analysis of the lifting airscrew, Georgia school of technology, Washington, 1937.
- [4] J. Župan. Primjena teorije elementarnog kraka za analizu rotora helikoptera u vertikalnom i horizontalnom letu. Master's thesis, Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2009.
- [5] M. Vrdoljak. Osnove aerodinamike i mehanike leta helikoptera. Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2007.
- [6] Padfield, G. D., Helicopter Flight Dynamics, Blackwell Publishing, Oxford, 2007.
- [7] Simon Newman. The foundations of helicopter flight. Wiley, 1994.
- [8] Raymond W. Prouty. Helicopter performance, stability and control. Kreiger Publishing Company Inc., Malabar, Florida, 1986.
- [9] Bousman, W. G., Young, C., Gilbert, N. E., Miller, J. V., A Comparison of Lifting-Line and CFD Methods with Flight Test Data from a Research Puma Helicopter, USAATCOM Technical Report 96-A-008, Washington, 1996.
- [10] S. Janković. Mehanika leta zrakoplova. Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2001.
- [11] E-učenje: Aerodinamika I, <http://e-ucenje.fsb.hr/course/view.php?id=393> Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2012.
- [12] Wikipedia, http://en.wikipedia.org/wiki/A%C3%A9rospatiale_SA_330_Puma, 2012.