功利主義・マキシミン・レキシミン

— 倫理的側面 —

千　葉　昌　夫

1 はしがき

規範的分析の手続きは二つの段階に分けて考えることができる[1]。第一の段階は，パレート最適点を探し出す，あるいは，問題の状態がパレート最適であるか否かを確かめるという段階で，「資源配分の効率性の分析」と呼ばれる。第二の段階は，無数のパレート最適な状態を相互に比較するという段階で，「所得分配の分析」と呼ばれる。その理由は，無数の異なったパレート最適点が，それぞれ異なった実質所得（効用水準）の分配に対応しているからである。

ここで，規範的分析を資源配分の問題と所得配分の問題に分けるという二分法は方法上の分類であって，実質的な問題内容の分類ではない，ということに注意しなければならない。

無数のパレート最適点を比較するために，バーグソン＝サミュエルソンの社会的厚生関数[2]が導入される。この関数は，個人主義的な価値判断を採用すれば，

1） 詳細は今井・宇沢・小宮・根岸・村上〔1〕pp. 223－226を見よ。

2） このバーグソン＝サミュエルソンの社会的厚生関数とアロウの社会的厚生関数のちがいは，次のように説明される。社会状態について個人の順序づけから

（次頁に続く）

$$W = F(W_1, \ldots, W_n) \qquad (1.1)$$

と表わされる。ただし W_i は第 i 番目の個人の厚生で，社会は n 人で構成されているとする。我々の問題は，この社会的厚生関数（１．１）を用いて無数のパレート最適点，すなわち，所得分配の状態を順序づけることである。

しかし，（１．１）で表現される社会的厚生関数は，一般的すぎる。そこで，たとえば，功利主義の価値判断を導入すれば，（１．１）は

$$W = \sum_{i=1}^{n} W_i \qquad (1.2)$$

で表わされる。また，最も恵まれない個人の厚生を最優先するという価値判断を導入すれば，（１．１）は

$$W = \min_{i} W_i \qquad (1.3)$$

で表わされる。

以下では，（１．２）および（１．３）で表わされる社会的厚生関数による分配ルールを，セン〔８〕にしたがって倫理的側面から検討する。[3)]

2　ル　ー　ル

まず，功利主義のルール，ロールズのマキシミンルールおよび辞書式マキシミンルールを定式化する。以下では簡単化のために辞書式マキシ

（前頁より続く）

社会の順序づけを導出するルールをアロウの意味での社会的厚生関数といい，この社会の順序づけの実数値表示をバーグソン＝サミュエルソンの意味での社会的厚生関数という。前者は個人の順序づけにもとづいて後者を決定する。両者の関係は単純であるが，同じではない（Sen〔６〕pp. 35－36）。

3）この小論では扱わない情報的側面から検討した文献については，Sen〔９〕の文献目録を見よ。

ミンルールをレキシミンルールと呼ぶ。[4]

n人から成る社会を考える。任意の個人iの所得をy_iとする。総所得は一定であるとし，これをYで表わす。問題は，

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = Y > 0 \tag{2.1}$$

$$\forall i : y_i \geqq 0 \tag{2.2}$$

の制約のもとで，すべての所得ベクトル$\boldsymbol{y}=(y_1, \ldots, y_n)$を順序づけることである。

個人iの厚生W_iはy_iに関して単調増加，2回微分可能，および厳密な意味での凹関数[5]である。

$$W_i = W_i(y_i),\ W_i' > 0,\ W_i'' < 0 \tag{2.3}$$

また，W_iは異なる個人間で完全比較可能 interpersonally fully comparable である。[6]

以下の議論では次の論理記号を用いる。[7]

$\rightarrow$……ならば（内含記号）

$\leftrightarrow$……同値である（等価記号）

$\wedge$…… and（連言記号）

$\vee$…… or　（選言記号）

$\sim$…… not（否定記号）

$\forall$……すべて（全称記号）

$\exists$……存在する（特称記号）

さらに，**R**は「少くとも同程度選好される」，**P**は「よりも選好され

4）Sen〔9〕p. 1546.

5）厚生関数が凹関数であると仮定することは，序数的厚生関数でなく基数的厚生関数を仮定することにほとんど等しい（今井・宇沢・小宮・根岸・村上〔1〕p. 236）。

6）異なる個人の厚生の水準も厚生の差もともに比較可能である場合を完全比較可能という（Sen〔8〕p. 307）。

7）前原〔3〕p. 1，村上〔4〕p. 113，Sen〔6〕p. 7 等を見よ。

る」，**I**は「無差別である」という二項関係を表わす。

Rを用いて**P**と**I**を定義する。

$$xPy \longleftrightarrow [\, xRy \wedge \sim yRx \,] \qquad (2.4)$$

$$xIy \longleftrightarrow [\, xRy \wedge yRx \,] \qquad (2.5)$$

社会を構成している個人の厚生を，すべての個人について総計したものが社会的厚生であり，これを増加させるか減少させるかによって，あらゆる政策や制度の評価を定めようとするのが功利主義の社会哲学である。[8] 功利主義のルール the utilitarian rule (UR) は次のように定義される。分配状態xにおける個人の厚生の総和が，分配状態yにおける個人の厚生の総和以上であるとき，かつそのときにかぎり，状態xは状態yよりも少くとも同程度選好される。形式的には次のように書くことができる。

$$xRy \longleftrightarrow \sum_{i=1}^{n} W_i(x_i) \geqslant \sum_{i=1}^{n} W_i(y_i) \qquad (2.6)$$

ロールズ〔5〕は，社会的厚生を個人の厚生の総和としてとらえる功利主義をしりぞけて，最も恵まれない個人を最優先するという格差原理 the difference principle あるいは，マキシミン原理 the maximin principle と呼ばれる原則を提案する。この原則にもとづく分配ルールをロールズのマキシミンルール the Rawlsian maximin rule (MR) とよび次のように定義する。最も恵まれない個人の分配状態xにおける厚生水準が分配状態yにおけるその個人の厚生水準以上であるとき，かつ，そのときにかぎり状態xは状態yよりも少くとも同程度選好される。形式的には次のように書くことができる。

$$xRy \longleftrightarrow \min_i W_i(x_i) \geqslant \min_i W_i(y_i) \qquad (2.7)$$

レキシミンルール the leximin rule (LR) を定義する。まず，最も恵

8）熊谷〔2〕p. 324.

まれない個人の厚生水準が二つの分配状態 x と y で等しくなければ，上述の MR にしたがう。あるいは，状態 x と状態 y において，最も恵まれない個人の厚生水準が等しければ，２番目に恵まれない個人の x における厚生水準が y における厚生水準以上であるとき，かつそのときにかぎり x は y よりも少くとも同程度選好される。あるいは，最も恵まれない個人の厚生水準が二つの状態 x と y で等しく，かつ２番目に恵まれない個人の厚生水準も二つの状態 x と y で等しいならば，３番目に恵まれない個人の x における厚生水準が y における厚生水準以上であるとき，かつそのときにかぎり，x は y よりも少くとも同程度選好される。以下同様にして，最も恵まれない個人の厚生水準が x と y とで等しく，かつ，２番目に恵まれない個人から $n-1$ 番目に恵まれない個人についても，各々，x と y における厚生水準が等しければ，n 番目に恵まれない個人（最も恵まれている個人）の x における厚生水準が y における厚生水準以上であるとき，かつそのときにかぎり x は y よりも少くとも同程度選好される。

ここで，分配状態 x において i 番目に恵まれない個人を xi，分配状態 y における同様の個人を yi と書くことにすれば，LR は形式的には次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} x\mathrm{R}y \longleftrightarrow [\ & \{ Wx1 \geqslant Wy1 \} \vee \{ Wx1 = Wy1 \wedge Wx2 \geqslant Wy2 \} \vee \cdots \\ & \vee \{ \forall i : i \leqslant n-2 : Wxi = Wyi \wedge Wx(n-1) \geqslant Wy(n-1) \} \\ & \vee \{ \forall i : i \leqslant n-1 : Wxi = Wyi \wedge Wxn \geqslant Wyn \} \ ] \end{aligned} \tag{2.8}$$

3　公　理

功利主義のルール，マキシミンルールおよびレキシミンルーを検討するために三つの公理を導入する。

まず選好の対称公理　The Symmetry Preference Axiom (SPA)　を導

入する。これは次のように述べられる。各個人が同一の厚生関数をもつならば，より豊かな個人からより貧しい個人への任意の所得移転は，つねに望ましい。ただし不平等の順序は不変である。形式的に書けば次のようになる。

$$[\{\forall i,j,y: W_i(y)=W_j(y)\}\wedge\{y_i<x_i\leqslant x_j<y_j\}\wedge \{x_i-y_i=y_j-x_j\}\wedge\{\forall k\neq i,j: x_k=y_k\}]\rightarrow x\mathbf{P}y \qquad (3.1)$$

SPA は，各個人が同一の厚生関数をもつならば，不平等の縮小はのぞましいということを意味している。

次に，公正の弱公理 The Weak Equity Axiom (WEA) を導入する。これは次のように述べられる。個人 i と個人 j が同じ所得を持つときに，個人 i の厚生水準が個人 j の厚生水準より低いならば，最適な分配においては個人 i の所得は個人 j の所得以上でなければならない。形式的に書けば次のようになる。

$$[\{\forall y: W_i(y)<W_j(y)\}\wedge\{\forall y: x\mathbf{R}y\}]\rightarrow x_i\geqslant y_i \qquad (3.2)$$

WEA は，厚生水準に関して不利な立場にある個人は，所得分配において不利にならない取り扱いをされるべきであると主張している。

最後に，移転の結合公理 The Joint Transfer Axiom (JTA) を導入する。これは次のように述べられる。最も所得の低い個人 k から，個人 k よりは所得が高い個人 j へある額の所得を移転し，同時に個人 j よりは所得の高い個人 i から個人 j へある額の所得を移転すれば，これら二つの移転が行われない場合よりも選好される状態を導き，個人 j の所得が個人 k の所得より低くなく，個人 i の所得より高くない状態を指定することができる。ただし $i,\ j,\ k$ 以外の個人の所得は不変であるとする。形式的に書けば次のようになる。

$$\exists x,y,\delta_1,\delta_2:[(y_i>y_j>y_k)\wedge(x_i\geqslant x_j\geqslant x_k)\wedge (\forall r: y_r\geqslant y_k)\wedge(\delta_1,\delta_2>0)\wedge(\forall r\neq i,j,k: x_r$$

$$= y_r) \wedge (x_i = y_i - \delta_1) \wedge (x_k = y_k - \delta_2) \wedge$$
$$(x_j = y_j + \delta_1 + \delta_2) \wedge x\mathrm{P}y\,] \qquad (3.3)$$

個人kから個人jへの移転の増加による所得の不平等は，個人iから個人jへの移転の減少による所得の不平等によって補われうるということを，JTAは示唆する。すなわち，いくつかのトレード・オフが認められている。

WEA は単一の移転をとりあつかうが，**JTA** は一対の移転をとりあつかう。

4　定　理

次の定理が成立する。

定理 1　功利主義のルール **(UR)** は，許容可能な個人の厚生関数のある集合に対して，公正の弱公理 **(WEA)** を満さない。

証明　任意のyおよび2個人i，jに対して　$W_i(y) = mW_j(y)$, $0 < m < 1$, $W_i(y) > 0$ とする。任意のyについて　$x\mathrm{P}y$　ならば URのもとでは

$$\sum_{i=1}^{n} W_i(x_i) = \max_{y} \sum_{i=1}^{n} W_i(y_i) \qquad (4.1)$$

である。W_iが微分可能で厳密な意味での凹関数だから，（2．1）の制約のもとで（4．1）を最大にする条件すなわち　UR　のもとでの所得分配の最適条件は

$$W_j'(x_j) = W_i'(x_i) = m\,W_j'(x_i) \qquad (4.2)$$

である。$m < 1$, $W_j'' < 0$ 故（4．2）から　$x_j > x_i$　である。よって

UR は WEA を満さない（証了）。

定理 2　マキシミンルール (MR) は，許容可能な個人の厚生関数のある集合に対して，選好の対称公理 (SPA) および移転の結合公理を満さない。

証明　SPA の前件を考えよう。ある y_k について $y_k < y_i$ であるとしよう。i および j でない任意の k について $x_k = y_k$ かつ $y_i < x_i \leqslant x_j < y_j$ なので明らかに $\min_i W_i(x_i) = \min_i W_i(y_i)$ である。故に xIy 。したがって，MR は SPA を満さない。

JTA の角括弧の内で条件 xPy 以外のすべての条件が満されているとしよう。すると明らかに $\min_i W_i(x_i) \leqslant \min_i W_i(y_i)$ 。故に MR のもとでは yRx である。したがって，MR は JTR を満さない（証了）。

定理 3　レキシミンルール (LR) は，許容可能な個人の厚生関数のある集合に対して，移転の結合公理 (JTA) を満さない。

証明　定理2の証明の後半と同様にすれば容易に証明できる（証了）。

5　む　す　び

4の諸定理により，功利主義のルール (UR)，マキシミンルール (MR) およびレキシミンルール (LR) はセンによって提案された選好の対称公理 (SPA)，公正の弱公理 (WEA) および移転の結合公理 (JTA) という三つの公理をすべて満すわけではない。たとえ，三つの公理すべてを満すルールが存在しても，そのルールが公正なルールであるとはいえない。それは，センの三つの公理を満すことが公正なルールの必要十分条件あるいは十分条件であるといえないからである。同様に，あるルールが，センの三つの公理以外のいくつかの公理を満すとしても，そのルールが公正なルールであるとはいえない。故に，いかなるルールが公正なルールであるか否かを判定することは不可能である。

したがって，公正なルールを求めることは非常に重大な問題ではある

が，きわめて困難な問題であるといえよう。

（1978. 6. 29）

参　考　文　献

〔1〕 今井・宇沢・小宮・根岸・村上『価格理論』II，岩波書店，1971.

〔2〕 熊谷尚夫『厚生経済学』，創文社，1978.

〔3〕 前原昭二『記号論理入門』，日本評論社，1967.

〔4〕 村上泰亮「社会的選択の理論」，嘉治・村上編『現代経済学の展開』，勁草書房，1971.

〔5〕 J. Rawls, *A Theory of Justice*, Harvard University Press and Clarendon Press, 1971.

〔6〕 A. Sen, *Collective Choice and Social Welfare*, San Francisco, Holden–Day, 1970.

〔7〕 ―――――, *On Economic Inequality*, Oxford, Clarendon Press, 1973（杉山武彦訳『不平等の経済理論』，日本経済新聞社，1977）.

〔8〕 ―――――, "Rawls versus Bentham : An Axiomatic Examination of the Pure Distribution Problem", *Theory and Decision*, 4, 1974.

〔9〕 ―――――, "On Weights and Measures : Informational Constraints in Social Welfare Analysis," *Econometrica*, 45, 1977.