

# Analyse der Übertragungsqualität in Funksystemen mit Antennendiversität

**Prof. Dr.-Ing. Tobias Felhauer**  
Prodekan Fakultät Elektrotechnik  
und Informationstechnik (E+I)  
Studiendekan EN, EIM, EI-BB

Badstraße 24  
77652 Offenburg  
Tel. 0781 205-208  
E-Mail: felhauer@fh-offenburg.de

**1965:** Geboren in Heidelberg  
Studium der Elektrotechnik/Nachrichtentechnik  
an der Universität Kaiserslautern  
**1990:** Diplom  
**1990–1994:** wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für hochfrequente Signalverarbeitung der Universität Kaiserslautern  
**1994:** Promotion über neuartige Verfahren zur hochgenauen Vermessung von Funkkanälen mit Bandspreizsignalformen  
**1994–1999:** Systemingenieur und Projektleiter im Zentralbereich Technik der DaimlerChrysler Aerospace AG, Ulm  
**Seit 1999:** Professor an der Hochschule Offenburg für das Fachgebiet Funknetze und Telekommunikationstechnik, Leiter des Labors Telekommunikationstechnik  
**Seit 2001:** Mitglied des Instituts für Angewandte Forschung (IAF) der Hochschule Offenburg  
**Seit 2006:** Prodekan und Studiendekan in der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik der Hochschule Offenburg



**Forschungsgebiete:** Funkkommunikation und Satellitennavigation

## 2.4 Analyse der Übertragungsqualität in Funksystemen mit Antennendiversität

Prof. Dr.-Ing. Tobias Felhauer  
Dipl.-Ing. (FH) Henning Lohrengel

### Einleitung

Im Rahmen dieses Projekts wurde im Labor Telekommunikationstechnik der Hochschule Offenburg die Übertragungsqualität von Mehrantennensystemen durch theoretische Analysen und Simulationen analysiert. Dabei zeigt sich bereits in der ersten Projektphase bei einfachen Mehrantennenkonfigurationen mit einer Sendeantenne und mehreren Empfangsantennen wie aufgrund von Antennendiversität bei verschiedenen Kombinationsstrategien der Empfangssignale sich die Übertragungsqualität bei Rayleigh Fading deutlich verbessert.

In der Funkkommunikation wird die Übertragungsqualität wesentlich bestimmt durch die Eigenschaften des Funkkanals zwischen Sender und Empfänger. Aufgrund von Reflexionen und Bewegungen ist i.d.R. mit ausgeprägter Mehrwegeausbreitung und zeitvariantem Verhalten des Funkkanals zu rechnen. Dadurch ergibt sich eine in Abbildung 2.4-1 dargestellte Übertragungsfunktion.

Man erkennt, dass der Betrag  $|\underline{H}(f,t)|$  der Übertragungsfunktion  $\underline{H}(f,t)$  und damit die Dämpfung für einen festen Zeitpunkt  $t=t_0$  zum einen stark frequenzabhängig (frequenzselektives Dämpfungsverhalten) und zum anderen für eine feste Frequenz  $f=f_0$  die Dämpfung  $|\underline{H}(f_0,t)|$  zeitlich stark fluktuiert (Fading). Als Maß für die Struk-

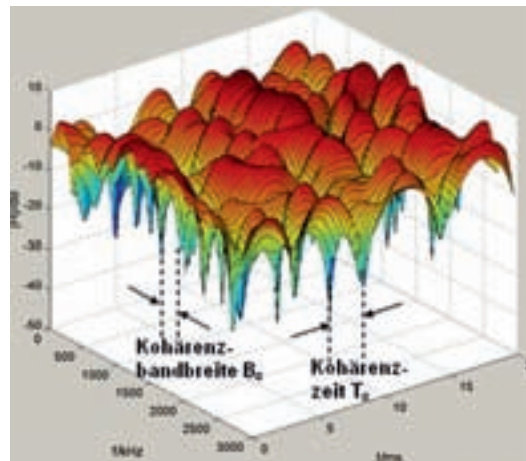


Abb. 2.4-1: Typische zeitvariante und frequenzselektive Übertragungsfunktion  $\underline{H}(f,t)$  eines Mehrwegfunkkanals

turbreite der Frequenzselektivität dient nach Abbildung 2.4-1 die Kohärenzbandbreite  $B_c$  und als Maß für die Zeitkonstante des Fadings die Kohärenzzeit  $T_c$ .

Nachfolgend wird angenommen, dass die Signalbandbreite  $B_s$  des betrachteten Funksystems kleiner als die Kohärenzbandbreite  $B_c$  des Funkkanals ist – in diesem Fall ist die Dämpfung  $|\underline{H}(f,t)|$  innerhalb der Signalbandbreite  $B_s$  näherungsweise konstant, sodass der Einfluss des Kanals auf ein Sendesymbol der Dauer  $T_s < T_c$  durch einen multiplikativen Faktor

$$\underline{h}_t = \underline{H}(f \in [B_c], t \in [T_c])$$

beschrieben werden kann (flat Fading).

Weiterhin wird angenommen, dass zwischen Sender und Empfänger keine Sichtverbindung besteht – in diesem Fall sind die Beträge der zeitveränderlichen Kanalfaktoren  $\underline{h}_t$  Rayleigh-verteilt (Rayleigh Fading).

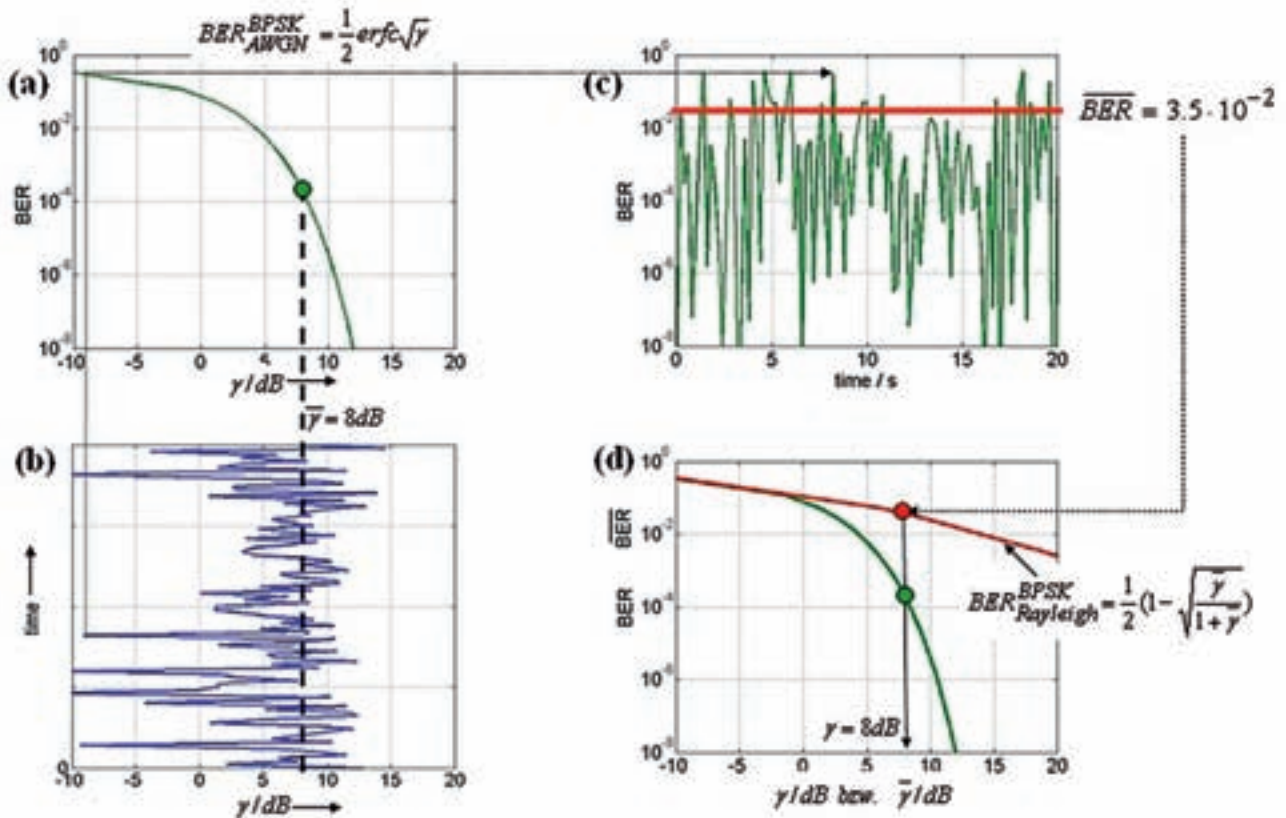
Als Modulationsart wird BPSK verwendet. Bei dieser Modulationsart ergibt sich die Bitfehlerrate (BER) abhängig vom Signal-zu-Rausch-Leistungsverhältnis  $\gamma$  am Empfänger zu

$$\text{BER}^{\text{BPSK}}(\gamma) = \frac{1}{2} \cdot \text{erfc}(\sqrt{\gamma}), \quad (1)$$

wobei  $\text{erfc}(x)$  die komplementäre Fehlerfunktion ist. Die resultierende typische BER-Charakteristik („Wasserfallkurve“) ist in Abbildung 2.4-2a dargestellt. So ergibt sich z.B. bei  $\gamma=8\text{dB}$  die Bitfehlerrate zu ca.  $\text{BER}=2 \cdot 10^{-4}$ . Aufgrund der oben beschriebenen stark zeitvarianten Dämpfung (Fading) fluktuieren auch die  $\gamma$ -Werte zeitlich. Bei Rayleigh-Fading genügen die stochastischen  $\gamma$ -Werte der Wahrscheinlichkeitsdichte

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}} \cdot \exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right), \quad (2)$$

wobei  $\bar{\gamma}$  der Mittelwert der  $\gamma$ -Werte ist.



**Abb. 2.4-2:**  
 (a) Bitfehler-Charakteristik  $BER(\gamma)$  bei BPSK Modulation (ohne Fading)  
 (b) zeitliche Fluktuation der  $\gamma$ -Werte aufgrund von Rayleigh-Fading  
 (c) zeitliche Fluktuation der Bitfehlerrate aufgrund der fluktuierenden  $\gamma$ -Werte  
 (d) resultierende Bitfehler-Charakteristik bei BPSK Modulation (mit Fading)

Abbildung 2.4-2b zeigt entlang der vertikalen Zeitachse stochastische  $\gamma$ -Werte in dB, die der Wahrscheinlichkeitsdichte nach (2) mit  $\bar{\gamma}=8\text{dB}$  genügen. Aufgrund der zeitlich fluktuierenden  $\gamma$ -Werte ergeben sich mit (1) auch zeitlich fluktuierende BER-Werte, siehe Abbildung 2.4-2c. Betrachtet man nun jedoch den Mittelwert

$$\overline{BER} = \int_{-\infty}^{+\infty} p_{\gamma}(\gamma) \cdot BER(\gamma) d\gamma = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{1+\bar{\gamma}}}\right) \quad (3)$$

dieser BER-Werte, so ergibt sich dieser wiederum für  $\bar{\gamma}=8\text{dB}$  zu  $\overline{BER}=3,5 \cdot 10^{-2}$ , siehe Abbildung 2.4-2d. Folglich hat sich aufgrund der zeitlichen Fluktuation der  $\gamma$ -Werte die mittlere Bitfehlerrate  $\overline{BER}$  um nahezu den Faktor 200 gegenüber dem zuvor betrachteten Fall bei zeit-invariantem  $\gamma$  trotz gleichem mittlerem  $\bar{\gamma}=8\text{dB}$  verschlechtert. Diese Degradation ist wesentlich durch die

zeitweise sehr niedrigen  $\gamma$ -Werte und die daraus resultierenden zeitweise sehr hohen Bitfehlerraten aufgrund der stark nichtlinearen  $BER(\gamma)$ -Charakteristik verursacht.

In der Funkkommunikation ist es somit im Hinblick auf eine gute Übertragungsqualität mit geringer Bitfehlerrate erstrebenswert, die Wahrscheinlichkeit sehr geringer  $\gamma$ -Werte und damit temporär sehr hoher Bitfehlerraten bei möglichst großem  $\bar{\gamma}$  zu minimieren. Techniken, die genau dieses Ziel verfolgen, werden in der Funkkommunikation Diversitätstechniken genannt. In diesem Projekt wurde analysiert, welche Verbesserungen sich durch die Verwendung mehrerer Empfangsantennen und entsprechender Verarbeitung der Antennensignale (Antennendiversität) erreichen lassen. Dazu wurde das in Abbildung 2.4-3 dargestellte Modell, bestehend aus einer Sendeantenne, und  $N_r$  Empfangs-

antennen betrachtet. Wird das Sendesymbol  $s_i$  gesendet, so ergibt sich das Signal-zu-Rausch-Leistungsverhältnis  $\gamma_i$  an der  $i$ -ten Empfangsantenne zu

$$\gamma_i = \frac{|s_i|^2 \cdot |h_i|^2}{\sigma_n^2} \quad (4)$$

wobei  $h_i$  der komplexe Kanalfaktor zwischen der Sendeantenne und der  $i$ -ten Empfangsantenne und  $\sigma_n^2$  die Varianz des additiven Rauschens sind. Bei Rayleigh-verteilten  $|h_i|$  sind die  $\gamma_i$ -Werte an den verschiedenen Empfangsantennen nach (2) verteilt. Ist der Abstand  $d$  zwischen den Antennen mindestens in der Größenordnung der halben Wellenlänge  $\lambda$ , so können die  $\gamma$ -Werte an den verschiedenen Empfangsantennen als unkorreliert angenommen werden.

Die Signale  $r_i$  an den Empfangsantennen werden anschließend der Abbildung 2.4-3 zu einem resultierenden Signal  $r_{res}$  kombiniert.

Im einfachsten Fall ist der Kombiniierer lediglich ein Schalter, der zu jedem Zeitpunkt genau das Signal  $r_i$  auf den Ausgang durchschaltet, dessen Signal-zu-Rausch-Leistungsverhältnis  $\gamma_i$  momentan gerade maximal ist. Dieses Kombinationsverfahren wird als *Selection Combining* (SC) bezeichnet. Da dabei allerdings immer nur ein Signal am Ausgang wirksam ist und alle anderen Empfangssignale unberücksichtigt bleiben, ist diese Vorgehensweise suboptimal. Bei dem sogenannten *Equal-Gain-Combining* (EGC) werden dagegen alle Empfangssignale kohärent zum resultierenden Signal  $r_{res}$  gleichgewichtig addiert. Da allerdings die Signale  $r_i$  aufgrund der stark unterschiedlichen  $\gamma_i$  unterschiedlich zuverlässig sind, kann eine weitere Verbesserung dadurch erreicht werden, dass bei der kohärenten Kombination der Signale  $r_i$  diese zunächst mit dem jeweils aktuellen Kanalübertragungsfaktor, der als Zuverlässigkeitsfaktor betrachtet werden kann, gewichtet werden. Diese Vorgehensweise wird als *Maximum-Ratio-Combining* (MRC) bezeichnet. In Tabelle 1 sind die beschriebenen Kombinationsverfahren zusammen mit dem jeweils am Ausgang des Kombiniierers wirksamen Signal-zu-Rausch-Leistungsverhältnis  $\gamma_{res}$  nochmals aufgelistet.

Als Beispiel zeigt Abbildung 2.4-4 für  $N_r=2$  Empfangsantennen zum einen die unkorrelierten  $\gamma$ -Werte  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  für  $\bar{\gamma}_i=8\text{dB}$  an jeder Empfangsantenne sowie das bei Anwendung des MRC-Kombinationsverfahrens wirksame  $\gamma_{res,MRC}$  am Ausgang des Kombiniierers. Man erkennt, dass die Wahrscheinlichkeit des Auftretens sehr geringer  $\gamma_{res,MRC}$ -Werte und damit temporär sehr hoher Bitfehlerraten stark vermindert wurde.

Neben der geringeren Wahrscheinlichkeit sehr kleiner  $\gamma_{res,MRC}$ -Werte ist aber auch festzustellen, dass der Mittelwert  $\bar{\gamma}_{res,MRC}$  der  $\gamma$ -Werte am Ausgang des MRC-Kombiniierers höher ist, als der Mittelwert  $\bar{\gamma}_i$  an jeder Empfangsantenne. Abbildung 2.4-5 zeigt die Ergebnisse einer quantitativen Analyse dieser beiden Effekte abhängig von der Anzahl  $N_r$  der Empfangsantennen für die drei in

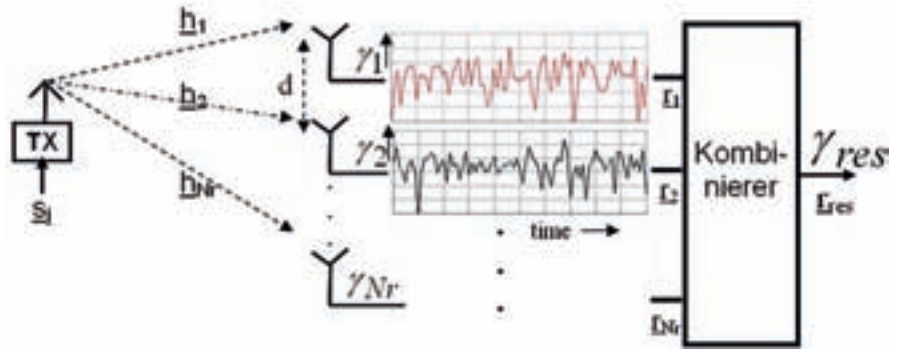


Abb. 2.4-3: Blockdiagramm des betrachteten SIMO Systems (SISO: Single-Input-Multiple-Output)

Kombinationsverfahren	$\gamma_{res}$ am Ausgang des Kombiniierers	Mittelwert $\bar{\gamma}_{res}$ am Ausgang des Kombiniierers
Selection Combining	$\gamma_{res,SC} = \max(\gamma_i) ; i=1...N_r$	$\bar{\gamma}_{res,SC} = \bar{\gamma}_i \sum_{i=1}^{N_r} \frac{1}{i}$
Equal-Gain-Combining	$\gamma_{res,EGC} = \frac{1}{N_r} \cdot \left( \sum_{i=1}^{N_r} \sqrt{\gamma_i} \right)^2$	$\bar{\gamma}_{res,EGC} = \bar{\gamma}_i (1 + (N_r - 1)) \cdot \frac{\pi}{4}$
Maximum-Ratio-Combining	$\gamma_{res,MRC} = \sum_{i=1}^{N_r} \gamma_i$	$\bar{\gamma}_{res,MRC} = \bar{\gamma}_i \cdot N_r$

Tabelle 1: Vergleich verschiedener Kombinationsverfahren

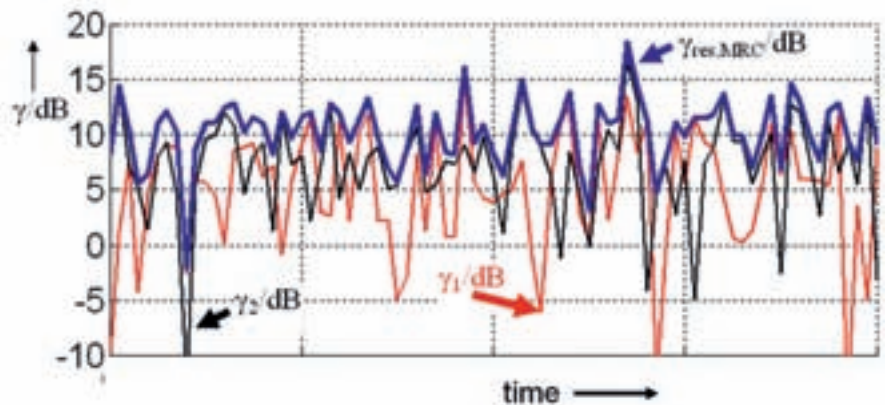


Abb. 2.4-4: Zeitliche Fluktuation der  $\gamma$ -Werte an den beiden Empfangsantennen ( $\gamma_1$  und  $\gamma_2$ ) und am Ausgang des MRC-Kombiniierers ( $\gamma_{res,MRC}$ )



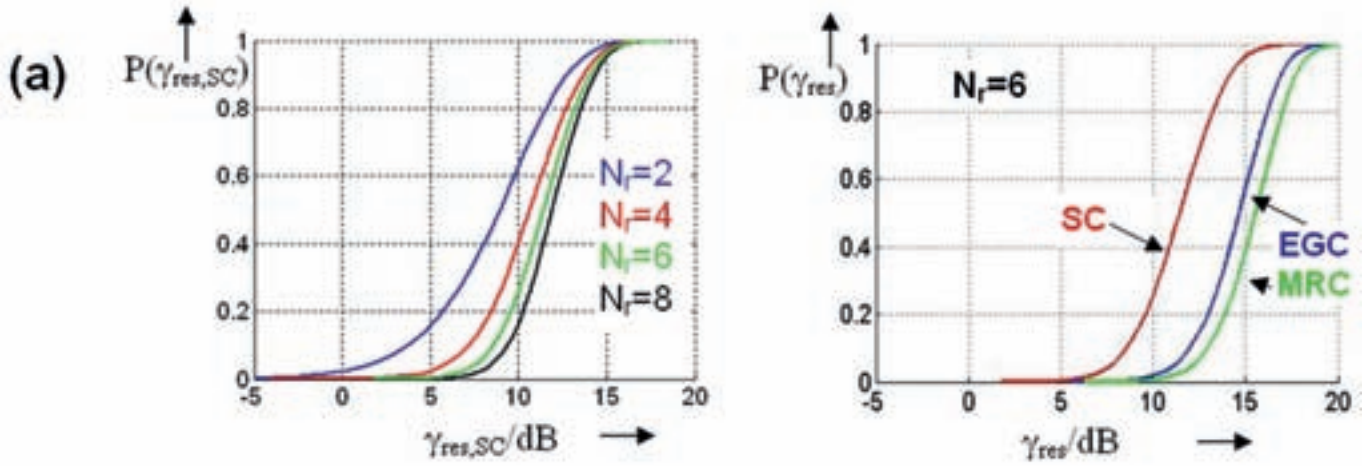


Abb. 2.4-5: (a) Wahrscheinlichkeits-Verteilungs-Funktion  $P(\gamma_{res})$  für  $\bar{\gamma}_i = 8\text{dB}$

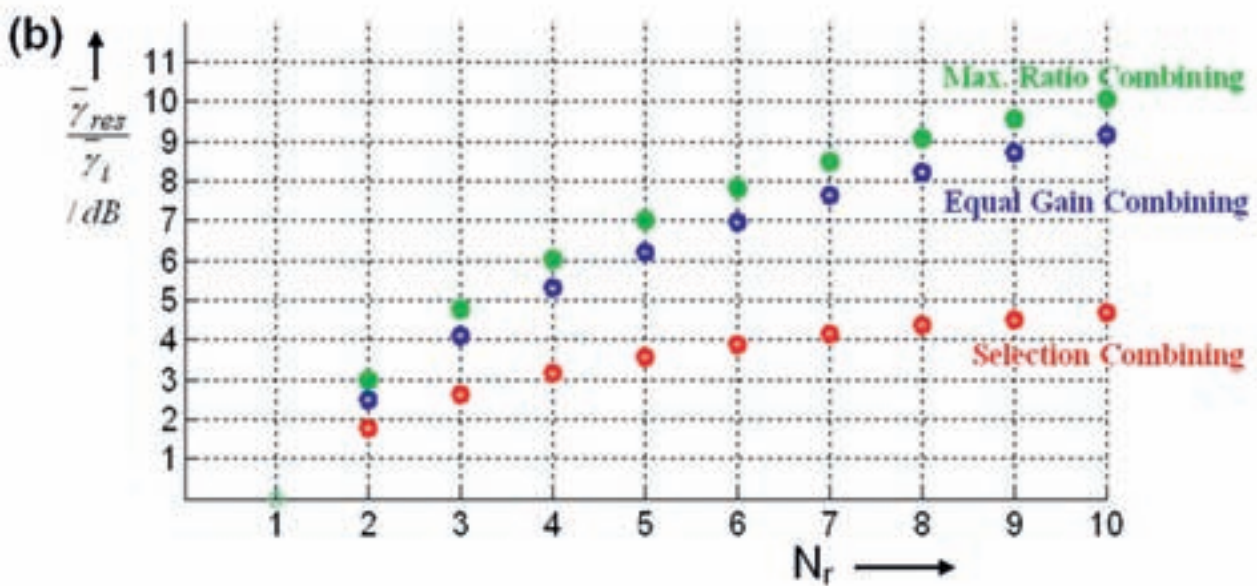


Abb. 2.4-5: (b) Array-Gewinn  $\bar{\gamma}_{res}/\bar{\gamma}_i$  abhängig von der Anzahl  $N_r$  der Empfangsantennen für die Kombinationsverfahren SC, EGC und MRC

Tabelle 1 aufgelisteten Kombinationsverfahren. In Abbildung 2.4-5a ist zunächst die Verteilungsfunktion  $P(\gamma_{res, SC})$  der  $\gamma_{res, SC}$ -Werte bei verschiedener Antennenanzahl  $N_r$  dargestellt. Man erkennt wie die Verteilungsfunktion  $P(\gamma_{res, SC})$  mit zunehmendem  $N_r$  steiler wird, da sich die Wahrscheinlichkeit sehr kleiner  $\gamma_{res, SC}$ -Werte mit zunehmendem  $N_r$  stark verringert. Folglich verringert sich auch die Varianz des resultierenden Signal-Rausch-Abstands  $\gamma_{res, SC}/dB$  zum zunehmendem  $N_r$ . Weiterhin zeigt Abbildung 2.4-5a für  $N_r=6$  Antennen die Verteilungsfunktion  $P(\gamma_{res})$  für die drei in Tabelle 1 aufgelisteten Kombinationsverfahren. Man erkennt, dass die Verteilungsfunktion  $P(\gamma_{res})$  bei konstantem  $N_r$  unabhängig vom Kombinationsverfahren die gleiche Stei-

gung hat, jedoch zeigt sich eine Parallelverschiebung. Diese Parallelverschiebung aufgrund unterschiedlicher Mittelwerte  $\bar{\gamma}_{res}$  kann als Array-Gewinn  $\bar{\gamma}_{res}/\bar{\gamma}_i$  interpretiert werden und ist abhängig vom Kombinationsverfahren. Der Array-Gewinn  $\bar{\gamma}_{res}/\bar{\gamma}_i$  ist in Abbildung 2.4-5b für die drei betrachteten Kombinationsverfahren als Funktion der Antennenanzahl  $N_r$  dargestellt. Man erkennt anhand der in Abbildung 2.4-5b dargestellten Ergebnisse, dass der Array-Gewinn unabhängig vom Kombinationsverfahren mit zunehmender Antennenanzahl  $N_r$  ansteigt, wobei die Differenz zwischen dem erzielbaren Array-Gewinn beim einfachsten Kombinationsverfahren SC im Vergleich zu EGC bzw. MRC ebenfalls mit zunehmendem  $N_r$  wächst.

Die aufgrund der verminderten Wahrscheinlichkeit geringer  $\bar{\gamma}_{res}$ -Werte erzielbare Verbesserung der Übertragungsqualität wird in der Funkkommunikation als Diversitätsgewinn bezeichnet. Die Verbesserung aufgrund des erhöhten Mittelwerts  $\bar{\gamma}_{res}$  dagegen ist speziell in Mehrantennensystemen der bereits oben erwähnte Array-Gewinn. Als wichtigstes Gütemaß für die Übertragungsqualität gilt die bereits zuvor betrachtete Bitfehler rate (BER). Abbildung 2.4-6 zeigt die mittlere Bitfehler rate  $\overline{BER}$  am Ausgang des Kombinierers als Funktion des mittleren Signal-zu-Rausch-Abstands  $\bar{\gamma}_i/dB$  und der Antennenanzahl  $N_r$ , wobei als Kombinationsverfahren zunächst *Selection Combining* (SC) betrachtet wird.

Man erkennt mit zunehmender Antennenanzahl  $N_r$  eine deutliche Verbesserung der mittleren Bitfehlerrate  $\overline{BER}$  und damit der Übertragungsqualität. Die mit zunehmender Antennenanzahl  $N_r$  deutlich verminderte Wahrscheinlichkeit kleiner  $\overline{\gamma}_{res}$ -Werte und der damit verbundene Diversitätsgewinn äußert sich durch eine zunehmende Steilheit der  $\overline{BER}(\overline{\gamma}_i)$ -Charakteristik. Tendenziell kann festgestellt werden, dass die mittlere Bitfehlerrate  $\overline{BER}$  proportional  $(\overline{\gamma}_i)^{-N_r}$  sinkt; die Antennenanzahl  $N_r$  kann deshalb auch als Diversitätsordnung bezeichnet werden. So ist z.B. für  $\overline{\gamma}_i=15$  dB die mittlere Bitfehlerrate  $\overline{BER}$  bei Verwendung einer Antenne lediglich geringfügig kleiner als  $10^{-2}$ , während bei bereits  $N_r=3$ -Antennen dieser Wert um mehr als Faktor 400 reduziert werden kann. Weiterhin zeigt Abbildung 2.4-6, dass z.B. zum Erreichen einer mittleren Bitfehlerrate  $\overline{BER}$  von  $10^{-4}$  bei Verwendung von  $N_r=3$ -Antennen anstatt von lediglich  $N_r=2$ -Antennen das mittlere Signal-zu-Rausch-Leistungsverhältnis  $\overline{\gamma}_i$  um ca. 5 dB und damit z.B. die Sendeleistung um mehr als Faktor 3 vermindert werden kann.

Während die Diversitätsordnung und damit die Steilheit der  $\overline{BER}(\overline{\gamma}_i)$ -Charakteristik bei konstantem  $N_r$  nicht vom Kombinationsverfahren abhängig ist, lässt sich bei der Optimierung des Kombinationsverfahrens ein zusätzlicher Array-Gewinn aufgrund des erhöhten mittleren  $\overline{\gamma}_{res}$  erreichen. Dieser Array-Gewinn äußert sich in einer Parallelverschiebung der entsprechenden  $\overline{BER}(\overline{\gamma}_i)$ -Charakteristik. Zur Verdeutlichung dieses Effekts sind in Abbildung 2.4-7 für  $N_r=4$ -Antennen die resultierenden  $\overline{BER}(\overline{\gamma}_i)$ -Charakteristika für die drei zuvor betrachteten Kombinationsverfahren SC, EGC und MRC dargestellt. Man erkennt, dass – wie erwartet – mit dem Kombinationsverfahren MRC die niedrigsten Bitfehlerraten erreicht werden können. Bei  $N_r=4$ -Antennen ist z.B. der Array-Gewinn bei MRC um ca. 3 dB größer als bei SC, d.h. z.B. wiederum, dass zum Erreichen derselben Bitfehlerrate bei MRC im Vergleich zu SC nur die halbe Sendeleistung erforderlich ist.

Die im Rahmen dieses Projekts gewonnenen Ergebnisse zeigen das große Potential von Mehrantennensystemen im Hinblick auf eine Verbesserung der Übertragungsqualität bereits bei der einfachen Verwendung mehrerer Empfangsantennen mit entsprechenden Kombinationsstrategien (Empfängerdiversität). Im

weiteren Verlauf dieses Projekts wird zunächst das Potenzial von erweiterten Konfigurationen mit mehreren Sendantennen bei Anwendung von Space-Time Coding (STC) analysiert und schließlich die Performance von komplexen Mehrantennensystemen (MIMO: Multiple-Input-Multiple-Output) bei verschiedenen Detektionsstrategien in verschiedenen Szenarien untersucht.

Der Autor dankt allen Studierenden, die im Rahmen von Studien- und Projektarbeiten zum Gelingen dieses Projekts beigetragen haben. Um die erzielten Ergebnisse im Bereich über die Lehre den Studenten zugänglich zu machen, werden die Ergebnisse dieses Projekts – nach entsprechender didaktischer Aufbereitung – in die Vorlesungsinhalte der Vorlesung Wireless Communications im Master-Studiengang Elektrotechnik und Informationstechnik zu der Hochschule Offenburg integriert.

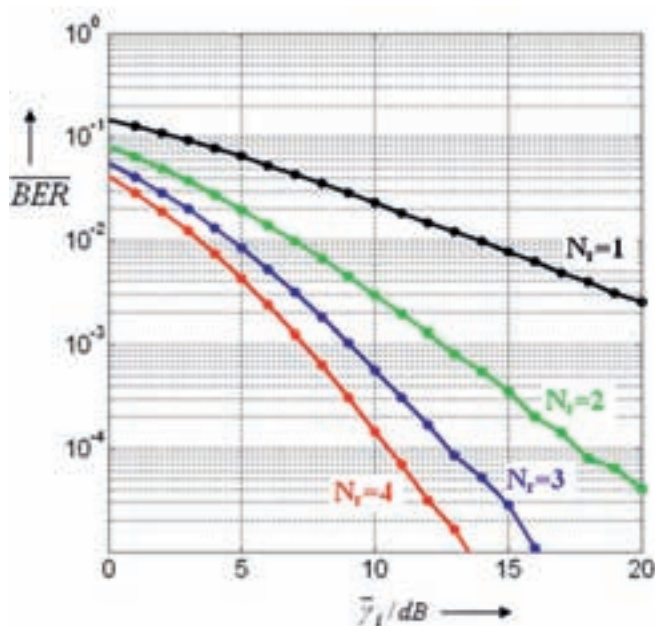


Abb. 2.4-6: Bitfehlerrate  $\overline{BER}$  als Funktion von  $(\overline{\gamma}_i)$  und der Antennenanzahl  $N_r$ , (Kombinationsverfahren: Selection Combining)

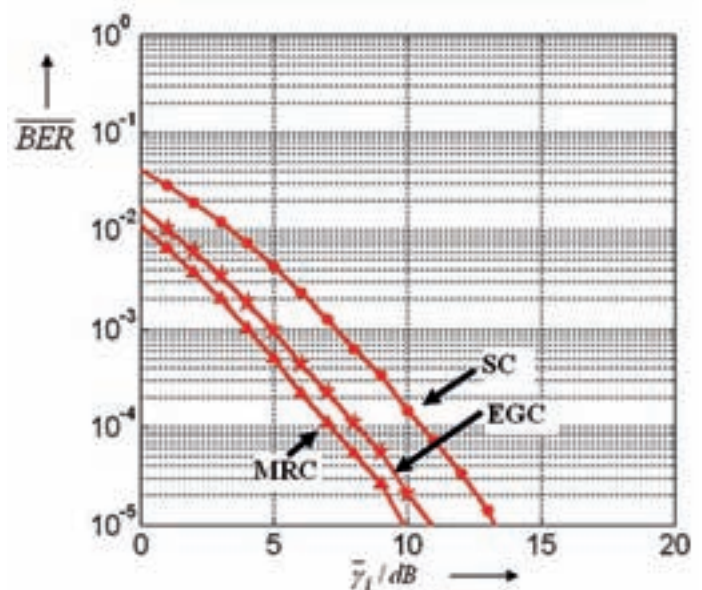


Abb. 2.4-7: Bitfehlerrate  $\overline{BER}$  als Funktion von  $(\overline{\gamma}_i)$  bei den Kombinationsverfahren SC, EGC und MRC und jeweils  $N_r=4$ -Empfangsantennen