

NAFEMS Benchmarks zur Evaluation der freien FEM-Software Z88Aurora

Stefan Hautsch, Maximilian Braun, Bettina Alber-Laukant, Frank Rieg

Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD, Universität Bayreuth, Bayreuth, Deutschland

Z88Aurora ist ein in Deutschland entwickeltes und für den wissenschaftlichen sowie kommerziellen Gebrauch kostenlos erhältliches Finite-Elemente-Analyse (FEA) Programm. Zur Validierung der genannten FEA-Software werden 13 Tests aus den NAFEMS-Benchmarks ausgewählt, die Modelle in Z88Aurora aufgebaut und berechnet. Bei der Auswertung sollen zusätzlich die Benchmark-Ergebnisse einer kommerziellen State of the Art Software zum Vergleich herangezogen werden. Sowie die Vorgaben der Benchmarks vollständig umgesetzt sind, liefert die kostenlose Simulationssoftware sehr geringe Abweichungen zu den analytisch ermittelten Benchmark-Werten. Es zeigt sich, dass die freie Software Z88Aurora bei diesen Benchmark-Tests zu der kommerziellen Software ebenbürtig ist.

1 Einleitung und Motivation

Im Zeitalter der Globalisierung steht die Produktentwicklung stets unter großem Termin- und Kostendruck, um im internationalen Konkurrenzkampf einen Vorteil gegenüber den Wettbewerbern zu erarbeiten. Dies gilt sowohl für große Unternehmen als auch zunehmend für kleine und mittlere Unternehmen (KMU). Um dieses Ziel zu erreichen, werden innovative Simulationswerkzeuge bereits in vielen Branchen eingesetzt. Diese Werkzeuge können wiederum ein nicht zu unterschätzender Kostenfaktor und folglich wettbewerbskritisch für KMU sein. Dem entgegen wirkt Z88Aurora – ein Free-ware-FEA-Programm, welches vom Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD an der Universität Bayreuth unter Leitung von Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg veröffentlicht wurde und kontinuierlich erweitert und verbessert wird [1]. Die aktuellste Version Z88Aurora V3 wird kostenlos sowohl für den privaten und wissenschaftlichen Gebrauch als auch für die kommerzielle Nutzung in Unternehmen angeboten. Dieser Vorteil macht die Software für den produktiven Einsatz in der Industrie – besonders bei KMU – interessant. Um die Leistungsfähigkeit und Ergebnisgüte eines solchen kostenlosen Programmpakets beurteilen zu können, werden im Rahmen dieser Veröffentlichung mehrere Finite-Elemente-Simulationen mit verschiedenen Modellen und Berechnungsarten durchgeführt.

2 Benchmarks und Auswertung

Um die Analyse und den Vergleich von FEA-Softwarelösungen zu erleichtern, werden Benchmark-Tests von der National Agency for Finite Element Methods and Standards (NAFEMS) veröffentlicht, mit welchen die Programme getestet und im Anschluss einer kontinuierlichen Qualitätskontrolle unterzogen werden können [2].

Basierend auf einer Auswahl der von NAFEMS veröffentlichten Benchmarks (vgl. [3-6]) werden insgesamt 13 Tests herangezogen und die Finite-Elemente-Modelle mit Z88Aurora V3 soweit möglich nach Vorgabe aufgebaut sowie berechnet. Die in den Benchmarks gegebenen Zielgrößen variieren von Fall zu Fall, befinden sich jedoch meist an den Finite-Elemente-Knoten (FE-Knoten). An diesen FE-Knoten berechnet Z88Aurora standardmäßig nur die Verschiebungen. Spannungskomponenten sowie die Vergleichsspannung werden an den Gaußpunkten, also den Integrationsstützstellen des finiten Elements, berechnet und daraus die gemittelte Vergleichsspannung an den Elementen und den Knoten generiert. Da nicht alle Modelle exakt nach den NAFEMS-Vorgaben aufgebaut sind und ggf. geometrisch leicht abweichen oder andere Elementtypen Verwendung finden, ist eine Näherung zur Abbildung der berechneten Werte auf den Punkt des analytisch ermittelten Sollwerts nötig. Hier wird ein Mittelwert bestehend aus den nächsten zehn („Top10“) bzw. vier („Top4“) Gaußpunkten berechnet oder die Werte des nächsten Gaußpunkts („NGP“) angegeben, um die Ergebnisse gut anzunähern. Dies liegt darin begründet, dass die gegebenen Spannungen am Auswertepunkt zu den berechneten Spannungen am Gaußpunkt umso mehr abweichen, je weiter der Gaußpunkt entfernt liegt. Sobald die Lage des Auswertepunkts exakt auf einen FE-Knoten fällt und das Modell sehr akkurat erstellt ist, wird die Spannungsberechnung von Z88Aurora von Gaußpunkten auf Knoten geändert. Folglich findet die Spannungsberechnung nur noch an den FE-Knoten statt. Der in der folgenden Auswertung als „Knoten“ bezeichnete Wert wird dann an dem zum Auswertepunkt nächstliegenden Knoten abgelesen.

Die Berechnungen der Benchmarks mit Z88Aurora werden durchgehend mit dem direkten und parallelisierten Gleichungslöser PARDISO mit Sparse-Speicherung und Fill-In durchgeführt. Die Auswertung wurde mit Hilfe der automatisch im ASCII-Format erzeugten Ausgabedateien vollzogen, die alle

wichtigen Ergebnisse von Verschiebungen über Knotenkräfte zu Spannungskomponenten und Vergleichsspannung an den Gaußpunkten bzw. an den Knoten und Elementen bereitstellen.

Die Ergebnisse der Benchmark-Tests mit Z88Aurora V3 werden im Folgenden präsentiert und abschließend bewertet sowie mit den Ergebnissen von Abaqus v6.14-3 von Dassault Systèmes [7] verglichen. Es wird auf eine detaillierte Beschreibung der Benchmarks bzw. des Modellaufbaus verzichtet, da Details hierzu in der gegebenen Literatur ausführlich dargestellt sind.

2.1 Benchmark LE1 – Elliptische Membran

Der erste Standard-Benchmark [3] behandelt eine elliptische Membran aus dreieckigen bzw. viereckigen Scheibenelementen, welche mit einem Druck nach Außen beaufschlagt ist. Der Benchmark wird mit den Z88-Elementen Scheibe Nr. 7 (acht Knoten, viereckig, quadratischer Serendipity-Ansatz) und Scheibe Nr. 11 (12 Knoten, viereckig, kubischer Serendipity-Ansatz) vernetzt. Neben den vorgegebenen Netzen Coarse (Mesh 1) und Fine (Mesh 2) wird für das Element Nr. 7 zusätzlich ein feineres Netz aus 16x24 Elementen (Mesh3) erstellt.

Die Ergebnisse des Benchmarks LE1 sind in Tab. 1 dargestellt. Die feinere Vernetzung von Element 7 ist zur Zielerreichung nicht notwendig, da bereits Mesh 2 eine sehr gute Genauigkeit erreicht. Die Verwendung der kubischen Schale Nr. 12 bringt nochmals eine Verbesserung und die Abweichung fällt bei feinem Netz unter ein Prozent.

Tab. 1: Ergebnisse Benchmark LE1

Zielwert: 92,7 MPa	σ_{yy} in MPa			Abweichung
	Top4	NGP	Knoten	
Element 7 / Mesh 1	53,66	73,58	83,45	-10,0 %
Element 7 / Mesh 2	68,41	83,25	91,06	-1,8 %
Element 7 / Mesh 3	87,20	92,30	95,65	3,2 %
Element 11 / Mesh 1	54,31	74,98	87,70	-5,4 %
Element 11 / Mesh 2	68,43	83,34	92,20	-0,5 %

2.2 Benchmark LE3 – Halbkugelige Schale mit Punktlasten

Für den Standard-Benchmark LE3 [3], eine halbkugelige Schale mit Punktlasten, wird in Z88Aurora das Element Schale Nr. 21 (16 Knoten, viereckig, quadratischer Serendipity-Ansatz) benutzt. Bei der Vernetzung sollten neben den Vorgaben des Benchmarks, welcher zum einen ein grobes Netz (Mesh 1, Coarse) und zum anderen ein feines Netz (Mesh 2, Fine) vorsieht, nochmals feinere Netze mit 192 (Mesh 3), 432 (Mesh 4) und 1728 (Mesh 5) Elementen Anwendung finden. Die Volumenschale schafft es bei den vorgegebenen Vernetzungen nicht, den Zielwert zu erreichen (siehe Tab. 2). Sobald die feineren Netze berechnet werden, sinkt die Abweichung auf unter ein Prozent. Parallel zur steigenden Ergebnislösung erhöht sich auch der Rechenaufwand, der aber aufgrund der Parallelisierung des direkten Gleichungslösers kaum ins Gewicht fällt.

Tab. 2: Ergebnisse Benchmark LE3

Zielwert: 185 mm	u_x in mm	Abweichung
Element 21 / Mesh 1	2,57	-7098,4 %
Element 21 / Mesh 2	32,00	-478,1 %
Element 21 / Mesh 3	142,29	-30,0 %
Element 21 / Mesh 4	174,22	-6,2 %
Element 21 / Mesh 5	183,99	-0,5 %

2.3 Benchmark LE5 – Kragbalken mit Z-Profil

Der fünfte linear-elastische Standard-Benchmark LE5 [3] besteht aus einem eingespannten Kragbalken mit Z-Profil, welcher mit einem Moment – abgebildet durch zwei gegenläufig wirkende Scherkräfte am freien Balkenende – belastet ist und aus viereckigen Platten bestehen soll. Passend hierzu wird das Z88-Schalenelement Nr. 21 gewählt und mit der vorgegebenen Vernetzung (Mesh 1) sowie zusätzlich mit 32x12 (Mesh 2) und 64x24 Elementen (Mesh 3) berechnet. Bereits die mittlere Netzfeinheit liefert positive Ergebnisse von unter 7 % Abweichung zum analytischen Ergebnis. Das sehr feine Netz erreicht sogar eine Abweichung von unter 3 %. Die Resultate im Detail können Tab. 3 entnommen werden.

Tab. 3: Ergebnisse Benchmark LE5

Zielwert: -108 MPa	σ_{xx} in MPa			Abweichung
	Top10	Top4	NGP	
Element 21 / Mesh 1	-48,22	-65,59	-72,14	-33,2 %
Element 21 / Mesh 2	-111,77	-119,45	-115,40	6,9 %
Element 21 / Mesh 3	-116,43	-115,68	-110,90	2,7 %

2.4 Benchmark LE6 – Rautenförmige Platte unter normalem Druck

Ebenso zu den Standard-Benchmarks [3] zählt die rautenförmige Platte unter normalem Druck (LE6). Als passende finite Elemente werden die Z88-Platten Nr. 19 (16 Knoten, viereckig, kubischer Lagrange-Reissner-Mindlin-Ansatz) und Nr. 20 (acht Knoten, viereckig, quadratischer Serendipity-Reissner-Mindlin-Ansatz) gewählt und mit den vorgegeben Vernetzungen Coarse (Mesh1) und Fine (Mesh 2) im Modell umgesetzt. Zudem wird für Element Nr. 20 eine Berechnung mit einem feineren Netz aus 8x8 Elementen (Mesh 3) durchgeführt. Aufgrund des höherwertigen Ansatzes zeigt Element Nr. 19 bereits mit der groben Vernetzung sehr gute Werte, welche bei feinerer Vernetzung auf knapp ein Prozent Abweichung zum Benchmark-Zielwert verbessert werden (vgl. Tab 4). Für Element Nr. 20 werden nochmals feinere Netze benötigt, um passable Ergebnisse zu erreichen. Die Vernetzung mit Mesh 3 reicht noch nicht aus, sodass die sehr geringe Abweichung von Element Nr. 19 um den Faktor zehn übertroffen wird. Es ist zu erwarten, dass bei weiterer Netzverfeinerung auch mit dem quadratischen Plattenelement bessere Resultate erzielbar sind.

Tab. 4: Ergebnisse Benchmark LE6

Zielwert: 0,802 MPa	σ_v in MPa (nach Rankine) am NGP	Abweichung
Element 19 / Mesh 1	0,818	2,0 %
Element 19 / Mesh 2	0,792	-1,2 %
Element 20 / Mesh 1	0,321	-60,0 %
Element 20 / Mesh 2	0,612	-23,7 %
Element 20 / Mesh 3	0,705	-12,1 %

2.5 Benchmark LE7 – Achsensymmetrischer Zylinder

Für den Standard-Benchmark LE7 [3], einen druckbelasteten achsensymmetrischen Zylinder, werden nun Torus-Elemente benötigt. Folglich wird dieser Benchmark mit den Z88-Elementen Torus Nr. 8 (acht Knoten, viereckig, quadratischer Serendipity-Ansatz) und Torus Nr. 12 (12 Knoten, viereckig, kubischer Serendipity-Ansatz) und jeweils mit den zwei von NAFEMS vorgegebenen Vernetzungen Coarse (Mesh 1) und Fine (Mesh 2) durchgeführt. Bei der Berechnung des Benchmarks wird für den druckbelasteten Torus in Z88Aurora V3 die Aufstellung des Lastvektors bzw. die Elementroutine [1] angepasst, sodass der Druck automatisch mit dem jeweiligen Umfang und den Knotenabständen in Knotenkräfte umgerechnet wird. Die Resultate mit dieser Anpassung hängen weiterhin von der Netzfeinheit ab, da diese die Genauigkeit der Flächenberechnung direkt steigert. Analog zum vorherigen Benchmark liegen die Ergebnisse (siehe Tab. 5) des höherwertigen Ansatzes deutlich näher am Zielwert. Mit Element Nr. 12 lässt sich schon bei grober Vernetzung quasi keine Abweichung zum Sollwert erkennen, mit feiner Vernetzung liegt diese ebenso unter einem Prozent. Die Verschlechterung des Wertes bei feinem Netz liegt innerhalb der numerischen Schwankungen durch das veränderte Netz und die gemittelte Umrechnung der Drucklast. Das Element Nr. 8 benötigt für ähnlich gute Resultate im Vergleich zu Element Nr. 12 die feine Vernetzung und kommt damit auf eine Abweichung von knapp zwei Prozent.

Tab. 5: Ergebnisse Benchmark LE7

Zielwert: 25,86 MPa	σ_{zz} in MPa			Abweichung
	Top4	NGP	Knoten	
Element 8 / Mesh 1	17,81	19,84	21,05	-18,6 %
Element 8 / Mesh 2	22,31	24,85	26,45	2,3 %
Element 12 / Mesh 1	22,07	24,36	25,76	-0,4 %
Element 12 / Mesh 2	23,10	24,28	25,63	-0,9 %

2.6 Benchmark LE8 – Achsensymmetrische Schale

Ein weiterer linear-elastischer Benchmark mit Toruselementen ist der Standard-Benchmark LE8 [3]. Die Berechnungen wurden mit den vorgegebenen Vernetzungen Coarse (Mesh 1) und Fine (Mesh 2) und den Elementen Nr. 8 und Nr. 12 durchgeführt. Der angepasste Randbedingungseinbau aus Kapitel 2.5 wird hier ebenso verwendet. Die dort angemerkte Abhängigkeit von der Netzfeinheit spiegeln auch die Ergebnisse von Benchmark LE8 in Tab. 6 wider, wobei die Unterschiede zwischen den beiden Tori erneut gering ausfallen. Mit feinem Netz liegen die Elemente bei knapp drei Prozent (Nr. 8) bzw. knapp zwei Prozent (Nr. 12) Abweichung vom analytisch berechneten Wert.

Tab. 6: Ergebnisse Benchmark LE8

Zielwert: 94,55 MPa	σ_{TE} in MPa			Abweichung
	Top4	NGP	Knoten	
Element 8 / Mesh 1	75,93	86,74	88,34	-8,3 %
Element 8 / Mesh 2	88,95	91,43	85,02	-3,3 %
Element 12 / Mesh 1	76,73	90,23	88,27	-4,6 %
Element 12 / Mesh 2	90,35	92,50	85,14	-2,2 %

2.7 Benchmark LE9 – Achsensymmetrische, verzweigte Schale

Beim vorletzten linear-elastischen Standard-Benchmark LE9 handelt es sich um eine achsensymmetrische, verzweigte Schale bestehend aus Toruselementen unter Innendruck. Die Berechnungen werden mit den Elementen Torus Nr. 8 und Torus Nr. 12 und den vorgegebenen Vernetzungen Coarse (Mesh 1) und Fine (Mesh 2) durchgeführt. Das Element Nr. 8 wird zusätzlich mit einem feineren Netz (Mesh 3) berechnet. Zum Einsatz kam auch der Anpassung des Randbedingungseinbaus für Toruselemente aus Kapitel 2.5. Aufgrund des komplexen Modellaufbaus weichen die Ergebnisse mit knapp 20 % vom Zielwert ab, solange die Vernetzung nicht über die NAFEMS-Vorgabe hinaus verfeinert wird (vgl. Tab 7). Mit einem feineren Netz liefert Element Nr. 8 geringere Abweichungen von unter zehn Prozent, die mit einer weiteren Verfeinerung noch verringert werden könnten. Dies lässt sich auch auf Element Nr. 12 übertragen, welches bei steigender Netzfeinheit bessere Resultate erzielen wird. Insgesamt ist bei den druckbelasteten Torus-Modellen der modifizierte Randbedingungseinbau durch seine starke Netzabhängigkeit das ausschlaggebende Kriterium für eine geringe Abweichung zum analytisch berechneten Wert aus den NAFEMS-Benchmarks. Zudem differiert der Modellaufbau der verzweigten Schale zur Soll-Geometrie, was zu zusätzlichen Abweichungen der Spannungswerte führen kann.

Tab. 7: Ergebnisse Benchmark LE9

Zielwert: -319,9 MPa	σ_{zz} in MPa			Abweichung
	Top10	Top4	NGP	
Element 8 / Mesh 1	-61,73	-149,31	-217,50	-32,0 %
Element 8 / Mesh 2	-107,96	-203,03	-249,80	-21,9 %
Element 8 / Mesh 3	-251,14	-269,95	-290,60	-9,2 %
Element 12 / Mesh 1	-78,37	-177,98	-247,90	-22,5 %
Element 12 / Mesh 2	-109,86	-202,50	-257,10	-19,6 %

2.8 Benchmark LE10 – Dicke Platte

Als abschließender linear-elastischer Benchmark wird LE10 – eine dicke Platte unter Druckbelastung – aus den Standard-Benchmarks [3] ausgewählt. Diese Platte soll nach NAFEMS-Vorgaben aus Hexaedern oder Tetraedern bestehen. Folglich werden die Standardvernetzungen mit den Z88-Elementen Hexaeder Nr. 1 (acht Knoten, linearer Ansatz) bzw. Nr. 10 (20 Knoten, quadratischer Serendipity-Ansatz) sowie für Tetraeder Nr. 16 (zehn Knoten, quadratischer Serendipity-Ansatz) und Nr. 17 (vier Knoten, linearer Ansatz) generiert. Zusätzlich werden feinere Netze mit 12x8x4 Elementen (Mesh 3) erstellt. Wie Tab. 8 zu entnehmen ist, erreichen die finiten Elemente mit quadratischem Ansatz bei Mesh 2 Abweichungen um zwei Prozent. Damit der Hexaeder mit linearem Ansatz den Zielwert erreicht, wird das feine Mesh 3 benötigt. Der lineare Tetraeder weicht bei dieser Netzfeinheit noch mehr als 30 % ab und würde folglich von einer noch feineren Vernetzung profitieren. Dies ist mit Fokus auf die Rechenzeit nicht kritisch, da die Anzahl der Freiheitsgrade bei diesem Tetraedernetz knapp 60 % unter dem des zugehörigen Hexaedernetzes liegt und somit noch Spielraum für ein feineres Netz vorhanden ist.

Tab. 8: Ergebnisse Benchmark LE10

Zielwert: 5,38 MPa	σ_{yy} in MPa			Abweichung
	Top4	NGP	Knoten	
Element 1 / Mesh 1	1,26	2,34	3,73	-30,6 %
Element 1 / Mesh 2	2,55	3,42	4,93	-8,4 %
Element 1 / Mesh 3	3,96	4,52	5,43	0,8 %
Element 10 / Mesh 1	3,45	4,06	4,64	-13,7 %
Element 10 / Mesh 2	3,84	4,50	5,28	-1,9 %
Element 10 / Mesh 3	4,58	4,94	5,36	-0,5 %
Element 16 / Mesh 1	0,33	0,55	4,75	-11,8 %
Element 16 / Mesh 2	3,01	4,26	5,51	2,5 %
Element 16 / Mesh 3	3,84	4,66	5,59	3,9 %
Element 17 / Mesh 1	0,66	0,56	0,97	-82,0 %
Element 17 / Mesh 2	1,29	1,84	1,84	-65,8 %
Element 17 / Mesh 3	3,11	3,46	3,48	-35,4 %

2.9 Benchmark Test 9(i)

Um die Güte der thermischen bzw. thermo-mechanischen Berechnungen von Z88Aurora zu überprüfen, wird aus den NAFEMS „Benchmarks Tests For Thermal Analysis“ [5] der Test 9(i) herangezogen. Die Berechnungen werden mit den vorgegebenen Netzfeinheiten abweichend zum Benchmark statt mit 2D-Elementen mit den 3D-Elementen Hexaeder Nr. 1 und Hexaeder Nr. 10 durchgeführt. Sowohl der Hexaeder mit linearem Ansatz als auch das Pendant mit quadratischer Ansatzfunktion erreichen bei feinem Netz eine Abweichung vom analytischen Wert von gut drei Prozent oder weniger (vgl. Tab. 9).

Tab. 9: Ergebnisse Benchmark Test 9(i)

Zielwert: 260,50 °C	T in °C	Abweichung
Element 1 / Mesh 1	333,33	28,0 %
Element 1 / Mesh 2	269,15	3,3 %
Element 10 / Mesh 1	179,92	-30,9 %
Element 10 / Mesh 2	257,19	-1,3 %

2.10 Benchmark FV5 – Gelenkig gelagerter Balken

Der erste Benchmark für die Eigenschwingungsanalyse wird erneut aus den NAFEMS Standard-Benchmarks [3] entnommen. Hierbei soll das Modell mit den Elementen Hexaeder Nr. 1 und Nr. 10 sowie der vorgegebenen Vernetzung analysiert werden. Statt der NAFEMS-Vorgabe eines 3D-Balkenelements müssen Hexaeder zur Anwendung kommen, da Balkenelemente in Z88Aurora nicht im Eigenschwingungssolver verfügbar sind. Trotz der unterschiedlichen Elementwahl stimmen die Modi im optischen Vergleich sehr gut überein (vgl. Bild 1), weshalb der Benchmark zur Bewertung verwendet wird. Ebenso überzeugen die Zahlenwerte mit geringen Abweichungen, wobei einige Modi stärker divergieren, andere dafür sehr exakt getroffen werden. Dies ist in Anbetracht der unterschiedlichen Elementwahl durchaus nachvollziehbar. Details sind in Tab. 10 für den linearen Hexaeder bzw. in Tab. 11 für den quadratischen Hexaeder dargestellt.

Tab. 10: Ergebnisse Benchmark FV5 – Element 1

	Zielwert	f in Hz	Abweichung
Mode 1 & 2	42,649 Hz	75,566	77,2 %
Mode 3	77,542 Hz	88,049	13,6 %
Mode 4	125,000 Hz	126,826	1,5 %
Mode 5 & 6	148,310 Hz	167,365	12,8 %
Mode 7	233,100 Hz	197,187	-15,4 %
Mode 8 & 9	284,550 Hz	270,988	-4,8 %

Tab. 11: Ergebnisse Benchmark FV5 – Element 10

	Zielwert	f in Hz	Abweichung
Mode 1 & 2	42,649 Hz	62,341	46,2 %
Mode 3	77,542 Hz	100,243	29,3 %
Mode 4	125,000 Hz	125,001	0,0 %
Mode 5 & 6	148,310 Hz	166,484	12,3 %
Mode 7	233,100 Hz	195,171	-16,3 %
Mode 8 & 9	284,550 Hz	272,374	-4,3 %

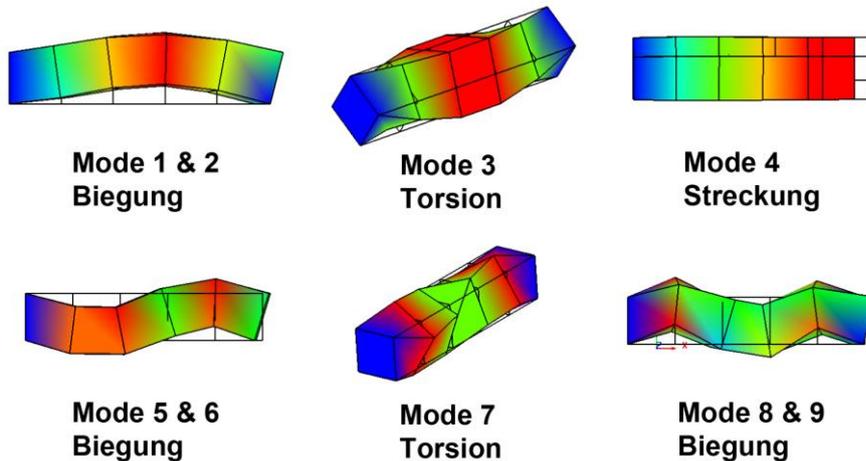


Bild 1: Ergebnisse Benchmark FV5 – Moden 1 bis 9

2.11 Benchmark FV32 – Kegelförmiger Kragbalken

Das Modell des freitragenden, kegelförmigen Kragbalkens aus den Standard-Benchmarks [3] soll mittels Eigenschwingungsanalyse untersucht werden. Die von NAFEMS vorgegebenen Membranelemente sind in Z88Aurora nicht verfügbar, sodass die Modelle stattdessen mit den Elementen Hexaeder Nr. 1 bzw. Nr. 10 und den vorgegebenen Netzfeinheiten berechnet werden. Analog zum Benchmark FV5 stimmen die Modi trotz der anderen Elementwahl sehr gut überein (vgl. Bild 2), weshalb der Benchmark Berücksichtigung findet. Ebenso existieren bei den Zahlenwerten in Tab. 12 und Tab. 13 unabhängig vom Elementansatz keine Abweichungen über zehn Prozent. Im Idealfall wird der Zielwert sogar exakt getroffen, in vielen Fällen liegen die Differenzen zum analytisch berechneten Wert unter fünf Prozent.

Tab. 12: Ergebnisse Benchmark FV32 – Element 1

		f in Hz	Abweichung
Mode 1	Mesh 1	42,764	-4,2 %
Zielwert: 44,623 Hz	Mesh 2	42,491	-4,8 %
Mode 2	Mesh 1	136,873	5,3 %
Zielwert: 130,030 Hz	Mesh 2	136,386	4,9 %
Mode 3	Mesh 1	155,298	-4,5 %
Zielwert: 162,700 Hz	Mesh 2	155,686	-4,3 %
Mode 4	Mesh 1	264,532	7,5 %
Zielwert: 246,050 Hz	Mesh 2	266,262	8,2 %
Mode 5	Mesh 1	394,775	3,9 %
Zielwert: 379,900 Hz	Mesh 2	404,108	6,4 %
Mode 6	Mesh 1	390,955	-0,1 %
Zielwert: 391,440 Hz	Mesh 2	395,732	1,1 %

Tab. 13: Ergebnisse Benchmark FV32 – Element 10

	Netz	f in Hz	Abweichung
Mode 1	Mesh 1	41,923	-6,1 %
Zielwert: 44,623 Hz	Mesh 2	42,241	-5,3 %
Mode 2	Mesh 1	133,360	2,6 %
Zielwert: 130,030 Hz	Mesh 2	135,217	4,0 %
Mode 3	Mesh 1	154,927	-4,8 %
Zielwert: 162,700 Hz	Mesh 2	155,409	-4,5 %
Mode 4	Mesh 1	257,081	4,5 %
Zielwert: 246,050 Hz	Mesh 2	260,043	5,7 %
Mode 5	Mesh 1	383,400	0,9 %
Zielwert: 379,900 Hz	Mesh 2	397,431	4,6 %
Mode 6	Mesh 1	386,359	-1,3 %
Zielwert: 391,440 Hz	Mesh 2	391,997	0,1 %

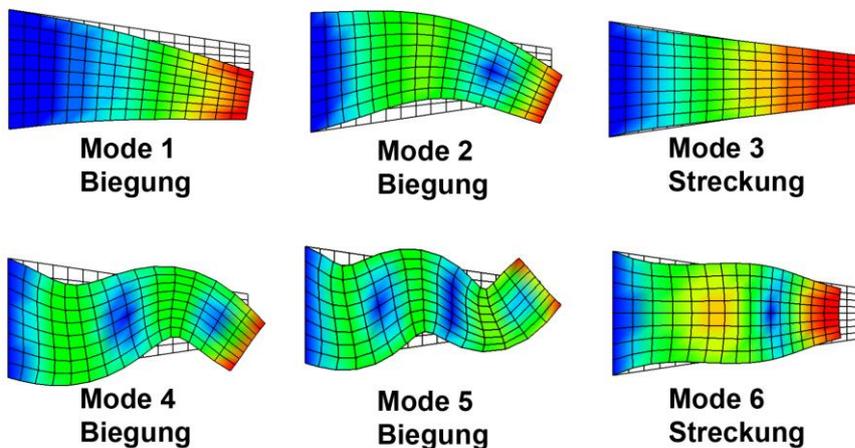


Bild 2: Ergebnisse Benchmark FV32 – Moden 1 bis 6

2.12 Benchmark FV52 – einfach gelagerte quadratische Platte

Zur abschließenden Beurteilung der Leistungsfähigkeit des Eigenschwingungssolvers wird der Standard-Benchmark FV52 – die einfach gelagerte, quadratische Platte [3] – eingesetzt. Für den Benchmark werden die vorgesehenen Elemente 8-Knoten Hexaeder (Nr. 1) bzw. 20-Knoten Hexaeder (Nr. 10) mit den vorgegebenen Vernetzungseinstellungen eingesetzt. Die Form der Moden stimmt bei der Berechnung mit Z88Aurora nicht immer überein, da die Analyse zusätzliche Moden (X & Y) zeigt, welche nicht im NAFEMS Benchmark erwähnt sind (vgl. Bild 3). Trotz dieser Unterschiede sind die quantitativen Abweichungen zu den Soll-Werten gering und liegen für den Hexaeder mit quadratischem Ansatz und feiner Vernetzung meist unter fünf Prozent. Einzelheiten sind in Tab. 14 für den 8-Knoten Hexaeder und in Tab. 15 für den 20-Knoten Hexaeder abgebildet.

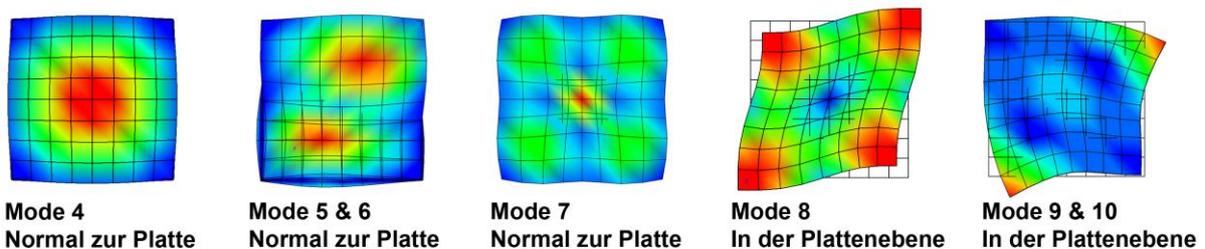


Bild 3: Ergebnisse Benchmark FV52 – Moden 4 bis 10

Tab. 14: Ergebnisse Benchmark FV52 – Element 1

		f in Hz	Abweichung
Mode 4	Mesh 1	64,569	40,7 %
Soll: 45,897 Hz	Mesh 2	50,311	9,6 %
Mode 4 & 6	Mesh 1	159,305	45,6 %
Soll: 109,440 Hz	Mesh 2	124,387	13,7 %
Mode 7	Mesh 1	192,535	14,7 %
Soll: 167,890 Hz	Mesh 2	175,818	4,7 %
Mode 8	Mesh 1	193,913	0,2 %
Soll: 193,590 Hz	Mesh 2	193,786	0,1 %
Mode X	Mesh 1	n. v.	n. v.
Soll: n. v.	Mesh 2	237,788	n. v.
Mode 9 & 10	Mesh 1	187,676	-9,0 %
Soll: 206,190 Hz	Mesh 2	201,143	-2,4 %
Mode Y	Mesh 1	211,021	n. v.
Soll: n. v.	Mesh 2	216,399	n. v.

Tab. 15: Ergebnisse Benchmark FV52 – Element 10

		f in Hz	Abweichung
Mode 4	Mesh 1	44,456	-3,1 %
Soll: 45,897 Hz	Mesh 2	43,637	-4,9 %
Mode 4 & 6	Mesh 1	107,618	-1,7 %
Soll: 109,440 Hz	Mesh 2	104,983	-4,1 %
Mode 7	Mesh 1	160,701	-4,3 %
Soll: 167,890 Hz	Mesh 2	157,095	-6,4 %
Mode 8	Mesh 1	193,494	0,0 %
Soll: 193,590 Hz	Mesh 2	193,462	-0,1 %
Mode X	Mesh 1	199,952	n. v.
Soll: n. v.	Mesh 2	196,526	n. v.
Mode 9 & 10	Mesh 1	184,063	-10,7 %
Soll: 206,190 Hz	Mesh 2	200,690	-2,7 %
Mode Y	Mesh 1	210,135	n. v.
Soll: n. v.	Mesh 2	228,198	n. v.

2.13 Benchmark Test NL 3.4

Nachdem die Untersuchungen der Z88Aurora-Berechnungsmodule linear-elastische Analyse, Eigenschwingungsanalyse und thermische Analyse abgeschlossen sind, soll letztlich noch der nichtlineare Solver erprobt werden. Hierzu kommt der Benchmark Test NL 3.4 aus den „Finite Element Benchmarks For 2D Beams And Axisymmetric Shells Involving Geometric Non-Linearity“ [6] zum Einsatz. Es handelt sich um einen einseitig eingespannten Kragbalken mit einer Einzellast am freien Balkenende. Analog zu Benchmark FV5 sind Balkenelemente im nichtlinearen Solver von Z88Aurora nicht verfügbar, sodass der Benchmark mit einem Netz aus den Z88-Elementen Hexaeder Nr. 1 bzw. Nr. 10 berechnet wird. Verwendung finden die vorgegebene Netzeinstellung Mesh 2 mit 32 Elementen und dazu ein größeres Mesh 1 mit 16 Elementen. In Bild 4 sind die prozentualen Abweichungen vom Zielwert über dem Lastanteil dargestellt. Die Ergebnisse weichen bei voller Last teilweise noch im zweistelligen Prozentbereich ab, was durch die minimal zulässige Querkontraktionszahl in Z88Aurora bedingt sein kann. Hierbei lässt sich der von NAFEMS geforderte Wert von 0,0 nicht verwenden, sodass mit 0,01 gerechnet wird. Mit Hinblick auf diese Anpassung und die Wahl eines anderen Elementtyps bei relativ grober FE-Vernetzung sind die Ergebnisse als gut einzustufen.

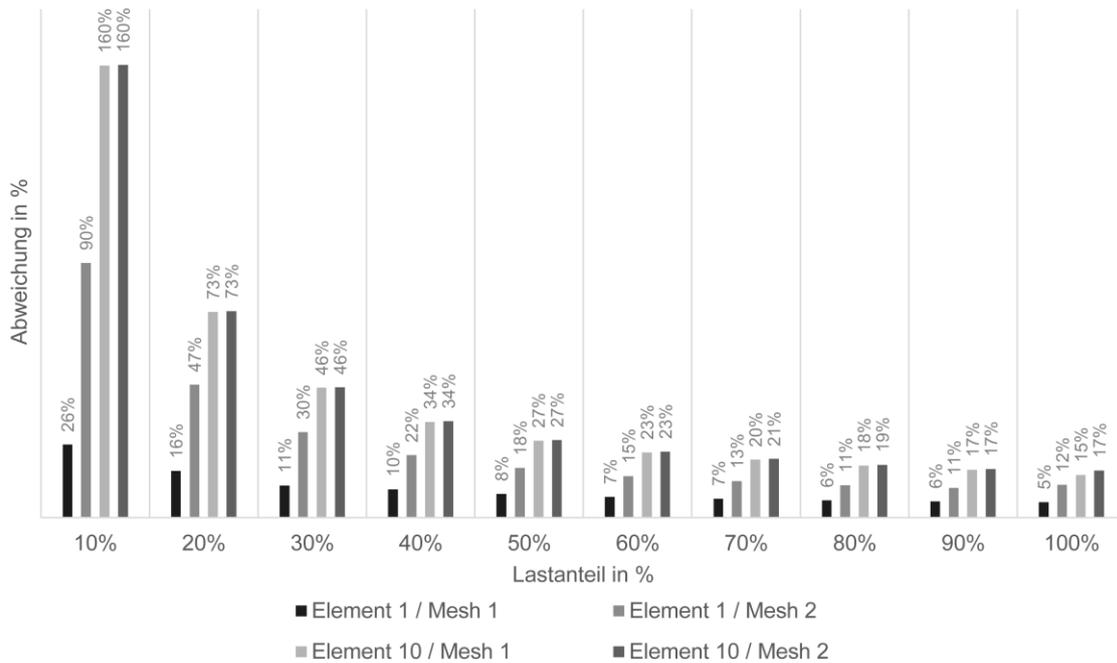


Bild 4: Ergebnisse Benchmark Test NL 3.4

3 Zusammenfassung und Ausblick

In Bild 5 werden die bei der Berechnung der Benchmarks mit Z88Aurora V3 ermittelten minimalen Abweichungen von den NAFEMS-Zielwerten dargestellt und mit den Ergebnissen von Abaqus/Standard v6.14-3 nach [7] verglichen. Hierbei fehlen im Diagramm die Werte von Abaqus, für die keine Benchmarkresultate verfügbar sind. Bei der Betrachtungen der Abweichungen von Z88Aurora V3 ist deutlich zu erkennen, dass diese über alle ausgewerteten Benchmarks unter zehn Prozent liegen. Hierfür ist die Vernetzung stellenweise weiter verfeinert worden. So kann im Vergleich zu Abaqus/Standard eine ähnliche bzw. teilweise sogar eine höhere Genauigkeit erreicht werden. Nachteile in der Berechnungsgeschwindigkeit können mit Z88Aurora durch die Parallelisierung der Solver egalisiert werden, wobei steigende Lizenzanforderungen wie bei der Mehrkern-Berechnung mit kommerziellen Systemen nicht anfallen. Bei Tests mit bis zu 32 Kernen und 128 GB Arbeitsspeicher konnte Z88Aurora V3 äußerst zeitsparend die geforderten Analysen abschließen.

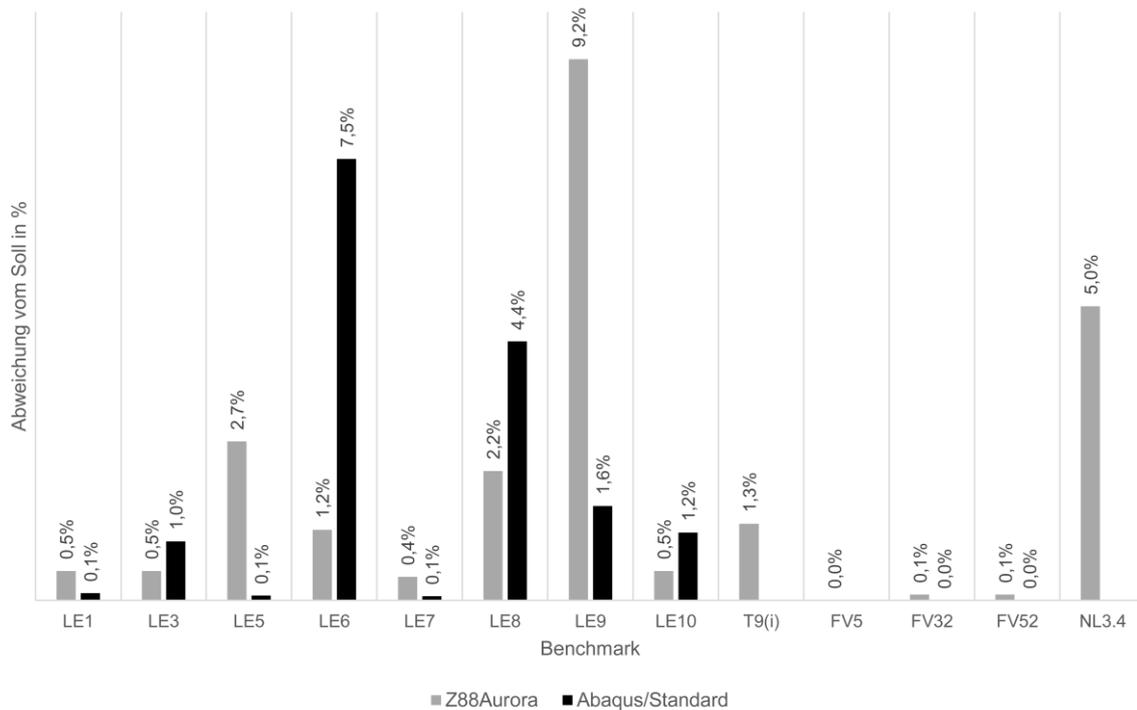


Bild 5: Zusammenfassung der durchgeführten Benchmarks und Vergleich mit Abaqus/Standard

Vor allem bei Benchmark LE9 muss erwähnt werden, dass die Ermittlung der Knotenkräfte aus dem Druck stark von der Netzfeinheit abhängig ist, da zur überschlägigen Berechnung der Fläche jeweils der mittlere Radius verwendet wird, welcher bei großen Knotenabständen nicht die Realität widerspiegeln kann. Bei feinerer Vernetzung sind also auch bei Benchmark LE9 bessere Resultate erzielbar. Ein Grund für die Abweichungen zwischen Z88Aurora und Abaqus könnten unterschiedliche Elementformulierungen bzw. Integrationspunktanzahlen sein, welche ebenso Einfluss auf das Ergebnis nehmen. Dies wurde in der vorliegenden Veröffentlichung nicht näher beleuchtet. Die Resultate der Benchmark-Tests sind für die zukünftige Weiterentwicklung von Z88Aurora, z. B. durch das Aufzeigen von weiteren nützlichen Programmfeatures, essentiell und zeigen zudem die schon vorhandene Leistungsfähigkeit dieser kostenlosen Softwarelösung. Es lässt sich zusammenfassen, dass Z88Aurora V3 bezogen auf die Ergebnisgüte – sobald das Netz einen gewissen Feinheitsgrad erreicht – dem Vergleich mit kommerziellen Programmen standhält.

4 Literatur

- [1] Rieg, F.; et al.: „Finite-Elemente-Analyse für Ingenieure“, 5., überarbeitete Auflage. München: Carl Hanser Verlag, 2014
- [2] NAFEMS Ltd.: „NAFEMS History“, Internetseite:
www.nafems.org/about/about_nafems/history/, Zugriff am 20. Juli 2015
- [3] NAFEMS Ltd.: „The Standard NAFEMS Benchmarks“, Rev. 3. Glasgow, 1990
- [4] NAFEMS Ltd.: „NAFEMS Background to Benchmarks. Glasgow, 1993
- [5] NAFEMS Ltd.: „Benchmark Tests For Thermal Analysis. Glasgow, 1986
- [6] NAFEMS Ltd.: „Finite Element Benchmarks For 2D Beams And Axisymmetric Shells Involving Geometric Non-Linearity. Glasgow, 1989
- [7] Dassault Systèmes S.A.; Abaqus Guide v 6.13 - Benchmarks Guide, 2014