

Vergleich der Auswirkungen auf den Designvorschlag durch Festigkeits- und Steifigkeitsoptimierung

Kevin Deese, Stefan Hautsch, Michael Frisch, Frank Rieg

Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD, Universität Bayreuth

Universitätsstraße 30, 95447 Bayreuth

E-Mail: kevin.deese@uni-bayreuth.de; Internet: <http://www.lscad.de>

Inhalt: Die Strukturoptimierung erfährt in der Industrie eine immer größer werdende Bedeutung. Ihre Anwendung kann dabei auf verschiedene Weise erfolgen. Eine Möglichkeit besteht in der Topologieoptimierung, die aus dem zur Verfügung stehenden Bauraum für ein Bauteil und den Randbedingungen ein für diesen Einsatz optimales Bauteil bzw. einen Designvorschlag erzeugt. Der Begriff „optimal“ ist dabei jedoch nicht eindeutig und kann je nach Vorgabe des Optimierungsverfahrens unterschiedlich ausfallen. Zwei Möglichkeiten stellen das OC-Verfahren als Vertreter der Steifigkeitsoptimierung und das SKO-Verfahren als Vertreter der Festigkeitsoptimierung dar. Beiden Verfahren liegen unterschiedliche Zielfunktionen zugrunde, weshalb auch die Optimierungsergebnisse differieren. Ein Vergleich soll zeigen, dass die Auswahl sowohl des Optimierungsverfahrens als auch der Optimierungsparameter einen großen Einfluss auf das Ergebnis hat und dementsprechend anwendungsorientiert erfolgen muss.

Abstract: Structural optimization becomes more and more important in the industry. Its application can occur in different ways. One of these ways is the topology optimization which uses the available space for a construction part and the boundary conditions in order to propose an optimum design for this specific task. However, the term “optimum” is not unambiguous and can result in different outcomes, depending on the choice of the optimization method. Two possible methods are the OC-method, as a stiffness optimization method, and the SKO-method, as stability optimization method. Both methods are based on different target functions because of which the results differ. A comparison shall show that the choice of both the optimization method and the optimization parameters has a large influence on the result and therefor has to be made application-oriented.

Stichwörter: Topologieoptimierung, SKO-Verfahren, OC-Verfahren

Keywords: topology optimization, SKO method, OC method

1 Strukturoptimierung

Die Optimierung mechanischer Strukturen – auch Strukturoptimierung genannt – gliedert sich in folgende Typen [1]:

- **Dimensionierung** (engl. sizing optimization) – Auslegung von Materialstärke bei gleichbleibender Geometrie
- **Formoptimierung** (engl. shape optimization) – Änderung der Form durch Verschiebung von Material bzw. Knoten im FE-Netz
- **Topologieoptimierung** (engl. topology optimization) – Erzeugung einer optimalen Topologie ausgehend von einem Bauraum durch Wegnahme von Material

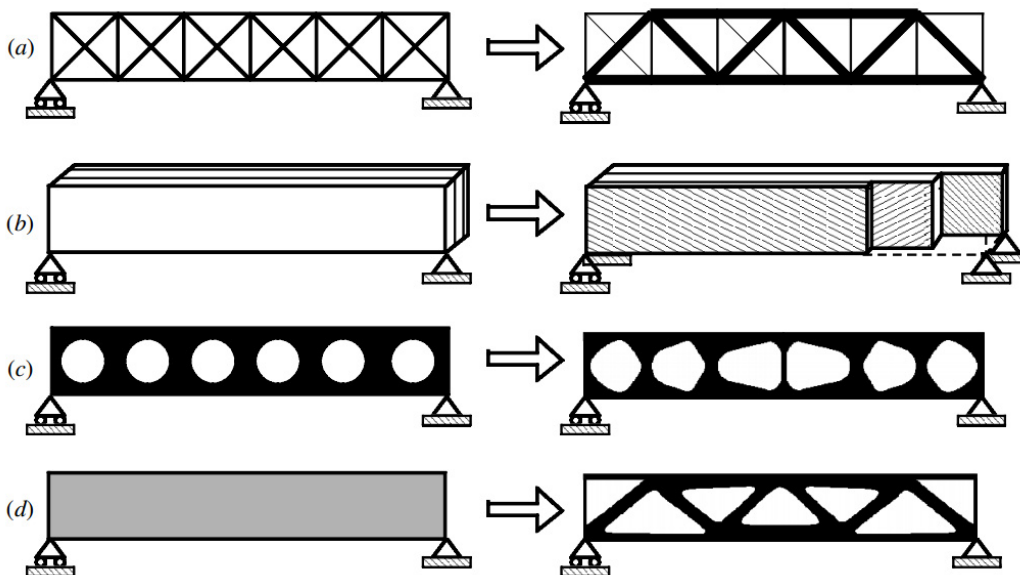


Abbildung 1-1: Optimierungstypen – (a) Dimensionierung, (b) Materialoptimierung, (c) Formoptimierung, (d) Topologieoptimierung [2]

Dimensionierung und Formoptimierung sind an eine weitestgehend fixierte Geometrie gebunden, während sich die Topologieoptimierung auf Grund ihrer gestalterischen Freiheit sehr gut als Werkzeug für den Formleichtbau eignet und entsprechend beliebt ist. Dabei gibt es verschiedenste Zielfunktionen, wobei hier vor allem die Festigkeits- und die Steifigkeitsoptimierung zu nennen sind.

2 Festigkeitsoptimierung

Die Festigkeitsoptimierung hat als Ziel, unter den gegebenen Randbedingungen das betrachtete Bauteil so zu optimieren, dass ein minimales Gewicht unter gleichzeitig hoher Festigkeit erzielt wird. Ein mögliches Verfahren dafür ist das SKO-Verfahren (Soft-Kill-Option), das auf der adaptiven biologischen Wachstumsregel basiert.

Diese begründet sich aus Beobachtungen aus der Natur, wonach beispielsweise Bäume an Stellen hoher Spannungen mit vermehrtem Wachstum reagieren und somit Spannungsspitzen abbauen sowie eine homogene Spannungsverteilung erreichen [3]. Ein weiteres Beispiel stellen Knochen dar, deren Gewebe durchgehend erneuert wird und, um sich veränderten Belastungen anzupassen, an Stellen hoher Spannungen stärker wächst und an Stellen niedriger Spannungen sogar entfernt wird [3, 4]. Daraus ergibt sich folgende Vorgehensweise:

1. Lagere Material an Stellen hoher Belastung an
2. Entferne Material an Stellen niedriger Belastung

Das SKO-Verfahren setzt die adaptive biologische Wachstumsregel ein, indem der aktuelle Elastizitätsmodul (E-Modul) der Finiten Elemente durch die Differenz der aktuellen Spannung und einer vorgegebenen Referenzspannung, multipliziert mit einem Skalierungsfaktor, verändert wird [1, 3]:

$$E_{i+1}^{(k)} = E_i^{(k)} + s \cdot (\sigma_i^{(k)} - \sigma_{ref}) \quad (2.1)$$

Dabei ist k das betrachtete Element, i die aktuelle Iteration, s der Skalierungsfaktor und σ_{ref} die Referenzspannung. Ist die aktuelle Spannung kleiner als die Referenzspannung, so ist das Element unterbelastet. Die Differenz wird dadurch negativ und der E-Modul verringert. Analoges gilt bei Überbelastung.

Der Skalierungsfaktor und die Referenzspannung sind in der Literatur nicht weiter beschriebene Einflussvariablen auf das Optimierungsergebnis, weshalb nach [5] verschiedene Variationen in Abhängigkeit der relativen Spannung oder der Referenzspannung untersucht worden sind. Daraus haben sich die folgenden zwei Beziehungen als bestmögliche Varianten erwiesen:

$$s(\sigma_{rel}) = \begin{cases} s_{min} + (s_{max} - s_{min})(\sigma_{rel} - 1)^2 & \text{für } \sigma_{rel} \leq 2 \\ s_{max} & \text{für } \sigma_{rel} > 2 \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\sigma_{ref}(t) = \sigma_{ref,min} + (\sigma_{ref,max} - \sigma_{ref,min}) \lg \left(1 + 9 \cdot \frac{t-1}{n-1} \right) \quad (2.3)$$

Diese Relationen verdeutlicht Abbildung 2-1.

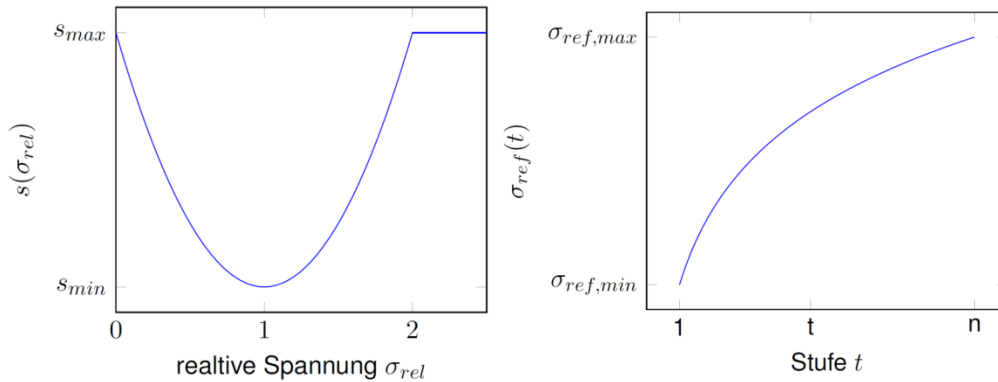


Abbildung 2-1: Variation des Skalierungsfaktors in Abhängigkeit der relativen Spannung (links),
Variation der Referenzspannung (rechts)

Für den Skalierungsfaktor sind dabei der minimale und maximale Skalierungsfaktor s_{min} und s_{max} , sowie die relative Spannung $\sigma_{rel} = \frac{\sigma_i}{\sigma_{ref}}$ relevant. Die Referenzspannung wird in Abhängigkeit einer Stufe t im Laufe der Optimierung von einem minimalen Wert $\sigma_{ref,min}$ zu dem eigentlich erlaubten Spannungswert $\sigma_{ref,max}$ erhöht. Je höher die Anzahl der Stufen n ist, desto kleiner sind die Stufensprünge. Auf Grund des logarithmischen Verlaufs wird die Referenzspannung anfangs stärker erhöht als zum Ende der Optimierung. Daraus ergibt sich ein erweitertes SKO-Verfahren:

$$E_{i+1}^{(k)} = E_i^{(k)} + s(\sigma_{i,rel}^{(k)}) \cdot (\sigma_i^{(k)} - \sigma_{ref}(t)) \quad (2.4)$$

$$E_{i+1}^{(k)} = \begin{cases} E_{max} & \text{wenn } E_{i+1}^{(k)} > E_{max} \\ 0 & \text{wenn } E_{i+1}^{(k)} < 0 \\ E_{i+1}^{(k)} & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.5)$$

3 Steifigkeitsoptimierung

Ein weiteres mögliches Optimierungsziel in der Topologieoptimierung ist die Maximierung der Steifigkeit K bzw. die Minimierung der Nachgiebigkeit C .

$$\min(C) = \min(\sum_{e=1}^{ne} E_e(x_e) \cdot \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e^0 \mathbf{u}_e) \quad (3.1)$$

$$u. d. N.: \quad \mathbf{u} \text{ als Lösung von } \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (3.2)$$

$$V(x) \leq v^{rel} \cdot V_{ges}^0 \quad (3.3)$$

$$0 < x_e \leq 1 \quad (3.4)$$

$$0 < E_{min} \leq E_e(x_e) \leq E_e^0 \quad (3.5)$$

Dieses Ziel kann jedoch nur unter bestimmten Nebenbedingungen gelöst werden. Einerseits muss die Verschiebung u als Lösungsvektor aus der Finiten Elemente Analyse (FEA) integriert werden und andererseits benötigt der Algorithmus einen Startwert für den iterativen Prozess. Dafür ist es notwendig, eine Volumenrestriktion $V(x)$ zu berücksichtigen. Schließlich wird festgelegt, dass die physikalische Dichte x_e einen Wert von „1“ (Finites Element mit vollem Material) nicht überschreiten darf sowie größer „0“ (Finites Element ist ein Loch) sein muss. Der als Optimierungsergebnis berechnete E-Modul $E_e(x_e)$ darf wiederum nicht kleiner als der vorgegebene minimale E-Modul und nicht größer als der E-Modul des eigentlichen Ausgangswerkstoffes sein [1,6].

Zur Berechnung des E-Moduls existieren diverse Optimierungsansätze, z. B. Solid Isotropic Materials with Penalization (SIMP) oder Rational Approximation of Material Properties (RAMP), wobei es hierfür noch spezielle Erweiterungen gibt [7]. Der in der Literatur am häufigsten genannte und auch in kommerziellen Tools verwendete Ansatz ist der nach dem SIMP-Verfahren,

$$E_e = E_{min} + \rho_{e,rel}^p \cdot (E_e^0 - E_{min}) \quad (3.6)$$

weshalb sich die vergleichenden Untersuchungen darauf beziehen [1,8].

Dieser besitzt eine fest vorgegebene Schranke in Form eines minimalen E-Moduls E_{min} , um eine numerische Stabilität zu garantieren. Die physikalische Dichte eines finiten Elements $\rho_{e,rel}$ bzw. die Designvariable x_e wird mit einem Bestrafungsfaktor p versehen, um eine scharfe 0-1-Verteilung im Finiten Element zu ermöglichen.

Die physikalische Dichte eines Finiten Elementes wiederum muss mit dem Optimierungsalgorithmus gelöst werden, um schließlich den E-Modul für die jeweilige Iteration zu berechnen.

$$\rho_{e,rel} = \frac{\rho_e}{\rho_e^0} = x_e \quad (3.7)$$

Ein mathematisches Verfahren zur Berechnung der Designvariablen ist das Optimalitätskriterien-Verfahren (OC) [1,7].

Die Herleitung des Optimalitätskriteriums erfolgt aus der Lagrange-Funktion des Optimierungsproblems. Diese ist eine mathematische Funktion, die die Zielfunktion mit den Nebenbedingungen in eine einzige Gleichung vereint. Durch die Ableitung der Lagrange-Funktion, zur Berechnung einer stationären Lösung, werden die Optimalitätskriterien bestimmt. Die Umformulierung des Optimierungsproblems ergibt folgende Fallunterscheidungen:

$$x_e^{i+1} = \begin{cases} \max(0, x_e - \alpha) & \text{für } x_e B_e^\eta \leq \max(0, x_e - \alpha) \\ x_e B_e^\eta & \text{für } \max(0, x_e - \alpha) < x_e B_e^\eta < \min(1, x_e + \alpha) \\ \min(1, x_e + \alpha) & \text{für } x_e B_e^\eta \leq \min(1, x_e + \alpha) \end{cases} \quad (3.8)$$

mit dem Vektor B aus der Optimalitätsbedingung

$$B_e = \frac{\frac{\partial C}{\partial x_e}}{\lambda \cdot \frac{\partial V}{\partial x_e}} = \frac{dC_e}{\lambda \cdot V_e^0} \quad (3.9)$$

In der Fallunterscheidung enthalten ist mit α eine maximale Schrittweite für die Änderung der Designvariablen und mit η ein Dämpfungsfaktor, für den üblicherweise $\eta = 0,5$ gilt. Der in B enthaltenen Lagrange-Multiplikator λ , muss so gewählt werden, dass die Volumen-nebenbedingung mit den neu berechneten Designvariablen eingehalten wird. Dieser Multiplikator lässt sich zuverlässig mit Hilfe einer Liniensuche wie z. B. der Bisektion ermitteln. Dabei wird der Faktor verkleinert, wenn die Volumenrandbedingung erfüllt ist, andernfalls vergrößert.

Ein häufig auftretendes Problem sind nach [9] numerische Instabilitäten bei der Steifigkeitsanalyse. Aus diesem Grund wird für die Lösung des Problems ein Sensitivitätsfilter in den Optimierungsablauf eingebunden [10].

4 Optimierungsmodell

4.1 Ausgangsbauteil

Das für den Vergleich der beiden Verfahren verwendete Bauteil ist in Abbildung 4-1 dargestellt. Dabei handelt es sich um einen mit Hexaedern vernetzten Balken, der an der unteren linken und rechten Kante festgehalten wird. Die rechte Festhaltung stellt ein Festlager dar, die andere ein Loslager. In der Mitte der oberen Fläche wird eine Last von 50 N in negative y-Richtung aufgetragen. Der Ausgangselastizitätsmodul beträgt 206.000 N/mm² und die Querkontraktion 0,3.

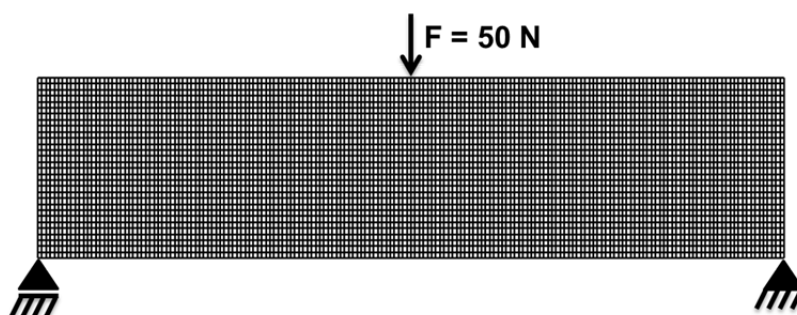


Abbildung 4-1: Ausgangsmodell für Optimierung

4.2 Parameter für Optimierungsverfahren

Entscheidend für eine „gute“ Topologieoptimierung ist die Wahl und Variation der Parameter des Optimierungsalgorithmus. Hierbei sind das Wissen und die Erfahrung des Anwenders von entscheidender Bedeutung, da jede Variation von Parametern ein anderes Optimierungsergebnis nach sich zieht, wie im Folgenden ersichtlich wird.

Festigkeitsoptimierung

Für die Optimierung mit dem SKO-Verfahren wird einerseits der maximale sowie der minimale Skalierungsfaktor ($s_{\min} = 60$; $s_{\max} = 600$) festgesetzt. Die minimale und maximale Referenzspannung wird andererseits bei den beiden Variationen verändert. In der ersten Variation beträgt die minimale Referenzspannung $\sigma_{\min} = 30$ N/mm² und die Maximale $\sigma_{\max} = 100$ N/mm². Bei Variante 2 hingegen werden beide Werte halbiert, so dass sich $\sigma_{\min} = 15$ N/mm² und $\sigma_{\max} = 50$ N/mm² ergibt.

Dabei ist zu beachten, dass die Wahl der Parameter auf den Ausgangselastizitätsmodul abgestimmt ist. Die maximale Referenzspannung hat als Obergrenze die Streck-

grenze des verwendeten Materials und ist davon abhängig, wie hoch die eingeplante Sicherheit ist.

Steifigkeitsoptimierung

Bei dem für die Steifigkeitsoptimierung erweiterten SIMP-Ansatz wird ein Bestra-
fungsparameter, wie nach [1,6] empfohlen, von $p = 3$ gewählt. Die maximale Schrittweite
beträgt $\alpha = 0,3$, der Dämpfungsfaktor $\eta = 0,5$. Um eine Vergleichbarkeit der Simulationser-
gebnisse zu gewährleisten, wird die Volumenrestriktion nach dem Optimierungsergebnis
des SKO-Verfahrens gewählt. Hierbei wird das Volumen des konstruierten Bauteils be-
stimmt und daraus das relative Volumen für die Steifigkeitsoptimierung abgeleitet. Für Va-
riante 1 ergibt sich ein relatives Volumen von $v^{\text{rel}} = 24,9 \%$ und für Variante 2 $v^{\text{rel}} = 39,9 \%$.

5 Ergebnisse

5.1 Optischer Vergleich der Optimierungsergebnisse

Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse der Topologieoptimierung des SKO-
mit dem des OC-Verfahrens gegenübergestellt.

Festigkeitsoptimierung

Bei dem SKO-Verfahren bildet sich jeweils eine ähnliche Struktur aus, wobei bei der
Simulation mit der höheren Referenzspannung ein Designvorschlag mit einer niedrigeren
Masse bzw. Volumen resultiert, wie Abbildung 5-1 zeigt.

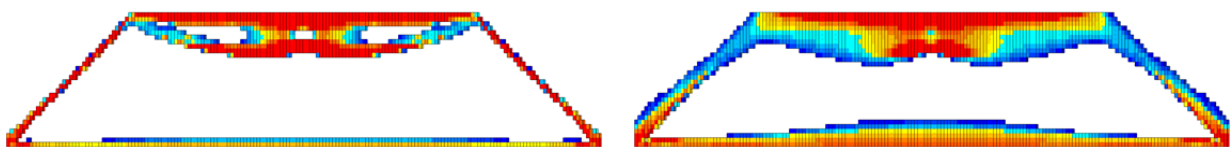


Abbildung 5-1: Optimierungsergebnis SKO-Verfahren: Variante 1 (links), Variante 2 (rechts)

Hervorzuheben ist weiterhin, dass in der Mitte der Krafteinleitung das meiste Mate-
rial anlagert, wohingegen der Rand nur eine sehr dünne Struktur ausbildet. Bei Variante 2
ist zu erkennen, dass viele Elemente enthalten sind, deren relativer E-Modul zwischen 0
und 1 liegt, die also nicht eindeutig als festes Material oder als Loch zu erkennen sind.
Hier bedarf es daher einer gewissen Interpretation bei der Nachkonstruktion.

Steifigkeitsoptimierung

Die Ergebnisse aus der Topologieoptimierung mit dem OC-Verfahren sind in Abbil-
dung 5-2 dargestellt.



Abbildung 5-2: Optimierungsergebnis OC-Verfahren: Variante 1 (links), Variante 2 (rechts)

Hierbei hat sich eine Struktur mit Querstreben zwischen oberer und unterer Kante des Bauteils ausgebildet. Aufgrund der niedrigeren Volumenrestriktion ergeben sich bei Variante 1 filigranere Strukturen als bei Variante 2.

Vergleich der Varianten

Werden die Simulationsergebnisse der beiden Verfahren gegenübergestellt, so stellt sich zwischen der Festigkeitsoptimierung und Steifigkeitsoptimierung ein völlig anderes Design dar. Ähnlich sind jeweils nur die Außenkonturen der Bauteile. Um dieses subjektive und nicht aussagekräftige Ergebnis bezüglich des Versagens des Bauteils unter Last zu quantifizieren, wird anschließend eine Finite-Elemente-Analyse der Designvorschläge durchgeführt.

5.2 Ergebnisse aus der Finiten-Elemente-Analyse

Nach einer Neukonstruktion des jeweiligen aus der Optimierung stammenden Designvorschlags werden die neuen Bauteile mittels einer statisch mechanischen Analyse auf Festigkeit überprüft (Abbildung 5-3 und Abbildung 5-4).

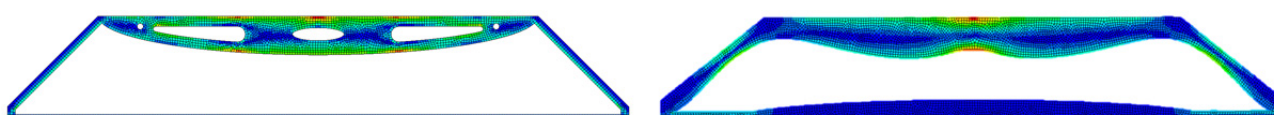


Abbildung 5-3: Spannungsplot Designvorschlag SKO-Verfahren: Variante 1 (links), Variante 2 (rechts)



Abbildung 5-4: Spannungsplot Designvorschlag OC-Verfahren: Variante 1 (links), Variante 2 (rechts)

Jedoch muss angemerkt werden, dass sich aufgrund der Neukonstruktion des Optimierungsergebnisses eine leichte Erhöhung des Bauteilvolumens ergeben hat.

Die Ergebnisse (maximale Verschiebung und Elementspannung) der Simulationen sind in Tabelle 5-1 zusammengefasst und gegenübergestellt.

Tabelle 5-1: Vergleich der Ergebnisse der statisch mechanischen Analyse

	Maximale Verschiebung	Maximale Elementspannung
Variante 1 (SKO)	0,36 mm	160 N/mm ²
Variante 2 (SKO)	0,262 mm	158 N/mm ²
Variante 1 (OC)	0,0412 mm	63,3 N/mm ²
Variante 2 (OC)	0,0303 mm	57,1 N/mm ²

Auffällig hierbei ist der große Unterschied zwischen dem SKO- und dem OC-Verfahren. Im Gegensatz zur Festigkeitsoptimierung ist die maximale Verschiebung der Steifigkeitsoptimierung um jeweils ca. das 8-fache, die der maximalen Spannung um das ca. 2,5-fache geringer.

Bei den Ergebnissen des SKO-Verfahrens ist zu sehen, dass die maximale Elementspannung die vorgegebene maximale Referenzspannung bei beiden Varianten stark überschreitet. Jedoch treten diese hohen Spannungen lokal auf und können unter Umständen durch eine anschließende Formoptimierung reduziert werden. Abgesehen von diesen lokalen Spannungsüberhöhungen befinden sich die restlichen Elementspannungen in dem Bereich der jeweils vorgegebenen Referenzspannung.

Die Ergebnisse des OC-Verfahrens weisen durch die Zielfunktion der maximalen Steifigkeit und die dadurch entstandenen Querstreben sehr geringe Verschiebungen auf. Auch die Spannungen befinden sich in einem moderaten Bereich. Geht man davon aus, dass die beim SKO-Verfahren angegebenen maximalen Referenzspannungen auch für die Optimierung mit dem OC-Verfahren gelten, dann werden diese eingehalten, und ein Versagen auf Grund mangelnder Festigkeit ist nicht zu erwarten. Bei Variante 1 wäre noch ein geringes Potential zur Materialeinsparung vorhanden, da die maximal erlaubte Spannung nicht erreicht wird. Dabei würde vermutlich die Steifigkeit nachlassen und die maximale Verschiebung erhöht werden.

6 Zusammenfassung

Die Strukturoptimierung bietet mit der Topologieoptimierung ein gutes Werkzeug für den Leichtbau von mechanischen Bauteilen. Je nach vorgegebener Zielfunktion kann damit die Steifigkeit oder die Festigkeit optimiert werden. Vorliegend wurden das SKO-Verfahren als Vertreter der Festigkeitsoptimierung und der SIMP-Ansatz zusammen mit dem OC-Verfahren als Vertreter der Steifigkeitsoptimierung verglichen.

Als Referenzbauteil wurde ein Balken verwendet, der an den unteren Ecken festgehalten und an der oberen Kante mittig mit einer Kraft belastet wurde. Das SKO-Verfahren liefert Ergebnisse mit relativ homogener Spannungsverteilung nahe der vorgegebenen Referenzspannung, jedoch lokal mit starken Überhöhungen. Die Verschiebungen belaufen sich auf einen viertel bis drittel Millimeter und sind bei entsprechender Anwendung nicht kritisch.

Das OC-Verfahren bringt Ergebnisse hervor, die sowohl geringere Verschiebungen als auch geringere Spannungen aufweisen. Da im Rahmen der Steifigkeitsoptimierung die Verschiebungen die relevante Endgröße darstellen, muss hier darauf geachtet werden, dass ein kritisches Maß nicht überschritten wird. Ein kleines Potential zur weiteren Spannungserhöhung und dadurch Materialeinsparung kann ausgenutzt werden, sofern dieses Maß eingehalten wird.

Insgesamt ist festzuhalten, dass die unterschiedlichen Optimierungsmethoden mit ihren verschiedenen Zielfunktionen auch zu entsprechend unterschiedlichen Ergebnissen führen. Des Weiteren ist die Wahl der Parameter der Verfahren entscheidend für den Ausgang der Optimierung.

Literatur

- [1] Harzheim, L.: *Strukturoptimierung – Grundlagen und Anwendungen*. Frankfurt a. M.: Harri Deutsch, 2008. – ISBN 978-3-8171-1809-0
- [2] Sigmund, O.: *Topology optimization - a tool for the tailoring of structures and materials*. In: Phil. Trans. R. Soc. Lond. A 358, S. 211 - 227, 2000.
- [3] Mattheck, C.: *Design in der Natur – Der Baum als Lehrmeister*. 3. Aufl. Freiburg im Breisgau: Rombach, 1997. – ISBN 3-7930-9150-3
- [4] Raggatt, L.; Partridge, N.: *Cellular and Molecular Mechanisms of Bone Remodeling*. The Journal of Biological Chemistry 285, 2010, 25103-25108
- [5] Deese, K.: *Topologieoptimierung im Produktentwicklungsprozess – Softwarekonzeption mit dem SKO-Verfahren*. Masterarbeit am Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD, Universität Bayreuth, 2014
- [6] Schumacher, A.: *Optimierung mechanischer Strukturen – Grundlagen und industrielle Anwendungen*. 2. Aufl. Berlin: Springer, 2013. – ISBN 978-3-642-34699-6
- [7] Bendsoe, M.P.; Sigmund, O.: *Topology Optimization – Theory, Methods and Applications*. Berlin: Springer, 2003. – ISBN 3-540-42992-1
- [8] Anonymous: *TOSCA-Manual*. Version 7.0. Karlsruhe, 2009
- [9] Sigmund, O.; Petersson, J.: *Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedure dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima*. In: Structural and Multidisciplinary Optimization 16, S.68 -75. 1998
- [10] Sigmund, O.: *Morphology-based black and white filters for topology optimization*. In: Structural and Multidisciplinary Optimization 33, S. 401-424. 2007