

# Auslegung und Betrieb redundanter paralleler Seilroboter

Von der Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Abteilung Maschinenbau der  
Universität Duisburg-Essen  
zur Erlangung des akademischen Grades

DOKTOR-INGENIEUR

genehmigte Dissertation

von

Tobias Bruckmann

aus

Oberhausen

Referent: Prof. Dr.-Ing. Dipl.-Math. Dieter Schramm

Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. habil. Dr.h.c. mult. Manfred Hiller

Prof. Dr.-Ing. Alexander Verl

Tag der mündlichen Prüfung: 15.09.2010



# Danksagung

Die hier beschriebene Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Mechatronik der Universität Duisburg-Essen im Rahmen des DFG-Projektes ARTIST und wurde gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft unter HI370/24-1 und SCHR1176/1-2.

Zunächst gilt mein Dank Herrn Prof. Dieter Schramm, der mir als Lehrstuhlleiter des Lehrstuhls für Mechatronik stets alle Möglichkeiten zur freien wissenschaftlichen Arbeit gegeben hat. Die persönliche, angenehme und kreative Atmosphäre an seinem Lehrstuhl sind ebenso wichtig gewesen wie die großzügige Bereitstellung der notwendigen Mittel, die für Grundlagenforschung so wichtig sind. Seine große Erfahrung in der Industrie ist in der Diskussion und Strukturierung von relevanten Forschungsthemen für die künftige Anwendung von Seilrobotern immer sehr hilfreich gewesen. Mein besonderer Dank gilt ihm auch für die Übernahme des Hauptberichts sowie die Flankierung der Arbeit in allen entscheidenden Phasen. Herrn Prof. Manfred Hiller möchte ich für die persönliche Begleitung danken, die er mir als Korreferent trotz seines Ruhestands über die gesamte Arbeit hat zukommen lassen. Der gemeinsame Besuch von Konferenzen hat meiner Arbeit die nötigen fachlichen Impulse gegeben. Beiden Projektleitern möchte ich für die richtigen Worte zur richtigen Zeit danken: Ein gemeinsames Gespräch während des Doktorandenseminars 2008 auf der Insel Rab (Kroatien) betrachte ich als entscheidenden Impuls, diese Arbeit zu beginnen.

Herr Prof. Alexander Verl ist Leiter des Instituts für Steuerungstechnik der Werkzeugmaschinen und Fertigungseinrichtungen (ISW) an der Universität Stuttgart und zugleich Leiter des Fraunhofer-Instituts für Produktionstechnik und Automatisierung (IPA). Für die spontane Übernahme des Korreferats und das Interesse an meiner Arbeit möchte ich mich recht herzlich bedanken. Gleichzeitig besteht ein enger Kontakt zu meinem ehemaligen Kollegen Herrn Dr.-Ing. Andreas Pott, der heute unter Prof. Verl am IPA eine Arbeitsgruppe für Seilroboter leitet. Für den offenen fachlichen Austausch, die wohlwollende Unterstützung und spannende Diskussionen sowie die gemeinsame Arbeit möchte ich auch Herrn Dr. Pott meinen ganz persönlichen Dank aussprechen.

Meinen Kollegen am Lehrstuhl für Mechatronik danke ich herzlich für die vergangenen fünf Jahre, die gemeinsame Arbeit und das freundschaftliche Verhältnis. Hier möchte ich Herrn Dipl.-Math. Lars Mikelsons ganz besonders danken - die ge-

meinsamen Nachtschichten, das Fiebern um Ergebnisse, das Schreiben gemeinsamer Fachbeiträge und das gemeinsame Bauen von Luftschlössern waren nicht nur die produktivsten, sondern auch die schönsten Phasen meiner Arbeit.

Dr.-Ing. Daniel Germann möchte ich für die gemeinsame Zeit am Lehrstuhl danken: Als Hilfskraft unter seiner fachlichen Leitung und später als Kollege habe ich meine ersten wissenschaftlichen Gehversuche gemacht.

Meinen Kollegen von der mercatronics GmbH danke ich für ihr Verständnis, immer wenn das Schreiben der Arbeit mir wenig Zeit für andere Aufgaben ließ.

Abschließend möchte ich meiner Familie und meinen Freunden danken: Ihr habt mich begleitet und habt stets als Ventil hergehalten, wenn es mal notwendig war. Euch vielen Dank - für alles.

Oberhausen, im Oktober 2010

Tobias Bruckmann



für meine Eltern  
und  
Großeltern

# Inhaltsverzeichnis

<b>Verzeichnis häufig verwendeter Symbole</b>	<b>vii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Eine kurze Historie der Stewart-Gough-Plattform . . . . .	1
1.2 Stand der Technik und Literaturübersicht . . . . .	3
1.3 Problemstellung und Einordnung der Arbeit . . . . .	11
1.4 Aufbau der Arbeit . . . . .	14
<b>2 Klassifikation und kinematische Modellierung</b>	<b>16</b>
2.1 Klassifikation . . . . .	16
2.2 Kinematische Modellierung . . . . .	18
2.2.1 Inverse Kinematik . . . . .	19
2.2.2 Vorwärtskinematik . . . . .	22
<b>3 Berechnung von Seilkraftverteilungen</b>	<b>26</b>
3.1 Problemdefinition . . . . .	26
3.2 Lösungsansätze zur Seilkraftberechnung . . . . .	31
3.2.1 Direkte Berechnung . . . . .	32
3.2.2 Formulierung als Optimierungsproblem . . . . .	33
3.2.3 Baryzentrischer Lösungsansatz . . . . .	37
3.2.4 Lösung als gewichteter Mittelwert . . . . .	40
3.2.5 Lösung in geschlossener Form . . . . .	41
<b>4 Vergleich der Kraftberechnungsmethoden am SEGESTA-Prüfstand</b>	<b>44</b>
4.1 Der SEGESTA-Prüfstand . . . . .	44
4.2 Experimentelle Auswertung am SEGESTA-Prüfstand . . . . .	48
<b>5 Definition von Arbeitsräumen</b>	<b>55</b>
5.1 Kinematische Arbeitsraumdefinitionen . . . . .	55
5.1.1 Singularitäten . . . . .	56
5.1.2 Arbeitsräume . . . . .	58
5.2 Arbeitsraumdefinitionen in industriellen Normen . . . . .	59

5.3	Arbeitsraumdefinitionen für Seilroboter . . . . .	60
<b>6</b>	<b>Berechnung von Arbeitsräumen</b>	<b>62</b>
6.1	Methoden zur Arbeitsraumberechnung . . . . .	62
6.2	Berechnung von Punkten des <i>Wrench-Closure Workspace</i> . . . . .	63
6.3	Bestimmung der Arbeitsraum-Grenzen des <i>Wrench-Closure Workspace</i>	65
6.4	Berechnung von Punkten des <i>Wrench-Feasible Workspace</i> . . . . .	65
6.5	Bestimmung der Arbeitsraum-Grenzen des <i>Wrench-Feasible Workspace</i>	68
6.6	Berechnung von Arbeitsraum-Bereichen des <i>Wrench-Feasible Workspace</i>	68
6.6.1	Intervallanalyse . . . . .	70
6.6.2	<i>Constraint Satisfaction Problems (CSP)</i> . . . . .	72
6.6.3	Arbeitsraumanalyse als <i>CSP</i> . . . . .	73
6.6.4	Verwendung eines <i>CSP</i> -Solvers . . . . .	78
6.6.5	Weitere Arbeitsraumkriterien . . . . .	86
6.6.6	Parallele Implementierung . . . . .	88
<b>7</b>	<b>Optimierung von Bahnen und Arbeitsräumen</b>	<b>90</b>
7.1	Diskretisierende Verfahren . . . . .	90
7.2	Synthese von Seilrobotern für definierte Arbeitsräume ( <i>Design-to-Workspace</i> ) . . . . .	93
7.2.1	Intervallbasierte globale Optimierung von Seilrobotern . . . . .	94
7.3	Hybride Optimierung von Seilrobotern . . . . .	97
7.4	Synthese von Seilrobotern für definierte Trajektorien ( <i>Design-to-Task</i> )	107
<b>8</b>	<b>Beispiele möglicher Anwendungsszenarien</b>	<b>116</b>
8.1	Dreidimensionales Raumflugwerk . . . . .	116
8.2	Positioniersystem für Modelle im Windkanal . . . . .	117
8.3	Regalbediengerät für Hochregallager . . . . .	128
8.4	Einsatz in der Physiotherapie . . . . .	133
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>141</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>145</b>



# Verzeichnis häufig verwendeter Symbole

Symbol	Beschreibung
$\mathbf{A}^T$	Strukturmatrix eines Seilroboters
$\uparrow \mathcal{B}$	Inertial-Koordinatensystem
$\mathbf{b}_i$	Ortsvektor zum plattformseitigen Anknüpfungspunkt des $i$ -ten Seils
$\mathbf{c}$	Vektor der Berechnungsvariablen
CSP	Constraint Satisfaction Problem
$\mathbf{e}$	Vektor der Existenzvariablen
$\text{diam}(\hat{i})$	Durchmesser eines Intervalls $\hat{i}$
$f_i$	Kraft im $i$ -ten Seil
$\mathbf{f}$	Seilkraftverteilung aller $m$ Seile
$f_{\min}$	untere Seilkraftgrenze
$f_{\max}$	obere Seilkraftgrenze
$\mathbf{H}$	Kern (Nullraum) der Matrix $\mathbf{A}^T$
$\hat{i} = [a, b]$	Intervall $\hat{i}$ mit dem Infimum $\inf(\hat{i}) = a$ und Supremum $\sup(\hat{i}) = b$
$\hat{\mathbf{i}}$	Intervallvektor (Box)
$\inf(\hat{i})$	Infimum eines Intervalls $\hat{i}$
$\mathbf{J}_{\text{forw}}$	Jacobi-Matrix der Vorwärtskinematik
$\mathbf{J}_{\text{inv}}$	Jacobi-Matrix der inversen Kinematik
$\mathbf{l}$	Seilrichtungsvektor
$\mathcal{L}_F$	Liste der Elemente im Suchbereich, nicht weiter untersucht werden
$\mathcal{L}_I$	Liste der Elemente im Suchbereich, die ein CSP nicht erfüllen
$\mathcal{L}_S$	Liste der Elemente im Suchbereich, die ein CSP erfüllen
$\mathcal{L}_T$	Liste der Suchbereiche des CSP-Solvers
$m$	Zahl der Seile eines Seilroboters

$n$	Zahl Freiheitsgrade der Plattform eines Seilroboters
$\mathbf{m}_i$	Ortsvektor zum Mittelpunkt der $i$ -ten Seilrolle
$\text{mid}(\hat{i})$	Mittelwert eines Intervalls $\hat{i}$
$\mathbf{p}_i$	Ortsvektor von $\uparrow\mathcal{P}$ zum plattformseitigen Anknüpfungspunkt des $i$ -ten Seils
$\mathbf{p}_{B_i}$	Ortsvektor von $\uparrow\mathcal{B}$ zum plattformseitigen Anknüpfungspunkt des $i$ -ten Seils
$q_i$	Länge des $i$ -ten Seils
$\uparrow\mathcal{P}$	Plattform-Koordinatensystem
$\mathbf{r}$	Ortsvektor zur Plattform
$r$	Redundanz eines Seilroboters
${}^B\mathbf{R}_P$	Rotationsmatrix von $\uparrow\mathcal{P}$ nach $\uparrow\mathcal{B}$
$\mathbf{s}_i$	Seilrollen-Kontaktpunkt des $i$ -ten Seils
$\text{sup}(\hat{i})$	Supremum eines Intervalls $\hat{i}$
$\mathbf{v}$	Vektor der Verifikationsvariablen
$\mathbf{w}$	Vektor der externen Kräfte und Momente auf die Plattform (ohne Seilkräfte)
$WF\mathcal{W}$	Wrench-Feasible Workspace (Arbeitsraum, der unter der Annahme eines definierten Lastenbereichs $\mathbf{w} \in [\mathbf{w}_{\min}, \mathbf{w}_{\max}]$ mit Seilkräften $\mathbf{f} \in [\mathbf{f}_{\min}, \mathbf{f}_{\max}]$ erreicht werden kann)
$WC\mathcal{W}$	Wrench-Closure Workspace (Arbeitsraum, der unter der Annahme beliebig hoher Lasten $\mathbf{w}$ mit positiven Seilkräften erreicht werden kann)
$\mathbf{x}$	Plattformposition und -orientierung (Pose) $\mathbf{x} = [{}^B\mathbf{r}^T \varphi \ \vartheta \ \psi]$
$\mathcal{X}_c$	Liste der Suchbereiche für Lösungen des CSP-Solvers
$\mathcal{X}_e$	Liste der Existenzbereiche eines CSP
$\mathcal{X}_s$	Lösungsmenge eines CSP
$\mathcal{X}_v$	Liste der Verifikationsbereiche eines CSP
$\alpha_i$	Seilrollen-Umschlingungswinkel
$\Phi$	Ungleichungssystem eines CSP
$\Theta_i$	Seilrollen-Schwenkwinkel
$\varphi, \vartheta, \psi$	Plattformorientierung in Kardanwinkeln

# Kapitel 1

## Einleitung

*Seilroboter sind eine noch wenig verbreitete Technik. Daher werden an dieser Stelle zunächst einige der zugrundeliegenden Konzepte und der Stand der Technik in diesem Bereich erläutert. In Abschnitt 1.1 wird die Idee der Stewart-Gough-Plattform als Grundlage für Seilroboter anhand der Entstehungsgeschichte erläutert. In Abschnitt 1.2 wird das Prinzip des Seilroboters als Stewart-Gough-Plattform mit seilbasierten Antrieben vorgestellt. Abschnitt 1.3 beschreibt die im Rahmen dieser Arbeit behandelten Problemstellungen und ordnet sie in den wissenschaftlichen Kontext ein. Abschnitt 1.4 erläutert den Aufbau der Arbeit.*

### 1.1 Eine kurze Historie der Stewart-Gough-Plattform

Der Begriff Seilroboter ist nicht selbsterklärend. Auch im Gespräch mit Technikern und Ingenieuren ist meist eine kurze Erläuterung notwendig, um die dahinterliegende Idee zu verdeutlichen. Dann aber überzeugt oft die Idee, mit etwas so Einfachem wie Seilen einen Roboter zu bauen.

Eine präzisere Beschreibung für einen Seilroboter ist der Begriff seilbasierte Stewart-Gough-Plattform, der seinerseits einer kurzen Erläuterung bedarf. Dies soll anhand einer kurzen Beschreibung der Geschichte dieser Klasse von Manipulatoren erfolgen. Nach einer Abhandlung von I. Bonev [16] war eine der ersten dokumentierten Anwendungen räumlicher Parallelmanipulatoren die Verwendung als Simulator – interessanterweise auch heute noch eine der populärsten Einsatzzwecke für diese Systeme. Die Anwendung wurde bereits in einer 1928 eingereichten Patentschrift [55] von J. E. Gwinnett vorgeschlagen. Das System zeichnet sich gegenüber anderen seinerzeit üblichen Manipulatoren dadurch aus, daß eine bewegliche Plattform über

mehrere Beine mit der starren Basis verbunden wird, also eine parallele Struktur aufweist. Das patentierte Simulatorsystem wurde jedoch nicht realisiert - Aufwand und Komplexität überstiegen die technischen Möglichkeiten und ließen keinen wirtschaftlichen Nutzen erwarten.

Eine gänzlich andere Anwendung für parallele Systeme realisierte Dr. E. Gough, der bei der Dunlop Rubber Co. in Birmingham in England arbeitete. In seiner Arbeit von 1962 beschreibt er ein System zum Test von Fahrzeugreifen [51]. Es zeichnet sich dadurch aus, daß an Plattform und Basis Gelenkpunkte stets zusammenfallen bzw. sehr nah beieinander liegen, was der Plattform die seinerzeit benötigten Freiheitsgrade verlieh. Dabei wird die Aktuierung der Maschine ausschließlich über lineare Antriebe realisiert. Die von Gough entwickelte „universal tyre test machine“ wird auch heute noch eingesetzt und von verschiedenen Firmen vertrieben. Ein ähnliches (aber nicht identisches) Maschinenkonzept wurde im Jahre 1965 von D. Stewart [139] für die Anwendung in Flugsimulatoren entwickelt. Wie bereits erwähnt, ist dies auch heute noch eine der kommerziell erfolgreichsten Anwendungen der nach ihren Erfindern bezeichneten Stewart-Gough-Plattformen. Abb. 1.1 zeigt einen Flugsimulator der Lufthansa, der für Schulungszwecke eingesetzt wird. Andere erfolgreiche Anwen-



Abbildung 1.1: A320 Simulator bei Lufthansa zur Ausbildung von Piloten. Photo: Ingrid Friedl/Lufthansa Technik. Mit freundlicher Genehmigung der Deutschen Lufthansa AG.

dungsfälle sind die Werkzeugmaschinenteknik, die Stabilisierung von Werkzeugen auf See im Off-Shore-Bereich, orthopädische Operationen, oder die Positionierung von Teleskopen. Hier wurde z.B. in einer Kooperation zwischen dem Astronomischen Institut der Ruhr-Universität Bochum und dem Institut für Mechatronik IMECH GmbH, Moers, ein Steuerkonzept für ein Hexapod-Teleskop entworfen. Das Teleskop ist in Abb. 1.2 gezeigt. Diese Anwendung profitiert von einem hohen Verhältnis von Lastaufnahme zu Eigengewicht und einer exzellenten Positionier- und Wiederholgenauigkeit. In den letzten Jahren wurde vor allem durch die Werkzeugmaschinenbran-

che eine Reihe neuer Kinematiken entwickelt. Unter einem steigenden Kostendruck und wachsenden Qualitätsanforderungen wurde parallelkinematischen Konzepten eine wachsende Aufmerksamkeit zuteil. Ihre Vorteile gegenüber seriellen Strukturen liegen – ein entsprechendes Design vorausgesetzt – vor allem in einer höheren Steifigkeit bei gleichem Gewicht und einer höheren Dynamik durch Verringerung der bewegten Massen. Bei bestimmten Designs kann eine höhere Präzision der Plattformpositionierung erreicht werden, da sich Fehler in den Antrieben nicht in vollem Maße auf die Plattformposition auswirken. Identische Beinkinematiken erlauben die Verwendung von Gleichteilen, was die Fertigungskosten reduziert. Im nun folgenden Abschnitt wird die Realisierung einer Stewart-Gough-Plattform mit Hilfe von angetriebenen Seilen beschrieben. Dieses Konzept zeigt eine Reihe von Vorteilen und bildet den Kern dieser Arbeit.

## 1.2 Stand der Technik und Literaturübersicht

Ein Nachteil konventioneller Parallelkinematiken (siehe auch Abb. 1.3(a)) liegt in ihrem schlechten Verhältnis von Bauraum- zu Arbeitsraumvolumen<sup>1</sup>. Dies liegt hauptsächlich am begrenzten Hub der oftmals verwendeten Linearaktoren (z.B. Hydraulikzylinder oder Kugelrollspindeln). Ein Lösungsansatz für dieses Problem liegt in der Verwendung von Seilen und Seilwinden als Aktuatoren, wie 1985 von Landsberger [91] vorgeschlagen. Solche Systeme werden als (parallele) Seilroboter („wire robot“ [106]) bezeichnet (Abb. 1.3(b)). Gängige Synonyme sind

- seilgetriebener Roboter („cable-driven robot“ [40]),
- seilbasierter Parallelmanipulator („cable-based parallel manipulator“ [35], „tendon-based parallel manipulator“ [41]) oder
- seilbasierte Stewart-Plattform („tendon-based Stewart platform“ [159]) bzw. seilbasierte Stewart-Gough-Plattform.

Andere Autoren beziehen sich auf das Abhängen des Endeffektors an Seilen und leiten daher entsprechende Bezeichnungen ab wie

- „cable-suspended parallel robot“ [44] oder
- „cable suspension manipulator“ [66].

Dabei werden die englischen Bezeichnungen „cable“, „wire“ und „tendon“ für das deutsche Wort „Seil“ synonym verwendet. Die wesentlichen Merkmale von Seilrobotern sind die Folgenden:

---

<sup>1</sup>Der Begriff Arbeitsraum ist in der Robotik gängig und wird deshalb an dieser Stelle ohne nähere Erläuterung benutzt. Eine präzisere Definition wird in Kapitel 5 gegeben.

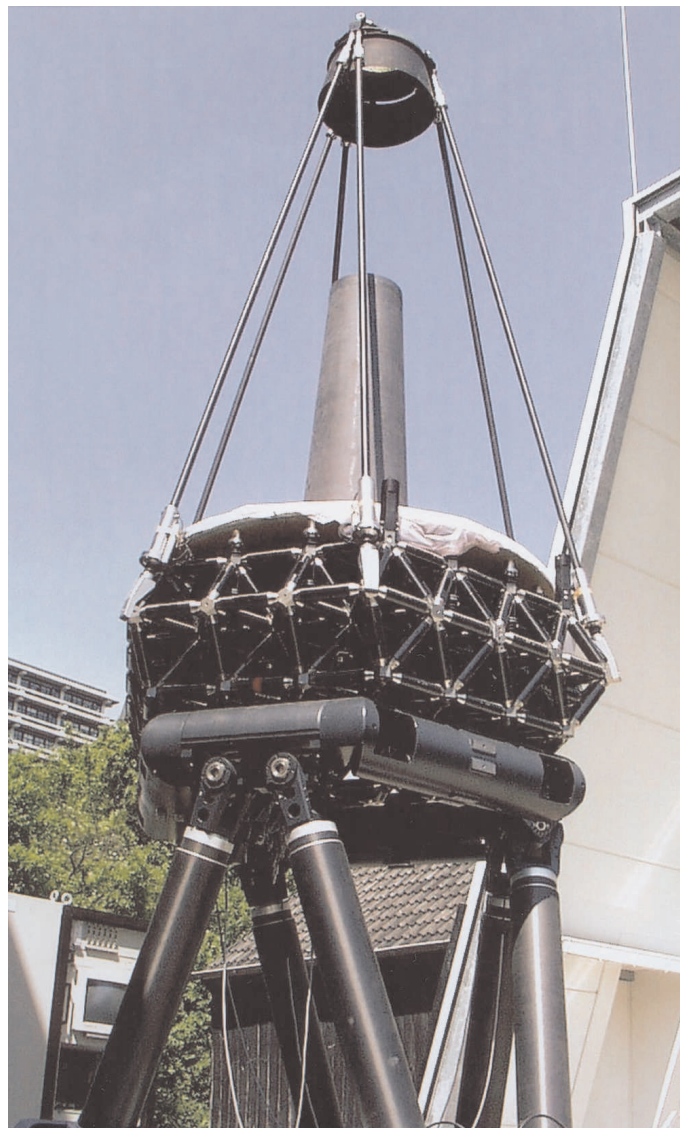


Abbildung 1.2: Hexapod-Teleskop am Astronomischen Institut der Ruhr-Universität Bochum



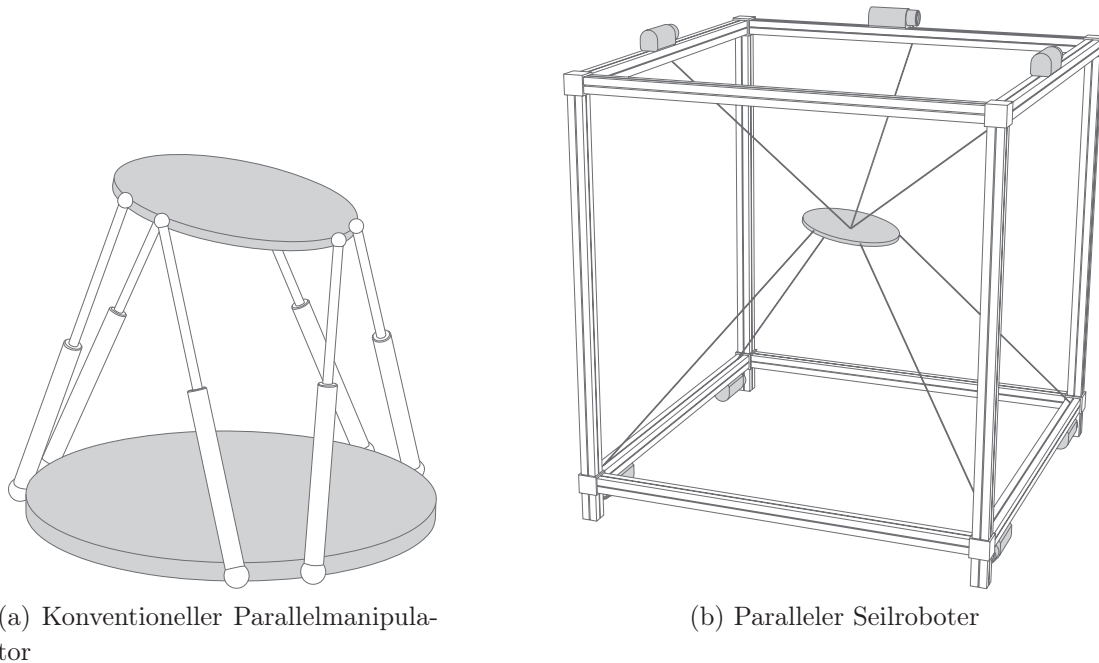


Abbildung 1.3: Parallele Manipulatoren. Quelle: [24]

- Die Flexibilität von Seilen erlaubt es, diese auf Trommeln bzw. Seilwinden aufzuwickeln oder z.B. ein Flaschenzugsystem zu verwenden [109]. Damit läßt sich die Länge der kinematischen Ketten nahezu beliebig variieren. Rein geometrische Arbeitsraumbeschränkungen haben damit nur nachgelagerten Einfluß.
- Seile können auf sehr schnelle Winden aufgewickelt bzw. mit Hilfe schneller Linearantriebe verfahren werden. Nutzt man konsequent die für Seilroboter einfach umsetzbaren Leichtbauprinzipien, so resultieren daraus sehr hohe Endeffektorgeschwindigkeiten und -beschleunigungen. Extrem schnelle Seilroboter können unter Verwendung von Flaschenzügen gebaut werden [109].
- Seile können nur Zugkräfte ausüben. Damit ein Seil also eine Kraft übertragen kann, muß es gespannt werden. Dies kann auf zwei Wegen erreicht werden: Entweder wirken äußere Lasten, die eine Verspannung aller Seile sicherstellen. Alternativ kann eine Verspannung des Seilroboters innerhalb des Arbeitsraums erreicht werden, indem zusätzliche Seile Kräfte auf die Plattform einprägen. Die Anzahl der Seile kann erhöht werden, um die Gestalt des Arbeitsraums an neue Aufgaben anzupassen, höhere Lasten zu tragen oder durch Redundanz eine verbesserte Sicherheit zu erreichen (siehe auch Abschnitt 2.1).

Die Verwendung von Seilen zur Manipulation von Objekten hat eine Jahrtausende alte Tradition. Der Flaschenzug war dabei eine der frühen fortschrittlichen Technologien, die dem Menschen den Transport auch größerer Lasten erlaubten. So gibt es

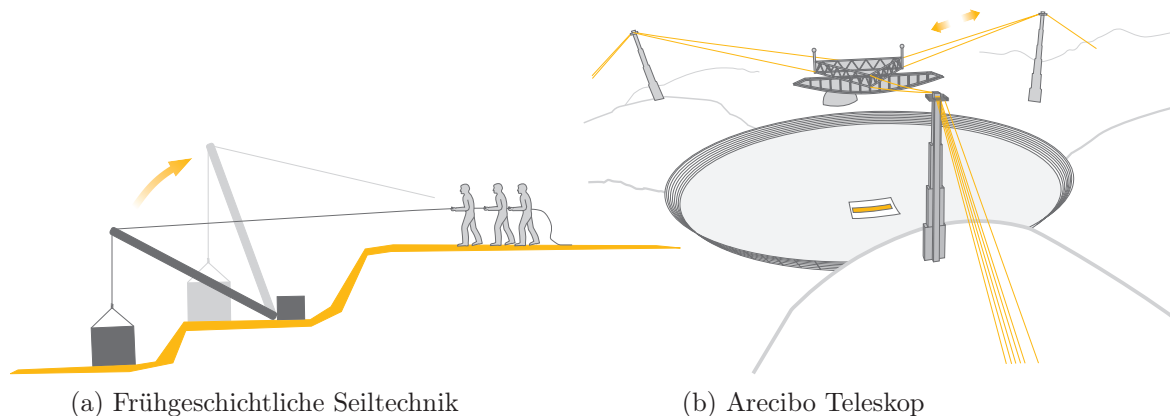


Abbildung 1.4: Anwendungsbeispiele für seilbasierte Handhabungstechnik. Quelle: [24]

die Theorie, daß die Pharaonen die Pyramiden stufenweise unter Verwendung von Hebeln und Flaschenzügen erbauen ließen (Abb. 1.4(a)). Auch die frühe Krantechologie der alten Römer nutzte dieses Prinzip und erlaubte das Heben von Lasten bis zu sieben Tonnen. Eines der beeindruckendsten seilbasierten Systeme heute ist das Teleskop zu Arecibo, dessen Empfänger mit Seilen über einem Reflektor mit 300m Durchmesser positioniert wird. Eine Skizze ist in Abb. 1.4(b) zu sehen.

Die Erforschung der Seilroboter-Technologie profitierte auf der theoretischen Seite in den letzten zwei Jahrzehnten von der sehr aktiven Gruppe internationaler Forscher, die sich der Untersuchung von Parallelkinematiken widmet. Die vorliegende Arbeit selbst entstand im Rahmen des DFG-Projektes ARTIST (ARBEITSRAUMSYNTHESE SEILGETRIEBENER PARALLELKINEMATIKSTRUKTUREN, gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft unter HI370/24-1 und SCHR1176/1-2), geleitet durch Prof. Dr.-Ing. Manfred Hiller und Prof. Dr.-Ing. Dieter Schramm, und ist eine Fortsetzung des Projektes SEGESTA (SEILGETRIEBENE STEWART-PLATTFORMEN IN THEORIE UND ANWENDUNG, gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft unter HI 370/18), geleitet durch Prof. Hiller. Das SEGESTA-Projekt bildet damit eines der Fundamente dieser Arbeit. Speziell im Bereich der Arbeitsraumanalyse wurden wertvolle Grundlagen geschaffen. In den Veröffentlichungen von Hiller und Verhoeven [69, 162, 161] wird dabei neben neuen Erkenntnissen auch eine Systematisierung bisheriger Ergebnisse vorgenommen, die auf einer streng mathematischen Herangehensweise basiert.

Die Analyse von Seilrobotern im Rahmen des Projektes SEGESTA lehnte sich stark an Methoden aus der Untersuchung von Mehrkörpersystemen auf Basis objektorientierter Programmierung an [80, 81]. Die dazu verwendete Software MÖBILE erlaubt eine rasche Implementierung virtueller Prototypen und unterstützt auch die Modellierung paralleler Systeme durch leistungsfähige Solver für die Behandlung kinematischer Schleifen. Die Modellierung erfolgt dabei auf der Basis kinetostatischer



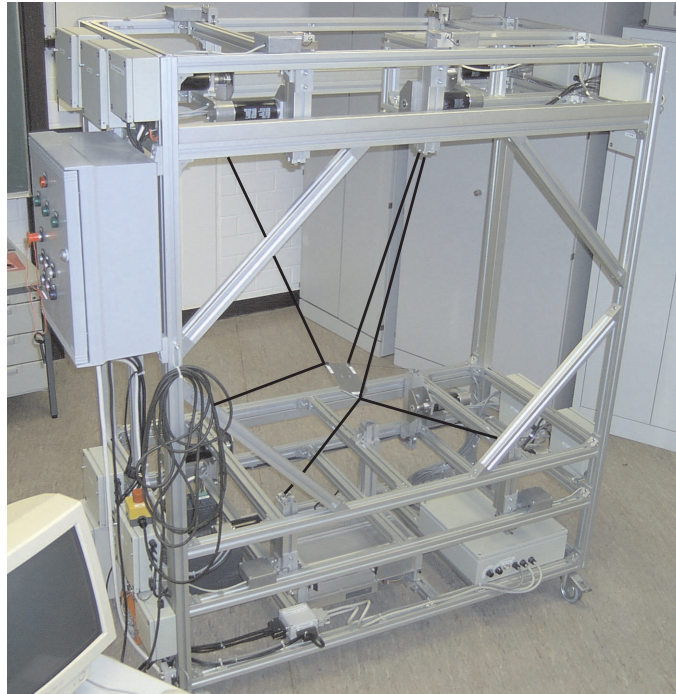


Abbildung 1.5: SEGESTA-Prüfstand mit sieben Seilen.

Übertragungselemente. Die effiziente Generierung der Bewegungsgleichungen erfolgte unter Verwendung der sogenannten kinematischen Differentiale [72, 73]. Ein weiteres wertvolles Ergebnis des SEGESTA-Projektes liegt sicherlich in dem Prüfstand (Abb. 1.5), der von Fang konzipiert und aufgebaut wurde [42, 70]. Der Prüfstand bildet die Grundlage auch dieser Arbeit, um theoretische Ergebnisse in der praktischen Anwendung zu testen. Die demonstrierten Verwendungszwecke wie z.B. der Test von elektronischen Steuergeräten für Kraftfahrzeuge (Electronic Control Unit, ECU) oder Inclinometern für Großmanipulatoren [68, 69, 67, 71] zeigen hier das Potential von Seilrobotern bezüglich ihres enormen Beschleunigungsvermögens.

Die Arbeiten am Projekt SEGESTA wurden dabei stets durch potentielle Anwendungsfälle getrieben und motiviert, so z.B. durch fachliche Diskussionen zwischen Manfred Hiller und Friedrich Mäder von der Krupp Industrietechnik GmbH, die letztlich zum Patent „Method for moving an object hanging on a cable“ [96] führten. Das Patent adressiert speziell den Einsatz von Seilrobotern auf Bühnen- und Theaterräumen. Dieses Ziel wurde im Rahmen des Projektes ARTIST weiter verfolgt. Einige weitere Einsatzszenarien sind in Kapitel 8 dieser Arbeit dargestellt.

Andere Projekte nutzen den potentiell sehr großen Arbeitsbereich von Seilrobotern und treiben die Entwicklung fortschrittlicher Kransysteme voran. Hervorzuheben sind hier vor allem das Projekt ROBOCRANE [10, 20] des National Institute of Standards and Technology (NIST) und das Projekt CABLEV (CABLE LEVITATION), geleitet durch Christoph Woernle am Lehrstuhl für Antriebstechnik und

Mechatronik der Universität Rostock [169]. Diese Systeme wurden z.B. für den Einsatz auf Schiffswerften und im Flugzeugbau konzipiert. Die Forschungsthemen im Rahmen von CABLEV (Abb. 1.6) umfassen Fragen der Regelung und der zuverlässigen Lagebestimmung der Plattform mit dem Ziel der Unterdrückung von Pendelbewegungen [66, 65, 98]. Forscher um Merlet behandeln Themen im Bereich der

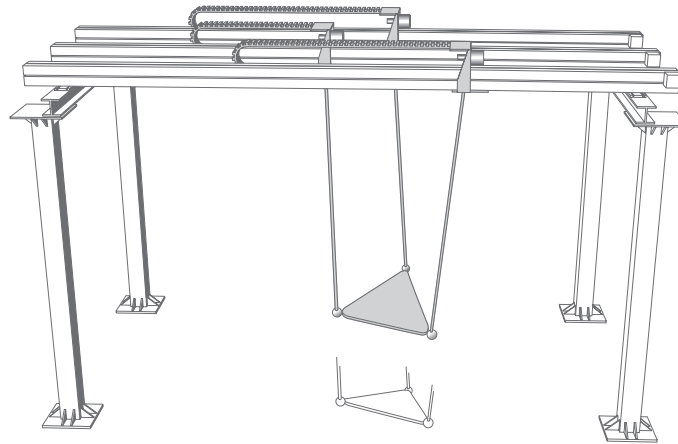


Abbildung 1.6: CABLEV-Protoyp an der Universität Rostock. Quelle: [24]

Seilrobotik mit dem Fokus auf Arbeitsraumuntersuchungen. Dabei kommen zumeist Methoden aus dem Bereich der Intervallanalyse zum Einsatz [101, 107]. Aktuelle Ergebnisse für den Bereich der Regelung entstehen auch auf Basis des Prüfstandes MARIONET. Dieses System nutzt lineare Antriebe auf Basis eines Flaschenzugs und erreicht so extrem hohe Geschwindigkeiten [109].

Tadokoro entwickelte Seilroboter als schnelle Handhabungssysteme und entwickelte seinen Prototypen WARP (WIREPULLER-ARM-DRIVEN REDUNDANT PARALLEL MANIPULATOR) für hochdynamische Handhabungsaufgaben [97, 145]. Daneben entwickelt eine Forschergruppe um Tadokoro Systeme für Bergungsarbeiten nach Naturkatastrophen (z.B. Erdbeben) [144]. Ein seilbasiertes System kann hier effektiv und schnell eingesetzt werden [146, 149]. Für hohe Endeffektorgeschwindigkeiten wurde das System FALCON (FAST LOAD CONVEYANCE) von Kawamura entwickelt [78, 79].

Seit kurzem entwickelt ein Forscherteam am Fraunhofer-Institut für Produktionstechnik und Automatisierung (IPA) in Stuttgart das System IPANEMA für den Industrieinsatz. Dabei werden die praktischen Erfahrungen mit dem SEGESTA-Prototypen in industriell nutzbare Seilroboter umgesetzt. Aktuelle Forschungsarbeiten zielen auf die konkrete Implementierung des Systems innerhalb eines industriellen Umfelds, z.B. durch Nutzung von Soft-SPS-Technik. Zu den bereits umgesetzten Funktionen gehören SPS-Module für die Steuer- und Regelsysteme sowie Methoden zur schnellen Arbeitsraumberechnung [124]. Neue Konzepte zur Seilkraftberechnung wurden in gemeinsamen Arbeiten zwischen dem IPA und dem Lehrstuhl

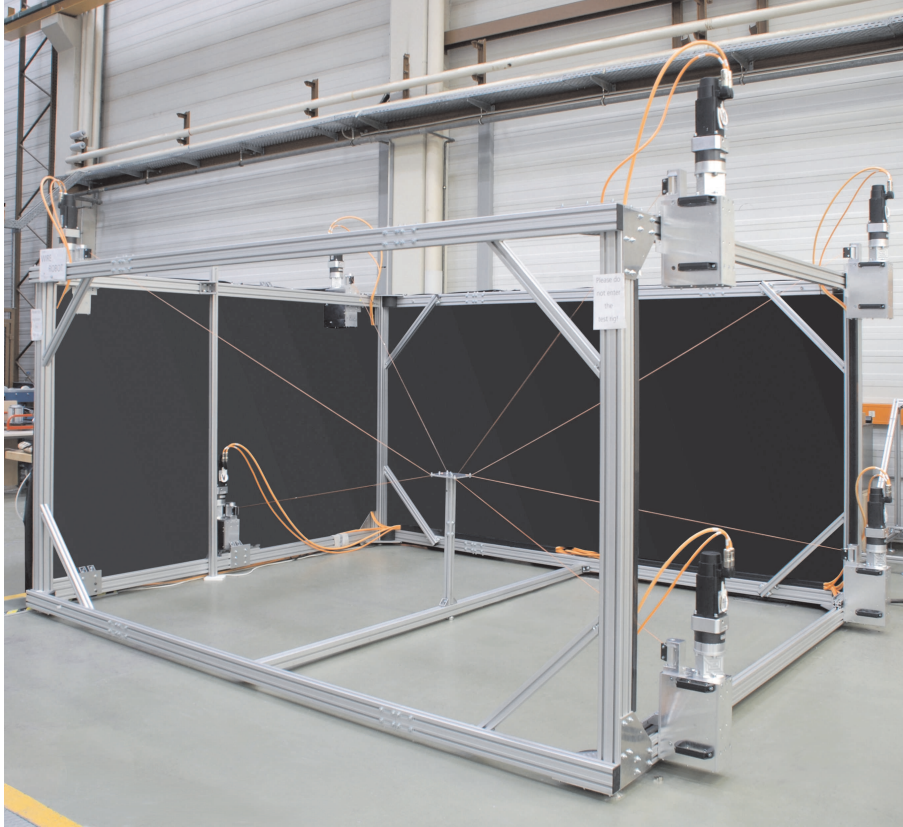


Abbildung 1.7: Seilroboter IPANEMA. Photo: Andreas Pott/IPA. Mit freundlicher Genehmigung des Fraunhofer-Instituts für Produktionstechnik und Automatisierung (IPA).

für Mechatronik an der Universität Duisburg-Essen entwickelt und getestet. Details dazu finden sich in [125] und Kapitel 3. Aktuell wurde am IPA das System IPANEMA2 aufgebaut, welches auf der Messe Automatica 2010 präsentiert wurde. Es demonstrierte dort den Aufbau von Solarmodul-Feldern mit Hilfe von mobilen Seilwinden. Das Konzept wurde dabei in skaliertem Maßstab auf einer Fläche von rund  $10 \times 10\text{m}$  gezeigt. Mehrere Forschergruppen entwickeln Systeme, welche auf Basis eines Seilroboters einen Radarreflektor über einer Reflektorschüssel positionieren. Dabei kommt ein Schwebeballong zum Einsatz, der über einen Seilroboter positioniert wird [141, 147, 148]. In diesem Zusammenhang werden von den Forschern auch Systeme aus gekoppelten Seilrobotern betrachtet, die bezüglich Kinematik und Steifigkeitsanalyse neue Herausforderungen stellen und in diesen Projekten untersucht werden.

Eine seit langem verfolgte Idee für den Einsatz von Seilrobotern ist die Verwendung als Aufhängungssystem im Windkanal [88, 171, 173]. Dabei nutzt man die geringen Seildurchmesser aus, um eine möglichst unverfälschte Windströmung sicherzustellen. Diese Thematik wird auch in Abschnitt 8.2 nochmals aufgegriffen.

Eine interessante kommerziell erfolgreiche Anwendung wurde von der schwedischen

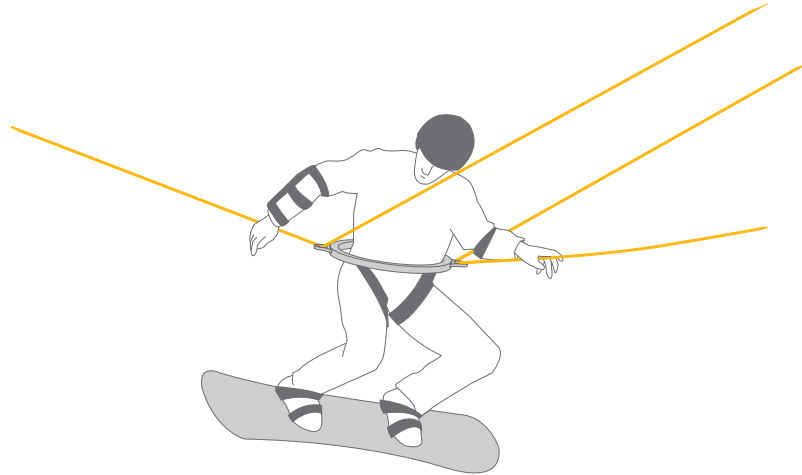


Abbildung 1.8: Snowboard-Simulator für Stuntmen. Quelle: [24]

Firma Visual Act AB vorgestellt. Wie in Abb. 1.8 zu sehen, wurde ein Stuntman auf einem Snowboard mit einem Seilroboter-System verbunden, das innerhalb einer Halle installiert war. Das System besitzt vier Seile an einer annähernd punktförmigen Plattform und hat drei Freiheitsgrade [163]. Parallel arbeiten Forscher an der Eidgenössischen Technische Hochschule (ETH) in Zürich an einem Ruder-Simulator, der als Trainingsgerät dient und auf Basis zweier Seilroboter realisiert wurde [176]. Das Team verfolgt damit unter Leitung von Riener den Ansatz, Seilroboter als haptisches Display zu nutzen. Das vorhandene Laborsystem wird aktuell sicherheitstechnisch zum Transport von Personen und zur Interaktion mit dem Menschen zertifiziert.

Eine weitere kommerzielle Anwendung besteht im System SkyCam<sup>®</sup> der Fa. Winnercomm, Inc., USA. Das System dient zur Positionierung einer Kamera z.B. über großen Sportarenen und wurde bereits 1987 als „Suspension system for supporting and conveying equipment, such as a camera“ [21] patentiert, findet aber erst seit Mitte der 90er Jahre breitere Verwendung. Heute wird es zunehmend eingesetzt (z.B. bei der Fußball-Europameisterschaft UEFA EURO 2008<sup>™</sup>) und weiter entwickelt [132]. Eine weitere Anwendung liegt im Bereich der Meßtechnik: Ein passiver Seilroboter (lediglich mit Motoren oder Federn zum Spannen der Seile ausgerüstet) kann dazu verwendet werden, ein mit der Plattform verbundenes Objekt im Raum zu verfolgen [119, 118, 156]. Dies ist speziell in Umgebungen hilfreich, in denen ein Lasermeßsystem nicht verwendet werden kann.

Eng mit dem Konzept des Seilroboters verwandt sind sogenannte „tensegrity structures“, die verspannte Mehrkörpersysteme darstellen. Sie wurden in den 1960er Jahren vorwiegend von Architekten entwickelt [47, 137] und werden seitdem für neue Anwendungszwecke in der Bautechnik und Architektur weiterentwickelt [64], z.B. in Form von mit Druckluft stabilisierten Stabelementen [120].

Im nun folgenden Abschnitt werden als Quintessenz aus dem Stand der Technik und den vorhandenen theoretischen Fundamenten einerseits, und den zur Realisierung eines Seilroboters benötigten Methoden und Funktionen andererseits, Arbeitspakete formuliert.

### 1.3 Problemstellung und Einordnung dieser Arbeit

In den letzten Jahren zog das Potential von seilbasierten Parallelmanipulatoren für die Lösung technischer Problemstellungen zunehmend das Interesse verschiedener Forschergruppen an. An der Universität Duisburg wurde daraus der Bedarf nach weiteren Arbeiten zur Erforschung dieser Technologie erkannt. Bereits seit 1999 wurde daher im Rahmen der DFG-Projekte SEGESTA und ARTIST kontinuierlich an entsprechenden Themen gearbeitet, wie auch schon im letzten Abschnitt beschrieben. Der SEGESTA-Prüfstand ermöglicht dabei die praktische Erprobung der erzielten Ergebnisse [42, 70].

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen des DFG-Projektes ARTIST. Die folgenden Ziele wurden im Rahmen des DFG-Antrags formuliert und in dieser Arbeit bearbeitet:

1. *Berechnung und Visualisierung des Arbeitsraumes:* Für den Anwender ist der Zugriff auf eine Darstellung des Arbeitsraumes vorteilhaft, um die Eigenschaften und Einsetzbarkeit eines Seilroboters abzuschätzen. In Kapitel 6 dieser Arbeit werden die notwendigen Verfahren beschrieben, um Arbeitsräume bei gegebener Geometrie zu ermitteln. Sämtliche Arbeitsraumdarstellungen in dieser Arbeit basieren auf den dort erarbeiteten Verfahren.
2. *Höherredundante<sup>2</sup> Manipulatoren und optimale Seilkraftverteilung:* Bei redundanten Parallelkinematiken treten innere Verspannungskräfte auf, die die Arbeitsraumgrenzen verschieben. Für konkrete Handhabungsaufgaben kann der Arbeitsraum über zusätzliche redundante Antriebe gezielt modifiziert werden. Diese Arbeitsraumerweiterung ist erwünscht, der resultierende Arbeitsraum ist aber schwer zu berechnen. Für den Betrieb eines Seilroboters müssen alle Seilkräfte in einem Algorithmus zur optimalen Kraftverteilung auf der Basis erfüllter Kraft- und Momentenbilanzgleichungen berechnet werden. Das Ergebnis dieser Berechnungen sind sogenannte Seilkraftverteilungen. In Kapitel 3 werden Verfahren beschrieben, die mit Hinblick auf höherredundante Manipulatoren entworfen wurden. Die in Kapitel 6 und Kapitel 7 entwickelten

---

<sup>2</sup>Der Begriff höherredundant bezeichnet Seilroboter, die mit mehr Seilen betrieben werden, als zur Verspannung des Systems mindestens notwendig sind. Dieses Thema wird in Abschnitt 2.2 näher behandelt.



Methoden eignen sich ebenfalls gleichermaßen für einfach- wie für höherredundante Manipulatoren. Einige der in Kapitel 8 beschriebenen Anwendungsbeispiele nutzen explizit die Eigenschaften höherredundanter Manipulatoren und wurden mit den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Methoden untersucht.

3. *Optimierungskriterien für Bahnen und Arbeitsraum:* Die Suche nach Optimierungskriterien zum aufgabenorientierten Entwurf einer Maschine nimmt einen zentralen Platz im Arbeitsprogramm ein. Daher sind Optimierungsalgorithmen zu entwickeln und Zielfunktionen bezüglich einer konkreten Bewegungs- oder Handhabungsaufgabe anzugeben. Diese Thematik wird in Kapitel 7 eingehend untersucht.
4. *Numerische Umsetzung und praxistaugliche Optimierungsroutinen:* Um das Volumen des Arbeitsraumes abzuschätzen, wurde in den vorliegenden Arbeiten [60, 59] zu diesem Thema ein Bereich, der den Arbeitsraum sicher enthält, mit einem Gitternetz überzogen. Als Optimierungskriterium kann z.B. die Anzahl der gültigen, d.h. im Arbeitsraum befindlichen, Kontrollpunkte gewählt werden. Allerdings steigt die benötigte Rechenzeit mit jedem hinzugefügten Aktuator, so dass hier schnell die Mittel der aktuellen Rechentechnik erschöpft sind. Die im Arbeitspaket 3 erarbeiteten Kriterien müssen daher zu effizienten und weitgehend automatisch ablaufenden Optimierungsroutinen verarbeitet werden, so dass sich der Optimierungsprozess für den Anwender auf die Modellbeschreibung und die Definition der Optimierungsparameter beschränkt. Um auch die anwendungstechnische Umsetzung der Ergebnisse zu gewährleisten, müssen die entwickelten Algorithmen so in Software implementiert werden, dass diese später als Entwicklungswerkzeuge nutzbar sind. Zur Lösung dieser Aufgabe wird in Kapitel 7 eine Software beschrieben, die die entwickelten Methoden implementiert. Die für höherredundante Manipulatoren benötigte höhere Rechenleistung kann durch eine Parallelisierung der Programmierung effizient aufgefangen werden.
5. *Verifikation am Labormodell:* Am SEGESTA-Prüfstand werden die in den vorangegangenen Punkten beschriebenen Konzepte experimentell umgesetzt. Besonders im Hinblick auf die Echtzeitfähigkeit der Verfahren, wie sie beispielsweise für Regelungsaufgaben verlangt wird, ergeben sich hohe Anforderungen an die Software. Zur Überprüfung der Echtzeitfähigkeit wurde ein Echtzeitsystem der Fa. dSPACE am SEGESTA-Prüfstand in Betrieb genommen und mit den notwendigen Algorithmen zum Betrieb des Seilroboters programmiert. Insbesondere die Echtzeitfähigkeit der Seilkraftberechnungsverfahren aus Kapitel 3 wird in Kapitel 4 am Prüfstand untersucht.

Neue, verbesserte Verfahren wurden im Rahmen der Arbeit in den Bereichen Seil-

kraftberechnung und Arbeitsraumuntersuchung entwickelt. Diese werden im Folgenden kurz umrissen.

Die vorliegende Arbeit greift an vielen Stellen die theoretischen Ergebnisse von Verhoeven [159] und die Methoden von Fang [41] auf und kombiniert sie mit dem Ziel einer einfachen und sicheren Anwendung. Die Ergebnisse von Fang waren dabei stets auf einfach redundante Seilroboter bezogen. Die Erweiterung dieser Resultate im Bereich der Seilkraftberechnung auf den allgemeineren Fall höherredundanter Systeme ist ebenfalls Teil dieser Arbeit. Dabei werden Verfahren entwickelt, die über bekannte Methoden hinausgehen [17, 41, 112, 113, 116], den kontinuierlichen Verlauf der Resultate auch für höherredundante Seilroboter garantieren und auch auf Echtzeitsystemen leicht zu implementieren sind.

Die Grundlage für die Entwicklung leistungsfähiger Analyse- und Synthesemethoden für höherredundante Seilroboter in dieser Arbeit liegt in weiten Teilen in den Ergebnissen des DFG-Projektes „Entwicklung eines Syntheseverfahrens für fehler- und strukturoptimierte Parallelkinematikmaschinen“, gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft unter HI 370/19-3 im Rahmen des Sonderforschungsbereichs SPP 1099 „Fertigungsmaschinen mit Parallelkinematiken“. Die dabei entwickelten Methoden stellen die Basis der hier gezeigten Analyse- und Synthesemethoden dar [123], die in der vorliegenden Arbeit für höherredundante Seilroboter spezialisiert werden. Im Bereich der Optimierung kommen dabei zum Teil Verfahren zur Trajektorienverifizierung zum Einsatz, die durch Arbeiten von Merlet [103] und Piazzzi [121, 122] inspiriert sind und an dieser Stelle in einen Optimierungsalgorithmus integriert werden. Diese Ansätze basieren ihrerseits auf der Intervallarithmetik. Bezüglich der Robustheit und Zuverlässigkeit gehen die gezeigten Verfahren damit über bekannte, diskret arbeitende Methoden zur Optimierung von Seilrobotern [60, 59] hinaus.

Die Betrachtung der Dynamik von Seilrobotern ist nicht Teil dieser Arbeit. Die entsprechenden Untersuchungen finden sich zum Beispiel in [41, 69].

Das Arbeitsprogramm des ARTIST-Projektes wurde durch einen starken Praxisbezug motiviert und geprägt. Dem wurde auf vielfältige Art Rechnung getragen: Veröffentlichungen in einem Magazin für Rapid Prototyping [22] und einer Fachzeitschrift für Physiotherapie [157] sowie Messeauftritte auf der Hannover-Messe der Industrie 2009 und dem Swiss Innovation Forum 2009 trugen die Ergebnisse des Projektes nach außen. Der Industriedesigner Martin Langhammer gewann mit einer Arbeit in einer Kooperation des Lehrstuhls für Mechatronik der Universität Duisburg-Essen mit der Folkwang-Hochschule den 3. Platz des Mia-Seeger-Preises 2009 für die Gestaltung eines Seilroboters für die Physiotherapie. Dieses System wird in Abschnitt 8.4 näher beschrieben. In einer Kooperation mit der TU Hamburg-Harburg baut der Lehrstuhl für Mechatronik - basierend auf den Ergebnissen von ARTIST - aktuell einen Seilroboter in einem Windkanal auf. Das zugehörige Projekt

wird in Abschnitt 8.2 beschrieben.

Der nun folgende Abschnitt erläutert den Aufbau der Arbeit, der sich an den hier genannten Arbeitspaketen orientiert.

## 1.4 Aufbau der Arbeit

Diese Arbeit ist wie folgt gegliedert: Kapitel 2 beschreibt die kinematischen Grundlagen zur Modellierung von Seilrobotern. Dabei werden die notwendigen Begriffe und Symbole eingeführt. Daneben werden verschiedene Klassifikationen für Seilroboter aus der Literatur vorgestellt. Dabei verwendet jede Klassifikation eine jeweils eigene Nomenklatur. In dieser Arbeit wird an verschiedenen Stellen darauf Bezug genommen.

In Kapitel 3 wird zunächst das für die Entwicklung und den Betrieb von Seilrobotern essentielle Problem der Seilkraftberechnung beschrieben. In der Folge werden verschiedene Algorithmen zu seiner Lösung vorgeschlagen, die sich u.a. bezüglich ihrer Eignung für Echtzeitanwendungen unterscheiden. Besonderes Augenmerk wird dabei auf die Eignung für höherredundante Systeme gelegt.

Kapitel 4 vergleicht die Laufzeiteigenschaften und Unterschiede der einzelnen Kraftberechnungsmethoden anhand des SEGESTA-Prüfstandes. Dabei wird ein Echtzeitsystem der Fa. dSPACE als besonders stabiles Zielsystem für die Regelung verwendet, um eine verlässliche Zeitbasis gewährleisten zu können. Als Beispielkonfiguration wurde ein System mit acht Seilen gewählt, das einerseits für viele praktische Anwendungen mit kubischer Rahmengeometrie empfehlenswert ist, andererseits aber auch eine zweifache – also erhöhte – Redundanz aufweist.

In Kapitel 5 erfolgt eine Überleitung auf die theoretischen Zusammenhänge für die nun folgenden Arbeitsraumuntersuchungen. Dazu wird der Begriff des Arbeitsraums näher erläutert. Die verschiedenen Definitionen mit ihrem jeweiligen Kontext werden beschrieben. Insbesondere für die spätere Arbeitsraumanalyse und -synthese ist eine klare Definition des Begriffs hilfreich.

Diese Definitionen stellen dann auch die Basis für Kapitel 6 dar, das sich mit den verschiedenen Berechnungs- und Analyseverfahren für Arbeitsräume von Seilrobotern beschäftigt. Ein Fokus liegt auf intervallbasierten Verfahren, die – in den Vorgängerarbeiten am Lehrstuhl für Mechatronik entwickelt [123] – für höherredundante Seilroboter spezialisiert wurden. Eine Parallelisierung verkürzt die Laufzeit der vorgestellten Algorithmen effektiv.

In Kapitel 7 werden diese Verfahren auf Synthese und Optimierung von Seilrobotern für geforderte Arbeitsräume bzw. Trajektorien erweitert. Dies gelingt im Rahmen des in dieser Arbeit weiterentwickelten Software-Frameworks auf eine besonders einfache Art und Weise. Verschiedene Optimierungsziele können auf Basis dieser Software verfolgt werden. Dies umfaßt z.B. einen besonders kompakten Bau-



raum bei gegebenem Einsatzbereich des Seilroboters als Ziel. Ein anderes Optimierungsziel kann dasjenige Design sein, das für eine gegebene Trajektorie die kürzeste Fahrzeit ermöglicht. Neben rein intervallbasierten Verfahren erweisen sich hybride Verfahren mit Einbindung von diskret arbeitenden Standard-Optimierern als besonders günstig bezüglich der benötigten Rechenzeit.

Kapitel 8 erläutert einige Anwendungsstudien, die unter anderem im Rahmen des ARTIST-Projektes mit verschiedenen Partnern durchgeführt wurden. Zunächst wird eine bereits bekannte Idee eines dreidimensionalen Raumflugwerkes aufgegriffen, das universellen Charakter für alle Anwendungen mit sehr großem Arbeitsraum hat. Ein Positioniersystem für einen Windkanal auf Basis eines Seilroboters wird vorgestellt. Hier werden Arbeitsraum und Eignung für diese besondere Anwendung beleuchtet, insbesondere unter dem Aspekt aerodynamisch günstiger Eigenschaften. Daneben wird eine Risikoanalyse für eine Anwendung als Regalbediengerät durchgeführt. Eine gänzlich andere Idee wird beim Einsatz eines Seilroboters innerhalb physiotherapeutischer Anwendungen verfolgt, die in Kooperation mit der Folkwang-Hochschule in Essen ausgearbeitet wurde.

# Kapitel 2

## Klassifikation und kinematische Modellierung

*In diesem Kapitel werden die aus der Literatur bekannten Grundlagen zur kinematischen Modellierung von Seilrobotern beschrieben. Sie bilden die Grundlage für alle modellbasierten Untersuchungen in dieser Arbeit. Abschnitt 2.1 stellt zunächst Klassifikationen für Seilroboter vor und führt die entsprechenden Begriffe und Definitionen ein. In 2.2 wird das kinematische Modell für die Vorwärts- und die inverse Kinematik erläutert.*

### 2.1 Klassifikation

Für Seilroboter wurden eigene Klassifikationen definiert, die auf der Differenz zwischen der Zahl der Seile  $m$  und der Zahl der Freiheitsgrade der Plattform  $n$  basieren.

Ming und Higuchi [112] schlagen auf der Basis der Redundanz  $r = m - n$  folgende Systematik vor:

- CRPM (Completely Restrained Parallel Manipulator): Die Konfiguration des Seilroboters und damit die Pose der Plattform wird über die Verspannung der Seile vollständig definiert. Die gespannten Seile stellen dabei einseitige geometrische Bindungen dar, da sie nur Zugkräfte übertragen können. Folglich werden für einen CRPM  $m = n + 1$  Seile benötigt.
- IRPM (Incompletely Restrained Parallel Manipulator): Um die Pose der Plattform zu bestimmen, muß eine äußere Last auf die Plattform einwirken, um alle Seile zu spannen.

Verhoeven [159] unterteilt die Klasse CRPM in zwei Unterkategorien, die auf der Unterscheidung der Redundanz beruhen. Die Klasse der CRPM umfaßt demnach

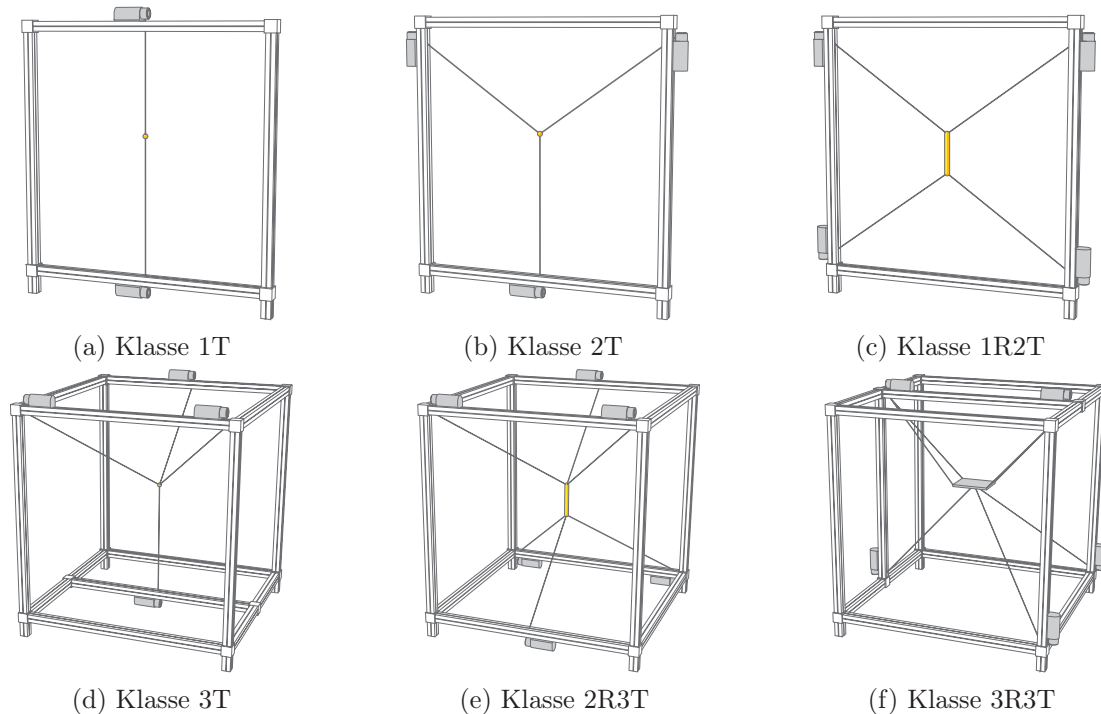


Abbildung 2.1: Klassifikation für parallele Seilroboter. Quelle: [24]

nur Seilroboter mit  $m = n + 1$  Seilen. Höhere Redundanzen  $m > n + 1$  fallen in die Kategorie RRPM (Redundantly Restrained Parallel Manipulator).

Diese Systematik betrachtet also die Verspannbarkeit eines Seilroboters im Arbeitsraum eines CRPM oder RRPM. Verspannbarkeit bedeutet dabei, daß ohne Einprägung einer äußeren Last eine vollständig positive Seilkraftverteilung (siehe Kapitel 3) gefunden werden kann. Verläßt ein CRPM oder RRPM diesen Arbeitsraum, so ist es durchaus möglich, unter dem Einfluß äußerer Lasten eine vollständig positive Seilkraftverteilung zu finden, so daß der Seilroboter in der betrachteten Plattformpose unter die Definition IRPM fällt. Anschaulich gesprochen, kann ein CRPM oder RRPM unter dem Einfluß der Schwerkraft seinen Arbeitsraum in Richtung der Erdbeschleunigung verlassen. Hängt die Plattform dabei in allen Seilen, so liegt ein IRPM vor. Die Klassifikation von Fang [41] ähnelt Verhoevens Vorgehen. Es werden drei Klassen definiert:

- IKRM (Incompletely Kinematic Restrained Manipulators) mit  $m < n$ ,
- CKRM (Completely Kinematic Restrained Manipulators) mit  $m = n$  sowie
- RAMP (Redundantly Actuated Manipulators) mit  $m \geq n + 1$ .

Eine andere Systematik beruht auf der Zahl der kontrollierbaren Freiheitsgrade der Plattform. Dazu schlägt Verhoeven [162, 159] folgende Systematik vor, die alle realisierbaren Seilroboter umfaßt (siehe Abb. 2.1):

- 1T: lineare Bewegung eines Punktes,
- 2T: planare Bewegung eines Punktes,
- 1R2T: planare Bewegung eines Körpers,
- 3T: räumliche Bewegung eines Punktes,
- 2R3T: räumliche Bewegung eines Balkens und
- 3R3T: räumliche Bewegung eines Körpers.

T bezeichnet dabei translatorische und R rotatorische Freiheitsgrade. Diese Arbeit behandelt Seilroboter der Klassen CRPM und RRPM bzw. RAMP. Eine ausführliche Behandlung des Typs IRPM findet sich z.B. in [66, 65, 98].

## 2.2 Kinematische Modellierung

Im folgenden Abschnitt werden die Modelle der inversen Kinematik und der Vorwärtskinematik vorgestellt. Sie bilden das theoretische Fundament aller weiteren Schritte und sind insbesondere für Regelaufgaben zwingend erforderlich. Dabei unterscheiden sich die Modelle in ihrer Komplexität, abhängig von der Gestaltung der Seilführungen. Dies wird im Folgenden gezeigt.

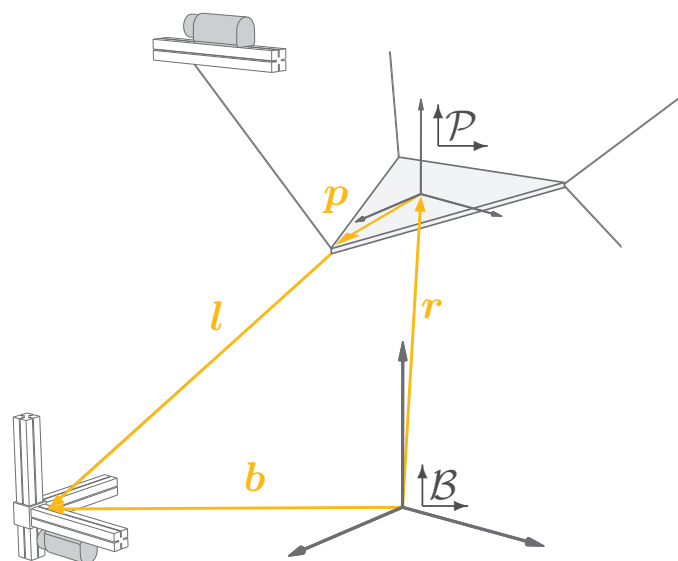


Abbildung 2.2: Kinematik eines Seilroboters. Quelle: [24, 30]. Copyright © by ASME International.

### 2.2.1 Inverse Kinematik

Die inverse Kinematik bezeichnet das Problem, die Gelenkvariablen der kinematischen Ketten für eine gegebene Endeffektorpose zu berechnen. Im Falle der Seilroboter sind dies die Pose<sup>1</sup> der Plattform bzw. die Längen der Seile. Topologisch weist ein Seilroboter die Struktur einer Stewart-Gough-Plattform [51, 139] auf, wie in Abschnitt 1.2 bereits ausgeführt wurde. Da die Linearaktoren der klassischen Stewart-Gough-Plattform durch die Seile ersetzt werden, ergeben sich die eingangs erläuterten Vorteile von Seilrobotern gegenüber konventionellen Parallelkinematiken. Diese Art der Modellierung setzt jedoch voraus, daß die Seile stets gespannt sind und als linienförmig betrachtet werden können. Die kinematische Modellierung stellt sich gemäß Abb. 2.2 wie folgt dar:

Der Seilroboter besteht aus einer Plattform, die an  $m$  Punkten mit einer Basis verbunden ist. Die verbindenden Seile stellen zwar nur einseitige Bindungen dar; es wird jedoch angenommen, daß sie stets gespannt sind. Die Plattformpose  $\mathbf{x} = [{}^B\mathbf{r}^T, \varphi, \vartheta, \psi]$  und die Vektoren  ${}^B\mathbf{b}_i, i = 1 \leq i \leq m$  zu den Basispunkten seien im Inertialsystem  $\uparrow\mathcal{B}$  referenziert. Zusätzlich sind auf Basis der konstruktiven Auslegung der Plattform die Vektoren zu den Plattformpunkten  $\mathbf{p}_i$  im plattformfesten Koordinatensystem  $\uparrow\mathcal{P}$  bekannt. Die Orientierung der Plattform bezüglich des Inertialsystems wird durch die Transformationsmatrix  ${}^B\mathbf{R}_P$  definiert.

**Punktförmige Seilführungen** Zunächst wird angenommen, daß die Seile durch annähernd punktförmige Führungen (z.B. keramische Augen) von den Seilwinden in Richtung Plattform geführt werden. Dies bedeutet, daß die Basisvektoren  ${}^B\mathbf{b}_i$  konstant sind. Mit dieser Annahme ergibt sich auf Basis der Abb. 2.2 der einfache Vektorzug mit

$${}^B\mathbf{l}_i = {}^B\mathbf{b}_i - \underbrace{({}^B\mathbf{r} + {}^B\mathbf{R}_P^P \mathbf{p}_i)}_{{}^B\mathbf{p}_{B_i}}, \quad 1 \leq i \leq m. \quad (2.1)$$

Damit ergibt sich die Länge des  $i$ -ten Seils zu

$$q_i = \|{}^B\mathbf{l}_i\|_2, \quad 1 \leq i \leq m. \quad (2.2)$$

Wie eingangs erwähnt, gelten diese einfachen Beziehungen nur für die Annahme einer punktförmigen, fest stehenden Seilführung. Dies bedeutet jedoch stets eine hohe Relativgeschwindigkeit zwischen Seil und Seilführung, woraus eine stark erhöhte Abnutzung und ein hoher Verschleiß resultieren.

<sup>1</sup>Die Pose beschreibt gemäß EN ISO 8373 [3] die Kombination von Position und Orientierung des Endeffektors im dreidimensionalen Raum.

**Rollenbasierte Seilführungen** Für viele praktische Anwendungen werden Mindeststandzeiten der Seile gefordert, die unter den obigen Bedingungen nicht erreicht werden können. Alternativ zu jenem Konzept können auch Rollenführungen verwendet werden, wie sie in der Theater- und Bühnentechnik eingesetzt werden. Eine solche Rollenführung ist in Abb. 2.3 zu sehen. Kinematische Berechnungen werden auf der Basis dieser Seilführungen jedoch erschwert, wie im Folgenden gezeigt wird. An dieser Stelle wird zunächst zugrunde gelegt, daß ein räumlicher Seilroboter be-

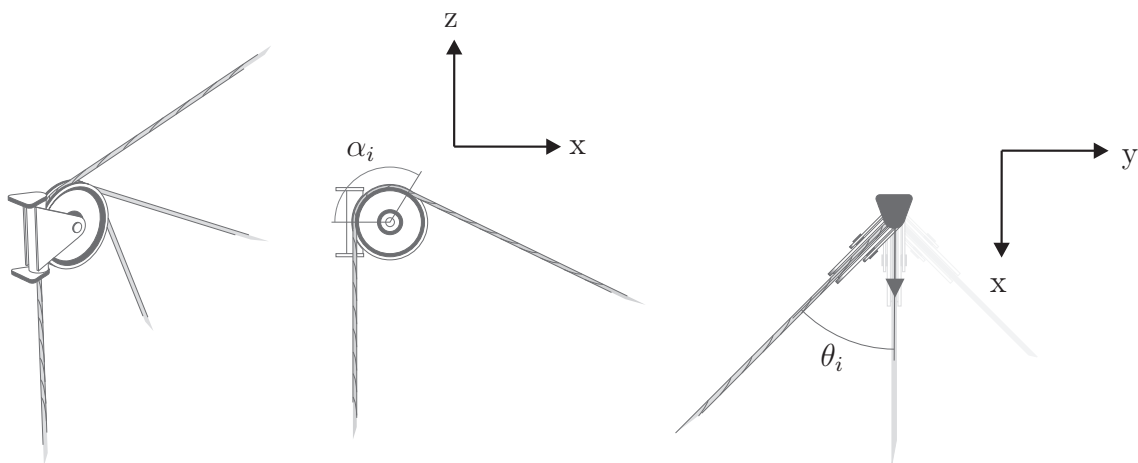


Abbildung 2.3: Darstellung einer rollenbasierten Seilführung aus der Bühnentechnik. Quelle: [24]

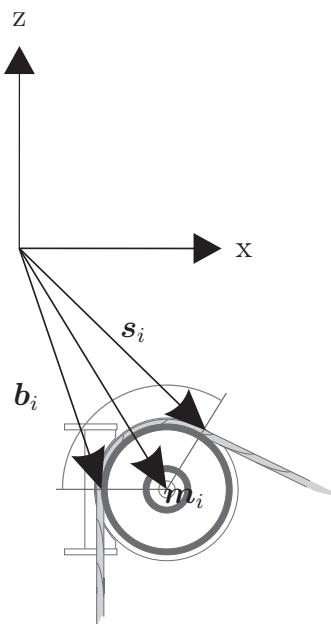


Abbildung 2.4: Detail der rollenbasierten Seilführung. Quelle: [24]

trachtet wird. Für ebene Systeme vereinfacht sich die Betrachtung entsprechend. Bei

Verwendung rollenbasierter Seilführungen sind die Vektoren  ${}^B\mathbf{s}_i$  zu den Seilkontaktpunkten abhängig von der Pose der Plattform, da die Rollenführung dem Seilverlauf folgt. Die Seilrolle mit dem Radius  $\varrho$  ist dazu auf einem Schwenkarm montiert. Um den Vektor zum Seilkontaktpunkt  ${}^B\mathbf{s}_i$  zu berechnen, müssen der Schwenkwinkel  $\theta_i$  und der Umschlingungswinkel  $\alpha_i$  bekannt sein (siehe auch Abb. 2.4). Der Schwenkwinkel kann durch eine Projektion auf eine Ebene  $\mathcal{D}$  ermittelt werden. Diese Ebene  $\mathcal{D}$  sei so definiert, daß ihr Normalenvektor die Schwenkachse der Rollenführung ist. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird hier angenommen, daß diese Achse parallel zur  $z$ -Achse des Inertialsystems liegt. Für den Schwenkwinkel  $\theta_i$  folgt dann

$$\tan \theta_i = \frac{{}^B\mathbf{p}_{B_i,y} - {}^B\mathbf{b}_{i,y}}{{}^B\mathbf{p}_{B_i,x} - {}^B\mathbf{b}_{i,x}}, \quad 1 \leq i \leq m. \quad (2.3)$$

Der Ausdruck  ${}^B\mathbf{p}_{B_i,y}$  bezeichnet die  $y$ -Komponente von  ${}^B\mathbf{p}_{B_i}$ . Dies gilt analog für die  $x$ -Komponente. Damit kann der Vektor  ${}^B\mathbf{m}_i$  zur Achse der  $i$ -ten Rolle konstruiert werden:

$${}^B\mathbf{m}_i = {}^B\mathbf{b}_i + \mathbf{R}_{z_B,\theta_i} \cdot \varrho \cdot {}^B\mathbf{e}_x. \quad (2.4)$$

Hierbei ist  $\mathbf{R}_{z_B,\theta_i}$  die Rotationsmatrix um die  $z$ -Achse des Inertialsystems mit dem Winkel  $\theta_i$ . Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird angenommen, daß für  $\theta_i = 0$  die Projektion von  ${}^B\mathbf{b}_i - {}^B\mathbf{m}_i$  auf die  $x - z$ -Ebene von  $\uparrow\mathcal{B}_x$  parallel zur  $x$ -Achse ist.

Der Umschlingungswinkel  $\alpha_i$  ergibt sich gemäß Abb. 2.4 zu

$$\alpha_i = \pi - (\alpha_{i,1} + \alpha_{i,2}), \quad (2.5)$$

mit

$$\sin \alpha_{i,1} = \frac{{}^B\mathbf{p}_{B_i,z} - {}^B\mathbf{m}_{i,z}}{\|{}^B\mathbf{p}_{B_i} - {}^B\mathbf{m}_i\|_2}, \quad \cos \alpha_{i,2} = \frac{\varrho}{\|{}^B\mathbf{p}_{B_i} - {}^B\mathbf{m}_i\|_2}, \quad 1 \leq i \leq m. \quad (2.6)$$

In einer Projektion auf die Ebene  $\mathcal{D}$  beschreibt  $\alpha_{i,1}$  den Winkel zwischen der  $x - y$ -Ebene des Inertialsystems und dem Vektor  $\mathbf{u}_i$  von  ${}^B\mathbf{m}_i$  zum Plattformpunkt  ${}^B\mathbf{p}_{B_i}$ . Damit ist der Winkel  $\alpha_{i,2}$  der Winkel zwischen dem Vektor  ${}^B\mathbf{m}_i$  zum Seilkontaktpunkt der Rolle und dem Vektor  $\mathbf{u}_i$ . Der Vektor zum Seilkontaktpunkt der Rolle  ${}^B\mathbf{s}_i$  des  $i$ -ten Seils berechnet sich daher zu

$${}^B\mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} {}^Bm_{i,x} + \varrho \cos \alpha_1 \cdot \cos \theta_1 \\ {}^Bm_{i,y} + \varrho \cos \alpha_1 \cdot \sin \theta_1 \\ {}^Bm_{i,z} + \varrho \cdot \sin \alpha_1 \end{bmatrix}, \quad 1 \leq i \leq m. \quad (2.7)$$

Es ergeben sich die Seillängen

$$q_i = \varrho \cdot \alpha_i + \|{}^B\mathbf{s}_i - {}^B\mathbf{p}_{B_i}\|_2. \quad (2.8)$$

Für einige Regelverfahren wird neben der inversen Kinematik auch die Vorwärtskinematik des geregelten Systems benötigt. Sie wird daher im nun folgenden Abschnitt behandelt. Wie auch bei der Stewart-Gough-Plattform, ist die Vorwärtskinematik weitaus komplizierter als die inverse Kinematik. Dies gilt insbesondere für den Fall, daß Rollenführungen verwendet werden.

### 2.2.2 Vorwärtskinematik

Die Gleichungen, die die inverse Kinematik des Seilroboters beschreiben, sind voneinander entkoppelt und daher direkt lösbar. Die Lösung der Vorwärtskinematik ist weitaus komplizierter [76, 75, 110, 147]. Im Allgemeinen ist das entsprechende Gleichungssystem nicht explizit lösbar. In Sonderfällen gelingt dies jedoch unter der Voraussetzung, daß punktförmige Seilführungen verwendet werden und drei Seile an einem Plattformpunkt  $\mathbf{p}_i$  zusammenlaufen. In diesem Fall beschreiben die Längen der gespannten Seile drei Sphären, deren Mittelpunkte auf den jeweiligen Basispunkten  $\mathbf{b}_i$  liegen. Die Sphären beschreiben damit alle möglichen Positionen der Plattformpunkte. Schneiden sich die drei Sphären an einem oder mehreren Punkten, so liegt der Plattformpunkt  $\mathbf{p}_i$  an einer dieser Punkte [124]. Unter der Voraussetzung einer punktförmigen Seilführung ist das Verfahren in [166] beschrieben.

Da dieser Ansatz jedoch nur in dem beschriebenen Spezialfall funktioniert, müssen im Allgemeinen iterative Lösungsverfahren verwendet werden. Dies ist im Vergleich zu einer expliziten Lösung vergleichsweise rechenaufwendig, was den Einsatz auf einem Echtzeitsystem erschwert. Es kann daher sinnvoll sein, das Design des Seilroboters mit Hinblick auf die Vorwärtskinematik so auszulegen, daß obige Bedingung zur geometrischen Lösung erfüllt ist. Dies wird in Kapitel 7 nochmals kurz angeführt.

Das Problem der Vorwärtskinematik wird im Allgemeinen durch  $m$  nichtlineare Gleichungen in  $n$  Unbekannten beschrieben:

$$\varrho \cdot (\alpha_i) + \left\| {}^B \mathbf{s}_i - {}^B \mathbf{p}_{B_i} \right\|_2 - q_i = 0. \quad (2.9)$$

Werden punktförmige Seilführungen verwendet, so wird der Rollenradius  $\varrho$  gleich Null. Für den Fall  $m = n$  schlägt Fang [41] die Verwendung eines Newton-Raphson-Verfahrens vor. Für CRPM und RRPM liegt hingegen ein überbestimmtes System vor, das über ein Least-Squares-Verfahren gelöst werden kann, so daß die Redundanz zur Kompensation von Meßwertfehlern der Seillängen genutzt wird. Fang [41] schlägt jedoch auch für den Fall  $m \geq n + 1$  ein Verfahren auf Basis der Newton-Raphson-Methode vor: Die Seillängen seien als Vektor  $\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_m]^T$  zusammengefaßt. Damit folgt für die Jacobi-Matrix der inversen Kinematik

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{J}_{inv}(\mathbf{q}(t)) \cdot \dot{\mathbf{x}}(t) \quad \mathbf{J}_{inv}(\mathbf{q}(t)) = \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{m \times n}. \quad (2.10)$$



Nimmt man für kinematische Berechnungen an, daß die Seile stets gespannt sind, so beschreiben bereits sechs Seillängen die Plattformpose. Daher können  $r$  Zeilen der inversen Jacobi-Matrix  $\mathbf{J}_{\text{inv}}$  entfernt werden. Es ergibt sich  $\tilde{\mathbf{J}}_{\text{inv}}$ . Unter der Bedingung, daß  $\mathbf{J}_{\text{inv}}$  vollen Rang hat, kann bei einem CRPM eine beliebige Zeile entfernt werden. Dies gilt jedoch nicht für RRPm - in diesem Falle muß eine geeignete Kombination von  $r$  Zeilen gefunden werden. Auf dieser Basis wird die reduzierte Jacobi-Matrix der Vorwärtskinematik  $\tilde{\mathbf{J}}_{\text{forw}} = \tilde{\mathbf{J}}_{\text{inv}}^{-1}$  berechnet. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit seien zur Berechnung die ersten  $n$  Seillängen  $q_1, \dots, q_n$  gewählt. Damit gilt

$$\dot{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{J}}_{\text{forw}}(\mathbf{x}(t)) \underbrace{[\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n]^T}_{\dot{\mathbf{q}}_{\text{red}}}. \quad (2.11)$$

Die Plattformpose zum Zeitpunkt  $t_1$  wird durch Integration über die Zeit bestimmt:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \dot{\mathbf{x}}(\tau) d\tau \Leftrightarrow \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \tilde{\mathbf{J}}_{\text{forw}}(\mathbf{x}(\tau)) \dot{\mathbf{q}}_{\text{red}}(\tau) d\tau. \quad (2.12)$$

Die Entwicklung in eine Taylorreihe um  $t_0$  liefert für den zweiten Term

$$\int_{t_0}^t \tilde{\mathbf{J}}_{\text{forw}}(\mathbf{x}(\tau)) \dot{\mathbf{q}}_{\text{red}}(\tau) d\tau = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left( \int_{t_0}^t \tilde{\mathbf{J}}_{\text{forw}}(\mathbf{x}(\tau)) \dot{\mathbf{q}}_{\text{red}}(\tau) d\tau \right)_{|t=t_0}^{(k)} \cdot (t - t_0). \quad (2.13)$$

Vernachlässigt man Terme zweiter Ordnung und höher, so folgt

$$\int_{t_0}^t \tilde{\mathbf{J}}_{\text{forw}}(\mathbf{x}(\tau)) \dot{\mathbf{q}}_{\text{red}}(\tau) d\tau \approx \tilde{\mathbf{J}}_{\text{forw}}(\mathbf{x}(t_0)) \dot{\mathbf{q}}_{\text{red}}(t_0) \cdot (t - t_0). \quad (2.14)$$

Die Ersetzung des Differentialquotienten durch den Differenzenquotienten liefert

$$\tilde{\mathbf{J}}_{\text{forw}}(\mathbf{x}(t_0)) \dot{\mathbf{q}}_{\text{red}}(t_0) \cdot (t - t_0) \approx \tilde{\mathbf{J}}_{\text{forw}}(\mathbf{x}(t_0)) \Delta \mathbf{q}_{\text{red}}, \quad (2.15)$$

mit

$$\Delta \mathbf{q}_{\text{red}} = \mathbf{q}_{\text{red}}(t) - \mathbf{q}_{\text{red}}(t_0). \quad (2.16)$$

Auf Basis dieser vereinfachten Ausdrücke kann die Plattformpose  $\mathbf{x}$  angenähert werden als  $\mathbf{x}_{\text{app}}$  mit

$$\mathbf{x}_{\text{app}}(t) = \mathbf{x}(t_0) + \tilde{\mathbf{J}}_{\text{forw}}(\mathbf{x}(t_0)) \Delta \mathbf{q}_{\text{red}}. \quad (2.17)$$

Für diese angenäherte Plattformpose  $\mathbf{x}_{\text{app}}(t)$  werden nun die inverse Kinematik und der Lagefehler  $\Delta\mathbf{x}(t)$  berechnet. Dies ergibt die Seillängen  $\mathbf{q}_{\text{app}}$  für die angenäherte Plattformpose. Damit lassen sich die Seillängenfehler  $\Delta\mathbf{q}(t)$  zwischen den gemessenen Seillängen und den Seillängen der geschätzten Plattformpose berechnen. Dies ist ein Maß für den Lagefehler:

$$\Delta\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_{\text{app}}(t) - \mathbf{q}(t) \quad \wedge \quad \Delta\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_{\text{app}}(t) - \mathbf{x}(t) \Leftrightarrow \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_{\text{app}}(t) - \Delta\mathbf{x}(t). \quad (2.18)$$

Werden nochmals die Schätzungen

$$\Delta\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{J}}_{\text{forw}}(\mathbf{x}_{\text{app}}(t))\Delta\mathbf{q}_{\text{red}} \quad \text{für} \quad \dot{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{J}}_{\text{forw}}(\mathbf{x}(t))\dot{\mathbf{q}}_{\text{red}} \quad (2.19)$$

verwendet, so folgt

$$\mathbf{x}(t) \approx \mathbf{x}_{\text{app}}(t) - \tilde{\mathbf{J}}_{\text{forw}}(\mathbf{x}_{\text{app}}(t))\Delta\mathbf{q}_{\text{red}} = \mathbf{x}_{\text{app}}(t) - \tilde{\mathbf{J}}_{\text{forw}}(\mathbf{x}_{\text{app}}(t))(\mathbf{q}_{\text{app}}(t) - \mathbf{q}(t)), \quad (2.20)$$

wobei  $\mathbf{q}_{\text{app}}(t)$  durch die inverse Kinematik von  $\mathbf{x}_{\text{app}}(t)$  berechnet wird. Dieser Ansatz funktioniert nur für kleine Plattformverschiebungen und damit kleine Plattformgeschwindigkeiten gut. Werden diese größer, so kann eine iterative Berechnung notwendig werden, die  $\mathbf{x}(t)$  als geschätzten Wert für  $\mathbf{x}_{\text{app}}(t)$  verwendet. Dies wurde von Merlet gezeigt [104].

Das hier gezeigte Verfahren wurde für punktförmige Seilführungen erfolgreich eingesetzt. Für den Fall einer rollenbasierten Seilführung zeigt [166] einen iterativen Algorithmus zur Bestimmung der Vorwärtskinematik. Dabei wird jedoch der Schwenkwinkel vernachlässigt.

Daneben stellt Merlet in [107] Verfahren zur intervallbasierten Berechnung der Vorwärtskinematik vor (siehe dazu auch Abschnitt 6.6.1). Diese Verfahren werden unter Berücksichtigung der Seilelastizität in [109] erweitert. Vorteilhaft ist bei diesen Verfahren, daß garantiert eine Lösung gefunden wird, so sie existiert, und garantiert alle Lösungen der Vorwärtskinematik gefunden werden, sofern die Vorwärtskinematik nicht eindeutig ist. Das Verfahren liefert nach einer vorgegebenen Zahl von Schritten Ergebnisse mit einer vorhersagbaren Genauigkeit und ist daher prinzipiell echtzeitfähig. Nachteilig ist jedoch, daß zu einer in der Praxis benötigten Genauigkeit sehr viele Iterationen notwendig sein können, die nicht innerhalb eines Regeltaktes abgearbeitet werden können. Hier können zwei Ansätze helfen, das Verfahren zu beschleunigen:

- Nutzung der letzten Plattformpose: Die Plattformpose aus dem vorhergehenden Zeitschritt bildet den Mittelpunkt des Suchbereiches für den nächsten Schritt, anstatt den gesamten Arbeitsraumbereich als Suchbereich zu wählen.

Dabei kann auf Basis der Jacobimatrix und der maximalen Motorgeschwindigkeiten die Größe des Suchbereiches in der jeweiligen Koordinate bestimmt werden. Es folgt ein (Hyper)kubus als Suchbereich, innerhalb dessen die nächste Position liegen muß. Das Verfahren ist zwar durch die Verwendung der letzten bekannten Position iterativ, akkumuliert jedoch keinen Fehler!

- Prinzipiell ist bei Nutzung der Intervallanalyse eine einfache Parallelisierung des Verfahrens möglich. Dies erlaubt es, die Rechenzeit massiv zu verkürzen. Da heute auf dem Markt befindliche Regelsysteme zum Teil Parallelisierungen auf Basis aktueller Mehrkernprozessoren erlauben (z.B. dSPACE<sup>®</sup>, RTAI [99], LabView<sup>®</sup>) ist eine entsprechende Umsetzung einfach möglich. Die Parallelisierung von Intervallmethoden wird auch in Abschnitt 6.6.6 erläutert.

In diesem Kapitel wurden die notwendigen Grundlagen zur kinematischen Beschreibung eines Seilroboters beschrieben. Dabei können die Ergebnisse der inversen Kinematik bereits als Sollgrößen zur Realisierung einer einfachen Positionsregelung genutzt werden.

Fortgeschrittene Regelungskonzepte, die auch die Verspannung und damit die Steifigkeit des Systems beeinflussen können, erfordern stets die Vorgabe der Kräfte in allen Seilen. Dies bezeichnet man auch als Seilkraftverteilung. Weiterhin ist die Berechnung von Seilkraftverteilungen auch die Basis für die Analyse und Synthese von Arbeitsräumen. Es folgt daher im nächsten Kapitel die Behandlung von Verfahren zur Seilkraftberechnung für einfach- und höherredundante Mechanismen.

# Kapitel 3

## Berechnung von Seilkraftverteilungen

*In diesem Kapitel werden Verfahren zur Berechnung von Seilkraftverteilungen vorgestellt. Dazu wird in Abschnitt 3.1 zunächst das Problem der Seilkraftberechnung beschrieben. In Abschnitt 3.2 werden bekannte, sowie im Rahmen dieser Arbeit neu entwickelte Verfahren zur Lösung diskutiert. Von besonderem Interesse ist dabei die Verwendbarkeit der Verfahren auf Echtzeitregelsystemen, speziell für den Fall höherredundanter Seilroboter. Die in diesem Kapitel präsentierten Verfahren können für die Generierung von Sollgrößen zur Realisierung einer Kraftregelung eines Seilroboters genutzt werden. Die Kraftregelung ist sowohl für eine gute Präzision und hohe Dynamik in der Positionierung eines Seilroboters als auch aus Sicherheitsgründen sinnvoll.*

### 3.1 Problemdefinition

Seilroboter ähneln in ihrer Topologie klassischen Parallelkinematiken. Folglich ergeben sich bei Seilrobotern und Parallelkinematiken teilweise ähnliche Gleichungsstrukturen in der kinematischen und dynamischen Analyse. Ein wesentlicher Unterschied jedoch ist die intrinsische kinematische Redundanz des Seilroboters: Wie bereits in Kapitel 1 erläutert, nutzen Seilroboter zusätzliche Seile, um Kräfte auf die Plattform einzuprägen und so eine Verspannung des Seilroboters innerhalb des Arbeitsraums sicherzustellen. Dazu muß  $m \geq n + 1$  gelten. Diese Eigenschaft eröffnet eine Reihe von Problemstellungen in der dynamischen Betrachtung des Seilroboters. Auf der anderen Seite ergeben sich durch die Verwendung von Seilen typische Nebenbedingungen, die bei der Berechnung von Seilkräften berücksichtigt werden müssen. Da die Seile für die kinematische Analyse als gespannt – und damit als linienförmig – angenommen werden, müssen sie unter einer Mindestspannung  $f_{\min}$  stehen, die z.B. von

- dem Seilgewicht,
- den Seillängen und
- der Seilelastizität

abhängen kann. Ebenso ergibt sich aus technischen Beschränkungen eine obere Seilkraftgrenze  $f_{\max}$ , die sich aus

- der Seilfestigkeit (Arbeitslast),
- der Motorleistung und
- der Festigkeit der kraftübertragenden Elemente (Schwenkrollen, Umlenkrollen etc.)

ergibt. Die Wahl dieser Seilkraftgrenzen hängt damit vom individuellen Anwendungsfall ab. Sie haben jedoch direkten Einfluß auf

- Größe und Form des Arbeitsraums,
- den Energieverbrauch der Windenantriebe (bzw. die erreichbare Geschwindigkeit der Plattform) sowie
- das Verschleißverhalten

des Seilroboters [41, 79]. Nimmt man an, daß die verwendeten Seile als nichtlineare Federn betrachtet werden können, so haben die Seilkraftgrenzen überdies einen wesentlichen Einfluß auf die Steifigkeit und das Schwingungsverhalten des Systems und damit auf die Eigenfrequenzen des Seilroboters. Die Wahl der Seilkraftgrenzen in der praktischen Anwendung ist eine Aufgabe, die bislang im Einzelfall auf Basis von Erfahrungswerten und Versuchen entschieden werden muß.

In den folgenden Abschnitten wird der Vektor  $f_{\min} \cdot [1 \dots 1]^T \in \mathbb{R}^m$  als  $\mathbf{f}_{\min}$  notiert. Dies gilt analog für  $\mathbf{f}_{\max}$ .

Betrachtet man das Kräftegleichgewicht an der Plattform in Abb. 3.1, so ergibt sich ein  $r$ -fach unterbestimmtes Gleichungssystem, dessen Lösungsraum durch die Randbedingungen der Seilkraftgrenzen eingeschränkt wird. Kräfte- und Momentengleichgewichte ergeben sich zu

$$\sum_{i=1}^m \mathbf{f}_i + \mathbf{f}_p = 0 \text{ und } \sum_{i=1}^m \mathbf{p}_i \times \mathbf{f}_i + \boldsymbol{\tau}_p = 0, \quad (3.1)$$

wobei die Kraftvektoren  $\mathbf{f}_i$  entlang der Seilrichtung wirken. Der Betrag eines Seilkraftvektors entspricht der skalaren Seilspannung  $f_i$  mit

$$\mathbf{f}_i = f_i \cdot \frac{\mathbf{l}_i}{\|\mathbf{l}_i\|_2} = f_i \cdot \boldsymbol{\nu}_i, \quad (1 \leq i \leq m). \quad (3.2)$$

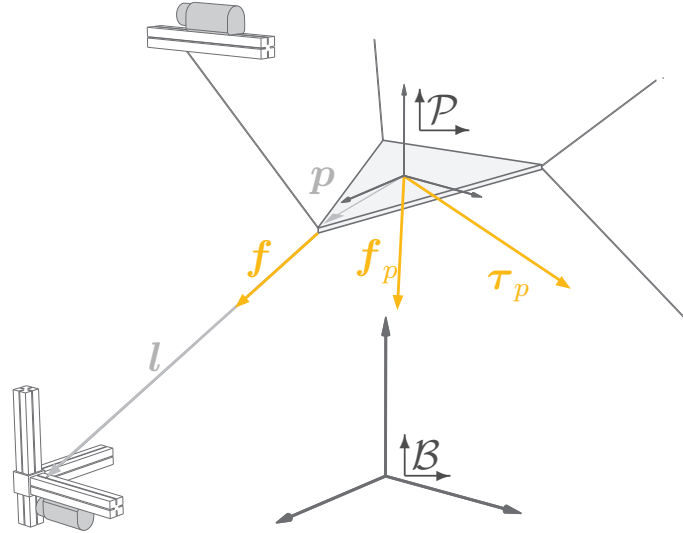


Abbildung 3.1: Kräfte an der Plattform eines Seilroboters. Quelle: [24]

Schreibt man dies in Matrixform, so ergibt sich nach Ming [112] und Verhoeven [159]

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\nu}_1 & \cdots & \boldsymbol{\nu}_m \\ \mathbf{p}_1 \times \boldsymbol{\nu}_1 & \cdots & \mathbf{p}_m \times \boldsymbol{\nu}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_p \\ \boldsymbol{\tau}_p \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.3)$$

und in kompakter Schreibweise

$$\mathbf{A}^T \mathbf{f} + \mathbf{w} = \mathbf{0}, \quad (3.4)$$

wobei  $\mathbf{f}$  als Seilkraftverteilung bezeichnet wird. Diese Seilkraftverteilung muß für eine Reihe von Aufgaben in der Regelung, der Analyse und der Synthese von Seilroboter bestimmt werden. Die Matrix  $\mathbf{A}^T$  wird als Strukturmatrix bezeichnet. Sie kann auch als transponierte Jacobi-Matrix der inversen Kinematik hergeleitet werden, aber der hier gezeigte Ansatz ist einfacher [159], da er auf einfach verständlichen geometrischen Ansätzen beruht. Man unterscheidet nach [159] die Seilkraftlösungen bezüglich ihrer Verträglichkeit mit den geforderten Nebenbedingungen:

$$\mathbf{f} > \mathbf{0} \quad \text{positive Lösung (Seilkräfte größer Null)}, \quad (3.5)$$

$$\mathbf{f}_{\max} \geq \mathbf{f} \geq \mathbf{f}_{\min} > \mathbf{0} \quad \text{akzeptable Lösung (Seilkräfte technisch sinnvoll)}. \quad (3.6)$$

Dabei bedeutet im Rahmen dieser Arbeit die Formulierung  $\mathbf{f} > \mathbf{0}$ , daß  $\mathbf{f}$  in allen Komponenten größer als Null ist. Dies gilt analog für die weiteren Vergleiche vektorieller Größen. Da Seile und Antriebssystem üblicherweise Grenzen unterliegen, ist Gl. 3.6 die für die technische Anwendung naheliegendere Form und wird daher künftig für die Randbedingungen der Seilkraftgrenzen referenziert, wenn nicht explizit anders angegeben.

Im Folgenden wird eine Interpretation des Lösungsraums der Seilkraftverteilungen  $\mathbf{f}$  beschrieben. Sie erleichtert die Beschreibung der im nächsten Abschnitt erläuterten Berechnungsverfahren und führt eine Reihe hilfreicher Symbole ein [111, 116].

Beginnt man mit der Darstellung der Seilkraftgrenzen, so bilden sie einen  $m$ -dimensionalen Hyperkubus  $\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^m$ . Die Hyperflächen dieses Kubus werden durch  $f_i = f_{\min} \vee f_i = f_{\max}$ ,  $1 \leq i \leq m$  definiert. Das Gleichungssystem 3.3 stellt ein unterbestimmtes lineares Gleichungssystem mit  $n$  Gleichungen und  $m$  Unbekannten dar. Folglich entspricht die Dimension des Lösungsraums  $r = m - n$ . Dies wird durch die Umstellung von Gl. 3.3 nach der Seilkraftverteilung  $\mathbf{f}$  deutlich:

$$\mathbf{f} = \underbrace{-\mathbf{A}^{+T}\mathbf{w}}_{\mathbf{f}_0} + \mathbf{H} \boldsymbol{\lambda}. \quad (3.7)$$

Hierbei bezeichnet  $\mathbf{A}^{+T}$  die Moore-Penrose Pseudo-Inverse von  $\mathbf{A}^T$ . Der Ausdruck läßt sich folgendermaßen interpretieren: Der Ausdruck  $\mathbf{H} \boldsymbol{\lambda}$  besteht aus dem Vektor

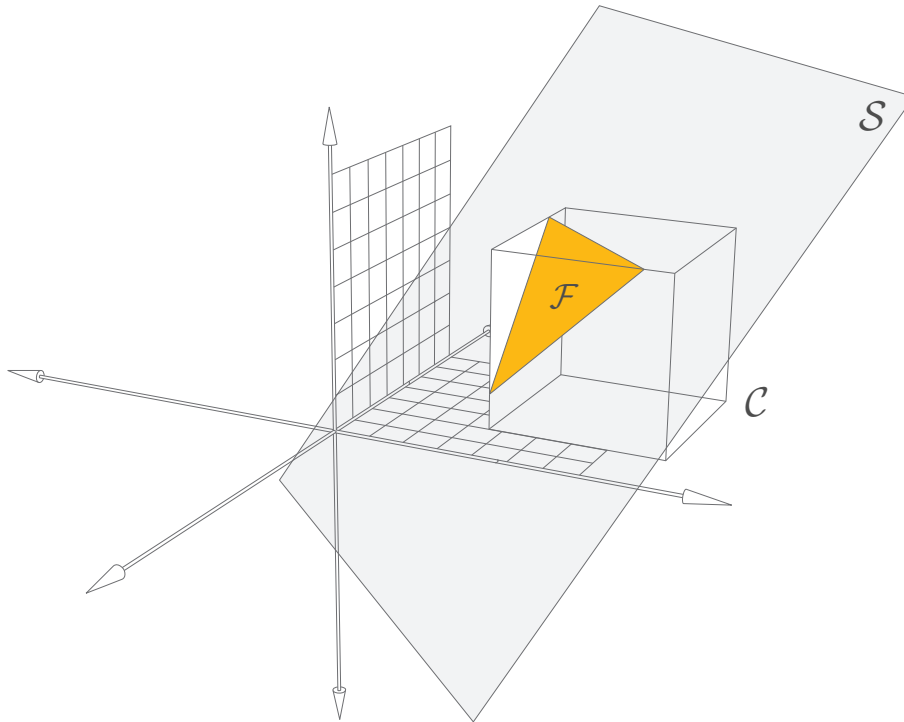


Abbildung 3.2: Die Untermenge  $\mathcal{S}$  im Schnitt mit dem Hyperkubus  $\mathcal{C}$  für den Fall  $n = 1$  und  $m = 3$ . Quelle: [24, 30]. Copyright © by ASME International.

$\boldsymbol{\lambda}$  und dem Nullraum oder Kern  $\mathbf{H}$  der Strukturmatrix  $\mathbf{A}^T$ .  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{m \times r}$  ist dabei definiert als

$$\mathbf{H} := [\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_r] \quad (3.8)$$

mit

$$\mathbf{A}^T \mathbf{h}_i = \mathbf{0}, \quad 1 \leq i \leq r, \quad (3.9)$$

und  $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^r$  ist ein Vektor von Multiplikatoren. Die Spalten des Kerns  $\mathbf{H}$  spannen dabei einen  $r$ -dimensionalen Unterraum  $\mathcal{S} \subset \mathbb{R}^m$  auf, der alle Lösungen von Gl. 3.3 enthält. Ist  $\mathcal{S}$  nicht leer, existieren also Lösungen des Gleichungssystems. Existiert darüber hinaus auch ein Schnitt  $\mathcal{F}$  des Hyperkubus  $\mathcal{C}$  und des Unterraums  $\mathcal{S}$ , so gibt es Seilkraftverteilungen, die innerhalb der Kraftgrenzen liegen (Abb. 3.2). Gilt also

$$\mathcal{F} = \mathcal{C} \cap \mathcal{S} \neq \emptyset, \quad (3.10)$$

so gibt es Seilkraftverteilungen, die den Gleichungen 3.3 und 3.6 genügen. Die Mannigfaltigkeit  $\mathcal{F}$  enthält dabei alle Lösungen. Nutzt man den Kern  $\mathbf{H}$  als Transformation zwischen dem  $\mathbb{R}^r$  und dem  $\mathbb{R}^m$  (Abb. 3.3), so bilden die akzeptablen Seilkraftverteilungen ein Polyeder  $\Lambda$ .

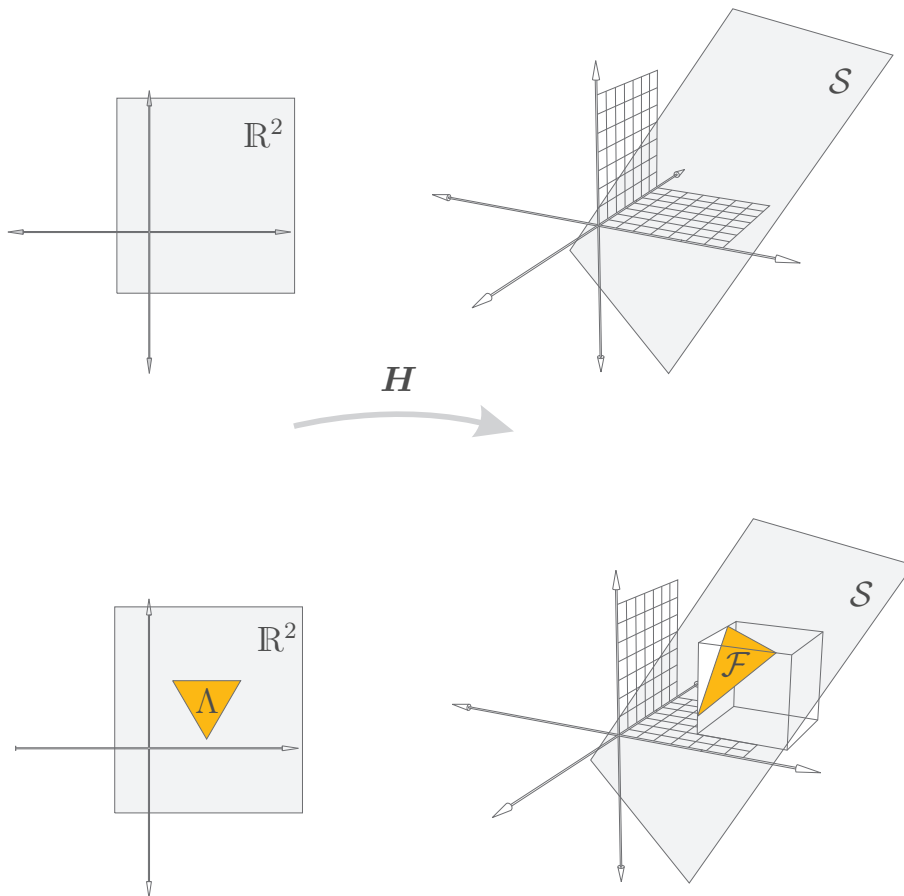


Abbildung 3.3: Darstellung der Abbildung  $\mathbf{H}$  für den Fall  $m = 3$  und  $n = 1$ . Quelle: [24]



Der mit  $\mathbf{f}_0$  bezeichnete Term stellt eine Seilkraftverteilung im Unterraum  $\mathcal{S}$  dar, die das unterbestimmte Gleichungssystem durch Einführung der Vorgabe einer quadratischen Minimierung der Seilkräfte löst. Sofern die Pseudo-Inverse existiert, kompensiert  $\mathbf{f}_0$  bereits die externen Lasten  $\mathbf{w}$ , die auf die Plattform einwirken. Der Term  $\mathbf{f}_0$  löst damit zwar das Gleichungssystem 3.3, stellt aber im Allgemeinen noch keine positive Lösung gemäß Gl. 3.6 dar. Um die Randbedingungen zu berücksichtigen, wird Gl. 3.7 in Gl. 3.6 eingesetzt. Dies führt zu

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{\min} &\leq -\mathbf{A}^{+\text{T}}\mathbf{w} + \mathbf{H}\boldsymbol{\lambda} \leq \mathbf{f}_{\max} \\ \Leftrightarrow \mathbf{f}_{\min} + \mathbf{A}^{+\text{T}}\mathbf{w} &\leq \mathbf{H}\boldsymbol{\lambda} \leq \mathbf{f}_{\max} + \mathbf{A}^{+\text{T}}\mathbf{w}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

In anderen Worten: Es existiert mit  $\mathbf{H}$  eine Basis für den Unterraum  $\mathcal{S}$ . Existiert also eine akzeptable Lösung, so gibt es ein  $\boldsymbol{\lambda} \in \Lambda$ , welches diese Lösung beschreibt. Anschaulich skaliert  $\boldsymbol{\lambda}$  die innere Spannung des Systems.

Ein Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung von Verfahren zur Berechnung von Seilkraftverteilungen, insbesondere für höherredundante Manipulatoren. Dazu muß das in Gl. 3.3 beschriebene unterbestimmte Gleichungssystem zur Bestimmung der Seilkraftverteilung  $\mathbf{f}$  unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen gelöst werden. Diese Aufgabe stellt ein Problem dar, das für die Auslegung und des Betrieb eines Seilroboters zu lösen ist. Im nächsten Abschnitt werden dazu geeignete Verfahren beschrieben.

## 3.2 Lösungsansätze zur Seilkraftberechnung

Das Gleichungssystem in Gl. 3.3 liefert die Grundlage zur Berechnung von Seilkräften. Das unterbestimmte Gleichungssystem ist jedoch nicht ohne weiteres lösbar: Zusätzlich wird es in seinem Lösungsraum durch die Randbedingung der Seilkraftgrenzen in Gl. 3.6 eingeschränkt. Ein Lösungsverfahren muß dies berücksichtigen. Verschiedene Verfahren wurden in den letzten Jahren entwickelt und erfüllen jeweils unterschiedliche Anforderungen bezüglich

- Rechenzeitbedarf,
- Echtzeitfähigkeit,
- Kontinuität entlang einer vorgegebenen Bahn der Plattform,
- Charakteristik der resultierenden Seilkraftverteilung und
- Abdeckung des Arbeitsraums.

Letzteres bedeutet, daß die Existenz von Lösungen auf Basis bestimmter Methoden für die Existenz von Arbeitsraum an einer Plattformpose notwendig, aber nicht

hinreichend ist. Diese Methoden werden in Abschnitt 6.6 eine wichtige Rolle spielen. Weiterhin folgt, daß für bestimmte Zwecke bestimmte Kraftberechnungsansätze empfehlenswert sind. So ist der Einsatz einer rechenaufwendigen Methode, die kontinuierliche Ergebnisse entlang einer Bahn liefert, für die Kraftregelung eines Seilroboters zwingend notwendig. Für die Bestimmung des Arbeitsraums ist diese Kontinuität aber nicht notwendig und erhöht lediglich den Rechenaufwand. Im Folgenden werden einige Ansätze aus der Literatur vorgestellt und bezüglich dieser Punkte erläutert. Dann folgen in den Abschnitten 3.2.3, 3.2.4 und 3.2.5 die Verfahren, die im Rahmen des ARTIST-Projektes entwickelt wurden. Teilweise wurden die Arbeiten in institutsübergreifender Kooperation mit anderen Forschern umgesetzt.

### 3.2.1 Direkte Berechnung

Eine einfache Methode zur Kraftberechnung basiert auf einer direkten Berechnung. Sie eignet sich in der praktischen Anwendung aber nur für CRPM und basiert darauf, daß der Kern  $\mathbf{H}$  für CRPM lediglich ein Vektor ist, der einen eindimensionalen Unterraum aufspannt, also eine Gerade darstellt. Existieren Lösungen, so tangiert oder durchsticht diese Gerade den Hyperkubus. Setzt man Gl. 3.7 in Gl. 3.6 ein, so folgt

$$\forall_{1 \leq i \leq m} f_{\min} \leq f_{0,i} + \lambda h_i \leq f_{\max} \quad (3.12)$$

$$\Leftrightarrow \max_{1 \leq i \leq m} \frac{f_{\min} - f_{0,i}}{h_i} \leq \lambda \leq \min_{1 \leq i \leq m} \frac{f_{\max} - f_{0,i}}{h_i}, \quad (3.13)$$

$$(3.14)$$

falls Lösungen existieren [159]. Damit ist für  $\lambda$  ein Wertebereich  $\Lambda$  definiert, der die Variation des Spannungsniveaus der Seilkraftverteilung erlaubt. Hierbei sind je nach Anwendungsfall höhere oder niedrige Verspannungsniveaus wünschenswert, z.B. um einen geringen Energieverbrauch, hohe Geschwindigkeiten oder einen bestimmten Bereich der Eigenfrequenzen zu erreichen. Generell werden über diesen Ansatz keine kontinuierlichen Kraftverläufe entlang einer kontinuierlichen Plattformbahn generiert.

Spielt der interne Verspannungszustand keine Rolle, so kann ein relativ einfaches (aber rechenaufwendiges Verfahren) verwendet werden, um eine Kraftverteilung zu berechnen: Existiert ein Schnitt  $\mathcal{F}$ , so gibt es mindestens eine Kraftverteilung, in der  $r$  Seile ihre maximale oder minimale Spannung haben. Da  $\Lambda \in \mathbb{R}^r$ , bilden jeweils  $r$  Seiten des Hypercubus  $\mathcal{C}$  eine Ecke des Polyeders  $\Lambda$ : Nutzt man den Kern als Abbildung vom  $\mathbb{R}^r$  in den  $\mathbb{R}^m$  (siehe Abschnitt 3.1), so bilden die zulässigen Lösungen einen Polyeder, der durch die Seilkraftgrenzen begrenzt wird. Die Seilkraftgrenzen

von  $r$  Seilen definieren jeweils einen Eckpunkt des Polyeders. Daher gilt<sup>1</sup>

$$\exists V \subset \{1, \dots, m\}, |V| = r, \text{ so daß } f_i = f_{\max} \vee f_i = f_{\min} \quad \forall i \in V. \quad (3.15)$$

Bei Berechnungen, die kontinuierlichen Bahnen im Arbeitsraum folgen, enthält  $V$  abschnittsweise dieselben Indizes. Dies reduziert zwar die durchschnittliche Rechenzeit, die maximal mögliche Rechenzeit muß jedoch unter der Annahme ermittelt werden, daß  $2^m$  Ecken durchlaufen werden müssen, bevor eine gültige Seilkraftverteilung gefunden wird (z.B. bei diskreter Abtastung einer kontinuierlichen Bahn). Dabei müssen dann jeweils Gleichungssysteme der Dimension  $n$  gelöst werden. Für RRPM ist dies daher grundsätzlich ein zeitaufwendiges Verfahren und damit nur bedingt echtzeitfähig. Generell werden auch keine kontinuierlichen Kraftverläufe entlang einer kontinuierlichen Plattformbahn erzeugt.

### 3.2.2 Formulierung als Optimierungsproblem

Eine Reihe von Lösungsverfahren interpretiert das Problem der Berechnung einer gültigen Seilkraftverteilung als Optimierungsproblem mit dem Ziel, der resultierenden Seilkraftverteilung ein gewünschtes Spannungsniveau  $f_{\text{des}}$  mit  $\mathbf{f}_{\text{des}} = f_{\text{des}} \cdot [1 \dots 1]^T$  zu geben, also die innere Verspannung zu beeinflussen. Dabei stellen Gl. 3.3 und Gl. 3.6 lineare Nebenbedingungen dar:

$$\text{minimiere } g(\mathbf{f}) = \|\mathbf{f} - \mathbf{f}_{\text{des}}\|_p = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^m (f_i - f_{\text{des}})^p} \quad (3.16)$$

$$\text{mit } f_{\min} \leq f_i \leq f_{\max} \quad (3.17)$$

$$\text{und } w_\alpha = -\sum_{i=1}^m A_{\alpha,i}^T f_i \quad 1 \leq \alpha \leq n. \quad (3.18)$$

Abhängig von der gewählten  $p$ -Norm ergeben sich lineare oder nichtlineare Optimierungsprobleme mit Nebenbedingungen. Diese werden in den folgenden Abschnitten diskutiert.

**Lösung als lineares Optimierungsproblem** Die einfachste Formulierung der Kostenfunktion in Gl. 3.16 ergibt sich durch die Wahl  $p = 1$  [117]. Dies ergibt eine Kostenfunktion, die linear von den Seilkräften abhängig ist. In Kombination mit den linearen Nebenbedingungen liegt ein lineares Optimierungsproblem vor. In der

<sup>1</sup>Für eine Menge  $V$  gibt  $|V|$  die Mächtigkeit (Kardinalität) von  $V$  an.

allgemeinen Form wird das lineare Optimierungsproblem definiert als:

$$\text{minimiere } g(\mathbf{f}) = \mathbf{c}^T \mathbf{f} \quad (3.19)$$

$$\text{mit } \mathbf{B}\mathbf{f} \leq \mathbf{l} \quad (3.20)$$

$$\text{und } \mathbf{Q}\mathbf{f} = \mathbf{d}. \quad (3.21)$$

$$(3.22)$$

Formuliert man das Problem der Berechnung einer Seilkraftverteilung als lineares Optimierungsproblem, so gilt für den Gewichtungsvektor aus technischen Überlegungen meist  $\mathbf{c}^T = (1 \dots 1) \in \mathbb{R}^m$ , da sich für einen Seilroboter Gleichbauteile für Seile und Antriebe anbieten, die folglich auch gleiche Arbeitslasten haben. Die Matrix  $\mathbf{B}$  und der Vektor  $\mathbf{l}$  beschreiben die Ungleichungen 3.17. Die Matrix  $\mathbf{Q}$  und der Vektor  $\mathbf{d}$  beschreiben die linearen Gleichungen 3.18.

Das verbreitetste Lösungsverfahren für lineare Optimierungsprobleme ist die lineare Programmierung (Linear Programming, LP), deren populärster Algorithmus das Simplex-Verfahren nach George Dantzig [37] ist. Entwickelt 1947, basiert die Idee auf der Betrachtung der Ecken des Polyeders, das durch die Nebenbedingungen beschrieben wird. Das lineare Programm läuft so lange von einer Ecke des Polyeders zu einer benachbarten Ecke mit besserem Zielfunktionswert, bis dies nicht mehr möglich ist. Als Ergebnis kommen im Allgemeinen drei Fälle in Frage

- Die Lösungsmenge kann leer sein, so daß keine Lösung gefunden wurde.
- Es existieren unendlich viele Lösungen, wenn die Lösungen entlang einer Kante des Polyeders liegen oder genau eine Lösung, die dann auf einer Ecke des Polyeders liegt.
- Es existieren Lösungen mit beliebig niedrigem Kostenfunktionswerten.

Ist das Optimierungsproblem beschränkt und existiert eine Lösung, so ist sie global optimal. Erstere Bedingung ist für das Seilkraftproblem immer erfüllt, da das Polyeder  $\Lambda$  durch eine endliche Anzahl von Ungleichungen beschrieben werden kann und damit stets konvex ist. Die zweite Bedingung kann nur innerhalb des Arbeitsraums des Seilroboters erfüllt werden. Betrachtet man die Laufzeit des Simplex-Algorithmus, so benötigt er im schlechtesten Fall exponentielle Laufzeit, falls alle Ecken durchlaufen werden müssen.

Damit ist das Verfahren zwar numerisch aufwendig, aber bei Einsatz eines leistungsfähigen Rechners prinzipiell echtzeitfähig. Nachteilig ist jedoch die Tatsache, daß die global optimale Lösung des Optimierungsproblems entlang einer kontinuierlichen Bahn keine kontinuierlichen Lösungen liefert [159]: Im Allgemeinen springt das optimale Ergebnis von Ecke zu Ecke, so daß die resultierenden Sprünge in den errechneten Seilkraftverteilungen die Verwendung innerhalb einer Regelung unmöglich machen.

**Lösung als nichtlineares Optimierungsproblem** Die Kontinuität einer Seilkraftverteilung entlang einer kontinuierlichen Bahn war einer der zentralen Punkte in den Arbeiten von Verhoeven [69, 159]. Ist eine Regelung auf Basis der errechneten Seilkraftverteilungen beabsichtigt, so induzieren Sprünge in den Regelgrößen hohe mechanische Belastungen in das System. Eine präzise Regelung ist damit unmöglich. Verhoeven schlägt daher die Verwendung von Normen mit  $p \in ]1, \infty[$  vor, die eine global optimale Lösung auf Basis von  $p = \infty$  approximieren. Hierfür weist er in [159] Kontinuität nach. Die Kostenfunktion Gl. 3.16 wird dadurch nichtlinear und verlangt folglich nach nichtlinearen Lösungsverfahren.

Wählt man die kleinste Potenz  $p = 2$ , so entsteht ein Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen, das in der Kostenfunktion die kleinstmögliche Summe der Quadrate der Optimierungsparameter enthält. Optimierungsprobleme dieser Art werden als Least Squares Problem bezeichnet. Klassischerweise minimieren Least Squares Lösungsverfahren die euklidische Norm der Lösung bezüglich eines vorgegebenen Punktes. Das Least Squares Problem wird allgemein folgendermaßen formuliert:

$$\text{minimiere } g(\mathbf{f}) = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{C} \mathbf{f} + \mathbf{c}^T \mathbf{f} \quad (3.23)$$

$$\text{mit } \mathbf{B} \mathbf{f} \leq \mathbf{l} \quad (3.24)$$

$$\text{und } \mathbf{Q} \mathbf{f} = \mathbf{d}. \quad (3.25)$$

In der technischen Realisierung von Seilrobotern ist es oftmals sinnvoll, gleich dimensionierte Motoren und Seile zu verwenden, so daß – ohne Beschränkung der Allgemeinheit – in diesen Fällen  $\mathbf{C} = \mathbf{I}$  die Identitätsmatrix ist. Vektor  $\mathbf{c}^T$  wird zu Null gesetzt.

Lösungsverfahren für das Problem basieren auf Quadratic Programming (QP). Die Existenz von Ungleichungen in den Randbedingungen erschwert die Lösung des Problems. Übliche Verfahren, die diese Ungleichungen berücksichtigen können, basieren z.B. auf Interior-Point- oder Active-Set-Methoden. Die innerhalb dieser Arbeit erfolgreich getesteten Implementierungen `d1sei` [58] der Bibliothek `SLATEC` und `lsqlin` aus der `MATLAB`<sup>®</sup> Optimization Toolbox [152] konvergierten stets zuverlässig. Im Rahmen der Erprobungen ist ebenfalls die Portierung von `d1sei` auf ein `dSPACE`-Echtzeitsystem (PowerPC 450Mhz) gelungen. Zwar arbeitet das Verfahren iterativ, konvergierte auf dem Testsystem mit  $m = 8$  Seilen und  $n = 6$  Freiheitsgraden jedoch stets unter 1ms Rechenzeit, so daß die Methode im Rahmen von Laborversuchen verwendet werden konnte. Für sehr schnelle Berechnungen beschreibt Nahon ein hocheffizientes QP-Verfahren für die Berechnung der Seilkraftverteilung [115]. Die mittleren Laufzeiten des QP-Lösungsverfahrens sind gering. Darüber hinaus liefern viele verfügbare QP-Löser speziell für den Fall eines „hot starts“, also eines Starts unter Vorgabe einer guten Näherungslösung, in kurzer Zeit ein Ergebnis.

Jedoch hängt die – für die Echtzeitfähigkeit relevante – maximale Laufzeit direkt von der Zahl der Plattform-Freiheitsgrade  $n$  und der Seilzahl  $m$  ab, was bei

räumlichen Seilrobotern hohe Rechenzeiten bedeuten kann. Die Zahl der maximalen Auswertungen beträgt  $\binom{m}{n}2^{m-n}$  und pro Auswertung muß ein Gleichungssystem der Dimension  $n \times n$  gelöst werden. Dieser Ansatz muß daher für jede Seilroboter-Klasse bezüglich der maximalen Laufzeit sorgfältig abgeschätzt werden, wenn das verwendete Kraftregelungsverfahren die Kraftverteilung auf Basis der tatsächlichen Plattformposition zum Regelzeitpunkt verlangt. Insofern ist der Einsatz von QP-Verfahren vorteilhaft, wenn die Trajektorie der Plattform vorberechnet werden kann. Die offline gerechneten Kraftverteilungen werden dann lediglich abgerufen. Ist dies nicht möglich, sind die geschilderten Verfahren also nur begrenzt für die Verwendung auf Echtzeitsystemen geeignet und nur mit hohem Aufwand auf einem Echtzeitsystem zu implementieren. Sie liefern jedoch bei Vorgabe eines geringen Seilspannungsniveaus (z.B.  $f_{\text{des}} = f_{\text{min}}$ ) Seilkräfte mit geringen inneren Verspannungen. Dies ermöglicht einen geringen Energieverbrauch und geringe Belastungen aller mechanischen Bauteile.

**Gradientenbasierter Algorithmus nach Verhoeven** Verhoeven [159] präsentiert ein Verfahren, welches das nichtlineare Optimierungsproblem auf Basis der  $p$ -Norm unter Berücksichtigung der für das Kraftberechnungsproblem speziellen Randbedingungen löst. Diesem Verfahren liegt ein iterativer Algorithmus zugrunde, der den Einsatz auf einem Echtzeitsystem erschwert. Das Verfahren und seine Implementierung sind recht aufwendig. An dieser Stelle sei daher nur das prinzipielle Vorgehen erläutert.

Zunächst wird das offene Polyeder  $\mathcal{P}_{\text{low}}$  definiert, welches durch die unteren Seilkraftgrenzen  $f_{\text{min}}$  beschrieben wird:

$$\mathcal{P}_{\text{low}} := \{ \mathbf{f} \in \mathbb{R}^m : \mathbf{A}^T \mathbf{f} + \mathbf{w} = \mathbf{0} \wedge \mathbf{f} \geq \mathbf{f}_{\text{min}} \}. \quad (3.26)$$

Es existiert eine Seilkraftverteilung  $\mathbf{f}_{\text{low}}$ , die eine minimale  $p$ -norm aufweist:

$$\|\mathbf{f}_{\text{low}}\|_p = \min_{\mathbf{f} \in \mathcal{P}_{\text{low}}} \|\mathbf{f}\|_p. \quad (3.27)$$

Für  $1 < p < \infty$  existiert genau ein  $\mathbf{f}_{\text{low}}$ . Dies ist essentiell für die Kontinuität von  $\mathbf{f}_{\text{low}}$ . Das Verfahren läuft nach folgendem Schema ab:

1. Berechne einen Startwert  $\tilde{\mathbf{f}}_{\text{low}}$  für  $\mathbf{f}_{\text{low}}$ .
2. Falls  $\tilde{\mathbf{f}}_{\text{low}}$  kein Element von  $\mathcal{P}_{\text{low}}$  ist, verschiebe  $\tilde{\mathbf{f}}_{\text{low}}$  in Richtung von  $\mathcal{P}_{\text{low}}$  bis  $\tilde{\mathbf{f}}_{\text{low}}$  auf dem Polyeder liegt.
3. Minimiere die  $p$ -Norm von  $\tilde{\mathbf{f}}_{\text{low}}$  bezüglich der gewählten Kostenfunktion durch ein Gradientenverfahren.

Der Startwert wird durch eine orthogonale Projektion des Vektors  $[1 \dots 1]^T \in \mathbb{R}^m$  auf den Kern  $\mathbf{H}$  errechnet; es wird also ein Element von  $\mathcal{F}$  gewählt. Dieses Element ist jedoch nicht notwendigerweise Teil von  $\mathcal{P}_{\text{low}}$ . Der zweite Schritt des Verfahrens nutzt daher den negativen Gradienten der Entfernung (basierend auf der 2-Norm) zwischen  $\mathcal{P}_{\text{low}}$  und  $\tilde{\mathbf{f}}_{\text{low}}$ , bis  $\tilde{\mathbf{f}}_{\text{low}}$  in  $\mathcal{P}_{\text{low}}$  liegt. Der dritte Schritt schließlich minimiert die Lösung unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen. Die Berechnung einer maximalen Seilkraftverteilung  $\mathbf{f}_{\text{high}}$  erfolgt analog.

### 3.2.3 Baryzentrischer Lösungsansatz

Die bisher vorgestellten Berechnungsverfahren werden in Varianten vielfach verwendet (siehe auch [115, 40, 18, 33]), haben aber einen Nachteil, der sich im praktischen Einsatz auf einem Echtzeitregelsystem auswirkt: Sie liefern entweder keine kontinuierlichen Werte entlang einer kontinuierlichen Bahn, oder sie sind nur beschränkt echtzeitfähig, da ihre maximale Rechenzeit sehr hoch sein kann. Wie in Abschnitt 3.2.2 angeführt, konvergieren die getesteten Optimierer innerhalb des Arbeitsraums zwar zuverlässig in kurzer Zeit. Dies ist jedoch der hohen Rechenleistung der verwendeten Prozessoren geschuldet und basiert lediglich auf Erfahrungen im Labortest. Im Einsatz in industriellen Applikationen verbieten sich derartige Ansätze aus Sicherheitsgründen. Hier müssen Verfahren verwendet werden, deren maximale Rechenzeit garantiert stets unterhalb der Zykluszeit des Regelsystems bleibt und die auf Echtzeitsystemen für den Industrieinsatz einfach zu implementieren sind.

Das erste im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Verfahren beruht auf der Berechnung des Schwerpunktes (engl.: „barycenter“) der Schnittfigur  $\mathcal{F}$ . Die Methode ist inspiriert durch die Grundlagen baryzentrischer Koordinaten [32]. Die folgenden Überlegungen erläutern das Verfahren.

Die Strukturmatrix  $\mathbf{A}^T$  hat die Dimension  $n \times m$ . Der Kern  $\mathbf{H} = (\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_r) \in \mathbb{R}^{m \times r}$  läßt sich innerhalb des Arbeitsraums stets berechnen und beschreibt den Unterraum  $\mathcal{S}$ . Für das Seilkraftberechnungsverfahren wird der Kern als Abbildung von  $\Lambda \subset \mathbb{R}^r$  nach  $\mathcal{S} \subset \mathbb{R}^m$  verwendet. Also muß für jedes  $\boldsymbol{\lambda} \in \Lambda$  die Gl. 3.11 gelten. Dabei ist  $\Lambda$  das (konvexe) polyedrische Urbild der Mannigfaltigkeit  $\mathcal{F}$  unter der Abbildung  $\boldsymbol{\gamma} : \mathbb{R}^r \mapsto \mathbb{R}^m, \boldsymbol{\lambda} \mapsto -\mathbf{A}^{+T} \boldsymbol{w} + \mathbf{H} \boldsymbol{\lambda}$ . Da also  $\boldsymbol{\gamma}$  den Raum  $\mathbb{R}^r$  auf den Unterraum aller Kraftverteilungen  $\mathcal{S}$  (also die Lösungen von 3.7) abbildet, bildet es das Polyeder  $\Lambda \subset \mathbb{R}^r$  auf die Mannigfaltigkeit  $\mathcal{F}$  ab. Es existiert keine geschlossene Beschreibung für  $\Lambda$ ; da es jedoch ein Polyeder darstellt, wird es durch seine Eckpunkte definiert. Diese Eckpunkte können auf folgender Basis berechnet werden: Jeweils  $r$  Hyperflächen definieren einen Schnittpunkt, der einen Eckpunkt von  $\Lambda$  darstellt. Alle Schnittpunkte werden bestimmt und auf Verträglichkeit mit allen Ungleichungen überprüft, da ein Eckpunkt von  $\Lambda$  alle Ungleichungen erfüllen muß. Zur Bestimmung des Schwerpunktes von  $\Lambda$  wird eine Triangulierung durchgeführt, also eine Zerlegung in  $r$ -Simplexe. Im Falle einer Redundanz  $r = 2$  sind dies Drei-



ecke. Für  $r = 3$  ergeben sich Tetraeder (bzw. dreidimensionale Simplexe). Gilt  $r \geq 4$ , so müssen aufwendigere Verfahren [36] angewandt werden.

Die Triangulation liefert eine Liste von  $n_s$  Simplexen  $P_k$ . Jeder Simplex hat dabei  $r + 1$  Eckpunkte  $v_{k_j}$  mit  $1 \leq k \leq n_s$  und  $1 \leq j \leq r + 1$ . Die einzelnen Volumina  $V_k$  der Simplexe können durch Integration bestimmt werden [56]. Darauf aufbauend können die jeweiligen Schwerpunkte  $\lambda_{s_k}$  der Simplexe durch die Gleichung

$$\lambda_{s_k,i} = \frac{\sum_{\nu=1}^{r+1} v_{k_\nu,i}}{r+1}, \quad 1 \leq i \leq r, \quad 1 \leq k \leq n_s \quad (3.28)$$

bestimmt werden. Damit kann der Schwerpunkt  $\lambda_s$  des gesamten Polyeders als

$$\lambda_s^i = \frac{\sum_{\mu=1}^{n_s} (\lambda_{s_\mu,i} \cdot V_\mu)}{\sum_{\mu=1}^{n_s} V_\mu} \quad (3.29)$$

berechnet werden. Die Rücktransformation des Schwerpunktes in eine Kraftverteilung erfolgt wieder über die Abbildung  $\gamma$

$$\mathbf{f}_s = -\mathbf{A}^{+T} \mathbf{w} + \mathbf{H} \lambda_s, \quad (3.30)$$

wobei  $\mathbf{f}_s$  der Schwerpunkt der Mannigfaltigkeit  $\mathcal{F}$  ist. Die resultierenden Seilkraftverteilungen liegen auf einem mittleren Verspannungsniveau zwischen maximalen und minimalen Seilkräften. Dies kann als Kompromiß zwischen niedrigem Energieverbrauch und Steifigkeit wünschenswert sein. Bei vielen Anwendungsszenarien führen die relativ hohen Seilkräfte jedoch zu einem sehr hohen Energieverbrauch der elektrischen Antriebe.

Die Kontinuität der berechneten Seilkraftverteilungen ist garantiert, sofern Lösungen gefunden werden. Der detaillierte Nachweis dazu findet sich in [111].

### Beispiel

Ein einfaches Beispiel demonstriert das Verfahren. Der einfachste denkbare RRPM in Abb. 3.4 ist durch  $m = 3$  und  $n = 1$ , also  $r = 3 - 1 = 2$  gekennzeichnet. Seine Seilkraftverteilung kann noch grafisch in dreidimensionaler Ansicht dargestellt werden. Es gelte  $f_{\min} = 1N$  und  $f_{\max} = 10N$ . Die Strukturmatrix ergibt sich trivial zu

$$\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} \frac{l_1}{|l_1|} \\ \frac{l_2}{|l_2|} \\ \frac{l_3}{|l_3|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.31)$$



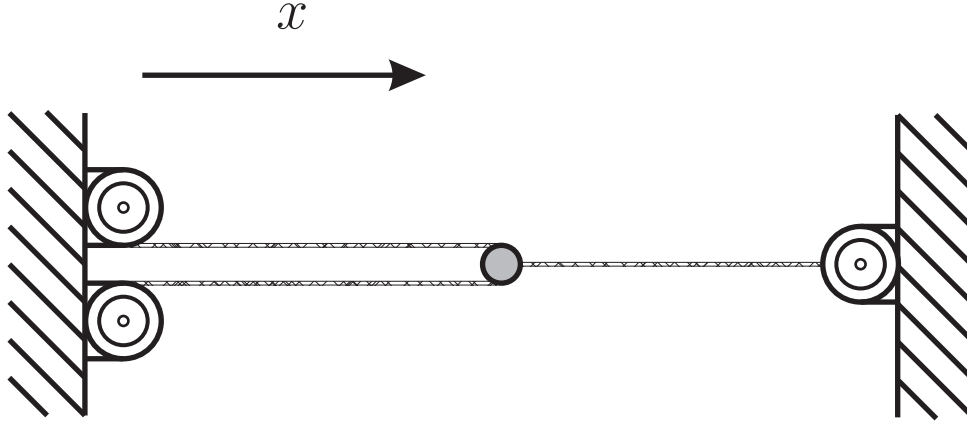


Abbildung 3.4: Einfachster Seilroboter vom Typ RRPM

Damit läßt sich eine Darstellung des Kerns berechnen:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

Aus Gl. 3.11 folgt damit

$$f_{\min} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \leq \mathbf{H}\boldsymbol{\lambda} \leq f_{\max} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} f_{\min} \leq \boldsymbol{\lambda}_1 + \boldsymbol{\lambda}_2 \leq f_{\max} \\ f_{\min} \leq \boldsymbol{\lambda}_2 \leq f_{\max} \\ f_{\min} \leq \boldsymbol{\lambda}_1 \leq f_{\max} \end{cases}. \quad (3.33)$$

Dieses System wird komponentenweise ausgewertet. Pro Zeile ergeben sich zwei Ungleichungen. Diese werden für den Fall der Gleichheit ausgewertet, was zu den Gleichungen

$$\begin{aligned} 1 &= \lambda_1 + \lambda_2; & 10 &= \lambda_1 + \lambda_2; \\ 1 &= \lambda_2; & 10 &= \lambda_2; \\ 1 &= \lambda_1; & 10 &= \lambda_1; \end{aligned} \quad (3.34)$$

führt. Diese einzelnen Gleichungen werden in Form von  $2 \times 2$ -Gleichungssystemen ausgewertet, wobei alle Permutationen zu berücksichtigen sind. Die Lösungen dieser Gleichungssysteme sind in der Form  $[\lambda_1, \lambda_2]$  die Wertepaare

$$[0, 1], [1, 0], [-9, 10], [10, -9], [1, 1], [9, 1], [10, 1], [1, 9], [1, 10], [0, 10], [10, 0], [10, 10]. \quad (3.35)$$

Dabei erfüllen nur die Lösungen

$$[1, 1], [9, 1], [1, 9] \quad (3.36)$$

alle Ungleichungen in Gl. 3.33. Sie stellen damit die Ecken von  $\Lambda$  dar. Die Ermittlung des Schwerpunkts führt zu

$$\begin{aligned}\lambda_1^s &= \frac{1}{3}(1 + 9 + 1) = \frac{11}{3}, \\ \lambda_1^s &= \frac{1}{3}(1 + 9 + 1) = \frac{11}{3}.\end{aligned}$$

Dies liefert nach Rücktransformation

$$\mathbf{x}_s = \mathbf{H}\boldsymbol{\lambda}^s = \left[ \frac{22}{3}, \frac{11}{3}, \frac{11}{3} \right]. \quad (3.37)$$

### 3.2.4 Lösung als gewichteter Mittelwert

Die resultierenden Seilkraftverteilungen der baryzentrischen Methode aus Abschnitt 3.2.3 liegen auf einem mittleren Verspannungsniveau zwischen maximalen und minimalen Seilkräften, was als Kompromiß zwischen niedrigem Energieverbrauch und Steifigkeit durchaus gewünscht sein kann. Bei vielen Anwendungsszenarien - speziell unter hohen Lasten auf dem Endeffektor - führen die relativ hohen Seilkräfte jedoch zu einem sehr hohen Energieverbrauch der Antriebe, speziell bei elektrischen Antrieben, die eine hohe Stromaufnahme auch für das Haltemoment benötigen können, sofern keine selbsthemmenden Getriebe, fein dosierbare Bremsen oder rekuperierfähige Motorsteuerungen verbaut werden. Insofern haben sich die Kraftberechnungsmethoden, die eine Minimierung der Seilkraftverteilung zulassen, innerhalb von Simulationen praktischer Anwendungsbeispiele als sehr vorteilhaft erwiesen. Andererseits sind die bisher vorgestellten Verfahren entweder nur bedingt echtzeitfähig umsetzbar, liefern keine kontinuierlichen Kraftverteilungen auf kontinuierlichen Bahnen oder lassen die Minimierung der Seilkräfte nicht zu. Mit dieser Motivation wurde in dieser Arbeit ein Verfahren entwickelt, welches diesem Umstand Rechnung trägt. Es basiert auf dem baryzentrischen Verfahren in Abschnitt 3.2.3 und erbt daher viele Eigenschaften bezüglich Kontinuität und Echtzeitfähigkeit. Darüber hinaus vermeidet es eine Triangulierung der  $r$ -Simplexe und ist daher auch für höhere Redundanzen geeignet.

Das Verfahren wertet ebenfalls die Eckpunkte des konvexen Polyeders  $\Lambda$  aus. Es liefert darauf basierend eine Kraftverteilung  $\lambda_a$  mit einer nahezu minimalen Norm bezüglich einer beliebigen (speziell einer minimalen) Kraftverteilung auf der Basis einer Mittelwertbildung der  $k$  Eckpunkte von Lambda. Dabei wird folgender Algorithmus ausgeführt:

---

#### Algorithmus 3.1 Gewichteter Mittelwert

---

1. Berechne die Eckpunkte  $\lambda_{v_i}, 1 \leq i \leq k$  von  $\Lambda$ . Wie zuvor, kann dies durch komponentenweises Auswerten von Gleichung 3.11 und Bestimmung aller Werte  $\lambda$  geschehen, die alle Ungleichungen erfüllen.

2. Entlang einer kontinuierlichen Trajektorie verändern sich die aufspannenden Vektoren von  $\mathcal{S}$  und damit ergibt sich auch ein kontinuierlich veränderter Schnitt  $\mathcal{F}$ . Folglich verändert das Polyeder  $\Lambda$  ebenfalls Lage, Form und Zahl der Eckpunkte. Letztere Eigenschaft erschwert die Mittelwertbildung: Die Zahl der Eckpunkte  $k$  variiert, so daß der Ansatz

$$\lambda_a = \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_{v_i}}{k} \quad (3.38)$$

zu diskontinuierlichen Werten führt. Da  $\mathcal{F}$  aber kontinuierlich durch einen Hyperkubus wandert, können neue Eckpunkte von  $\Lambda$  nur aus einem bisherigen Eckpunkt heraus erscheinen. Außerdem können Eckpunkte nur verschwinden, indem 2 oder mehr Eckpunkte zusammenlaufen und ineinander übergehen. Dies kann ausgenutzt werden, um Kontinuität zu erreichen: Jeder Eckpunkt  $\lambda_{v_i}$  wird mit den addierten  $p$ -Normen des Abstandes zu seinen Nachbarn  $\lambda_{v_u}$  gewichtet. Anschaulich gesprochen, fließen die Distanzen der Eckpunkte zueinander in die Mittelwertberechnung ein. Weiterhin kann jeder Eckpunkt mit seiner  $p$ -Norm einfließen, so daß eine nahezu minimale Seilkraftverteilung berechnet werden kann. Angenommen, die  $k$  Eckpunkte des Polyeders  $\Lambda$  werden der Reihe nach durchlaufen, so daß  $1 \leq i \leq k$ . Dann wird jeder Eckpunkt  $\lambda_{v_i}$  gewichtet mit

$$a_i = \frac{\sum_{j=1}^r \|\lambda_{v_i} - \lambda_{v_u}\|_p}{\|\lambda_{v_i}\|_p}. \quad (3.39)$$

3. Berechne die gewichtete Mittelwertbildung durch

$$\lambda_a = \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_{v_i} a_i}{\sum_{i=1}^k a_i}. \quad (3.40)$$

4. Transformiere die Lösung unter Verwendung des Kerns  $\mathbf{H}$  zurück nach  $\mathcal{F} \in \mathbb{R}^m$ .

---

Das Verfahren liefert Seilkraftverteilungen, die denen eines nichtlinearen Optimierers ähneln, speziell also z.B. für  $p = 2$  denen eines Least-Squares-Optimierers (siehe Abschnitt 4.2).

### 3.2.5 Lösung in geschlossener Form

In [125] wird ein Ansatz vorgestellt, der eine Seilkraftberechnung in geschlossener Form erlaubt. Das Verfahren nutzt die Projektion des Punktes  $\mathbf{f}_m = (\mathbf{f}_{\min} + \mathbf{f}_{\max})/2$

auf  $\mathcal{S}$ . Dazu wird  $\mathbf{f}$  zunächst formal aufgeteilt:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_m + \mathbf{f}_v. \quad (3.41)$$

Hierbei gilt

$$\mathbf{f}_m = (\mathbf{f}_{\min} + \mathbf{f}_{\max})/2 \quad (3.42)$$

und  $\mathbf{f}_v$  ist eine beliebige Kraftverteilung. Setzt man nun Gl. 3.41 in Gl. 3.4 ein, so gilt

$$\mathbf{A}^T \mathbf{f}_v = \underbrace{-\mathbf{w} - \mathbf{A}^T \mathbf{f}_m}_{\mathbf{b}}. \quad (3.43)$$

Im Folgenden wird die Penrose-Moore-Pseudoinverse

$$\mathbf{A}^{+T} = \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \quad (3.44)$$

verwendet, um Gl. 3.43 nach  $\mathbf{f}$  umzustellen. Die Lösung hat damit eine minimale 2-Norm bezüglich  $\mathbf{f}_m$ . Wird nun die resultierende Gleichung 3.43 von links mit  $\mathbf{A}^{+T}$  multipliziert, so folgt

$$\mathbf{f}_v = -\mathbf{A}^{+T}(\mathbf{w} + \mathbf{A}^T \mathbf{f}_m) \quad (3.45)$$

und mit Gl. 3.41

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_m - \mathbf{A}^{+T}(\mathbf{w} + \mathbf{A}^T \mathbf{f}_m). \quad (3.46)$$

Nach Verhoeven [159] sind die resultierenden Kraftberechnungen auf der Basis der 2-Norm kontinuierlich. Das Verfahren ist darüber hinaus echtzeitfähig und extrem effizient bezüglich der benötigten Rechenzeit.

Nachteilig bezüglich der Abdeckung des Arbeitsraums ist, daß die Projektion stets den minimalen Abstand zu  $\mathbf{f}_m$  oder einem beliebigen anderen Punkt liefert. Damit werden im ersten Ansatz mitunter Seilkraftverteilungen gefunden, die nicht in  $\mathcal{F}$  liegen, obwohl solche existieren. Der gefundene Arbeitsraum auf Basis dieses Verfahrens ist daher bisweilen nur ein Teil des Arbeitsraums, der durch Gl. 3.3 und 3.6 definiert ist. In Simulationen hat sich gezeigt, daß diese Einschränkung je nach Konfiguration des Seilroboters sehr gering oder auch sehr ausgeprägt sein kann (siehe Abschnitt 4.2). In den untersuchten Systemen haben speziell große Rotationen der Plattform zu verkleinerten nutzbaren Arbeitsräumen geführt. Qualitativ ähneln die resultierenden Seilkraftverteilungen oft den Ergebnissen der baryzentrischen Methode, sind jedoch mit weniger Rechenaufwand zu ermitteln.

Das Verfahren ist erweiterbar, um den vollen Arbeitsraum abzudecken. Eine einfache Modifikation liefert dabei weiterhin kontinuierliche Ergebnisse, ist jedoch weitaus ineffektiver als der ursprüngliche Ansatz: Angenommen, es existieren Kraftverteilungen  $\mathbf{f}$ , dann gibt es einen Schnitt  $\mathcal{F}$  und folglich auch ein Polyeder  $\Lambda$ . Projiziert man nun die Ecken des Hyperkubus auf  $\mathcal{S}$ , so gibt es innerhalb des Arbeitsraumes  $k$  Projektionen  $\mathbf{f}_{c_i}$ ,  $1 \leq i \leq k$ , die in  $\mathcal{F}$  liegen. Bildet man jetzt einen Mittelwert aller  $\mathbf{f}_{c_i}$ ,

so erhält man eine Kraftverteilung gemäß Gl. 3.3 und 3.6. Der Ansatz liefert zunächst keine kontinuierlichen Kräfte, kann aber durch die Einführung einer  $p$ -Norm entsprechend verbessert werden:

---

**Algorithmus 3.2** Erweiterte geschlossene Lösung
 

---

1. Berechne die Projektionen aller Ecken von  $\mathcal{C}$  auf  $\mathcal{S}$ .
2. Lösche alle ungültigen Lösungen - also diejenigen Seilkraftverteilungen, die Kräfte enthalten, die die Seilkraftgrenzen  $f_{\min}$  oder  $f_{\max}$  verletzen.
3. Um kontinuierliche Lösungen zu erhalten, gewichte die verbleibenden  $k$  Seilkraftverteilungen mit ihrem minimalen Abstand zu allen Seilkraftgrenzen (also den Seitenflächen von  $\mathcal{C}$ ):

$$a_i = \min(\|(\mathbf{f}_{c_i} - \mathbf{f}_{\min})^T\|_p, \|(\mathbf{f}_{c_i} - \mathbf{f}_{\max})^T\|_p). \quad (3.47)$$

4. Berechne den gewichteten Mittelwert als

$$\mathbf{f} = \frac{\sum_{i=1}^k \mathbf{f}_{c_i} a_i}{\sum_{i=1}^k a_i}. \quad (3.48)$$

---

Dieser Ansatz ist sehr einfach und leicht zu implementieren. Nachteilig ist die im Vergleich zur ursprünglichen Methode lange Rechenzeit.

Die in diesem Kapitel vorgestellten Verfahren eignen sich also unterschiedlich gut für die Aufgaben der Seilkraftregelung oder der Arbeitsraumanalyse bzw. -synthese. Dies hängt insbesondere auch von der Zahl der Freiheitsgrade und der Zahl der Seile ab. Letztlich muß stets eine Gewichtung der gewünschten Eigenschaften erfolgen, wie eingangs in Abschnitt 3.2 erläutert. Beispielhaft wurden im Rahmen des ARTIST-Projektes einige Untersuchungen ausgewählter Verfahren am SEGESTA-Prüfstand durchgeführt. Deren Ergebnisse werden im nächsten Kapitel präsentiert.

# Kapitel 4

## Vergleich der Kraftberechnungsmethoden am SEGESTA-Prüfstand

*In diesem Kapitel werden die im letzten Kapitel beschriebenen Methoden in einem Anwendungsbeispiel genutzt. Grundlage ist der SEGESTA-Prüfstand, der in Abschnitt 4.1 näher beschrieben wird. Die beschriebenen Kraftberechnungs-Methoden werden in Abschnitt 4.2 bezüglich des Laufzeitverhaltens auf einem Echtzeitsystem und der Abdeckung des Arbeitsraums des Systems verglichen und bewertet.*

### 4.1 Der SEGESTA-Prüfstand

Die verschiedenen Kraftberechnungsmethoden aus dem vorangegangenen Kapitel sollen an dieser Stelle kurz verglichen werden. Die Grundlage dazu bildet der SEGESTA-Prüfstand [41, 69] in Abb. 4.1, der im Rahmen dieser Arbeit als experimenteller Prototyp dient. Die Seilführung an diesem Prototyp ist über Schwenkrollen realisiert, die in Abb. 4.2 dargestellt sind. Die geometrischen Parameter sind in Tab. 4.1 aufgeführt.

Der SEGESTA-Prüfstand ist mit einem dSPACE<sup>®</sup> DS1005-Echtzeitsystem ausgestattet (PowerPC 705, 480 Mhz). Das dSPACE-System wird unter MATLAB/Simulink<sup>®</sup> [155] programmiert. Dies gestattet einen reibungslosen Übergang von der mechatronischen Modellierung des Zielsystems unter Simulink<sup>®</sup>, dem Entwurf von Reglern und Algorithmen, der Simulation und Animation, bis hin zur Implementierung des echtzeitfähigen Reglercodes auf dem Zielsystem. Die Implementierung geschieht dabei auf Basis des The Mathworks Realtime Workshop<sup>®</sup> [154]. Diese Werkzeugkette unterstützt durch die nahtlose Übernahme von einmal implementierten Algorithmen durch alle Entwicklungsstufen den mechatronischen Entwicklungsprozess gemäß der Richtlinie VDI 2206 „Entwicklungsmethodik für mechatronische

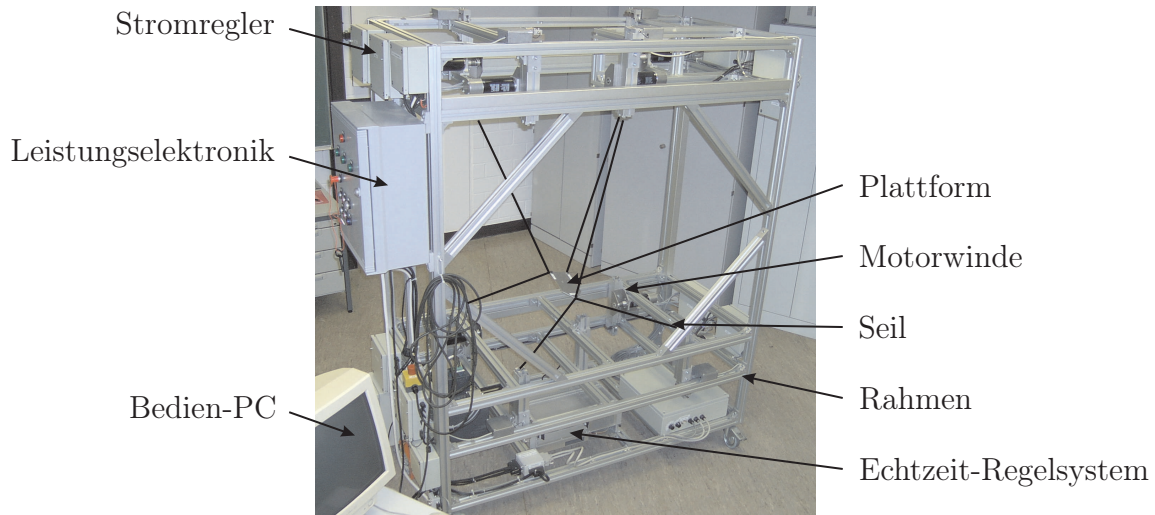


Abbildung 4.1: SEGESTA-Prüfstand mit sieben Seilen

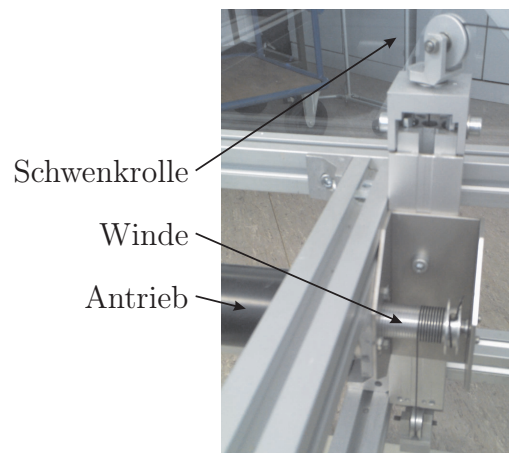


Abbildung 4.2: Rollenbasierte Seilführung des SEGESTA-Prüfstandes

Systeme“ [158]. Die Richtlinie VDI 2206 folgt dem V-Modell, das in Abb. 4.3 gezeigt ist. Sie beschreibt auf der Basis des in Abb. 4.3 gezeigten Makrozyklusses ein iteratives Vorgehen. Im Projekt SEGESTA wurde dies in folgenden Makrozyklen umgesetzt:

Zunächst wurde ein kinematisches Modell der inversen Kinematik entworfen, das mit den Ergebnissen des Mehrkörpersimulations-Programms M<sub>U</sub>BILE verglichen wurde. Anforderungen waren dabei eine explizite Darstellung sowie die Möglichkeit der Umsetzung im verwendeten dSPACE-System.

Danach wurde die Modelle der Vorwärtskinematik in Kap. 2.2.2 implementiert. Hier wurde in den Anforderungen explizit die Umsetzung einer echtzeitfähigen Methode definiert. Die Verifizierung der Ergebnisse wurde mit Hilfe der inversen Kinematik durchgeführt.

Tabelle 4.1: Geometrische Parameter von SEGESTA: Plattformpunkte  $\mathbf{p}_i$  und Basispunkte  $\mathbf{b}_i$ 

Seil Nr. $i$	Plattformpunkte ${}^B\mathbf{p}_i[\text{m}]$	Basispunkte ${}^B\mathbf{b}_i[\text{m}]$
1	$[-0.0525, -0.0760, 0.0]^T$	$[0.0, 0.0, 0.0]^T$
2	$[-0.0525, -0.0760, 0.0]^T$	$[0.0, 0.0, 1.0]^T$
3	$[0.0525, -0.0760, 0.0]^T$	$[0.83, 0.0, 1.0]^T$
4	$[0.0525, -0.0760, 0.0]^T$	$[0.83, 0.0, 0.0]^T$
5	$[0.0, 0.1240, 0.0]^T$	$[0.83, 0.63, 0.0]^T$
6	$[0.0, 0.1240, 0.0]^T$	$[0.0, 0.63, 1.0]^T$
7	$[0.0, 0.1240, 0.0]^T$	$[0.0, 0.63, 0.0]^T$
8	$[0.0, 0.1240, 0.0]^T$	$[0.83, 0.63, 1.0]^T$

Die Seilkraftberechnungsmethoden wurden zunächst offline innerhalb von MATLAB<sup>®</sup> entworfen und dann in MATLAB/Simulink<sup>®</sup> innerhalb einer Simulation getestet. Die im Rahmen dieser Simulation geforderten Eigenschaften waren die Kontinuität der Seilkraftverteilungen entlang einer vorgegebenen Bahn der Plattform sowie die Berechnung korrekter Ergebnisse innerhalb des Arbeitsraums.

Innerhalb des nachfolgenden Entwicklungszyklusses wurden die Seilkraftberechnungsmethoden dann auf der dSPACE-Hardware getestet. Hierbei wurde die Funktion unter Echtzeitbedingungen gefordert.

Nach diesen mehrfachen Durchläufen des Makrozyklusses wird der echtzeitfähige Code für das Echtzeitsystem automatisch generiert.

Echtzeit ist innerhalb dieser Arbeit in Anlehnung an den Begriff des Echtzeit- oder Realzeitbetriebs nach DIN 44300 „Informationsverarbeitung“ definiert. Ein Auszug aus der DIN 44300 definiert den Echtzeitbetrieb folgendermaßen [2]:

„Ein Betrieb eines Rechnersystems, bei dem Programme zur Verarbeitung anfallender Daten ständig betriebsbereit sind, derart, daß die Verarbeitungsergebnisse innerhalb einer vorgegebenen Zeitspanne verfügbar sind. Die Daten können je nach Anwendungsfall nach einer zeitlich zufälligen Verteilung oder zu vorbestimmten Zeitpunkten anfallen.“

Die Implementierungen der in dieser Arbeit vorgestellten Algorithmen für das Regelsystem können dabei komfortabel aus der MATLAB<sup>®</sup>-Simulationsumgebung als Embedded MATLAB<sup>®</sup>-Block in Simulink übernommen werden. Der Anwender muß lediglich die Echtzeitfähigkeit seiner Methoden sicherstellen und ist von der Re-Implementierung seiner Simulations-Codes in echtzeitfähigen Programmiersprachen wie C oder Assembler entbunden. Gleichzeitig vermeidet die automatische Codegenerierung Programmierfehler. Sind die Versuche am prototypischen Versuchssystem erfolgreich, so kann das endgültige Zielsystem (z.B. Mikroprozessor, SPS,...) ebenfalls automatisch per The Mathworks Realtime Workshop Embedded Coder<sup>®</sup> [153]



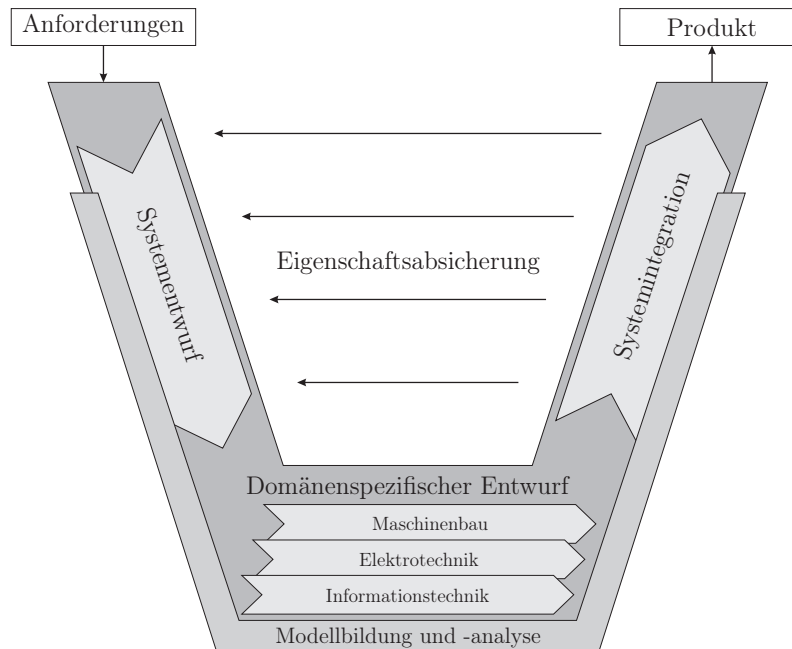


Abbildung 4.3: Richtlinie VDI 2206 „Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme“. Quelle: [158].

mit Code bespielt werden.

Der SEGESTA-Prüfstand nutzt als Echtzeitsystem das dSPACE<sup>®</sup> DS1005-Mikroprozessorboard und die dazugehörigen Erweiterungskarten DS4002 für die Erfassung der Seilwinden-Motorwinkel bzw. DS2103 für die Vorgabe der Motormomente. Die Motorwinkel werden dabei in Form von TTL-Signalen erfasst, die Vorgabe der Motormomente erfolgt per analogem Signal ( $\pm 5V$  oder  $\pm 10V$ ). Nach Erfahrungen am SEGESTA-Prüfstand empfiehlt sich für größere Systeme jedoch eine Kommunikation per Datenbus (CAN, EtherCAT<sup>®</sup>, SERCOS<sup>®</sup>, ProfiBus<sup>®</sup>...).

Als Aktoren kommen bürstenlose Gleichstrommotoren des Typs Maxon<sup>®</sup> EC60 an Controllerkarten DES50/5 zum Einsatz. Die zugehörigen optischen Inkrementalencoder lösen mit 2000 Schritten pro Motorumdrehung auf. Eine einfache, aber zuverlässige Windenkonstruktion mit Führungsrillen sorgt für eine zuverlässige Seilwicklung. Die Führung der Seile in den Arbeitsraum erfolgt entweder über reibungsarme Keramikaugen oder ein Schwenkrollensystem, das durch die im Prototypen CABLEV (CABLE LEVitation) am Lehrstuhl für Antriebstechnik und Mechatronik der Universität Rostock [66, 65, 98, 169] verbauten Seilführungen inspiriert ist. Die Seilkräfte können über eine Meßeinrichtung auf Basis einer DMS-Vollbrücke mit Meßverstärker erfaßt werden. Die gesamte Windeneinheit ist über ein Profilschienensystem am Rahmen verschiebbar, so daß ein modularer Aufbau entsteht [41].

## 4.2 Experimentelle Auswertung am SEGESTA-Prüfstand

Als Vergleichsgrundlage dient zunächst das Abfahren einer schraubenförmigen Bahn (Abb. 4.4) auf dem Prüfstand. Die Seilkraftgrenzen wurden mit  $f_{\min} = 10\text{N}$  und  $f_{\max} = 1000\text{N}$  angenommen.

Zunächst wurde ein Least-Squares-Optimierer gemäß Abschnitt 3.2.2 getestet. Ziel war die Minimierung der Seilkräfte, also  $f_{\text{des}} = f_{\min}$ . Die Implementierung `dlsei` [58] aus der Bibliothek `SLATEC` wurde dazu in einem ersten Schritt in die `dSPACE`-Umgebung importiert. Um den dort verwendeten `C/C++`-Compiler verwenden zu können, wurde die in `PASCAL` geschriebene Implementierung `dlsei` zunächst mit Hilfe von `f2c` [93] in `C`-Code überführt und kompiliert. Der Algorithmus `dlsei` lieferte kontinuierliche Lösungen, siehe Abb. 4.5. Die errechneten Kräfte sind wie erwartet auf einem geringen Seilspannungsniveau, da sie bezüglich der 2-Norm der Seilkraftverteilung minimiert sind. Ähnliche Werte liefert die Methode des gewichteten Mittelwerts in Abb. 4.8.

Die baryzentrische Methode wurde gemäß Abschnitt 3.2.3 vollständig in `Simulink` als `Embedded MATLAB`<sup>®</sup>-Block implementiert. Das Verfahren liefert gemäß Abb. 4.6 auf der gesamten Bahn kontinuierliche Ergebnisse, die jedoch erwartungsgemäß auf einem weitaus höheren Spannungsniveau liegen, als dies beim Least-Squares-Optimierer oder der gewichteten Mittelwertbildung der Fall war. Es liefert Werte mit großem Abstand zu den Seilkraftgrenzen  $f_{\min}$  und  $f_{\max}$ .

Die geschlossene Berechnungsmethode liefert gemäß Abb. 4.7 Seilkraftverteilungen, die auf der gewählten Bahn denen der baryzentrischen Methode entfernt ähneln. An einigen Stellen, an denen die Bahn nahe der Arbeitsraumgrenzen liegt, versagt die Methode jedoch und liefert Werte außerhalb der Seilkraftgrenzen. Eine Seilkraftverteilung innerhalb der Seilkraftgrenzen existiert zwar, wird aber nicht gefunden. Folglich deckt die Methode in ihrer einfachsten Form nicht den gesamten Arbeitsraum ab, der mit den gegebenen Seilkraftgrenzen genutzt werden kann. Andererseits ist die geschlossene Berechnungsmethode den anderen Verfahren bezüglich der Rechenzeit überlegen (siehe Abb. 4.9), was den Einsatz von Algorithmus `Erweiterte geschlossene Lösung` nach Abschnitt 3.2.5 in Abhängigkeit von der jeweiligen Seilzahl  $m$  und der Redundanz  $r$  sinnvoll machen kann.

Einen weiteren Vergleich der Kraftberechnungsmethoden liefert eine Arbeitsraumberechnung für den Prototypen SEGESTA. Wie in Abschnitt 6.2 noch ausführlich erläutert wird, ist eine der einfachsten Methoden der Arbeitsraumberechnung die Auswertung auf einem diskreten Gitter. Der Begriff Arbeitsraum ist in der Robotik gängig und wird deshalb an dieser Stelle ohne nähere Erläuterung benutzt. Eine präzisere Definition ist jedoch in späteren Teilen dieser Arbeit notwendig und

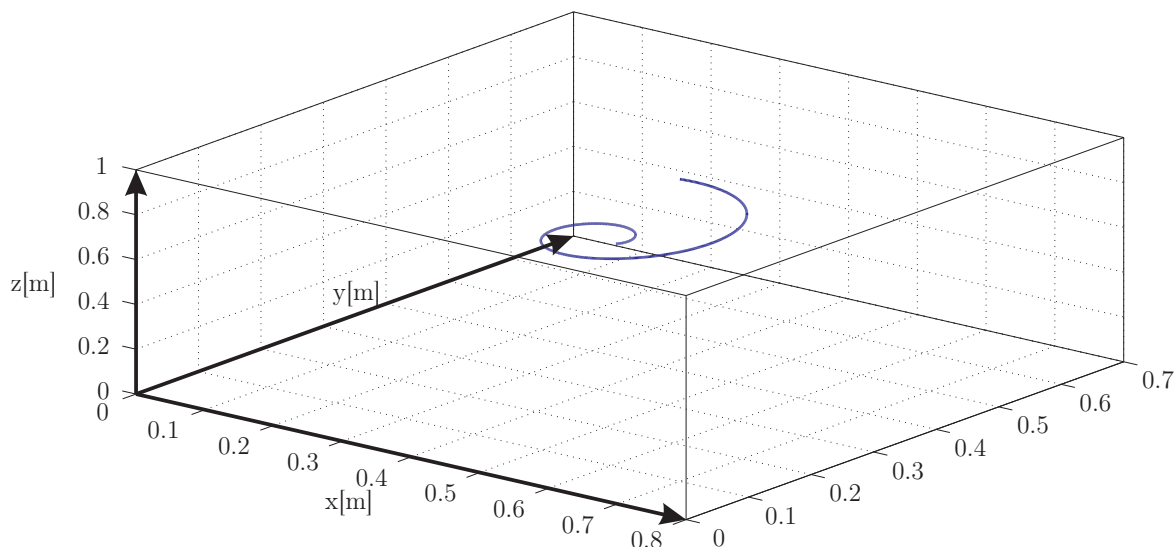


Abbildung 4.4: Schraubenförmige Bahn für den Test von Seilkraftberechnungsverfahren

wird daher in Kapitel 5 gesondert behandelt<sup>1</sup>. Da der Least-Squares-Optimierer und die baryzentrische Methode gleiche Arbeitsräume liefern, werden hier nur die baryzentrische und die einfache geschlossene Methode verglichen.

Die Arbeitsberechnungen wurden auf einem 1.8 Ghz Intel Core2Duo unter MATLAB/Simulink<sup>®</sup> R2008a durchgeführt. Funktionen, die in der MATLAB<sup>®</sup> M-Language geschrieben werden, werden von MATLAB<sup>®</sup> interpretiert. Die in der geschlossenen Berechnungsmethode genutzten MATLAB<sup>®</sup>-eigenen Befehle und Funktionen wie die Invertierung einer Matrix liegen jedoch in effizientem Maschinencode vor. Um nun die Algorithmen nun besser vergleichen zu können, wurde die Implementierung der baryzentrischen Methode per MEX-Compiler in Maschinencode umgesetzt. Tabelle 4.2 zeigt die Ergebnisse:

Für eine parallel zum Inertialsystem ausgerichtete Plattform mit

$$\varphi = \vartheta = \psi = 0\text{rad}$$

ist die geschlossene Methode 6.4% schneller als die baryzentrische Methode, findet aber auch ca. 21% weniger Arbeitsraum (siehe Tab. 4.2). Wachsende Plattformwinkel schränken die mit der geschlossenen Methode gefundenen Arbeitsraum ein, wie ein Vergleich der Abb. 4.10(a) und Abb. 4.10(b) bis Abb. 4.12(a) und Abb. 4.12(b) zeigt. Trotzdem ist die geschlossene Methode ein mächtiges Werkzeug. Die hohe Effizienz des Verfahrens ist dabei ebenso nützlich wie die einfache Implementierung auf Echtzeitsystemen.

<sup>1</sup>Im Sinne der dort beschriebenen Systematik wird hier ein Wrench Feasible Workspace  $\mathcal{W}_{FW}$  als Constant Orientation Workspace berechnet

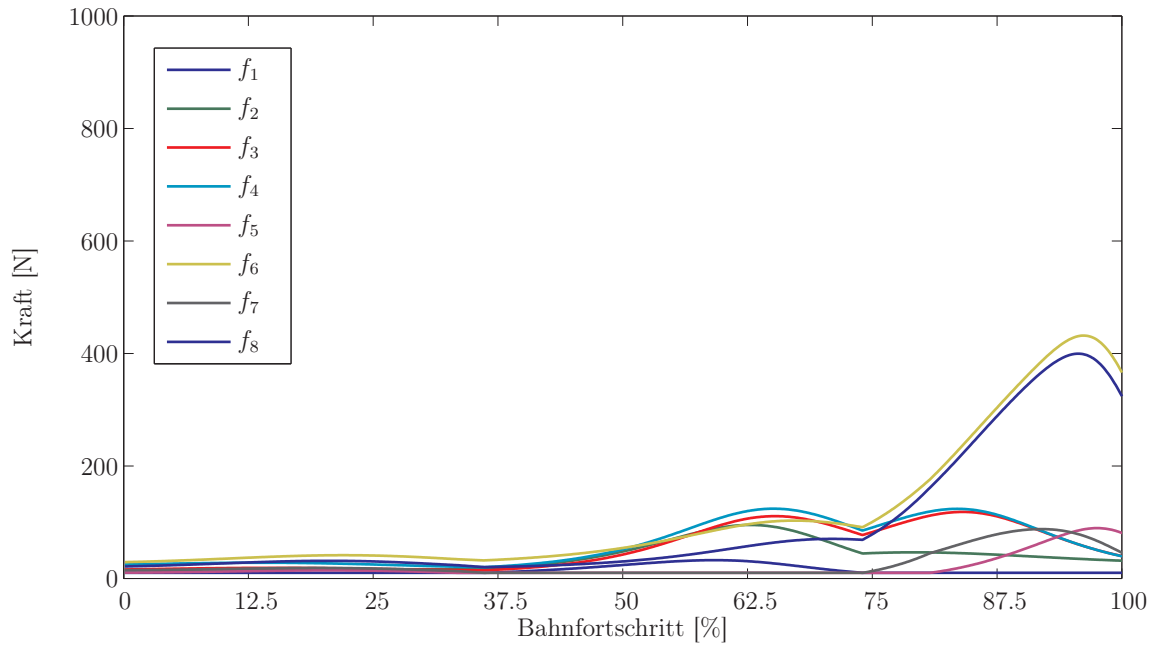


Abbildung 4.5: Kraftverteilungs-Verlauf für acht Seile entlang der schraubenförmigen Bahn aus Abb. 4.4 unter Verwendung eines Least-Square-Optimierers. Quelle: [30]. Copyright © by ASME International.

Tabelle 4.2: Zahl der gefundenen Gitterpunkte im Arbeitsraum und Rechenzeiten auf einem 1.8 Ghz Intel Core2Duo unter MATLAB®

		$\varphi = 0\text{rad}$ $\vartheta = 0\text{rad}$ $\psi = 0\text{rad}$	$\varphi = 0.6\text{rad}$ $\vartheta = 0.3\text{rad}$ $\psi = 0.1\text{rad}$	$\varphi = 0.6\text{rad}$ $\vartheta = 0.6\text{rad}$ $\psi = 0.1\text{rad}$
Baryzentrische Methode	Punkte	14678	4184	1063
	Zeit [s]	250	181	165
Geschlossene Methode	Punkte	11623	2588	142
	Zeit [s]	234	191	184

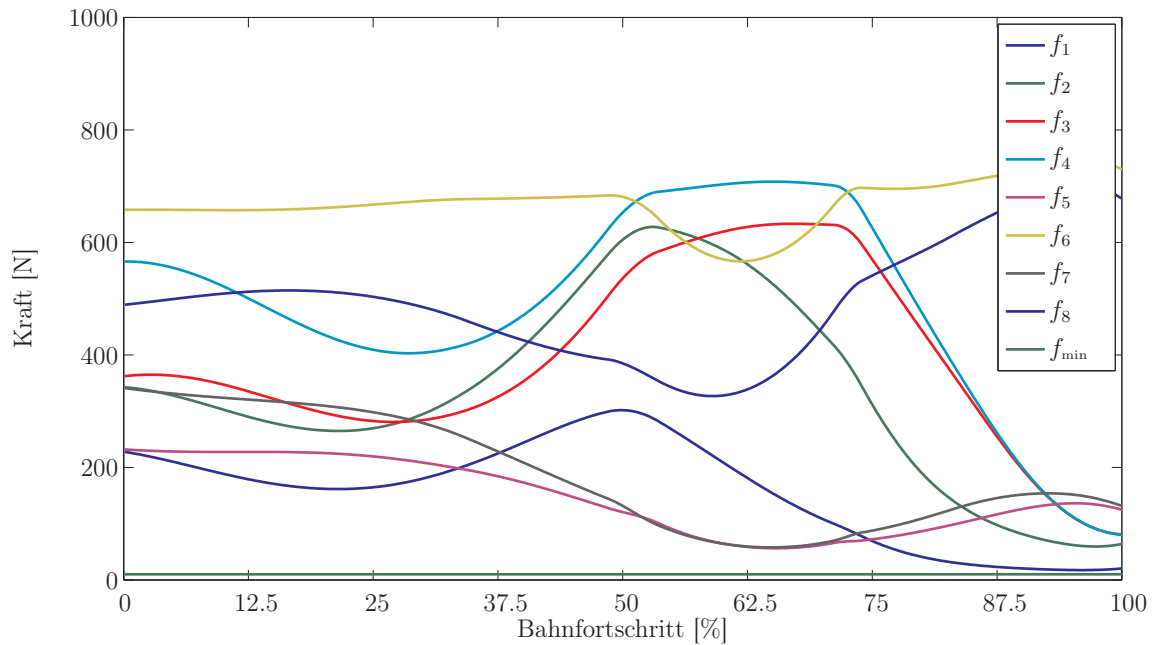


Abbildung 4.6: Kraftverteilungs-Verlauf für acht Seile entlang der schraubenförmigen Bahn aus Abb. 4.4 unter Verwendung der baryzentrischen Methode. Quelle: [125].

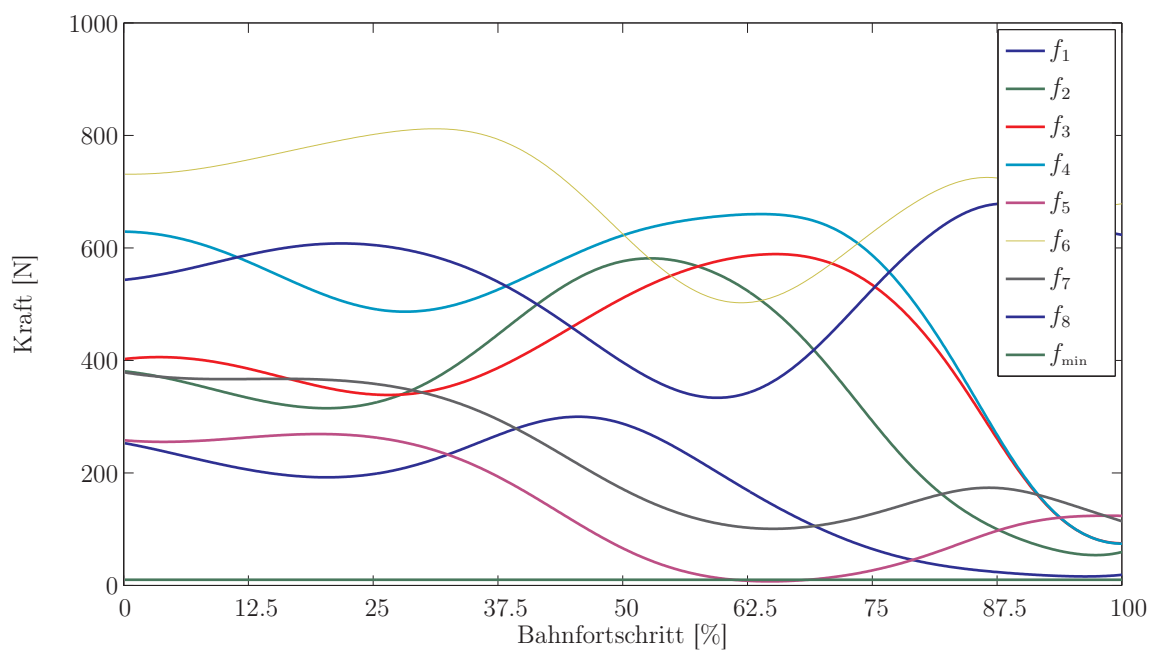


Abbildung 4.7: Kraftverteilungs-Verlauf für acht Seile entlang der schraubenförmigen Bahn aus Abb. 4.4 unter Verwendung der geschlossenen Berechnungsmethode. Quelle: [125].

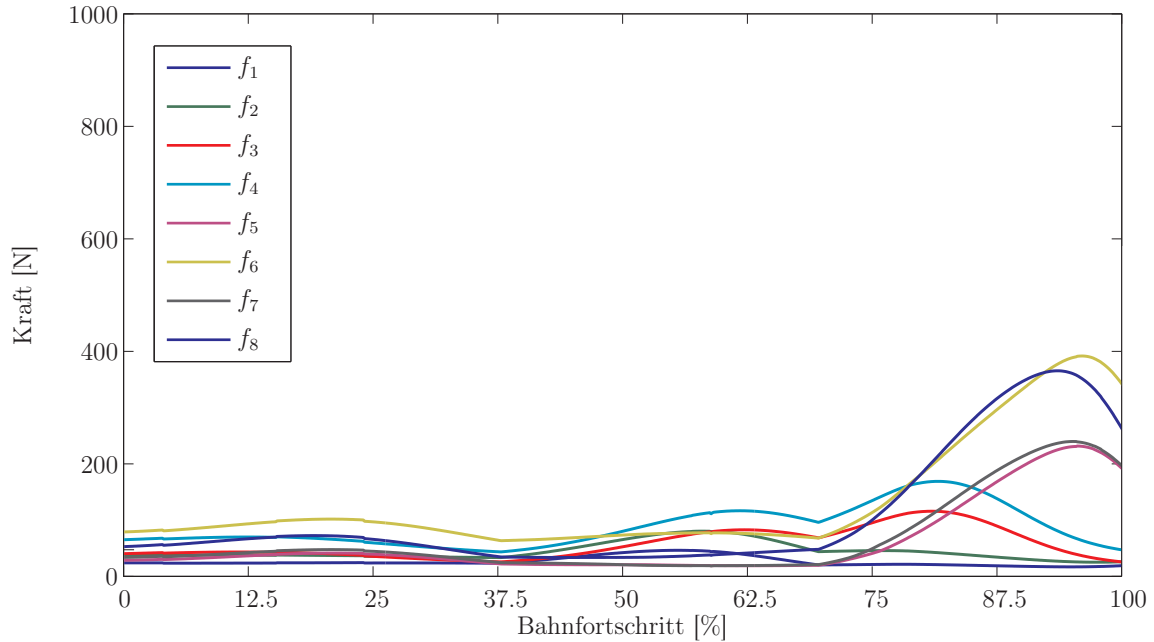


Abbildung 4.8: Kraftverteilungs-Verlauf für acht Seile entlang der schraubenförmigen Bahn aus Abb. 4.4 unter Verwendung eines gewichteten Mittelwerts. Quelle: [30]. Copyright © by ASME International.

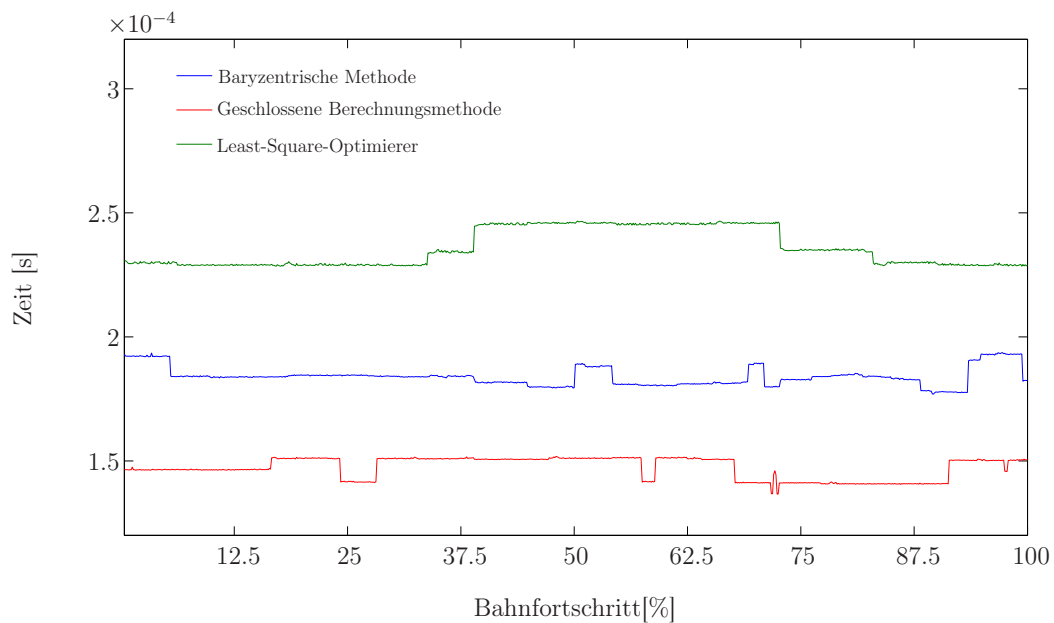


Abbildung 4.9: Berechnungszeiten von Kraftberechnungsverfahren entlang der schraubenförmigen Bahn aus Abb. 4.4. Quelle: [125].

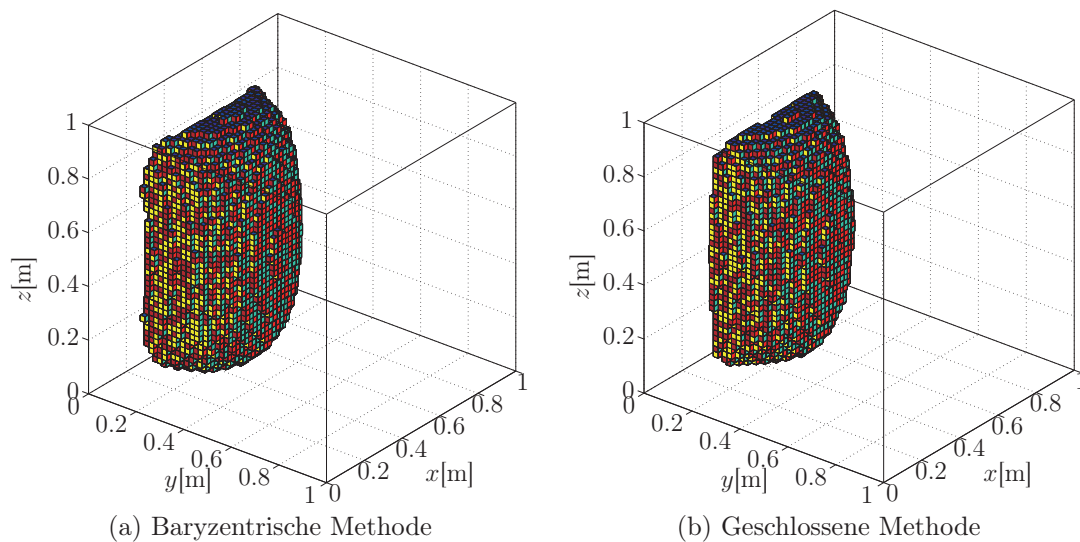


Abbildung 4.10: Arbeitsraumberechnung mit  $\varphi = \vartheta = \psi = 0\text{rad}$  auf Basis des SEGESTA-Prüfstandes mit acht Seilen

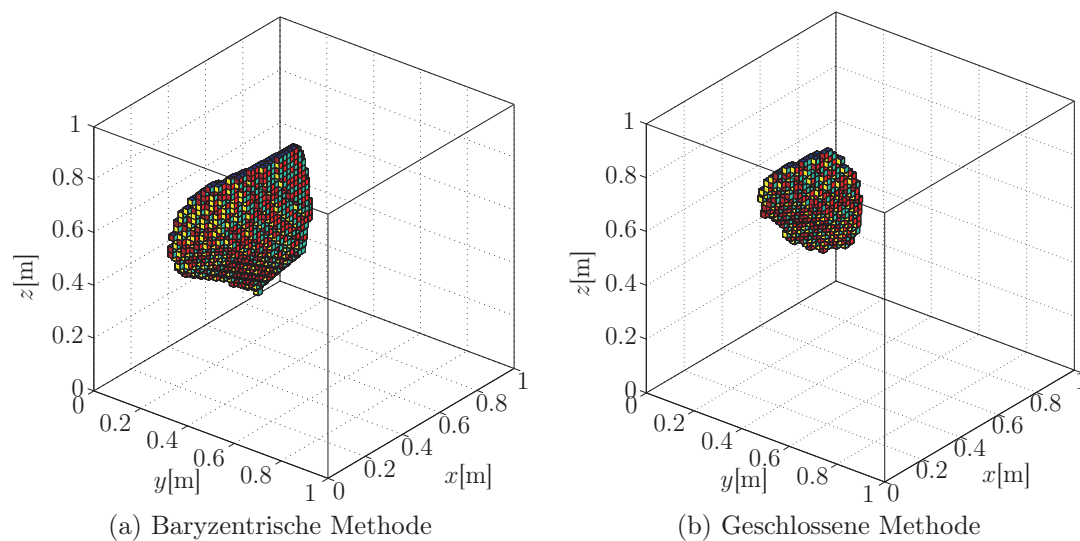


Abbildung 4.11: Arbeitsraumberechnung mit  $\varphi = 0.6\text{rad}$ ,  $\vartheta = 0.3\text{rad}$ ,  $\psi = 0.1\text{rad}$  auf Basis des SEGESTA-Prüfstandes mit acht Seilen

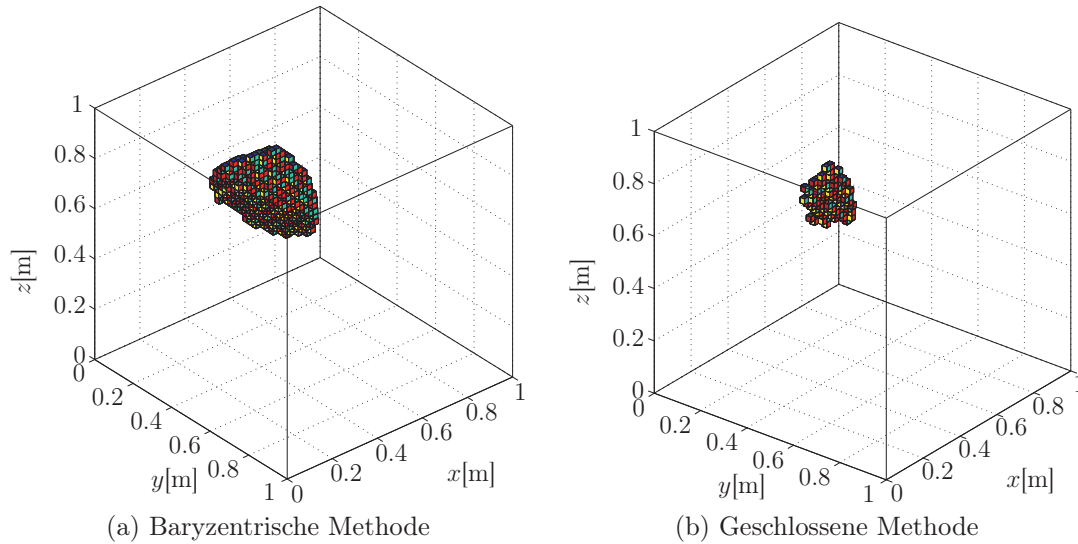


Abbildung 4.12: Arbeitsraumberechnung mit  $\varphi = 0.6\text{rad}$ ,  $\vartheta = 0.6\text{rad}$ ,  $\psi = 0.1\text{rad}$  auf Basis des SEGESTA-Prüfstandes mit acht Seilen

Nach diesen praktischen Untersuchungen findet nun ein thematischer Wechsel statt, der auf die Arbeitsbereiche Arbeitsraumanalyse und -synthese abzielt. Im nächsten Kapitel folgen vorbereitend zunächst Definitionen des Begriffs des Arbeitsraums. Dieser Begriff wurde im Rahmen der Arbeit bisher in seiner allgemeinsten Bedeutung als Einsatzbereich eines Endeffektors benutzt. In der Tat existieren aber scharfe Definitionen für diesen Begriff, die in den weiteren Kapiteln dieser Arbeit benötigt werden.



# Kapitel 5

## Definition von Arbeitsräumen

*In diesem Kapitel folgt eine Überleitung auf die theoretischen Zusammenhänge für die in den späteren Kapiteln beschriebenen Arbeitsraumuntersuchungen. Hier werden verschiedene Arbeitsraumdefinitionen behandelt: Die in Abschnitt 3.2 angeführten Methoden erlauben es, bei einer gegebenen Pose der Plattform eine Seilkraftverteilung nach Gl. 3.3 und 3.6 zu berechnen. Die Gesamtheit aller Plattformposen, an denen eine gültige Seilkraftverteilung gefunden werden kann, stellt den Arbeitsraum des Seilroboters dar, sofern man weitere Kriterien wie Seilkollisionen oder maximale Seillängen zunächst vernachlässigt. Diese Definition ist für den Moment einsichtig, jedoch nicht umfassend. Das folgende Kapitel beschäftigt sich daher mit der Berechnung von Arbeitsräumen in verschiedenen Varianten, die durch nähere Definition weiterer Randbedingungen beschrieben werden. Diese Randbedingungen können verschiedener Natur sein: Die kinematische Analyse in Abschnitt 5.1 kategorisiert Arbeitsräume naturgemäß bezüglich ihrer kinematischen Eigenschaften. Die Industrienormen in Abschnitt 5.2 lehnen sich daran an und ergänzen rein kinematische Arbeitsraumdefinitionen durch sicherheitstechnische Aspekte. Für Seilroboter ergeben sich daneben unterschiedliche Arbeitsräume aus der Tatsache, daß verschiedene Kraftberechnungsverfahren bzw. Arbeitsraum-Berechnungsverfahren verschieden große Arbeitsräume abdecken, wie in Abschnitt 5.3 erläutert wird.*

### 5.1 Kinematische Arbeitsraumdefinitionen

Der Arbeitsraum eines Roboters wird durch die möglichen Bewegungen des Endeffektors beschrieben. Neben Singularitäten [50] wird der Arbeitsraum im Allgemei-

nen durch Antriebsbeschränkungen, Gelenkbeschränkungen oder Eigenkollisionen begrenzt. Bei Seilrobotern kommen als wesentliche Einschränkung die begrenzten zulässigen Seilkräfte hinzu, während das Problem der Eigenkollisionen zumindest für die Seile dadurch entschärft wird, daß sie aufgrund ihres geringen Durchmessers als linienförmig angenommen werden können [106]. Jüngere Arbeiten [168] schlagen darüber hinaus sogar vor, Seilkollisionen explizit zuzulassen und in definierter Form zur Erweiterung der Arbeitsraums zu nutzen. Singularitäten werden im folgenden Abschnitt diskutiert.

### 5.1.1 Singularitäten

In singulären Stellungen  $\mathbf{x}$  verlieren parallele Manipulatoren ihre Steifigkeit. Es treten somit unkontrollierbare Freiheitsgrade auf, die für die Regelung der Plattformpose ein Problem darstellen. Merlet [104] schlägt daher vor, diese Plattformposen innerhalb einer Trajektorienplanung generell zu vermeiden. Neuere Arbeiten schlagen vor, den bei Parallelkinematiken möglichen Konfigurationswechsel innerhalb einer Singularität aktiv zu beeinflussen, was unter bestimmten konstruktiven und regelungstechnischen Voraussetzungen möglich ist [63].

Im allgemeinen werden zwei Arten von Singularitäten unterschieden [50]. Basierend auf der inversen Kinematik läßt sich für Seilroboter eine Darstellung

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad (5.1)$$

finden, wobei  $\mathbf{q} = (\|\mathbf{l}_1\|_2, \dots, \|\mathbf{l}_m\|_2)^T$  die Seillängen und  $\mathbf{x}$  die generalisierten Koordinaten der Plattformpose darstellen. Für Seilroboter findet sich eine Darstellung für  $\mathbf{F}$  über die inverse Kinematik als

$$F_i(\mathbf{x}, \mathbf{q}) = q_i^2 - (\|\mathbf{b}_i - \mathbf{r} - \mathbf{p}\|_2)^2 = 0. \quad (5.2)$$

Ableiten dieser Gleichung bezüglich der Zeit führt zu einem Gleichungssystem der Form

$$\mathbf{U}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{V}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (5.3)$$

mit

$$\mathbf{U} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}}, \quad \mathbf{V} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{q}}. \quad (5.4)$$

Hierbei stellen  $\mathbf{U}$  und  $\mathbf{V}$  Jacobi-Matrizen dar.  $\mathbf{U}$  beschreibt die Übertragung von Bewegungen vom Endeffektor-Raum in den Aktuator-Raum, während  $\mathbf{V}$  die Übertragung von Bewegungen im Aktuator-Raum in den Endeffektor-Raum beschreibt. Da  $\mathbf{U} = \mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{q})$  und  $\mathbf{V} = \mathbf{V}(\mathbf{x}, \mathbf{q})$ , können diese Jacobi-Matrizen in Abhängigkeit von der Manipulator-Konfiguration bzw. Plattformpose singulär werden. Dabei werden folgende Fälle unterschieden:

- *Singularitäten vom Typ 1:* Diese Singularitäten werden auch als serielle Singularitäten bezeichnet und treten bei seriellen Manipulatoren meist in Strecklagen auf. Bei parallelen Systemen tritt dieser Fall typischerweise am Rand des Arbeitsraums auf, wenn eine der kinematischen Ketten, die von jeweils einem der Beine einer Parallelkinematik gebildet wird, komplett gestreckt oder gefaltet ist. In Folge einer Unterbeweglichkeit verliert der Endeffektor einen oder mehrere seiner Freiheitsgrade. Es existieren Aktuatorbewegungen  $\dot{\mathbf{q}} \neq \mathbf{0}$ , für die die Plattform sich nicht bewegt. In der mathematischen Beschreibung entspricht dies der Bedingung [50]

$$\det(\mathbf{V}) = 0. \quad (5.5)$$

Da für Seilroboter gilt

$$\mathbf{V} = \text{diag}(q_1, \dots, q_m), \quad (5.6)$$

ist die Bedingung  $\det(\mathbf{V}) = 0$  nur möglich, wenn für eine der Seillängen

$$q_i = 0, \quad 1 \leq i \leq m \quad (5.7)$$

gilt. Im regulären Betrieb ist dieser Fall und somit die Singularität 1. Art leicht erkennbar.

- *Singularitäten vom Typ 2:* Diese Singularitäten werden auch als parallele Singularitäten bezeichnet und treten im Berührungspunkt von Arbeitsräumen auf, die zu unterschiedlichen Einbaulagen gehören, d.h. an Stellen, wo unterschiedlichen Lösungswege der Vorwärtskinematik zu identischen Plattformposen führen. In Folge einer Überbeweglichkeit existieren Plattformbewegungen  $\dot{\mathbf{x}} \neq \mathbf{0}$ , für die die Aktuatoren sich nicht bewegen. In der mathematischen Beschreibung entspricht dies der Bedingung [50]:

$$\text{rank } \mathbf{U} < n. \quad (5.8)$$

- Entspricht eine Stelle im Arbeitsraum sowohl den Bedingungen einer Singularität des Typs 1 als auch des Typs 2, so kann der Endeffektor bei blockierten Antrieben bewegt werden, und umgekehrt.
- Darüber hinaus gibt es Fälle, in denen gilt

$$\det(\mathbf{V}) = 0 \quad \text{und} \quad \text{rank } \mathbf{U} < n. \quad (5.9)$$

Über die kinematischen Euler-Gleichungen lassen sich  $\mathbf{U}$  und die Strukturmatrix  $\mathbf{A}^T$  ineinander überführen [136]. Da  $\mathbf{A}^T$  für Kraftverteilungs- und Arbeitsraumberechnungen meist ohnehin aufgestellt werden muß, genügt die Untersuchung des Rangs von  $\mathbf{A}^T$ . Gilt

$$\text{rank } \mathbf{A}^T < n, \quad (5.10)$$

so entspricht die Plattformpose einer Singularität 2. Art. Nach [159] sind alle Seilroboter mit rein translatorischen Freiheitsgraden frei von Singularitäten 2. Art, es sein denn, sie sind stets singulär. Der Arbeitsraum von Seilrobotern mit rotatorischen und translatorischen Freiheitsgraden sollte daher stets auf Singularitäten 2. Art überprüft werden. Ausführungen dazu folgen in Abschnitt 6.6.5.

### 5.1.2 Arbeitsräume

Die Kategorisierung von Arbeitsräumen wird von Merlet in [104] sehr ausführlich behandelt. Mit Bezug auf verschiedene Anwendungsfelder werden folgende Definitionen unterschieden:

- *Constant Orientation Workspace oder Translation Workspace:* Der Constant Orientation Workspace definiert den Arbeitsraum als die Menge aller Punkte, die mit dem Endeffektor bei einer vorgegebenen konstanten Orientierung des Endeffektors erreicht werden können.
- *Orientation Workspace:* Der Orientation Workspace ist dementsprechend die Menge aller möglichen Plattformentorierungen, die an einer bestimmten Position des Endeffektors möglich sind.
- *Maximal Workspace oder Reachable Workspace:* Der Maximal Workspace bezeichnet die Menge aller Punkte, die der Endeffektor mit mindestens einer beliebigen Orientierung erreicht.
- *Inclusive Orientation Workspace:* Der Inclusive Orientation Workspace bezeichnet die Menge aller Punkte, die erreicht werden können, wenn der Endeffektor eine Orientierung aus vordefinierten Intervallen von Endeffektorwinkeln einnehmen kann.
- *Total Orientation Workspace:* Der Total Orientation Workspace bezeichnet die Menge aller Punkte, die erreicht werden können, wenn der Endeffektor alle beliebigen Orientierungen aus einem vorgegebenen Intervall von Orientierungswinkeln einnehmen können muß.
- *Dextrous Workspace:* Der Dextrous Workspace lehnt sich daran an und bezeichnet den Total Orientation Workspace, der sich für Intervalle  $[0, 2\pi]$  ergibt.

Diese Definitionen sind sehr nützlich, um die Konzepte in Kapitel 7 zu erläutern. Sie werden daher dort aufgegriffen.

## 5.2 Arbeitsraumdefinitionen in industriellen Normen

Der Begriff Arbeitsraum wird für Industrieroboter in der DIN EN 29946 (ISO 9946) „Industrieroboter: Darstellung charakteristischer Eigenschaften“ [5] und EN ISO 8373 „Industrieroboter: Wörterbuch“ [3] näher definiert. Die dort festgelegten Definitionen sind jedoch für serielle Systeme zugeschnitten, da sie die kinematische Kette des Roboters in Haupt- und Nebenachsen aufteilen, wobei die Nebenachsen typischerweise als Handachsen die Orientierung des Endeffektors ermöglichen:

- Der *maximale Raum* ist der Raum, der von den beweglichen Teilen sowie Endeffektor und Werkstück erreicht werden kann.
- Der *eingeschränkte Raum* ist der Anteil des maximalen Raums, der bei einem Ausfall des Robotersystems nicht überschritten werden kann
- Der *Betriebsraum* ist der Anteil des eingeschränkten Raums der vom Anwender benutzt wird.
- Der *Arbeitsraum* ist der Raum, der vom Nebenachsen-Bezugspunkt erreicht werden kann, zuzüglich des Rotations- und Translationsbereichs aller Gelenke der Nebenachsen. In der Übertragung auf parallele Systeme ist die Unterscheidung allerdings nicht praktikabel.

Für Industrieroboter gängig sind auch folgende Arbeitsraumdefinitionen [174]:

- Der *Hauptarbeitsraum* ist derjenige Teil des Arbeitsraumes, der von der Schnittstelle Haupt-/ Nebenachsen gebildet wird, indem man alle Hauptachsen in ihre jeweiligen Maximal- und Minimalstellungen verfährt.
- Der *Nebenarbeitsraum* ist entsprechend dem Hauptarbeitsraum für die Nebenachsen definiert.
- Der *nicht nutzbare Raum* eines Roboters entsteht durch Gelenke oder Achsbauteile, die beim Fahren im Raum mitbewegt werden müssen, dadurch auch mit dem Umfeld (Mensch oder Hardware) kollidieren können und somit eine erhebliche Gefahr darstellen. Bei Seilrobotern kommt das Problem der Eigenkollision der Seile hinzu, speziell bei sehr hohen Redundanzen [106].
- Der *feste Bewegungsraum* ist der Raum, der von allen bewegten Elementen des IR mit der Gesamtheit aller Achsbewegungen beschrieben wird. Begrenzt wird dieser Raum durch die Schnittstelle Nebenachsen/ Werkzeug.
- Der *variable Bewegungsraum* eines Roboters ist der Raum, der durch die Bewegungen des Endeffektors erzeugt wird. Dieser Raum ist variabel, da die Abmessungen des Endeffektors variieren können.

- Der *Gefahrenraum* schließt nicht nutzbaren Raum und einen angemessenen Sicherheitsraum ein. Für Seilroboter sind vor allem die Seile zu beachten, die bei Bewegungen der Plattform einen großen Teil des Arbeitsraumes überstreichen können.

Analog werden Lastkenngrößen definiert:

- Die *Nennlast* ist definiert als Summe aus Last, Werkzeuglast und Nutzlast ohne Einschränkungen für die Bewegungen bezüglich Geschwindigkeit und Arbeitsraum.
- Eine *zusätzliche Nutzlast* kann unter bestimmten Einschränkungen der Bewegung noch aufgenommen werden.
- Die *Maximallast* ist die Summe aus Nennlast und zusätzlicher Nutzlast.

Es sei darauf hingewiesen, daß die EN ISO 10218-1:2006 „Industrieroboter: Sicherheitsanforderungen - Teil 1: Roboter“ in Abschnitt „5.11 Schutz vor Singularität“ [7] explizit verlangt, daß die singulären Stellungen eines Roboters bekannt sein und von der Steuerung behandelt werden müssen. Dies muß bei Analyse und Synthese von Seilrobotern berücksichtigt werden und ist u.a. Gegenstand des Abschnitts 6.6.5 und des Kapitels 7.

Da die Arbeitsräume von Seilrobotern primär durch den Einfluß der Seilkraftgrenzen limitiert werden und damit explizit von den eingprägten Kräften  $w$  abhängen, ist der Arbeitsraum direkt an die wirkenden Lastkräfte gekoppelt. Es ist also sinnvoll, eine entsprechende Nomenklatur einzuführen. Der folgende Abschnitt erläutert daher für Seilroboter spezifische Arbeitsraumdefinitionen.

### 5.3 Arbeitsraumdefinitionen für Seilroboter

Basierend auf den Definitionen in [18, 40, 53, 54] werden Seilroboter-spezifische Arbeitsraumdefinitionen unterschieden. Da bezüglich der einseitigen Bindungen Analogien zu Greifsystemen existieren, werden in [40] folgende Begriffe vorgeschlagen:

- Der *Wrench-Closure Workspace (WCW)*, auch als Controllable Workspace (*CWS*) bezeichnet [160], ist der Arbeitsraum, der unter Annahme beliebiger hoher Lasten  $w$  mit positiven Seilkräften erreicht werden kann. Der Arbeitsraum umfasst also alle Plattformposen, die Gl. 3.3 und 3.5 für beliebige Lasten  $w \in [0, \infty[$  mit  $\mathbf{0} \leq \mathbf{f} < \infty$  genügen.
- Der *Wrench-Feasible Workspace (WFW)* beschreibt eine Untermenge des *WCW*; er umfasst alle Plattformposen, die Gl. 3.3 und 3.6 für einen definierten Lastenbereich  $w \in [w_{\min}, w_{\max}]$  genügen mit  $\mathbf{f} \in [\mathbf{f}_{\min}, \mathbf{f}_{\max}]$ .

- Der *Static Equilibrium Workspace* umfaßt alle Plattformposen, die unter dem Einfluß der Erdbeschleunigung  $\mathbf{g}$  auf Plattform und Nutzlast erreicht werden können.
- Der *Dynamic Equilibrium Workspace* umfaßt alle Plattformposen, die unter dem Einfluß der Erdbeschleunigung  $\mathbf{g}$  und einer zusätzlich wirkenden Plattformbeschleunigung  $\ddot{\mathbf{r}}$  bei gegebenen Seilkraftgrenzen erreicht werden können.
- Der *Statically Stable Workspace* beschreibt alle Plattformposen, an denen eine infinitesimale Bewegung der Plattform zu einer Erhöhung der potentiellen Energie des Systems führt.
- Neben der Betrachtung von Seilkräften können in Sonderfällen auch die Seillängen den Arbeitsraum limitieren. Ist dies der Fall, umfaßt der *Reachable Workspace* alle Plattformposen, die mit den Seillängen verträglich sind. In der kinematischen Modellierung und Analyse entspricht dies einer konventionellen Steward-Gough-Plattform, deren Linearaktuatoren jeweils eine minimale Länge Null und die maximale Länge des vollständig abgewickelten Seils haben.

Im nächsten Abschnitt werden nun Methoden zur Berechnung von Arbeitsräumen präsentiert. Dabei werden die im letzten Abschnitt unterschiedlich definierten Arbeitsräume im nächsten Kapitel wieder aufgegriffen und Methoden zu ihrer Berechnung gezeigt.

# Kapitel 6

## Berechnung von Arbeitsräumen

*In diesem Kapitel werden Methoden zur Berechnung von Arbeitsräumen vorgestellt. Da die Beschaffenheit des Arbeitsraums eine der markantesten Eigenschaften von Robotern ist, ist dies für die Auslegung und den praktischen Einsatz eines Robotersystems von großer Bedeutung. Für die intuitiv kaum abschätzbaren Arbeitsräume von Seilrobotern schließlich gilt dies in besonderer Weise. Dabei werden in Abschnitt 6.3 zunächst lediglich die Grenzen des WFW berechnet, was für erste Betrachtungen bereits hilfreich sein kann. In Abschnitt 6.4 folgt eine Beschreibung des Arbeitsraums, die auf der Berechnung von Punkten innerhalb des WFW beruht. Auch für den WFW sind jedoch Methoden bekannt, die auf sehr recheneffizientem Weg die Arbeitsraumgrenzen ermitteln können. Sie werden in Abschnitt 6.5 kurz erläutert. In Abschnitt 6.6 werden die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Ansätze zur Berechnung von Arbeitsraumbereichen des WFW präsentiert. Basierend auf Methoden aus der Intervallanalyse, die in parallel laufenden Forschungsarbeiten entwickelt wurden, erweitern sie die vorher erläuterten, auf diskreten Berechnungen basierenden Methoden um die Berechnung von ganzen Bereichen des Arbeitsraums, die keinerlei Lücken mehr enthalten und damit garantiert vollständig Arbeitsraum sind.*

### 6.1 Methoden zur Arbeitsraumberechnung

Auf der Grundlage der Definitionen in Kapitel 5 müssen Arbeitsräume von Seilrobotern bestimmte Bedingungen erfüllen. Sind die Bedingungen erfüllt, so ist eine gegebene Plattformpose Teil des jeweiligen Arbeitsraums. Für den Einsatz eines Robotersystems ist es in Abhängigkeit der Applikation stets notwendig, Arbeitsräume bestimmen zu können. So verlangt die EN ISO 10218-1 „Industrieroboter: Sicherheitsanforderungen“ z.B. den Ausschluß von Gefährdungen im *eingeschränkten*



*Raum*(siehe Abschnitt 5.2) bei Kooperation mit einem Menschen. Für die Berechnung von Arbeitsräumen für Seilroboter können verschiedene Verfahren angewandt werden. Einige davon werden im Folgenden erläutert:

1. Berechnung von Punkten des  $WCW$  auf einem diskreten Gitter
2. Bestimmung der Arbeitsraumgrenzen des  $WCW$
3. Berechnung von Punkten des  $WFW$  auf einem diskreten Gitter
4. Bestimmung der Arbeitsraumgrenzen des  $WFW$  bei konvexer Gestalt
5. Berechnung von Arbeitsraumbereichen des  $WFW$  mit der Intervallanalyse

Das zuletzt genannte Verfahren wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und für Seilroboter spezialisiert. Es wird daher ausführlich behandelt.

## 6.2 Berechnung von Punkten des *Wrench-Closure Workspace*

Dieses Verfahren wurde von Stump und Diao entwickelt [140, 39]. Auf der Grundlage des Lemmas von Farkas [43] läßt sich eine äußere Grenze des Arbeitsraums von Seilrobotern unter Annahme unendlich hoher Seilkräfte annehmen, in Abschnitt 5.3 als Wrench-Closure Workspace ( $WCW$ ) eingeführt. Dies entspricht den Endeffektorposen, die den Gl. 3.3 und Gl. 3.5 genügen. Damit hängt dieser Arbeitsraum ausschließlich von der Geometrie des Seilroboters, also der Zahl der Seile, der Plattformpunkte  $\mathbf{p}_i, 1 \leq i \leq m$  und der Basispunkte  $\mathbf{b}_i$  ab. Das Lemma von Farkas sagt dabei:

Für jede Matrix  $\mathbf{A}^T$  und jeden Vektor  $\mathbf{w}$  ist von zwei Systemen

$$(1) \quad \mathbf{A}^T \mathbf{f} = -\mathbf{w}, \quad \mathbf{f} \geq \mathbf{0}, \quad (6.1)$$

$$(2) \quad \mathbf{A} \mathbf{y} \geq \mathbf{0}, \quad -\mathbf{w}^T \mathbf{y} < 0 \quad (6.2)$$

stets nur eines nach  $\mathbf{f}$  bzw.  $\mathbf{y}$  lösbar. Dabei bedeutet im Rahmen dieser Arbeit die Formulierung  $\mathbf{f} \geq \mathbf{0}$ , daß  $\mathbf{f}$  in allen Komponenten größer als oder gleich Null ist. Dies leuchtet unmittelbar ein, wenn beide Systeme geometrisch interpretiert werden. Seien  $\mathbf{a}_i \in \mathbb{R}^n$  die  $m$  Spalten der Strukturmatrix  $\mathbf{A}^T$ . Dann entsprechen den Gln. 6.1 und 6.2 mit  $1 \leq i \leq m$  die Aussagen:

$$(1) \quad \text{Es existieren nicht-negative Koeffizienten } f_i \in \mathbb{R}, \\ \text{so daß } f_1 \mathbf{a}_1 + \dots + f_m \mathbf{a}_m = -\mathbf{w}. \quad (6.3)$$

$$(2) \quad \text{Es existiert ein Vektor } \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n, \\ \text{so daß } \mathbf{a}_i^T \mathbf{y} \geq 0 \text{ für alle } 1 \leq i \leq m \text{ und } -\mathbf{w}^T \mathbf{y} < 0. \quad (6.4)$$

- (1) Definiert einen Hyperkegel im  $\mathbb{R}^n$ , der über die positive Linearkombination der Vektoren  $\mathbf{a}_i$  erzeugt wird und einen Punkt enthält, dessen Ortsvektor  $-\mathbf{w}$  ist.
- (2) Sagt aus, daß es einen Vektor  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$  gibt, dessen eingeschlossene Winkel mit allen Vektoren  $\mathbf{a}_i$  kleiner oder gleich  $90^\circ$  sind. Ist gleichzeitig der eingeschlossene Winkel zwischen  $\mathbf{y}$  und  $-\mathbf{w}$  größer als  $90^\circ$ , so definiert der Vektor  $\mathbf{y}$  eine Hyperebene, dessen Normalenvektor er ist und die den Hyperkegel vom Vektor trennt. In diesem Falle kann  $-\mathbf{w}$  jedoch nicht im Hyperkegel liegen.

Das Lemma von Farkas besagt also: Existieren ein Hyperkegel und ein Vektor, liegt entweder der Vektor im Kegel, oder es existiert eine Hyperebene, die den Vektor vom Hyperkegel trennt, jedoch ist niemals beides gleichzeitig möglich.

Um zu überprüfen, ob eine Plattformpose zum WCW gehört, werden in [140, 39] Verfahren vorgeschlagen, die auf geometrischem Wege überprüfen, ob der Vektor  $-\mathbf{w}$  innerhalb des Hyperkegels liegt. Dazu werden durch alle Linearkombinationen von jeweils  $n-1$  Spaltenvektoren  $\mathbf{a}_i$  insgesamt  $\binom{m}{n-1}$  Hyperebenen aufgespannt und jeweils überprüft, ob eine der Hyperebenen  $-\mathbf{w}$  von den restlichen Spalten der Strukturmatrix  $\mathbf{A}^T$  separiert, so daß  $-\mathbf{w}$  auf der einen und die übrigen Spaltenvektoren auf der anderen Seite der Hyperebene liegen. Dies kann durch die Verwendung des Normalenvektors  $\mathbf{y}$  einfach überprüft werden. Die Berechnung der Arbeitsraumgrenzen basiert auf dem Grenzfall, wenn  $-\mathbf{w}$  exakt auf einer der Hyperebenen liegt.

In [131] wird ein ähnlicher Ansatz vorgeschlagen: Die Matrix  $\mathbf{N} = [\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{n}_r]$  sei so definiert, daß ihre Spalten den Nullraum von  $\mathbf{A}^T$  aufspannen. Ihre Transponierte sei beschrieben als  $\mathbf{N}^T = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_m]$ . Existiert ein Vektor in diesem Nullraum, der ausschließlich positive Einträge hat, so existiert für eine jede Plattformlast  $\mathbf{w}$  eine entsprechende positive Seilkraftverteilung gemäß 3.5. Dies bedeutet, daß es eine Hyperebene gibt, für deren Normalenvektor  $\mathbf{y}$  gilt

$$\mathbf{y}\mathbf{v}_i \geq 0. \quad (6.5)$$

Existiert diese Hyperebene, so gehört die entsprechende Plattformpose zum WCW. Zur Überprüfung müssen bis zu  $\binom{m}{n-1}$  Hyperebenen untersucht werden. Darüber hinaus wird in [131] vorgeschlagen, eine QR-Zerlegung der Matrix  $[\mathbf{N}^T \mathbf{w}]$  vorzunehmen. Haben nun die Einträge der letzten Zeile von  $\mathbf{Q}^T \mathbf{N}^T$  dasselbe Vorzeichen, so ist die Existenz einer Hyperebene und eines zugehörigen Normalenvektors nach Gl. 6.5 nachgewiesen.

Vorteilhaft bei der Bestimmung des WCW ist, daß er mit relativ wenig numerischem Aufwand zu bestimmen ist.

### 6.3 Bestimmung der Arbeitsraum-Grenzen des *Wrench-Closure Workspace*

Die Arbeitsraumgrenzen des WCW lassen sich nach Stump [140] ebenfalls geometrisch bestimmen: Der Rand des Arbeitsraums kann gemäß [140] als Sonderfall der zuvor beschriebenen Verfahren beschrieben werden: Wie zuvor werden alle Linearkombination von jeweils  $n - 1$  Spaltenvektoren  $\mathbf{a}_i$  überprüft. Liegt  $-\mathbf{w}$  exakt auf einer der Hyperebenen, so liegt die Plattformpose auf dem Arbeitsraumrand.

Gouttefarde [53] beschreibt eine algebraische Herleitung des WCW mit einer konstanten Plattformorientierung (Constant Orientation Wrench-Closure Workspace, COWCW): Am Arbeitsraumrand des COWCW können nicht mehr  $n$  linear unabhängige Spaltenvektoren  $\mathbf{a}_i$  aus der Strukturmatrix  $\mathbf{A}^T$  gefunden werden. Dies entspricht aber der Singularität 2. Art, wie sie in Abschnitt 5.1.1 eingeführt wurde und wie sie auch bei der konventionellen Steward-Gough-Plattform auftritt. Diese Singularitäten lassen sich für den Constant Orientation Workspace über Polynome dritten Grades in den kartesischen Koordinaten ausdrücken. Zur Darstellung des COWCW für  $n = 3$  wird eine der kartesischen Koordinaten diskretisiert und die Polynome auf den entstehenden Ebenen ausgewertet. Die Schnittpunkte der entstehenden Kurven werden ermittelt. Der Arbeitsraumrand befindet sich dann stets in den begrenzten Kurvensegmenten zwischen zwei Schnittpunkten. Ähnliche Verfahren werden in [12, 18, 45] präsentiert.

### 6.4 Berechnung von Punkten des *Wrench-Feasible Workspace*

In Abschnitt 5.3 wurde der Wrench-Feasible Workspace ( $\mathcal{WFW}$ ) als Untermenge des WCW eingeführt: Der  $\mathcal{WFW}$  umfaßt die Plattformposen, die bei vorgegebenen Seilkraftgrenzen  $f_{\min}$  und  $f_{\max}$  den Gl. 3.3 und 3.6 für einen definierten Lastenbereich  $\mathbf{w} \in [\mathbf{w}_{\min}, \mathbf{w}_{\max}]$  genügen.

Für den praktischen Einsatz hat der  $\mathcal{WFW}$  maßgebliche Bedeutung - die Annahme in Gl. 3.5 in der Definition des WCW ist technisch nicht umsetzbar, da Seile einerseits bei einer Seilkraft  $f_i = 0$  mit  $1 \leq i \leq m$  kein gespanntes System mehr bilden. Andererseits sind unendlich hohe Seilkräfte technisch nicht realisierbar. Wird daher ohne weitere Angaben von „Arbeitsraum“ gesprochen, so ist bei Seilrobotern innerhalb dieser Arbeit der  $\mathcal{WFW}$  gemeint.

Weit verbreitet ist es, zur Bestimmung des  $\mathcal{WFW}$  die in Abschnitt 3.2 eingeführten Kraftberechnungsverfahren auf einem diskreten Gitter  $\mathcal{G}_c$  auszuwerten, welches über die Arbeitsraum-Koordinaten sowie die Endeffektorlast  $\mathbf{w}$  gelegt wird [130]. Das Verfahren wurde auch in Abschnitt 4.2 zur Berechnung des Arbeitsraumes

genutzt. Ob dieses Gitter im Raum der Aktuatorkoordinaten oder im Raum der Endeffektorkoordinaten erstellt wird, hängt in erster Linie davon ab, ob die Vorwärtskinematik oder die inverse Kinematik einfacher aufzustellen ist. Bei parallelen Systemen bietet sich typischerweise die Diskretisierung in den kartesischen Freiheitsgraden der Plattform an. Wie jedoch in Abschnitt 3.2 erläutert, erfassen nicht alle Verfahren den gesamten  $\mathcal{WF}\mathcal{W}$ . Wird der  $\mathcal{WF}\mathcal{W}$  für eine bestimmte Applikation berechnet, so muß in diesem Fall berücksichtigt werden, daß in der Regelung das für die Echtzeitberechnung der Seilkraftverläufe gewählte Berechnungsverfahren im gesamten Arbeitsraum Ergebnisse liefern muß. Es kann daher in Abhängigkeit vom numerischen Aufwand sinnvoll sein, identische Seilkraftberechnungsverfahren für die Arbeitsraumanalyse und -synthese sowie die Echtzeit-Regelung zu verwenden. Andernfalls besteht die Möglichkeit, daß das Regelsystem zur Laufzeit keine Seilkraftverteilungen berechnen kann, was den Ausfall der Kraftregelung nach sich ziehen würde.

Unter dem Aspekt der benötigten Rechenleistung kann es ebenfalls sehr sinnvoll sein, verschiedene Berechnungsverfahren zu kombinieren. Da stets gilt

$$\mathcal{WF}\mathcal{W} \subset \mathcal{WC}\mathcal{W}, \quad (6.6)$$

können zunächst die Gitterpunkte von  $\mathcal{G}_c$  bestimmt werden, die innerhalb des schneller zu bestimmenden  $\mathcal{WC}\mathcal{W}$  liegen. Es resultiert eine Lösungsmenge  $\mathcal{G}_{s_{\mathcal{WC}\mathcal{W}}}$  mit

$$\mathcal{G}_{s_{\mathcal{WC}\mathcal{W}}} = \mathcal{G}_c \cap \mathcal{WC}\mathcal{W}. \quad (6.7)$$

Innerhalb von  $\mathcal{G}_{s_{\mathcal{WC}\mathcal{W}}}$  werden dann die Elemente von  $\mathcal{G}_s$  als Lösungsmenge bestimmt:

$$\mathcal{G}_s = \mathcal{G}_{s_{\mathcal{WC}\mathcal{W}}} \cap \mathcal{WF}\mathcal{W}. \quad (6.8)$$

Daneben gilt außerdem für die in Kapitel 6 vorgestellten Berechnungsverfahren

$$\mathcal{W}_{\text{CF}} \subseteq \mathcal{WF}\mathcal{W} \subset \mathcal{WC}\mathcal{W}, \quad (6.9)$$

wenn  $\mathcal{W}_{\text{CF}}$  der Arbeitsraum ist, der sich unter Verwendung der geschlossenen Kraftberechnungsmethode in Abschnitt 3.2.5 ergibt.

Da die zugrunde liegende geschlossene Berechnungsform bei vergleichsweise geringem numerischem Aufwand ein Ergebnis liefert, bietet sich folgende Berechnungsreihenfolge an:

Zunächst können die Elemente

$$\mathcal{G}_{s_{\text{CF}}} = \mathcal{G}_c \cap \mathcal{W}_{\text{CF}} \quad (6.10)$$

vorberechnet werden. Das verbleibende Gitter<sup>1</sup>

$$\mathcal{G}_{c_{\mathcal{WC}\mathcal{W}}} = \mathcal{G}_c \setminus \mathcal{G}_{s_{\text{CF}}} \quad (6.11)$$

<sup>1</sup>Der Operator  $\setminus$  aus der Mengenlehre wird in dieser Arbeit sinngemäß auch für Listen genutzt. Dabei bedeutet  $\mathcal{L}_C = \mathcal{L}_A \setminus \mathcal{L}_B$ , daß nur die Elemente  $\mathcal{L}_C$  zugewiesen werden, die es nicht sowohl in  $\mathcal{L}_A$  als auch in  $\mathcal{L}_B$  gibt.

enthält die Punkte, unter denen nun Elemente des  $WC\mathcal{W}$  bestimmt werden:

$$\mathcal{G}_{s_{WC\mathcal{W}}} = \mathcal{G}_{c_{WC\mathcal{W}}} \cap WC\mathcal{W}. \quad (6.12)$$

Es verbleiben nun Punkte auf dem Suchgitter, die Teil des  $WC\mathcal{W}$  sind. Die Zugehörigkeit einiger Elemente zum  $WF\mathcal{W}$  wurde bereits über die geschlossene Kraftberechnung nachgewiesen. Die verbleibenden zu untersuchenden Elemente  $\mathcal{G}_{c_{WF\mathcal{W}}}$  mit

$$\mathcal{G}_{c_{WF\mathcal{W}}} = \mathcal{G}_c \cap (WC\mathcal{W} \setminus \mathcal{W}_{CF}) = \mathcal{G}_{s_{WC\mathcal{W}}} \setminus \mathcal{G}_{s_{CF}} \quad (6.13)$$

werden mit einem numerisch teureren gewählten Kraftberechnungsverfahren untersucht und ergeben eine Lösungsmenge

$$\mathcal{G}_{s_{WF\mathcal{W}}} = \mathcal{G}_{c_{WF\mathcal{W}}} \cap WF\mathcal{W}. \quad (6.14)$$

Die Lösungsmenge der Arbeitsraumelemente innerhalb des  $WC\mathcal{W}$  ist dann

$$\mathcal{G}_s = \mathcal{G}_{s_{WF\mathcal{W}}} \cup \mathcal{G}_{s_{CF}}. \quad (6.15)$$

Die Berechnung von diskreten Punkten im Arbeitsraum hat einige entscheidende Merkmale, die bei der Implementierung einer Arbeitsraumbestimmung berücksichtigt werden sollten:

- Die in Abschnitt 3.2.5 vorgestellten Verfahren errechnen für jeden Punkt eine gültige Kraftverteilung gemäß Gl. 3.3 und 3.5 bzw. 3.6, sofern sie existiert. Da eigentlich nur eine Aussage benötigt wird, ob eine Lösung überhaupt existiert, wird ein erhöhter Aufwand benötigt, der mit langen Rechenzeiten verbunden ist.
- Viele Parallelkinematiken haben die Eigenschaft (speziell in symmetrischen Konfigurationen) in zentralen Arbeitsbereichen Singularitäten 2. Art zu besitzen, wie z.B. in Abb. 6.1 gezeigt. In der Folge sind dort Löcher im Arbeitsraum zu erwarten. Besitzt das Suchgitter  $\mathcal{G}_c$  dort kein zu testendes Element, bleibt die singuläre Stellung unbemerkt, sofern nicht weitere Eigenschaften wie z.B. Kontinuität (verbunden mit weiterem Rechenaufwand) überprüft werden. Selbst in diesem Falle ist es nicht einfach, in Abhängigkeit von der gewählten Diskretisierung die kritischen Schwellwerte z.B. für Determinanten zu bestimmen. Generell ist es daher sinnvoll, den Arbeitsraum mit hohen Auflösungen abzutasten. Die resultierenden Rechenzeiten können erheblich sein, so daß ab einer bestimmten Auflösung die Verfahren im kommenden Abschnitt 6.6 in Betracht gezogen werden sollten, da sie zuverlässige Ergebnisse liefern.

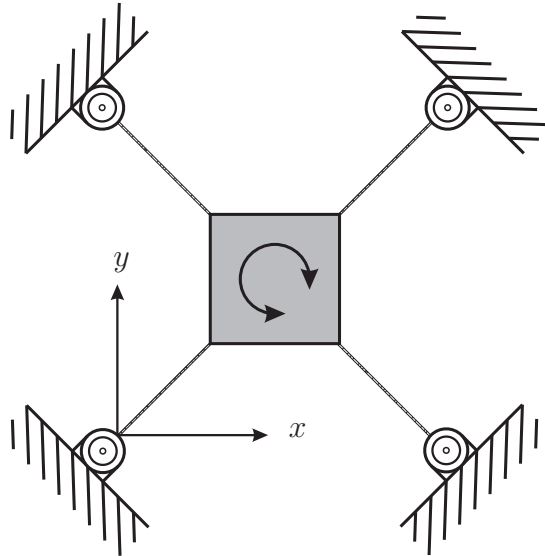


Abbildung 6.1: Ebener paralleler Manipulator mit 2 translatorischen und einem rotatorischen Freiheitsgrad in einer singulären Stellung

## 6.5 Bestimmung der Arbeitsraum-Grenzen des *Wrench-Feasible Workspace*

Die Berechnung der Arbeitsraumpunkte geschieht üblicherweise auf einem kartesischen Gitter. Dies ist jedoch nicht notwendig, wenn nur die Grenzen des Arbeitsraums berechnet werden sollen. Ist sichergestellt, daß der Arbeitsraum konvexe Gestalt hat, so kann eine Sphäre im Zentrum des angenommenen Arbeitsraum platziert werden. Erhöht man nun den Durchmesser der Sphäre, so liefert eine Kombination von Line Search und Interpolation der Sphärenflächen eine Liste von geometrisch wohlgeordneten Punkten<sup>2</sup>, die jeweils Polygone bilden und an denen die Sphäre die Arbeitsraumgrenzen durchstößt. Diese Polygone können sehr einfach visualisiert werden. In [124] werden entsprechende Verfahren und Ergebnisse ausführlich präsentiert.

## 6.6 Berechnung von Arbeitsraum-Bereichen des *Wrench-Feasible Workspace*

Eine gänzlich andere Herangehensweise verfolgt eine Berechnungsmethode, die auf der Verwendung von Intervallarithmetik basiert. Die sogenannte Intervallanalyse liefert dabei eine Auswertung von mathematischen Ausdrücken, wobei die Operatoren

<sup>2</sup>Wohlgeordnet in dem Sinne, daß jeder Punkt eine Zuordnung zu einer Graphenstruktur besitzt und daher seine Nachbarn, Vorgänger und Nachfolger kennt.

für die Auswertung der intervallwertigen Argumente undefiniert bzw. erweitert werden. Die Intervallarithmetik hat dabei eine Reihe sehr nützlicher Eigenschaften, die in der Intervallanalyse ausgenutzt werden können. Für die hier beschriebene Anwendung werden folgende Eigenschaften ausgenutzt [114]:

- Anstatt eine vordefinierte Menge diskreter Werte zu betrachten, werden die Eigenschaften von ganzen Zahlenintervallen untersucht. Dabei ist sichergestellt, daß alle Werte innerhalb des Intervalls berücksichtigt werden. Die getroffenen Aussagen gelten also für alle (!) Zahlenwerte innerhalb der gesetzten Intervallgrenzen.
- Auf der Basis der Intervallanalyse läßt sich ein Verfahren zur globalen Optimierung entwickeln. Es liefert stets das globale Optimum. Gibt es mehrere Optima, so werden alle im Suchbereich gefunden - auch, wenn Optima am Rand des Suchbereich liegen. Dies wird in Kapitel 7 explizit genutzt.
- Die Implementierung von Intervallarithmetik auf einem Computer läßt sich so gestalten, daß unbemerkte Rundungseffekte ausgeschlossen werden. Der beim Rechnen mit nicht-intervallwertigen Fließkommazahlen auftretende Fehler kann mit Hilfe der Intervallanalyse abgeschätzt werden. Der Rundungseffekt wird bei der Implementierung von technischen Anwendungen üblicherweise durch die Verwendung von Fließkommawerten mit doppelter Genauigkeit gemäß IEEE754 [150] reduziert. Der entstehende erhöhte Speicherverbrauch ist beim Einsatz heutiger PCs gewöhnlich kein Problem mehr. Trotzdem kann der Rundungseffekt ein reales Problem sein, wie folgende Vorfälle zeigen:
  - 1982 wurde der Vancouver Stock Exchange mit einem nominalen Wert von 1000.000 eingeführt. Nach jeder Transaktion wurde der Index neu berechnet und der Fließkommawert nach drei Dezimalstellen abgeschnitten. Nach 22 Monaten war der Wert bei 524.881. Der wahre Wert lag bei 1098.811 [100].
  - Tragischer ist ein Vorfall aus dem 1. Irak-Krieg [62]: Am 25. Februar 1991 sollte eine in Dahrahn (Saudi Arabien) installierte MIM-104 PATRIOT-Raketenbatterie eine anfliegende iraktische Scud abfangen. Das Zielerfassungssystem arbeitete mit einem 24-bit-Rechenwerk. Die interne Uhr lieferte Zeitwerte als Zehntelsekunden. Um diese Werte in Sekunden umzurechnen, wurde der Wert einfach mit  $\frac{1}{10}$  multipliziert. Dies ist sicherlich korrekt, jedoch ist der Faktor  $\frac{1}{10}$  binär nicht exakt darstellbar. Die verwendete binäre Darstellung auf Basis von 24-bit ist

0.00011001100110011001100.



Pro Rechenschritt ist der Fehler mit ungefähr  $\frac{1}{10^7}$  gering. Da die Patriot-Stellung zum besagten Zeitpunkt jedoch bereits rund 100 Stunden in Bereitschaft war, ergab sich ein akkumulierter Zeitfehler von rund 0.34 Sekunden. Die resultierende Abschätzung der Position der anfliegenden Scud-Rakete lag auf dieser Zeitbasis um rund 700 Meter falsch. Bei dem Angriff starben 28 Soldaten.

Die im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Softwarebibliotheken INTLAB - INTerval LABoratory [134] und b4m - BIAS for MATLAB [172] unter MATLAB<sup>®</sup> [155], sowie Profil/BIAS [84] unter C/C++ verwenden zur Vermeidung von Rundungseffekten eine gerichtete Umschaltung der Rundung, die direkt in die Fließkommaeinheit des Prozessors eingreift<sup>3</sup>. Im folgenden Abschnitt wird die Intervallanalyse kompakter Form eingeführt.

### 6.6.1 Intervallanalyse

Intervallanalyse als moderne, rechnergestützte Methodik wurde von Moore [114] erstmals in den 60er Jahren beschrieben. Das Prinzip ist einfach und lautet wie folgt:

Für zwei reelle Zahlen  $a, b$  ist das Intervall  $\hat{i} = [a, b]$  definiert als

$$[a, b] := \{r \in \mathbb{R} \mid a \leq r \leq b\}, \quad (6.16)$$

mit

$$a \leq b. \quad (6.17)$$

Dabei ist das Infimum  $\inf(\hat{i}) = a$  und das Supremum  $\sup(\hat{i}) = b$ . Es werden dabei

---

<sup>3</sup>b4m ist vollständig in Form von mexFunctions implementiert, die direkte Aufrufe an Funktionen der C/C++-basierten Bibliothek Profil/BIAS machen. Dies sollte eine maximale Rechengeschwindigkeit garantieren. Problematisch ist die Tatsache, daß b4m scheinbar nicht mehr gepflegt wird und die notwendige manuelle Einbindung der aktuellen Versionen der Profil/BIAS-Bibliothek Eingriffe in die Rundungsumschaltung und das Exception Handling erfordert. Für die x64-Architektur ist dabei unter Microsoft VisualStudio<sup>®</sup> 2005/2008 und den entsprechenden Compilern ohne weiteres keine Rundungsumschaltung verfügbar.

Andererseits verwenden aktuelle Versionen von MATLAB<sup>®</sup> fortgeschrittene Techniken, auch Funktionen, die in der MATLAB<sup>®</sup> M-Language geschrieben sind, sehr schnell auszuführen. In der Praxis kann daher die Verwendung der INTLAB-Bibliothek empfohlen werden, die (fast) vollständig in der MATLAB<sup>®</sup> M-Language implementiert ist und einen großen Funktionsumfang (u.a. zur Lösung linearer Intervall-Gleichungssysteme und zur Arbeit mit Intervall-Polynomen) besitzt. Anmerkung: Die im folgenden Teil dieser Arbeit eingeführten Intervallvektor-Listen wurden als Arrays implementiert. Für maximale Performance wurden sie über Vektoren reellwertiger Zahlenpaare und nicht über Vektoren von Intervall-Datentypen gespeichert. Die Rundungsumschaltung erfolgte dann stets erst beim Zugriff auf die Listenelemente.



folgende Funktionen verwendet:

$$\inf(\hat{i}) = a, \quad (6.18)$$

$$\sup(\hat{i}) = b, \quad (6.19)$$

$$\text{diam}(\hat{i}) = b - a, \quad (6.20)$$

$$\text{mid}(\hat{i}) = \frac{1}{2}(a + b). \quad (6.21)$$

In den folgenden Abschnitten werden häufig  $n$ -Tupel von Intervallen verwendet. Diese werden in Analogie zu [123] als Intervallvektoren oder Boxen  $\hat{\mathbf{i}}$  bezeichnet. Der Begriff Box leitet sich dabei von dem (Hyper)kubus ab, der von einem Intervallvektor umschrieben wird.

Für jede Operation  $\circ$  auf den reellen Zahlen  $\mathbb{R}$  wird eine entsprechende Operation für Intervalle  $\mathbb{I} = \{[a, b] \mid a, b \in \mathbb{R}, a \leq b\}$  definiert, so daß gilt:

Seien  $\hat{i}_0, \hat{i}_1 \in \mathbb{I}$  zwei Intervalle. Dann gilt

$$\forall u \in \hat{i}_0, \forall v \in \hat{i}_1 \exists z \in \hat{i}_0 \circ \hat{i}_1, \quad (6.22)$$

mit

$$z = u \circ v. \quad (6.23)$$

Dabei gilt stets

$$\max_{u \in \hat{i}_0, v \in \hat{i}_1} u \circ v \leq \sup(\hat{i}_0 \circ \hat{i}_1) \quad (6.24)$$

und

$$\min_{u \in \hat{i}_0, v \in \hat{i}_1} u \circ v \geq \inf(\hat{i}_0 \circ \hat{i}_1), \quad (6.25)$$

wobei  $<$  bzw.  $>$  auftritt, falls eine Variable mehrfach auftritt. Dies wird als Überschätzung bezeichnet und kann die Effizienz von Intervallberechnungen erheblich verschlechtern, da zur Berechnung schärferer Grenzen weiterer numerischer Aufwand vonnöten ist. Die analytische Behandlung der Ausdrücke vor der numerischen Auswertung ist daher sinnvoll [57]. Ein Beispiel dazu ist

$$[1, 3] + [1, 3] \cdot [-2, 1] = [-5, 6], \quad (6.26)$$

während

$$[1, 3] \cdot (1 + [-2, 1]) = [-3, 6]. \quad (6.27)$$

Dabei ist garantiert, daß die Auswertung alle möglichen Lösung enthält. Verwendet man zur Berechnung ein computergestütztes System und wird eine entsprechende

Rundungsumschaltung vorgenommen, so bleibt diese Eigenschaft in der numerischen Auswertung vollständig erhalten und erlaubt garantierte Aussagen. Die konsequente Anwendung von Intervallanalyse auf die Untersuchung von Parallelkinematiken wird seit Mitte der 90er Jahre insbesondere durch die Arbeiten von Merlet [103, 105, 107] gezeigt. Im Rahmen dieser Arbeit wurden daneben insbesondere die Ergebnisse und Implementierungen von Pott [128, 126, 127, 123] genutzt. Die dort beschriebene Methodik beruht darauf, eine Fragestellung als Constraint Satisfaction Problem (CSP) zu beschreiben und mit Hilfe von Intervallanalyse zu lösen. An dieser Stelle werden zunächst das allgemeine CSP und das erweiterte CSP beschrieben. In den nun folgenden Abschnitten wird die Arbeitsraumsanalyse von Seilrobotern als CSP beschrieben und die Lösung mit Hilfe von Intervallanalyse gezeigt [31].

### 6.6.2 Constraint Satisfaction Problems (CSP)

Das Constraint Satisfaction Problem (CSP) ist das Problem, alle Lösungen  $\mathcal{X}_s$  von  $\mathbf{c} \in \mathcal{X}_c$  zu identifizieren, so daß

$$\Phi(\mathbf{c}, \mathbf{v}) > \mathbf{0}, \forall \mathbf{c} \in \mathcal{X}_s \subset \mathcal{X}_c, \forall \mathbf{v} \in \mathcal{X}_v. \quad (6.28)$$

Hierbei ist  $\Phi$  ein System reeller Funktionen, welches Randbedingungen definiert. Diese werden als Ungleichungen formuliert. Weiterhin ist  $\mathcal{X}_c$  der sogenannte Suchbereich, also das Intervall, innerhalb dessen nach Lösungen für  $\mathbf{c}$  gesucht wird. Analog werden Bereiche  $\mathcal{X}_v$  definiert, die den geforderten Gültigkeitsbereich der Variablen  $\mathbf{v}$  beschreiben. Diese allgemeine Form muß für die Berechnung von Arbeitsräumen von Seilrobotern erweitert werden:

$$\Phi(\mathbf{c}, \mathbf{v}, \mathbf{e}, \boldsymbol{\rho}) \geq \mathbf{0}, \forall \mathbf{c} \in \mathcal{X}_s \subset \mathcal{X}_c, \forall \mathbf{v} \in \mathcal{X}_v, \exists \mathbf{e} \in \mathcal{X}_e. \quad (6.29)$$

Hierbei werden folgende Symbole verwendet:

- $\mathbf{c}$  ist der Vektor der Berechnungsvariablen (*Calculation*),
- $\mathbf{v}$  ist der Vektor der Verifikationsvariablen (*Verification*) und
- $\mathbf{e}$  ist der Vektor der Existenzvariablen (*Existence*).

In der erweiterten Form definiert  $\mathcal{X}_e$  die Auswahlbereiche für die Existenzvariablen. Außerdem sei ein Vektor  $\boldsymbol{\rho}$  von Parametern definiert, die fest definiert werden.

Zur Lösung von CSP können mehrere Verfahren eingesetzt werden [86], so z.B. Backtracking-Algorithmen oder Constraint-Propagation-Techniken wie der AC-3-Algorithmus [95]. Diese Verfahren operieren jedoch stets auf diskretisierten Suchbereichen, also diskreten Mengen reeller Zahlen für  $\mathcal{X}_c$  und oftmals werden Probleme mit Suchbereichen von ganzen Zahlen behandelt.

Die Behandlung von CSP mit Intervallanalyse bietet an dieser Stelle den Vorteil, ganze Zahlenintervalle im Suchbereich zu überprüfen. Das Ergebnis ist eine Liste von Intervallvektoren oder Boxen, die mit  $\mathcal{L}_S$  bezeichnet wird.  $\mathcal{L}_S$  stellt - bedingt u.a. durch die numerische Auswertung auf einem Prozessor und der damit verbundenen Rundungsumschaltung sowie das Phänomen der Überschätzung - eine innere Abschätzung von  $\mathcal{X}_s$  dar, so daß die Lösungsboxen in der Liste  $\mathcal{L}_S$  der Gl. 6.29 das CSP für die gesamte Menge  $\mathcal{X}_v$  und eine Untermenge von  $\mathcal{X}_e$  erfüllen.

In [123] werden entsprechende Lösungsverfahren gezeigt, die im Folgenden auf das Problem der Arbeitsraumanalyse für Seilroboter angepaßt werden. Verwandte Arbeiten in diesem Bereich sind [105, 107].

### 6.6.3 Arbeitsraumanalyse als CSP

In diesem Abschnitt wird das Problem der Arbeitsraumanalyse zunächst als CSP formuliert. Im dann folgenden Abschnitt wird ein Verfahren zur Lösung des Problems beschrieben.

An dieser Stelle wird als grundlegendes Kriterium für den Arbeitsraum das Kräftegleichgewicht in Gl. 3.3

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\nu}_1 & \cdots & \boldsymbol{\nu}_m \\ \mathbf{p}_1 \times \boldsymbol{\nu}_1 & \cdots & \mathbf{p}_m \times \boldsymbol{\nu}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_p \\ \boldsymbol{\tau}_p \end{bmatrix} = 0$$

gewählt. Der berechnete Arbeitsraum entspricht also dem WFW gemäß der Systematik in Abschnitt 5.3. Weitere Kriterien können in einfacher Weise damit verknüpft werden, wie später gezeigt wird. Zunächst ist aber die Existenz einer gültigen Seilkraftverteilung grundlegende Voraussetzung, damit eine Plattformpose Teil des Arbeitsraums ist. Trivial wäre zunächst die Umstellung von Gl. 3.3 nach den Seilkräften. Die Strukturmatrix  $\mathbf{A}^T$  hat für ein verspanntes System jedoch keine quadratische Form. Die Verwendung der Moore-Penrose-Pseudoinversen liefert gemäß Gl. 3.7 eine Lösung, die von  $r$  Parametern abhängt, die wiederum mit Gl. 3.5 bzw. Gl. 3.6 verträglich sein müssen. Zusätzlich muß auf diesem Wege stets der Kern  $\mathbf{H}$  der Strukturmatrix bestimmt werden. Die Unterbestimmtheit des Systems kann jedoch über eine Aufteilung der Strukturmatrix und die Einführung von Existenzvariablen behandelt werden. Dazu wird  $\mathbf{A}^T$  in eine  $n \times n$  Matrix  $\mathbf{A}_{\text{pri}}^T$  der primären Seilkräfte und eine  $n \times r$  Matrix  $\mathbf{A}_{\text{sec}}^T$  aufgeteilt. Nun ergibt sich eine Seilkraftverteilung als

$$\mathbf{f}_{\text{pri}} = -\mathbf{A}_{\text{pri}}^{T-1}(\mathbf{w} + \mathbf{A}_{\text{sec}}^T \mathbf{f}_{\text{sec}}). \quad (6.30)$$

Innerhalb dieser Gleichung sind die sekundären Seilkräfte  $\mathbf{f}_{\text{sec}} \in \mathbb{R}^r$  unbekannt. Um das Gleichungssystem nun eindeutig lösen zu können, müssen also  $r$  Seilkräfte vorgegeben werden. Dabei können diese Seilkräfte beliebige Werte aus dem Suchbereich annehmen - im Allgemeinen also jeden Wert innerhalb der Seilkraftgrenzen.

Die sekundären Seilkräfte werden daher als Existenzvariablen eingeführt. Jede Plattformpose  $\boldsymbol{x}$  und externe Last  $\boldsymbol{w}$ , die unter Vorgabe der sekundären Seilkräfte mit

$$\boldsymbol{f}_{\min} \leq \boldsymbol{f}_{\sec} \leq \boldsymbol{f}_{\max} \quad (6.31)$$

zu primären Seilkräften mit

$$\boldsymbol{f}_{\min} \leq \boldsymbol{f}_{\pri} \leq \boldsymbol{f}_{\max} \quad (6.32)$$

führt, ist Teil des Arbeitsraums unter dieser externen Last, also des  $\mathcal{WF}\mathcal{W}$ . Andererseits formulieren die Gleichungen 6.31 und 6.32 ein CSP gemäß Gl. 6.29. Wichtig ist, daß es *a priori* nicht möglich ist, zu entscheiden, welche Seilkräfte als primär, und welche als sekundär gewählt werden müssen, um schnell zu einer Lösung zu kommen. Folglich ist die Auswahl und Zuteilung der Spalten von  $\mathbf{A}^T$  zu den Matrizen  $\mathbf{A}_{\pri}^T$  und  $\mathbf{A}_{\sec}^T$  nicht von vorneherein bekannt. Daher müssen alle  $\binom{m}{n}$  Permutationen darauf getestet werden, ob sie eine Seilkraftverteilung innerhalb der Seilkraftgrenzen liefern. Das CSP ergibt sich also zunächst als

$$\begin{aligned} \Phi_{\mathcal{WF}\mathcal{W}} = & \left[ \begin{array}{l} -\mathbf{A}_{\pri}^{T-1}(\boldsymbol{w} + \mathbf{A}_{\sec}^T \boldsymbol{f}_{\sec}) - \boldsymbol{f}_{\min} \\ \boldsymbol{f}_{\max} - (-\mathbf{A}_{\pri}^{T-1}(\boldsymbol{w} + \mathbf{A}_{\sec}^T \boldsymbol{f}_{\sec})) \end{array} \right] \geq \mathbf{0}, \\ & \forall \boldsymbol{c} \in \mathcal{X}_s \subset \mathcal{X}_c, \\ & \forall \boldsymbol{v} \in \mathcal{X}_v, \\ & \exists \boldsymbol{e} \in \mathcal{X}_e. \end{aligned} \quad (6.33)$$

Dabei werden die Einträge für  $\mathcal{X}_c$ ,  $\mathcal{X}_v$ ,  $\mathcal{X}_e$  und damit die Belegung von  $\boldsymbol{c}$ ,  $\boldsymbol{v}$ ,  $\boldsymbol{e}$  und  $\boldsymbol{g}$  in den folgenden Abschnitten bestimmt: Gemäß der Definitionen in Abschnitt 5.1 sind verschiedene Arbeitsraumdefinitionen möglich. Es hängt dabei von der Fragestellung des Anwenders ab, auf Basis welcher Definition ein Arbeitsraum berechnet wird. An dieser Stelle zeigt die Notation des Arbeitsraumanalyse-Problems als CSP eine ihrer größten Stärken: Es ist lediglich eine einzige Implementierung des Arbeitsraumkriteriums des  $\mathcal{WF}\mathcal{W}$  gemäß Gl. 6.33 notwendig. Durch simples Tauschen der Rollen der Variablen können dann die folgenden Arbeitsräume berechnet werden, sofern die Plattformpunkte  $\boldsymbol{p}_i$  und Basispunkte  $\boldsymbol{b}_i$  mit  $1 \leq i \leq m$  gegeben sind:

- Constant Orientation Workspace (oder Translation Workspace):
  - Die Plattformposition  $\boldsymbol{r}$  definiert die Berechnungsvariablen. Der Suchbereich wird dabei als  $[\boldsymbol{r}_{\min}, \boldsymbol{r}_{\max}]$  definiert.
  - Die sekundären Seilkräfte sind die Existenzvariablen. Nach einer Lösung wird im Berech  $[\boldsymbol{f}_{\min}, \boldsymbol{f}_{\max}]$  gesucht.

- Die Plattformorientierung wird als reeller Wert fest parametriert. Die Plattformlast  $\mathbf{w}$  wird entweder ebenfalls fest reell parametriert oder über Verifikationsvariablen als Lastbereich  $[\mathbf{w}_{\min}, \mathbf{w}_{\max}]$  definiert. Im letzteren Fall ergibt sich ein Arbeitsraum, in dem der gesamte Lastbereich über die Seilkräfte kompensiert werden kann. Es ergibt sich also:

$$\begin{aligned} \mathbf{c} = \mathbf{r} &\in \mathcal{X}_c = [\mathbf{r}_{\min}, \mathbf{r}_{\max}], \\ \mathbf{v} = \mathbf{w} &\in \mathcal{X}_v = [\mathbf{w}_{\min}, \mathbf{w}_{\max}], \\ \mathbf{e} = \mathbf{f}_{\text{sec}} &\in \mathcal{X}_e = [\mathbf{f}_{\min}, \mathbf{f}_{\max}], \end{aligned} \quad (6.34)$$

$$\boldsymbol{\varrho} = [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_m, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_m, \varphi, \vartheta, \psi].$$

- Orientation Workspace:

- Die Plattformorientierungen  $\varphi, \vartheta, \psi$  sind die Berechnungsvariablen.
- Die sekundären Seilkräfte sind die Existenzvariablen.
- Die Plattformposition wird reell fest parametriert. Die Plattformlast  $\mathbf{w}$  wird entweder ebenfalls fest reell parametriert oder über Verifikationsvariablen als Lastbereich definiert. Es ergibt sich also:

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \vartheta \\ \psi \end{bmatrix} \in \mathcal{X}_c = \begin{bmatrix} [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}] \\ [\vartheta_{\min}, \vartheta_{\max}] \\ [\psi_{\min}, \psi_{\max}] \end{bmatrix}, \quad (6.35)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{w} \in \mathcal{X}_v = [\mathbf{w}_{\min}, \mathbf{w}_{\max}],$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{f}_{\text{sec}} \in \mathcal{X}_e = [\mathbf{f}_{\min}, \mathbf{f}_{\max}],$$

$$\boldsymbol{\varrho} = [\mathbf{r}, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_m, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_m].$$

- Maximal Workspace (oder Reachable Workspace):

- Die Plattformposition  $\mathbf{r}$  definiert die Berechnungsvariablen.
- Die sekundären Seilkräfte und die Plattformorientierungen  $\varphi, \vartheta, \psi$  sind die Existenzvariablen, wobei die Winkel gilt:

$$\begin{bmatrix} \varphi \\ \vartheta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0, 2\pi] \\ [0, 2\pi] \\ [0, 2\pi] \end{bmatrix}$$

- Die Plattformlast  $\mathbf{w}$  wird entweder fest reell parametriert oder über Verifikationsvariablen als Lastbereich definiert.

Es gilt:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{c} = \mathbf{r} & \in \mathcal{X}_c = [\mathbf{r}_{\min}, \mathbf{r}_{\max}], \\
 \mathbf{v} = \mathbf{w} & \in \mathcal{X}_v = [\mathbf{w}_{\min}, \mathbf{w}_{\max}], \\
 \mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{\text{sec}} \\ \varphi \\ \vartheta \\ \psi \end{bmatrix} & \in \mathcal{X}_e = \begin{bmatrix} [\mathbf{f}_{\min}, \mathbf{f}_{\max}] \\ [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}] \\ [\vartheta_{\min}, \vartheta_{\max}] \\ [\psi_{\min}, \psi_{\max}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\mathbf{f}_{\min}, \mathbf{f}_{\max}] \\ [0, 2\pi] \\ [0, 2\pi] \\ [0, 2\pi] \end{bmatrix}, \\
 \boldsymbol{\varrho} & = [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_m, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_m].
 \end{aligned} \tag{6.36}$$

- Inclusive Orientation Workspace:

- Die Plattformposition  $\mathbf{r}$  definiert die Berechnungsvariablen in Form vordefinierter Intervalle.
- Die sekundären Seilkräfte und die Plattformorientierungen  $\varphi, \vartheta, \psi$  sind die Existenzvariablen.
- Die Plattformlast  $\mathbf{w}$  wird entweder fest reell parametrisiert oder über Verifikationsvariablen als Lastbereich definiert.

Folglich gilt:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{c} = \mathbf{r} & \in \mathcal{X}_c = [\mathbf{r}_{\min}, \mathbf{r}_{\max}], \\
 \mathbf{v} = \mathbf{w} & \in \mathcal{X}_v = [\mathbf{w}_{\min}, \mathbf{w}_{\max}], \\
 \mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{\text{sec}} \\ \varphi \\ \vartheta \\ \psi \end{bmatrix} & \in \mathcal{X}_e = \begin{bmatrix} [\mathbf{f}_{\min}, \mathbf{f}_{\max}] \\ [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}] \\ [\vartheta_{\min}, \vartheta_{\max}] \\ [\psi_{\min}, \psi_{\max}] \end{bmatrix}, \\
 \boldsymbol{\varrho} & = [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_m, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_m].
 \end{aligned} \tag{6.37}$$

- Total Orientation Workspace:

- Die Plattformposition  $\mathbf{r}$  definiert die Berechnungsvariablen in Form vordefinierter Intervalle.
- Die sekundären Seilkräfte sind die Existenzvariablen.
- Die geforderten Plattformorientierungen  $\varphi, \vartheta, \psi$  werden als vordefinierte Intervalle für die Verifikationsvariablen angegeben. Die Plattformlast  $\mathbf{w}$  wird entweder ebenfalls fest reell parametrisiert oder über Verifikationsvariablen als Lastbereich definiert.

Folglich gilt:

$$\begin{aligned}
\mathbf{c} = \mathbf{r} &\in \mathcal{X}_c = [\mathbf{r}_{\min}, \mathbf{r}_{\max}], \\
\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \varphi \\ \vartheta \\ \psi \end{bmatrix} &\in \mathcal{X}_v = \begin{bmatrix} [\mathbf{w}_{\min}, \mathbf{w}_{\max}] \\ [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}] \\ [\vartheta_{\min}, \vartheta_{\max}] \\ [\psi_{\min}, \psi_{\max}] \end{bmatrix}, \\
\mathbf{e} = \mathbf{f}_{\text{sec}} &\in \mathcal{X}_e = [\mathbf{f}_{\min}, \mathbf{f}_{\max}], \\
\boldsymbol{\varrho} &= [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_m, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_m].
\end{aligned} \tag{6.38}$$

- Dextrous Workspace:

- Die Plattformposition  $\mathbf{r}$  definiert die Berechnungsvariablen in Form vordefinierter Intervalle.
- Die sekundären Seilkräfte sind die Existenzvariablen.
- Die geforderten Plattformorientierungen  $\varphi, \vartheta, \psi$  werden als vordefinierte Intervalle

$$\begin{bmatrix} \varphi \\ \vartheta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0, 2\pi] \\ [0, 2\pi] \\ [0, 2\pi] \end{bmatrix} \tag{6.39}$$

für die Verifikationsvariablen angegeben. Die Plattformlast  $\mathbf{w}$  wird entweder ebenfalls fest reell parametrisiert oder über Verifikationsvariablen als Lastbereich definiert.

Also:

$$\begin{aligned}
\mathbf{c} = \mathbf{r} &\in \mathcal{X}_c = [\mathbf{r}_{\min}, \mathbf{r}_{\max}], \\
\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \varphi \\ \vartheta \\ \psi \end{bmatrix} &\in \mathcal{X}_v = \begin{bmatrix} [\mathbf{w}_{\min}, \mathbf{w}_{\max}] \\ [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}] \\ [\vartheta_{\min}, \vartheta_{\max}] \\ [\psi_{\min}, \psi_{\max}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\mathbf{w}_{\min}, \mathbf{w}_{\max}] \\ [0, 2\pi] \\ [0, 2\pi] \\ [0, 2\pi] \end{bmatrix}, \\
\mathbf{e} = \mathbf{f}_{\text{sec}} &\in \mathcal{X}_e = [\mathbf{f}_{\min}, \mathbf{f}_{\max}], \\
\boldsymbol{\varrho} &= [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_m, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_m].
\end{aligned} \tag{6.40}$$

Die Konstruktion eines Seilroboters, dessen Dextrous Workspace existiert, ist nach Wissen des Autors nicht trivial und erfordert ein Seilkraftregelungskonzept, das die Verwendung ungespannter Seile einbezieht.

Wird zum Lösen des CSP ein intervallbasierter Solver verwendet, so ist die Vorgabe von Wertebereichen dem Verfahren inhärent, was in der praktischen Anwendung sehr

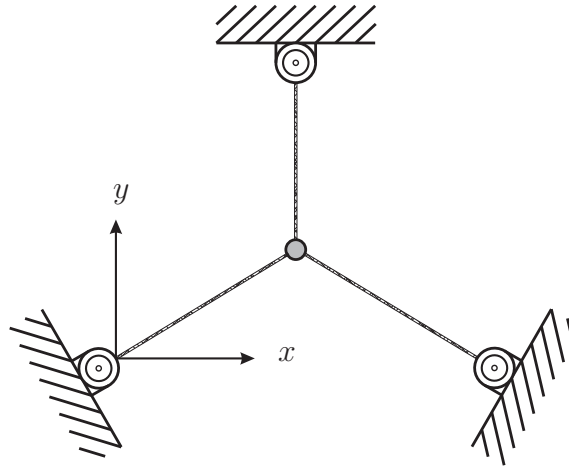


Abbildung 6.2: Ebener paralleler Seilroboter mit 2 translatorischen Freiheitsgraden. Quelle: [29]. Copyright © by ASME International.

nützlich ist. Es sei an dieser Stelle angemerkt, daß diese Arbeitsräume unter Parametrierung der Plattformmasse trivial als Static Equilibrium Workspace nach Abschnitt 5.3 berechnet werden können. Ebenfalls ist eine Berechnung des Arbeitsraums gemäß Abschnitt 5.3 als Dynamic Equilibrium Workspace möglich. Hierzu ist eine Vorgabe der wirkenden Plattformbeschleunigungen  $\ddot{\mathbf{r}}$  notwendig. Im allgemeinen wird hier jedoch im Anwendungsfall die Vorgabe einer reellwertigen Beschleunigung im gesamten Arbeitsraum nicht möglich sein. Wird dagegen die Plattformbeschleunigung als Verifikationsvariable definiert, so läßt sich ein Beschleunigungsbereich angeben (z.B.  $[-2g, 1g]$  für die vertikale Achse), der im resultierenden Arbeitsraum an jeder Position garantiert erreicht werden kann. Auch an dieser Stelle erweist sich ein intervallbasiertes Verfahren als sehr vorteilhaft.

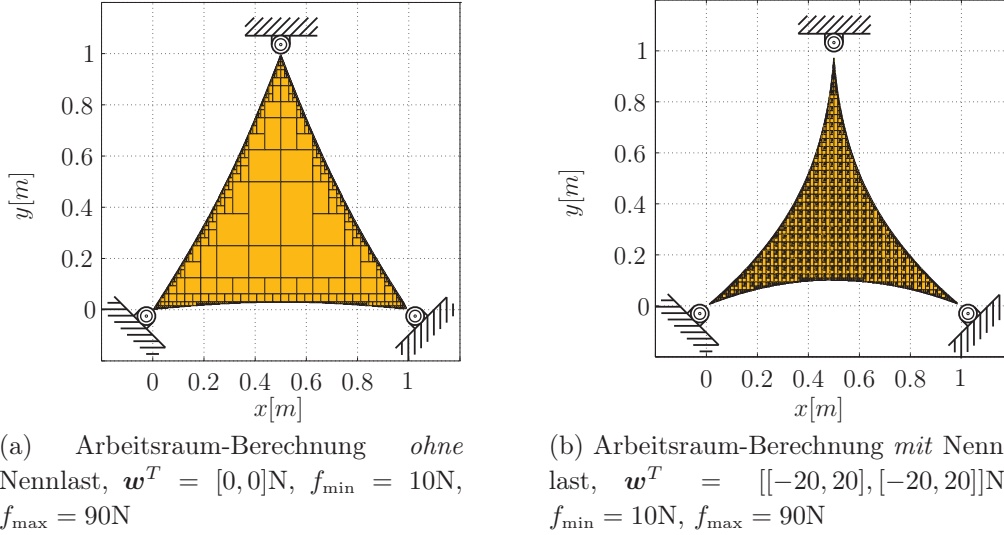
Abb. 6.3(a) zeigt den  $\mathcal{WF}\mathcal{W}$  eines einfachen ebenen Manipulators mit 2 translatorischen Freiheitsgraden aus Abb. 6.2 ohne externe Lasten. In Abb. 6.3(b) wurde der  $\mathcal{WF}\mathcal{W}$  unter Berücksichtigung externer Lasten berechnet.

Abb. 6.5(b) zeigt den  $\mathcal{WF}\mathcal{W}$  eines CRPM im Design von SEGESTA als Constant Orientation Workspace. Abb. 6.6(b) zeigt den  $\mathcal{WF}\mathcal{W}$  des Seilroboters in einer RRPM-Konfiguration mit 8 Seilen. Dabei wurde der Total Orientation Workspace mit einer freien Orientierbarkeit der Plattform im Winkelbereich  $\pm 3^\circ$  für  $\varphi$  und  $\theta$ , also  $\varphi = \theta = [-3, 3]^\circ$  berechnet.

#### 6.6.4 Verwendung eines *CSP*-Solvers

Im letzten Abschnitt wurde die Formulierung des Problems der Arbeitsraumanalyse in Form eines CSP vorgestellt. Im nun folgenden Abschnitt werden Algorithmen vorgestellt, die zur Lösung des Problems genutzt werden können. Diese Algorithmen basieren auf dem Konzept der Intervallanalyse, wie sie in Abschnitt 6.6.1 kurz ein-





Abbildungung 6.4:  $\mathcal{WF}\mathcal{W}$  eines ebenen Manipulators mit 2 translatorischen Freiheitsgraden. Quelle: [29]. Copyright © by ASME International.

geführt wurde. Die Algorithmen wurden zunächst in [123] präsentiert und in [28, 31] für die Arbeitsraumanalyse von Seilrobotern modifiziert. Zunächst werden hier die einzelnen Algorithmen vorgestellt. Die Synthese der einzelnen Algorithmen zu einem CSP-Solver wird über die Aufrufreihenfolge hergestellt. Das Funktionsprinzip des Solvers folgt einem Branch-and-Bound-Schema [123]. Es werden nun zunächst die einzelnen Algorithmen erläutert. Danach wird das Aufrufschema eingeführt.

### Der Algorithmus Verifikation

Der Algorithmus `Verifikation` wird mit einer Box  $\hat{\mathbf{c}}$  gerufen. Er überprüft, ob die Bedingung

$$\begin{aligned} \Phi(\hat{\mathbf{c}}, \hat{\mathbf{v}}, \hat{\mathbf{e}}) &> 0, \\ \forall \hat{\mathbf{v}} &\in \mathcal{X}_v, \\ \exists \hat{\mathbf{e}} &\in \mathcal{X}_e \end{aligned} \quad (6.41)$$

für die gegebene Box  $\hat{\mathbf{c}}$  gültig, ungültig oder nur für Teilbereiche von  $\hat{\mathbf{c}}$  gültig ist. Der Verifikationsbereich  $\mathcal{X}_v$  wird dabei über eine Liste von Boxen  $\mathcal{L}_T^v$  definiert. Der Algorithmus kennt vier Rückgabewerte:

- Eine Box  $\hat{\mathbf{c}}$  ist *gültig*, sofern alle Elemente aus der Box die Gl. 6.41 erfüllen.
- Eine Box  $\hat{\mathbf{c}}$  ist *ungültig*, sofern mindestens ein Element aus der Box die Gl. 6.41 nicht erfüllt.
- In allen übrigen Fällen ist die Box  $\hat{\mathbf{c}}$  *unsicher*.

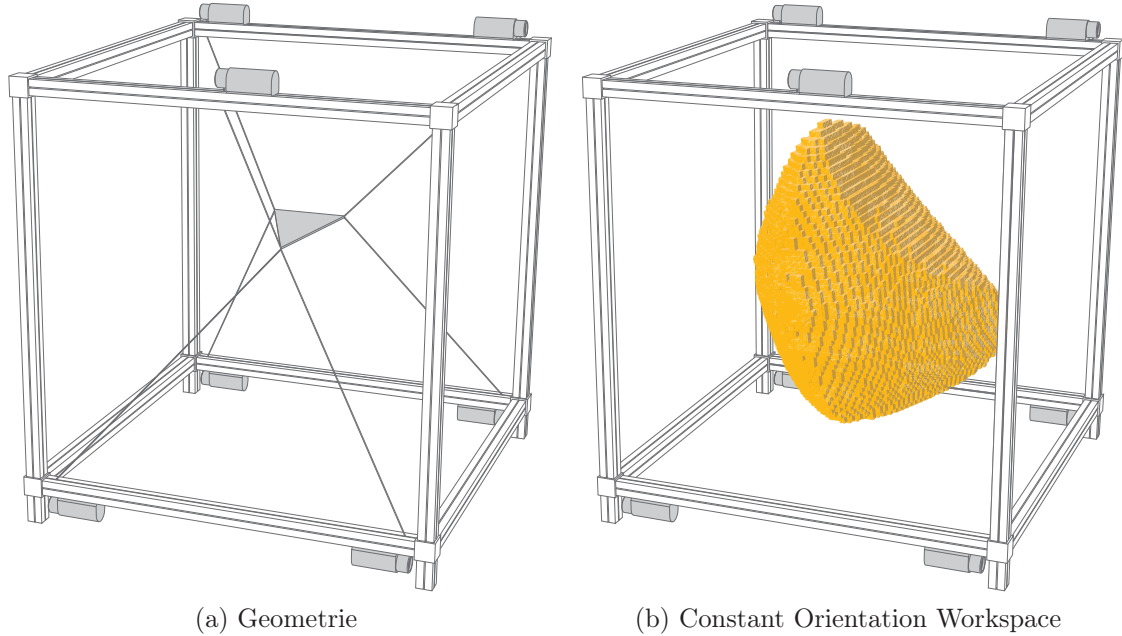


Abbildung 6.5: SEGESTA-Prüfstand mit sieben Seilen. Quelle: [26]. Copyright © by ASME International.

- Das Verfahren basiert - wie im Weiteren gezeigt - auf der Teilung von Boxen. Unterschreitet die untersuchte Box einen bestimmten Mindestdurchmesser, so wird sie daher als *finit* bezeichnet.

Der Pseudocode für die Verifikation ist im Folgenden gelistet:

---

**Algorithmus 6.1** Verifikation

---

1. Definiere den Suchbereich über Boxen, die der Liste  $\mathcal{L}_T^v$  hinzugefügt werden. Im einfachsten (und für die Berechnung des Arbeitsraums typischen) Fall enthält  $\mathcal{L}_T^v$  nur eine Box.
2. Wenn die Liste  $\mathcal{L}_T^v$  keine Einträge enthält, beende den Algorithmus mit *gültig*.
3. Entnehme der Liste  $\mathcal{L}_T^v$  die nächste Box  $\hat{v}$ .
4. Wenn der Durchmesser der Box  $\hat{v}$  kleiner als ein vordefinierter Wert  $\epsilon_v$  ist, beende den Algorithmus mit *finit*.
5. Sind Existenzvariablen definiert, rufe den Algorithmus *Existenz* mit den Boxen  $\hat{c}$  und  $\hat{v}$ . Ist der Rückgabewert *gültig*, gehe zu(2). Ist der Rückgabewert *ungültig*, beende den Algorithmus mit dem Rückgabewert *ungültig*. Ist die Box  $\hat{c}$  *finit*, gehe zu (10).
6. Berechne  $\hat{h} = \Phi(\hat{c}, \hat{v})$ .

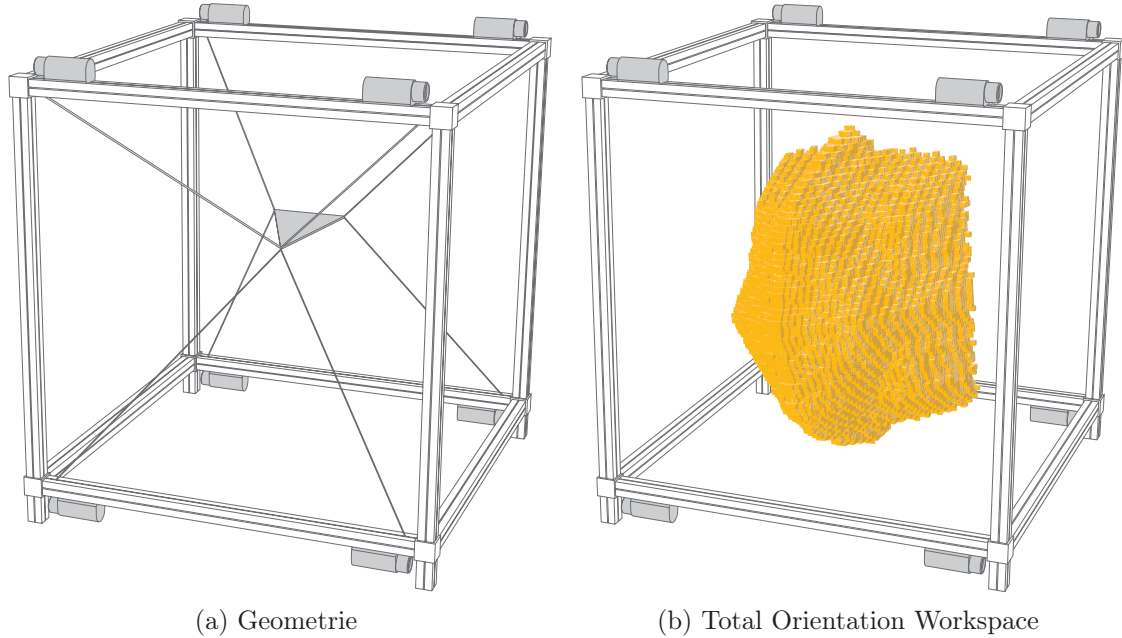


Abbildung 6.6: SEGESTA-Prüfstand mit acht Seilen. Quelle: [24, 26]. Copyright © by ASME International.

7. Ist  $\inf \hat{\mathbf{h}} > \mathbf{0}$ , so ist das Infimum von  $\hat{\mathbf{h}}$  größer als Null für alle Komponenten. Die Box  $\hat{\mathbf{c}}$  ist also *gültig*. Gehe zu (2).
8. Gilt für ein  $j$  aus  $1 \leq j \leq \dim(\Phi)$ , daß  $\sup \hat{h}_j < 0$ , so ist mindestens eine der Komponenten von  $\hat{\mathbf{h}}$  kleiner als Null<sup>4</sup>. Die Box  $\hat{\mathbf{c}}$  ist also *ungültig*. Beende den Algorithmus mit dem Rückgabewert *ungültig*.
9. Gilt für ein  $j$  aus  $1 \leq j \leq \dim(\Phi)$ , daß  $\inf \hat{h}_j < 0 < \sup \hat{h}_j$ , so ist die Bewertung von  $\hat{\mathbf{h}}$  bezüglich Gl. 6.41 *unsicher*.
10. Teile die Box auf einer Verifikationsvariable und füge die Teile zur Liste  $\mathcal{L}_T^v$  hinzu. Gehe zu (2).

---

Erfüllt also nur eine Box aus der Liste  $\mathcal{L}_T^v$  die Gl. 6.41 nicht, so ist die Box  $\hat{\mathbf{c}}$  ungültig und damit auch nicht Teil des Arbeitsraums.

### Der Algorithmus Existenz

Der Algorithmus **Existenz** ist eine Modifikation des Algorithmus *Verifikation* mit wenigen Änderungen, aber gänzlich anderem Verhalten. In gewisser Weise arbeitet

---

<sup>4</sup>Die Funktion  $\dim()$  liefert in dieser Arbeit die Dimension (Länge) eines Vektors, die Zahl der Gleichungen eines Gleichungssystems bzw. die Länge einer Liste.

er komplementär zu **Verifikation**. Er wird mit den Boxen  $\hat{\mathbf{c}}$  und  $\hat{\mathbf{v}}$  aufgerufen und überprüft, ob

$$\begin{aligned} \Phi(\hat{\mathbf{c}}, \hat{\mathbf{v}}, \hat{\mathbf{e}}) &> 0, \\ \exists \hat{\mathbf{e}} \in \mathcal{X}_e \end{aligned} \tag{6.42}$$

für die gegebene Box  $\hat{\mathbf{c}}$  *gültig*, *ungültig* oder *finit*. Der Suchbereich für die Existenzvariablen  $\mathcal{X}_e$  wird durch eine Liste  $\mathcal{L}_T^e$  von Boxen definiert. Wird eine einzige gültige Box gefunden, so erfüllt der in  $\hat{\mathbf{c}}$  bzw.  $\hat{\mathbf{v}}$  definierte Bereich die gewünschten Eigenschaften.

Es folgt der Pseudocode für den Algorithmus **Existenz**:

---

**Algorithmus 6.2 Existenz**


---

1. Definiere einen Suchbereich in der Liste  $\mathcal{L}_T^e$ . Im einfachsten Falle enthält  $\mathcal{L}_T^e$  lediglich eine Box.
  2. Wenn die Liste  $\mathcal{L}_T^e$  keine Elemente enthält, beende den Algorithmus mit dem Rückgabewert *ungültig*.
  3. Entnehme der Liste  $\mathcal{L}_T^e$  die nächste Box  $\hat{\mathbf{e}}$ .
  4. Ist der Durchmesser der Box  $\hat{\mathbf{e}}$  kleiner als ein vordefinierter Durchmesser  $\epsilon_e$ , beende den Algorithmus mit *finit*.
  5. Berechne  $\hat{\mathbf{h}} = \Phi(\hat{\mathbf{c}}, \hat{\mathbf{v}}, \hat{\mathbf{e}})$ .
  6. Ist  $\inf \hat{\mathbf{h}} > \mathbf{0}$ , ist das Infimum von  $\hat{\mathbf{h}}$  größer als Null in allen Komponenten. Die Box ist also *gültig*. Beende den Algorithmus mit *gültig*.
  7. Gilt für ein  $j$  aus  $1 \leq j \leq \dim(\Phi)$ , daß  $\hat{h}_j < 0$ , so ist das Supremum von  $\hat{\mathbf{h}}$  kleiner als 0 in wenigstens einer Komponente. Gehe zu (2).
  8. Gilt für ein  $j$  aus  $1 \leq j \leq \dim(\Phi)$ , daß  $\inf \hat{h}_j < 0 < \sup \hat{h}_j$ , so ist die Bewertung von  $\hat{\mathbf{h}}$  bezüglich Gl. 6.41 *unsicher*. Teile die Box auf einer Existenzvariable und füge die neuen Boxen zur Liste  $\mathcal{L}_T^e$  hinzu. Gehe zu (2).
- 

Eine alternative Implementierung des Algorithmus **Existenz** testet analog zum hier gezeigten Verfahren eine Diskretisierung des Suchbereichs für die Existenzvariablen. Vorteilhaft ist, daß die Variablen in diesem Falle als reelle Werte keine Intervallbreite besitzen und daher ein schärferes Ergebnis berechnet wird. Dies entspricht auch dem Konzept der Existenzvariablen eher, als dies mit einer intervallwertigen Implementierung der Existenzvariablen der Fall ist. Nachteilig ist, daß auf diese Weise keine echte Existenz überprüft werden kann, da nur auf einer Diskretisierung des Suchbereichs gesucht wird. Andererseits verlangt die hier gezeigte Implementierung, daß

in Gl. 6.41 bzw. 6.42  $\text{diam}(\mathbf{e}) > \mathbf{0}$ . Denkbar sind an dieser Stelle Implementierungen, die zunächst eine intervallwertige Einschachtelung des Suchbereichs vornehmen, und auf dem dann stark verkleinerten Suchbereich eine diskrete Suche nachschalten. Ansätze zur Bestimmung eines echten Existenzbereiches auf Basis von Intervallen finden sich auch in [48, 49], wurden jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht näher untersucht.

### Der Algorithmus Berechnen

Der Algorithmus **Berechnen** wird mit dem Suchbereich für  $\hat{\mathbf{c}}$  aufgerufen. Dieser Suchbereich wird über eine Liste  $\mathcal{L}_T^c$  von Boxen definiert. Der Algorithmus **Berechnen** ruft **Existenz** oder **Verifikation** auf, um gültige Boxen innerhalb des Suchbereiches zu identifizieren. Das Ergebnis ist eine Liste  $\mathcal{L}_S$  gültiger Boxen (und optional, die Liste  $\mathcal{L}_I$  aller ungültigen Boxen und die Liste  $\mathcal{L}_F$  aller finiten Boxen).

---

#### Algorithmus 6.3 Berechnen

---

1. Definiere mit Hilfe der Liste  $\mathcal{L}_T^c$  einen Suchbereich für die Berechnungsvariablen. Im einfachsten Fall enthält  $\mathcal{L}_T^c$  nur eine Box.
  2. Generiere die leeren Listen
    - (a)  $\mathcal{L}_S$  für gültige Boxen,
    - (b)  $\mathcal{L}_I$  für ungültige Boxen,
    - (c)  $\mathcal{L}_F$  für finite Boxen.
  3. Falls  $\mathcal{L}_T^c$  leer ist, ended der Algorithmus und liefert als Ergebnis die Listen  $\mathcal{L}_S, \mathcal{L}_I$  und  $\mathcal{L}_F$ .
  4. Entnehme der Liste  $\mathcal{L}_T^c$  die nächste Box  $\hat{\mathbf{c}}$ .
  5. Falls der Durchmesser der Box  $\hat{\mathbf{c}}$  kleiner als ein vordefinierter Wert ist  $\epsilon_c$ , betrachte die Box als *finite* und füge sie der Liste  $\mathcal{L}_F$  hinzu. Gehe zu (3).
  6. Falls Verifikationsvariablen definiert sind, rufe **Verifikation** mit  $\hat{\mathbf{c}}$ . Sonst rufe **Existenz** mit  $\hat{\mathbf{c}}$  und einer leeren Box für  $\hat{\mathbf{v}}$ .
  7. Falls das Ergebnis des Aufrufs *gültig* ist, füge  $\hat{\mathbf{c}}$  der Lösungsliste  $\mathcal{L}_S$  hinzu. Gehe zu (3).
  8. Falls das Ergebnis des Aufrufs *ungültig* ist, füge  $\hat{\mathbf{c}}$  der Liste der ungültigen Boxen  $\mathcal{L}_I$  hinzu. Gehe zu (3).
  9. Falls das Ergebnis von **Verifikation** *finit* ist, füge  $\hat{\mathbf{c}}$  der Liste der finiten Boxen  $\mathcal{L}_F$  hinzu. Gehe zu (3).
-

### Aufrufreihenfolge des CSP-Solvers zur Arbeitsraumanalyse

In diesem Abschnitt wird die Reihenfolge beschrieben, in der die im letzten Abschnitt eingeführten Funktionen aufgerufen werden, um das für die Arbeitsraumanalyse definierte CSP in Gl. 6.33 zu lösen. Diese Reihenfolge hängt maßgeblich von der Problemstellung und der daraus resultierenden Variablenbelegung ab. Insbesondere ist die Frage, ob Existenz- und Verifikationsvariablen vorhanden sind, hierbei von entscheidender Bedeutung.

Gegeben seien die Suchbereiche  $\mathcal{X}_c \neq \emptyset$  und  $\mathcal{X}_v, \mathcal{X}_e$ , wobei  $\mathcal{X}_v \neq \emptyset \vee \mathcal{X}_e \neq \emptyset$ . Implementiert werden diese Suchbereiche als Listen  $\mathcal{L}_T^c, \mathcal{L}_T^v, \mathcal{L}_T^e$  von Boxen. Um eine Liste von Lösungsboxen  $\mathcal{L}_S$  zu berechnen, wird **Berechnen** (wie in Abschnitt 6.6.4 beschrieben) mit dem Suchbereich für die Berechnungsvariablen  $\mathcal{L}_T^c$  aufgerufen. Innerhalb von **Berechnen** wird nun unterschieden, ob nur Verifikationsvariablen, nur Existenzvariablen oder Verifikationsvariablen und Existenzvariablen definiert sind. Für die Arbeitsraumanalyse sind dabei gemäß den Definitionen in 6.6.3 stets mindestens  $r$  Existenzvariablen definiert. Sind Verifikationsvariablen vorhanden, wird zunächst **Verifikation** aufgerufen. Da stets Existenzvariablen definiert sind, folgt in **Verifikation** der Aufruf von **Existenz**. Sind keine Verifikationsvariablen vorhanden, ruft **Berechnen** den Algorithmus **Existenz** direkt auf. In **Existenz** wird dann das CSP ausgewertet und das Ergebnis bewertet. Ist das Ergebnis *unsicher*, so wird auf einer Existenzvariablen geteilt und der Algorithmus verbleibt in seiner Auswertungs-Schleife. Sollte das Ergebnis schließlich *finit* sein, so kehrt **Existenz** zu seinem Aufrufer zurück. Der aufrufende Algorithmus teilt auf einer seiner eigenen Variablen und ruft erneut **Existenz** auf. Ist das Ergebnis *gültig* oder *ungültig*, so kehrt **Existenz** mit dem Ergebnis direkt zum Aufrufer zurück.

Dieses Schema vermittelt das Grundprinzip der im dieser Arbeit verwendeten Implementierungen. Für eine effiziente Umsetzung sollten jedoch fortgeschrittenere Schemata verwendet werden, z.B. ist es im Allgemeinen effektiver, eine Variable nicht zu teilen, bis die Box *finit* ist, sondern zunächst auch Teilungen auf anderen Variablentypen zu versuchen, um zu einem schnellen Ergebnis zu kommen. Es ist klar, daß das Teilungsschema umso mehr Rechenzeit benötigt, je höher die verlangte Auflösung der Suchbereiche ist. Die Rechenzeit steigt folglich mit kleineren Werten für  $\epsilon_i, i \in \{c, v, e\}$ . Außerdem steigt die Rechenzeit mit der Zahl der Variablen.

### Vorab-Tests zur Performance-Steigerung

Die Berechnung des Arbeitsraums auf Basis des in Gl. 6.30 bis Gl. 6.32 definierten CSP ist sehr rechenzeitaufwendig. Es ist daher wünschenswert, Kriterien zu finden, die mit weniger Aufwand den Ein- oder Ausschluß von Arbeitsraumbereichen erlauben. Eine Möglichkeit zum Ausschluß von Arbeitsraum ist die Intervall-Auswertung

von

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{check}} := \mathbf{A}^T \mathbf{f}_{\text{check}} + \mathbf{w}, \quad (6.43)$$

wobei für  $\mathbf{f}_{\text{check}}$  gilt, daß  $\inf(\mathbf{f}_{\text{check}}) = \mathbf{f}_{\min}$  und  $\sup(\mathbf{f}_{\text{check}}) = \mathbf{f}_{\max}$ . Falls

$$\exists i \in 1, \dots, n : 0 \notin \boldsymbol{\tau}_{\text{check}_i}, \quad (6.44)$$

so ist sicher, daß die betrachteten Bereiche für die Plattformposition bei den gegebenen Lastintervallen  $\mathbf{w}$  nicht durch einen Spannungszustand innerhalb der Seilkraftgrenzen  $\mathbf{f}_{\min}$  und  $\mathbf{f}_{\max}$  erreicht werden können und damit nicht Teil des  $\mathcal{WF}\mathcal{W}$  sind. Unter Vorgabe eines Suchbereichs  $\mathcal{L}_{T_{\text{check}}}^c$  resultiert eine äußere Abschätzung des Arbeitsraums  $\mathcal{L}_{S_{\text{check}}} \subset \mathcal{WF}\mathcal{W}$ . Diese Liste dient dann als Suchbereich für die folgenden Berechnungsschritte. Weiterhin ist es möglich, über die in Abschnitt 3.2.5 gezeigte geschlossene Form der Seilkraftberechnung eine innere Abschätzung des  $\mathcal{WF}\mathcal{W}$  zu bekommen. Dabei wird eine erste Lösungsliste  $\mathcal{L}_{S_{\text{CF}}}$  generiert. Damit wird der Suchraum für die numerisch aufwendige Berechnung des Arbeitsraums über das in Abschnitt 6.6.3 gezeigte Verfahren auf

$$\mathcal{L}_T^c = \mathcal{L}_{S_{\text{check}}} \setminus \mathcal{L}_{S_{\text{CF}}} \quad (6.45)$$

reduziert. Die hier vorgeschlagene Berechnungsreihenfolge basiert auf der Idee, daß  $\mathcal{L}_{S_{\text{check}}}$  numerisch sehr günstig zu bestimmen ist, während  $\mathcal{L}_{S_{\text{CF}}}$  die Invertierung einer intervallwertigen Matrix verlangt.

Daneben ist es denkbar, Symmetrieeigenschaften des Arbeitsraums auszunutzen, sofern vorhanden. Existieren geometrische Symmetrieachsen für die Parameterwerte in  $\mathbf{p}_i$  bzw.  $\mathbf{b}_i$  mit  $1 \leq i \leq m$ , und genügen die Lasten  $\mathbf{w}$  ebenfalls den Symmetrieanforderungen, so ist es ausreichend, nur Teile des Arbeitsraums zu berechnen und die übrigen symmetrischen Bereiche durch Spiegelung der Lösungsboxen an den Symmetrieachsen zu bestimmen.

### Alternative Formulierungen des CSP

Parallel zu den hier gezeigten Verfahren wurden ebenfalls kontinuierliche Methoden zur Arbeitsraumberechnung mit Intervallanalyse in [54] vorgestellt. Das Verfahren basiert darauf, die Lösbarkeit der Ungleichung 3.11 zu analysieren. Dabei werden  $2^n$  reelle Systeme  $n \times m$  linearer Ungleichungen nach Gl. 3.11 auf Ihre Lösbarkeit überprüft. Der Ansatz beruht ebenfalls auf einem Bisektionsverfahren. Nachteilig ist die Notwendigkeit der Überprüfung von  $2^n$  Systemen, vorteilhaft ist jedoch die Unabhängigkeit von der Zahl der Seile  $m$  sowie die Berechnung und Auswertung reeller anstatt intervallwertiger Systeme.



### 6.6.5 Weitere Arbeitsraumkriterien

Neben dem Kräftegleichgewicht in Gl. 3.3 und der damit möglichen Berechnung des  $\mathcal{WF}\mathcal{W}$  können weitere Arbeitsraumkriterien verwendet werden. Die Einbindung in den CSP-Solver erfolgt über eine logische UND Verknüpfung der Kriterien. Eine Box wird also zunächst mit dem ersten Kriterium, dann mit dem zweiten Kriterium usw. überprüft. Sie ist nur gültig, sofern sie allen Kriterien genügt und stets mit *gültig* bewertet wird. Damit entspricht die Lösungsmenge eines vorangegangenen Kriteriums  $j - 1$  dem Suchbereich des folgenden Kriteriums  $j$ :

$$\mathcal{L}_{T_j}^c = \mathcal{L}_{S_{j-1}}. \quad (6.46)$$

#### Steifigkeit der Seile

Für viele Applikationen ist die Steifigkeit des Manipulators von großer Bedeutung [34]. Da die Seile meist geringe Querschnitte aufweisen, können speziell unter Verwendung von Kunststoffseilen hohe Elastizitäten auftreten. Somit kann die Steifigkeit in bestimmten Regionen des Arbeitsraums gering sein. Die Analyse der Steifigkeit eines Seilroboters ist kein triviales Problem und für den Endeffektor einer Seilkinematik können - bedingt durch die einseitigen Bindungen durch die Seile - höchst unterschiedliche Steifigkeiten in den verschiedenen Raumrichtungen auftreten. Mit Hinblick auf eine Anwendung ist es daher in der Arbeitsraumanalyse von großer Bedeutung, Bereiche identifizieren zu können, innerhalb derer eine vordefinierte Steifigkeit garantiert ist. Nach [159] wird die sogenannte passive Steifigkeit definiert als die Auslenkung  $\delta\mathbf{x}$  des Endeffektors unter einer vordefinierten Last  $\delta\mathbf{w}$ . Legt man ein einfaches lineares Seilmodell zugrunde, so ergibt sich folgender Zusammenhang

$$\delta\mathbf{w} = \mathbf{K}(\mathbf{x})\delta\mathbf{x} \quad (6.47)$$

mit

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}) = k' \mathbf{A}^T(\mathbf{x}) \mathbf{L}^{-1}(\mathbf{x}) \mathbf{A}(\mathbf{x}). \quad (6.48)$$

Dabei ist  $\mathbf{L}$  die Diagonalmatrix der Seillängen  $l_i$  mit  $1 \leq i \leq m$  und  $k'$  der Proportionalitätsfaktor, definiert als Kraft pro relative Dehnung des Seils. Das Seilmodell entspricht damit einer linearen Feder. Für die Berechnung der Steifigkeit wird das inverse Problem

$$\delta\mathbf{x} = \mathbf{K}(\mathbf{x})^{-1} \delta\mathbf{w} \quad (6.49)$$

gelöst. Legt man die gewünschte passive Steifigkeit über Intervalle, also die maximal zulässige Auslenkung  $\delta\mathbf{x} = [\delta\mathbf{x}_{\min}, \delta\mathbf{x}_{\max}]$  bei vorgegebenen Lasten  $\delta\mathbf{w} = [\delta\mathbf{w}_{\min}, \delta\mathbf{w}_{\max}]$  fest, so ist die Auswertung innerhalb des CSP-Solvers sehr einfach. Mit *gültig* werden nur diejenigen Boxen bewertet, deren Auswertung des gegebenen Lastintervall

$$\delta\mathbf{w} = [\delta\mathbf{w}_{\min}, \delta\mathbf{w}_{\max}] \quad (6.50)$$



zu einer Auslenkung

$$\delta \mathbf{x} \in [\delta \mathbf{x}_{\min}, \delta \mathbf{x}_{\max}] \quad (6.51)$$

führen. Dieses Kriterium kann im folgenden Kapitel natürlich auch als weiteres Kriterium zur Synthese herangezogen werden. Zwar ist die Kompensation elastischer Effekte auch über eine entsprechende Regelung möglich. Dies ist jedoch aufwendig und sollte durch ein optimiertes Design des Seilroboters für die jeweilige Anwendung vermieden werden. Ergebnisse wurden in [29] veröffentlicht.

Der ausreichend steife Arbeitsbereich des einfachen ebenen Manipulators aus Abb. 6.2 mit 2 translatorischen Freiheitsgraden ist in Abb. 6.7(a) zu sehen. Die Parameter wurden zu  $k' = 1000\text{N}$ ,  $f_{\min} = 10\text{N}$  und  $f_{\max} = 90\text{N}$  gesetzt. Bei einem geforderten Lastspektrum von

$$\delta \mathbf{w} = \begin{bmatrix} [-20, 20] \\ [-20, 20] \end{bmatrix} \text{N}$$

wurde eine elastische Nachgiebigkeit der Plattform im Bereich von

$$\delta \mathbf{x} = \begin{bmatrix} [-0.015, 0.015] \\ [-0.015, 0.015] \end{bmatrix} \text{m}$$

zugelassen. Abb. 6.7(b) zeigt darauf basierend das Ergebnis der logischen UND-Verknüpfung des Steifigkeits-Kriteriums mit dem Kriterium des WFW.

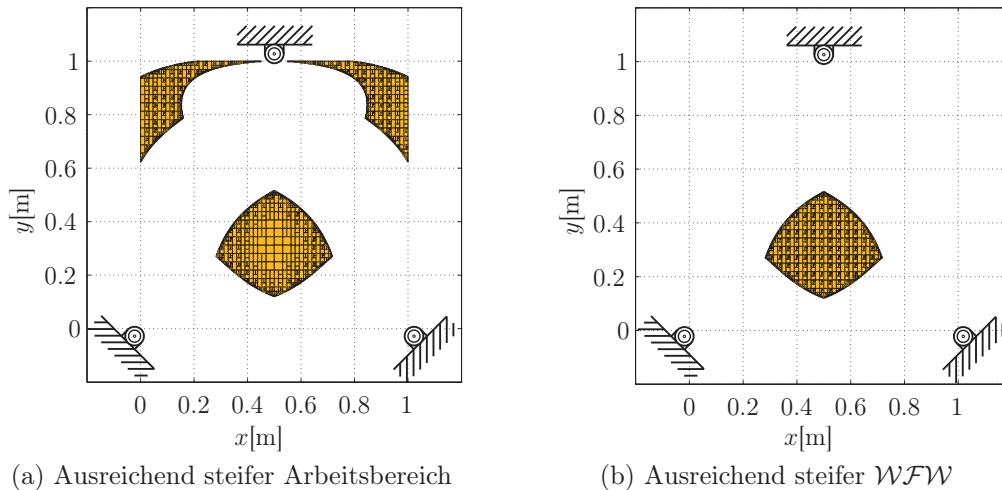


Abbildung 6.7: Steifigkeitsberechnungen eines ebenen Manipulators mit zwei translatorischen Freiheitsgraden im Bereich  $x = [0, 1]\text{m}$  und  $y = [0, 1]\text{m}$ . Quelle: [29]. Copyright © by ASME International.

## Singularitäten

Nach EN ISO 10218-1:2006 „Industrieroboter: Sicherheitsanforderungen - Teil 1: Roboter“ in Abschnitt „5.11 Schutz vor Singularität“ [7] müssen Singularitäten von

Robotern erkannt und von der Steuerung definiert behandelt werden. Dazu muß die Analysemethode Singularitäten zuverlässig aufspüren können.

Gemäß 5.1.1 können für Seilroboter nur Singularitäten 2. Art auftreten. Nach Gl. 5.10 ist eine Plattformpose dann und nur dann singulär 2. Art, wenn

$$\text{rank } \mathbf{A}^T < n.$$

Da die hier gezeigten Verfahren in Abschnitt 6.6.3 stets die Lösung linearer Gleichungssysteme auf Basis der Strukturmatrix  $\mathbf{A}^T$  gemäß Gl. (6.30) verlangen, wird das Kriterium aus Gl. 5.10 implizit stets mitgeprüft: Alle  $\binom{m}{n}$  möglichen Gleichungssysteme der Dimension  $n$  werden getestet. In einer Singularität gilt  $\text{rank } \mathbf{A}^T < n$ , folglich können keine  $n$  linear unabhängigen Spaltenvektoren gefunden werden. Entsteht also ein Rangverlust, so kann keine Lösung gefunden werden und die entsprechende Box wird somit als *ungültig* bewertet.

### Seilkollisionen

Das Problem von Stabkollisionen bei konventionellen Parallelmanipulatoren ist Gegenstand einiger Arbeiten [102, 104] und führt in diesem Bereich oft zu massiven Einschränkungen des Arbeitsbereichs. Die Verwendung von Seilen entschärft dieses Problem teilweise, da Seile vergleichsweise dünn und in gespanntem Zustand annähernd linienförmig sind. Ausgehend von der Annahme, daß Seile als Geraden betrachtet werden können, zeigt [106] Methoden zur Berechnung von Seilkollisionen bzw. von Kollisionen von Seilen und der Plattform. Da Seile in der Realität stets einen gewissen Durchmesser haben, ist es sinnvoll, einen Mindestabstand der Linien zu fordern. Auf der Basis von Intervallen können Verfahren implementiert werden, die die kleinste Entfernung zwischen zwei Seilen ermitteln. Die Verfahren sind unter Kenntnis der inversen Kinematik in Abschnitt 2.2.1 zwar einfach, können aber rechenaufwendig sein. Werden die entsprechenden Gleichungen als Ungleichungen formuliert, so liegt die Darstellung in Form eines CSP nahe.

Die Annahme von Seilen als Geraden bringt einen weiteren Vorteil, der sich sehr vorteilhaft auswirken kann: Geraden schneiden sich entweder überall, an einem Punkt oder gar nicht. Wird konstruktiv festgelegt, daß Seile sich an den Basispunkten oder Plattformpunkten  $\mathbf{p}_i$  oder  $\mathbf{b}_i$  mit  $i \in 1, \dots, m$  schneiden, so ist ausgeschlossen, daß es an weiteren Stellen zu Seilkollisionen der sich so schneidenden Seile kommt [159].

### 6.6.6 Parallele Implementierung

In [123] wird eindrucksvoll gezeigt, wie effektiv die Parallelisierung der oben beschriebenen Algorithmen sein kann. Die Parallelisierung basiert darauf, die Listen  $\mathcal{L}_T$  parallel zu verarbeiten, d.h. zeitgleich mehrere Elemente der Listen auszuwerten.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden dazu Implementierungen auf Basis von C/C++ und MPI (Message Passing Interface) [13] bzw. MATLAB<sup>®</sup> und Zugriffen auf NAS (Network Attached Storage)-Laufwerke verwendet.

Unter dem Aspekt der massiven Parallelisierung von CPU-Kernen ist die parallele Implementierung sinnvoll. Haben heutige Desktop-CPUs bereits 4 Kerne (Quadcore-CPUs), so sind Labormodelle bereits mit 80 Kernen auf einem Chip (Die) ausgestattet [138] (Stand 2009/2010). Lediglich die parallele Implementierung von Algorithmen gestattet es, mehr als einen CPU-Kern zu nutzen und damit das Potential kommender CPU-Generationen auszuschöpfen. Programmierumgebungen wie MATLAB<sup>®</sup> oder das Microsoft VisualStudio<sup>®</sup> ab Version 2005 unterstützen mittlerweile auf breiter Front die parallele Programmierung wissenschaftlicher Anwendungen.

Die in diesem Kapitel präsentierten Methoden zur Analyse von Seilrobotern werden nun im nächsten Kapitel um die Möglichkeit der Synthese erweitert. Für die Auslegung von Seilrobotern sind automatisierte Syntheseverfahren ein wertvolles Werkzeug. Da das Analyseproblem in diesem Kapitel als CSP formuliert wurde, gelingt die Erweiterung auf die Synthese durch einfaches Tauschen der Variablenrollen, wie im Folgenden gezeigt.

# Kapitel 7

## Optimierung von Bahnen und Arbeitsräumen

*Während die Arbeitsraumanalyse die Eigenschaften bestehender Geometrien (Designs) für Seilroboter beschreibt, ist es die Aufgabe der Synthese, Geometrien für Seilroboter zu finden, die gewünschte Eigenschaften erfüllen. In diesem Kapitel werden dabei für unterschiedliche Aufgabenstellungen an einen Seilroboter die entsprechenden CSPs formuliert: In Abschnitt 7.2 wird eine Formulierung dargestellt, die Seilroboter mit gewünschten Arbeitsräumen liefert. Um die benötigten Rechenzeiten zu reduzieren, wird in Abschnitt 7.3 eine Kombination einer intervallwertigen Arbeitsraumverifikation mit Optimierern für reellwertige Parameter untersucht. In Abschnitt 7.4 wird ein CSP präsentiert, das optimale Seilroboter für vordefinierte Trajektorien errechnet. Dieser Ansatz spezialisiert das resultierende System damit für konkrete Handhabungs-Aufgaben.*

### 7.1 Diskretisierende Verfahren

Im vorangegangenen Kapitel wurde die Analyse von Seilrobotern behandelt. Dies wird im Folgenden um das Gegenstück der Analyse – die Synthese – ergänzt. Aus Sicht des Anwenders kann die Synthese dabei sogar von größerer praktischer Bedeutung sein, als es die Analyse ist, da er meist zunächst mit der zu lösenden Handhabungs-Aufgabe konfrontiert ist - und nicht mit dem fertigen Seilroboter. Generell gilt die Synthese als der schwierigere Teil. Daß dies nicht zwangsläufig so ist, zeigen die hier präsentierten Methoden, die in weiten Teilen auf den in [123] vorgestellten Konzepten basieren.

Merlet [108] definiert die Synthese als zweigeteilte Aufgabe:

- Struktursynthese (*structural synthesis*): In diesem Schritt wird die Topologie der mechanischen Struktur festgelegt. Die beinhaltet insbesondere die Anzahl

und Freiheitsgrade der Gelenke sowie deren Zusammenbau zu kinematischen Ketten durch Verbindungselemente. Für den Fall eines Seilroboters ist die Art der kinematischen Ketten durch die Verwendung von Seilen (und ggf. einer Seilführungseinrichtung) implizit bereits festgelegt. Trotzdem ist die Festlegung der Zahl der Seile  $m$  von großem Einfluß auf die Systemeigenschaften und mit Hinblick auf eine zu erfüllende Aufgabe nicht trivial.

- Parametersynthese (*dimensional synthesis*): Hier werden die Lage von Gelenken sowie die Länge von Verbindungselementen spezifiziert. In der Anwendung auf den Seilroboter umfaßt dies die Festlegung der Plattformpunkte  $\mathbf{p}_i$  und Basispunkte  $\mathbf{b}_i$  mit  $1 \leq i \leq m$ . Bei der Festlegung dieser Punkte ist auf folgenden Gründen sinnvoll, einige dieser Punkte zusammenfallen zu lassen:
  - Die Lösung der Vorwärtskinematik vereinfacht sich stark (siehe Abschnitt 2.2.2).
  - Die Zahl der Designparameter reduziert sich, was sich günstig auf die Rechenzeit der Synthesealgorithmen auswirkt.
  - Seilkollisionen werden vermieden, da sich Seile stets, nie oder an einem Punkt - in diesem Falle dem festgelegten Punkt - schneiden (siehe Abschnitt 6.6.5).
  - Der Arbeitsraum wird im Vergleich zu den äußeren Abmaßen verhältnismäßig groß [41]. Nachteilig ist, daß es konstruktiv natürlich nicht möglich ist, Seilführungspunkte ideal zusammenfallen zu lassen. Speziell die Verwendung aufwendiger Seilführungen an den Basispunkten  $\mathbf{b}_i$  macht dies unmöglich.

Die in diesem Kapitel vorgestellten Verfahren fokussieren sich auf die Parametersynthese. Andererseits gilt, daß die minimale Seilzahl als Teil der Struktursynthese durch die Zahl der Freiheitsgrade des Endeffektors vorgegeben ist. Falls die gezeigten Methoden keine Designs mit der minimalen Seilzahl mit den gewünschten Eigenschaften finden, liefern sie diese Information jedoch zurück. Es liegt also lediglich an der Implementierung der Verfahren, die Zahl der Seile um eins zu inkrementieren und einen erneuten Synthesedurchlauf durchzuführen.

Das Problem der Synthese von Seilrobotern wird in der Literatur meist auf der Basis von Methoden angegangen, die mit reellwertigen Parametern arbeiten. Üblicherweise wird dabei eine Optimierung von Parametern versucht, wobei das Optimierungsziel z.B. die Maximierung des Arbeitsraums ist. Dazu werden sowohl der Suchbereich der geometrischen Parameter wie auch eine Übermenge des Arbeitsraums diskretisiert [45, 130]. Entsprechend der in Abschnitt 6.2 gezeigten Überlegungen zur diskretisierten Arbeitsraumanalyse wird dann zu jedem Punkt des Parametergitters der ebenfalls diskretisierte Arbeitsraum bestimmt. Als Gütekriterium wird

dann z.B. das angenäherte Volumen des Arbeitsraums genommen. Dazu kann die Zahl der Punkte bestimmt werden, die die gewünschten Eigenschaften erfüllen und damit Teil des Arbeitsraums sind. Diese Verfahren basieren vereinfacht auf folgendem Algorithmus:

---

**Algorithmus 7.1 Diskrete Optimierung**


---

1. Erstelle ein äquidistantes Gitter der Designparameter.
  2. Durchlaufe alle Kombinationen (Parametersätze).
  3. Erstelle zu jedem Parametersatz ein Gitter, welches den angenommenen Arbeitsraum abdeckt und diskretisiere ihn äquidistant.
  4. Durchlaufe alle Gitterpunkte aus Schritt 3. Bestimme an jedem Punkt, ob er die gewünschten Arbeitsraumkriterien erfüllt (z.B. eine gültige Seilkraftverteilung gemäß Gl. 3.3 und 3.5 bzw. 3.6).
  5. Zähle alle Punkte auf dem Gitter, die Teil des Arbeitsraums sind. Speichere die Anzahl zu jedem Parametersatz.
  6. Bestimme den Parametersatz, der das maximale Arbeitsraumvolumen verspricht, d.h. den Parametersatz, der die höchste Anzahl von Punkten in Schritt 5 generiert.
- 

Alternativ kann als Gütekriterium für die Synthese eines Seilroboters auch die Berechnung des Seilkraftverhältnisses  $\frac{\min(\mathbf{f})}{\max(\mathbf{f})}$  an jedem Punkt des Arbeitsraumgitters herangezogen werden. Dieser Wert wird aufsummiert und das Maximum [170] bestimmt. Die Zuverlässigkeit dieses Ansatzes steigt mit der Auflösung der verwendeten Diskretisierung. Infolgedessen verlangen verlässliche Berechnungen einen hohen Rechenaufwand. Snyman und Hay [61, 60, 59] verfolgen daher einen alternativen Ansatz auf Basis speziell entwickelter Optimierer, die jedoch ebenfalls eine Diskretisierung des Arbeitsraums nutzen. In [19] zeigt Bosscher Designmethoden auf Basis analytischer Ansätze, jedoch nur für ebene Systeme und räumliche Systeme mit punktförmiger Plattform (Klasse 3T) auf Basis des  $\mathcal{WCW}$ . Williams schlägt in [167] auf einer Diskretisierung des  $\mathcal{WFW}$  basierende Verfahren vor, die er ebenfalls für ebene Systeme und CRPMs spezialisiert. Problematisch ist an vielen Ansätzen zum Design von Robotern, daß sie keinerlei Aussage über die Form des Arbeitsraums machen. Es bleibt damit fraglich, ob ein Seilroboter mit einem maximalen Arbeitsraum für eine bestimmte Aufgabe am besten geeignet ist. Außerdem ist fraglich, ob Singularitäten zuverlässig erkannt werden: Liegen singuläre Arbeitsraumbereiche nicht auf dem Suchgitter, so besteht die Gefahr, daß sie übersehen werden.

In dieser Arbeit wird ein anderer Ansatz vertreten, der auf den Überlegungen von Pott in [123] basiert: Ein Roboter muß zunächst die ihm gestellte Aufgabe

erfüllen und damit zunächst einen gewissen Arbeitsraum garantieren. Ein darüber hinausgehender größerer Arbeitsraum ist für die spezifizierte Aufgabe überflüssig. Optional kann auf allen tauglichen Designs noch eine Optimierung durchgeführt werden. Die Optimierung von Seilrobotern ist damit in dieser Arbeit die Aufgabe, aus dem Ergebnis der Synthese (also der Menge aller Designs, die garantiert die gewünschten Eigenschaften haben) das optimale Design herauszufinden.

Die bereits in der Arbeitsraumanalyse verwendeten Methoden – basierend auf CSPs – bieten hier eine durchgängige Kette von Werkzeugen auch zur Synthese und Optimierung, wie im Folgenden gezeigt. Grundlage dazu ist die Formulierung der Arbeitsraumanalyse als CSP, wie sie im letzten Kapitel formuliert wurde. Zur Lösung des CSP wurden Methoden vorgestellt, die auf Basis von Intervallanalyse funktionieren. Besonderes Merkmal des CSP-Solvers ist dabei die Möglichkeit, die Rolle von Variablen zu ändern. In Abschnitt 6.6.3 wurden dabei verschiedene Rollenverteilungen präsentiert, um Arbeitsräume verschiedener Definitionen zu berechnen. Im nun folgenden Abschnitt werden Rollenverteilungen präsentiert, die auf Basis desselben CSP und desselben CSP-Solver die Synthese von Seilrobotern erlauben [123]. Weiterhin sind zur Optimierung von Seilrobotern hybride Solver möglich, die den Einsatz von Optimierern erlauben, welche auf reellwertigen Parametern arbeiten, trotzdem jedoch gewünschte Arbeitsraumeigenschaften garantieren.

## 7.2 Synthese von Seilrobotern für definierte Arbeitsräume (*Design-to-Workspace*)

In Abschnitt 6.6.3 wurde gezeigt, wie Arbeitsräume verschiedener Definitionen nach Abschnitt 5.3 auf Basis einer einzigen Implementierung des  $\mathcal{WF}\mathcal{W}$  berechnet werden konnten. Wie ebenfalls gezeigt, basiert diese Implementierung auf Gl. 6.33. Auf der Grundlage dieser Implementierungen ist nicht nur die Analyse von Arbeitsräumen möglich, sondern auch die Synthese von Seilrobotern - und dies wiederum lediglich durch Tausch der Rollen von Variablen. Mit anderen Worten, die Synthese läßt sich in trivialer Weise aus der einmal implementierten Formulierung der Analyse als CSP ableiten:

- Die Koordinaten der Plattformpunkte  $\mathbf{p}_i$  und/oder der Basispunkte  $\mathbf{b}_i$  mit  $1 \leq i \leq m$  nehmen die Rolle von Berechnungsvariablen ein. Damit erfüllen die Designs in der Lösungsliste  $\mathcal{L}_S^{\text{syn}}$  das CSP.
- Die Plattformkoordinaten  $\mathbf{x}$  nehmen die Rolle von Verifikationsvariablen ein. Folglich decken die Designs den in  $\mathcal{X}_v$  definierten Arbeitsraum ab.
- Die sekundären Seilkräfte sind die Existenzvariablen.



- Außerdem ist die Parametrierung von verlangten Lastbereichen für  $\mathbf{w}$  möglich. Dieser Wertebereiche können reell- oder intervallwertig belegt werden. Damit können verschiedene Arbeitsraumkriterien gemäß Abschnitt 5.1 definiert werden. Also gilt:

$$\begin{aligned}
\mathbf{c}_{\text{ws}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_m \\ \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_m \end{bmatrix} \in \mathcal{X}_{\text{cws}} = \begin{bmatrix} [\mathbf{p}_{1\min}, \mathbf{p}_{1\max}] \\ \vdots \\ [\mathbf{p}_{m\min}, \mathbf{p}_{m\max}] \\ [\mathbf{b}_{1\min}, \mathbf{b}_{1\max}] \\ \vdots \\ [\mathbf{b}_{m\min}, \mathbf{b}_{m\max}] \end{bmatrix}, \\
\mathbf{v}_{\text{ws}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \varphi \\ \vartheta \\ \psi \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} \in \mathcal{X}_{\text{vws}} = \begin{bmatrix} [\mathbf{r}_{\min}, \mathbf{r}_{\max}] \\ [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}] \\ [\vartheta_{\min}, \vartheta_{\max}] \\ [\psi_{\min}, \psi_{\max}] \\ [\mathbf{w}_{\min}, \mathbf{w}_{\max}] \end{bmatrix}, \\
\mathbf{e}_{\text{ws}} &= \mathbf{f}_{\text{sec}} \in \mathcal{X}_{\text{ews}} = [\mathbf{f}_{\min}, \mathbf{f}_{\max}]. \tag{7.1}
\end{aligned}$$

Die Implementierung der Arbeitsraumbedingungen des  $\mathcal{WFW}$  und die obige Belegung der Variablen liefert Seilroboter-Designs mit den folgenden Eigenschaften: Die Lösungen des CSP (in Form der Lösungsliste  $\mathcal{L}_S^{\text{syn}}$  aus der Synthese) sind Seilroboter-Designs. Jeder Roboter aus dieser Liste kann jede Plattformlage aus  $\mathcal{X}_{\text{vws}}$  (ggf. bei jeder Plattformlast aus  $\mathcal{X}_{\text{vws}}$ ) erreichen. Diese Eigenschaften sind garantiert. Es ist dabei ausgeschlossen, daß Designs innerhalb des geforderten Arbeitsraums Löcher aufweisen - auch Singularitäten werden dabei zuverlässig erkannt!

Zwar ist der Übergang von der Analyse zur Synthese hier auf zunächst überraschend einfache Art und Weise möglich - dies darf jedoch nicht darüber hinweg täuschen, daß die Syntheseaufgabe in jedem Falle mit einem sehr hohen Rechenaufwand verbunden ist. Dies gilt insbesondere für höherredundante Systeme. Wie bereits in [123] gezeigt, ist es empfehlenswert, parallele Implementierungen zu verwenden, die zeitgleich mehrere Elemente der Listen  $\mathcal{L}_T$  verarbeiten. Dies wurde bereits in Abschnitt 6.6.6 erläutert.

### 7.2.1 Intervallbasierte globale Optimierung von Seilrobotern

Wie bereits dargestellt, zielt der hier beschriebene Synthese-Ansatz darauf ab, gewünschte Maschinen-Eigenschaften zu garantieren - im Gegensatz zu Verfahren, die lediglich auf eine Optimierung bestimmter Eigenschaften abzielen, ohne andere Eigenschaften garantieren zu können.



Das Ergebnis der Synthese ist hier - wie beschrieben - eine Liste von Designs  $\mathcal{L}_S^{\text{syn}}$ , die die gewünschten Eigenschaften garantieren. Auf dieser Liste kann nun zusätzlich eine Optimierung bezüglich einer definierten Kostenfunktion erfolgen, so daß sich ein oder mehrere Designs als besonders günstig identifizieren lassen. Vor dem Hintergrund einer kommerziellen Applikation kann diese Kostenfunktion z.B. den monetären Aufwand für das System minimieren. Betrachtet man den Seilroboter als Gesamtsystem, sind die größten Kostentreiber oft die Windenmotoren. Die Zahl der Motoren sollte daher so weit wie möglich reduziert werden, ohne die gewünschten mechanischen Eigenschaften zu verlieren. Wie bereits erläutert, ist die Bestimmung der minimalen Windenzahl Teil der Struktursynthese. Sie wird nach dem nächsten Abschnitt algorithmisch beschrieben.

Ein weiteres Kriterium kann der benötigte Bauraum sein. Ein kleiner Bauraum resultiert in einem geringen Platzbedarf innerhalb einer Produktionsstätte. Daneben reduzieren sich die durchschnittlich benötigten maximalen Seillängen, was ebenfalls Kosten spart (Daneben sind kurze freie Seillängen während des Betriebs günstig in Bezug auf hohe Steifigkeiten und Präzision!). Ein kleiner Bauraum läßt sich oft durch eine Minimierung der summierten Abstände aller Winden zum Mittelpunkt des verlangten Arbeitsraums erreichen.

Dabei ergibt sich ein Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned}
\text{minimiere } c &= \sum_{i=1}^{m_{\min}} (\mathbf{b}_i - \text{mid}[\mathbf{r}_{\max}, \mathbf{r}_{\min}])^2 \\
\text{mit } \{m_{\min} &= \min(m), m \in \mathbb{N}_{>n} | \mathcal{L}_S^{\text{syn}} \neq \emptyset\}, \\
\Phi_{\mathcal{W}\mathcal{F}\mathcal{W}} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_{\text{pri}}^T \mathbf{w} + \mathbf{A}_{\text{sec}}^T \mathbf{f}_{\text{sec}} - \mathbf{f}_{\min} \\ \mathbf{f}_{\max} - (-\mathbf{A}_{\text{pri}}^T \mathbf{w} + \mathbf{A}_{\text{sec}}^T \mathbf{f}_{\text{sec}}) \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \\
\forall \mathbf{c}_{\text{ws}} &\in \mathcal{X}_{s_{\text{ws}}} \subset \mathcal{X}_{c_{\text{ws}}}, \\
\forall \mathbf{v}_{\text{ws}} &\in \mathcal{X}_{v_{\text{ws}}}, \\
\exists \mathbf{e}_{\text{ws}} &\in \mathcal{X}_{e_{\text{ws}}}. \tag{7.2}
\end{aligned}$$

Für die Berechnung des Optimums kann ein intervallbasierter Optimieralgorithmus verwendet werden, der mit einer Liste  $\mathcal{L}_T^{\text{opt}}$  von Elementen aufgerufen wird, unter denen er das globale Optimum identifiziert. Die garantierte Identifizierung eines globalen Optimums für ein gegebenes Problem ist dabei im Allgemeinen keine triviale Aufgabe. Viele Standard-Optimierungsverfahren sind dazu nicht in der Lage. Im Bereich der ganzzahligen Optimierung sind jedoch Branch-and-Bound-Verfahren weit verbreitet, die globale Optima identifizieren können [90, 94]. Um diese Verfahren auf reelle Zahlen erweitern zu können, kann Intervallanalyse eingesetzt werden.

Der folgende Pseudocode beschreibt das Verfahren:

---

**Algorithmus 7.2** Globaler Intervalloptimierer

---

1. Setze  $i = 0$  und  $F_{\text{opt}} = [\infty, \infty]$ .
  2. Setze  $i = i + 1$ . Falls  $i > \dim(\mathcal{L}_T^{\text{opt}})$ , beende den Algorithmus.
  3. Entnehme der Liste  $\mathcal{L}_T^{\text{opt}}$  das  $i$ -te Element  $l_i$  und berechne seine Kostenfunktion  $F(l_i)$ .
  4. Falls  $\text{Sup}(F(l_i)) < \text{Sup}(F_{\text{opt}})$ , setze  $F_{\text{opt}} = F(l_i)$ .
    - Falls  $\text{Sup}(F(l_i)) < \text{Inf}(F_{\text{opt}})$ , lösche alle Elemente der Lösungsliste und initialisiere sie neu mit  $l_i$ . Gehe zu 2.
    - Ansonsten speichere  $l_i$  in der Lösungsliste  $\mathcal{L}_s^{\text{opt}}$ . Gehe zu 2.
  5. Falls  $\text{Inf}(F(l_i)) < \text{Sup}(F_{\text{opt}})$ , speichere  $l_i$  in der Lösungsliste.
  6. Verwerfe  $l_i$  und gehe zu 2.
- 

Der Aufruf des Optimierers zur Identifizierung des global optimalen Seilroboters für den gewünschten Arbeitsraum lautet dann einschließlich der Struktursynthese wie folgt:

---

**Algorithmus 7.3** Seilroboter-Optimierer

---

1. Setze die Zahl der Seile  $m = n + 1$ .
  2. Formuliere das CSP und setze die Variablen gemäß Abschnitt 7.2.
  3. Rufe den Algorithmus **Berechnen**.
  4. Ist die Ergebnisliste  $\mathcal{L}_S^{\text{syn}}$  leer, so setze  $m = m + 1$  und gehe zu 3.
  5. Ansonsten rufe den Algorithmus **Globaler Intervalloptimierer** und übergebe ihm  $\mathcal{L}_T^{\text{opt}} = \mathcal{L}_S^{\text{syn}}$ .
  6. Die Listenelemente, die optimale Kostenfunktionswerte enthalten, befinden sich in der Lösungsliste  $\mathcal{L}_s^{\text{opt}}$  von **Globaler Intervalloptimierer**. Überlappen sich die Kostenfunktionsintervalle der Designs, so sind mehrere Designs potentiell optimal.
- 

Aus Performancegründen ist es sinnvoll, den Algorithmus **Globaler Intervalloptimierer** in den Algorithmus **Berechnen** zu integrieren. So ist es möglich, gültige Designs sofort zu bewerten und Designs mit zu hohen Kostenfunktionen umgehend zu verwerfen. Der Übersicht halber wurden die Methoden hier jedoch getrennt beschrieben. Wichtig ist auch die Tatsache, daß das Verfahren an sich global optimale

Ergebnisse liefert. Gibt es mehrere Optima, so werden alle gefunden. Dies gilt jedoch bei der Verwendung von CSPs und also auch bei der Synthese von Seilrobotern nur für die Designs, deren Arbeitsräume auch als *gültig* verifiziert werden konnten. Damit ist es möglich, daß es gültige Designs mit besseren Kostenfunktionswerten gibt, als die Ergebnisse des gezeigten Optimiereres aufweisen. Um diesen Effekt zu vermeiden, sollten die minimalen Boxdurchmesser  $\epsilon_e$ ,  $\epsilon_v$  und  $\epsilon_c$  keinesfalls zu groß gewählt werden.

An dieser Stelle sei angemerkt, daß die Verknüpfung von Arbeitsraumbedingungen, die in Abschnitt 6.6.5 für die Analyse gezeigt wurde, analog auch für die Synthese funktioniert. Die Neuverteilung der Rollen der Variablen erlaubt auch hier einen einfachen und schnellen Übergang vom Analyse- zum Syntheseproblem.

Die beschriebenen Verfahren wurden in [24, 25, 28, 29] vorgestellt. Ähnliche Ansätze wurden kurze Zeit später von Gouttefarde [52] vorgestellt.

### 7.3 Hybride Optimierung von Seilrobotern

Die bisher geschilderten Konzepte basieren auf einer durchgängigen Anwendung intervallbasierter Methoden. Die Funktionalität des geschilderten CSP-Konzeptes und des verwendeten CSP-Solvers basiert auf der Verwendung von Intervallen. Die Vorzüge dieses Vorgehens sind zusammengefaßt:

- Eine einzige CSP-Formulierung ist sowohl für Analyse - wie auch für Synthese-Aufgaben verwendbar. Die Implementierung verlangt lediglich die Einbindung einer einzigen Intervallmethoden-Bibliothek, um eine vielfältige Funktionalität zu erreichen. Die Intervallanalyse bietet ein prinzipiell sehr einfaches, aber mächtiges Methodenwerk. Die Implementierung der benötigten Methoden ist einfach.
- Die verwendeten Methoden sind einfach parallelisierbar.
- Bei der Optimierung von Seilrobotern können - mit den oben genannten Einschränkungen - global optimale Ergebnisse garantiert werden.
- Die Eigenschaften ganzer Arbeitsraumbereiche können garantiert werden.

Nachteilig ist, daß die benötigten Rechenzeiten sehr lang sein können. Dies liegt an den im Vergleich zu reellen Zahlen meist erheblich aufwendiger auszuwertenden Funktionen und Operatoren. Dazu kommt die Überschätzung, die oft drastisch unschärfere Ergebnisse berechnet.

An dieser Stelle lohnt es, nochmals die Motivation zur Verwendung intervallbasierter Verfahren zu beleuchten. Betrachtet man obige Aufzählung, so ist die letztgenannte Eigenschaft sicherlich die wertvollste. Andererseits gibt es keinen zwingenden

Grund, die geometrischen Parameter eines Seilroboters intervallwertig anzunehmen, denn letztlich ist für die spätere konstruktive Auslegung in jedem Falle eine exakte reellwertige Spezifizierung der geometrischen Parameter notwendig.

Zieht man auf Basis dieser Überlegungen in Betracht, die geometrischen Parameter reellwertig anzunehmen, so eröffnet dies eine Fülle möglicher Optimierer für die Synthese. Es ist damit möglich, ein hybrides Verfahren zu nutzen, in dem die Verifizierung von Arbeitsräumen weiterhin intervallbasiert abläuft, während die reellwertigen Parameter leistungsfähigen Standardoptimierern zugänglich werden. Dies kombiniert die Zuverlässigkeit intervallbasierter Verfahren mit der Effektivität moderner Standardoptimierer. In den nächsten Abschnitten werden einige dieser Optimierer mit einer intervallbasierten Arbeitsraumverifikation kombiniert. Zum Teil arbeiten diese Optimierer gradientenbasiert. Es ist daher sinnvoll, die verwendeten Kostenfunktionen mit Rücksicht darauf zu gestalten. Da nur *gültige* Seilroboter-Designs in Frage kommen, müssen *unsichere* und *ungültige* Designs verworfen werden. Die Kostenfunktion in Gl. 7.2 berücksichtigt dies nicht. Überdies zeigt der Gradient dieser Kostenfunktionen stets in Richtung kompakterer Designs. Dies ist jedoch für *unsichere* und *ungültige* Designs im Allgemeinen die Suchrichtung, in der nicht mit *gültigen* Designs zu rechnen ist. Es können daher Strafterme  $c_{\text{pi}}$  und  $c_{\text{pu}}$  für *unsichere* und *ungültige* Designs eingeführt werden. Der Gradient soll damit *ungültige* in *unsichere* und *unsichere* in *gültige* Designs überführen. Andererseits müssen *gültige*, groß bauende Designs in kompakte überführt werden [26, 30]. Abb. 7.1 zeigt den Verlauf der folgenden, verbesserten Kostenfunktion:

$$\text{minimiere } c = \begin{cases} \sum_{i=1}^{m_{\min}} (\mathbf{b}_i - \text{mid}[\mathbf{r}_{\max}, \mathbf{r}_{\min}])^2 & \text{gültig} \\ c_{\text{pu}} - \sum_{i=1}^{m_{\min}} (\mathbf{b}_i - \text{mid}[\mathbf{r}_{\max}, \mathbf{r}_{\min}])^2 & \text{unsicher} \\ c_{\text{pi}} - \sum_{i=1}^{m_{\min}} (\mathbf{b}_i - \text{mid}[\mathbf{r}_{\max}, \mathbf{r}_{\min}])^2 & \text{ungültig} \end{cases}$$

mit  $\{m_{\min} = \min(m), m \in \mathbb{N}_{>n} | \mathcal{L}_S^{\text{syn}} \neq \emptyset\}$ ,

$$\Phi_{\mathcal{W}\mathcal{F}\mathcal{W}} = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_{\text{pri}}^T{}^{-1}(\mathbf{w} + \mathbf{A}_{\text{sec}}^T \mathbf{f}_{\text{sec}}) - \mathbf{f}_{\min} \\ \mathbf{f}_{\max} - (-\mathbf{A}_{\text{pri}}^T{}^{-1}(\mathbf{w} + \mathbf{A}_{\text{sec}}^T \mathbf{f}_{\text{sec}})) \end{bmatrix} \geq \mathbf{0},$$

$$\forall \mathbf{c}_{\text{ws}} \in \mathcal{X}_{s_{\text{ws}}} \subset \mathcal{X}_c,$$

$$\forall \mathbf{v}_{\text{ws}} \in \mathcal{X}_{v_{\text{ws}}},$$

$$\exists \mathbf{e}_{\text{ws}} \in \mathcal{X}_{e_{\text{ws}}}. \quad (7.3)$$

In den folgenden Abschnitten werden einige Optimierungsverfahren erläutert und in einer hybriden Kombination mit einer intervallbasierten Verifikation getestet. Dazu soll der in Abb. 7.2 gezeigte Manipulator für den vorgegebenen quadratischen Arbeitsraum optimiert werden. Aus Gründen der Rechenzeit wurde hier ein System mit einfacher Redundanz betrachtet; das Verfahren funktioniert natürlich auch für

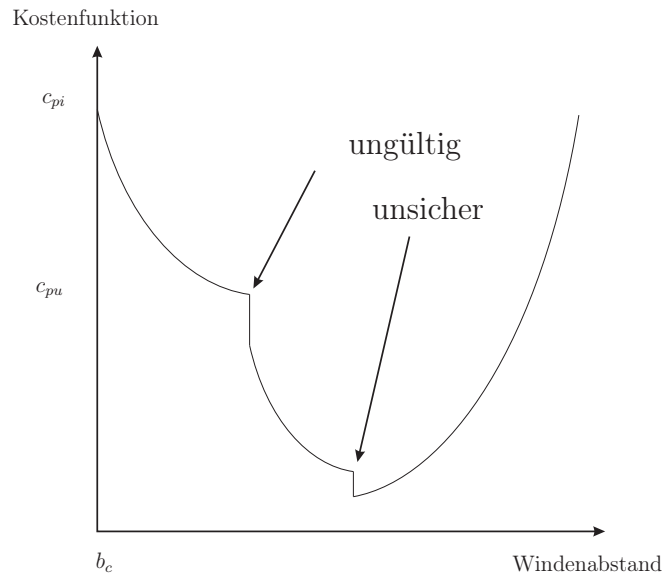


Abbildung 7.1: Kostenfunktion für die hybride Optimierung eines Seilroboters. Quelle: [26]. Copyright © by ASME International.

höhere Redundanzen. Die Windenkoordinaten  $\mathbf{b}_i$  die sind freien Optimierungsparameter; in der Abbildung ist das System mit den Startwerten für die geometrischen Parameter gezeigt.

### Interval-basierte globale Optimierung

Abbildung 7.3 zeigt das Ergebnis einer globalen Optimierung für ein Design-to-Workspace-Problem. Um die geschilderten Effekte der Überschätzung und die Bedeutung von hinreichend kleinen Werten für  $\epsilon_i, i \in \{c, v, e\}$  zu zeigen, wurden die minimalen Intervalldurchmesser für die Verifikationsvariablen und die Berechnungsvariablen auf 1cm gesetzt, was eine relativ grobe Auflösung ist. Das Resultat ist - wie bereits in Abschnitt 7.2.1 geschildert - global optimal im Rahmen der gewählten Auflösung, aber offensichtlich gibt es bessere Lösungen. Diese können über höhere Auflösungen identifiziert werden. Für das gezeigte Ergebnis wurden über eine halbe Million Auswertungen benötigt.

### Simuliertes Abkühlen (Simulated Annealing)

Simulated Annealing (SA) ist ein Algorithmus, der den physikalischen Prozess des Abkühlens nachbildet. Abkühlen bedeutet dabei, daß ein heißes Objekt bei einer geringeren Außentemperatur herunterkühlt, wie dies z.B. bei der Herstellung von Stahl oder Glas der Fall ist. Dies macht die Materialien weicher bzw. zäher. Die Grund für das langsame Abkühlen liegt darin, daß diese Materialien generell Fehler in den kristallinen Gittern haben, aus denen sie bestehen. Wird das Material erhitzt

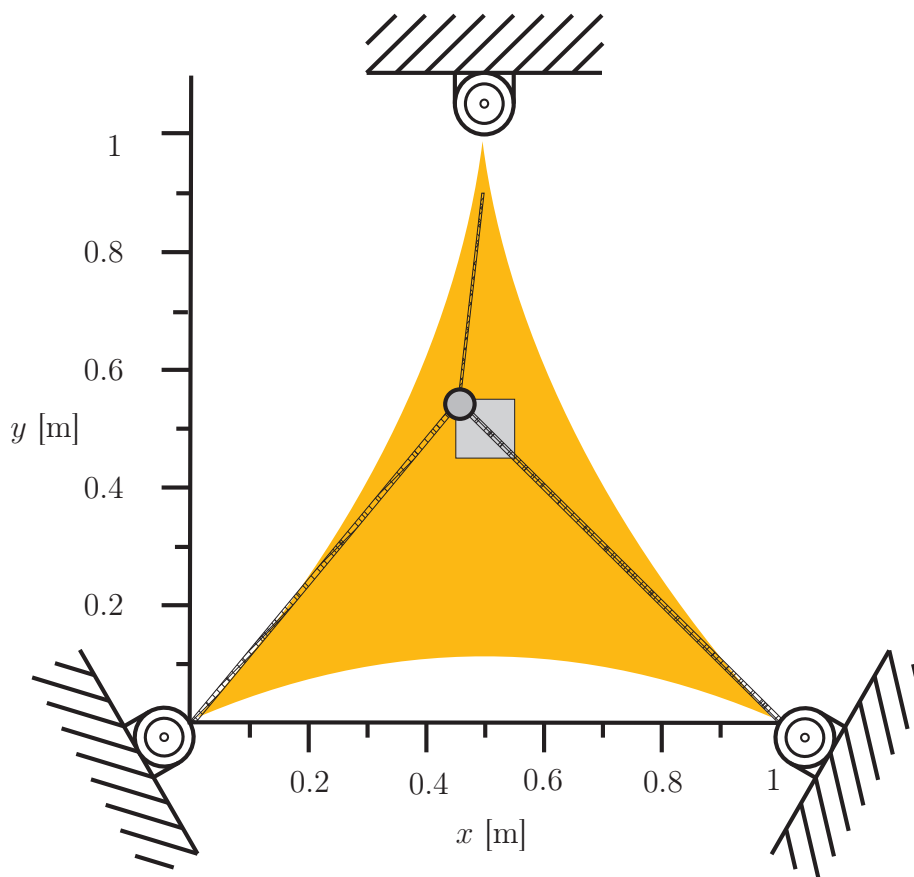


Abbildung 7.2: Ebener Seilroboter des Typs 3T mit 2 translatorischen Freiheitsgraden und vorgegebenem Arbeitsraum (graues Quadrat)

und kühlt dann langsam aus, so können die Atome im Gitter aus ihrer Anfangskonfiguration (einem lokalen Minimum der Gitterenergie) über Zustände höherer Energie in Zustände wechseln, die weniger Fehler besitzen und deren Energie geringer als die Anfangskonfiguration ist. Folglich ist der Endzustand stabiler als der Anfangszustand und das Material damit zäher und weicher.

Der SA Algorithmus besteht aus mehreren Schritten in einer Schleife, die diesen Prozess simulieren. Jeder Schritt innerhalb dieser Schleife ersetzt die aktuelle Lösung durch eine zufällige, in der Nähe liegende Lösung. Die Wahrscheinlichkeit, daß die aktuelle Lösung durch zufällige schlechtere Lösung ersetzt wird, hängt von der sogenannten Temperatur  $T$  ab, die von Schleifendurchlauf zu Schleifendurchlauf sinkt. Bessere Lösungen ersetzen schlechtere jedoch immer. Ist  $T$  anfangs hoch, so wandert die Lösung anfangs nahezu zufällig durch die Lösungsmenge und vermeidet so, daß der Algorithmus in einem lokalen Minimum verbleibt. Sinkt  $T$  mit der Zeit, so wird es immer unwahrscheinlicher, daß eine schlechtere Lösung die aktuelle Lösung ersetzt, und der Algorithmus konvergiert zum gefundenen Optimum. Der Algorithmus ist so in der Lage, lokalen Minima zu entkommen und gegen Ende des

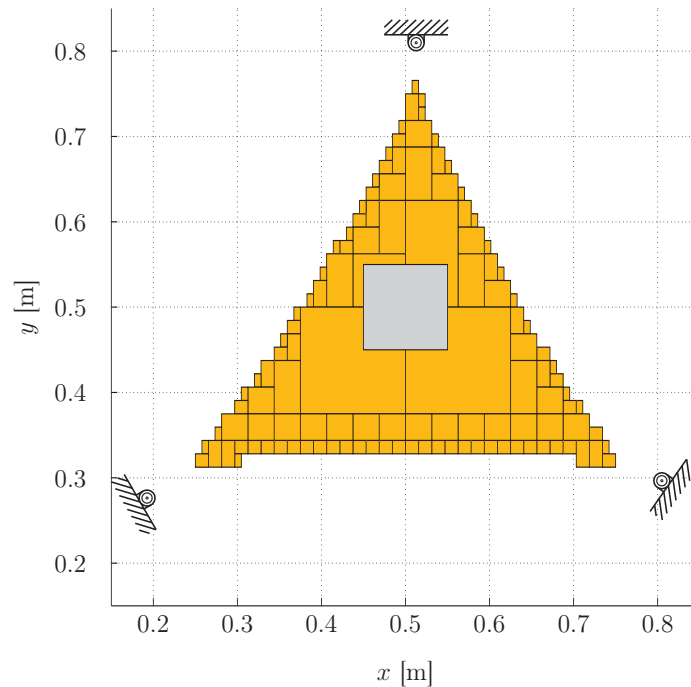


Abbildung 7.3: Ergebnis einer Design-to-Workspace-Optimierung unter Verwendung eines globalen Intervall-Optimierers nach 518065 Auswertungen der Kostenfunktion. Quelle: [26]. Copyright © by ASME International.

Algorithmus trotzdem rasch zu konvergieren. Für eine unendliche Laufzeit ist das Auffinden des globalen Optimums garantiert. Der Algorithmus läuft wie folgt ab [83]: Gegeben sei der Suchbereich  $\mathcal{X}_c$  sowie eine Funktion  $c : \mathcal{X}_c \rightarrow \mathbb{R}$ , eine Umgebung  $U(s_g)$  und ein Abbruchkriterium.

---

#### Algorithmus 7.4 Simulated Annealing

---

1. Wähle eine Startlösung  $s_g = s_l = s_n \in \mathcal{X}_c$ . Setze eine monoton gegen Null fallende Folge von Temperaturwerten  $T_t, t \in \mathbb{N}$  sowie eine Folge von Werten  $N_i, i \in \mathbb{N}$ , die für jeden Temperaturwert angibt, wie lange er beibehalten wird. Setze  $t = 0$  und  $i = 1$ .
  2. Falls  $i \leq N_t$ , wähle einen Nachbarn  $s_n$  von  $s_l$ . Sonst gehe zu 5
  3. Falls  $c(s_n) \leq c(s_l)$ , setze  $c(s_l) = c(s_n)$ . Falls  $c(s_n) \leq c(s_g)$ , setze  $c(s_g) = c(s_n)$ . Falls  $c(s_n) > c(s_l)$ , setze  $c(s_l) = c(s_n)$  nur mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\exp(-\frac{c(s_n)-c(s_l)}{T_t})$ .
  4. Wurde  $s_l$  nicht ersetzt, so setze  $i = i + 1$  und gehe zu 2.
  5. Falls die Abbruchbedingung erfüllt ist, beende den Algorithmus und gebe  $c(s_g)$  zurück. Sonst setze  $t = t + 1$  und  $i = 1$  und gehe zu 2.
-

Bei der Lösung des Design-to-Workspace-Problems ist die Lösung gut, aber nicht global optimal, wie in Abb. 7.4 gezeigt. Eine längere Laufzeit würde hier zu besseren Ergebnissen führen. Der implementierte Optimierer basiert auf der MATLAB Funktion `simulannealbnd` [151].

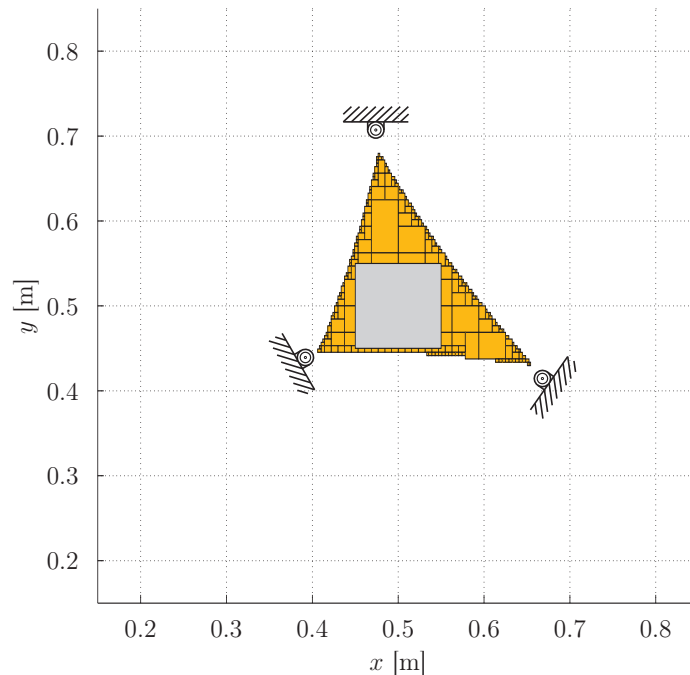


Abbildung 7.4: Ergebnis einer Design-to-Workspace-Optimierung unter Verwendung eines Simulated-Annealing-Optimierers, 3700 Auswertungen. Quelle: [26]. Copyright © by ASME International.

### Gradientenbasierte Optimierung auf Basis der 1. Ableitung

Gradientenbasierte Optimierer, auch als Verfahren des steilsten Abstiegs bekannt, sind weit verbreitet. Eines der einfachsten Verfahren ist das Newtonsche Näherungsverfahren, auch als Newton-Raphson Methode bekannt. Werden diese Verfahren auf geeignete Probleme angewandt, liefern sie verlässliche Resultate in sehr kurzer Zeit und mit wenigen Auswertungen der Zielfunktion. In anderen Fällen – z.B. für das Design-to-Workspace Problem – neigen diese Verfahren (so auch die hier getestete MATLAB-Funktion `fminunc` [152]) dazu, in lokalen Minima zu konvergieren, siehe Abb. 7.5.

### Genetische Algorithmen

Genetische Algorithmen (Genetic Algorithms, GAs) sind heuristische Suchverfahren, die auf den Prinzipien von Genetik und natürlicher Selektion basieren. Sie wurden



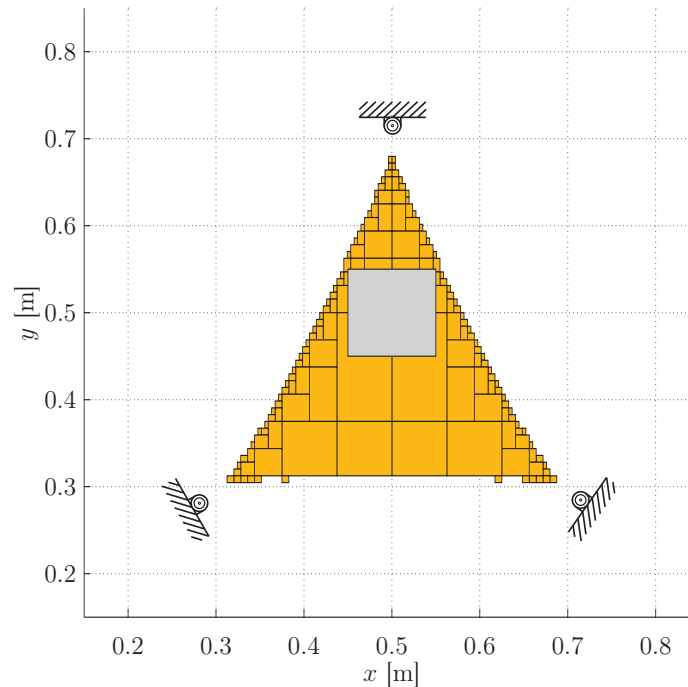


Abbildung 7.5: Ergebnis einer Design-to-Workspace-Optimierung unter Verwendung des MATLAB<sup>®</sup> `fminunc`-Optimierers, nach 371 Auswertungen der Kostenfunktion. Quelle: [26]. Copyright © by ASME International.

von John Holland entwickelt und vorgestellt [74]. Die Grundidee ist es, die natürlichen Vorgänge der Evolution zu simulieren - namentlich die Prinzipien, die das „Überleben des Stärkeren“ im Sinne von Charles Darwin [38] bestimmen. Eine Population von Individuen evolviert dabei in Richtung des Optimums (siehe Abb. 7.6). Auf Basis des Zufalls wird diese Population initial generiert. Pro Evolutionsschritt wird die sogenannte Fitness - also Güte bezüglich der Kostenfunktion - ausgewertet. Individuen mit höherer Fitness werden ausgewählt, ggf. gepaart und mutiert und bilden dann die nächste Generation. Durch Einführung der Mutation stellen GAs eine zufallsbasierte Suche dar. Vorteilhaft ist, daß GAs keinerlei Ansprüche bezüglich Kontinuität oder Differenzierbarkeit der Zielfunktion stellen. In den durchgeführten Design-to-Workspace-Tests lieferten die GAs vergleichbare Ergebnisse zu Simulated Annealing, aber mit weniger Auswertungen der Kostenfunktion, siehe Abb. 7.7(a) und 7.7(b).

### Simplex Optimierer

Die MATLAB Funktion `fminsearch` identifiziert das Minimum einer von mehreren Variablen abhängigen Kostenfunktion ohne Nebenbedingungen, wobei auch hier wieder Strafterme eingesetzt werden, um ungültige Designs zu vermeiden. Die Methode benötigt keine Ableitung der Zielfunktion [89]. Angewendet auf die beschriebenen

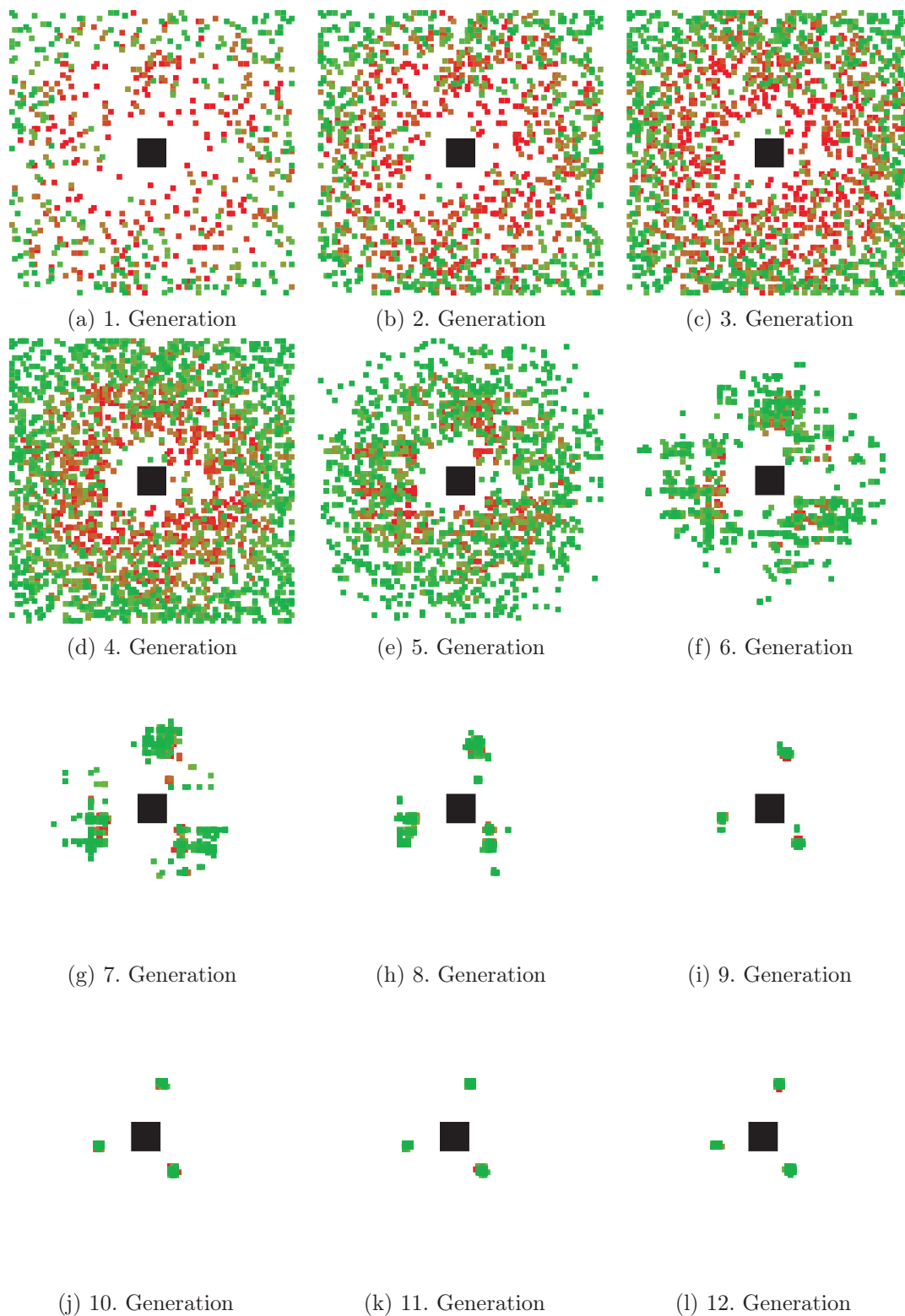


Abbildung 7.6: Generationen eines Simple Genetic Algorithm (SGA) mit einer Population von 1000 Individuen. Rechenzeit ca. 5 Minuten auf einem parallelen Rechencluster (12 x Intel Core2Duo, 2.2 Ghz.)

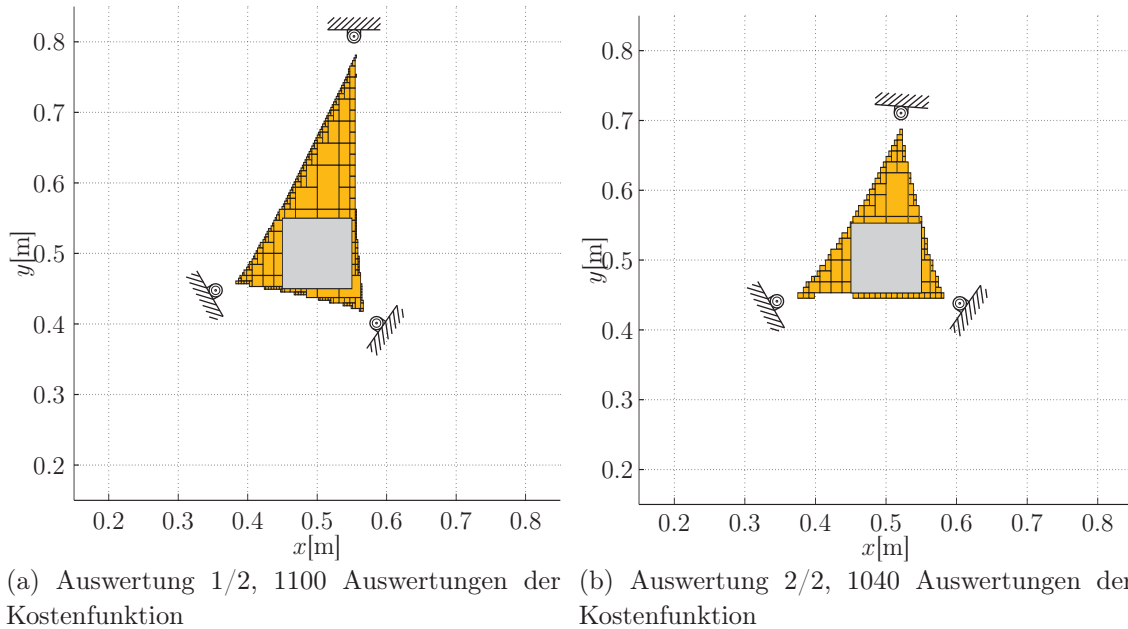


Abbildung 7.7: Ergebnisse einer Design-to-Workspace-Optimierung unter Verwendung eines GA-Optimierers. Quelle: [26]. Copyright © by ASME International.

Probleme, konvergiert die Funktion schnell zu einem lokalen Minimum, wie aus Abb. 7.8 für eine Design-to-Workspace Optimierung ersichtlich. Die gefundene Lösung ist vergleichsweise schlecht.

## Fazit

Letztlich zeigt sich, daß nur globale Optimierungsmethoden für den betrachteten CRPM das Auffinden des Optimums sicherstellen und lokale Optimierer unbefriedigende Resultate liefern. Der Preis dafür ist ein hoher Rechenaufwand. Der globale intervallbasierte Optimierer ist prinzipiell zwar in der Lage, das globale Optimum zu identifizieren. Die benötigten Rechenleistungen sind für die in der praktischen Anwendung benötigten Auflösungen jedoch sehr hoch. Das Verfahren erlangt aber mit der zunehmenden Verbreitung von Mehrkern-Prozessoren steigende Relevanz. Tabelle 7.1 faßt die Ergebnisse der Optimierung nochmals zusammen.

Verbesserungspotential steckt in dem Ansatz, verschiedene Verfahren zu kombinieren und z.B. mit einem globalen Intervalloptimierer zu starten, der bei Erreichen eines Abbruchkriteriums das Ergebnis an einen lokalen Optimierer übergibt.

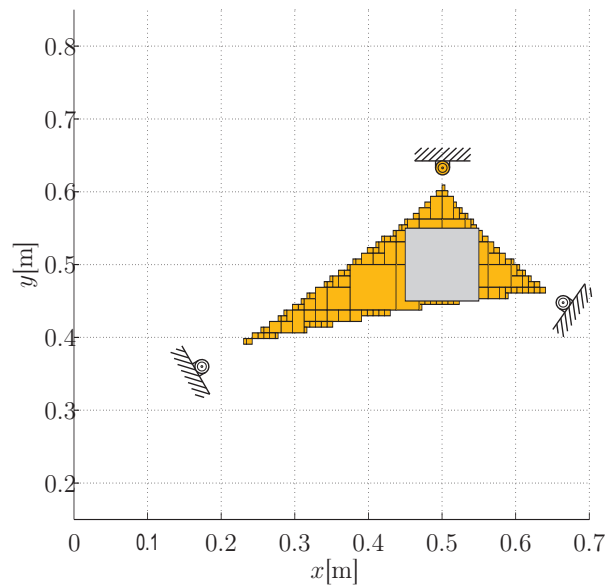


Abbildung 7.8: Ergebnis einer Design-to-Workspace-Optimierung unter Verwendung eines Simplex-Optimierers nach 640 Auswertungen der Kostenfunktion. Quelle: [26]. Copyright © by ASME International.

Tabelle 7.1: Optimierungsergebnisse Design-To-Workspace

	Auswertungen	Kostenfunktion [m]
Intervalloptimierer	518065	[0.3209, 0.3586]
Simulated Annealing	3700	0.0824
Gradientenbasierter Optimierer	371	0.2050
Genetische Algorithmen	1100 / 1040	0.1189 / 0.0815
Simplex Optimierer	640	0.1507

## 7.4 Synthese von Seilrobotern für definierte Trajektorien (*Design-to-Task*)

Im letzten Abschnitt wurde beschrieben, wie unter Vorgabe eines gewünschten Arbeitsraumes eine Liste von geeigneten Seilroboterdesigns generiert werden kann. Optional kann auf dieser Lösungsmenge eine globale Optimierung durchgeführt werden. In jedem Falle sind die resultierenden Designs in der Lage, Positionen innerhalb des spezifizierten Arbeitsraums anzufahren.

Für eine generische Auslegung ist diese Herangehensweise sicherlich gut geeignet. Andererseits finden sich typische Anwendungsfälle von Robotertechnik gerade in den Bereichen, in denen monotone, vielfach wiederkehrende Manipulationen notwendig sind. Ein gutes Beispiel hierfür ist die Serienproduktion. Aufgaben dieser Art treten dort in vielen Produktionsschritten auf, und es ist von hohem ökonomischem Interesse, daß die verwendeten Robotersysteme in der Lage sind, die Aufgabe optimal auszuführen. Der Begriff optimal läßt dort viele Bedeutungen zu - heute bedeutet optimal meist, daß eine Aufgabe z.B. in kürzester Zeit, mit minimalem Energieaufwand oder über Antriebe minimaler Leistung bewältigt werden kann.

Exemplarisch sei in diesem Abschnitt das erste Kriterium herangezogen: Eine typische industrielle Anwendung für Robotertechnik ist die Pick-and-Place-Aufgabe. Dazu ist das Verfahren des Endeffektors von einer Pose in eine andere Pose (in der EN ISO 8373:1996 „Industrieroboter - Wörterbuch“ auch als Pose-zu-Pose-Bahn definiert [3]) notwendig. Ziel ist es, diese Bewegung des Endeffektors - also der Plattform samt Nutzlast - in minimaler Zeit zu bewältigen. Industrieroboter besitzen leistungsfähige Algorithmen in der Steuerung, um die Bewegung unter Berücksichtigung der Antriebsleistungen schnellstmöglich zu bewältigen. Auch die konstruktive Anpassung eines Roboters an seine Aufgabe kann unter dem Gesichtspunkt maximaler Produktivität sinnvoll und profitabel sein. Vereinzelt existieren Baukastensysteme einzelner Industrieroboter-Hersteller, die die modulare Anpassung eines Roboters an eine Aufgabe zulassen und so auch eine Anpassung des Roboters selbst erlauben - dies ist jedoch meist nur in beschränktem Umfang möglich und oft nur prototypisch realisiert worden [129].

An dieser Stelle bietet die inhärent modulare Struktur eines Seilroboters einen großen Vorteil: Neben der Hinterlegung optimaler Trajektorien im Steuerungssystem kann auch der Roboter in weiten Grenzen frei gestaltet und an die Aufgabe angepaßt werden. Dies betrifft dabei sowohl die Struktur- als auch die Parametersynthese. Infolgedessen kann eine aufgabenspezifische globale Optimierung durchgeführt werden, die beide Ebenen der Roboterauslegung umfaßt:

- Optimierung des Seilroboters: Unter allen geeigneten Designs wird der Roboter bestimmt, der die Aufgabe (Trajektorie) konstruktiv in minimaler Zeit bewältigen kann.

- Optimierung der Trajektorie: Unter allen möglichen Trajektorien zwischen Start- und Zielpose wird diejenige bestimmt, die auf dem gewählten Design in kürzester Zeit abgefahren werden kann. Die zugrundeliegenden Konzepte wurden teilweise in [14, 15, 103] beschrieben.

Betrachtet man dieses Problem als CSP, können beide Optimierungen zeitgleich und gekoppelt durchgeführt werden. Es resultiert dann der optimale Seilroboter, der die optimale Trajektorie abfahren kann, sowie die Beschreibung dieser optimalen Trajektorie [27]. Dazu kann die bereits mehrfach verwendete Formulierung des CSP, basierend auf der bereits gezeigten Implementierung des  $\mathcal{WFW}$  auf Basis der Gl. 6.33 weiterhin genutzt werden. Die Trajektorie wird dabei über  $s$  Splinesegmente  $S_{i,j}$  mit  $1 \leq i \leq n$   $1 \leq j \leq s$  für alle  $n$  Freiheitsgrade der Plattform repräsentiert. Die Koeffizienten dieser Splines werden teilweise über die Randbedingungen festgelegt, die sich über Start- und Zielpose ergeben. Die übrigen Koeffizienten sind frei und stehen innerhalb ihrer technischen Grenzen als freie Parameter der Optimierung zur Verfügung. Die Parametrierung der Trajektorie wurde für Seilroboter bereits in [41] gezeigt. Alternativ ist es natürlich auch möglich, eine Trajektorie vorzugeben, und lediglich taugliche Seilroboter-Designs für diese Trajektorie zu generieren - im Allgemeinen ist es jedoch sinnvoll, dies dem Optimierer zu überlassen. Für das CSP liegen folgende Variablenbelegungen zugrunde:

- Optimierung des Roboters
  - Der Seilroboter kann über die Veränderung der Plattformpunkte und der Basispunkte flexibel an die Aufgabe angepaßt werden. Die Koordinaten von  $\mathbf{p}_i$  und  $\mathbf{b}_i$  mit  $1 \leq i \leq m$  zählen daher zu den Berechnungsvariablen.
- Trajektorien-Optimierung
  - Für jedes Splinesegment  $j$  wird eine Verfahrszeit  $T_j$  mit  $1 \leq j \leq s$  festgelegt. Ziel ist es, die Summe der Verfahrszeiten über alle Segmente von der Start- zur Zielpose zu minimieren. Die Verfahrszeiten sind also Teil der Berechnungsvariablen. Gleichzeitig bildet ihre Summe die Kostenfunktion, sofern eine minimale Trajektorienzeit gefordert ist. Dies wird später noch gezeigt. Alternativ kann z.B. auch eine Minimierung des Bauraums gewünscht sein.
  - Die Splines werden durch  $s-1$  Verbindungspunkte  $\mathbf{P}_k$  mit  $1 \leq k \leq s-1$  verbunden. Diese Verbindungspunkte können prinzipiell an beliebigen Positionen im Arbeitsraum liegen und mit Geschwindigkeiten  $\mathbf{V}_k$ , Beschleunigungen  $\mathbf{A}_k$  und Ruck  $\mathbf{J}_k$  durchfahren werden - abhängig natürlich auch vom Grad der verwendeten Splines. Durch die kinematischen Übertragungen und die entsprechenden Ableitungen ergeben sich

für die Größen  $\mathbf{V}_{p_k}$ ,  $\mathbf{A}_{p_k}$  und  $\mathbf{J}_{p_k}$  auch die entsprechenden Größen Seilgeschwindigkeit  $\mathbf{V}_{s_k}$ , Seilbeschleunigung  $\mathbf{A}_{s_k}$  und Seilruck  $\mathbf{J}_{s_k}$ , die wiederum durch die Leistungsfähigkeit der Windenmotoren begrenzt sind. Die technischen Randbedingungen der Windenantriebe werden dabei über die Vektoren der maximalen Winden- bzw. Seilgeschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{q}}_{\max}$ , -beschleunigungen  $\ddot{\mathbf{q}}_{\max}$  und -ruck  $\ddot{\mathbf{q}}_{\max}$  erfaßt. Die Gesamtverfahrzeit hängt implizit von der Lage dieser Punkte ab, daher zählen sie zu den Berechnungsvariablen.

- Für die gesamte Trajektorie wird ein Wegparameter  $t$  definiert. Er wird auf Werte zwischen Null und Eins normiert. Da die gesamte Trajektorie abfahrbar sein muß, ist  $t$  eine Verifikationsvariable.

Optional können Plattformlasten  $\mathbf{w}$  als Verifikationsvariablen oder Parameter eingeführt werden - dies macht jedoch nur bei eingepprägten konstanten Kräften Sinn, da die durch Gravitation und Massenträgheit auftretenden Plattformlasten sich als Resultat der Trajektorie ergeben. Das CSP lautet also

$$\begin{aligned}
 \mathbf{c}_{\text{ws}} &= \begin{bmatrix} T_1 \\ \vdots \\ T_s \\ \mathbf{V}_{s_1} \\ \vdots \\ \mathbf{V}_{s_k} \\ \mathbf{A}_{s_1} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{s_k} \\ \mathbf{J}_{s_1} \\ \vdots \\ \mathbf{J}_{s_k} \\ \mathbf{p}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_m \\ \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_m \end{bmatrix} \in \mathcal{X}_{\text{cws}} = \begin{bmatrix} [0, T_{\max}] \\ \vdots \\ [0, T_{\max}] \\ [-\dot{\mathbf{q}}_{\max}, \dot{\mathbf{q}}_{\max}] \\ \vdots \\ [-\dot{\mathbf{q}}_{\max}, \dot{\mathbf{q}}_{\max}] \\ [-\ddot{\mathbf{q}}_{\max}, \ddot{\mathbf{q}}_{\max}] \\ \vdots \\ [-\ddot{\mathbf{q}}_{\max}, \ddot{\mathbf{q}}_{\max}] \\ [-\ddot{\mathbf{q}}_{\max}, \ddot{\mathbf{q}}_{\max}] \\ \vdots \\ [-\ddot{\mathbf{q}}_{\max}, \ddot{\mathbf{q}}_{\max}] \\ [\mathbf{p}_{1\min}, \mathbf{p}_{1\max}] \\ \vdots \\ [\mathbf{p}_{m\min}, \mathbf{p}_{m\max}] \\ [\mathbf{b}_{1\min}, \mathbf{b}_{1\max}] \\ \vdots \\ [\mathbf{b}_{m\min}, \mathbf{b}_{m\max}] \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{v}_{\text{ws}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ t \end{bmatrix} \in \mathcal{X}_{\text{vws}} = \begin{bmatrix} [\mathbf{w}_{\min}, \mathbf{w}_{\max}] \\ [0, 1] \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{e}_{\text{ws}} &= \mathbf{f}_{\text{sec}} \in \mathcal{X}_{\text{ews}} = [\mathbf{f}_{\min}, \mathbf{f}_{\max}].
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

Da die Trajektorie aus Splinesegmenten zusammengesetzt wird und  $t$  der Wegparameter für die Verifikation der Gesamttrajektorie ist, muß dieser Wert in der internen Berechnung auf die relative Zeit des jeweiligen Segmentes umgerechnet werden. Daher muß bei einem gegebenen Wert für  $t$  jedes Segment selbst entscheiden, ob es Teil des Auswertungszeitraumes ist. Da  $t$  normiert ist, werden die Verbindungspunkte  $s_k$  mit  $1 \leq k \leq s - 1$  berechnet zu

$$s_k = \frac{\sum_{l=1}^k T_l}{\sum_{l=1}^s T_l}. \quad (7.5)$$

Die beschriebene Aufgabe ergibt sich damit als folgendes Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned} \text{minimiere} \quad & c = \sum_{j=1}^s T_j \\ \text{mit} \quad & \Phi_{\mathcal{W}\mathcal{F}\mathcal{W}} = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_{\text{pri}}^T{}^{-1}(\mathbf{w} + \mathbf{A}_{\text{sec}}^T \mathbf{f}_{\text{sec}}) - \mathbf{f}_{\text{min}} \\ \mathbf{f}_{\text{max}} - (-\mathbf{A}_{\text{pri}}^T{}^{-1}(\mathbf{w} + \mathbf{A}_{\text{sec}}^T \mathbf{f}_{\text{sec}})) \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \quad \forall S_{i_j}, \\ & \forall \mathbf{c}_{\text{traj}} \in \mathcal{X}_{s_{\text{traj}}} \subset \mathcal{X}_c, \\ & \forall \mathbf{v}_{\text{traj}} \in \mathcal{X}_{v_{\text{traj}}}, \\ & \exists \mathbf{e}_{\text{traj}} \in \mathcal{X}_{e_{\text{traj}}}, \\ & 1 \leq i \leq n, \\ & 1 \leq j \leq s. \end{aligned} \quad (7.6)$$

Analog zum Vorgehen in Abschnitt 7.2.1 kann die Parametersynthese auch hier wieder in eine Struktursynthese zu Bestimmung der Seilzahl  $m$  eingebettet werden. Dies wurde hier jedoch nicht berücksichtigt.

Zur Auswertung des CSP ergeben sich die zu überprüfenden Arbeitsraumbereiche in Form von Intervall-Boxen im kartesischen Endeffektorraum aus der intervallmäßigen Auswertung der Bahnparameter der Splines. Dazu werden – abhängig von den Fahrzeiten  $T_i$  und den Spline-Verbindungspunkten  $P_k$  (sowie deren Ableitungen  $V_k, A_k$  und  $J_k$ ) – die Koeffizienten der Splinepolynome berechnet[41]. Die resultierenden Splines werden abhängig von den Intervallwerten von  $t$  ausgewertet und ergeben dann die kartesischen Arbeitsraumbereiche, die der regulären Arbeitsraumverifizierung unterzogen werden. Trägheits- und Schwerkraft werden als Ergebnis des Trajektorienverlaufs den Lasten  $\mathbf{w}$  zugeschlagen und müssen folglich durch die Seilkräfte kompensiert werden.

Bei der Trajektoriengenerierung zeigt der Gradient der Kostenfunktion stets in Richtung kürzerer Trajektorienzeiten und kompakter Designs. Analog zur Modifika-



tion der Kostenfunktion für definierte Arbeitsräume wird daher folgende Problemdefinition eingeführt, um auch hier Standardoptimierer verwenden zu können:

$$\begin{aligned}
\text{minimiere } c &= \begin{cases} \sum_{j=1}^s T_j & \text{gültig} \\ c_{\text{pu}} - \sum_{j=1}^s T_j & \text{unsicher} \\ c_{\text{pi}} - \sum_{j=1}^s T_j & \text{ungültig} \end{cases} \\
\text{mit } \Phi_{\mathcal{W}\mathcal{F}\mathcal{W}} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_{\text{pri}}^T \mathbf{w} - \mathbf{A}_{\text{sec}}^T \mathbf{f}_{\text{sec}} - \mathbf{f}_{\text{min}} \\ \mathbf{f}_{\text{max}} - (-\mathbf{A}_{\text{pri}}^T \mathbf{w} - \mathbf{A}_{\text{sec}}^T \mathbf{f}_{\text{sec}}) \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \quad \forall S_{i_j} \\
&\forall \mathbf{c}_{\text{traj}} \in \mathcal{X}_{\text{straj}} \subset \mathcal{X}_c, \\
&\forall \mathbf{v}_{\text{traj}} \in \mathcal{X}_{v_{\text{traj}}}, \\
&\exists \mathbf{e}_{\text{traj}} \in \mathcal{X}_{e_{\text{traj}}} \\
&1 \leq i \leq n \\
&1 \leq j \leq s.
\end{aligned} \tag{7.7}$$

Auch für diese Synthesaufgabe wurden die Optimierer getestet. Dazu wurde der in Abb. 7.9 gezeigte Seilroboter verwendet, der eine Bahn vom Start- zum Zielpunkt schnellstmöglich abfahren sollte. Aus Rechenzeitgründen sind lediglich die x-Koordinaten der Windenpositionen als Optimierungsparameter freigegeben. In der Abbildung ist das System mit den geometrischen Parametern auf den Startwerten gezeigt. Die Trajektorie wurde über jeweils zwei Splinesegmente beschrieben; die Startwerte wurden hier auf  $T_1 = T_2 = 0.2\text{s}$  für jedes Segment gesetzt.

### Interval-basierte globale Optimierung

Die Interval-basierte globale Optimierung hat sich für Design-to-Task Berechnungen als bedingt tauglich erwiesen. Das Verfahren funktioniert zwar und liefert prinzipiell auch global optimale Ergebnisse unter den in Abschnitt 7.2.1 geschilderten Voraussetzungen verifizierbarer Ergebnisse. Die intervallwertige Verwendung der freien Parameter für die Beschreibung der Splines resultiert aber in sehr hohen Rechenzeiten, so daß für die gegebene Konfiguration unter MATLAB kein Rechenlauf innerhalb einer annehmbaren Rechenzeit beendet werden konnte. Für die praktische Anwendung kann dieses Verfahren angesichts alternativer Optimierer daher nicht empfohlen werden.

### Simuliertes Abkühlen (Simulated Annealing)

Die Ergebnisse des Design-to-Task-Durchlaufs auf Basis von Simulated Annealing sind die besten aller verglichenen Standardoptimierer, siehe Abb. 7.10 und Tab. 7.2.

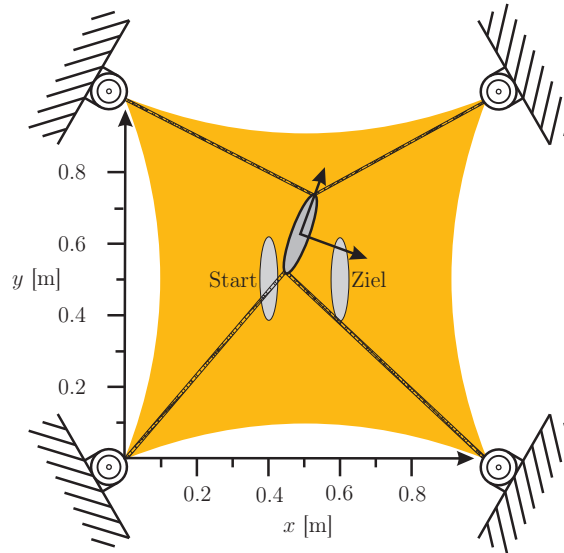


Abbildung 7.9: Ebener Seilroboter des Typs 1R2T mit zwei translatorischen und einem rotatorischen Freiheitsgraden sowie Start- und Zielpose

Der verwendete Optimierer war wiederum die MATLAB Funktion `simulannealbd` [151]. Dabei wurden jedoch sehr viele Auswertungen der Kostenfunktion benötigt.

### Gradientenbasierte Optimierung auf Basis der 1. Ableitung

Wird ein gradientenbasierter Optimierer wie die MATLAB-Funktion `fminunc` [152]) auf das Design-to-Task Problem angewandt, so kann er das Problem nicht lösen: Dies ist darin begründet, daß die Kostenfunktion in Gl. 7.7 lediglich von der Trajektorienzeit (und natürlich der Gültigkeit der Trajektorie) abhängt. Natürlich haben die Trajektorienparameter einen Einfluß auf die Trajektorie und damit implizit auch auf die Trajektorienzeit, aber sie tauchen nicht explizit in der Kostenfunktion auf. Die entsprechenden Einträge in der Jacobimatrix verschwinden und das Optimierungsverfahren variiert die Parameter nicht mehr. Damit bleiben die Trajektorienparameter auf ihren Startwerten und das Ergebnis ist nicht optimal.

### Genetische Algorithmen

Bei der Verwendung von GAs für die Design-to-Task-Aufgabe ist vorteilhaft, daß sie keinerlei Vorgaben für die Beschaffenheit der Zielfunktion bezüglich Differenzierbarkeit oder Stetigkeit machen. Im Design-to-Task Test benötigte ein GA wenige Funktionsaufrufe, produzierte aber keine guten Ergebnisse (siehe Abb. 7.11).

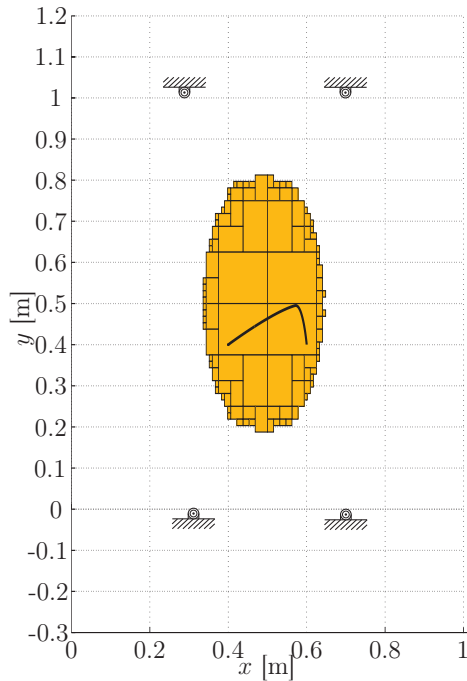


Abbildung 7.10: Ergebnis einer Design-to-Task-Optimierung unter Verwendung eines Simulated-Annealing-Verfahrens,  $T_1 = 0.107616\text{s}$ ,  $T_2 = 0.112934\text{s}$ , nach 8929 Auswertungen der Kostenfunktion. Quelle: [26]. Copyright © by ASME International.

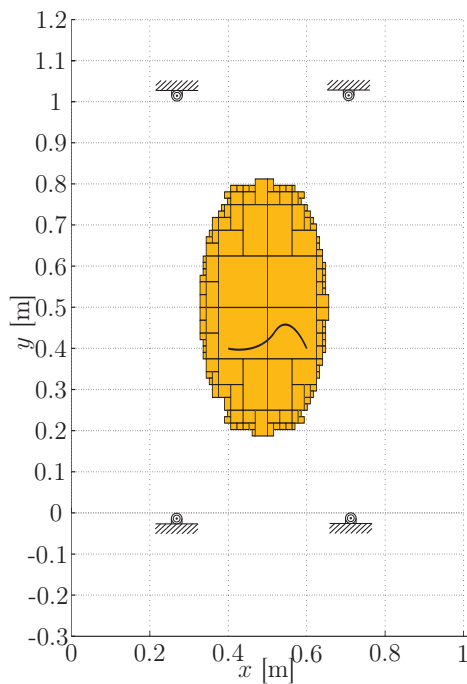


Abbildung 7.11: Ergebnis einer Design-to-Task-Optimierung unter Verwendung eines Genetischen Algorithmus,  $T_1 = 0.2220043\text{s}$ ,  $T_2 = 0.228507\text{s}$ , nach 1180 Auswertungen der Kostenfunktion. Quelle: [26]. Copyright © by ASME International.

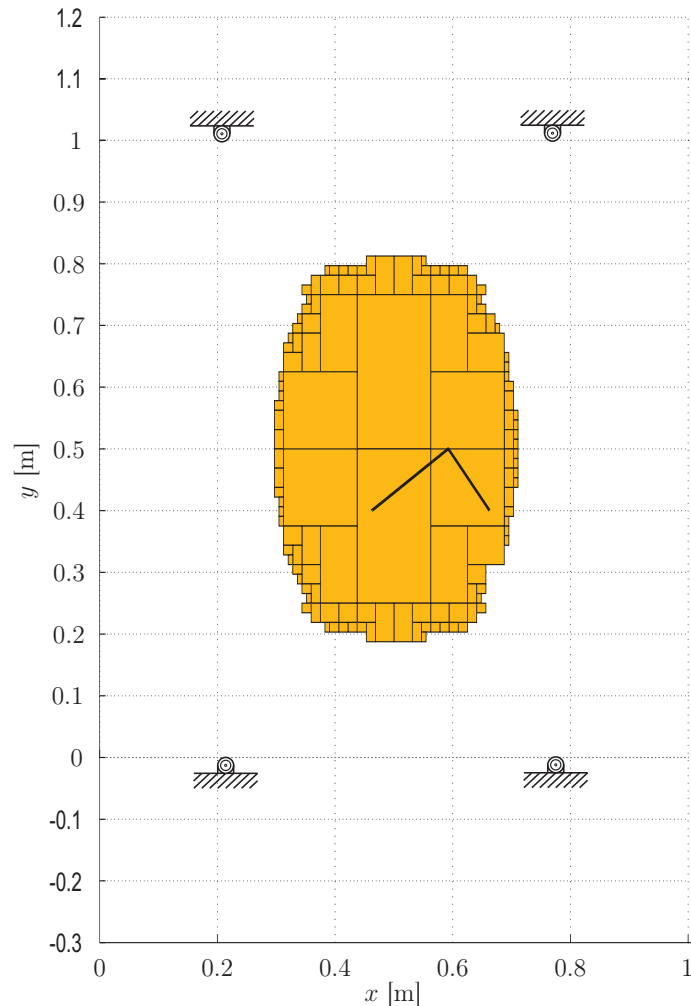


Abbildung 7.12: Ergebnis einer Design-to-Task-Optimierung unter Verwendung eines Simplex Optimierers,  $T_1 = 0.234784\text{s}$ ,  $T_2 = 0.227469\text{s}$ , 639 Auswertungen. Quelle: [26]. Copyright © by ASME International.

### Simplex Optimierer

Die MATLAB Funktion `fminsearch` lieferte für eine Design-to-Task Optimierung Trajektorien mit großen Krümmungen (die aber trotzdem kontinuierlich und differenzierbar sind), da die Geschwindigkeit in x-Richtung am Verbindungspunkt der Splines sehr gering ist. Dies spiegelt sich auch in einem vergleichsweise schlechten Ergebnis der Optimierung in Abb. 7.12 wieder. Es wurden nur wenige Auswertungen benötigt.

Für Design-to-Task-Aufgaben zeigt sich am Beispiel eines Seilroboters des Typs 1R2T also ein klares Bild, wobei sich Simulated-Annealing-Verfahren als gut geeignet herausgestellt haben. Die Ergebnisse sind nochmals in Tab. 7.2 zusammengefaßt.

Im nächsten Kapitel erfolgt als Abschluß dieser Arbeit ein Überblick über ver-

Tabelle 7.2: Optimierungsergebnisse Design-To-Task

	Auswertungen	Kostenfunktion [s]
Intervalloptimierer	-	-
Simulated Annealing	8929	0.2206
Gradientenbasierter Optimierer	-	-
Genetische Algorithmen	1180	0.4486
Simplex Optimierer	639	0.4623

schiedene Anwendungsszenarien für Seilroboter, die innerhalb des ARTIST-Projektes untersucht wurden. Dabei gilt es, die besonderen Eigenschaften und die Eignung von Seilrobotern für die jeweils unterschiedlichen Anforderungen und Randbedingungen abzuklären.

# Kapitel 8

## Beispiele möglicher Anwendungsszenarien

*Im letzten Kapitel werden nun einige Anwendungsstudien beschrieben. Zunächst wird in Abschnitt 8.1 eine bereits bekannte Idee eines dreidimensionalen Raumflugwerkes aufgegriffen, das universellen Charakter für Anwendungen mit großen Arbeitsräumen hat. In Abschnitt 8.2 wird ein Positioniersystem für einen Windkanal auf Basis eines Seilroboters vorgestellt. Hier steht der Aspekt aerodynamisch günstiger Eigenschaften im Vordergrund. In Abschnitt 8.3 wird eine Risikoanalyse für die Anwendung als Regalbediengerät durchgeführt. Abschnitt 8.4 schließlich untersucht die Anwendung von Seilrobotern innerhalb der Physiotherapie.*

Im Rahmen des ARTIST-Projektes wurden in Zusammenarbeit mit anderen Forschungsinstituten und Industriepartnern diverse Einsatzmöglichkeiten für Seilroboter diskutiert. Einige der entwickelten Szenarien sollen in diesem Kapitel beschrieben werden. Diesen Beispielen ist gemein, daß sie besonders von den speziellen Eigenschaften seilgetriebener Mechanismen profitieren.

### 8.1 Dreidimensionales Raumflugwerk

Das dreidimensionale Raumflugwerk wurde entwickelt, um die freie Bewegung von Objekten und Personen z.B. auf Theaterbühnen zu ermöglichen. Inspiriert durch Gespräche zwischen Manfred Hiller vom Lehrstuhl für Mechatronik an der Universität Duisburg-Essen (damals Gerhard-Mercator-Universität -GH- Duisburg) und Friedrich Mäder von der Krupp Industrietechnik GmbH, Duisburg, entstand das Patent „Method for moving an object hanging on a cable“ [96], welches ein Verfahren zur Manipulation von an Seilen hängenden Objekten beschreibt - im Sinne der

Klassifikation in Abschnitt 2.1 also die Anwendung eines IRPM. Parallel dazu wurde im Patent „Flugwerk zur dreidimensionalen Bewegung von Personen und anderen Lasten im Bühnenraum“ [82] eine Anwendung des Prinzips für die Bühnentechnik beschrieben.

Für die Bühnentechnik ist ein solches System sehr wertvoll. Bei vielen Bühnendarstellungen ist das Erzielen unerwarteter Effekte wichtig. Dazu gehört z.B. das Schweben von Objekten und Personen über dem Bühnenraum. Durch die Verwendung besonders dünner Seile kann hier die Illusion freien Schwebens erzeugt werden. Kritisch ist dabei, daß die schwebenden Objekte teilweise hohe Massen besitzen, die bei hohen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen verfahren werden sollen. Um Schwingungen und Pendelbewegungen zu vermeiden, kann der Einsatz eines vollverspannten CRPM oder RRPM sinnvoll sein. Aktuell beschränkt sich der Einsatz von automatisierter Seiltechnik in der Bühnentechnik weiterhin auf synchronisierte Antriebe zur Erzeugung zweidimensionaler Bewegungen sowie auf das bereits erwähnte SkyCam<sup>®</sup>-System.

## 8.2 Positioniersystem für Modelle im Windkanal

Für strömungstechnische Versuche werden heute häufig sogenannte Windkanäle verwendet. Windkanäle werden primär in der Luft- und Raumfahrt verwendet, um die aerodynamischen Eigenschaften von Bauteilen zu überprüfen. Daneben können mit Hilfe von Windkanälen auch Aussagen über die hydrodynamischen Eigenschaften von Komponenten gemacht werden. Ein wesentlicher Unterschied ist das Gewicht der dabei getesteten Bauteile - die Modelle aus dem Schiffsbau können bis zu 500kg schwer sein.

Die Positionierung der Modelle ist hierbei oft so gelöst, daß Flugmodelle üblicherweise an Drähten aufgehängt werden, während die schweren Schiffmodelle auf dem Boden befestigt werden. Für den aerodynamischen Test des Überwasser-Schiffs wird dazu das Unterwasser-Schiff entfernt - analog wird zum Test der hydrodynamischen Eigenschaften des Unterwasser-Schiffs der Rumpf ohne Überwasserschiff kopfüber auf dem Boden montiert.

Diese Lösungen haben gemeinsam, daß sie keine Manipulation des Meßobjektes über den Versuchszeitraum erlauben - alle Messungen erfolgen also mit statischen Modellen. Es ist aber für die Verbesserung der Komponenten und Systeme oft von hohem Interesse, wie sie sich während eines Manövers verhalten. Mit anderen Worten, der Angriffswinkel der Strömung soll während der Messung präzise veränderbar sein.

Eine Lösung für den aerodynamischen Bereich wurde von Lafourcade [88, 87] vorgeschlagen. Er stellt als Ergebnis seiner Arbeit bei dem französischen Luftfahrt-Institut CERT-ONERA in Toulouse das Seilroboter-System SACSO (SUSPENSION

ACTIVE POUR SOUFFLERIE) vor. Daneben wurde jüngst von chinesischen Forschern das WDPSS (WIRE-DRIVEN PARALLEL SUSPENSION SYSTEM) [171] vorgestellt, das auch Versuche mit großen Anstellwinkeln erlauben soll.

Im Bereich der Simulation hydrodynamischer Prozesse werden nun ebenfalls mit wachsendem Erfolg dynamische Manöver betrachtet. Zur Validierung der Ergebnisse werden nun folglich auch die entsprechenden Versuchsstände benötigt, die die Vermessung der Strömung sowie der am Modell auftretenden Kräfte während eines Manövers erlaubt. Zu diesem Zweck soll ein Windkanal offener Bauart mit einem Manipulator ausgerüstet werden.

Prinzipiell bieten sich dazu drei Möglichkeiten an, die kurz vorgestellt werden:

- **Serieller Manipulator:** 2002 stellte Airbus Industries ein System vor, das die Positionierung einer Meßsonde in einem Windkanal erlaubt [165]. Dafür wurde ein KUKA KR 30/15L Industrieroboter [85] so neben einem Windkanal installiert, daß sich der Arbeitsraum parallel zum durchströmten Versuchsbereich erstreckt. An der Roboterhand war eine Meßsonde an einem dünnen Stab befestigt, die nun innerhalb des Versuchsbereichs eingesetzt werden konnte. Bei dieser Versuchsanordnung verbleibt der Roboter selbst außerhalb des Versuchsbereichs und kann daher die aerodynamische Messungen nicht störend beeinflussen. Für den hier geplanten Einsatzzweck müßte das Robotersystem jedoch im durchströmten Bereich installiert werden. Zusätzlich muß das System für die geforderten Massen am Endeffektor sehr massiv ausfallen, was heftige Verwirbelungen zur Folge hätte. Daher ist eine serielle Kinematik als Manipulator keine geeignete Wahl
- **Konventioneller Parallelmanipulator:** Prinzipiell hat auch das parallelkinematische System das Problem, daß ein großer Teil der Komponenten innerhalb des durchströmten Versuchsbereichs installiert werden muß. Vorteilhaft ist, daß parallele Strukturen meist eine gute Lastverteilung der auftretenden Prozesskräfte erlauben. Die Antriebe und Verbindungselemente können daher schlanker ausfallen. Generell ist aber auch hier ein wesentlicher Einfluß auf die aerodynamische Strömung zu erwarten.
- **Paralleler Seilroboter:** Wie von Lafourcade [88] und anderen Autoren gezeigt, eignen sich Seilroboter gut als Manipulator für Windkanal. Ihr Hauptvorteil sind die dünnen Seile, die die Strömung kaum beeinflussen. Entsprechend ausgelegt, sind sie in der Lage, auch hohe Massen zu bewegen.

In Zusammenarbeit mit Technikern und Wissenschaftler des Instituts für Fluidodynamik und Schiffstheorie der TU Hamburg-Harburg wurde ein Manipulator-System für den dortigen Wintunnel offener Bauart ausgelegt [135]. Der Windkanal besitzt nach Tab. 8.1 die folgenden technischen Merkmale:



Tabelle 8.1: Technische Daten des Windkanals an der TU Hamburg-Harburg

Länge der Messstrecke:	5,0m
Abmessungen:	
Länge	42.0m
Höhe	10,5m
Breite	5.5m
Vorsatzdüsen	
2.0m × 3.0m	ca. 30m/s
2.0m × 2.0m	ca. 45m/s
1.5m × 1.5m (in Planung)	ca. 70m/s
Sensorik:	
Hitzdrahtanemometer	
Druckerfassungsgeräte	
Sechskomponentenwaage	max. Modellgewicht: 150 bis 250kg max. Kräfte: 200 bis 400N max. Moment: 200Nm

Für eine erste Auslegung wurde eine Masse der Schiffsmodelle von 100-150kg und eine sinusförmige Beispieltrajektorie mit einer Frequenz von 0.5Hz zugrunde gelegt. Mehrere Designs wurden diskutiert [30, 23]:

### Design 1: Paralleler Seilroboter

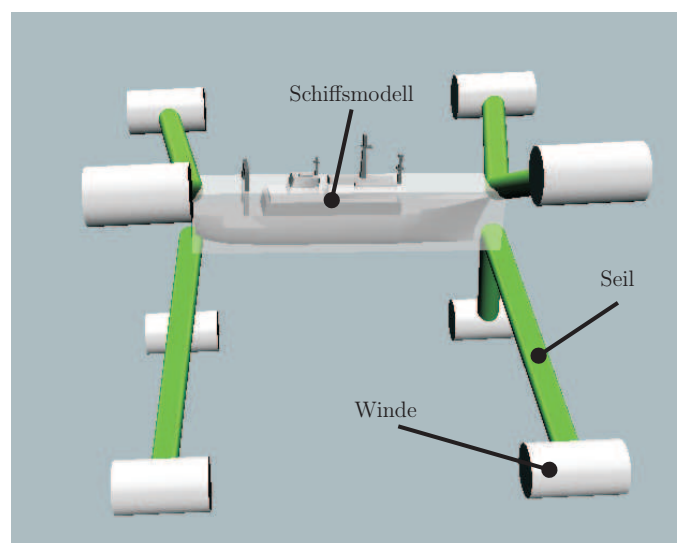


Abbildung 8.1: Seilroboter als Positioniersystem für Schiffsmodelle im Windkanal. Quelle: [30]. Copyright © by ASME International.

Zunächst wurde ein Seilroboter konzipiert (siehe Abb. 8.1). Die Struktursynthese des Systems ist primär durch die äußeren architektonischen Gegebenheiten bestimmt: An den acht Ecken des quaderförmigen Versuchsbereichs können durch einen ebenfalls quaderförmigen Rahmen die notwendigen Verschraubungspunkte (also die Basispunkte) für die Seilwinden (bzw. die notwendigen Umlenkrollen) installiert werden, wobei die Basispunkte über Umlenkrollen auf dem Rahmen verschiebbar sein können. Da zu Versuchsbeginn im Allgemeinen ein Manöver festgelegt wird, sind die zu erwartenden Trajektorien bekannt. Falls nötig, kann der Seilroboter dann über eine Design-to-Task-Synthese gemäß Abschnitt 7.4 an das Manöver angepaßt werden. Der Seilroboter ist über diese Variabilität der geometrischen Parameter an Modelle verschiedener Massen und Manöver unterschiedlicher Dynamik anpaßbar.

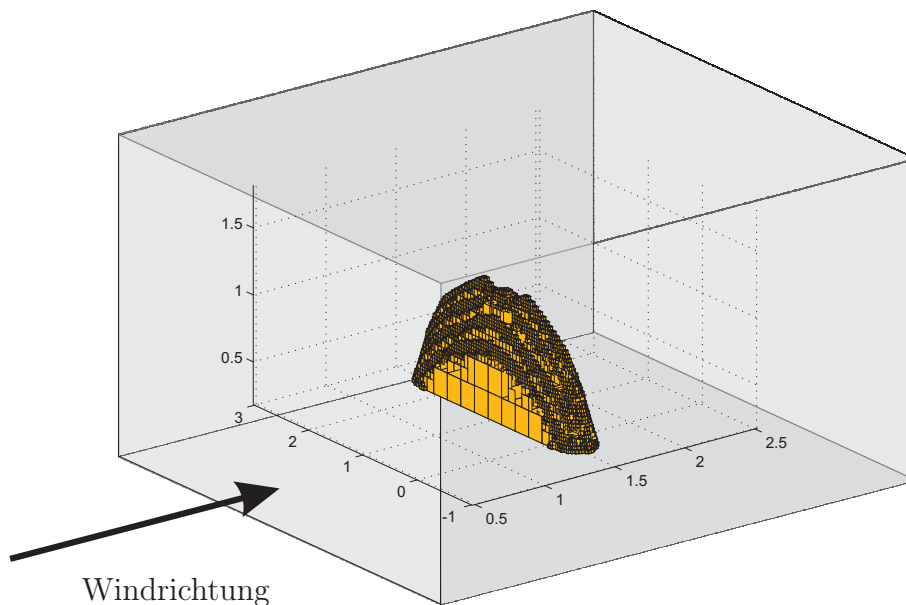


Abbildung 8.2: Arbeitsraum des parallelen Seilroboters (Design 1) im Windkanal,  $f_{\min} = 100\text{N}$ ,  $f_{\max} = 1000\text{N}$

## Design 2: Verspannter Parallelmanipulator

Die zweite diskutierte Variante in Abb. 8.4 ist eine etwas ungewöhnliche Lösung. Grundidee ist eine konventionelle Parallelkinematik, die über zusätzliche Beine eine redundante Struktur aufweist. Damit ist die Möglichkeit einer inneren Verspannung des Systems gegeben. Aufgrund der architektonischen Gegebenheiten ist die Aktuierung über Schienensysteme (also lineare Antriebe) sinnvoll. Die Konfiguration der Parallelkinematik entspricht dabei gemäß Merlet [104] dem Typ *PRR*. Damit können Beine konstanter Länge verwendet werden, was die Profilierung der Verbindungselemente erlaubt, um geringe Verwirbelungen der Strömung zu erreichen. Abb. 8.5

zeigt den  $\mathcal{WF}\mathcal{W}$  eines solchen Systems als Constant Orientation Workspace für eine Null-Orientierung mit einer Schienenlänge von 2m und einer Beinlänge von 1,75m. Nachteilig ist, das der Arbeitsraum zusätzlich durch die geometrischen Bindungen eingeschränkt wird. Folglich müssen vor allem die verwendeten Schienen ausreichend lang ausgelegt werden.

Vorteilhaft ist, daß die gesamte Aktuatorik in den Boden- und Deckenstrukturen des Windtunnels verborgen werden kann, so daß lediglich die Verbindungselemente innerhalb des durchströmten Versuchsbereichs bleiben. Diese zusätzlichen Beine können nun genutzt werden, um analog zum Funktionprinzip eines Seilroboters einen inneren Verspannungszustand herzustellen. Dies erlaubt es – eine Kraftregelung vorausgesetzt – innerhalb eines vorgegebenen Arbeitsraums obere und untere Belastungsgrenzen für die Verbindungselemente vorzugeben. Da die Verbindungselemente als dünne Stangen ausgeführt werden, ist für Druckkräfte der 2. Eulersche Knickfall als Auslegungskriterium maßgeblich. Will man also große Arbeitsräume realisieren, so werden die freien Knicklängen sehr groß und die erforderlichen Stangenquerschnitte wachsen entsprechend. Kann man jedoch die zu erwartenden Druckkräfte durch das hier vorgeschlagene redundante System begrenzen, so können die höheren Zugfestigkeiten ausgenutzt werden. Eine beispielhafte Berechnung der Versagensfälle zeigt das Potential dieses Ansatzes für strömungstechnische Anwendungen:

Für die Verbindungselemente werden strömungsgünstige Profile (z.B. sogenannte Rankine Körper [11]) ausgewählt. Diese haben eine annähernd ellipsenförmige Gestalt. Für das Verhältnis Länge  $L_A$  zu Breite  $L_B$  der Ellipse sei als Kompromiß zwischen hohem Flächenträgheitsmoment  $I$  und strömungsgünstiger Profilform

$$\frac{L_A}{L_B} = 4 \quad (8.1)$$

gewählt. Die Knicklast  $F_K$  für den 2. Eulerschen Knickfall berechnet sich mit einer freien Knicklänge  $s$ , einem Elastizitätsmodul  $E$  und einem Flächenträgheitsmoment  $I$  zu

$$F_K = \pi^2 \frac{EI}{s^2} \quad (8.2)$$

Als leichtes, aber sehr zugfestes Material kann z.B. kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff (CFK) eingesetzt werden. Die Eigenschaften für einen Kohlefaser- Verbundwerkstoff sind in Tab. 8.2 zusammengefaßt.

Tabelle 8.2: Werkstoffeigenschaften CFK

Fasertyp	Kohlenstofffaser HT
Matrixtyp	Epoxidharz
Faservolumenanteil	60%
Zugfestigkeit (in Faserrichtung) $R_{\parallel}^+$	2000N/mm <sup>2</sup>
Elastizitätsmodul $E_{\parallel}$	140000N/mm <sup>2</sup>

Das gewählte Vollprofil sei ellipsenförmig mit  $L_A = 40\text{mm}$  und  $L_B = 10\text{mm}$ . Die Länge der Verbindungselements sei  $l = 2500\text{mm}$ . Das kleinere der beiden Flächenträgheitsmomente des Ellipsenprofils ergibt sich zu

$$I_A = \frac{\pi}{4} L_A L_B^3 = 31415.92\text{mm}^4. \quad (8.3)$$

Mit der freien Knicklänge von  $s = l = 2500\text{mm}$  und den gegebenen Materialwerten berechnet sich

$$F_K = \pi^2 \frac{E_{\parallel} I_A}{l^2} = 6945,40\text{N}. \quad (8.4)$$

Berechnet man nun andererseits für den Fall einer reinen Zugbelastung die Bruchlast für eine gegebene Zugfestigkeit  $R$  und eine Querschnittsfläche  $A$  mit

$$F_Z = RA, \quad (8.5)$$

so ergibt sich

$$F_Z = R_{\parallel}^+ \frac{\pi L_A L_B}{4} = 2513274.12\text{N}. \quad (8.6)$$

Das große Verhältnis  $F_Z/F_K \approx 360$  zeigt, daß die Auslegung eines verspannten Systems hier durchaus sinnvoll sein kann.

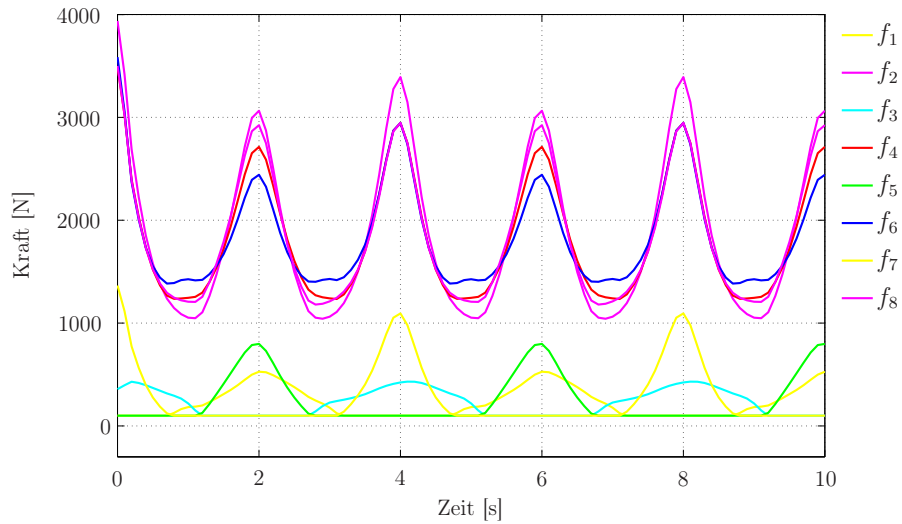
### Design 3: Hybrider Parallelmanipulator

Die Simulationen von Design 2 zeigen für einige Beispieltrajektorien, daß die oberen Antriebe einen sehr hohen Energieumsatz bei hohen Lasten auf den Verbindungselementen zeigen. Dies liegt an mehreren Gründen:

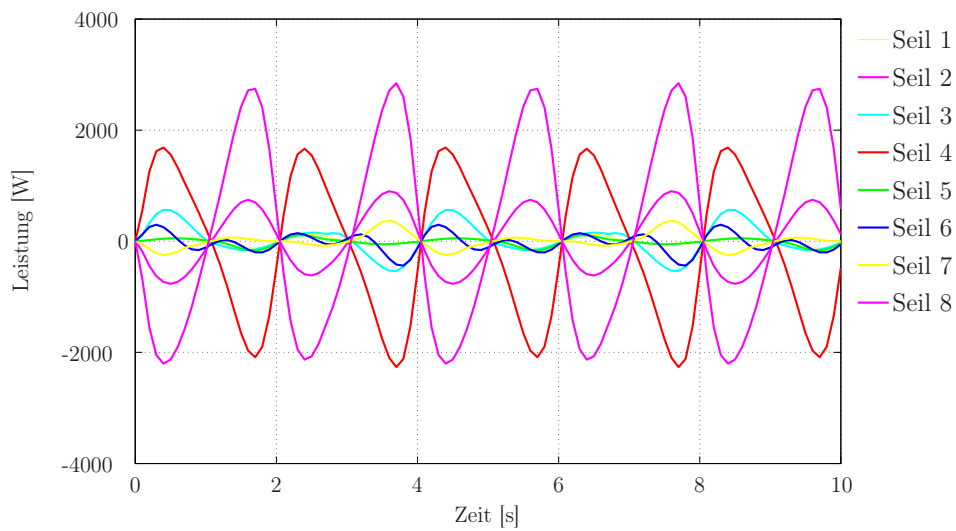
- Die Masse der Schiffsmodelle kann relativ hoch sein. Werden große Beschleunigungen verlangt, so führt dies insbesondere bei Trajektorien im oberen Bereich des Arbeitsraums zu hohen Lasten auf Plattform, obere Antriebe und obere Übertragungselemente.
- Die Motoren haben die Eigenschaft, auch bei niedrigen Geschwindigkeiten einen relativ hohen Energieumsatz zu haben - selbst im Stillstand fließt ein Strom, um das notwendige Haltemoment zu generieren.

- Die notwendige Zugspannung in den unteren Verbindungselementen erhöht die Spannung in den oberen Elementen zusätzlich. Da hohe Spannungen in den oberen Elementen auf einigen Beispieltrajektorien mit hohen Geschwindigkeiten in denselben Antrieben zusammenfallen, werden dort hohe Spitzenleistungen benötigt. Gleichzeitig fahren die unteren Antriebe mit Lasten nahe ihrer Minimalspannung bei kleinen Geschwindigkeiten. Sie haben jedoch prinzipiell eine gute geometrische Konfiguration, um die auf die Plattform wirkenden Lasten zu kompensieren.
- Das verwendete Schienensystem übernimmt einen Teil der auftretenden Beinkräfte. Die Antriebe müssen lediglich die auftretenden Kräfte in Schienenrichtung aufbringen.

Diese Überlegungen führten zu dem Ansatz, für ein System nach Design 2 auch kleine Druckkräfte in den Verbindungselementen zuzulassen. Dies erweist sich in bestimmten Arbeitsraumbereichen und bei vielen Manöversimulationen der Schiffsmodelle als günstig bezüglich des maximalen Energieverbrauchs (Abb. 8.7(b)) und der maximalen Stangenkräfte (Abb. 8.7(a)) und erlaubt damit den Einsatz kleinerer Motoren. Das Design erlaubt damit den Einsatz strömungsgünstiger Elemente mit geringen Querschnitten bei hohen Lasten.



(a) Seilkraftverläufe



(b) Leistungsbedarf der Seilwinden

Abbildung 8.3: Simulationsergebnisse für den parallelen Seilroboter (Design 1) auf sinusförmiger Beispieltrajektorie,  $f_{\min} = 100\text{N}$ ,  $f_{\max} = 50000\text{N}$ . Quelle: [30]. Copyright © by ASME International.

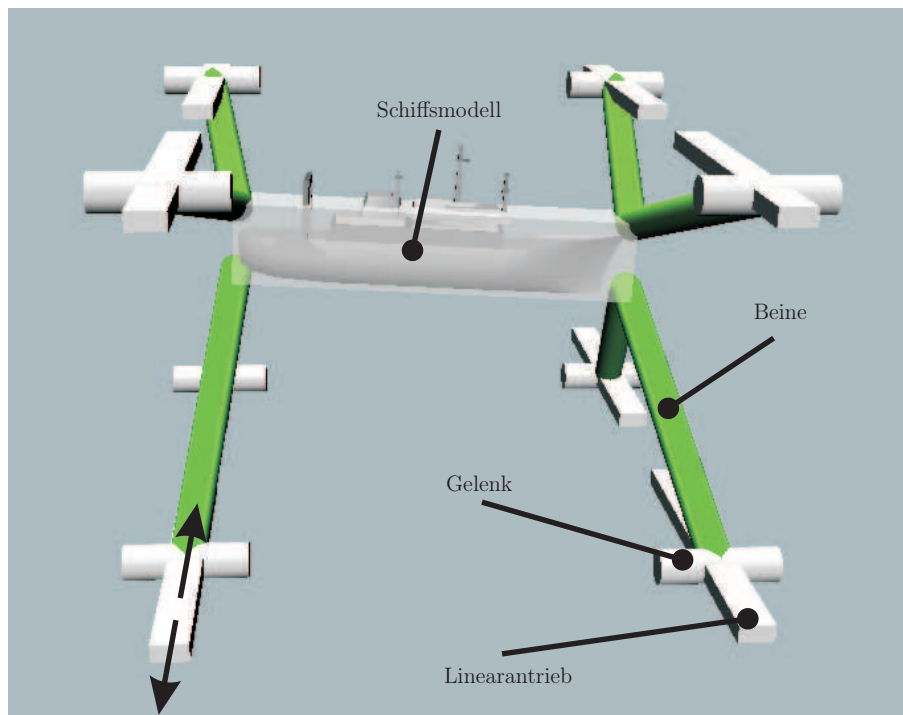


Abbildung 8.4: Parallelmanipulator als Positioniersystem für Schiffsmodelle im Windkanal. Quelle: [30]. Copyright © by ASME International.

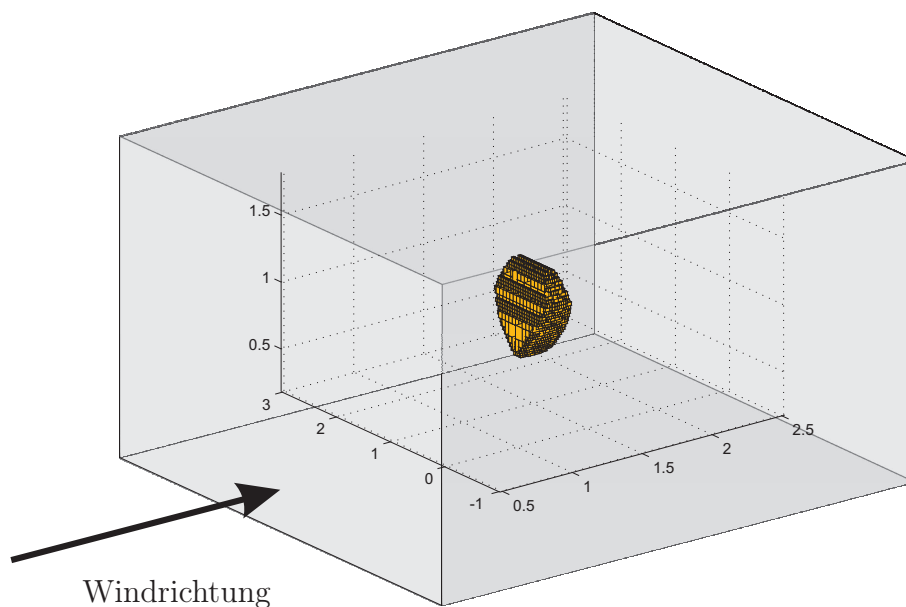
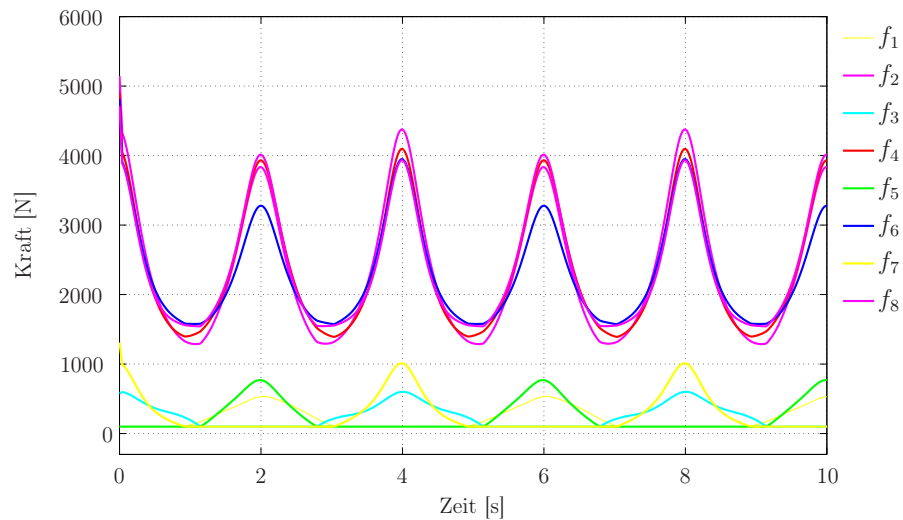
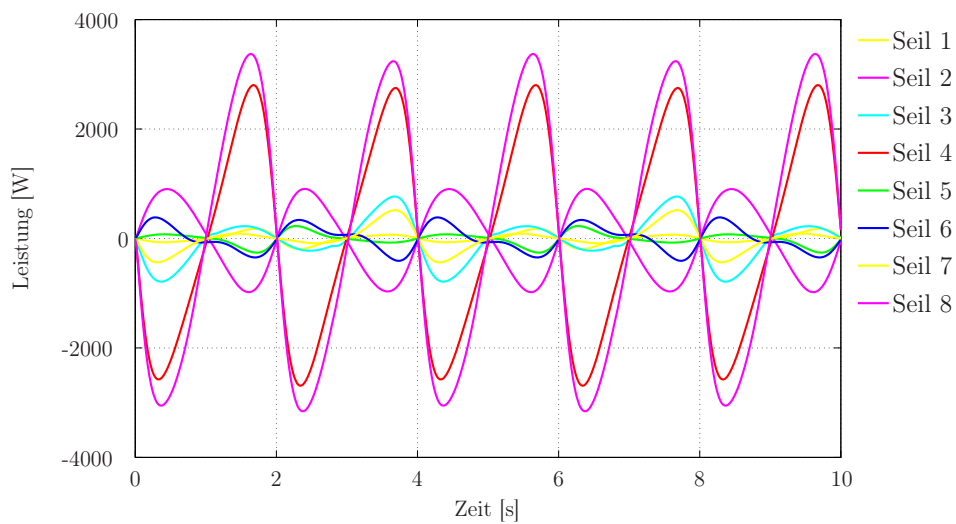


Abbildung 8.5: Arbeitsraum des verspannten Parallelmanipulators (Design 2) im Windkanal,  $f_{\min} = 100\text{N}$ ,  $f_{\max} = 1000\text{N}$



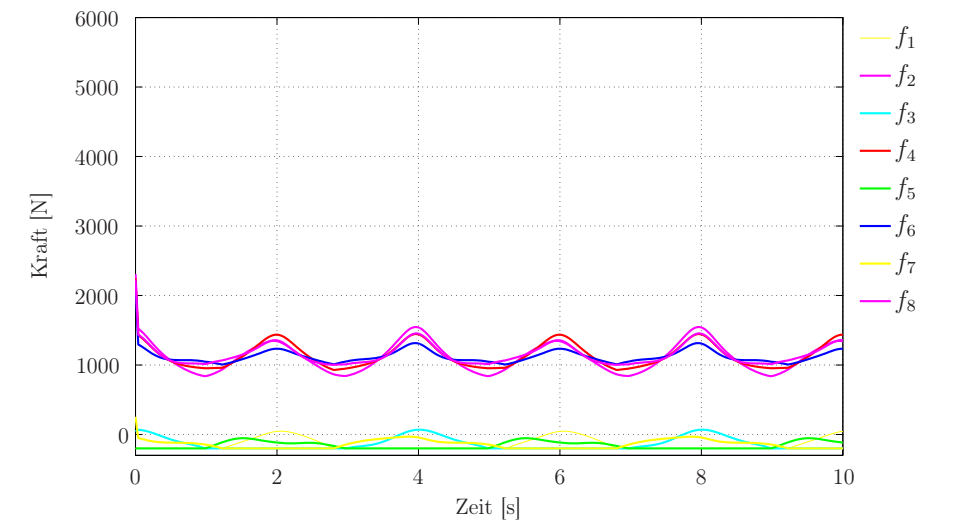
(a) Seilkraftverläufe



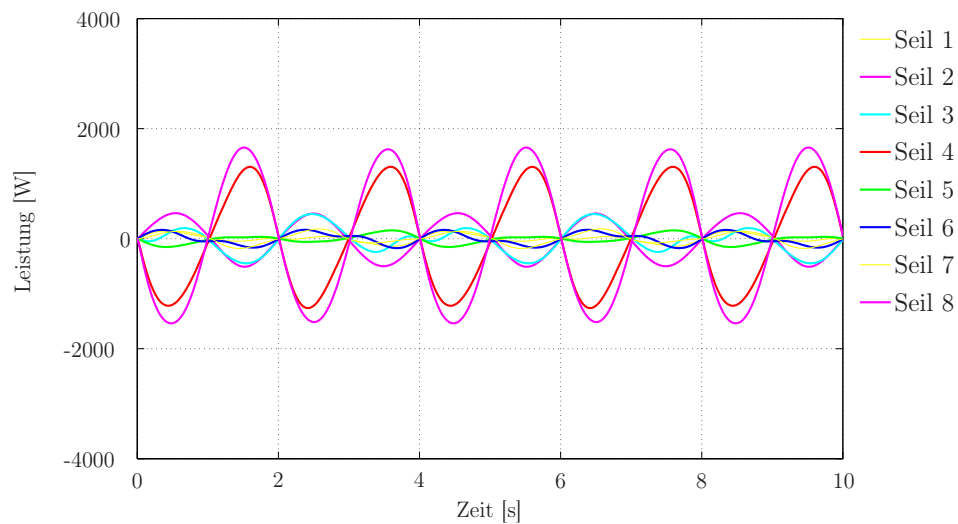
(b) Leistungsbedarf der Seilwinden

Abbildung 8.6: Simulationsergebnisse verspannten Parallelmanipulators (Design 2) auf sinusförmiger Beispieltrajektorie,  $f_{\min} = 100\text{N}$ ,  $f_{\max} = 50000\text{N}$ . Quelle: [30]. Copyright © by ASME International.





(a) Seilkraftverläufe



(b) Leistungsbedarf der Linearantriebe

Abbildung 8.7: Simulationsergebnisse des hybriden Parallelmanipulators (Design 3) auf sinusförmiger Beispieltrajektorie,  $f_{\min} = -200\text{N}$ ,  $f_{\max} = 50000\text{N}$ . Quelle: [30]. Copyright © by ASME International.

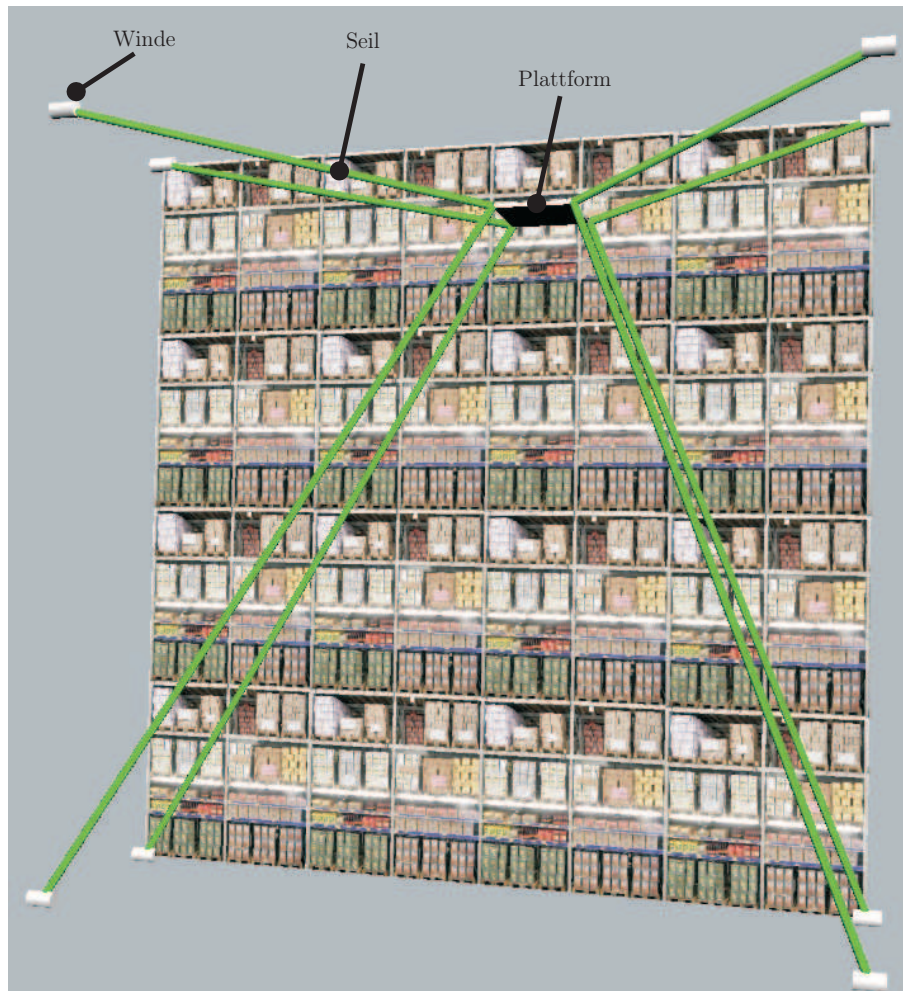


Abbildung 8.8: Seilroboter als Regalbediengerät

### 8.3 Regalbediengerät für Hochregallager

Ein Regalbediengerät (RBG) ist ein schienengeführtes, einspuriges Fahrzeug zur Einlagerung und Auslagerung der Waren in einem Hochregallager. Diese Systeme sind üblicherweise vollautomatisiert. In einer Projektskizze zwischen dem Lehrstuhl für Mechatronik und der Professur Transportsysteme und -logistik an der Universität Duisburg-Essen wurden die entsprechenden Einsatzszenarien für einen Seilroboter als RBG in einem Kleinteilelager erarbeitet (Abb. 8.8). Eine strenge Normung für Sicherheitsaspekte in diesem Bereich definiert die DIN EN 528 „Regalbediengeräte - Sicherheitsanforderungen“ [9]. Wesentlicher Teil der Projektskizze war eine sicherheitstechnische Analyse, die letztlich auch die Risiken und Chancen eines Entwicklungsprojektes in diesem Bereich aufdecken soll. Diese Analyse wurde in Form einer Fehlzustandsart- und -auswirkungsanalyse (FMEA) gemäß DIN EN 60812 „Analysetechniken für die Funktionsfähigkeit von Systemen - Verfahren für

die Fehlzustandsart- und auswirkungsanalyse (FMEA)“ [6] und Richtlinie VDA 4.2 „VDA: Sicherung der Qualität vor Serieneinsatz - System-FMEA“ [4] durchgeführt. Dabei werden Fehler nach ihrer Fehlerschwere B, ihrer Auftretenswahrscheinlichkeit A und ihrer Entdeckungswahrscheinlichkeit E bewertet, wobei eine Skala zwischen 1 und 10 gemäß Tab. 8.3 verwendet wird. Für jeden Fehler wird eine Risikoprioritätszahl  $RPZ = A \times B \times E$  berechnet.

Tabelle 8.3: Bewertungskatalog FMEA nach VDA 4.2. Quelle: [4].

Kriterien Bewertung	Fehlerschwere B	Auftretenswahrscheinlichkeit A	Entdeckungswahrscheinlichkeit E
10	Sehr hoch	500000 ppm	90.00%
9	Sehr hoch	100000 ppm	90.00%
8	Hoch	50000 ppm	98.00%
7	Hoch	10000 ppm	98.00%
6	Mittel	5000 ppm	99.70%
5	Mittel	1000 ppm	99.70%
4	Mittel	500 ppm	99.70%
3	Niedrig	100 ppm	99.90%
2	Niedrig	50 ppm	99.90%
1	Sehr niedrig	50 ppm	99.99%

Folgende Systembestandteile wurden als Fehlerquellen identifiziert und ausgewertet [77]:

### Antriebe

Die Leistung eines RBG skaliert mit der Zahl der Ein- und Auslagerungen (Spiele) pro Zeiteinheit. Ziel des Projektes war es, ein System zu entwickeln, welches eine möglichst hohe Zahl von Spielen erlaubt. Bemessungsgrundlage war eine mittlere Spielzeit von 20 Sekunden, folglich also 180 Spiele pro Stunde und bei 16 Stunden pro Tag rund eine Million Spiele pro Jahr. Nach Herstellerangaben haben entsprechende Elektromotoren im Bereich von rund 20kW eine Lebensdauer von ca. 10 Millionen Spielen, was eine theoretische Lebensdauer von bis zu 10 Jahren bedeutet.

Der Ausfall eines Motors (z.B. aufgrund von Verschleiß) wird als relativ kritisch bewertet. Zwei Szenarien sind als Folge eines Motorausfalls denkbar:

- Blockieren eines Motors - Das RBG ist mit einem blockierten Motor nicht mehr einsatzfähig. Es muß ein Notprogramm ausgeführt werden, welches die Winde vom Motor abkoppelt und die Bergung von Transportplattform und Lagergut erlaubt.

- Leerlauf eines Motors - Das RBG ist mit einem leerlaufenden Motor nicht mehr einsatzfähig. Es muß ein Notprogramm ausgeführt werden, das die Bergung von Transportplattform und Lagergut erlaubt.

Die Schwere der Fehler wird mit  $B = 8$  hoch eingestuft. Die Auftretenswahrscheinlichkeit ist mit  $A = 3$  auf Basis einer guten Wartbarkeit eher niedrig eingestuft. Die Entdeckungswahrscheinlichkeit liegt bei  $E = 1$ , da beide Szenarien über die interne Kraftsensorik umgehend diagnostizierbar sind. Es folgt  $RPZ = 24$ . Für den Fall eines Motorausfalls ist es denkbar, alle Seile zu einer Motorinsel auf Bodenhöhe umzulenken, wo der Austausch eines Motormoduls schnell erfolgen kann. Die Verbindung Motor-Seilwinde muß dazu leicht zu lösen und zu schließen sein und die Seilwinden müssen mit einer manuellen Bremse ausgerüstet sein, um eine manuelle Bergung der Transportplattform zu erlauben.

### Seilwinden

Die Funktion der Seilwinden hängt primär von einem sauberen Wickelvorgang ab, der wiederum nach einem definierten Spannungsbereich der Seile verlangt. Treten Überläufer auf, so muß dies nicht zwangsläufig zu einem Ausfall des Systems führen, so daß  $A = 5$  angenommen wird. Es können kleine Positionierfehler auftreten, und der Seilverschleiß steigt an, also wird die Fehlerschwere  $B = 5$  gesetzt. Die Entdeckungswahrscheinlichkeit ist  $E = 6$  - ein Überläufer kann sensorisch detektiert, aber schon beim nächsten Abwickelvorgang selbständig korrigiert werden. Die  $RPZ$  ist mit einem Wert von 150 recht hoch.

Dem muß durch eine sorgfältige Konstruktion einer einlagig zu verwendenden Seiltrommel mit Führungsrillen gemäß DIN 15020 „Hebezeuge; Grundsätze für Seiltriebe, Berechnung und Ausführung“ [1] Rechnung getragen werden. Eine lediglich einlagige Wicklung sowie eine Rillenführung der Seile auf den Trommeln reduziert die Fehlerschwere auf  $B = 3$ , ebenso die Wahrscheinlichkeit von Überläufern auf  $A = 3$ . Es folgt  $RPZ = 54$ . Das Verhältnis von Seiltrommel- zu Seildurchmesser muss nach DIN EN 528 „Regalbediengeräte - Sicherheitsanforderungen“ [9] mindestens 22:1 betragen. Wichtig ist, daß sich Kunststoffseile nicht erwärmen - auch hierfür ist eine einlagige, rillengeführte Seiltrommel günstig.

### Seile

Für Auslegung und Einsatz von Stahlseilen gelten strenge Prüf- und Schutzvorschriften. Grundlage für den Einsatz von Seilen für Hebezeuge sind die DIN EN 12385 „Drahtseile aus Stahldraht - Sicherheit“ [8] sowie die DIN 15020 „Hebezeuge; Grundsätze für Seiltriebe, Berechnung und Ausführung“ [1]. Dort ist unter anderem festgelegt, daß Seile mindestens mit einer fünffachen Sicherheit auszulegen sind.

Die DIN 15020 schreibt für Hebezeuge Stahlseile auf Seiltrommeln vor - dies ist für eine hohe Leistung des RPG jedoch keine optimale Wahl. Neuere Entwicklungen zeigen einen Trend zu Kunstfaserseilen (z.B. Dyneema<sup>®</sup>), denn sie weisen eine Reihe von Vorteilen auf wie

- ein gutes Verhältnis von Zugfestigkeit zu Gewicht,
- günstige Herstellung,
- gute Biessamkeit,
- gutes Handling und geringere Verletzungsgefahr sowie
- geringe Abnutzung von Winden und Umlenkrollen.

Dies macht Kunstfaserseile zunehmend auch für Einsätze in Transport und Logistik attraktiv [164]. Sinnvoll ist oft die Verwendung von ummantelten Seilen, was eine hohe Abriebfestigkeit sicherstellt. Selbst im Aufzugbau stellte die Firma Schindler kürzlich die Verwendung von Kunstfaserseile aus Aramid vor [164]. Geht man davon aus, daß die Konstruktion oder Regelung des Seilroboters eine Seilkollision ausschließt, so verbleibt als Versagensfall der Riß infolge von Überlastung oder Verschleiß.

Ein Seilriß hat generell zur Folge, daß das System nicht mehr korrekt arbeiten kann. Ein redundantes Design vorausgesetzt, kann ein vollständiger Absturz der Plattform im Allgemeinen vermieden werden und die Plattform samt Nutzlast vorsichtig abgelassen werden. Der Riß wird mit einer hohen Fehlerschwere  $B = 10$  bewertet, da die Funktionalität nicht mehr gewährleistet ist. Bei einer sorgfältigen Auslegung von Regelung und Winden sowie einem regelmäßigen Wartungsplan wird die Auftretenswahrscheinlichkeit mit  $A = 3$  niedrig bewertet. Die Entdeckungswahrscheinlichkeit liegt bei  $E = 1$ , da ein Seilriß über die interne Kraftsensorik umgehend diagnostizierbar ist.

Eine Überlastung des Seils kann durch eine Überwachung bzw. Regelung der Seilkräfte (vgl. Kapitel 3) vermieden werden. Die Gefahr des Verschleißes erfordert eine regelmäßige Kontrolle und Wartung der Seile. Ein Seiltausch erfolgt generell bei Litzenbruch, Drahtbrüchen an einer Litzenstelle, Seilverformungen oder hohem Abrieb. Spätestens nach einer Reduktion des Seildurchmesser um sechs Prozent erfolgt der Austausch [1]. Hierzu ist es auch denkbar, eine andersfarbige Faser im Seil einzuflechten, so dass ein kritischer Verschleißzustand durch Kameras an den Seilwinden kontrolliert werden kann [77]. Die Firma Schindler AG hat für ihre Aufzugseile aus Aramid-Kunstfaserseilen eine weitere Möglichkeit entwickelt [164]: Im Seil sind feine, elektrisch leitende Kohlefasern eingearbeitet. Die Dehnbarkeit der Kohlefasern ist geringer als die der Aramidfasern, so daß sie früher brechen als die Aramidfasern. Ihre elektrische Leitfähigkeit ist dann nicht mehr gegeben, wodurch ist eine ständige

und automatische Überwachung der Seile möglich ist. Die Auftretenswahrscheinlichkeit reduziert sich durch eine elektronische Überwachung des Seils auf  $A = 1$ .

Aktuelle Forschungen beschäftigen sich mit der Verwendung von Spinnenseide zur Herstellung von Seide. Unter der Marke AMSilk<sup>®</sup> sollen in rund fünf Jahren Seile mit einer Zugfestigkeit von 25 000kg/cm<sup>2</sup> auf den Markt kommen. Damit wäre die Zugfestigkeit dreimal größer als die von Kevlar<sup>®</sup>-Fasern und mindestens fünfmal größer als die von Stahl [143].

Vorbeugend ist es denkbar, vor jeder Einsatzschicht des Systems alle Seile einmal höher als die zu erwartenden Betriebslasten zu belasten - ein kritischer Seilfehler sollte in diesem Falle zu einem Versagen des Seils führen, was in der Ruheposition des Systems unkritisch ist.

Für den Fall eines Seilrisses kann eine redundante Auslegung der Seilführungen sinnvoll sein: Alle Umlenkrollen sind doppelt ausgeführt und ein vorkonfektioniertes Seil ist bereits aufgelegt. Reißt ein Seil, so kann das Ersatzseil an Plattform und Winde befestigt werden und das System ist umgehend wieder einsatzbereit. Die Fehlerschwere reduziert sich auf  $B = 8$ , da Möglichkeiten gefunden wurden, den Betrieb bei einem Seilriss schnell wieder aufzunehmen. Die RPZ unter Beachtung der genannten Punkte ist  $RPZ = 8$ .

### Transportplattform

Die Konstruktion einer geeigneten Transportplattform ist Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten. Geplant ist eine annähernd kubische Plattform mit einem integrierten Schlittenmechanismus, der eine Greiffunktion besitzt und zum Ein- und Ausladen des Lagerguts konzipiert ist. Eine kritische Situation kann entstehen, falls die Plattform zu Schwingungen in Normalenrichtung zum Hochregal angeregt wird. Dabei sind Kollisionen zwischen Hochregal und Transportplattform möglich, die zu Schäden führen können. Diese Schwingungen können durch eine Kraftregelung beeinflusst werden. Weiterhin kann die Plattform mit Feder-Dämpfer-Elementen ausgestattet werden, die die Folgen einer Kollision abmildern. Die Fehlerschwere wird daher mit  $B = 2$  gering angenommen. Die Auftretenswahrscheinlichkeit wird im mittleren Bereich angesetzt, da die Effizienz eines entsprechenden Kraftregelsystems noch zu prüfen ist. Es gilt  $A = 4$ . Die Entdeckungswahrscheinlichkeit ist relativ hoch, da sich ein Stoß aufgrund der veränderten Seilkraftverteilung deutlich bemerkbar machen würde, also  $E = 3$ . Es ergibt sich eine Risikoprioritätszahl  $RPZ = 24$ .

Ein größeres Problem besteht in einem Defekt des Ein- und Auslagerungsmechanismus. Wenn dieser nicht funktioniert, so steht das gesamte Regalbediengerät still. Dieser Fehler gilt als sehr kritisch und wird mit  $B = 8$  bewertet. Da die genaue Auslegung des Mechanismus Gegenstand aktueller Arbeiten ist, ist in diesem Stadium eine Bewertung der Ausfallwahrscheinlichkeit noch nicht möglich, wird aber mit einem mittlerem Wert von  $A = 4$  angenommen. Die Entdeckungswahrscheinlichkeit



ist sehr hoch und nimmt deshalb den Wert 1 an. Die Risikoprioritätszahl  $RPZ = 32$ .

### Regelsystem

Das Regelsystem selbst basiert auf einem Industrie-PC in lüfterloser Bauart. Diese Systeme gelten als äußerst zuverlässig und können überdies redundant ausgelegt werden.

Eine wesentliche Komponente sind die Kraftsensoren, deren möglicher Ausfall betrachtet werden muß. Da das System prinzipiell auch rein positionsgeregelt fahren und möglicherweise mit stark verminderter Leistung weiter betrieben werden kann, wird die Fehlerschwere  $B = 2$  gesetzt. Die Auftretenswahrscheinlichkeit wird mit  $A = 4$  eher gering angenommen. Entdeckt wird dieser Ausfall umgehend, da die Meßwerte ausbleiben und der defekte Sensor z.B. über eine redundante Auslegung sofort erkannt werden kann. Es gilt  $E = 1$ . Die Risikoprioritätszahl für einen defekten Sensor ergibt sich damit zu  $RPZ = 8$ .

Die hier erläuterten Ergebnisse der FMEA sind exemplarisch für das Hochregal-Bediensystem erarbeitet worden. Sie sind jedoch auf andere Anwendungsgebiete weitgehend übertragbar. Der Übersicht halber sind die Ergebnisse der FMEA in Tab. 8.4 nochmals zusammengefaßt, wobei eine hohe Fehlerschwere  $B$  einzeln extra gekennzeichnet ist:

Tabelle 8.4: Ergebnisse FMEA. Quelle: [77].

Systemelement	Fehler	RPZ	Lösung
Motor	Motorblockade/Leerlauf	24 ( $B = 8$ )	Motoreninsel
Seil	Seilriss	8 ( $B = 8$ )	Ersatzseil auf doppelter Umlenkrolle Automatische Erkennung der Ablegereife
Plattform	Ein-/ Auslagerung defekt	32 ( $B = 8$ )	Ersatzplattform
	Kollision	24	Feder-Dämpfer-Elemente
Seilwinde	Wickelfehler	54	Einlagige Wicklung Führungsrillen
Steuerung	Sensorik defekt	8	Redundante Auslegung

## 8.4 Einsatz in der Physiotherapie

Der Entwicklung eines Seilroboters als Hilfsmittel für die Physiotherapie liegt die Idee zugrunde, daß Rehabilitationspatienten das Laufen oft neu erlernen oder trainieren müssen, z.B. nach Unfällen, chirurgischen Eingriffen oder bei neurologischen

Störungen. Das Fraunhofer-Magazin 1/2002 berichtet dazu: „[...] Allein in Deutschland erleiden jährlich rund 200 000 Menschen einen Schlaganfall. Doch nur ein Viertel der Betroffenen wird wieder vollständig gesund. Etwa die Hälfte, also 100 000 Menschen, sind in ihrer Gehfähigkeit eingeschränkt, ein weiteres Viertel ist dauerhaft auf den Rollstuhl angewiesen. Doch nicht nur ein Schlaganfall kann dazu führen, dass Menschen ihr Gehvermögen verlieren. Laut Statistik wird jedes Jahr in Deutschland rund 1000 Mal die Diagnose Querschnittslähmung gestellt. Ursache dafür ist die Schädigung der Nervenzellen im Rückenmark. In etwa 80 Prozent der Fälle ist die Lähmung auf Verletzungen im Sport oder im Straßenverkehr zurückzuführen. Mediziner registrieren seit Jahren durch immer neue Risikosportarten wie Paragliding, Snowboarden oder Mountainbiken eine ansteigende Tendenz der Fälle. Dazu kommen Erkrankungen oder Tumore, die ebenfalls eine Querschnittslähmung nach sich ziehen können, sowie eine Vielzahl weiterer neurologischer Störungen, die eine Lähmung der Beine bedingen. In der Regel gibt es für die Betroffenen nur geringe Heilungschancen, da sich Nervenzellen nicht mehr regenerieren. Nur äußerst selten erholt sich das Rückenmark von selbst. Gelegentlich kann Krankengymnastik zur Heilung beitragen. [...]“ [92, 133].

Im Rahmen der Therapie muß der Patient in der jetzigen Praxis aus seinem Bett gehoben werden und von der Bettkante auf seine Beine rutschen. Dann wird er vom Therapeuten seitlich gestützt, um so die Gehbewegung zu trainieren. Dabei kommt es oft zu Unfällen, wenn die Beine das Gewicht nicht tragen können und der Patient kollabiert. Wenn die Beine völlig nachgeben, ist es für den seitlich stützenden Therapeuten oft nicht mehr möglich, den Patienten zu stützen, so dass es zum Sturz kommt. Dies ist - gerade bei frisch operierten oder älteren Patienten - mit einem erheblichen Verletzungsrisiko verbunden. Neben den gesundheitlichen Schäden obliegt es einer noch durchzuführenden Recherche, den wirtschaftlichen Schaden (Klage gegen das Krankenhaus usw.) zu beziffern.

Aktuelle Hilfsmittel wie Gehbarren, Rollatoren oder Krücken und Stöcke sind therapeutisch zwar hilfreich, setzen aber ein stabiles Kreislaufsystem und eine stabile Oberkörpermuskulatur des Patienten voraus. Allerdings sichert nur ein möglichst frühzeitiger Einstieg in die physiotherapeutische Behandlung rasche und gute therapeutische Ergebnisse.

Bei der Wassertherapie wird der Patient von seinem eigenen Körpergewicht entlastet, wodurch die Belastung der Beine reduziert wird. Diese Therapieform ist mit hohem Aufwand verbunden. Der Patient muss ins Wasser verbracht und wieder herausgeholt, entkleidet und wieder angekleidet werden und auch der Therapeut muss sich umziehen. Sie liefert jedoch gute Therapieergebnisse. Die hohen Kosten, die durch den Betrieb eines Schwimmbeckens entstehen, sowie der hohe Personalaufwand reduzieren aber die Zahl der Patienten, denen diese Therapieform bewilligt werden kann. Alternativ sind Laufkatzensysteme mit Deckenmontage im Einsatz,



die jedoch zu einem Pendeln des Oberkörpers des Patienten führen können und nur eine eingeschränkte Bewegung zulassen.

Bisher entwickelte automatisierte Systeme wie der Lokomat<sup>®</sup> [175] der Eidgenössischen Technischen Hochschule (ETH) in Zürich, das System STRING-MAN des Fraunhofer Instituts für Produktionsanlagen und Konstruktionstechnik IPK in Berlin [142] oder das System REHAROB der wirtschaftsorientierten, strategischen Allianz „Roboter und Manipulatoren für Medizinische Einsatzfelder - RoMed“ der Fraunhofer-Institute [133] basieren darauf, den Patienten assistiert auf einem Laufband zu positionieren und dabei ein Aufhängungssystem zu verwenden, das ebenfalls seilbasiert ist. Entsprechende Regelalgorithmen werden in [46] vorgestellt. Es fehlt jedoch die Möglichkeit, den Patienten frei in einem Raum zu bewegen und bei alltäglichen Bewegungsabläufen (setzen, aufstehen, Treppen steigen etc.) zu überwachen bzw. zu unterstützen. An dieser Stelle wird das Potential eines Seilroboters nicht vollständig ausgenutzt.

Im Rahmen einer Kooperation zwischen dem Studiengang Industrial Design (Fachbereich Kunst und Design), heute Folkwang-Hochschule und dem Lehrstuhl für Mechatronik an der Universität Duisburg-Essen wurde der Einsatz eines Seilroboters für physiotherapeutische Zwecke untersucht [92]. Die Verbindung zwischen Patient und Seilroboter wird durch eine Korsage hergestellt, die der Patient trägt (z.B. auf Basis von Gurtsystemen, die am Markt erhältlich sind), siehe auch Abb. 8.11. Diese Korsage trägt Ösen, an denen dünne High-Tech-Seile befestigt werden. Sie kann aus modernen, leichten Faserwerkstoffen gestaltet werden, für die untereinander identischen Seilwinden können heute verfügbare, günstige Komponenten eingesetzt werden. Damit ließe sich ein solches System zu einem Bruchteil der Kosten anderer medizinischer Geräte bauen und vertreiben. Ein kleiner Computer steuert die Winden im Dialog mit dem Therapeuten.

Dabei sind folgende Szenarien denkbar:

- **Therapieszenario:** Der Patient wird beim Aufstehen durch die Seile weich unterstützt. Sobald der Patient steht, hängt es von der Vorgabe des Therapeuten und der Fitness des Patienten ab, wie stark die Seile das Körpergewicht tragen. Einerseits ist es möglich, den Patienten nahezu vollständig zu tragen - in diesem Falle würde die Korsage so geführt werden, dass die Füße in einer natürlichen Laufbewegung den Boden berühren. Andererseits können die Seile aber auch entspannt werden. In diesem Falle würde der Patient wie im konventionellen Lauftraining eigenständig laufen. Sobald der Computer aber registriert, dass der Patient zu stürzen droht - dies ist durch ein Verfolgen der Patienten-Position über die Vorwärtskinematik und die Messung der Seilkräfte möglich - kann der Computer innerhalb einiger tausendstel Sekunden die Seile so spannen, dass der Sturz verhindert oder aber weich abgefangen wird. Damit wäre eine Verletzung durch Sturz unmöglich. Es kann z.B. ein Sicher-

heitskorridor definiert werden, bei dessen Verlassen die Seile sofort verspannt werden.

- Trainingsszenario: Daneben bestünde auch die Möglichkeit, das System als aktives Trainingsgerät zu nutzen: Einer Lauf-, Sprung-, oder Sprintbewegung des Trainierenden können Kräfte und Momente in beliebige Richtung entgegengesetzt werden, um so einen erhöhten Trainingsreiz zu setzen. Bewegungsabläufe können sicher einstudiert und die Muskulatur systematisch belastet werden (Skispringer, Sprinter, Weitspringer etc.). Dabei ist es sogar möglich, die Rumpfbewegung des Trainierenden hochgenau nachzuverfolgen und die aufgebrauchten Muskelkräfte zu messen.

Diskutiert wurden zwei Realisierungsformen dieses Therapiegeräts: Die Variante „Halo“ (Abb. 8.10 und 8.11) ist ein Seilroboter in IRPM-Konfiguration, dessen Plattform stets über dem Patienten schwebt. Es besteht aus mindestens vier Seilen, die von der Decke des Therapieraums geführt werden. Über Umlenkrollen in den Raumecken werden die Seile von kompakten Seilwinden getrieben (Abb. 8.9). Der Patient befindet sich in einem Sitzgurt, der von der Plattform des Seilroboters abgehängt wird. Der Roboter ist damit während der Therapie nicht im Wege und sehr flexibel einsetzbar, da er Kollisionen mit Objekten und Personen im Therapieraum vermeidet. Hilfreich ist die Möglichkeit, den Patienten z.B. aus einem Bett oder Rollstuhl heraus zu heben (Abb. 8.12). Nachteilig ist, daß das System prinzipiell ein Pendeln des Patienten zuläßt.



Abbildung 8.9: Kompakte und gekapselte Seilwinde für einen Physio-Seilroboter. Quelle: [92]

Die zweite Variante „Loop“ vermeidet das Pendeln des Patienten und gibt dem Patienten einen stabilen Halt durch ein verspanntes Seilroboter-System, dessen Plattform sich in Hüfthöhe des Patienten befindet. Die Seile führen zu acht Seilwinden,



Abbildung 8.10: Physio-Seilroboter in Variante „Halo“ in Begleitung eines Therapeuten. Quelle: [92]

die in den acht Ecken (vier oben, vier unten) des Trainingsraums an der Wand befestigt werden. Diese Variante gibt dem Patienten prinzipiell mehr Halt und bietet Stützmöglichkeiten, erfordert aber einen weitgehend freien Einsatzbereich (Abb. 8.13 und 8.14).

Das Konzept wurde der medizinischen Fachwelt im Journal „Praxis Physiotherapie 1/2010“ präsentiert [157].



Abbildung 8.11: Physio-Seilroboter in Variante „Halo“ beim eigenständigen Lauftraining. Quelle: [92]



Abbildung 8.12: Physio-Seilroboter in Variante „Halo“ als Aufsteht- und Setzhilfe.  
Quelle: [92]

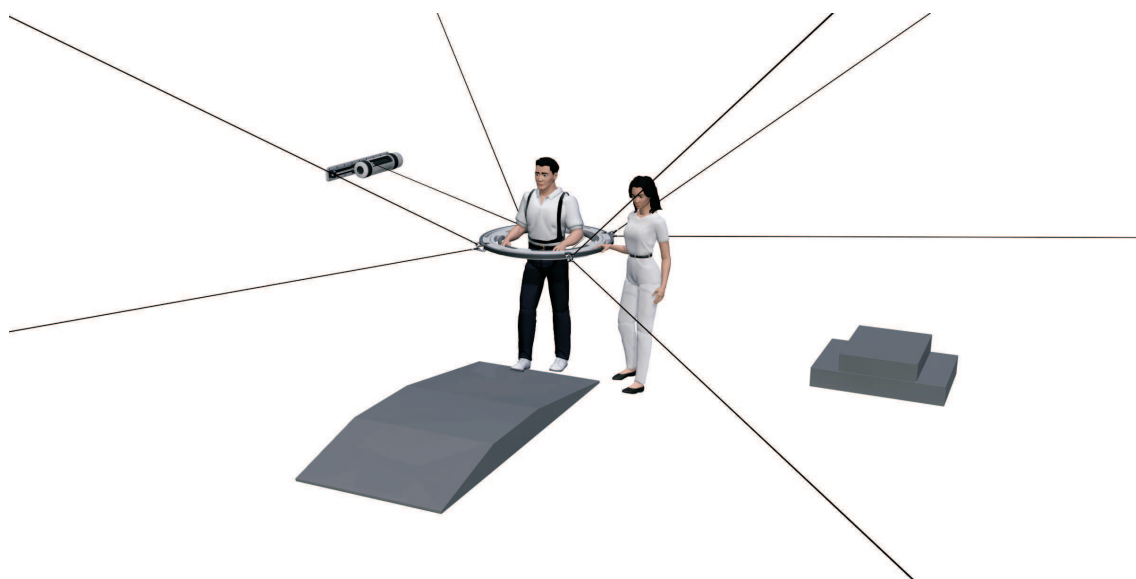


Abbildung 8.13: Physio-Seilroboter in Variante „Loop“ in einem Lauftrainings-  
Szenario. Quelle: [92]

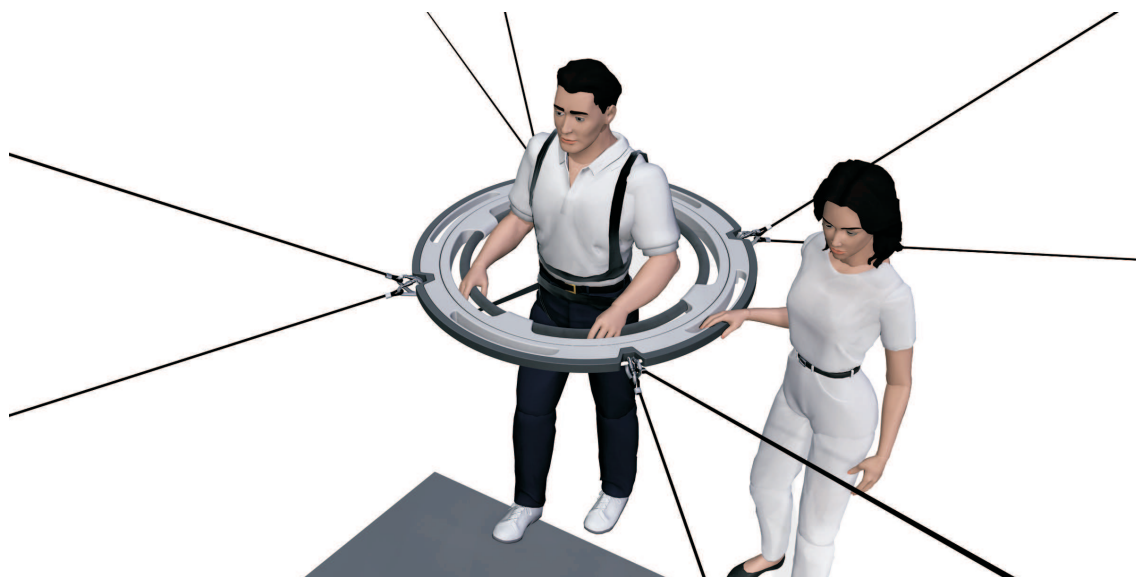


Abbildung 8.14: Physio-Seilroboter in Variante „Loop“ beim Lauftraining. Quelle: [92]

# Kapitel 9

## Zusammenfassung und Ausblick

Ein Nachteil konventioneller Parallelkinematiken liegt in ihrem schlechten Verhältnis von Bauraum- zu Arbeitsraumvolumen. Dies liegt im begrenzten Hub der oftmals verwendeten Linearaktoren (z.B. Hydraulikzylinder oder Kugelrollspindeln). Dieser Nachteil kann durch die Verwendung von Seilen und Seilwinden statt linearer Aktoren beseitigt werden. Solche Systeme werden als (parallele) Seilroboter bezeichnet.

Die hier beschriebene Arbeit entstand im Rahmen des DFG-Projektes ARTIST (ARBEITSRAUMSSYNTHESE SEILGETRIEBENER PARALLELKINEMATIKSTRUKTUREN, gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft unter HI370/24-1 und SCHR-1176/1-2). Ziel des Projektes war die experimentelle und theoretische Untersuchung von Seilrobotern. Experimente dazu erfolgten an einem Prüfstand, der im Vorgängerprojekt SEGESTA (SEILGETRIEBENE STEWART-PLATTFORMEN IN THEORIE UND ANWENDUNG, gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft unter HI 370/18) realisiert wurde. Zu diesem Zweck wurde der SEGESTA-Prüfstand auf ein echtzeitfähiges Regelsystem umgerüstet und mit acht Seilen in Betrieb genommen, wodurch ein höherredundanter Seilroboter für die Untersuchungen zur Verfügung stand.

Neue, verbesserte Verfahren wurden im Rahmen der Arbeit in den Bereichen Seilkraftberechnung und Arbeitsraumuntersuchung entwickelt. Diese werden im Folgenden kurz umrissen.

Verschiedene Seilkraftberechnungsmethoden wurden untersucht und entwickelt, die sich bezüglich der Eigenschaften Rechenzeitbedarf, Echtzeitfähigkeit, Kontinuität der resultierenden Seilkraftverteilung entlang einer vorgegebenen Bahn der Plattform, Charakteristik der resultierenden Seilkraftverteilung sowie Abdeckung des Arbeitsraums unterscheiden. Die Berechnung von Seilkräften ist dabei die Voraussetzung für die präzise Regelung von hochdynamischen Seilrobotern. Dabei müssen die errechneten Seilkräfte stets zwischen den vordefinierten unteren und oberen Seilkraftgrenzen liegen. Wichtig ist, daß die Methoden zur Berechnung der Seilkräfte echtzeitfähig sind, um bei schnellen Bewegungen des Seilroboters hochfrequent re-



geln zu können. Da mit Beginn der Arbeiten am ARTIST-Projekt insbesondere für den höherredundanten Fall keine geeigneten echtzeitfähigen Algorithmen für Regelzwecke verfügbar waren, wurden im Rahmen dieser Arbeit neue Verfahren erprobt. Speziell für Regelzwecke war dabei auch die Maßgabe wichtig, daß auf kontinuierlichen Trajektorien auch kontinuierliche Seilkraftverläufe für alle Seile resultieren müssen. Der Grund dafür ist, daß die errechneten Seilkräfte die Sollgrößen der Kraftregelung darstellen und somit Sprünge der berechneten Seilkräfte zu vermeiden sind. Im Rahmen der Arbeit wurde dabei u.a. ein neues Verfahren entwickelt, welches im Raum der Seilkräfte den Schwerpunkt des Polyeders berechnet, das alle möglichen und zulässigen Seilkraftverteilungen enthält. Alternativ wurde ein ebenfalls neues Verfahren entwickelt, welches Seilkräfte errechnet, die nahezu minimiert sind. Alle entwickelten Verfahren liefern auf kontinuierlichen Trajektorien auch kontinuierliche Seilkraftverläufe. Andererseits lag ein Fokus auf Methoden zur Analyse von Arbeitsräumen sowie auf Verfahren zur Synthese von Geometrieparametern von Seilrobotern für definierte Anforderungen. Im Bereich der Arbeitsraumanalyse und -synthese waren zu Beginn des ARTIST-Projektes lediglich diskret arbeitende Verfahren für Seilroboter bekannt. Diese überprüfen die Arbeitsraumkriterien lediglich an diskreten Punkten und machen keinerlei Aussagen über Punkte, die nicht auf dem Suchgitter liegen. Andererseits wurden von Merlet und Pott kontinuierliche Verfahren für herkömmliche Parallelkinematiken veröffentlicht, die diesen Mangel beseitigen. Die Verfahren beruhen auf der Aufstellung eines Constraint Satisfaction Problems (CSP), das dann über Methoden der Intervallanalyse gelöst wird. Im Rahmen der Arbeit wurden diese Verfahren für Seilroboter spezialisiert und die entsprechenden Modellierungen als CSP implementiert. Kontinuierliche Arbeitsraumuntersuchungen sind somit damit auch für parallele Seilroboter möglich. Eine Eigenschaft der resultierenden Softwarelösung ist, daß auf Basis einer einzigen Implementierung des mathematischen Modells eines Seilroboters sowohl Fragen der Arbeitsraumanalyse wie auch der -synthese beantwortet werden können. Dabei kam ein bereits vorhandenes Software-Framework aus dem DFG-Projekt „Entwicklung eines Syntheseverfahrens für fehler- und strukturoptimierte Parallelkinematikmaschinen“ zum Einsatz. Dies wurde ursprünglich für die Untersuchung herkömmlicher Parallelkinematiken entwickelt und im Rahmen dieser Arbeit für Seilroboter modifiziert und spezialisiert. Nachteilig ist zunächst, daß die Modellierung für Seilroboter einen sehr hohen Rechenzeitbedarf für Syntheseaufgaben hat, insbesondere bei hohen Redundanzen. Um dem zu begegnen, wurde ein hybrides Software-Framework implementiert, welches Intervallmethoden zur Überprüfung von Arbeitsraumeigenschaften mit Optimierern für reellwertige Parameter kombiniert. Als besonders leistungsfähig haben sich dabei Optimierer auf Basis von Simulated Annealing und Genetische Algorithmen erwiesen. Dies ermöglicht auch effektive Parallelisierungsansätze, die die benötigte Rechenzeit durch Verteilung auf mehrere Prozessoren weiter reduzieren können.



Künftig wären im Bereich der Parallelisierung weitere Arbeiten sinnvoll, um von den aktuellen Entwicklungen auf dem Bereich des Parallelrechnens zu Profitieren. Die im Rahmen dieser Arbeit auf MPI bzw. auf gemeinsamem Zugriff auf Netzlaufwerke basierende Software könnte durch neue Software-Schnittstellen (z.B. OpenMP, MATLAB® Parallel Computing Toolbox) massiv beschleunigt werden. Diese Veränderungen konventioneller Parallelrechner werden aktuell von Entwicklungen der Grafikkartenhersteller flankiert: Moderne Grafikkarten stellen heute mehrere hundert Recheneinheiten zur Verfügung, die über spezielle Programmierschnittstellen (z.B. CUDA und OpenCL) frei programmiert werden können. Damit kann ein Mehrfaches der CPU-Leistung üblicher PCs genutzt werden, um parallele Programme zu beschleunigen.

Aktuell werden Seilroboter-Prototypen mit Standard-Industrie-Regelsystemen ausgerüstet (z.B. durch Projekte des Fraunhofer-Institut für Produktionstechnik und Automatisierung (IPA) in Stuttgart). Parallel finden sicherheitstechnische Zertifizierungen von Seilroboter-Komponenten an der Eidgenössischen Technische Hochschule (ETH) in Zürich statt. Somit werden zunehmend die technischen Hürden genommen, um den Weg in die kommerzielle Anwendung zu ebnen. Sofern diese Entwicklung anhält, wird künftig erforderlich sein, daß die hier beschriebenen Methoden zur Analyse und Synthese von Seilrobotern in einer benutzerfreundlichen, grafisch bedienbaren Software integriert werden.

Daneben werden künftig insbesondere bei Seilrobotern mit hohen Redundanzen weitere Zuverlässigkeitsuntersuchungen und Tests der hier gezeigten Seilkraftberechnungs-Methoden unter Praxisbedingungen notwendig sein. Kritische Ereignisse wie Motorsausfälle oder Seilbrüche müssen erkannt und das System in einen sicheren Zustand gebracht werden. Dabei muß die verwendete Sensorik kostengünstig und zuverlässig sein. In Zusammenarbeit mit dem Institut für Fluidodynamik und Schiffstheorie der TU Hamburg-Harburg wird aktuell das Manipulator-System für den dortigen Windkanal gebaut und die notwendige Hard- und Software unter den eben genannten Aspekten ausgelegt und realisiert. In den kommenden Jahren wird dabei ein Schwerpunkt der Arbeiten auf der Realisierung von Kraftregelverfahren liegen. Es gilt, Kraftregelverfahren zu entwickeln, die das System stets in einem definierten Spannungszustand stabil halten und rechenzeiteffizient sind. Eine der zentralen Frage in diesem Zusammenhang wird die sinnvolle Wahl von Seilkraftgrenzen sein. Auch hier wäre die Entwicklung entsprechender Methoden zur Auswahl von großer praktischer Bedeutung.

Flankiert werden die Arbeiten am Manipulator-System für den Windtunnel künftig von einem Projekt innerhalb des EffizienzCluster LogistikRuhr. Dort wird das Anwendungsszenario als Regalbediengerät für Hochregallager untersucht und in enger Industriekooperation umgesetzt. Fragen der präzisen Positionierung der Plattform bei großen Seillängen werden dabei ebenso untersucht werden wie Schwingungs-

probleme und industrietaugliche Windenkonzepte. Auch in diesem Projekt wird wiederum die regelungstechnisch stabile und leistungsfähige Realisierung des Systems im Vordergrund stehen.

In den Bereich der Zuverlässigkeit von Seilrobotern im künftigen industriellen Einsatz fällt die Frage nach hoch-verschleißfesten Seilen. Zwar setzen Seilroboter-Laborprototypen oft bereits Seilrollenführungen ein, jedoch stellt sich die Frage der Standfestigkeit über längere Zeiträume. Die sinnvolle Wahl der Seilkraftgrenzen ist direkt mit diesen Fragen von Verschleiß und Abrieb gekoppelt.

# Literaturverzeichnis

- [1] Norm DIN 15020 1974. *Hebezeuge; Grundsätze für Seiltriebe, Berechnung und Ausführung*
- [2] Norm DIN 44300 1985. *Informationsverarbeitung*
- [3] Norm EN ISO 8373 1994. *Industrieroboter - Wörterbuch*
- [4] Norm VDA 4.2 1996. *VDA: Sicherung der Qualität vor Serieneinsatz - System-FMEA*
- [5] Norm DIN EN 29946 (ISO 9946) 1999. *Industrieroboter: Darstellung charakteristischer Eigenschaften*
- [6] Norm DIN EN 60812 2006. *Analysetechniken für die Funktionsfähigkeit von Systemen - Verfahren für die Fehlzustandsart- und auswirkungsanalyse (FMEA)*
- [7] Norm EN ISO 10218-1 2006. *Industrieroboter: Sicherheitsanforderungen - Teil 1: Roboter*
- [8] Norm DIN EN 12385 2008. *Drahtseile aus Stahldraht - Sicherheit*
- [9] Norm DIN EN 528:2009-02 2008. *Regalbediengeräte - Sicherheitsanforderungen*
- [10] ALBUS, J. ; BOSTELMAN, R. ; DAGALAKIS, N.: The NIST SPIDER, a Robot Crane. In: *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology* 97 (1992), Nr. 3, S. 373–385
- [11] ASHLEY, H. ; LANDAHL, M.: *Aerodynamics of Wings and Bodies*. Courier Dover Publications, 1985. – 279 S.
- [12] BARRETTE, G. ; GOSSELIN, C. M.: Determination of the Dynamic Workspace of Cable-Driven Planar Parallel Mechanisms. In: *Journal of Mechanical Design* 127 (2005), Nr. 2, S. 242–248

- [13] BEMMERL, T.: MP-MPICH - User Documentation & Technical Notes / Lehrstuhl für Betriebssysteme, RWTH Aachen. Version: 12 2007. [http://www.lfbs.rwth-aachen.de/users/global/mp-mpich/mp-mpich\\_manual.pdf](http://www.lfbs.rwth-aachen.de/users/global/mp-mpich/mp-mpich_manual.pdf). 2007. – Forschungsbericht
- [14] BIANCO, C. G. L. ; PIAZZI, A.: A Hybrid Algorithm for Infinitely Constrained Optimization. In: *International Journal of Systems Science* 32 (2001), Nr. 1, S. 91–102
- [15] BIANCO, C. G. L. ; PIAZZI, A.: A Semi-Infinite Optimization Approach to Optimal Spline Trajectory Planning of Mechanical Manipulators. In: GOBERNA, M. A. (Hrsg.) ; LOPEZ, M. A. (Hrsg.): *Semi-Infinite Programming: Recent Advances*. Kluwer Academic Publisher, 2001, Kapitel 13, S. 271–297
- [16] BONEV, Ilian: *The True Origins of Parallel Robots*. <http://www.parallemic.org/Reviews/Review007.html>. Version: Januar 2003. – Online; Stand vom 01. April 2010
- [17] BORGSTROM, Per H. ; JORDAN, Brett L. ; BORGSTROM, Bengt J. ; STEALEY, Michael J. ; SUKHATME, Gaurav S. ; BATALIN, Maxim A. ; KAISER, William J.: NIMS-PL: a cable-driven robot with self-calibration capabilities. In: *Trans. Rob.* 25 (2009), Nr. 5, S. 1005–1015. <http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1109/TRO.2009.2024792>. – DOI <http://dx.doi.org/10.1109/TRO.2009.2024792>. – ISSN 1552–3098
- [18] BOSSCHER, P. ; EBERT-UPHOFF, I.: Wrench-Based Analysis of Cable-Driven Robots. In: *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* Bd. 5, 2004, S. 4950–4955
- [19] BOSSCHER, P. ; RIECHEL, A. T. ; EBERT-UPHOFF, I.: Wrench-Feasible Workspace Generation for Cable-Driven Robots. In: *IEEE Transactions on Robotics* 22 (2006), S. 890–902
- [20] BOSTELMAN, R. ; JACOFF, A. ; PROCTOR, F.: Cable-Based Reconfigurable Machines for Large Scale Manufacturing. In: *Japan/USA Flexible Automation Conference Proceedings*. University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA, Juli 2000
- [21] Schutzrecht United States Patent 4710819 ( Dezember 1987). BROWN, G. W. (Erfinder).
- [22] BRUCKMANN, T.: Im Netz des Roboters. In: *dSPACE News 1/2007* (2007), 1

- [23] BRUCKMANN, T. ; HILLER, M. ; SCHRAMM, D.: An Active Suspension System for Simulation of Ship Maneuvers in Wind Tunnels. In: *Proceedings of EUCOMES 2010*. Cluj Napoca, Rumänien : Springer, September 2010
- [24] BRUCKMANN, T. ; MIKELSONS, L. ; BRANDT, T. ; HILLER, M. ; SCHRAMM, D.: Wire Robots Part I - Kinematics, Analysis & Design. In: LAZINICA, Aleksandar (Hrsg.): *Parallel Manipulators - New Developments*, I-Tech Education and Publishing, Wien, Österreich, April 2008 (ARS Robotic Books). – ISBN 978-3-902613-20-2, S. 109–132
- [25] BRUCKMANN, T. ; MIKELSONS, L. ; BRANDT, T. ; HILLER, M. ; SCHRAMM, D.: Wire Robots Part II - Dynamics, Control & Application. In: LAZINICA, Aleksandar (Hrsg.): *Parallel Manipulators - New Developments*, I-Tech Education and Publishing, Wien, Österreich, April 2008 (ARS Robotic Books). – ISBN 978-3-902613-20-2, S. 133–153
- [26] BRUCKMANN, T. ; MIKELSONS, L. ; BRANDT, T. ; HILLER, M. ; SCHRAMM, D.: Design Approaches for Wire Robots (Paper Number DETC2009-86720). In: *Proceedings of the ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*. San Diego, CA, USA : ASME International, 30. August - 2. September 2009
- [27] BRUCKMANN, T. ; MIKELSONS, L. ; HILLER, M.: A Design-to-Task Approach for Wire Robots. In: KECSKEMÉTHY, Andrés (Hrsg.): *Proceedings of Conference on Interdisciplinary Applications of Kinematics 2008*. Lima, Peru, 9.-11. Januar 2008
- [28] BRUCKMANN, T. ; MIKELSONS, L. ; HILLER, M. ; SCHRAMM, D.: 6th Polish German Workshop 2007: System Integration. In: KALLENBACH, Eberhard (Hrsg.) ; STRÖHLA, Tom (Hrsg.) ; BRAUER, Nadine (Hrsg.): *Analysis and Synthesis of Parallel Tendon-based Manipulators*. Illmenau : Wissenschaftsverlag Thüringen, Juli 2007. – ISBN 978-3-936404-19-7, S. 74–80
- [29] BRUCKMANN, T. ; MIKELSONS, L. ; HILLER, M. ; SCHRAMM, D.: Continuous Workspace Analysis, Synthesis and Optimization of Wire Robots (Paper Number DETC2008-49532). In: *Proceedings of the ASME 2008 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*. Brooklyn, New York, USA, 3.-6. August 2008
- [30] BRUCKMANN, T. ; MIKELSONS, L. ; POTT, Andreas ; ABDEL-MAKSOU, Moustafa ; BRANDT, Thorsten ; SCHRAMM, D.: A Novel Tensed Mechanism for Simulation of Maneuvers in Wind Tunnels (Paper Number DETC2009-86718). In: *Proceedings of the ASME 2009 International Design Engineering*

- Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*. San Diego, CA, USA : ASME International, 30. August - 2. September 2009
- [31] BRUCKMANN, T. ; MIKELSONS, L. ; SCHRAMM, D. ; HILLER, M.: Continuous Workspace Analysis for Parallel Cable-driven Stewart-Gough Platforms. In: *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* (2007)
- [32] BRUCKMANN, T. ; MIKELSONS, L. ; SCHRAMM, D. ; HILLER, M.: A New Force Calculation Algorithm for Tendon-Based Parallel Manipulators. In: *Proceedings of the 2007 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM2007)*. Zurich, Switzerland, September 2007. – ISBN 978-1-4244-1264-8, S. 1–6
- [33] BRUCKMANN, T. ; POTT, Andreas ; HILLER, M.: Calculating Force Distributions for Redundantly Actuated Tendon-Based Stewart Platforms. In: LENARČIČ, J. (Hrsg.) ; ROTH, B. (Hrsg.): *Advances in Robot Kinematics - Mechanisms and Motion*. Ljubljana, Slowenien : Springer Verlag, Dordrecht, Niederlande, 2006, S. 403–413
- [34] CECCARELLI, M. ; CARBONE, G.: Numerical and experimental analysis of the stiffness performances of parallel manipulators. In: *2-nd Int. Colloquium "Collaborative Research Centre 562"*, 2005
- [35] CECCARELLI, M. ; OTTAVIANO, E. ; TAVOLIERI, C.: Experimental activity on cable-based parallel manipulators: issues and results at LARM in Cassino. In: *2nd International Congress on Design and Modelling of Mechanical Systems*. Monastir, 3 2007
- [36] CIGNONI, P. ; MONTANI, C. ; SCOPIGNO, R.: DeWall: A fast divide and conquer Delaunay triangulation algorithm. In: *Computer-Aided Design* 30 (1998), Nr. 5, S. 333–341
- [37] DANTZIG, G. B.: *Lineare Programmierung und Erweiterungen*. Berlin [u.a.] : Springer, 1966 (Ökonometrie und Unternehmensforschung 2)
- [38] DARWIN, C.: *The Origin of Species by Means of Natural Selection or The Preservation of favored Races in the Struggle for Life*. John Murray, London, 1872. – 532 S.
- [39] DIAO, X. ; MA, O.: Force-Closure Analysis of General 6-DOF Cable Manipulators. In: *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, 2007, S. 3931–3936

- [40] EBERT-UPHOFF, I. ; VOGLEWEDE, P.A.: On the Connections between Cable-driven Robots, Parallel Manipulators and Grasping, 2004. – ISSN 1050–4729, S. 4521–4526 Vol.5
- [41] FANG, S.: *Design, Modeling and Motion Control of Tendon-based Parallel Manipulators*. Duisburg, Gerhard-Mercator-Universität -GH- Duisburg, Diss., 2005. – Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 1076, Düsseldorf
- [42] FANG, S. ; FRANITZA, D. ; TORLO, M. ; BEKES, F. ; HILLER, M.: Motion Control of a Tendon-based Parallel Manipulator using Optimal Tension Distribution. In: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 9 (2004), Sept., Nr. 3, S. 561–568. – ISSN 1083–4435
- [43] FARKAS, J.: Über die Theorie der Einfachen Ungleichungen. In: *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik* 124 (1902), S. 1–27
- [44] FATTAH, A. ; AGRAWAL, S. K.: Design of Cable-Suspended Planar Parallel Robots for an Optimal Workspace. In: *Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators, Quebec City, QC, Canada, 2002*
- [45] FATTAH, A. ; AGRAWAL, S. K.: On the Design of Cable-Suspended Planar Parallel Robots. In: *ASME Transactions, Journal of Mechanical Design* 127 (2005), Nr. 5, S. 1021–1028
- [46] FREY, M. ; COLOMBO, G. ; VAGLIO, M. ; BUCHER, R. ; JÖRG, M. ; RIENER, R.: A novel mechatronic Body Weight Support System. In: *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering* 14 (2006), Nr. 3, S. 311–321
- [47] Schutzrecht United States Patent 3063521 ( November 1962). FULLER, R.B. (Erfinder).
- [48] GARDENES, E. ; SAINZ, M. ; JORBA, L. ; CALM, R. ; ESTELA, R. ; MIELGO, H. ; TREPAT, A.: Modal Intervals. In: *Reliable Computing* 7 (2001), Nr. 2, S. 77–111
- [49] GOLDSZTEJN, A. ; DANAY, D. ; RUEHER, M. ; TAILLIBERT, P.: Modal Intervals Revisited: A Mean-Value Extension to Generalized Intervals. In: *First International Workshop on Quantification in Constraint Programming (QCP 2005)*. Sitges, Spanien, 2005
- [50] GOSSELIN, C. ; ANGELES, J.: Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 6 (1990), Juni, Nr. 3, S. 281–290. – ISSN 1042–296X



- [51] GOUGH, V.E. ; WHITEHALL, S.G.: Universal Tyre Test Machine. In: *FISITA Ninth International Technical Congress*, 1962, S. 117–137
- [52] GOUTTEFARDE, M. ; KRUT, S. ; COMPANY, O. ; PIERROT, F. ; RAMDANI, N.: On the Design of Fully Constrained Parallel Cable-Driven Robots. In: LENARČIČ, J. (Hrsg.) ; WENGER, P. (Hrsg.): *Advances in Robot Kinematics - Analysis and Design*, Springer, 2008, S. 71–78
- [53] GOUTTEFARDE, M. ; MERLET, J.-P. ; DANNEY, D.: Determination of the Wrench-Closure Workspace of 6-dof Parallel Cable-Driven Mechanisms. In: LENARČIČ, J. (Hrsg.) ; ROTH, B. (Hrsg.): *Advances in Robot Kinematics*. Ljubljana : Springer, 26.-29. Juni 2006, S. 315–322
- [54] GOUTTEFARDE, M. ; MERLET, J.-P. ; DANNEY, David: Wrench-Feasible Workspace of Parallel Cable-Driven Mechanisms. In: *2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* (2007), 10.-14. April, S. 1492–1497
- [55] Schutzrecht United States Patent 1789680 ( Januar 1931). GWINNETT, James E. (Erfinder).
- [56] HAMMER, P. C. ; MARLOWE, O. P. ; STROUD, A. H.: Numerical Integration over Simplexes and Cones. In: *Mathematical Tables and other Aides to Computation* 10 (1956), July, Nr. 55, S. 130–137
- [57] HANSEN, E.: *Global Optimization using Interval Analysis*. Marcal Dekker, Inc., 1992
- [58] HANSON, R. J. ; HASKELL, K. H.: Algorithm 587: Two Algorithms for the Linearly Constrained Least Squares Problem. In: *ACM Transactions on Mathematical Software* 8 (1982), Nr. 3, S. 323–333. – ISSN 0098–3500
- [59] HAY, A. ; SNYMAN, J. A.: Optimization of a Planar Tendon-Driven Parallel Manipulator for a Maximal Dextrous Workspace. In: *Engineering Optimization* Bd. 37, 2005 (20), S. 217–236
- [60] HAY, A.M. ; SNYMAN, J. A.: Analysis and Optimization of a Planar Tendon-Driven Parallel Manipulator. In: LENARČIČ, J. (Hrsg.) ; GALETTI, C. (Hrsg.): *On Advances in Robot Kinematics*. Sestri Levante, 2004, S. 303–312
- [61] HAY, A.M. ; SNYMAN, J.A.: The Optimal Synthesis of Parallel Manipulators for Desired Workspace. In: LENARČIČ, J. (Hrsg.) ; THOMAS, F. (Hrsg.): *Advances in Robot Kinematics*. Caldes de Malavalla, Spanien, 2002, S. 337–346



- [62] HAYES, B.: A Lucid Interval. In: *American Scientist* 91 (2003), November - Dezember, Nr. 6, 484–488. <http://www.cs.utep.edu/interval-comp/hayes.pdf>
- [63] HELM, M. B.: *Durchschlagende Mechanismen für Parallelroboter*. Vulkan-Verlag GmbH, 2003. – ISBN 3802786718, 9783802786716
- [64] HERNÁNDEZ, S. ; MIRATS-TUR, J.M.: Tensegrity frameworks: static analysis review. In: *Journal of Mechanism and Machine Theory* (2007), August
- [65] HEYDEN, T.: *Bahnregelung eines seilgeführten Handhabungssystems mit kinematisch unbestimmter Lastführung*, Universität Rostock, Diss., 2006. – ISBN: 3-18-510008-5, Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 1100, Düsseldorf
- [66] HEYDEN, T. ; MAIER, T. ; WOERNLE, C.: Trajectory Tracking Control for a Cable Suspension Manipulator. In: LENARČIČ, J. (Hrsg.) ; THOMAS, F. (Hrsg.): *Advances in Robot Kinematics*. Caldes de Malavalla, Spanien : Springer, Juli 2002, S. 125–134. – Caldes de Malavalla
- [67] HILLER, M. ; FANG, S. ; HASS, C. ; BRUCKMANN, T.: Analysis, Realization and Application of the Tendon-Based Parallel Robot SEGESTA. In: LAST, P. (Hrsg.) ; BUDDE, C. (Hrsg.) ; WAHL, F.M. (Hrsg.): *Robotic Systems for Handling and Assembly* Bd. 2. Braunschweig, Germany : Shaker Verlag, May 2005 (International Colloquium of the Collaborative Research Center SFB 562), S. 185–202
- [68] HILLER, M. ; FANG, S. ; MIELCZAREK, S. ; R., Verhoeven ; FRANITZA, D.: Entwurf einer seilbasierten Stewart-Plattform. In: *VDI-Mechatroniktagung 2003*, 2003
- [69] HILLER, M. ; FANG, S. ; MIELCZAREK, S. ; VERHOEVEN, R. ; FRANITZA, D.: Design, Analysis and Realization of Tendon-based Parallel Manipulators. In: *Mechanism and Machine Theory* 40 (2005)
- [70] HILLER, M. ; FANG, S. ; MIELCZAREK, S. ; VERHOEVEN, R. ; FRANITZA, D. ; TADOKORO, S.: Design, Analysis and Realization of Tendon-Based Parallel Manipulators. In: *10th German-Japanese Seminar on Nonlinear Problems in Dynamical Systems*. Kanazawa, Japan, Oktober 2002
- [71] HILLER, M. ; HIRSCH, K. ; BRUCKMANN, T. ; BRANDT, T. ; SCHRAMM, D.: Common Aspects in the Mechatronic Design of Automotive and Robotic Systems. In: *Proceedings of MUSME 2008, the International Symposium on Multibody Systems and Mechatronics*. San Juan, Argentinien, 8.-12. April 2008

- [72] HILLER, M. ; KECSKEMÉTHY, A.: A Computer-Oriented Approach for the Automatic Generation and Solution of the Equations of Motion for Complex Mechanisms. In: *Proceedings of the 7th World Congress on Theory of Machines and Mechanisms*. Sevilla/Spanien : Pergamon Press, September 1987, S. 425–430
- [73] HILLER, M. ; KECSKEMÉTHY, A.: Equations of motion of complex multibody systems using kinematical differentials. In: *Transactions of the Canadian Society of Mechanical Engineering* 13 (1989), Nr. 4, S. 113–121
- [74] HOLLAND, J. H.: *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Cambridge, MA, USA : MIT Press, 1972. – ISBN 0262581116
- [75] HUSTY, M. ; MIELCZAREK, S. ; HILLER, M.: A redundant spatial Stewart-Gough platform with maximal forward kinematics solution set. In: *Advances in Robot Kinematics*. Caldes de Malavella, Spanien : Springer, Juli 2002
- [76] HUSTY, M. L. ; MIELCZAREK, S. ; HILLER, M.: Constructing an Overconstrained Planar 4RPR Manipulator with Maximal Forward Kinematics Solution Set. In: *Proceedings of the 10th Workshop RAAD*. Wien, Österreich, 2001
- [77] KANDEL, C.: *Risikoanalyse des Einsatzes eines Regalbediengerätes auf der Basis einer seilgetriebenen Stewart-Gough-Plattform*. Lehrstuhl für Transportsysteme und -logistik, Universität Duisburg-Essen, Bachelorarbeit, 2008
- [78] KAWAMURA, S. ; CHOE, W. ; TANAKA, S. ; PANDIAN, S. R.: Development of an Ultrahigh Speed Robot FALCON Using Wire Drive System. In: *1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* (1995), S. 215–220
- [79] KAWAMURA, S. ; KINO, H. ; WON, C.: High-Speed Manipulation by Using Parallel Wire-Driven Robots. In: *Robotica* 18 (2000), Nr. 1, S. 13–21. – ISSN 0263–5747
- [80] KECSKEMÉTHY, A.: *Objektorientierte Modellierung der Dynamik von Mehrkörpersystemen mit Hilfe von Übertragungselementen*. VDI Verlag, Düsseldorf, Gerhard-Mercator-Universität -GH- Duisburg, Diss., 1993. – VDI Fortschritt-Berichte, Reihe 20, Vol. 88
- [81] KECSKEMÉTHY, A. ; HILLER, M.: An Object-Oriented Approach for an Effective Formulation of Multibody Dynamics. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 115 (1994), S. 287 – 314. – ISSN 0045–7825
- [82] Schutzrecht DE29513936U1 ( August 1995). KIEFER, S., Dipl.-Ing., 10997 Berlin, DE (Erfinder).

- [83] KIRKPATRICK, S. ; GELATT, Jr. C. D. C. D. ; VECCHI, M. P.: Optimization by Simulated Annealing. In: *Science* 220 (1983), Nr. 4598, 671-680. <http://dx.doi.org/10.1126/science.220.4598.671>. – DOI 10.1126/science.220.4598.671
- [84] KNÜPPEL, O.: PROFIL/BIAS V 2.0. 1999. – Forschungsbericht
- [85] KUKA INDUSTRIAL ROBOTS: *Robot Guides Probe in Wind Tunnel*. [http://www.kuka-robotics.com/usa/en/solutions/solutions\\_search/L\\_R198\\_Robot\\_guides\\_probe\\_in\\_wind\\_tunnel.htm](http://www.kuka-robotics.com/usa/en/solutions/solutions_search/L_R198_Robot_guides_probe_in_wind_tunnel.htm). Version: 2002. – Online; Stand vom 11. Juni 2009
- [86] KUMAR, V.: Algorithms for Constraint Satisfaction Problems: A Survey. In: *AI Magazine* 13 (1992), S. 32–44
- [87] LAFOURCADE, P.: *Contribution à l'étude de manipulateurs parallèles à câbles*, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, Diss., Dezember 2004
- [88] LAFOURCADE, P. ; LLIBRE, M. ; REBOULET, C.: Design of a Parallel Wire-Driven Manipulator for Wind Tunnels. In: GOSSELIN, C. M. (Hrsg.) ; EBERT-UPHOFF, I. (Hrsg.): *Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators*, 3.-4. Oktober, 2002
- [89] LAGARIAS, J. C. ; REEDS, J. A. ; WRIGHT, M. H. ; WRIGHT, P. E.: Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions. In: *SIAM Journal of Optimization* 9 (1998), S. 112–147
- [90] LAND, A. H. ; DOIG, A. G.: An Automatic Method for Solving Discrete Programming Problems. In: *Econometrica* (1960), Nr. 28
- [91] LANDSBERGER, S.E. ; SHERIDAN, T.B.: A New Design for Parallel Link Manipulator. In: *International Conference on Cybernetics and Society*. Tucson, Arizona, USA, 1985, S. 812–814,
- [92] LANGHAMMER, M.: *Die Entwicklung von Anwendungen für den Seilroboter SEGESTA*. Studiengang Industrial Design, Fachbereich Kunst und Design, Universität Duisburg-Essen, Diplomarbeit, 2008
- [93] LEVY, G. F.: Improving the Output of the Fortran to C Translator f2c. In: *Software: Practice and Experience* 25 (1995), Nr. 2, S. 217–227. – ISSN 0038–0644
- [94] LINDEROTH, J. ; SAVELSBERGH, M. W. P.: A Computational Study of Search Strategies for Mixed Integer Programming. 1997. – Forschungsbericht

- [95] MACKWORTH, A. K.: Consistency in Networks of Relations. Vancouver, BC, Canada, Canada : University of British Columbia, 1975. – Forschungsbericht
- [96] Schutzrecht EP0722756 ( July 1996). MÄDER, H. F., Dr.-Ing. (DE) (Erfinder).
- [97] MAEDA, K. ; TADOKORO, S. ; TAKAMORI, T. ; HATTORI, M. ; HILLER, M. ; VERHOEVEN, R.: On Design of a Redundant Wire-Driven Parallel Robot WARP Manipulator. In: *1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* (1999), S. 895–900
- [98] MAIER, T.: *Bahnsteuerung eines seilgeführten Handhabungssystems - Modellbildung, Simulation und Experiment*. Brandenburg, Universität Rostock, Diss., 2004. – Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 1047, Düsseldorf
- [99] MANTEGAZZA, P. ; DOZIO, E. L. ; PAPACHARALAMBOUS, S.: RTAI: Real Time Application Interface. In: *Linux Journal* (2000). – ISSN 1075–3583
- [100] MCCULLOUGH, B.D. ; VINOD, H.D.: The Numerical Reliability of Econometric Software. In: *Journal of Economic Literature* 37 (1999), Nr. 2, S. 633–665
- [101] MERLET, J.-P.: Designing a Parallel Manipulator for a Specific Workspace. 1994 (RR-2527). – Forschungsbericht. – 61 S.
- [102] MERLET, J.-P.: Détermination de l'espace de travail d'un robot parallèle pour une orientation constante (Determination of the Workspace of a Parallel Manipulator for a Fixed Orientation). In: *Mechanism and Machine Theory* 29 (1994), November, Nr. 8, S. 1099–1113
- [103] MERLET, J.-P.: Trajectory Verification in the Workspace for Parallel Manipulators. In: *The International Journal of Robotics Research* 13 (1994), Nr. 4, S. 326–333
- [104] MERLET, J.-P.: *Parallel Robots*. Norwell, MA, USA : Kluwer Academic Publishers, 2000. – ISBN 0792363086
- [105] MERLET, J.-P.: A Generic Trajectory Verifier for the Motion Planning of Parallel Robots. In: *Journal of Mechanical Design* 123 (2001), S. 510–515
- [106] MERLET, J.-P.: Analysis of the Influence of Wires Interference on the Workspace of Wire Robots. In: *On Advances in Robot Kinematics* (2004), S. 211–218
- [107] MERLET, J.-P.: Solving the Forward Kinematics of a Gough-Type Parallel Manipulator with Interval Analysis. In: *International Journal of Robotics Research* 23 (2004), Nr. 3, S. 221–236

- [108] MERLET, J.-P.: Optimal Design of Robots. In: *Robotics: Science and Systems*. Boston, 8.-11. Juli 2005
- [109] MERLET, J.-P.: Kinematics of the Wire-Driven Parallel Robot MARIONET Using Linear Actuators. In: *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, IEEE, 19.-23. Mai 2008, S. 3857–3862
- [110] MIELCZAREK, S. ; HUSTY, M. L. ; HILLER, M.: Designing a Redundant Stewart-Gough Platform with a Maximal Forward Kinematics Solution Set. In: *The International Symposium of Multibody Simulation and Mechatronics, MUSME*. Mexico City, Mexico, 2002
- [111] MIKELSONS, L. ; BRUCKMANN, T. ; HILLER, M. ; SCHRAMM, D.: A Real-Time Capable Force Calculation Algorithm for Redundant Tendon-Based Parallel Manipulators. In: *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* (2008)
- [112] MING, A. ; HIGUCHI, T.: Study on Multiple Degree of Freedom Positioning Mechanisms Using Wires, Part 1 - Concept, Design and Control. In: *International Journal of the Japan Society for Precision Engineering* 28 (1994), S. 131–138
- [113] MING, A. ; HIGUCHI, T.: Study on Multiple Degree of Freedom Positioning Mechanisms Using Wires, Part 2 - Development of a planar completely restrained positioning mechanism. In: *International Journal of the Japan Society for Precision Engineering* 28 (1994), S. 235–242
- [114] MOORE, R. E.: *Interval Analysis*. Prentice-Hall, 1966
- [115] NAHON, M. ; ANGELES, J.: Real-Time Force Optimization in Parallel Kinematics Chains under Inequality Constraints. In: *1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* (1991), 11.-14. April, Nr. 8, S. 439–450
- [116] OH, S. R. ; AGRAWAL, S. K.: Cable Suspended Planar Robots with Redundant Cables: Controllers with Positive Tensions. In: *IEEE Transactions on Robotics*, 2005, S. 457–465
- [117] OH, S.-R. ; AGRAWAL, S. K.: Cable Suspended Planar Robots with Redundant Cables: Controllers with Positive Tensions. In: *IEEE Transactions on Robotics* 21 (2005), Nr. 3, S. 457–464
- [118] OTTAVIANO, E. ; CECCARELLI, M.: Numerical and Experimental Characterization of Singularities of a Six-Wire Parallel Architecture. In: *Robotica* 25 (2006), Nr. 3, S. 315–324. – ISSN 0263–5747

- [119] OTTAVIANO, E. ; CECCARELLI, M. ; PAONE, A. ; CARBONE, G.: A Low-Cost Easy Operation 4-Cable Driven Parallel Manipulator. Barcelona, Spanien, 2005, S. 4008–4013
- [120] PEDRETTI, M.: TENSAIRITY<sup>®</sup>. In: NEITTAANMÄKI, P. (Hrsg.) ; ROSSI, T. (Hrsg.) ; KOROTOV, S. (Hrsg.) ; OÑATE, E. (Hrsg.) ; PÉRIAUX, J. (Hrsg.) ; KNÖRZER, D. (Hrsg.): *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS)*. Jyväskylä, Juli 2004
- [121] PIAZZI, A. ; VISIOLI, A.: An Interval Algorithm for Minimum-Jerk Trajectory Planning of Robot Manipulators. In: *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control 2* (1997), 10-12 December, S. 1924 – 1927
- [122] PIAZZI, A. ; VISIOLI, A.: Global Minimum-Time Trajectory Planning of Mechanical Manipulators Using Interval Analysis. 71 (1998), Nr. 4, S. 631–652
- [123] POTT, A.: *Analyse und Synthese von Werkzeugmaschinen mit paralleler Kinematik*. Duisburg, Gerhard-Mercator-Universität, Diss., 2007. <http://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DocumentServlet?id=16150>. – Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 20, Nr. 409, Düsseldorf
- [124] POTT, A.: Forward Kinematics and Workspace Determination of a Wire Robot for Industrial Applications. In: LENARČIČ, J. (Hrsg.) ; WENGER, P. (Hrsg.): *Advances in Robot Kinematics - Analysis and Design*, Springer Netherlands, 2008. – ISBN 978-1-4020-8599-4 (Print), 978-1-4020-8600-7 (Online), S. 451–458
- [125] POTT, A. ; BRUCKMANN, T. ; MIKELSONS, L.: Closed-form Force Distribution for Parallel Wire Robots. In: KECSKEMÉTHY, A. (Hrsg.): *Computational Kinematics - Proceedings of the 5th International Workshop on Computational Kinematics*, Springer, 6.-8. Mai 2009
- [126] POTT, A. ; HILLER, M.: A Framework for the Analysis, Synthesis and Optimization of Parallel Kinematic Machines. In: LENARČIČ, J. (Hrsg.) ; ROTH, B. (Hrsg.): *Advances in Robot Kinematics - Mechanisms and Motion*. Ljubljana, Slowenien : Springer Verlag, Dordrecht, The Netherlands, 2006
- [127] POTT, A. ; HILLER, M.: A Parallel Implementation for the Optimization of Parallel Kinematic Machines under Process Requirements. In: HUSTY, M. (Hrsg.) ; SCHROECKER, H.-P. (Hrsg.): *1st European Conference on Mechanism Science*. Obergurgl, Austria, February 2006. – ISBN 3-901249-85-0



- [128] POTT, A. ; HILLER, M.: Parallel Kinematic Machines under Process Requirements. In: NEUGEBAUER, Reimund (Hrsg.): *Proceedings of the 5th Chemnitz Parallel Kinematics Seminar*, 2006, S. 193–212
- [129] PRITSCHOW, G. ; WURST, K.-H.: Modular Robots for Flexible Assembly. In: *Proceedings of the 28th CIRP International Seminar on Manufacturing Systems 1* (1996), May 15-17, S. 153–158
- [130] PUSEY, J. ; FATTAH, A. ; AGRAWAL, S. ; MESSINA, E.: Design and Workspace Analysis of a 6-6 Cable-Suspended Parallel Robot. In: *Mechanism and Machine Theory* 39 (2004), Nr. 7, S. 761 – 778. – ISSN 0094–114X
- [131] ROBERTS, R. G. ; GRAHAM, T. ; LIPPITT, T.: On the Inverse Kinematics, Statics, and Fault Tolerance of Cable-Suspended Robots. In: *Journal of Robotic Systems* 15 (1998), S. 581–597
- [132] Schutzrecht United States Patent 6809495 ( Oktober 2004). RODNUNSKY, J. (Erfinder).
- [133] RÖTZER, I.: Gehen lernen mit dem Roboter / Fraunhofer Gesellschaft. München, Januar 2002. – Fraunhofer Magazin
- [134] RUMP, S.M.: INTLAB - INTerval LABoratory. Version:1999. <http://www.ti3.tu-harburg.de/rump/>. In: CSENDES, T. (Hrsg.): *Developments in Reliable Computing*. Dordrecht, Niederlande : Kluwer Academic Publishers, 1999, 77–104
- [135] RUNG, T.: Dynamische Analyse maritimer Systeme / TU Hamburg-Harburg, Institut für Fluidodynamik und Schiffstheorie. [http://www.tu-harburg.de/forschung/maritime\\_systeme/pdf/ms\\_dynamische\\_analyse.pdf](http://www.tu-harburg.de/forschung/maritime_systeme/pdf/ms_dynamische_analyse.pdf). – Forschungsbericht
- [136] SCIAVICCO, L. ; SICILIANO, B.: *Modelling and Control of Robot Manipulators (Advanced Textbooks in Control and Signal Processing)*. 2nd. Springer, 2005 (Advanced Textbooks in Control and Signal Processing). – ISBN 1852332212
- [137] Schutzrecht United States Patent 3169611 ( Februar 1965). SNELSON, K.D. (Erfinder).
- [138] SÖLDNER, M.: *Desktop-CPUs mit 80 Kernen von Intel*. [http://www.pcwelt.de/start/computer/komponenten/news/84373/desktop\\_cpus\\_mit\\_80\\_kernen\\_von\\_intel/](http://www.pcwelt.de/start/computer/komponenten/news/84373/desktop_cpus_mit_80_kernen_von_intel/). Version: 6 2007. – Online; Stand vom 24. Mai 2009

- [139] STEWART, D.: A Platform with Six Degrees of Freedom. 180 (1965), Nr. 15, S. 371–385. – Part 1
- [140] STUMP, E. ; KUMAR, V.: Workspace Delineation of Cable-Actuated Parallel Manipulators. In: *Proceedings Of the ASME International Design Engineering Technical Conference and Computer Information Engineering Conference*. Salt Lake City, Utah, USA : ASME, 2004, S. 1303–1310
- [141] SU, Y. X. ; DUAN, B. Y. ; NAN, R. D. ; PENG, B.: Development of a Large Parallel-Cable Manipulator for the Feed-Supporting System of a Next-Generation Large Radio Telescope. In: *Journal of Robotic Systems* Bd. 18, 2001, S. 633–643
- [142] SURDILOVIC, D. ; ZHANG, J. ; BERNHARDT, R.: STRING-MAN: Wire-robot Technology for Safe, Flexible and Human-Friendly Gait Rehabilitation. In: *Proceedings of IEEE 10th International Conference on Rehabilitation Robotics, 2007*. Noordwijk, Niederlande, 13-15 June 2007. – ISBN 978–1–4244–1320–1, S. 446–453
- [143] SZENPETERY, V.: Tauziehen um Spinnenfäden. In: *Technology Review* (2009), 5
- [144] TADOKORO, S. ; KOBAYASHI, S.: A Portable Parallel Motion Platform for Urban Search and Surveillance in Disasters. In: *Advanced Robotics* 16 (2002), Nr. 6, S. 537–540
- [145] TADOKORO, S. ; MURAO, Y. ; HILLER, M. ; MURATA, R. ; KOHKAWA, H. ; MATSUSHIMA, T.: A Motion Base with 6-DOF by Parallel Cable Drive Architecture. In: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 7 (2002), Jun, Nr. 2, S. 115–123. – ISSN 1083–4435
- [146] TADOKORO, S. ; VERHOEVEN, R. ; HILLER, M. ; TAKAMORI, T.: A Portable Parallel Manipulator for Search and Rescue at Large-Scale Urban Earthquakes and an Identification Algorithm for the Installation in Unstructured Environments. In: *1999 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)* Bd. 2, 1999, S. 1222–1227
- [147] TAGHIRAD, H. ; NAHON, M.: Forward Kinematics of A Macro–Micro Parallel Manipulator. In: *Proceedings of the 2007 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*. Zürich, Schweiz, September 2007



- [148] TAGHIRAD, H. ; NAHON, M.: Jacobian Analysis of A Macro–Micro Parallel Manipulator. In: *Proceedings of the 2007 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*. Zürich, Schweiz, September 2007
- [149] TAKEMURA, F. ; MAEDA, K. ; TADOKORO, S.: Attitude Stability of a Cable Driven Balloon Robot. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS*, IEEE, 2006, S. 3504–3509
- [150] THE INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, INC.: IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic. Version: 2008. <http://dx.doi.org/10.1109/IEEESTD.2008.4610935>. 2008. – Forschungsbericht. – 1–58 S.
- [151] THE MATHWORKS: *Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox User's Guide*. [http://www.mathworks.de/access/helpdesk/help/pdf\\_doc/gads/gads\\_tb.pdf](http://www.mathworks.de/access/helpdesk/help/pdf_doc/gads/gads_tb.pdf)
- [152] THE MATHWORKS: *MATLAB Optimization Toolbox User's Guide*. [http://www.mathworks.co.uk/access/helpdesk/help/pdf\\_doc/optim/optim\\_tb.pdf](http://www.mathworks.co.uk/access/helpdesk/help/pdf_doc/optim/optim_tb.pdf)
- [153] THE MATHWORKS: *MATLAB Real-Time Workshop Embedded Coder User's Guide*. [http://www.mathworks.de/access/helpdesk/help/pdf\\_doc/ecoder/ecoder\\_ug.pdf](http://www.mathworks.de/access/helpdesk/help/pdf_doc/ecoder/ecoder_ug.pdf)
- [154] THE MATHWORKS: *MATLAB Real-Time Workshop User's Guide*. [http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf\\_doc/rtw/rtw\\_ug.pdf](http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/rtw/rtw_ug.pdf)
- [155] THE MATHWORKS: *MATLAB User's Guide*. [http://www.mathworks.de/access/helpdesk/help/pdf\\_doc/matlab/getstart.pdf](http://www.mathworks.de/access/helpdesk/help/pdf_doc/matlab/getstart.pdf)
- [156] THOMAS, F. ; OTTAVIANO, E. ; ROS, L. ; CECCARELLI, M.: Coordinate-Free Formulation of a 3-2-1 Wire-Based Tracking Device Using Cayley-Menger Determinants. In: *2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Taipei, Taiwan, 14.-19. September 2003, S. 355–361
- [157] UNIVERSITÄT DUISBURG-ESSEN: Innovativer Seilroboter - Viele Anwendungsbeispiele für die Physiotherapie. In: *Praxis Physiotherapie* 1 (2010), 1, S. 42
- [158] Norm 2004. *Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme*
- [159] VERHOEVEN, R.: *Analysis of the Workspace of Tendon-based Stewart Platforms*, Gerhard-Mercator-Universität -GH- Duisburg, Diss., 2004

- [160] VERHOEVEN, R. ; HILLER, M.: Estimating the Controllable Workspace of Tendon-Based Stewart Platforms. In: LENARČIČ, J. (Hrsg.) ; STANISIC, M.M. (Hrsg.): *Advances in Robot Kinematics*. Portoroz, Slovenien, 2000, S. 277–284
- [161] VERHOEVEN, R. ; HILLER, M.: Tension Distribution in Tendon-Based Stewart Platforms. In: *Advances in Robot Kinematics* (2002), Juli
- [162] VERHOEVEN, R. ; HILLER, M. ; TADOKORO, S.: Workspace of Tendon-Driven Stewart Platforms: Basics, Classification, Details on the Planar 2-DOF Class. In: *Proceedings of the 4th International Conference on Motion and Vibration Control*, 1998, S. 871–876
- [163] VISUALACT AB: *Visual Act 3D*. <http://www.visualact.net/>, 2006. – Online; Stand vom 09. April 2009
- [164] VOGEL, W. ; WEHKING, K.H.: Neuartige Maschinenelemente in der Förder-technik und Logistik - Hochfeste, laufende Faserseile. In: *Melliand Textilbe-richte EUROSEIL* 123 (2004), Nr. 3, S. 44–48
- [165] WARMBOLD, J.: *Robot Made to Measure - Measuring Air Currents on an Air-bus Model*. online; Stand vom 29. Januar 2009. [http://www.kuka-robotics.com/NR/rdonlyres/1F68DBDD-7BB4-4902-9A6F-FCE35B61C82B/0/NPF\\_020215\\_Airbus.doc](http://www.kuka-robotics.com/NR/rdonlyres/1F68DBDD-7BB4-4902-9A6F-FCE35B61C82B/0/NPF_020215_Airbus.doc). Version: 2002
- [166] WILLIAMS., R. L. ; ALBUS, J. S. ; BOSTELMAN, R. V.: 3D Cable-Based Cartesian Metrology System. In: *Journal of Robotic Systems* 21 (2004), Nr. 5, S. 237–257. – ISSN 0741–2223
- [167] WILLIAMS, R. L. ; GALLINA, P.: Planar Cable-Direct-Driven Robots: Design for Wrench Exertion. In: *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 35 (2002), Nr. 2, S. 203–219. – ISSN 0921–0296 (Print) 1573–0409 (Online)
- [168] WISCHNITZER, Y. ; SHVALB, N. ; SHOHAM, M.: Wire-driven Parallel Robot: Permitting Collisions Between Wires. In: *The International Journal of Robotics Research* 27 (2008), Nr. 9, 1007–1026. <http://ijr.sagepub.com/cgi/content/abstract/27/9/1007>
- [169] WOERNLE, C.: Dynamics and Control of a Cable Suspension Manipulator. In: BRAUN, M. (Hrsg.): *9th German-Japanese Seminar on Nonlinear Problems in Dynamical Systems-Theory and Applications*. Gerhard-Mercator-Universität -GH- Duisburg, 2000
- [170] YANG, G. ; PHAM, C. B. ; YEO, S. H.: Workspace Performance Optimizati-on of Fully Restrained Cable-Driven Parallel Manipulators. In: *International Conference on Intelligent Robots and Systems* (2006)

- [171] YAQING, Z. ; QI, L. ; XIONGWEI, L.: Initial Test of a Wire-Driven Parallel Suspension System for Low Speed Wind Tunnels. In: *Proceedings on 12thIF-ToMM World Congress*. Besançon, Frankreich, 18.-21. Juni 2007
- [172] ZEMKE, J.: **b4m** - A Free Interval Arithmetic Toolbox for Matlab. Version: 1999. <http://www.ti3.tu-harburg.de/zemke/b4m/>. 1999. – Forschungsbericht
- [173] ZHENG, Y.-Q.: Feedback Linearization Control of a Wire-Driven Parallel Support System in Wind Tunnels. In: *Sixth International Conference on Intelligent Systems Design and Applications 3* (2006), S. 9–13. ISBN 0–7695–2528–8
- [174] ZIEGLER, J. W.: *Handhabungs- und Montagetechnik*. online; Stand vom 7. April 2009. <http://srt-aut.mv.fh-duesseldorf.de/handhabung/handhabung/Skripte/>
- [175] ZITZEWITZ, J. von ; DUSCHAU-WICKE, A. ; WELLNER, M. ; LÜNENBURGER, L. ; RIENER, R.: Path Control: A New Approach in Patient-Cooperative Gait Training with the Rehabilitation Robot Lokomat. In: *Gemeinsame Jahrestagung der Deutschen, Österreichischen und Schweizerischen Gesellschaften für Biomedizinische Technik* (2006). – Zürich, Schweiz
- [176] ZITZEWITZ, J. v. ; RAUTER, G. ; STEINER, R. ; BRUNSCHWEILER, A. ; RIENER, R.: A versatile wire robot concept as a haptic interface for sport simulation. In: *ICRA'09: Proceedings of the 2009 IEEE international conference on Robotics and Automation*. Piscataway, NJ, USA : IEEE Press, 2009. – ISBN 978–1–4244–2788–8, S. 269–274

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name Tobias Bruckmann  
Geburtsdatum 3. Oktober 1977  
Geburtsort Oberhausen  
Geschwister Mareike Grollmuß (geb. Bruckmann), geboren am 2.12.1980  
Simon Bruckmann, geboren am 3.9.1988

## Schulbildung

8/1984 - 07/1988 Alsfeldgrundschule in Oberhausen-Sterkrade  
8/1988 - 06/1997 Elsa-Brändström-Gymnasium in Oberhausen. Abschluß: Abitur

## Zivildienst

7/1997 - 8/1998 Johanniter-Unfall-Hilfe e.V. in Oberhausen

## Hochschulausbildung

10/1998 - 12/2004 Studium des allgemeinen Maschinenbaus an der Universität Duisburg-Essen. Abschluß: Diplom-Ingenieur

## Beruf

4/1999 - 12/2004 Teilzeitkraft bei der Johanniter-Unfall-Hilfe e.V. in Oberhausen in den Bereichen Krankentransport und Einsatzleitzentrale  
01/2005 - heute Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Mechatronik, Universität Duisburg-Essen, im DFG-Projekt ARTIST sowie im majeuren INTERREG-Projekt „Mechatronik für KMU“  
01/2009 - 06/2010 Entwicklungsleiter bei der mercatronics GmbH, Duisburg