

**Numerische Berechnung der Strömung, des  
Druckverlustes und des Wärmeübergangs in rotierenden  
Kühlkanälen**

**Dissertation**

**Zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor- Ingenieurs**

**Fachbereich 12**

**Maschinenwesen**

**Energietechnik – Maschinentchnik – Verfahrenstechnik  
Der Universität - GH – Essen**

**Vorgelegt von**

**Dipl.-Ing. Kaveh H. Towfighi  
Geboren in Tehran/Iran**

**Dezember 2003**

**Essen**

**Diese Arbeit ist während meiner Tätigkeit im Institut für Antriebstechnik der deutschen  
Forschungsanstalt für Luft- und Raumfahrt in Köln-Pörtz entstanden.**

**Dissertation eingereicht im September 2003**

**Tag der mündlichen Prüfung: 05.02.2004**

**Erster Referent:** Prof. Dr.-Ing. Ernst von Lavante

**Zweiter Referent:** Prof. Dr.-Ing. Walter Bitterlich

**Vorsitzender:** Prof. Dr.-Ing. Ingo Romey

## **Danksagung**

Mein besonderer Dank gilt meiner lieben Ehefrau Farahnaz und meiner Schwägerin Frau Dr.-Ing. Mahbubeh Shahnazian für die uneingeschränkte Unterstützung Tiefpunkte zu überstehen und an der Arbeit zu bleiben.

Meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Ernst von Lavante danke ich für die Betreuung der Arbeit und seine starke Engagement.

Prof. Dr.-Ing. Walter Bitterlich möchte ich für die Begutachtung dieser Arbeit danken.

Prof. Dr.-Ing. Ingo Romey danke ich für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses.

Dipl.-Ing. Martin Elfert vom Institut für Antriebstechnik der DLR in Köln-Pörz für seine wertvolle Unterstützung und Bereitstellung der Messungen.

Ebenfalls gilt mein Dank den Kollegen vom Institut für Antriebstechnik bei DLR, die mich unterstützt haben.

<b>1 Inhaltsverzeichnis.....</b>	<b>i</b>
<b>2 Abbildungsverzeichnis .....</b>	<b>iii</b>
<b>3 Nomenklatur.....</b>	<b>vi</b>
<b>4 Einleitung .....</b>	<b>1</b>
4.1 Stand der Forschung.....	1
4.2 Notwendigkeit einer detaillierten Analyse der Strömung in rotierenden Kühlkanälen.....	2
4.3 Beitrag der eigenen Arbeit .....	3
<b>5 Physik der Strömung in rotierenden Kanälen.....</b>	<b>5</b>
5.1 Turbulente Rohrströmung.....	5
5.2 Nicht-kreisförmige Querschnitte .....	7
5.3 Rotationseffekte .....	8
5.4 Charakteristische Zahlen des Problems.....	11
<b>6 Beschreibung des numerischen Verfahrens und der notwendigen Modifikationen .....</b>	<b>14</b>
6.1 Strömungslöser Trace-S .....	14
6.1.1 Inkompressible Berechnung der Navier-Stokes-Gleichungen .....	15
6.2 Allgemeine Randbedingungen .....	18
6.3 Turbulenzmodellierung .....	21
6.4 Pre- und Postprozessor.....	25
6.5 Untersuchung des Konvergenzverhaltens.....	25
<b>7 Experimentelle Untersuchungen.....</b>	<b>28</b>
<b>8 Validierung des inkomprssiblen Codes.....</b>	<b>31</b>
8.1 2D-Validierung; ebene Platte .....	31

8.2 3D-Validierung; Rohrströmung mit Rotation.....	34
<b>9 Numerische Untersuchung der Druckverluste .....</b>	<b>43</b>
9.1 Nachrechnung der Experimente .....	43
9.2 Rechenetze.....	44
9.3 Formulierung der Randbedingungen .....	46
9.4 Auswertung der Berechnungen .....	47
9.4.1 Statische Druckverteilung, Druckverluste .....	47
9.4.2 Widerstandsbeiwert.....	48
9.4.3 Einfluß der Rotation auf die aerodynamischen Größen.....	49
9.5 Ergebnisse und Diskussion.....	49
9.5.1 Vergleich mit experimentellen Daten.....	49
9.6 Numerische Analyse.....	50
9.6.1 Verteilung von Druck und Geschwindigkeit.....	50
9.6.2 Druckverluste.....	59
9.6.3 Turbulenzverteilungen.....	67
9.6.4 Temperaturverteilungen.....	68
<b>10. Berechnung von Wärmeübergangsproblemen.....</b>	<b>69</b>
10.1 2D-Validierung des inkompressiblen Codes.....	69
10.2 3D-Validierung anhand einer Rohrströmung.....	71
<b>11 Zusammenfassung und Ausblick.....</b>	<b>76</b>
<b>12 Literaturverzeichnis.....</b>	<b>79</b>
<b>13 Anhänge .....</b>	<b>82</b>

## 2 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Turbinenschaufel mit Kühlkanälen und Ausblasebohrungen.....	1
Abbildung 2: Das universelle logarithmische Geschwindigkeitsverteilungsgesetz im glatten Rohr.....	7
Abbildung 3: Widerstandsbeiwerte für nicht-kreisförmige Rohre [14].....	8
Abbildung 4: Koordinatensystem für rotierende Kühlkanäle.....	9
Abbildung 5: Sekundärströmung im rotierenden Kanal.....	11
Abbildung 6: Druckverluste in rotierenden Kreisrohren [1].....	12
Abbildung 7: Konvergenzverhalten des kompressiblen Codes.....	26
Abbildung 8: Vergleich von Konvergenzverhalten.....	26
Abbildung 9: Simulierte Kanalströmung zur Konvergenzuntersuchung.....	27
Abbildung 10: Prüfstand zur experimentellen Untersuchung rotierender Kühlkanäle.....	28
Abbildung 11: Dreieckkanal.....	28
Abbildung 12: Viereckkanal.....	29
Abbildung 13: Kreiskanal.....	29
Abbildung 14: Einlauf und Plenum am Dreieckkanal.....	30
Abbildung 15: Das Netz zur 2D-Validierung.....	31
Abbildung 16: Vergleich mit Blasius-Profil ; ebene Platte.....	32
Abbildung 17: Reibungsbeiwerte; Analyse und Baldwin-Lomax-Model.....	33
Abbildung 18: Reibungsbeiwert; Analyse und $k-\varepsilon$ -Model.....	33
Abbildung 19: Strömungskanal am Prüfstand.....	34
Abbildung 20: Das verwendete Netz bestehend aus zwei Blöcken.....	35
Abbildung 21: : Rotierende Rohrströmung; Vergleich Messung-Rechnung.....	36
Abbildung 22: Vergleich turbulenter Grossen; Messung und Rechnung.....	37
Abbildung 23: Axialgeschwindigkeit in Längsrichtung; in Rotationsebene.....	38
Abbildung 24: Axialgeschwindigkeit in Längsrichtung; Normal zur Rotationsebene.....	38
Abbildung 25: Druckverteilung in der Rotationsebene.....	39
Abbildung 26: Druckverteilung senkrecht zur Rotationsebene.....	39

Abbildung 27: Wandstromlinien; Messung und Experiment .....	40
Abbildung 28: Rechennetz Dreieckkanal .....	44
Abbildung 29: Rechennetz Viereckkanal .....	45
Abbildung 30: Rechennetz Kreiskanal .....	45
Abbildung 31: Einlaufprofile, 0 U/min .....	47
Abbildung 32: Gemessene und berechnete Druckverluste im Kreiskanal .....	49
Abbildung 33: Statische Druckverteilung in der Rotationsebene, $x = 0$ .....	50
Abbildung 34: Statische Druckverteilung senkrecht zur Rotationsebene bei $z = 0.45\text{m}$ ...	51
Abbildung 35: Fliehkraftkorrigierte statische Druckverteilung in der Rotationsebene, $x = 0$ .....	52
Abbildung 36: Fliehkraftkorrigierte statische Druckverteilung senkrecht zur Rotationsebene bei $z = 0.45\text{ m}$ .....	52
Abbildung 37: Axialgeschwindigkeitsverteilung in Kreis- und Dreieckkanal in der Rota- tionsebene bei $z = 0.45\text{ m}$ .....	54
Abbildung 38: Verteilung der Axialgeschwindigkeiten bei $z = 0.45\text{ m}$ .....	55
Abbildung 39: Entwicklung der Axialgeschwindigkeitsverteilung in Strömungsrichtung...56	
Abbildung 40: Sekundärströmungen für zwei Rossby-Zahlen, $z = 0.25\text{ m}$ .....	57
Abbildung 41: Sekundärströmung bei zwei Rossby-Zahlen, $z = 0.45\text{ m}$ .....	58
Abbildung 42: Druckverluste im Viereckkanal, Saugseite (dpSS), Druckseite (dpDS) , Seite (dpNS), gemittelt über Querschnitt (dpGES) .....	59
Abbildung 43: Druckverluste an der Wand im rotierenden Kreisrohr, Druckseite bei $90^\circ$ , Saugseite bei $270^\circ$ .....	60
Abbildung 44: Druckverluste im Kreiskanal bei $l = 20 d_h$ .....	61
Abbildung 45: Wanddruck im rotierenden Kreisrohr, Druckseite $90^\circ$ , Saugseite $270^\circ$ .....	62
Abbildung 46: Statischer Druck an der Wand bei $0^\circ$ (NS), $90^\circ$ (DS), $200^\circ$ , $270^\circ$ (SS) und $340^\circ$ .....	63
Abbildung 47: Druckverluste in Kreis- und Viereckkanal für zwei Reynolds-Zahlen.....	64
Abbildung 48: Druckverluste im Dreieckkanal bei hoher Reynolds-Zahl .....	65

Abbildung 49: Widerstandsbeiwerte $\lambda$ in Abhängigkeit von Rossby-Zahl für verschiedene Reynolds-Zahlen .....	66
Abbildung 50: Asymmetrien in den berechneten turbulenten Größen .....	67
Abbildung 51: Temperaturverteilung $T_{\text{statisch}} / T_{\text{Wand}}$ für zwei Rossby Zahlen .....	68
Abbildung 52: Nusseltzahlverteilung, ebene Platte, laminar .....	69
Abbildung 53: Wärmeübergang, ebene Platte, mit Baldwin-Lomax-Methode .....	70
Abbildung 54: Wärmeübergang, ebene Platte, k- $\epsilon$ Modell .....	70
Abbildung 55: Oertliche Nusseltzahlverteilung bei einer Rohrströmung .....	71
Abbildung 56: Statische Temperaturverteilung in Kanalströmung mit Rotation .....	72
Abbildung 57: Nusseltzahlverteilung von Druck- zur Saugseite .....	73
Abbildung 58: Nusseltzahlverteilung über dem Umfang und Vergleich mit dem Fall ohne Rotation .....	74
Abbildung 59: Nusseltzahlverteilung in Längsrichtung .....	75

### 3 Nomenklatur

$\vec{a}$	Beschleunigungsvektor		kartesischen Koordinatensystem
$a$	Schallgeschwindigkeit	$u', v', w'$	turbulente Schwankungsgeschwindigkeiten
$d$	Rohrdurchmesser		
$d_h$	hydraulischer Durchmesser	$\vec{u}$	Geschwindigkeitsvektor
$e$	Exzentrizität	$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	gemittelte Geschwindigkeiten im kartesischen Koordinatensystem
$E_r$	totale innere Energie im Absolutsystem	$X, Y, Z$	Absolutsystem
$H_r$	totale Rothalpie	$x, y, z$	Relativsystem
$\bar{I}$	Einheitstensor	$y$	Dimensionsbehafteter Wandabstand
$k$	turbulente kinetische Energie	$y^+$	dimensionsloser Wandabstand
$l$	Längenkoordinate im Rohr: z-e	$\mu_l$	laminare Zähigkeit
$L$	Rohrlänge	$\mu_t$	turbulente Zähigkeit
$p, p_s$	statischer Druck	$\delta_{ij}$	Kroneckersymbol
$q$	Staudruck	$\varepsilon$	Dissipation der turbulenten kinetischen Energie
$r$	Chorin Faktor	$\varphi$	dimensionslose Geschwindigkeit
$\vec{r}$	Ortsvektor im Relativsystem	$\lambda$	Rohrwiderstandsbeiwert
$R$	Rohrradius	$\lambda_{th}$	Wärmeleitfähigkeit
$\vec{R}$	Ortsvektor des Ursprungs des Relativsystems im Absolutsystem	$\nu$	kinematische Zähigkeit
$Re$	Reynolds-Zahl $Re = \frac{\rho \cdot w \cdot d_h}{\mu}$	$\rho$	Dichte
$ReRo$	Rotationsreynoldszahl, $Re \cdot Ro$	$\rho_0$	konstante Dichte
$Ro$	Rossby-Zahl $Ro = \frac{\Omega \cdot d_h}{w}$	$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	Konstanten für k- $\varepsilon$ Modell
$t$	Zeit	$\tau_w$	Wandschubspannung
$T, T_s$	statische Temperatur	$\vec{\omega}$	Winkelgeschwindigkeitsvektor
$u, v, w$	Geschwindigkeitskomponenten im	$\Omega$	Kreisfrequenz

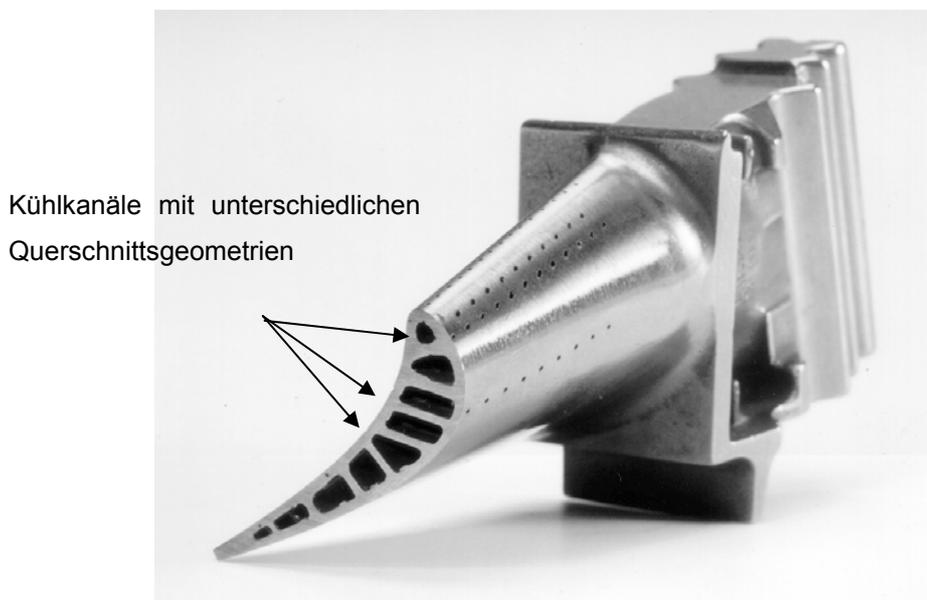
## 4 Einleitung

### 4.1 Stand der Forschung

Die Bemühungen, den thermischen Wirkungsgrad der von der Energiewirtschaft zur Stromerzeugung eingesetzten Hochtemperatur-Gasturbinen und den Hochdruckturbinen von Flugtriebwerken zu steigern, haben zu immer höheren Turbineneintrittstemperaturen geführt. Trotz Entwicklung neuer hochwarmfester Werkstoffe erzwingt die größere Steigerung der Prozesstemperatur die Entwicklung und Optimierung immer aufwendigerer Kühlverfahren.

Als Kühlluft wird in Gasturbinen üblicherweise Zapfluft aus dem Verdichter verwendet. Der Anteil an Zapfluft kann bis zu 25% der durch den Verdichter strömenden Luft betragen [1]. Die Menge der abgeführten Kühlluft beeinflusst die Zusammensetzung des Brennkammergemischs, und mit der Kühlluft wird Verdichterleistung abgeführt. Daraus folgt direkt, dass eine effiziente Verwendung der Zapfluft für die Wirkungsgradoptimierung der Gasturbine unabdingbar ist.

Grundsätzlich sind bei der Schaufelkühlung die Filmkühlung und die Konvektionskühlung zu unterscheiden. Bei der Filmkühlung bildet die über Ausblasebohrungen auf der Schaufeloberfläche verteilte Kühlluft einen Film, der den direkten Kontakt des Materials



**Abbildung 1: Turbinenschaufel mit Kühlkanälen und Ausblasebohrungen**

mit dem Heißgas verhindert. Bei der Konvektionskühlung führt Kühlluft in Kanälen im

Schaufel-inneren Wärme ab, so dass die Oberflächentemperatur verringert wird. Abbildung 1 zeigt exemplarisch eine Turbinenschaufel mit Ausblasbohrungen. Man findet in der Nähe der Vorderkante **runde** Kanalquerschnittsformen, in der Mitte **viereckige** und in der Nähe der Hinterkante **dreieckige** Querschnittsformen.

Die Kühlkanäle sind an ihren Enden miteinander verbunden, so dass eine serpentinartige Strömung (Einfluss von Fliehkräften) mit abwechselnd radial einwärts und radial auswärts gerichteter Strömungsgeschwindigkeit entsteht. Einfache, nicht verbundene Kanäle befinden sich in der Nähe der Vorderkante und der Hinterkante. In die Kühlkanäle werden oft Turbulatoren eingebracht, die den Turbulenzgrad der Strömung und damit den konvektiven Wärmefluss erhöhen. Da die Turbine in der Regel mit sehr hohen Drehzahlen rotiert, unterliegt die Strömung in einem solchen Kanal starken Coriolis- und Fliehkrafterinflüssen, die die Geschwindigkeitsverteilung und den Wärmeübergang gegenüber dem nicht rotierenden Fall entscheidend verändern.

Vor diesem Hintergrund sind umfangreiche Forschungsvorhaben zum besseren Verständnis der Strömung und des Wärmeübergangs begonnen worden. Wagner et al. [1] führten experimentelle Untersuchungen an Kanälen mit Kreisquerschnitt durch, Dutta et al. [4], Medwell et al. [5] und Tekriwal ([6], [7]), analysierten numerisch die Strömungen in rotierenden Kanälen mit Kreisquerschnitt; Iacovides, Launder ([8], [9]), Prakash, Zerkle [10], Sathyamurthy et al. [11] sowie Warfield, Lakshminarayana [12] untersuchten ebenfalls numerisch Kanäle mit viereckigem Querschnitt. Elfert, Hoevel [2] führten Druckverlust- und Geschwindigkeitsmessungen für Kanäle mit verschiedenen Querschnittsformen bei unterschiedlichen Rossby- und Reynolds-Zahlen durch. Für diese Experimente wurden von Hein [13] Wärmeübergänge und Geschwindigkeitsverteilungen im Kreisrohr mit einem Finite-Elemente Programm nachgerechnet. Die Rechnungen wurden inkompressibel durchgeführt. Dabei wurde am Kanaleintritt ein ausgebildetes Geschwindigkeitsprofil aus einer vorhergehenden Rechnung vorgegeben.

#### **4.2 Notwendigkeit einer detaillierten Analyse der Strömung in rotierenden Kühlkanälen**

Um die hohen Turbineneintrittstemperaturen (über 1700 K und sogar örtlich bis 2000 K) bewältigen zu können, ist eine intensive Kühlung der Turbinenschaufeln unumgänglich. Die Entwicklung zu immer aufwendigeren und effektiveren Kühlmethoden ist einerseits auf die mit der Temperaturerhöhung einhergehende Wirkungsgradverbesserung und andererseits auf die Forderung nach immer höheren Zuverlässigkeit und Lebensdauer zurückzuführen.

Aus diesen Gründen sind präzise Informationen über den heißgasseitigen Wärmeübergang, der im Falle Turbinenlaufschaufelkühlung den Einfluss der Rotation enthalten muss, notwendig. Die gegenwärtig bestehenden Unsicherheiten liegen insbesondere im Bereich des inneren Wärmeübergangs, da wegen der Komplexität der auftretenden Strömungsformen und wegen des hohen messtechnischen Aufwands bei rotierenden Kühlkonfigurationen nur wenige brauchbare theoretische und experimentelle Aussagen über Kühlungsfragen vorliegen.

Dies unterstreicht die Bedeutung von Untersuchungen zum globalen Wärmeübergang von innengekühlten Turbinenschaufeln. Gleichzeitig ist es aber auch sehr wichtig, den lokalen Wärmeübergang zu kennen. Da dieser für lokale Temperatur- und somit für Spannungsspitzen verantwortlich ist. Es hat sich gezeigt, dass bedingt durch die Rotation sich der lokale Wärmeübergang in den Kühlkanälen **deutlich über dem Umfang verändert**. Nur die genaue Kenntnis des lokalen Wärmeübergangskoeffizienten unter den Bedingungen der Rotation ermöglicht es dem Konstrukteur eine optimale Temperaturverteilung und dadurch eine akzeptable Lebensdauer zu gewährleisten. Bislang wurden Vorhersagen für den Wärmeübergang und die Druckverluste in Schaufelkühlkanälen mit Korrelationen vorgenommen, die aus nichtrotierenden Experimenten gewonnen wurden. Mittels Korrekturfaktoren wurden diese Korrelationen mit den Erfahrungen in Einklang gebracht, die man mit ausgeführten Maschinen gemacht hatte. Diese Vorgehensweise ist natürlich sehr unbefriedigend, wenn Bedingungen für eine neue Schaufelauslegung außerhalb des Bereiches liegen, für den abgesicherte Erfahrungswerte vorhanden sind.

Experimentelle Analysen werden dagegen durch einen hohen messtechnischen Aufwand zusätzlich erschwert. Numerische Untersuchungen bieten daher Vorteile, die mit weniger Aufwand in mehr Detailinformationen und die Möglichkeit zur mehr Parameterstudien zu begründen sind.

### 4.3 Beitrag der eigenen Arbeit

Die vorliegende Arbeit präsentiert Nachrechnungen der Experimente von Elfert, Hoevel mit rotierenden Kanälen mit kreisförmigem, quadratischem und dreieckigem Querschnitt. Die Nachrechnungen werden mit einem Finite-Volumen Verfahren durchgeführt. Dazu wird ein stationärer, kompressibler 3D-Navier-Stokes Strömungslöser verwendet, der mittels Chorin-Verfahren (künstliche Kompressibilität) zur Berechnung von Strömungen im Bereich tieferer Machzahlen ( $Ma > 0.1$ ; Inkompressibel) modifiziert wurde. Der grosse Vorteil diese Art Modifikation liegt darin, dass der vorhandene Code **ohne Änderung der**

**Grundstruktur** wieder verwendet werden kann. Abhängigkeiten von Vorgängerlösungen (vgl. [13]) treten durch die Formulierungen der Randbedingungen nicht mehr auf. Durch diese Modifikation wird das Konvergenzverhalten des Strömungslösers bei der Berechnung von Strömungen im Bereich kleineren Machzahlen (hier  $Ma < 0.04$ ) wesentlich besser und die Rechenzeit kürzer. Für die Rechnungen wird ein Standard-k- $\epsilon$  Tubulenzmodell verwendet. Das Baldwin-Lomax-Modell wird zur Validierung des Codes mit relativ feinen Netzen verwendet. Die Wände der Kanäle sind isotherm und für die Berechnung der Geschwindigkeit und Temperatur sind logarithmische Wandgesetze eingesetzt worden. Dies ist besonders wichtig, da die zu Berechnungen verwendeten Netze nicht mehr insbesondere in der Wandnähe sehr fein sein müssen und als dessen Folge der Rechenaufwand enorm abnimmt. Für alle drei Querschnittsformen werden die Geschwindigkeitsverteilungen bei verschiedenen Reynolds- und Rossby-Zahlen präsentiert. Druckverluste werden in ihrem Verlauf vom Eintritt bis zum Austritt dargestellt und untereinander für die verschiedenen Strömungszustände verglichen. Für die nicht rotierenden Fälle dienen Messungen von Nikuradse [14] und das Blasius'sche Rohrwiderstandsgesetz als Vergleich. Weiterhin werden Druckverlustbeiwerte berechnet und über den Reynolds- und Rossby-Zahlen aufgetragen.

Zur Berechnung der Temperatur in der Wandnähe wird ein Zweischichtmodell von Kays und Crawford [28] eingesetzt, das sich sehr gut bewährt hat. Die Rechenergebnisse zeigen, dass sich dieses Modell kombiniert mit einem Standard-k- $\epsilon$  Tubulenzmodell sehr gut zur Berechnung der Strömungsgrößen in rotierenden Kühlkanälen eignet. Der Code wird zur Berechnung der Wärmeübergangsprobleme validiert und es wird gezeigt, dass der Wärmeübergang in einem rotierenden Kanal im Vergleich zum nichtrotierenden Fall stark zunimmt. Dies ist auch durch die Experimente von Eifert bestätigt worden. Er zeigt, dass der Wärmeübergang in rotierenden Kühlkanälen unter Einfluss von Rotation bis zu 25% [1] zunehmen kann. Ausserdem wird die lokale Verteilung des Wärmeübergangs im rotierenden Kanal sowohl in der Umfangsrichtung und als auch in Längsrichtung analytisch untersucht und diskutiert.

## 5 Physik der Strömung in rotierenden Kanälen

### 5.1 Turbulente Rohrströmung

Für die turbulente Rohrströmung lassen sich bis heute keine analytischen Lösungen darstellen. Aufgrund ihrer technischen Bedeutung wurde die Rohrströmung aber schon früh umfangreich experimentell untersucht.

Strömt ein Fluid aus einem ruhenden Behälter in ein Rohr ein, so bildet sich zunächst eine Einlaufströmung aus. Vom Eintritt in das Rohr stromab wachsen die Grenzschichten an den Wänden an, bis sie zusammenwachsen und sich das Geschwindigkeitsprofil weiter stromab nicht mehr ändert. Dieser Punkt ist in hydraulisch glatten Rohren frühestens nach einer Länge von 30 - 40 hydraulischen Durchmessern [15] erreicht. Nikuradse [14] hat gefunden, dass die Form des Geschwindigkeitsprofiles nur von der Reynolds-Zahl in der Weise abhängt, dass das Profil bei höheren Reynolds-Zahlen völliger wird.

$$(5-1) \quad \frac{w}{W} = \left( \frac{y}{R} \right)^{\frac{1}{n}} ; y = R \rightarrow w = W$$

mit  $n = f(\text{Re})$ ; bei:  $\text{Re} < 10^5$

$w$  : Lokale Geschwindigkeit

$W$  : Mittlere Geschwindigkeit

Als Maß für den Widerstand einer Rohrströmung wird im Allgemeinen der Widerstandsbeiwert

$$(5-2) \quad \lambda = \frac{p_1 - p_2}{\frac{\rho}{2} w^2} \cdot \frac{d}{L}$$

verwendet. Für hydraulisch glatte Kreisrohre hat Blasius aus Messergebnissen für Reynolds-Zahlen  $< 100\,000$  abgeleitet:

$$(5-3) \quad \lambda = 0.3164 \left( \frac{\bar{w} \cdot d}{\nu} \right)^{-\frac{1}{4}}$$

Aus Gleichung (5-1) und (5-3) kann das 1/7-Potenzgesetz der Geschwindigkeitsverteilung hergeleitet werden [15]. Es ergibt sich:

$$(5-4) \quad \varphi = 8.74 \cdot (y^+)^{1/7}$$

$$\text{mit } \varphi = \frac{w}{\sqrt{\tau_w / \rho}} \quad \text{und} \quad y^+ = \frac{y \sqrt{\tau_w / \rho}}{\nu}$$

$\varphi$  ; Dimensionslose Geschwindigkeit,

$\nu$  ; kinematische Zähigkeit und

$\tau_w$  ; Wandschubspannung

Hierbei sind  $w$  die Geschwindigkeit parallel zur Wand und  $y$  der Wandabstand. Dieses Gesetz ist nur gültig für Reynolds-Zahlen  $< 100\,000$  (vgl. Gleichung (5-3)). Es kann gezeigt werden, dass sich das Geschwindigkeitsgesetz der turbulenten Rohrströmung für große Reynolds-Zahlen einer asymptotischen Lösung nähert [15]. Physikalisch ist dies damit zu begründen, dass bei großen Reynolds-Zahlen in größerem Abstand von der Rohrwand außerhalb der laminaren Unterschicht der Grenzschicht der Einfluss der laminaren Reibungskräfte gegenüber den turbulenten klein wird. Es gilt für diesen Bereich:

$$(5-5) \quad \varphi = 2.5 \ln y^+ + 5.5$$

Aus diesem universellen Geschwindigkeitsgesetz der Rohrströmung lässt sich nun umgekehrt auch für große Reynolds-Zahlen ein universelles Widerstandsgesetz formulieren (vgl. [15]):

$$(5-6) \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.0 \log \left( \frac{\bar{w} d}{\nu} \sqrt{\lambda} \right) - 0.8$$

Damit stehen für alle Reynolds-Zahlen Gesetze zur Berechnung des Widerstandsbeiwertes und der Geschwindigkeitsverteilung im vollturbulenten Bereich der Rohrströmung zur Verfügung. In der laminaren Unterschicht gilt für die Geschwindigkeitsverteilung:

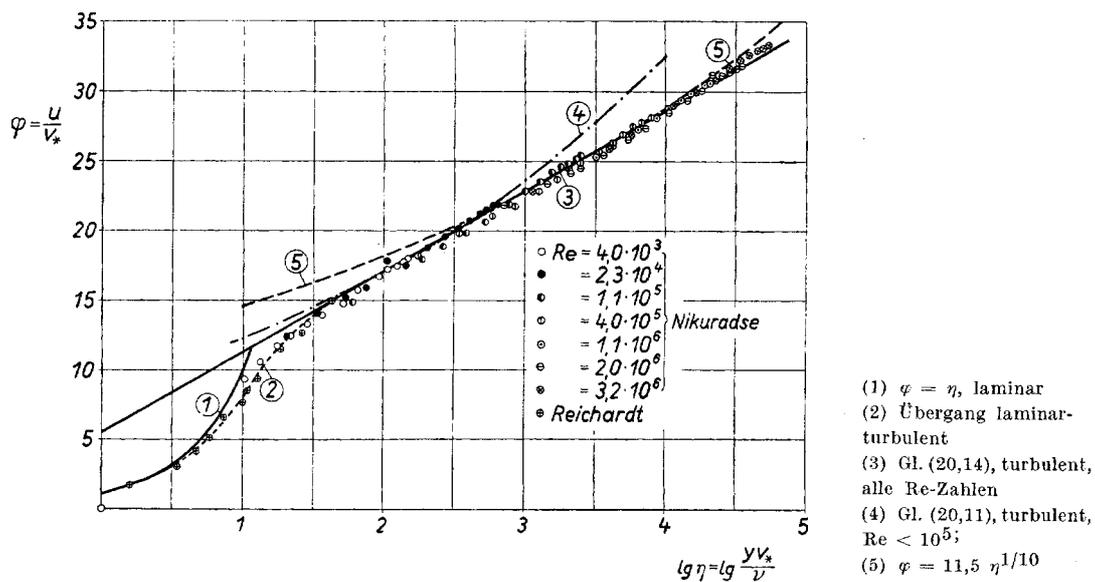
$$(5-7) \quad \varphi = y^+$$

Alle Geschwindigkeitsbereiche sind in Abbildung 2 dargestellt. Folgende Bereiche des dimensionslosen Wandabstands  $y^+$  können nach einem Dreischichtmodell [15] unterschieden werden:

rein laminare Reibung  $y^+ < 5$

laminar - turbulente Reibung  $5 < y^+ < 70$

rein turbulente Reibung  $y^+ > 70$



**Abbildung 2: Das universelle logarithmische Geschwindigkeitsverteilungsgesetz im glatten Rohr**

## 5.2 Nicht-kreisförmige Querschnitte

Messungen von Nikuradse haben ergeben, dass bei voll ausgebildeter Strömung in Rohren von nicht-kreisförmigen Querschnitten das Blasius'sche Widerstandsgesetz für Rohre ebenfalls gilt. Abbildung 3 zeigt die Ergebnisse seiner Messungen. Die Reynolds-Zahl wird für die einzelnen Querschnitte jeweils mit dem hydraulischen Durchmesser gebildet.

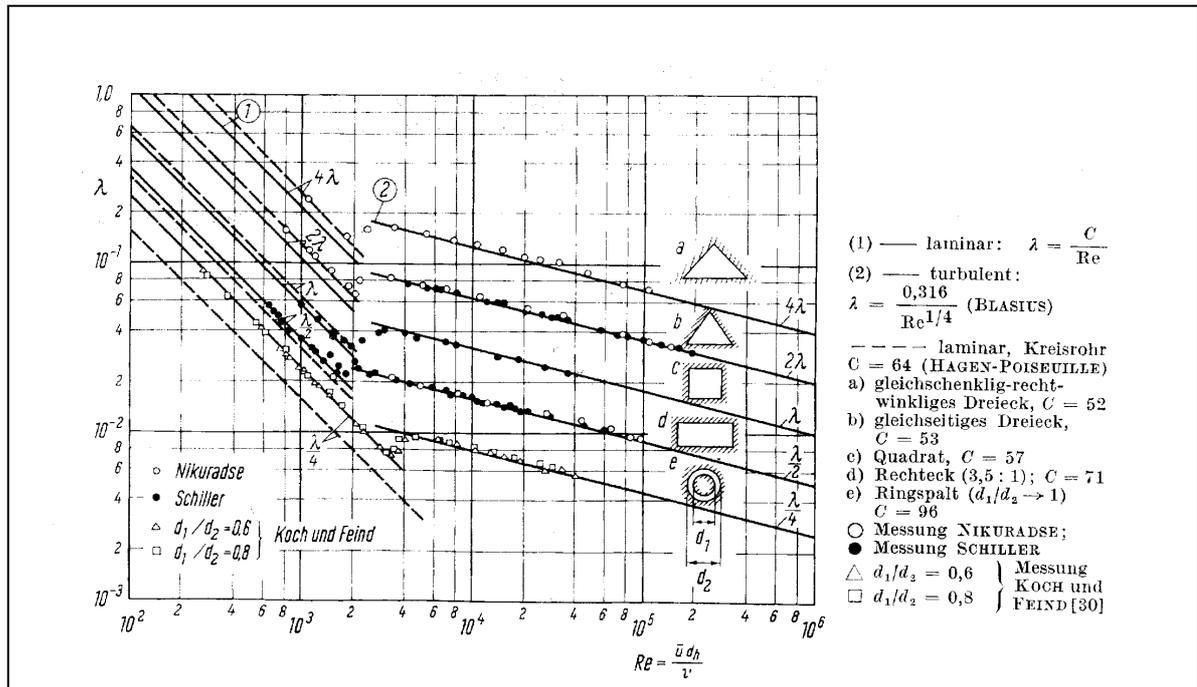


Abbildung 3: Widerstandsbeiwerte für nicht-kreisförmige Rohre [14]

Vergleich mit Abbildung 1 zeigt, dass diese unterschiedlichen Querschnittsformen auch in der Praxis vorkommen.

### 5.3 Rotationseffekte

Alle oben beschriebenen Zusammenhänge gelten für die ausgebildete Strömung im nichtrotierenden Rohr.

Im rotierenden System werden zusätzliche Kräfte aus der Zentrifugal- und Coriolisbeschleunigung erzeugt, die die Strömungsform massgeblich beeinflussen. Für den Fall eines rotierenden Kühlkanals wird hier folgende Koordinatensystemvereinbarung getroffen:

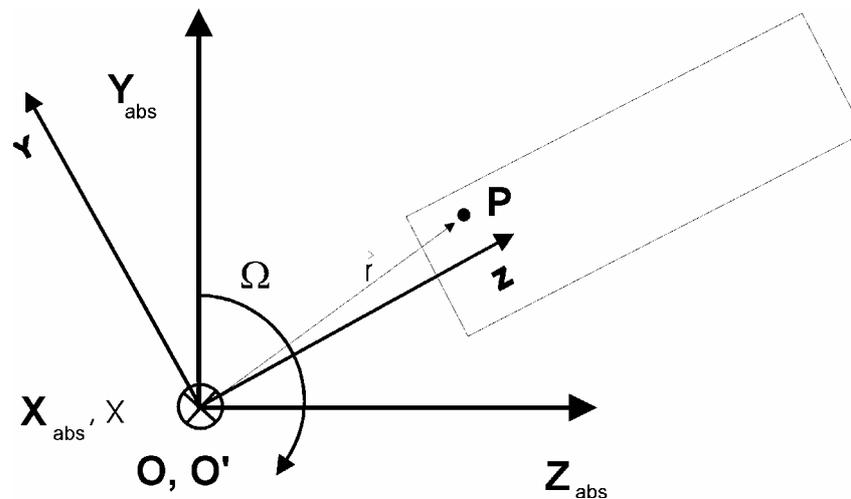


Abbildung 4: Koordinatensystem für rotierende Kühlkanäle

Die Strömungsrichtung im Kanal sei in positive z-Richtung.  $\vec{r}$  ist der Ortsvektor des Teilchens an Punkt P. Ein Teilchen am Punkt P erfährt demnach eine Beschleunigung, die sich nach folgender Gleichung bestimmen lässt:

$$\vec{a}_p = \ddot{\vec{R}} + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + (\ddot{\vec{r}})_{rel} + 2\vec{\omega} \times (\dot{\vec{r}})_{rel} \quad (5-8)$$

mit  $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  und  $\dot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$

$\vec{a}_p$  : Beschleunigungsvektor

wobei der Index  $_{rel}$  die Größen im relativen Koordinatensystem  $x, y, z$  bezeichnet.

$\ddot{\vec{R}}$  ist die Beschleunigung im Absolutsystem von  $O'$ , dem Ursprung des relativen Koordinatensystems. In dem in Abbildung 4 gezeigten Fall wird  $\ddot{\vec{R}} = 0$ . Für eine konstante Kreisfrequenz  $\Omega$  gilt  $\dot{\vec{\omega}} = 0$ . Um allein den Rotationseinfluss zu untersuchen, werden alle anderen Beschleunigungen im Relativsystem (z.B. durch Druckgradienten) ausgeschlossen:  $(\ddot{\vec{r}})_{rel} = 0$ . Da die Rotationsachsen im Relativ- und Absolutsystem identisch sind, wird:

$$(5-9) \quad \vec{\omega} = \vec{\omega}_{abs} = \vec{\omega}_{rel} = \begin{pmatrix} \Omega \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die von der Rotation des Kanals herrührenden Beschleunigungsanteile sind demnach:

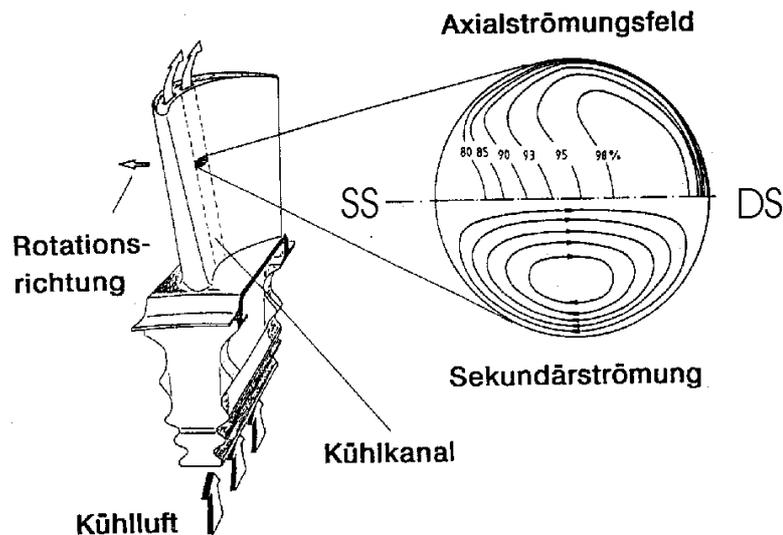
$$(5-10) \quad \vec{a}_{rot} = \underbrace{\Omega^2 \begin{pmatrix} 0 \\ -y \\ -z \end{pmatrix}}_{\text{Zentrifugal}} + \underbrace{2\Omega \begin{pmatrix} 0 \\ -w \\ v \end{pmatrix}}_{\text{Coriolis}}$$

Untersucht man nun ein infinitesimales Fluidvolumen am Punkt P, so ergibt sich aus diesen Beschleunigungen für den inkompressiblen Fall eine örtliche Druckerhöhung aus der Rotation:

$$(5-11) \quad dp_z = \rho \Omega \int_{z=0}^z (\Omega \cdot z - 2 \cdot v) dz = \underbrace{\frac{\rho}{2} \Omega^2 z^2}_{\text{Fliehkraftanteil}} - \underbrace{2\rho\Omega \int_{z=0}^z v dz}_{\text{Coriolisanteil}}$$

$$(5-12) \quad dp_y = \rho \Omega \int_{y=y_{min}}^y (-\Omega \cdot y' + 2 \cdot w) dy = -\underbrace{\frac{\rho}{2} \Omega^2 (y^2 - y_{min}^2)}_{\text{Fliehkraftanteil}} + \underbrace{2\rho\Omega \int_{y=y_{min}}^y w dy}_{\text{Coriolisanteil}}$$

Aus den Gleichungen (5-10) und (5-12) ist zu erkennen, dass die Coriolis-Beschleunigung proportional zur Axialgeschwindigkeit ist und durch eine Druckkraft in positiver y-Richtung kompensiert werden muss. Dies bedeutet, dass die Corioliskraft einen Druckgradienten von der Druckseite (DS) zur Saugseite (SS) bewirkt. In der Grenzschicht an der Druckseite nimmt die Axialgeschwindigkeit stark ab, so dass die Corioliskräfte verschwinden. Der Druck wird der Grenzschicht aber aufgeprägt, so dass das Fluid bei fehlenden Corioliskräften in der Grenzschicht dem Druckgradienten zur Saugseite folgen kann. Es bildet sich ein Sekundärwirbelpaar wie in Abbildung 5 schematisch gezeigt. Ein weiterer Effekt der Corioliskräfte ist die Verlagerung des Strömungskerns aus der Mitte des Rohres hin zur Druckseite, es wird also Fluid mit starkem Impuls zur Druckseite hin verlagert (vgl. Abbildung 5), wo sich als Folge die Wandreibung und damit der Wärmeübergang erhöhen, umgekehrt verringern sich Wandreibung und Wärmeübergang an der Saugseite.



**Abbildung 5: Sekundärströmung im rotierenden Kanal**

Bei einer reibungsfreien Strömung hat die Zentrifugalkraft nur eine Druckerhöhung zur Folge und keinen Einfluss auf die Geschwindigkeitsverteilungen. In kompressibler Strömung mit geheizten Wänden transportiert die Sekundärströmung kühleres Fluid (höhere Dichte) aus dem Strömungskern an die Wand der Druckseite. Damit werden Flieh- und Corioliskraft auf der Druckseite durch die höhere Dichte größer. Diese Auftriebseffekte verstärken auf der Druckseite die Erhöhung und auf der Saugseite die Verringerung der Wandreibung und des Wärmeübergangs.

Um die Auftriebseffekte mitzuberechnen, wird in Impulsgleichungen die Dichte zur Berechnung von Flieh- und Corioliskräften durch den folgenden Term ersetzt:

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta (T - T_0))$$

Wobei  $\beta$  den thermischen Expansionskoeffizienten darstellt.

#### 5.4 Charakteristische Zahlen des Problems:

Um die an einem Modellprüfstand gewonnenen Ergebnisse auf reale Turbinen übertragen zu können, müssen die für das Problem relevanten Kennzahlen eingehalten werden. Eine Dimensionsanalyse führt zu den folgenden Kenngrößen:

Reynoldszahl: 
$$Re = \frac{\rho \cdot w \cdot D}{\mu}$$

Rotationszahl: 
$$Ro = \frac{\Omega \cdot d_h}{w}$$
  
 $d_h$  : Hydraulischer Durchmesser

Prandtlzahl: 
$$Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{\lambda}$$

Rel. Exzentrizität: 
$$Exentr. = \frac{Z}{D}$$

Machzahl: 
$$Ma = \frac{W}{a}$$
;  $W$  : Geschwindigkeitsbetrag

Experimentelle Untersuchungen von Elfert [1] ergaben folgende Abhängigkeiten der Druckverluste in Kreisrohren von Reynolds- und Rossby-Zahl (Abbildung 6). Die Messungen zeigen, dass die Rotation nur bei tieferen Reynoldszahlen die Druckverluste bzw. Reibungsbeiwerte beeinflusst. Dies ist verständlich, da bei gegebener Geometrie und Reynoldszahl mit steigender Rotationszahl auch die Axialgeschwindigkeit zunimmt, die seinerseits die Corioliskraft erhöht. Eine stärkere Corioliskraft wird ihrerseits stärkere Sekundärströmungen zur Folge haben. Bei hohen Reynoldszahlen gehen die Reibungsverluste allgemein zurück. Als Grund dafür kann das Anliegen der turbulenten Strömung und Abnahme der Grenzschichtdicke genannt werden.

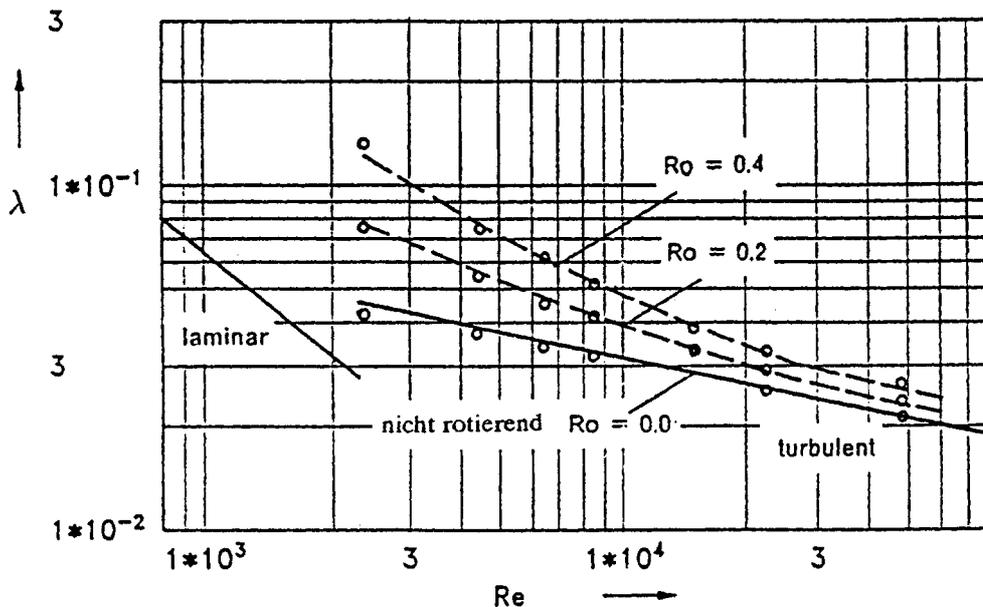


Abbildung 6: Druckverluste in rotierenden Kreisrohren [1]

Man kann also festhalten, dass die Reibungsbeiwerte mit weiter steigenden Re-Zahlen ( $Re > 10^4$ ) gegen eine Asymptote verlaufen. Dies bedeutet, dass bei gegebener Geometrie und höheren Re-Zahlen die Reibungsverluste weitgehend unabhängig von Rotationszahlen sind.

Diese Ergebnisse werden auch durch die analytischen Ergebnisse bestätigt.

## 6 Beschreibung des numerischen Verfahrens und der notwendigen Modifikationen

### 6.1 Strömungslöser Trace-S

Für die numerische Analyse der Strömungen wird eine Modifikation des von Vogel [16] entwickelten kompressiblen 3D-Navier-Stokes Strömungslösers „TRACE-S“ verwendet. Er arbeitet mit einem expliziten Zeitschrittverfahren auf blockstrukturierten Netzen. Es liegt ein allgemeines krummliniges Koordinatensystem zugrunde, und die Erhaltungsgleichungen werden nach der Methode der Finiten Volumen **zellzentriert** mit zentralen Differenzen bis zur 2.Ordnung diskretisiert. Die zeitliche Diskretisierung erfolgt mit einem n-Schritt Runge-Kutta Verfahren. Randbedingungen sind so implementiert worden, dass eine Reihe von beliebigen Rändern frei gewählt werden können.

Die Gleichungen (Kontinuitäts-, drei Impuls- und Energiegleichungen) des kompressiblen Codes lauten:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{u}_{rel}) = 0 \\
 & \frac{\partial (\rho \bar{u}_{abs})}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{u}_{rel} \times \bar{u}_{abs} + p \bar{I} - \bar{\tau}) = \rho (\bar{\Omega} \times \bar{u}_{abs}) \\
 (6-1) \quad & \frac{\partial (\rho E_r)}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{u}_{rel} H_r - \lambda_{th} \bar{\nabla} T - \bar{\tau} \bar{u}_{abs}) = 0 \\
 & \frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \left( \rho \bar{u}_{rel} k - \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \bar{\nabla} k \right) = P_k - D_k \\
 & \frac{\partial (\rho \varepsilon)}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \left( \rho \bar{u}_{rel} \varepsilon - \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \bar{\nabla} \varepsilon \right) = P_\varepsilon - D_\varepsilon
 \end{aligned}$$

Da die Machzahlen in rotierenden Kühlkanälen in der Regel sehr klein ( $< 0.05$ ) sind, führt die Lösung der kompressiblen Gleichungen (6-1) für diese Anwendungsfälle zu Konvergenzproblemen. Grund dafür ist, dass die entstandene Matrix aus dem Gleichungssystem 6-1 bei sehr kleinen Machzahlen schlecht konditioniert wird und deren Eigenwerte gegen singuläre Werte gehen. Dies wird später anhand eines Beispiels gezeigt und diskutiert. Bei geringen Machzahlen werden die Gleichungen von den schnellen Druckwellen dominiert und das Gleichungssystem ist schlecht konditioniert [17]. Der Löser wurde daher so modifiziert, dass inkompressible Strömungen **ohne Änderung der Grundstruktur** des Codes mit einem relativ guten Konvergenzverhalten berechnet werden können.

### 6.1.1 Inkompressible Berechnung der Navier-Stokes-Gleichungen

Die Definition einer inkompressiblen Strömung nur durch die konstante Dichte in dem gesamten Strömungsbereich;  $\rho = \text{konst.}$ ; wird hier nicht ausreichen, da die Dichte sich auch infolge der Temperaturänderung variieren kann (Auftriebseffekte). Daher wird in dieser Arbeit eine inkompressible Strömung als solche definiert, bei der sich die Dichte nicht als Folge der

Druckänderung ändert, d.h. :  $\frac{\partial \rho}{\partial p} = 0$ .

Charakteristisch für die inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen ist das Fehlen eines Dichte-Terms in der Kontinuitätsgleichung, wodurch Druck (Kontinuitätsgleichung) und Geschwindigkeit (Impulsgleichungen) entkoppelt werden. Für 2D-Probleme können aus den Navier-Stokes-Gleichungen die Gleichungen für die Stromfunktion und die Wirbelstärke abgeleitet werden. Anstatt drei müssen nur noch zwei Gleichungen gelöst werden. Jede dieser Gleichungen beinhaltet mit der Wirbelstärke und der Stromfunktion eine dominierende Variable. Eine Lösung dieses Gleichungssystems umgeht auf diese Weise das Problem der Druck-/Geschwindigkeitskopplung. Probleme bereitet jedoch die Formulierung der Randbedingungen für die Wirbelstärke. Die Erweiterung dieses Verfahrens auf 3D-Probleme ist nicht ohne weiteres möglich [18].

Für explizite Zeitschrittverfahren sind Fractional-Step Methoden [18] entwickelt worden. Dabei werden die Impuls-Gleichungen als Kombination von Flusstermen (konvektiv und diffusiv), Drucktermen und viskosen Termen formuliert. In einem ersten Schritt werden die Gleichungen unter Auslassung der Druckterme oder durch Berechnung der Druckterme aus den vorherigen Zeitschritten nach einem Geschwindigkeitsfeld gelöst. Mit diesem Geschwindigkeitsfeld ergibt sich aus der vollständigen Impulsgleichung und der Kontinuitätsgleichung eine Poisson-Gleichung für den Druck, nach deren Lösung wiederum das Geschwindigkeitsfeld so korrigiert wird, dass es die Kontinuitätsgleichung erfüllt. Diese Methoden eignen sich für instationäre Probleme, zeichnen sich aber durch einen hohen Rechenaufwand aus.

Ähnlich wie die Fractional Step Methoden sind Druckkorrekturmethode aufgebaut. Es stehen eine Vielzahl von Algorithmen (SIMPLE, SIMPLEC, PISO, SIMPISO,...) zur Verfügung, um in mehreren Schritten Geschwindigkeits- und Druckfelder zu bestimmen, die dann in weiteren Schritten korrigiert werden, bis alle Gleichungen erfüllt sind.

In dem hier verwendeten Code ist ein pseudokompressibles (künstliche Kompressibilität) Verfahren implementiert. Diese Methode geht auf eine Arbeit von Chorin [19] zurück.

Grundlage dieses Verfahrens ist die Einführung eines Zeitderivativs des Drucks in die Kontinuitätsgleichung (aus Gründen der Übersichtlichkeit hier nur für 2D):

$$(6-2) \quad \begin{aligned} \text{Kontinuitätsgleichung :} \quad & \frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 u_i)}{\partial x_i} = 0 \\ \Rightarrow \quad & \frac{\partial p}{\partial t} \cdot \frac{\partial \rho_0}{\partial p} + \frac{\partial(\rho_0 u_i)}{\partial x_i} = 0 \end{aligned}$$

Das Derivativ  $\partial p / \partial \rho$  hat die Form einer quadrierten Schallgeschwindigkeit.

$$(6-3) \quad c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho_0}; \quad \text{mit } c : \text{ Künstliche Schallgeschwindigkeit}$$

Damit ergibt sich für die modifizierte Kontinuitätsgleichung:

$$(6-4) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + c^2 \cdot \left( \frac{\partial(\rho_0 u_i)}{\partial x_i} \right) = 0$$

Diese Veränderung führt dazu, dass das zu lösende Gleichungssystem hyperbolisch wird. Dagegen ist das Gleichungssystem elliptisch/hyperbolisch, wenn die Navier-Stokes-Gleichungen inkompressibel formuliert werden. Das bedeutet, dass Druckstörungen sich im Rechenggebiet über Pseudo-Druckwellen mit endlicher Geschwindigkeit, nämlich der Pseudo-Schallgeschwindigkeit, die über die Wahl des Faktors  $c^2$  einstellbar ist, ausbreiten.  $c^2$  wird als künstliche Schallgeschwindigkeit definiert und ist ein frei wählbarer Parameter.

Um in der Rechnung ein möglichst „inkompressibles“ Verhalten zu erreichen, sollte der Parameter  $c^2$  Idealerweise so gewählt werden, dass sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen der inkompressiblen Schallgeschwindigkeit ( $\infty$ ) annähert, d.h. möglichst groß wird. Ein zu großer Wert für  $c^2$  beeinflusst aber das Konvergenzverhalten und die Stabilität der Rechnung negativ [20], [21]. Wählt man  $c^2$  sehr klein, wird die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen so gering, dass viskose Effekte mit den nicht-physikalischen Wellen reagieren können. Die durch die Wellen induzierten lokalen Druckgradienten verhindern die korrekte Ausbildung der Grenzschicht. Dies wird zu verfälschten Lösungen führen. Bei Rechnungen mit abgelöster Grenzschicht wird der Ablösepunkt in Abhängigkeit von den Druckwellen falsch berechnet. Dabei kann es zu Oszillationen kommen, die das Konvergieren der Lösung verhindern. Die optimale Größe des Parameters  $c^2$  ist darüber hinaus von der örtlichen Geschwindigkeit abhängig. In dem verwendeten Code wird daher  $c^2$  nach einem Vorschlag von Rizzi, Eriksson [17] in Anlehnung an die Berechnung des lokalen Zeitschritts mit der örtlichen Geschwindigkeit korreliert:

$$(6-5) \quad c^2 = \max(0.3, r \cdot w^2)$$

mit w: örtliche Geschwindigkeit, r: Chorin Faktor,  $1 < r < 5$

Chang et al. [20] haben gezeigt, dass die Pseudo-Machzahl immer  $< 1$  ist, und dass die induzierten Wellen in der stationären Lösung tatsächlich verschwinden. Wird eine stationäre Lösung erreicht, verschwindet der zeitabhängige Term in Gleichung (6-4). Nur dann ist die stationäre Kontinuitätsgleichung erfüllt. Eine Erweiterung auf instationäre Probleme wird ebenfalls von Chang et al. formuliert [20]. Dabei wird die Kontinuitätsgleichung modifiziert:

$$(6-6) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + c^2 \cdot \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial p^*}{\partial t}$$

$p^*$  ist dabei der Druck aus der vorhergehenden Iteration, bevor der nächste Zeitschritt berechnet wird, muss solange iteriert werden, bis Gleichung (6-6) erfüllt ist.

Der Vorteil des pseudokompressiblen Verfahrens ist seine „**einfache Implementierung**“ in den kompressiblen Löser, die keine grundlegenden Veränderungen am Lösungsalgorithmus erfordert. Im Folgenden werden die Modifikationen und die Wahl des Chorin-Faktors noch einmal für den 2D-Fall dargestellt:

**Kontinuität:** 
$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_0 v)}{\partial y} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial t} \cdot \frac{\partial \rho_0}{\partial p} + \frac{\partial(\rho_0 u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_0 v)}{\partial y} = 0$$

mit  $\frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{1}{c^2}$  **c: künstliche Schallgeschwindigkeit**

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial t} + c^2 \left( \frac{\partial(\rho_0 u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_0 v)}{\partial y} \right) = 0$$

**Chorin-Faktor (nach Eriksson)**  $c^2 = \max(0.3, r * V * V)$   
**V: lokale Geschwindigkeit ;  $1 < r < 5$**

**Impuls:** 
$$\frac{\partial(\rho_0 u)}{\partial t} + u \frac{\partial(\rho_0 u)}{\partial x} + v \frac{\partial(\rho_0 u)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

$$\frac{\partial(\rho_0 v)}{\partial t} + u \frac{\partial(\rho_0 v)}{\partial x} + v \frac{\partial(\rho_0 v)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i}$$

**Energie:** 
$$\frac{\partial(\rho_0 T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_0 v T)}{\partial y} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\lambda}{c_v} \Delta T$$

Der Vorteil bei dieser Vorgehensweise ist, dass die Iterationen von  $c^2$  durch die optimale Wahl nach Gleichung 6-5 unnötig wird, was auch durch die numerischen Erfahrungen bei dieser Arbeit bestätigt wurde.

## 6.2 Allgemeine Randbedingungen

Für Zeitschrittverfahren müssen Anfangs- und Randbedingungen vorgegeben werden. Für stationäre Strömungsprobleme ist die Lösung nur von den Randbedingungen abhängig, die Qualität der Anfangsbedingungen entscheidet aber über die Anzahl der für eine konvergierte stationäre Lösung notwendigen Zeitschritte.

Am Einströmrand müssen (für laminare Rechnungen) insgesamt fünf Bedingungen vorgegeben

werden, vier Größen werden spezifiziert, eine wird aus dem Rechenfeld extrapoliert. Analog werden am Auströmrand vier Größen aus dem Rechenfeld extrapoliert und eine Größe vorgegeben. Für die turbulenten Rechnungen werden am Eintritt mit einem vorgeschriebenen Turbulenzgrad die turbulente kinetische Energie und die durchschnittliche Größe der Wirbel über ein Längenmaß vorgegeben.

An festen Wänden verschwinden alle konvektiven Flüsse von Masse, Impuls und Energie. Weiterhin gilt in reibungsbehafteter Strömung an der Wand die Haftbedingung. Für diabate Wände müssen entweder Wandtemperatur oder Wärmestrom an der Wand vorgegeben werden. Unter Ausnutzung der Tatsache, dass in der Grenzschicht der Druck von der Außenströmung aufgeprägt wird, wird der statische Wanddruck aus dem Rechengbiet extrapoliert. Die turbulenten Größen werden durch Wandgesetze bestimmt.

An Blockgrenzen werden die Werte für die konservativen Variablen und die turbulente Viskosität ausgetauscht [16].

Durch den Einsatz von Dämpfungstermen zweiter und vierter Ordnung wurden die nicht physikalischen Instabilitäten, die auch von den Rändern reflektiert werden, unterdrückt. Eine Rechnung wurde in der Regel mit einer Dämpfung zweiter Ordnung gestartet. Der Dämpfungsparameter wurde dann im Laufe der Rechnung stets reduziert, so dass bei der auskonvergierten Lösung diese Dämpfung zu Null gesetzt war. Der Parameter für die Dämpfung vierter Ordnung sollte dabei so tief, wie möglich, gehalten werden. Die typischen Werte bei den hier durchgeführten Rechnungen für die Anfangs- und Endlösungen variieren zwischen 0.1 und 0.01.

### **Physikalische Anfangsbedingungen:**

Zur Lösung des Differenzialgleichungssystems (6-1) werden Rand- und Anfangsbedingungen benötigt. Nur so werden die Ausseneinflüsse in die Rechnung herein gezogen und die spezielle Lösung für jedes Problem möglich sein. Alle Konservativen Größen müssen an den Rändern bekannt sein. Für Einströmrand werden üblicherweise die Totalgrößen ( $P_{tot}$  und  $T_{tot}$ ), der

Einströmwinkel und die Zuströmmachzahl vorgegeben. Für Subsonische Einströmung wird eine Grösse aus dem inneren des Rechengebietes (hier der statische Druck) extrapoliert. Die in dieser Arbeit verwendeten Eintrittsbedingungen sind, wie folgt, vorgegeben:

Aus den Eingabewerten für die Eintrittsebene, wie:

$P_t = \text{konstant}$  : Totaldruck im rotierenden System

$T_t = \text{konstant}$  : Totaltemperatur im rotierenden System

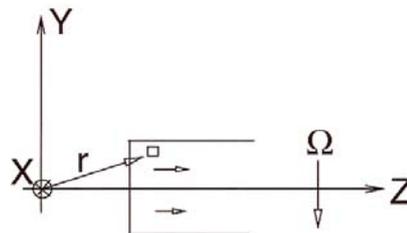
Einströmwinkel gegen die X-Achse (Deg)

Einströmwinkel gegen die Meridionalebene (Deg)

Werden berechnet:

$$T_s = T_t \cdot (P/P_t)^{(\kappa-1/\kappa)}$$

$$V_{\text{rabs}}^2 = 2 \cdot C_p \cdot (T_t - T_s)$$



und:

Geschw.-Komponenten im nichtrotierenden System:

$$V_x = V_{rx}$$

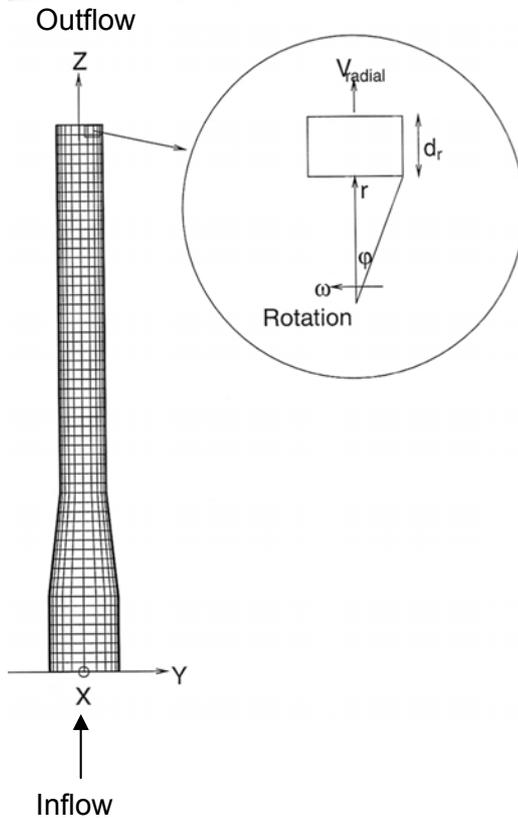
$$V_y = V_{ry} - \Omega \cdot r_z$$

$$V_z = V_{rz} + \Omega \cdot r_y$$

### Vorgabe der Randbedingung in der Austrittsebene:

Für den Ausströmrand wird in der Regel der statische Gegendruck als konstant vorgegeben. Dieser Gegendruck wird unter der Annahme der ausgebildeten ungestörten Strömung im

Nachlauf angenommen. Im Rotationsfall wird sich dagegen der Druck am Austrittsrand linear von Druck- zur Saugseite ändern. Im Folgenden wird dargestellt, wie die Druckverteilung für den Austrittsrand in dieser Arbeit berechnet wurde. Diese Druckverteilung wird dann dem Code vorgegeben.



$$p \cdot \cancel{r} \cdot \partial r - (p + \partial p / \partial \phi \cdot \partial \phi) \cdot \cancel{r} \cdot \partial r + 2\rho\omega \cdot V_r \cdot r \partial \phi \cdot \cancel{r} \cdot \partial r = 0$$

$$\partial p / \partial \phi \cdot \cancel{\partial \phi} \cdot \cancel{\partial r} = 2\rho\omega \cdot V_r \cdot r \cancel{\partial r} \cdot \cancel{\partial \phi} \quad \text{Siehe Gl. 5-12}$$

$$\partial p = 2\rho\omega \cdot V_r \cdot r \partial \phi$$

$$V_r \neq f(\phi)$$

$$p_2 - p_1 = 2\rho\omega \cdot V_r \cdot r (\phi_2 - \phi_1)$$

$$r\phi_2 - r\phi_1 = d \quad (\text{Durchmesser})$$

$$\Delta p = 2\rho\omega \cdot V_r \cdot d$$

→ Lineare Druckverteilung am Austrittsrand

### 6.3 Turbulenzmodellierung

Die Navier-Stokes-Gleichungen stellen ein geschlossenes System zur Bestimmung der Unbekannten dar. Sie gelten sowohl für laminare als auch für turbulente Strömungen. Um mit einer Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen technisch relevante turbulente Strömungen zu simulieren, muss jedoch die Auflösung des Rechengitters sowohl im Raum als auch in der Zeit so hoch sein, dass auch die kleinste turbulente Schwankungsbewegung berechnet werden kann. Diese Schwankungsbewegungen werden aber mit steigender Reynolds-Zahl sehr klein, so dass die heutigen Rechenkapazitäten nicht ausreichen, Lösungen in einem sinnvollen

Zeitraumen zu liefern. Diese so genannte DNS (Direct Numerical Simulation) kann daher nur für sehr kleine Reynolds-Zahlen verwendet werden [18].

Mit der **LES** (**L**arge **E**ddy **S**imulation) werden alle Wirbel, die größer als die Maschenweite auf dem vorhandenen, mit den Rechenkapazitäten handhabbaren Rechenetz sind, direkt simuliert. Die Schwankungsgrößen, die nicht aufgelöst werden können, werden durch „Subgrid“ Modelle angenähert. Auch diese Methode ist auf gegenwärtig verfügbaren Hardwareplattformen für die meisten Anwendungen zu zeitaufwendig [18].

Bei der weitaus verbreitetsten Methode, turbulente Strömungen zu simulieren, werden nicht die Navier-Stokes-Gleichungen, sondern die gemittelten Reynoldsgleichungen gelöst. Die Reynoldsgleichungen werden aufgestellt, indem die Variablen in den Navier-Stokes-Gleichungen in eine zeitlich gemittelte und eine Schwankungsgröße zerlegt und die so erhaltenen Gleichungen zeitlich gemittelt werden. Für alle linearen Terme verschwinden durch die Mittelung die Schwankungsgrößen. Bei den nicht-linearen Termen entstehen aber durch die Mittelung neue, pseudoviskose Terme, die Reynoldsspannungen. Das Gleichungssystem ist somit um die Unbekannten aus dem Reynoldsspannungstensor  $\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$  erweitert worden, damit besteht ein Schließungsproblem. Es können für diese Größen exakte Gleichungen aufgestellt und die dann auftretenden Korrelationen höherer Ordnung modelliert werden. Modelle, die das Gleichungssystem durch diese Modellierung schließen, heißen Reynoldsspannungsmodelle.

Der häufiger begangene Weg, das Gleichungssystem zu schließen, ist das Ausdrücken der Reynoldsspannungen durch andere Turbulenzparameter, die wiederum durch empirische Beziehungen direkt oder durch Bestimmungsgleichungen mit empirischen Konstanten modelliert werden können. Als Parameter werden dabei meist ein Längenmaß (Abmessungen der Wirbel) und eine Geschwindigkeit (Maß für die Schwankungsintensität) verwendet. Wirbelviskositätsmodelle beruhen auf diesem Prinzip. Dabei wird für die Reynoldsspannungen ein Zusammenhang formuliert, der ähnlich dem für die molekulare Schubspannung ist. Die turbulenten Schubspannungen werden mit den mittleren Deformationsraten korreliert (hier für 2D):

$$(6-7) \quad -\overline{\rho u'v'} = \tau_t \sim \mu_t \cdot \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)$$

Die Größe  $\mu_t$  ist die turbulente Zähigkeit. Sie ist im Gegensatz zur laminaren Zähigkeit keine Stoffgröße, sondern hängt nur von den örtlichen turbulenten Schwankungsgrößen ab. Sie kann mit dem Längen- und dem Geschwindigkeitsparameter modelliert werden. Das Schließungsproblem ist also auf die Modellierung der Größe  $\mu_t$  verlagert worden.

Die Formulierung nach Gleichung (6-7) berechnet alle Elemente des

Reynoldsspannungstensors mit demselben  $\mu_t$ , geht also davon aus, dass die turbulente Zähigkeit isotrop ist. Im Gegensatz dazu kann die direkte Modellierung der  $\tau_{ij}$  die anisotropen Eigenschaften der Turbulenz berücksichtigen.

Je nach dem, mit wie vielen Gleichungen  $\mu_t$  modelliert wird, spricht man von Null-, Ein- oder Zwei-Gleichungsturbulenzmodellen.

In den Strömungslöser sind vier Wirbelviskositätsmodelle implementiert:

- Baldwin Lomax Modell (Null-Gleichungsmodell)
- Standard k- $\varepsilon$  Modell (Zwei-Gleichungsmodell)
- Low Reynolds k- $\varepsilon$  Modell (Zwei-Gleichungsmodell)
- k- $\omega$  Modell (Zwei-Gleichungsmodell)

In der vorliegenden Arbeit wird das Standard k- $\varepsilon$  Modell verwendet, auf eine Beschreibung der anderen implementierten Modelle wird daher verzichtet.

### **Standard k- $\varepsilon$ Modell**

In dem Code wurde der folgende Ansatz nach Boussinesq [18] für die Reynoldsspannungen gemacht (hier wieder für 2D):

$$(6-8) \quad -\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}$$

Für  $\mu_t$  gilt der Prandtl-Kolmogorov Ansatz:

$$(6-9) \quad \mu_t = \rho c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Die Größe k ist die turbulente kinetische Energie und  $\varepsilon$  deren Dissipation (für 2D):

$$(6-10) \quad k = \frac{1}{2} \left( \overline{u_i'^2} + \overline{u_j'^2} \right)$$

Der Transport von k und  $\varepsilon$  wird mit den Gleichungen (6-1) berechnet. Darin wird die Entstehung und Dissipation von Turbulenz mit Quell- bzw. Senkentermen berücksichtigt. Im Standard k- $\varepsilon$  Modell gilt für die Quellterme:

$$(6-11) \quad P_k = \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$$

$$P_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{k} c_{\varepsilon 1} P_k$$

Und die Senkenterme werden:

$$(6-12) \quad D_k = \rho \varepsilon$$

$$D_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{k} c_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon$$

Es gilt der Standard Konstantensatz [18]:

$c_\mu$	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$	$\sigma_\kappa$	$\sigma_\varepsilon$
<b>0.09</b>	<b>1.44</b>	<b>1.92</b>	<b>1.0</b>	<b>1.3</b>

Das Standard k- $\varepsilon$  Modell ist nur für große Reynolds-Zahlen gültig und kann daher in Wandnähe nicht angewandt werden. In der Nähe der Wände werden Wandfunktionen zur Formulierung der Randbedingungen an den Festkörperwänden benutzt. Dies hat den Vorteil, dass in Wandnähe auf relativ **groben Netzen** gerechnet werden kann. Der dimensionslose Wandabstand  $y^+$  der wandnächsten Netzzelle muss dabei größer als 10-13 sein (außerhalb der laminaren Unterschicht, vgl. Abbildung 2) da sonst die Wandfunktion laminare Strömung voraussetzt. Das verwendete Modell berücksichtigt keine Rotationseffekte. Howard [22] hat für die Berechnung von rotierenden Kanälen Coriolis-modifizierte Turbulenzmodelle entwickelt.

Ebenfalls für die Temperaturgrenzschichten wurde ein logarithmisches Wandgesetz nach W. M. Kays und Crawford [28] eingesetzt. Danach wird zur Simulierung der Temperatur in der Grenzschicht ein Zweischichtmodell vorgeschlagen. Danach wird  $t^+$  (dimensionslose Temperatur), wie folgt berechnet:

$$\text{Für } y^+ < 13.2 \quad ; \quad t^+ = Pr \cdot y^+$$

$$\text{Bei } y^+ > 13.2 \quad ; \quad t^+ = 2.195 \ln y^+ + 13.2 Pr - 5.66$$

## **6.4 Pre- und Postprozessor**

Für die Generierung blockstrukturierter Netze steht ein Netzgenerator „THREEMESH“ zur Verfügung, der von CFD Norway entwickelt wurde. Die Steuerung des Codes erfolgt über ein input-file, in dem u.a. Blockgrenzen, Randbedingungen, CFL-Zahlen, Dämpfung und die Anzahl der zu rechnenden Zeitschritte festgelegt werden (siehe dazu [27]).

Der Strömungslöser schreibt eine restart- und eine Ergebnisdatei im Binärformat aus. Es wurde ein Postprozessor programmiert, mit dem die aus der Ergebnisdatei gelesenen Daten verarbeitet und die Korrektur des berechneten Druckfeldes durchgeführt (vgl. 9.4.1) werden können. Der Postprozessor berechnet über den Kanalquerschnitt gemittelte Druckverluste sowie Wanddruckverluste für alle Wände. Weiterhin wird der Druckverlustbeiwert  $\lambda$  bestimmt.

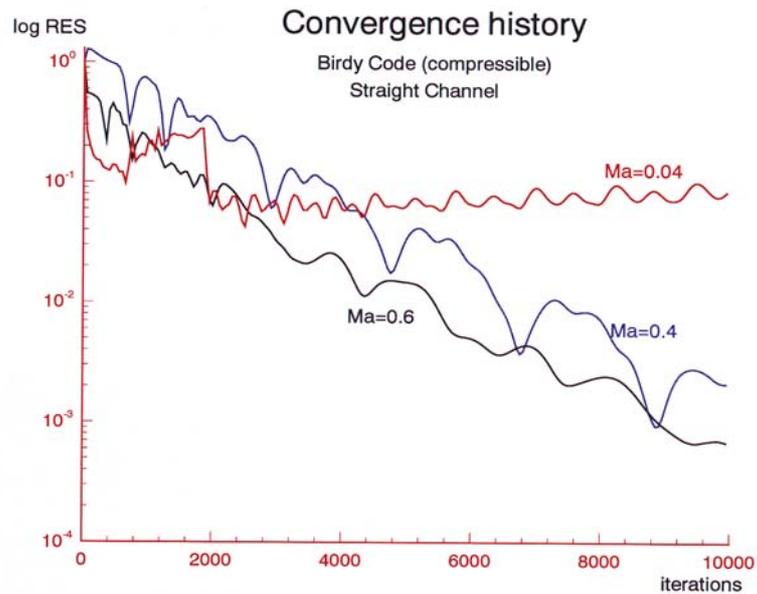
Ferner steht ein Filter zur Verfügung, der die Ergebnisdatei in ein Format umwandelt, das von der Visualisierungssoftware „TECPLOT“ der Firma Amtec Engineering, Inc. gelesen werden kann. Alle in dieser Arbeit präsentierten Darstellungen von Strömungsgrößen wurden mit dieser Software erzeugt.

## **6.5 Untersuchung des Konvergenzverhaltens**

Das Konvergenzverhalten des kompressiblen Codes wird mit sinkender Machzahl (in der Regel  $< 0.1$ ) immer schlechter. Dies bedeutet, dass selbst für manche nicht komplizierte Rechnungen die Rechenzeit massiv zunehmen kann. Solche langsame Strömungen kommen in den Grenzschichten insbesondere in der Wandnähe vor. Auch in den Schaufelkühlkanälen sind die Strömungen lokal sehr langsam. Als Folgen dieses Problems kann erwähnt werden, dass zum einen die Sekundärströmungen nicht mehr exakt im auskonvergierten Zustand dargestellt werden können. Zum anderen auch dadurch, dass die Strömungsgrößen an der Wand (insbesondere die Temperatur) nicht korrekt sind, kann der Wärmeübergang mit grossen Fehlern behaftet sein.

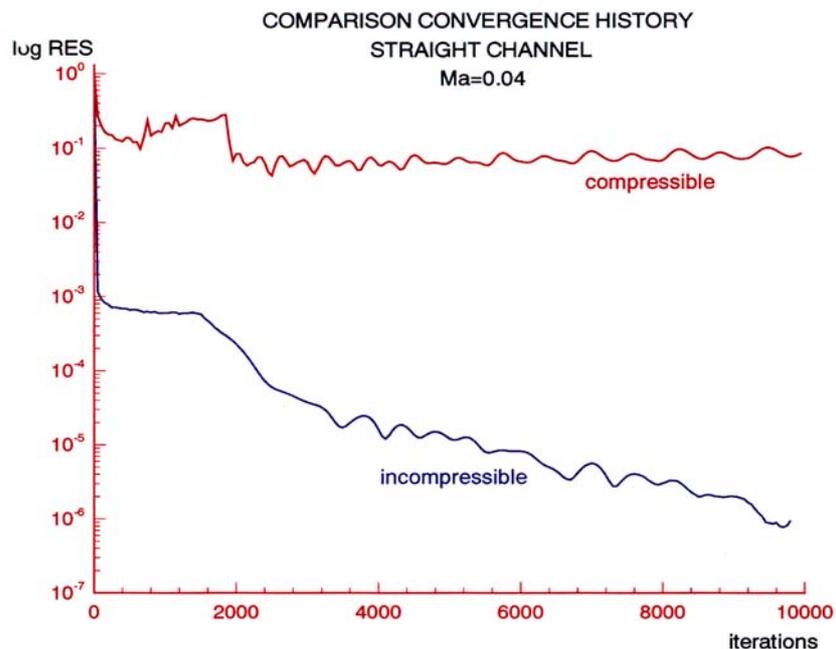
Um dieses Verhalten etwas klarer darzustellen, wird das Konvergenzverhalten des hier

verwendeten kompressiblen Codes anhand einer zweidimensionalen Kanalströmung (Abbildung 9) für unterschiedliche Machzahlen untersucht.



**Abbildung 7: Konvergenzverhalten des kompressiblen Codes**

Für Machzahl 0.04 (siehe Abbildung 7) konvergiert der Code selbst nach 10000 Zeitschritten nicht.

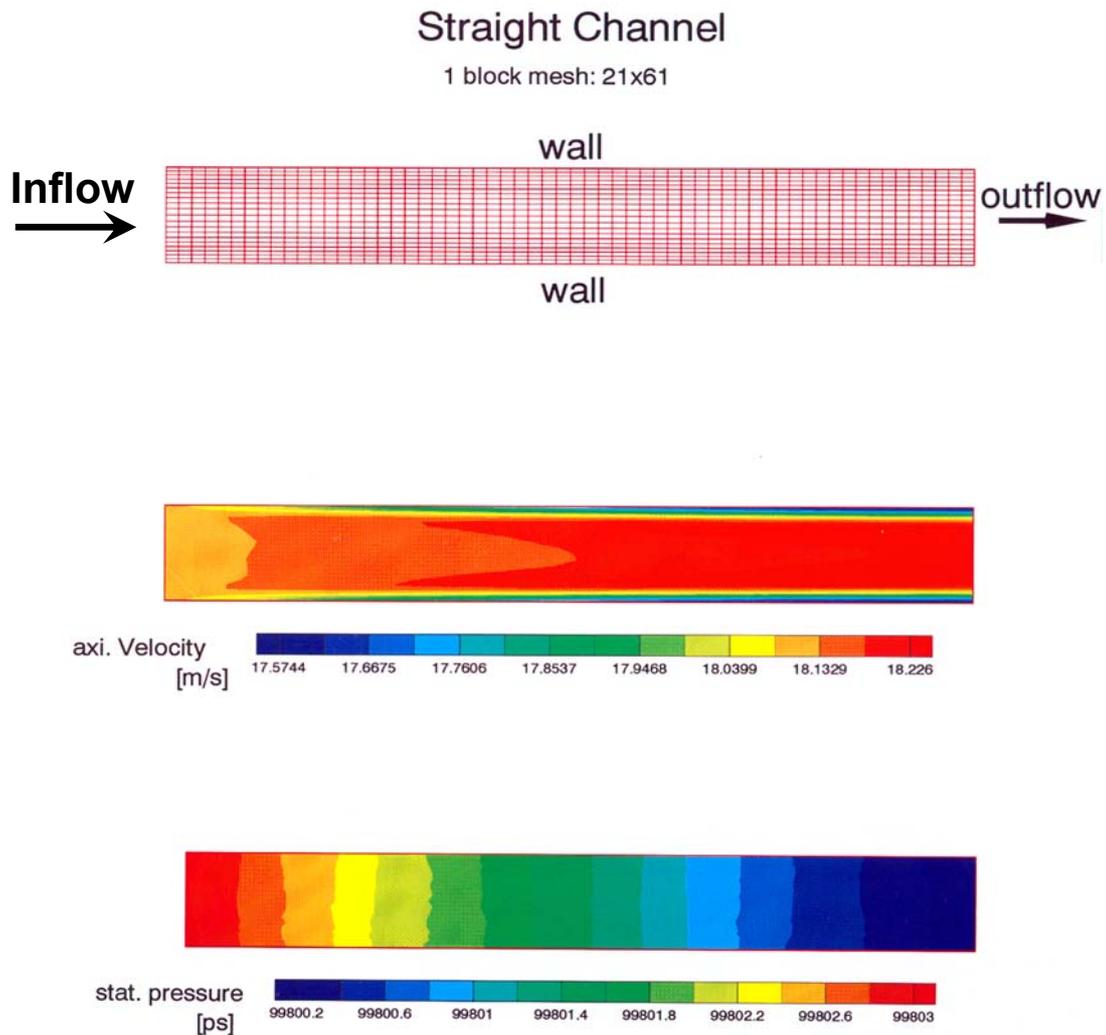


**Abbildung 8: Vergleich von Konvergenzverhalten**

Abbildung 8 zeigt den Vergleich zwischen dem modifizierten und kompressiblen Code für die oben erwähnte kritische Machzahl als Beispiel.

Die Rechnung konvergiert bis zur 6. Grossenordnung nach ca. 10000 Iterationsschritten.

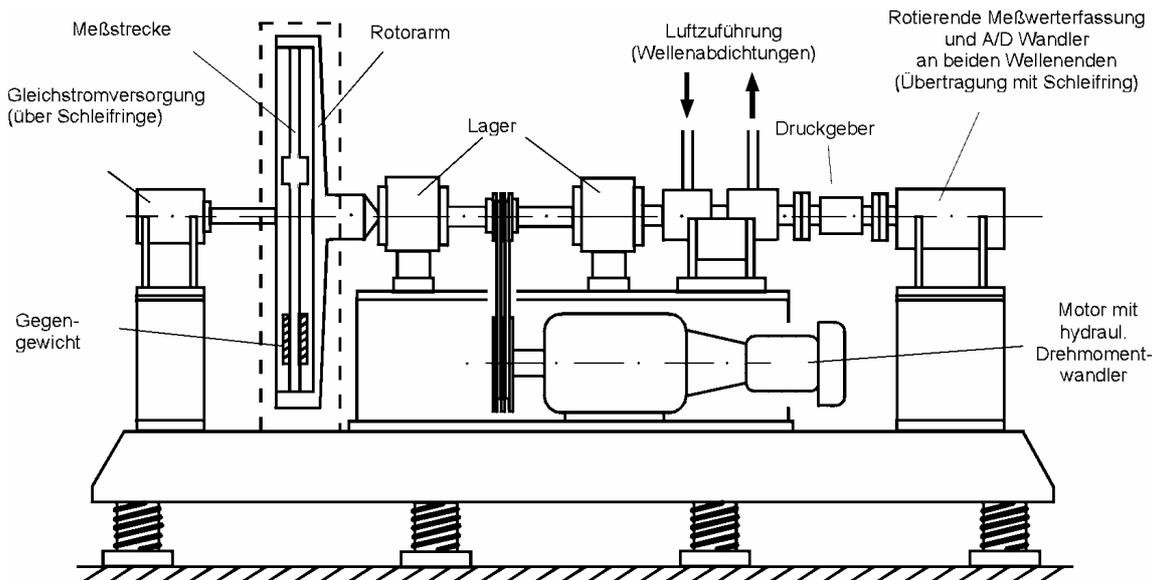
Abbildung 9 zeigt das Netz der simulierten Kanalströmung für das oben erwähnte Beispiel. Hierzu wurde ein Einblocknetz mit 21x61 Punkten verwendet. Ebenfalls sind die Druck- und Geschwindigkeitsverteilungen in Längsrichtung dargestellt worden. Die Rechnungen sind für die  $Re_L = 105$  und mit einer CFL-Zahl von 0.9 und Verwendung eines Zwei-Schritt Runge-Kutta Algorithmus durchgeführt worden.



**Abbildung 9: Simulierte Kanalströmung zur Konvergenzuntersuchung**

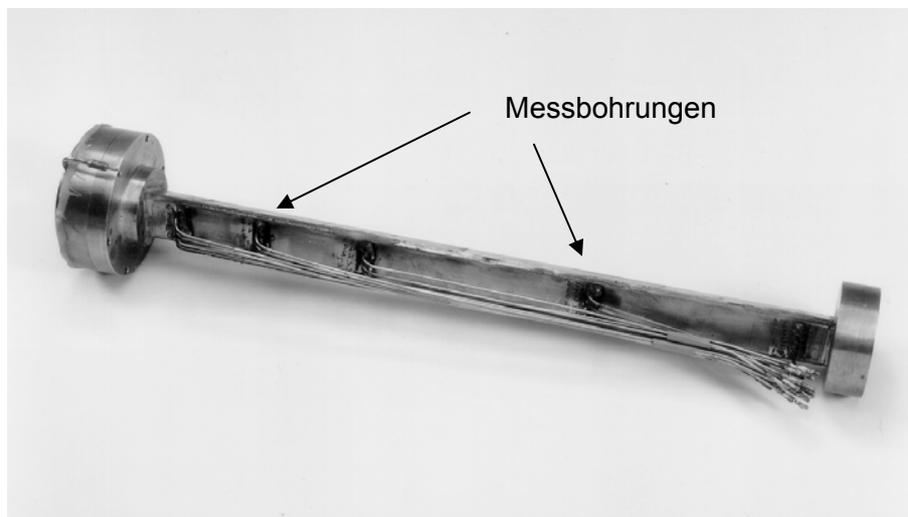
## 7 Experimentelle Untersuchungen

Am Institut für Antriebstechnik der DLR wurden umfangreiche experimentelle Untersuchungen zur Erforschung der Strömung in rotierenden Kühlkanälen durchgeführt. Abbildung 10 zeigt das Schema des dafür verwendeten Prüfstandes.



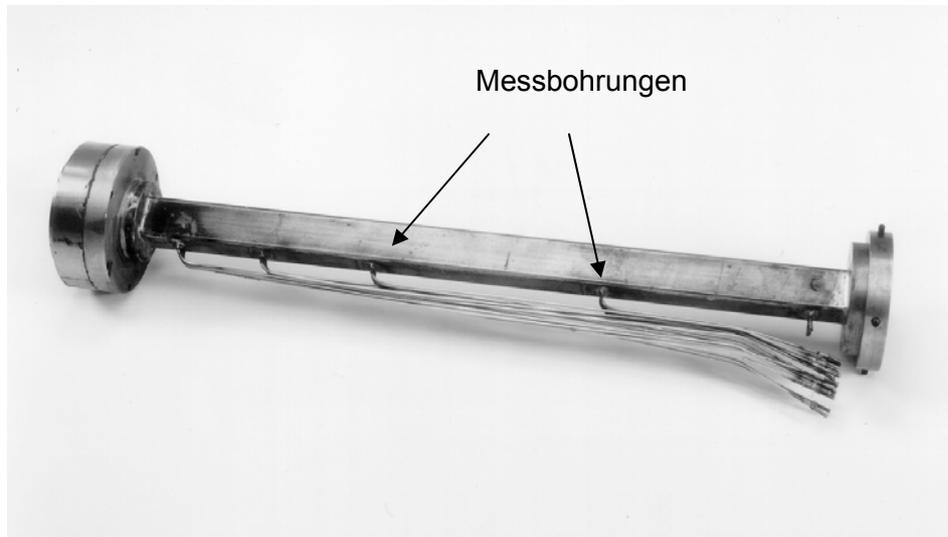
**Abbildung 10: Prüfstand zur experimentellen Untersuchung rotierender Kühlkanäle**

Statische Druckverteilungen wurden für drei verschiedene Kühlkanal-Querschnittsformen bei verschiedenen Massenströmen und Drehzahlen gemessen. Mit Farbstrahlinjektionen sowie mit Ölstrichtechnik konnten die Strömungen sichtbar gemacht werden.



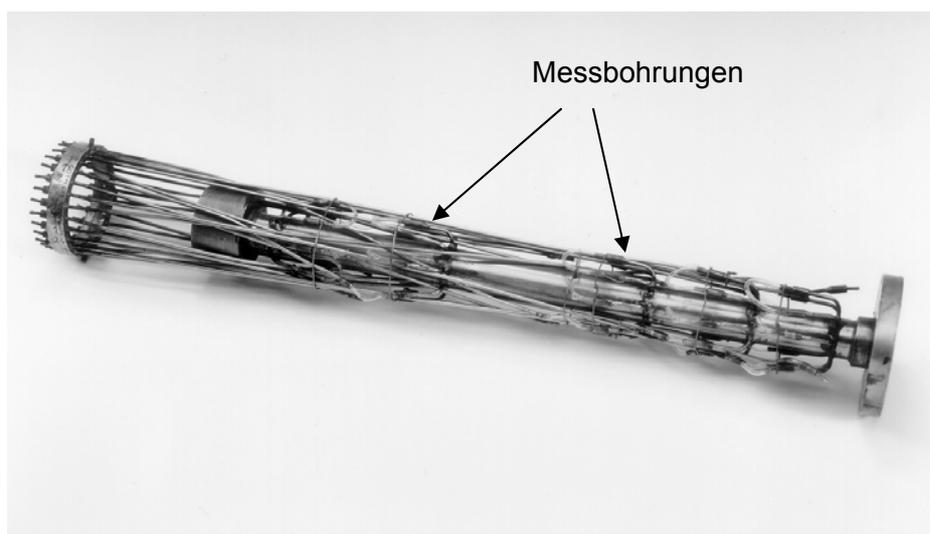
**Abbildung 11: Dreieckkanal**

Weiterhin wurden laseroptische Messungen der Geschwindigkeitsverteilungen in den Kanälen durchgeführt [1].



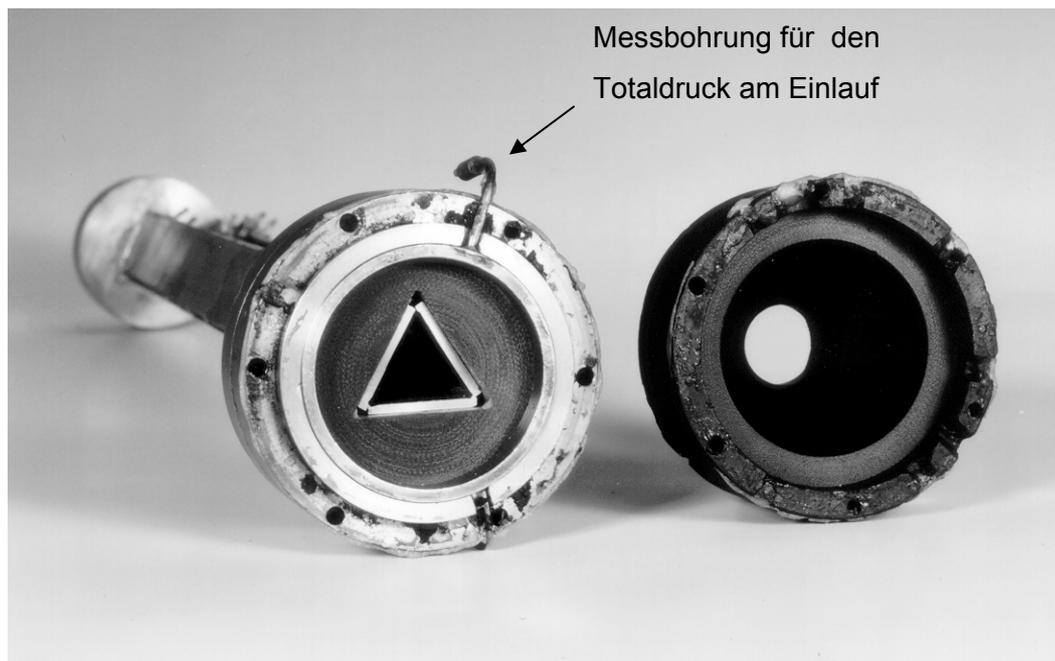
**Abbildung 12: Viereckkanal**

Abbildung 11, Abbildung 12 und Abbildung 13 zeigen die in den Versuchen verwendeten Modellkanäle. Für die verschiedenen Querschnittsformen wurden am Versuchstand je vier unterschiedliche Massenströme eingestellt. Für jeden Massenstrom und Kanal wurden je eine Messung für Druck-, Saug- und „neutrale“ Seite durchgeführt.



**Abbildung 13: Kreiskanal**

Die Exzentrizität betrug in allen Versuchen  $Exentr. = 0.142$  m. Drei- und Viereckkanal hatten eine Gesamtlänge von  $L = 0.3465$  m, für den Kreiskanal betrug dieser Wert  $L = 0.3264$  m. An jedem Kanal wurden über zwei Messbohrungen der Ruhedruck ( $\approx$  Totaldruck) im Plenum vor dem Einlauf (vgl. Abbildung 14) und an fünf weiteren Messstellen mit jeweils fünf Messbohrungen der statische Druck an der Kanalwand gemessen. Von den Druckbohrungen wurden die Drücke über die in den Abbildungen zu



**Abbildung 14: Einlauf und Plenum am Dreieckskanal**

sehenden Druckmessleitungen zum Druckaufnehmer geführt. Wie anhand Abbildung 10 zu erkennen ist, liegt der Druckaufnehmer in der Rotationsachse, so dass der Fliehkraftanteil durch die Rückführung in die Rotationsachse kompensiert wurde. Dadurch blieben die Messergebnisse von den Zentrifugalbeschleunigungen unbeeinflusst.

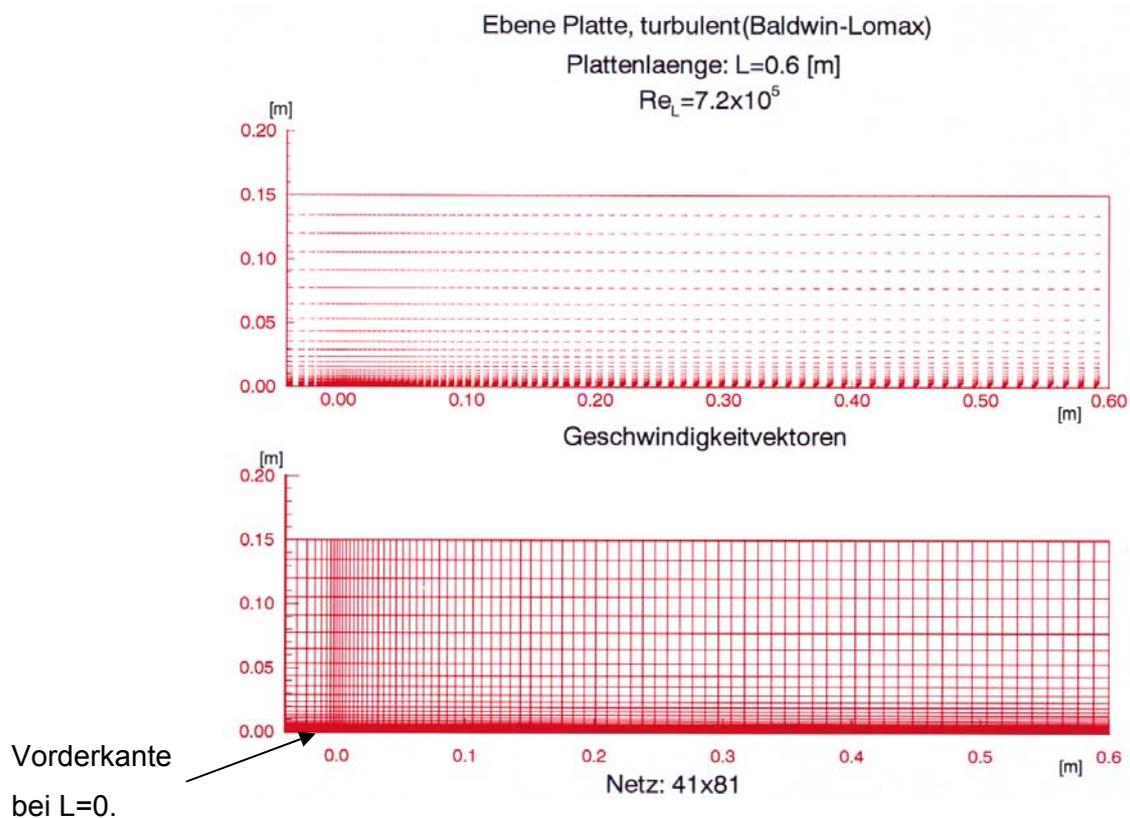
## 8 Validierung des inkompressiblen Codes

### 8.1 2D-Validierung; ebene Platte

Wie bei jedem anderen Code soll nun das modifizierte Programm validiert werden. Wobei soll nachgewiesen werden, dass das Verfahren die wichtigsten analytischen und Mess-Ergebnisse relativ zuverlässig wiedergibt.

Üblicherweise wird für die zweidimensionale Validierung eine ebene Platte verwendet, denn hierfür genügend zuverlässige Daten vorhanden sind.

Die Berechnung einer ebenen Platte wird turbulent durchgeführt und dabei werden sowohl das Baldwin-Lomax (Null-Gleichungsmodell) als auch das Standard-k- $\epsilon$ -Modell verwendet. Für die Rechnung mit Baldwin-Lomax-Modell ist ein relativ feines Netz notwendig. Abbildung 15 zeigt das verwendete Netz, die Plattenlänge und die Reynoldszahl bei dieser Simulation:

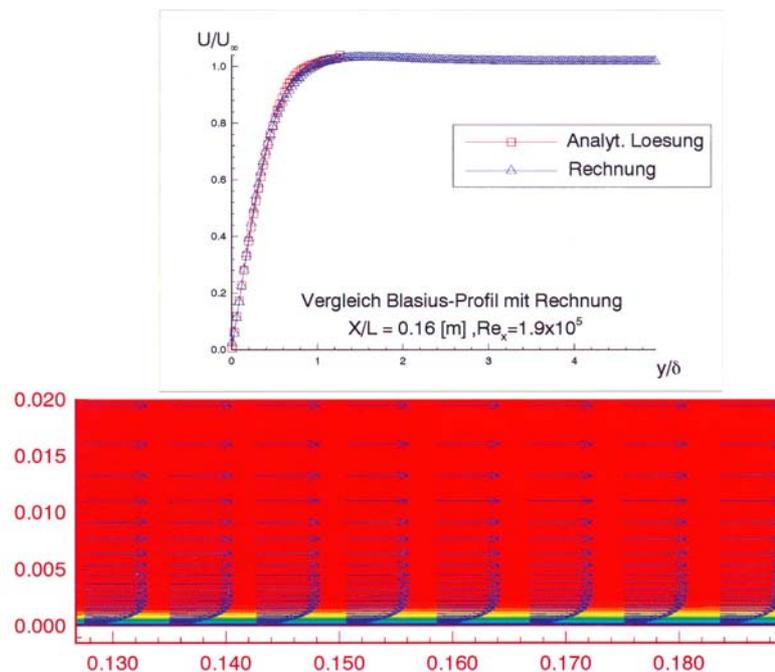


**Abbildung 15: Das Netz zur 2D-Validierung**

Die Vorderkante der Platte befindet sich bei Punkt  $L=0$ . Da die Vorderkante als Anfangspunkt in der Regel eine Singularität darstellt, wird die Anfangsströmung vor der Platte berechnet.

Als Ergebnisse werden das Geschwindigkeitsprofil und die Reibungsbeiwerte mit den Analytischen werten verglichen.

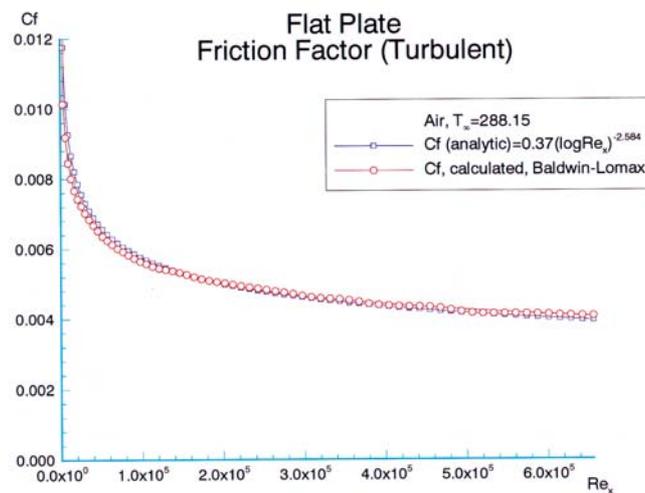
Abbildung 16 zeigt einen solchen Vergleich mit dem Blasius-Profil aus der Literatur. Die Übereinstimmung ist sehr gut und es ist zu sehen, wie dicht das Rechnetz in der Wandnähe diskretisiert worden ist. Der leichte Sprung in der Berechnung von Grenzschichtübergang ist auf die Zentrallendifferenzenmethode zurück zu führen.



**Abbildung 16: Vergleich mit Blasius-Profil ; ebene Platte**

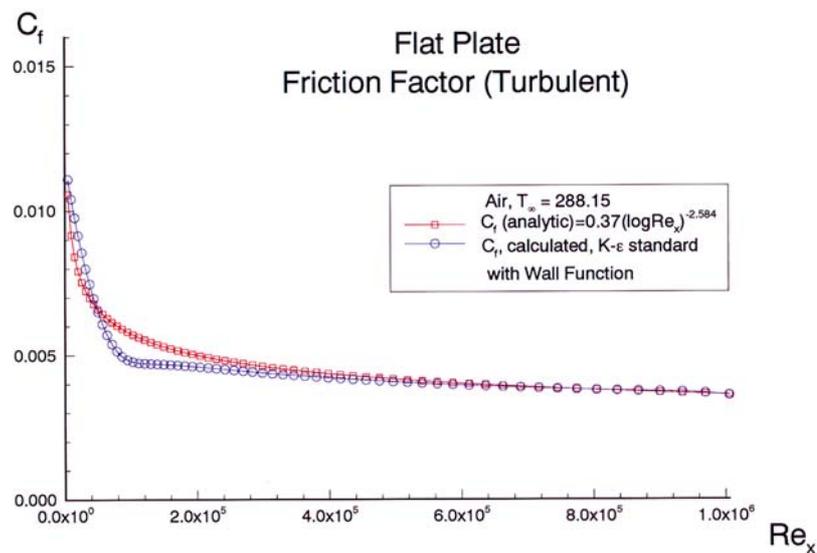
Abbildungen 17 und 18 vergleichen die berechneten Reibungsbeiwerte für die turbulente Strömung an einer ebenen Platte mit den aus der Literatur gewonnenen analytischen Verläufen.

Während der berechnete Verlauf mit dem Baldwin-Lomax-Model eine sehr gute Übereinstimmung mit der Analyse zeigt, ist bei Standard-k- $\epsilon$ -Model eine Abweichung im Bereich der Vorderkante der Platte festzustellen. Als deren Ursache kann hier ebenfalls



**Abbildung 17: Reibungsbeiwerte; Analyse und Baldwin-Lomax-Model**

die Anwendung der Diskretisierungsmethode von Zentralendifferenzen erwähnt werden. Die Endwerte für den Reibungsbeiwert stimmen in beiden Fällen sehr gut überein.



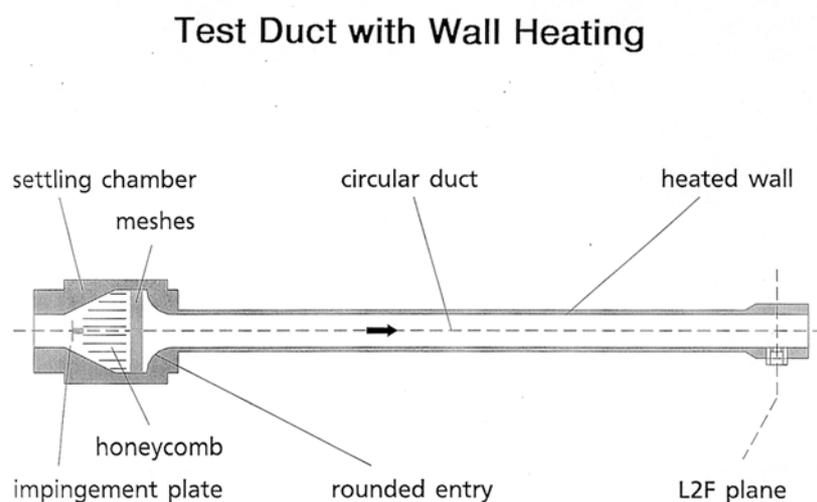
**Abbildung 18: Reibungsbeiwert; Analyse und k- $\epsilon$ -Model**

## 8.2 3D-Validierung ; Rohrströmung mit Rotation

Für die Rohrströmung mit Rotation gibt es wenige bis gar keine zuverlässigen analytischen Lösungen. Ebenfalls die Messungen sind sehr schwer und nur unter bestimmten Bedingungen zur Validierungszwecke verwendbar. Die Messdaten für die hier simulierte Rohrströmung stammen von Elfert an einem Prüfstand bei DLR.

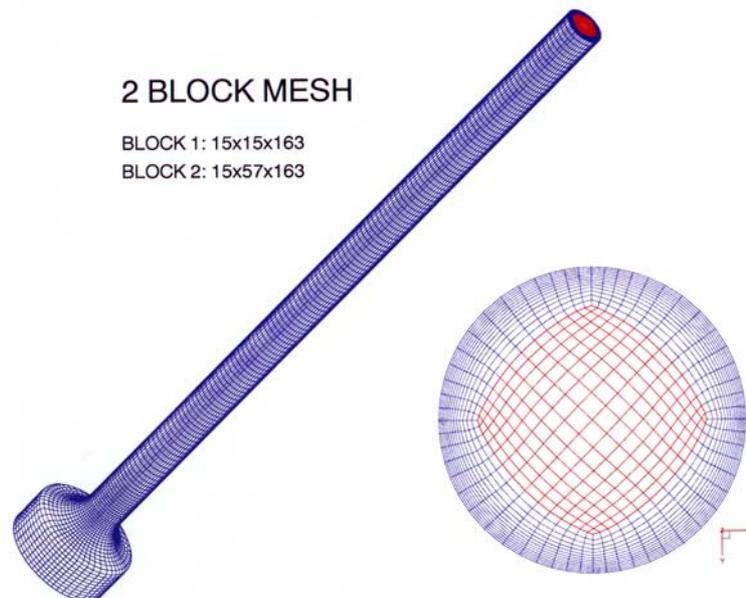
Abbildung 19 zeigt den Versuchskanal, der bei diesen Messungen eingesetzt wurde. Der Kanal hat einen Kreisquerschnitt mit einem Messfenster am Ende des Kanals, wo die Strömung mittels Laser-Zweifokus-Verfahren vermessen wird.

Am Einlauf des Kanals wird die Zuströmung durch den Einsatz von Turbulenzgittern in der Vorkammer beruhigt. Daher kann die Strömung am Einlauf als Fluktuationfrei betrachtet und simuliert werden.



**Abbildung 19: Strömungskanal am Prüfstand**

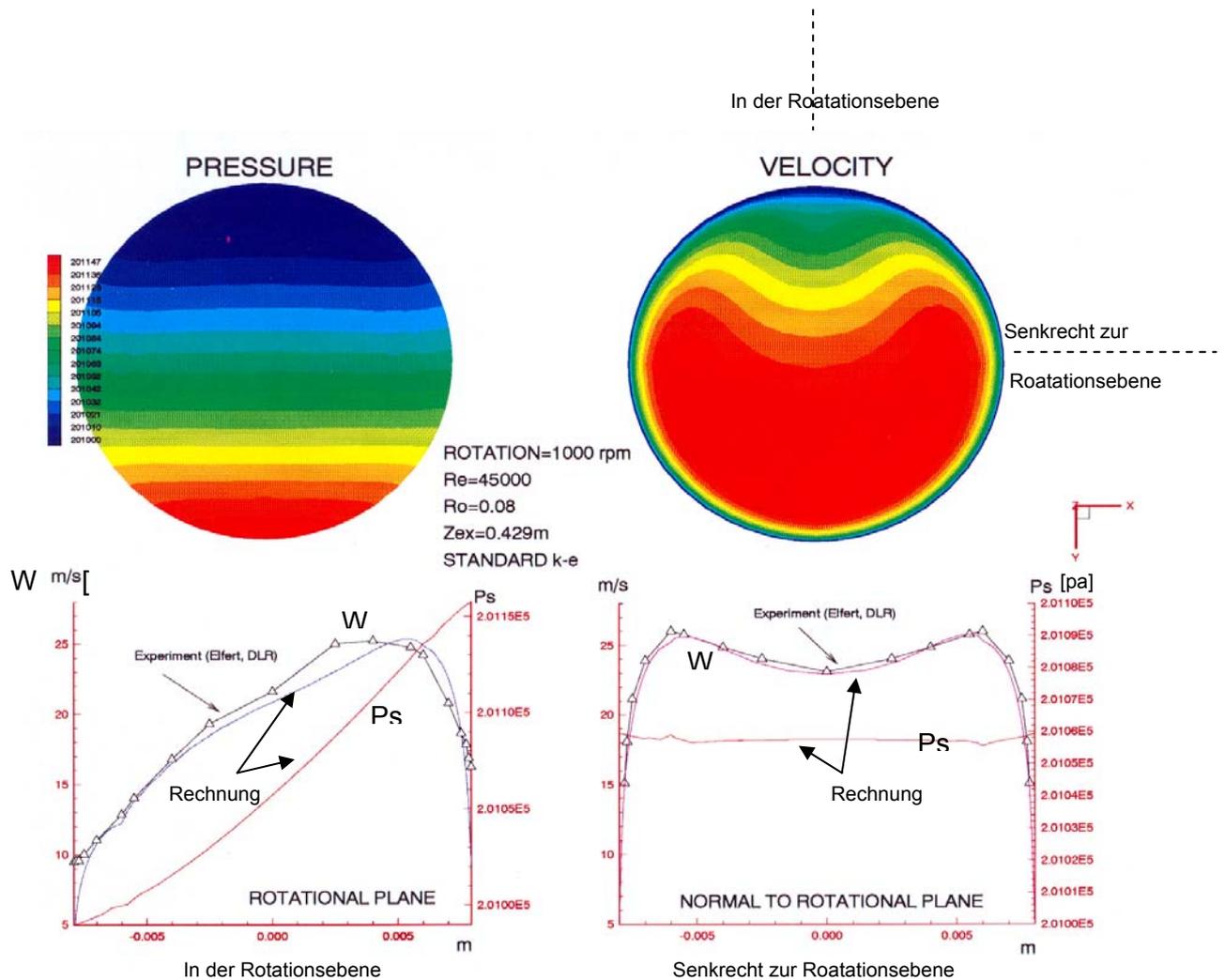
Dieser Kanal wird, wie Abbildung 20 zeigt, mit einem Netz simuliert, das zwei Blöcke beinhaltet. Bei der speziellen Konstruktion dieses Netzes wurde darauf geachtet, dass kein singulärer Punkt am Mittelpunkt des Kreisquerschnittes vorkommt, denn solche



**Abbildung 20: Das verwendete Netz bestehend aus zwei Blöcken**

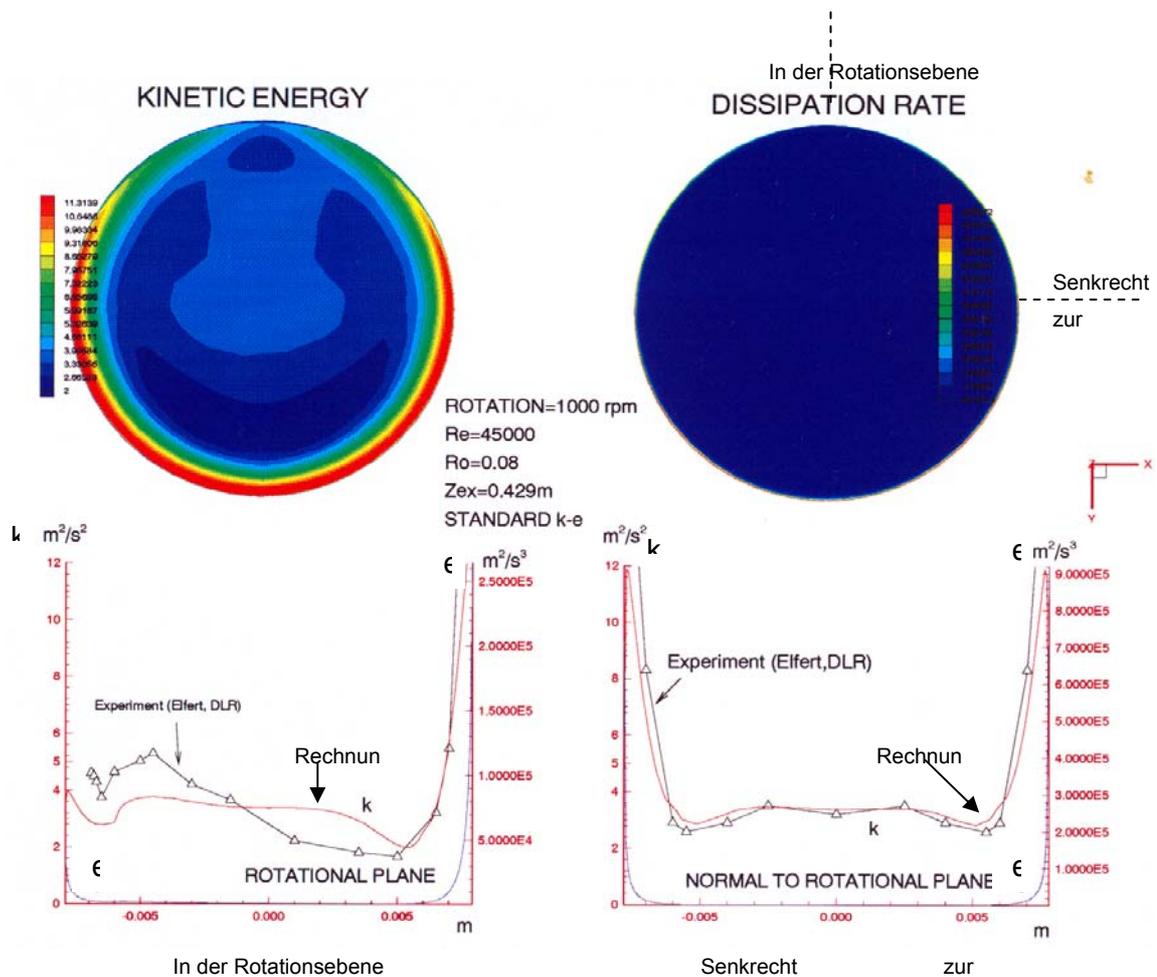
Netze den Rechenaufwand erhöhen und zur Verfälschung der Lösung führen können. Da die Strömung in den rotierenden Kühlkanälen in der Regel symmetrisch ist (hier symmetrisch zur Y-Achse), wäre es möglich nur die Hälfte des Rechengebietes zu diskretisieren und zu berechnen. Eine vollständige Rechnung wurde hier aber bevorzugt, um zusätzlich noch die Rechenqualität beurteilen zu können. Siehe Abb. 20 das hier verwendete Diskretisierungsnetz.

Abbildung 21 zeigt das Ergebnis einer Rechnung mit 1000 Umdrehungen pro Minute und Reynoldszahl von 45000. Die Geschwindigkeitsprofile werden für die Rotationsebene und die Ebene senkrecht dazu analysiert und mit den Messdaten von Elefert [2] verglichen. Zur Berechnung wurde das Standard-k- $\epsilon$ -Modell eingesetzt. Die Verläufe für den statischen Druck und die axiale Geschwindigkeit sind für die Querschnitte in der Rotationsebene und der Ebene senkrecht dazu dargestellt worden.



**Abbildung 21: Rotierende Rohrströmung; Vergleich Messung-Rechnung**

Die Übereinstimmung ist sehr gut und zeigt, dass das Verfahren zuverlässige Daten hierfür liefern kann. Dazu noch zeigt die Abbildung 22 die Gegenüberstellung der turbulenten Grossen; die turbulente kinetische Energie  $k$  und deren Dissipationsrate  $\epsilon$ .

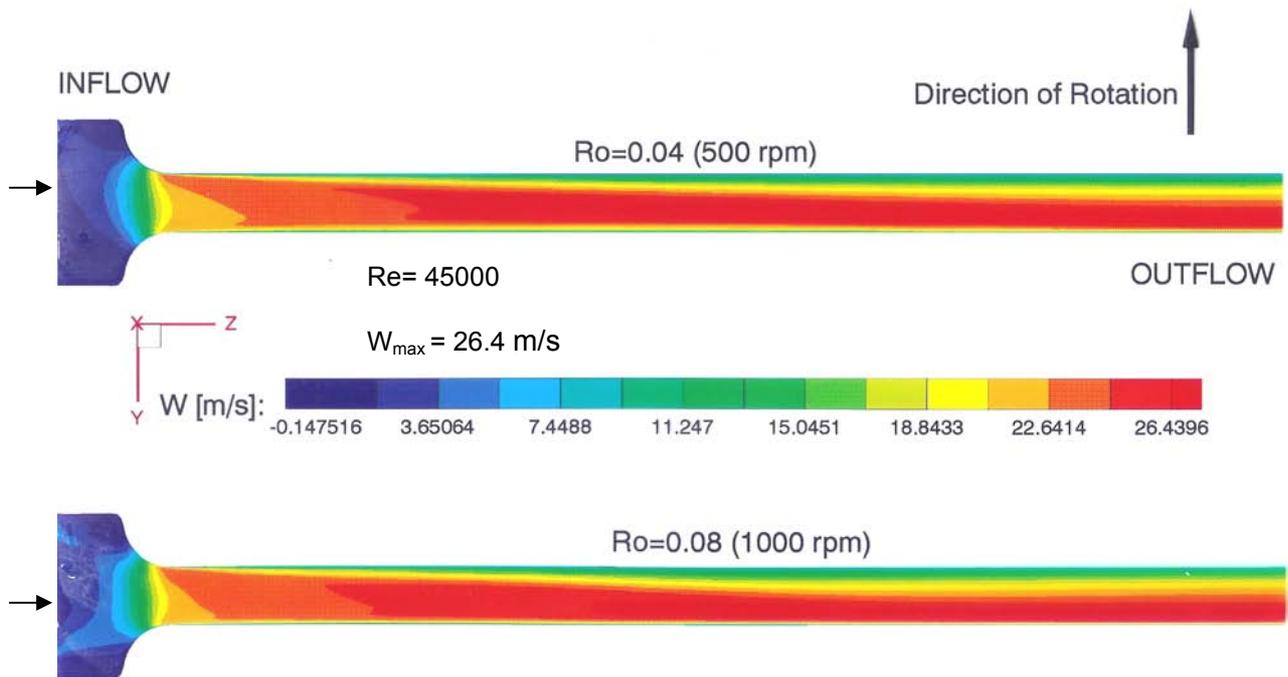


**Abbildung 22: Vergleich turbulenter Grossen; Messung und Rechnung**

Im Folgenden werden die Berechnungsergebnisse für Geschwindigkeit und Druck in Längsrichtung für zwei Rotationszahlen,  $Ro=0.04$  und  $Ro=0.08$  dargestellt. Die Querschnitte sind ebenfalls in der und senkrecht zur Rotations Ebene dargestellt. Die Reynoldszahl beträgt  $Re=45000$ .

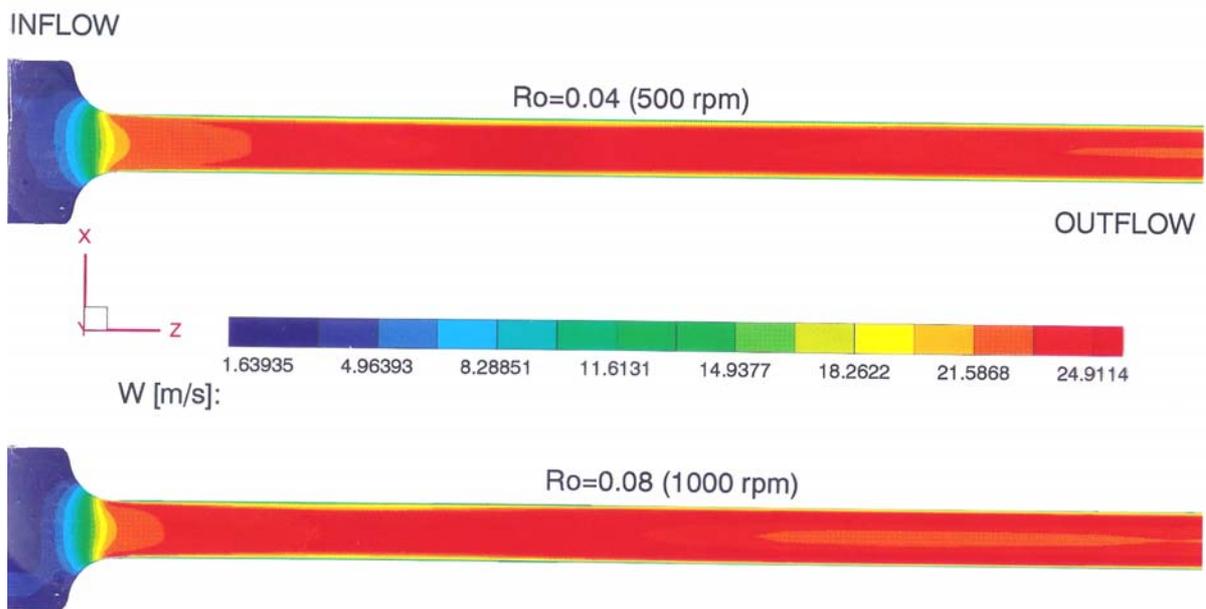
Abbildungen 23 und 24 zeigen die Geschwindigkeitsverteilungen in Längsrichtung. In der Rotations Ebene der Strömungskern Richtung die Wand auf der Druckseite verlagert.

Dieser Effekt wird mit der steigenden Rotationszahl stärker. In der Ebene senkrecht zur



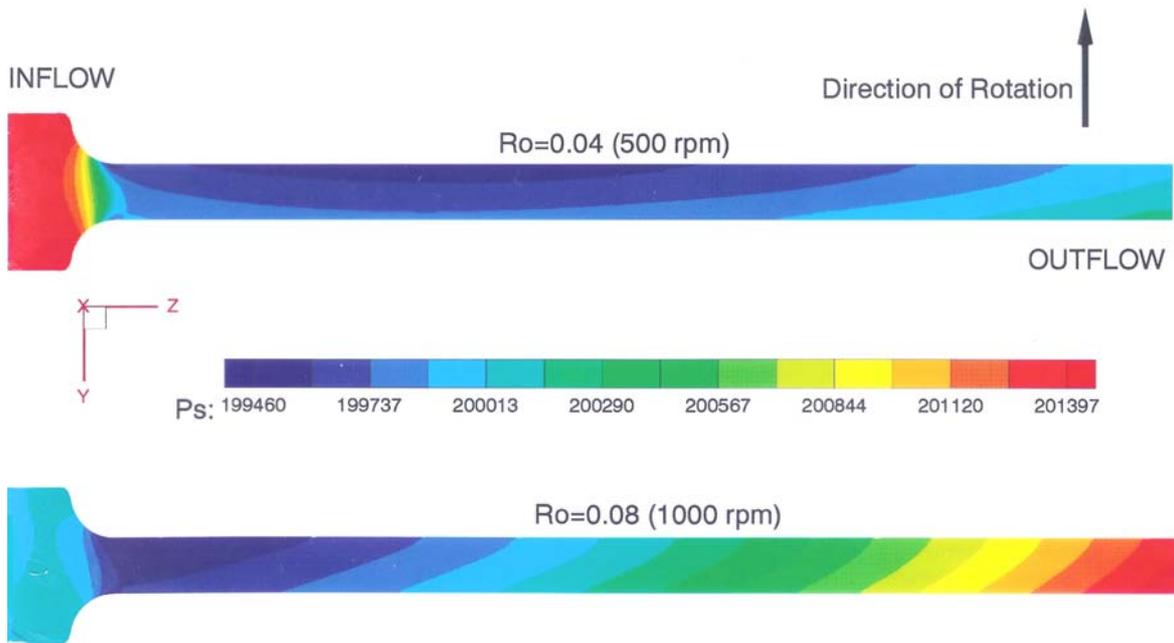
**Abbildung 23: Axialgeschwindigkeit in Längsrichtung; in der Rotationsebene**

Rotationsebene wird dagegen eine symmetrische Verteilung festgestellt. Die Symmetrie bei diesen Rechnungen bestätigt noch einmal die Güte der Simulationen.



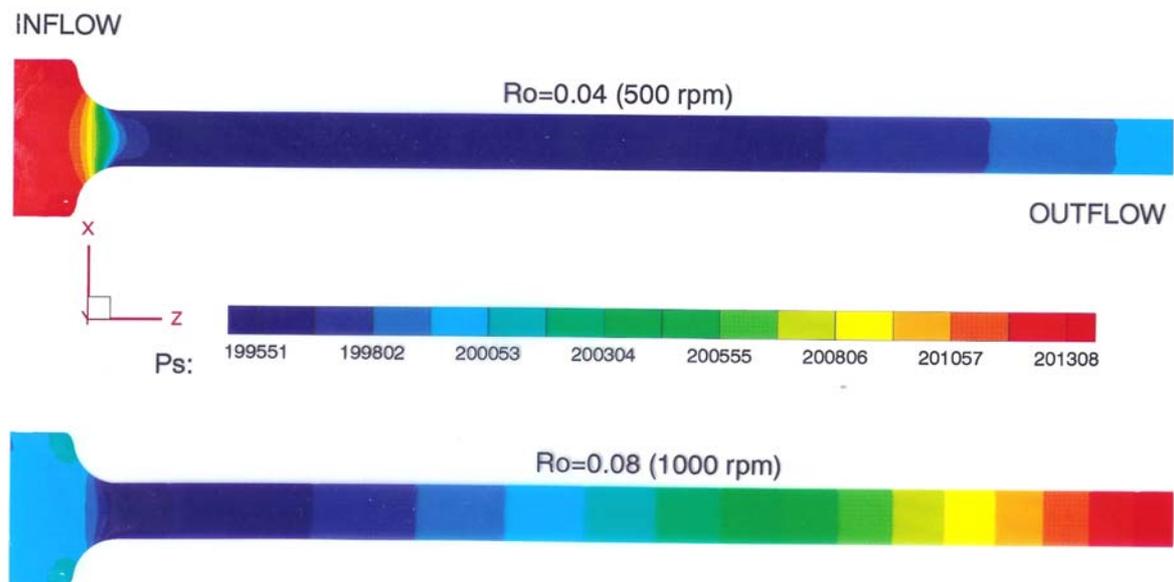
**Abbildung 24: Axialgeschwindigkeit in Längsrichtung; Normal zur Rotationsebene**

Abbildungen 25 und 26 zeigen die Druckverteilungen in Längsrichtung.



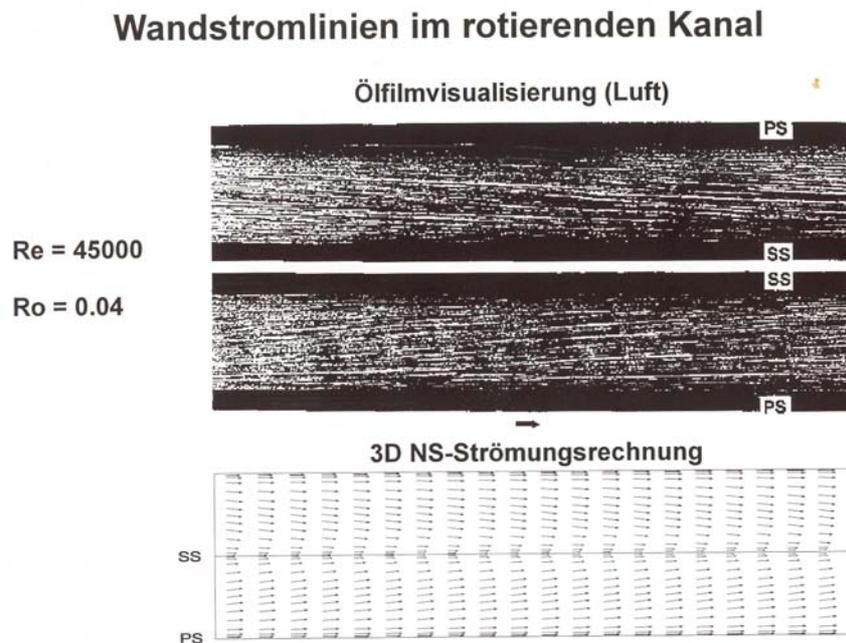
**Abbildung 25: Druckverteilung in der Rotationsebene**

Während in der Rotationsebene ein linearer Druckanstieg von der Saug- zur Druckseite zu beobachten ist, stellt sich ein konstanter Druck für eine bestimmte Kanallänge und senkrecht zur Rotationsebene.



**Abbildung 26: Druckverteilung senkrecht zur Rotationsebene**

Abbildung 27 zeigt einen qualitativen Vergleich der Wandstromlinien im rotierenden Kanal, die mittels Ölfilm im Institute für Strahlantriebe bei DLR/Köln-Pörc simuliert worden ist mit den Rechnungen.



**Abbildung 27: Wandstromlinien; Messung und Experiment, DLR**

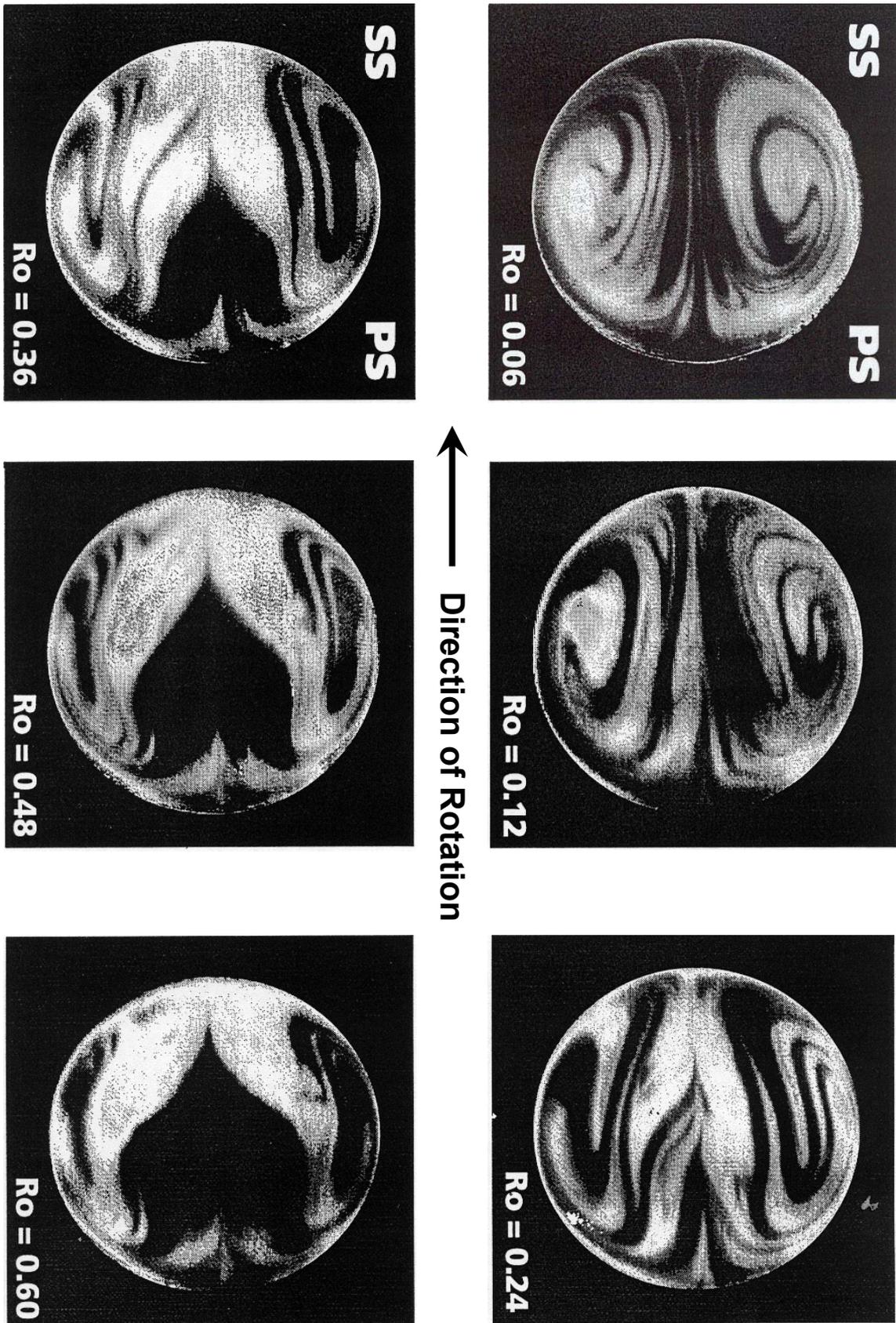
Der Vergleich zeigt, dass bei beiden Simulationen eine Strömung in der Grenzschicht von der Druck- zur Saugseite zustande kommt.

Ausserdem sind im Folgenden die Sekundärströmungen, die mittels Rauch visualisiert worden sind (DLR, Elfert), für verschiedene Rotationszahlen dargestellt und nachgerechnet.

Diese Simulationen zeigen vor allem, dass sich das Zentrum der Sekundärwirbeln Richtung Saugseite verlagert, wenn die Rotationszahl ansteigt.

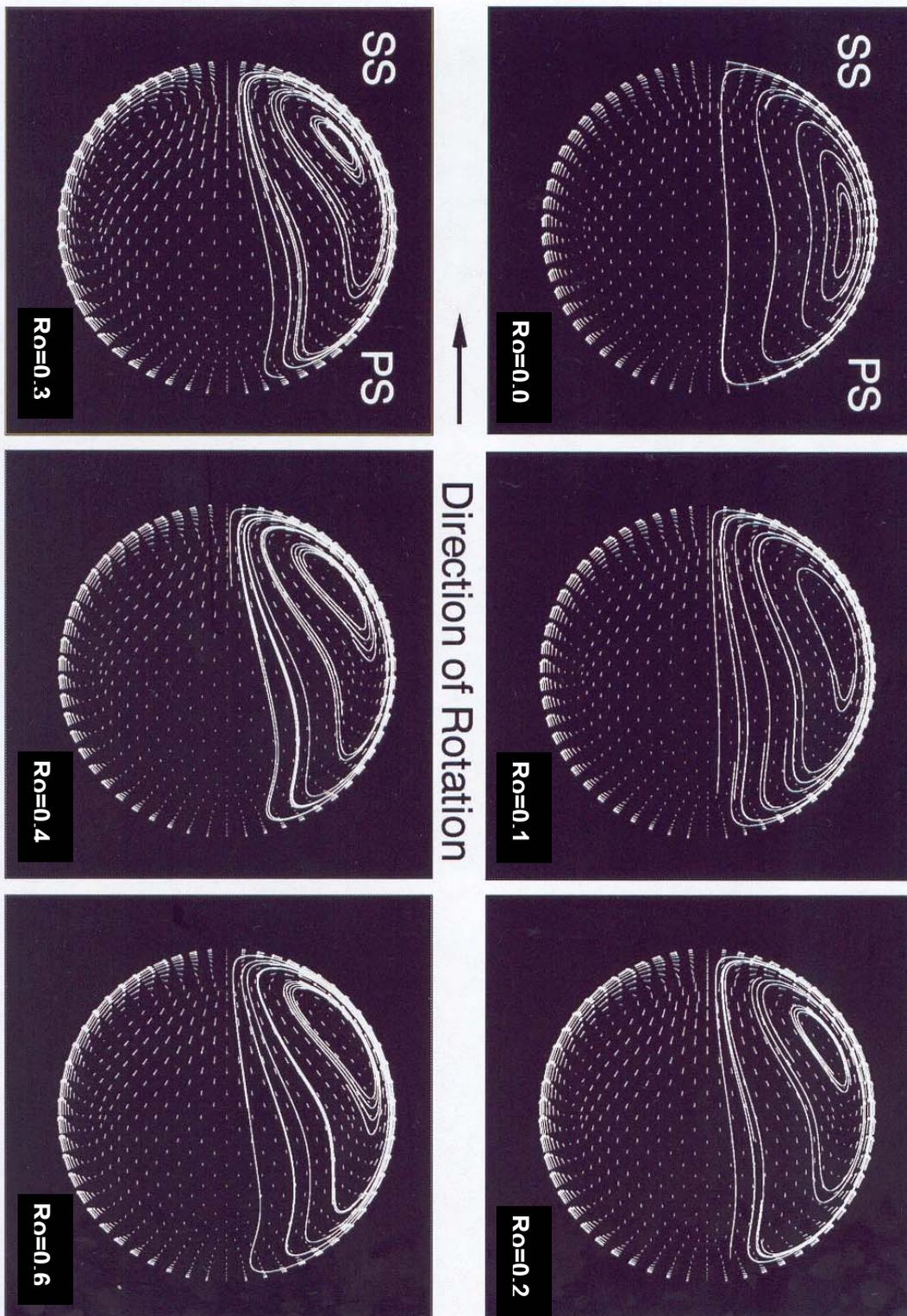
**Secondary Vortex Flow Structures within the Rotating Duct**

(Laser light sheet observed by co-rotating video camera,  $Re=1500$ )



Secondary Vortex Flow Structures within the Rotation Duct

Calculation Navier-Stokes , Turbulent (k-ε Model), Re= 1500



## 9 Numerische Untersuchung der Druckverluste

### 9.1 Nachrechnung der Experimente

Für die Auswahl der nachzurechnenden Experimente gibt es folgende Kriterien:

- Reynolds-Zahl Bereich  $Re = \frac{\rho \bar{w} d_h}{\mu}$
- Rossby-Zahl Bereich  $Ro = \frac{\Omega d_h}{\bar{w}}$
- Meßbereich

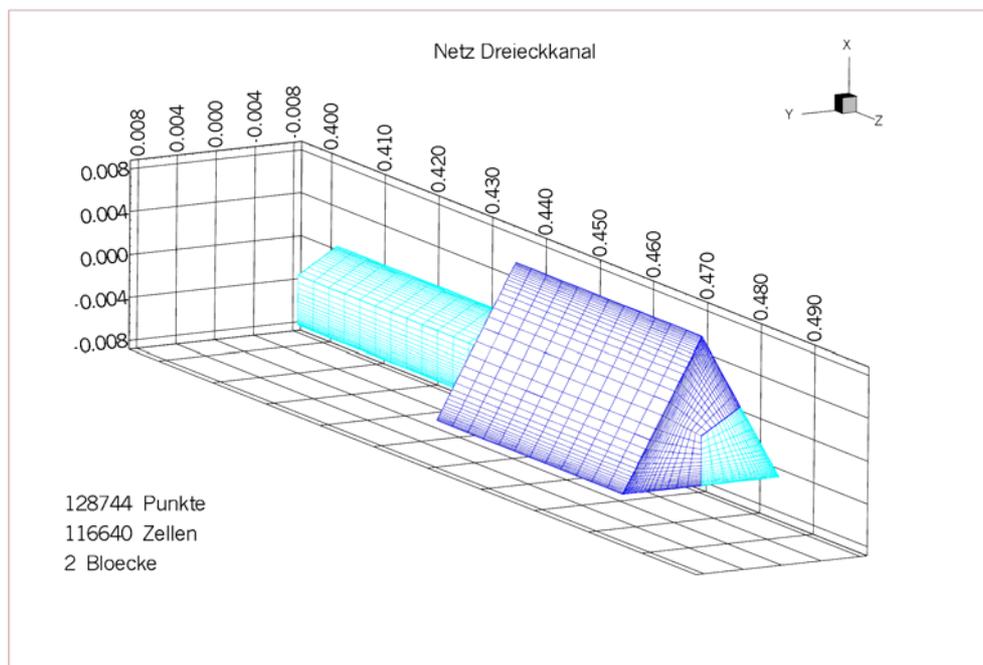
Es liegen für alle Kanalquerschnitte Messungen für 0, 500, 1000 und 1500 U/min vor. Für jede dieser Umdrehungszahlen wurden Messungen mit den Massenströmen 3, 5, 10, 14 und 18.5 g/s durchgeführt. Da die verschiedenen Querschnittsformen unterschiedliche hydraulische Durchmesser haben und sich somit bei denselben Massenströmen unterschiedliche Reynolds- sowie bei denselben Umdrehungszahlen unterschiedliche Rossby-Zahlen ergeben, können keine direkten Vergleiche zwischen den Querschnittsformen gezogen werden.

Rotation hat den stärksten Einfluß auf die Strömung in niedrigen Reynolds-Zahl Bereichen (vgl. Abbildung 6). Da in den durchgeführten Experimenten die Drehzahlen für alle Massenströme auf dieselben Werte eingestellt wurden, sind bei niedrigen Massenströmen (kleineren Reynolds-Zahlen) aufgrund der niedrigen Axialgeschwindigkeit umgekehrt die Rossby-Zahlen höher. Rotationseffekte können also mit den Experimenten im niedrigen Reynolds-Zahl Bereich besser analysiert werden. Andererseits sind die Druckgefälle in dem höheren Reynolds-Zahl Bereich größer und damit der Meßbereich breiter. Stochastisch auftretende Schwankungen haben damit geringere Auswirkungen auf die Meßergebnisse. Für die Vergleiche der numerischen Ergebnisse mit den Meßdaten werden daher die Massenströme 18.5 g/s für alle Querschnittsformen nachgerechnet. Für die Analyse der Rotationseffekte werden außerdem Rechnungen für den Massenstrom 5 g/s für den Kreis- und den Viereckkanal hinzugezogen. Diese Fälle decken den folgenden Reynolds-/Rossby-Zahl-Bereich ab:

	Viereck	Kreis	Kreis	Viereck	Dreieck
<b>Massenstrom</b>	5 g/s	5 g/s	18.5 g/s	18.5 g/s	18.5 g/s
<b>Re</b>	19500	22000	44000	72000	110000
<b>Ro (500 U/min)</b>	0.0610	0.0411	0.0234	0.0231	0.0066
<b>Ro (1000 U/min)</b>	0.1220	0.0822	0.0469	0.0463	0.0133
<b>Ro (1500 U/min)</b>	0.1830	0.1233	0.0703	0.0695	0.0201

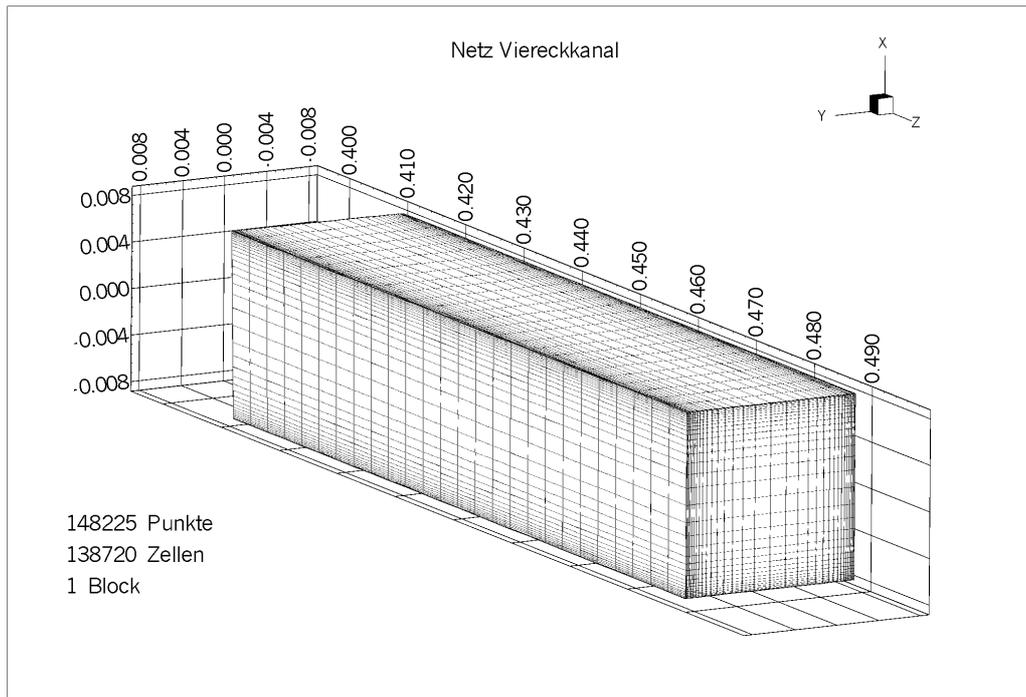
## 9.2 Rechennetze

Abbildung 28 bis Abbildung 30 zeigen die verwendeten Rechennetze für die drei verschiedenen Querschnittsformen.

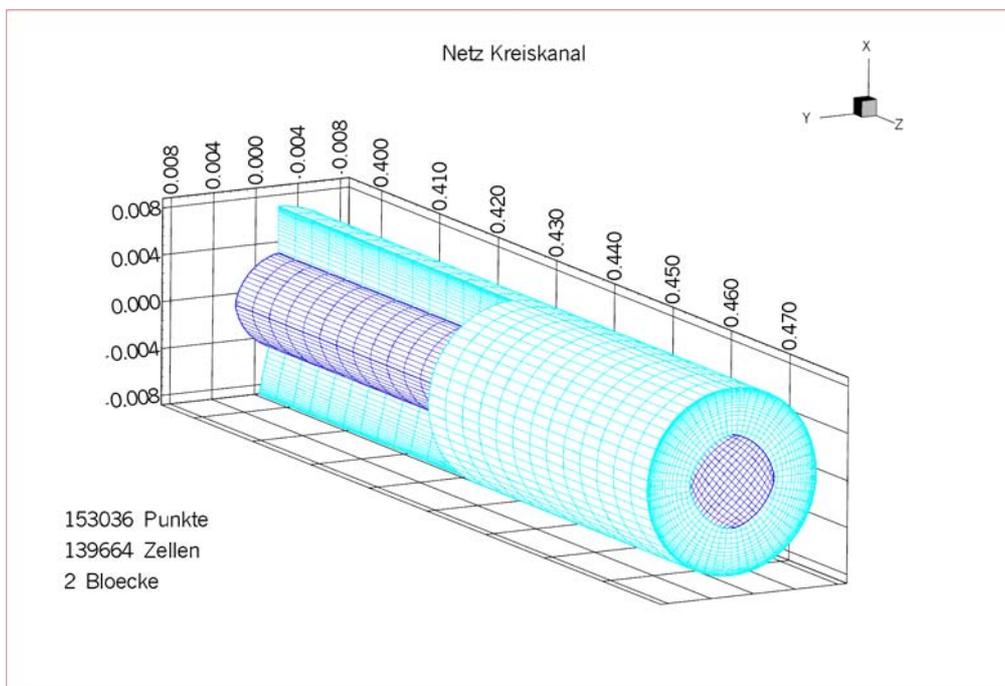


**Abbildung 28: Rechennetz Dreieckkanal**

Der Dreieckkanal wurde mit einem Zweiblocknetz bestehend aus insgesamt 128744 Punkten und 116640 Zellen simuliert. Obwohl dieses Netz für die hohe Reynoldszahlen (hier  $Re = 110000$ ) relativ grob ist, zeigen die Ergebnisse eine recht gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Siehe Kapitel 9.5 .

**Abbildung 29: Rechennetz Viereckkanal**

Der Viereckkanal wird mit einem Einblocknetz bestehend aus 148225 Punkten und 138720 Zellen simuliert.

**Abbildung 30: Rechennetz Kreiskanal**

Um den Singulären Punkt am Mittelpunkt des Kreiskanal zu vermeiden, wird der Kreiskanal

mit einem Zweiblocknetz bestehend aus insgesamt 153036 Punkten und 139664 Zellen diskretisiert.

In Strömungsrichtung sind die Zellabstände äquidistant, aus Gründen der Übersichtlichkeit sind daher nur etwa 20% der Kanallängen dargestellt. Zu den Wänden hin verdichtet sich das Netz. Das maximale Stretching der Zellen, das Längenverhältnis benachbarter Zellen, ist in Wandnähe  $< 1.1$ , sonst  $< 1.5$ . Für Kreis- und Dreieckquerschnitt werden durch die Aufteilung der Netze in zwei Blöcke möglichst orthogonale Anordnungen der Zellen erreicht. Es wird bei Kreis- und Viereckquerschnitt bewusst auf die Ausnutzung der Symmetrie des Strömungsfeldes verzichtet, um in allen vier Quadranten der Rechennetze rechnen zu können. Mit diesen Rechnungen soll noch zusätzlich überprüft werden, ob die numerische Lösung symmetrisch ist bzw. eine gute Rechenqualität aufweist.

### 9.3 Formulierung der Randbedingungen

Für die nachzurechnenden Experimente muss die Übereinstimmung von Reynolds- und Rossby-Zahl in Experiment und Rechnung gewährleistet sein. Das heißt, dass bei gleicher Temperatur und Druck der Massenstrom in der Rechnung auf den Wert des Experimentes eingestellt werden muss. Dazu werden am Eintritt für Totaldruck und Totaltemperatur im Absolutsystem die experimentellen Daten vorgegeben. Mit diesen Werten ergibt sich die für das gesamte Rechenfeld konstante Dichte. Die Einströmung wird randnormal vorgeschrieben. Der statische Druck am Eintritt wird aus dem Rechengebiet extrapoliert. Umgekehrt werden am Austrittsrand der statische Druck festgelegt und alle anderen Größen extrapoliert.

Bei der Vorgabe dieser Randbedingungen erfolgt die Einstellung des Massenstroms über den statischen Druck am Austritt. Bei allen anderen Kombinationen von Randbedingungen führt die fest vorgeschriebene Dichte zu Konflikten mit den aus dem Rechengebiet extrapolierten Größen.

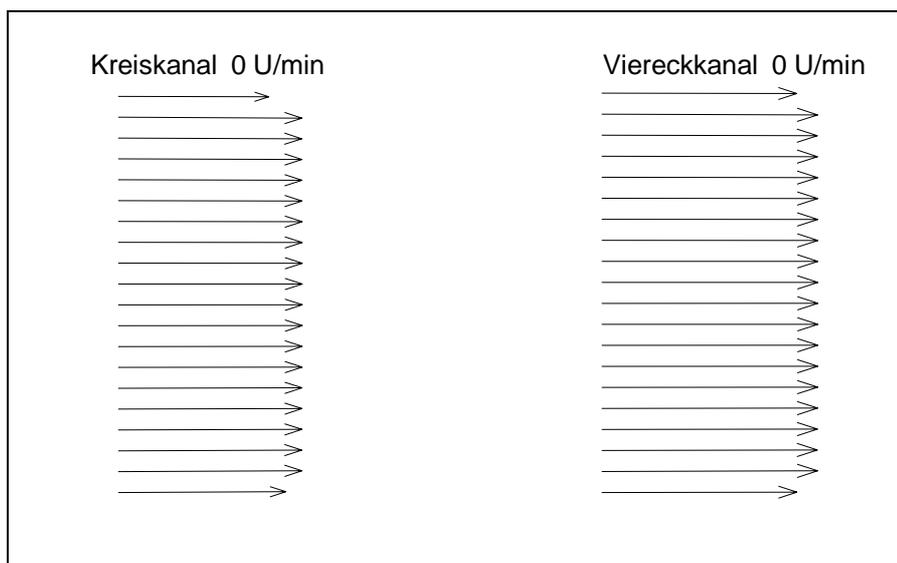
Als statischer Druck am Austritt wird für den Fall ohne Rotation eine über dem Austritt konstante Druckverteilung vorgeschrieben. Für rotierende Strömungen wird folgende lineare Verteilung mit dem radialen Druckgradienten durch Coriolis-Einfluß vorgeschrieben (vgl. (5-12)):

$$(9-1) \quad \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right)_{\text{Coriolis, Austritt}} = 2 \cdot \Omega \cdot \rho \cdot \bar{w}$$

Die Einläufe der Versuchskanäle mit Dreieck- und Viereckquerschnitt (vgl. Abbildung 30) verzögern die Zuströmung in dem Plenum und lassen sie dann auf den scharfkantigen Eintritt treffen. Für den Kreiskanal wurde im Versuch ein gerundeter Einlauf verwendet.

Abbildung 31 zeigt die sich durch die beschriebene Vorgabe der Randbedingungen einstellende Zuströmung am Eintritt. Es kann angenommen werden, dass diese Profile die physikalische Wirklichkeit in den Versuchen gut widerspiegeln.

Die Festkörperwände sind diabat und werden geheizt. Der Strömungslöser berechnet die Temperatur entkoppelt und rechnet ohne Auftriebsterme, so dass die Wandheizung keinen Einfluss auf die aerodynamischen Größen hat.



**Abbildung 31: Einlaufprofile, 0 U/min**

## 9.4 Auswertung der Berechnungsergebnisse

### 9.4.1 Statische Druckverteilung, Druckverluste

Die Rotationseinflüsse wirken physikalisch wie zusätzliche äußere Kräfte. Sie sind als zusätzliche Quellterme (vgl.(6-1)) modelliert. Dies führt im Rechenfeld zu einer Erhöhung des statischen Drucks. Diese Ergebnisse spiegeln die tatsächlichen Druckverhältnisse im rotierenden Kanal wider. Da jedoch in der experimentellen Anordnung der Fliehkraftanteil kompensiert wird und auf die Messergebnisse keinen Einfluss hat (vgl. 7), müssen die statischen Druckfelder um den Einfluss der äußeren Rotationskräfte korrigiert werden, um die berechneten Werte mit den experimentellen Daten vergleichen und Druckverluste berechnen

zu können.. Dazu wird im Postprocessing der statische Druck um die Anteile aus Gleichung (5-11) korrigiert.

Mit diesen korrigierten Werten wird der Druckverlust in Abhängigkeit von der Koordinate in Strömungsrichtung  $z$  berechnet:

$$(9-2) \quad \frac{dp}{q} = \frac{p_{\text{Eintritt}} - p_{\text{örtlich}}}{q_{\text{gemittelt, Eintritt}}} = \frac{p(z=0) - p(z)}{\frac{\rho}{2} \cdot \bar{w}^2}$$

Dabei wird der Staudruck  $q$  mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit aus dem Massenstrom bestimmt. Dieser Druckverlustverlauf wird für alle Kanalquerschnitte für Druck-, Saug- und „neutrale“ Seite bzw. für die Abwicklung der Kanalwand des Kreisrohres bestimmt. Die Ergebnisse werden für verschiedene Reynolds- und Rossby-Zahlen verglichen.

Die statischen Druckverteilungen werden, korrigiert und unkorrigiert, exemplarisch für den Kreiskanal im Schnitt in und senkrecht zu der Rotationsebene dargestellt und für verschiedene Reynolds- und Rossby-Zahlen verglichen.

#### 9.4.2 Widerstandsbeiwert

Nach Gleichung (5-2) wird ein differentieller Widerstandsbeiwert bestimmt. Dieser Wert ist der Gradient des bei ausgebildeter Strömung linear ansteigenden Druckverlusts. Für die Ergebnisse der Rechnung muss der Gradient des Druckverlustverlaufs in Austrittsnähe gebildet werden, da erst dort der Druckverlust in einen annähernd linearen Verlauf übergeht. Um Randeinflüsse zu vermeiden und numerische Schwankungseinflüsse zu minimieren, werden die letzten vier Rechenzellen nicht berücksichtigt und die Gradienten aus Mittelwerten wie folgt bestimmt:

$$(9-3) \quad \overline{\frac{dp_1}{q}} = \frac{1}{6} \sum_{i=\text{Austritt}-9}^{\text{Austritt}-4} \frac{dp_i}{q} \quad \text{und} \quad \overline{\frac{dp_2}{q}} = \frac{1}{6} \sum_{i=\text{Austritt}-11}^{\text{Austritt}-6} \frac{dp_i}{q}$$

$$\lambda = \frac{\overline{dp_2} - \overline{dp_1}}{2 \cdot q \cdot \text{Zellenlänge}}$$

Hier bei sind  $dp_i/q$  die über den Rohrquerschnitt gemittelten dimensionslosen Druckverluste nach Gleichung (9-2). Die Druckverlustbeiwerte  $\lambda$  werden für die verschiedenen Querschnitte über Reynolds- und Rossby-Zahl aufgetragen und verglichen.

### 9.4.3 Einfluß der Rotation auf die aerodynamischen Größen

Die Axialgeschwindigkeitsprofile, die Stärke und Anordnung der Sekundärwirbel werden für die verschiedenen Reynolds- und Rossby-Zahlen verglichen.

Die berechnete statische Temperatur wird auf die vorgeschriebene über die Kanallänge konstante Wandtemperatur bezogen. Der Einfluss von Reynolds- und Rossby Zahl bei verschiedenen Querschnitten auf die Temperaturverteilung wird untersucht.

## 9.5 Ergebnisse und Diskussion

### 9.5.1 Vergleich mit experimentellen Daten

Abbildung 32 zeigt die gemessenen und berechneten Druckverluste für den Kreiskanal im Vergleich.

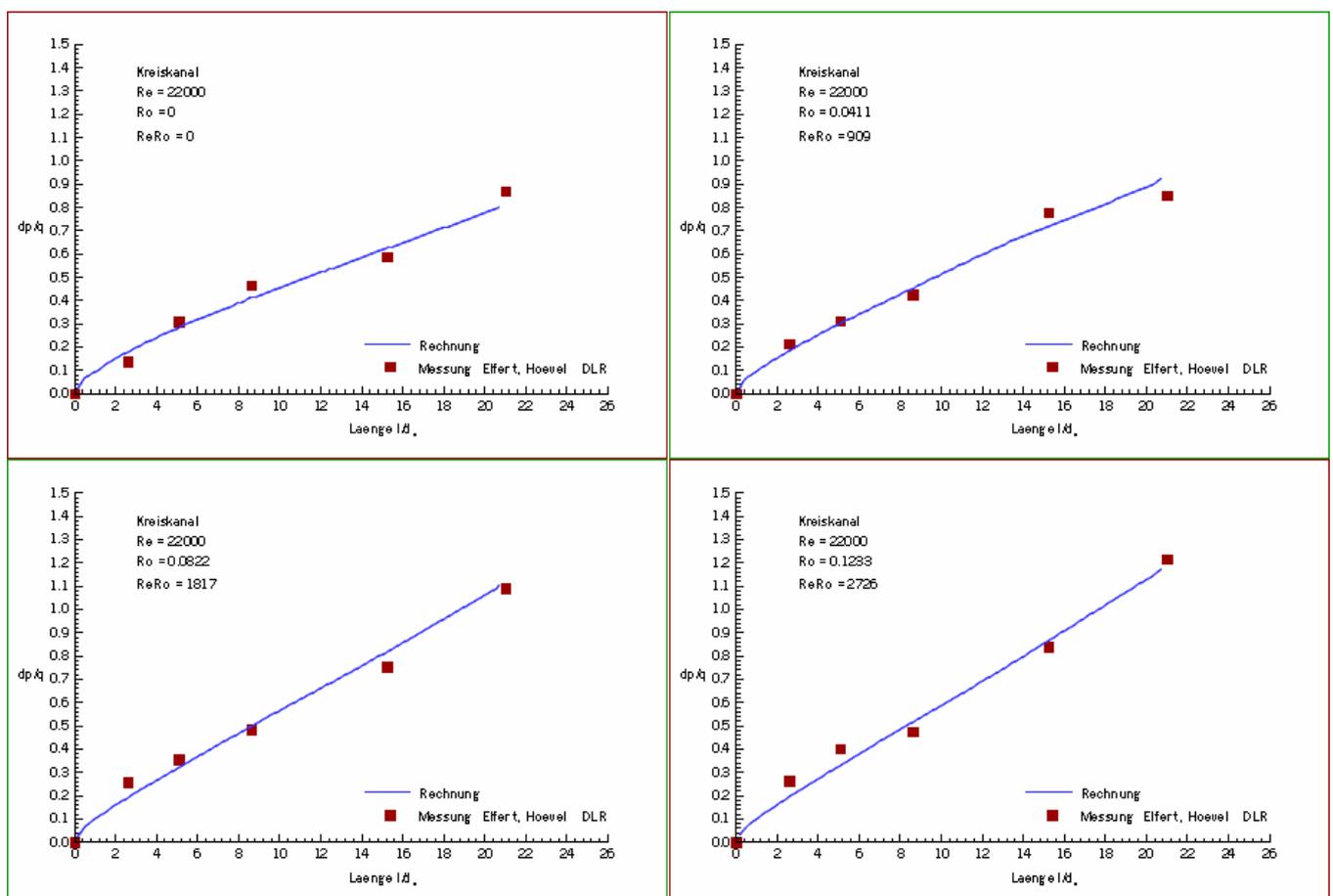


Abbildung 32: Gemessene und berechnete Druckverluste im Kreiskanal

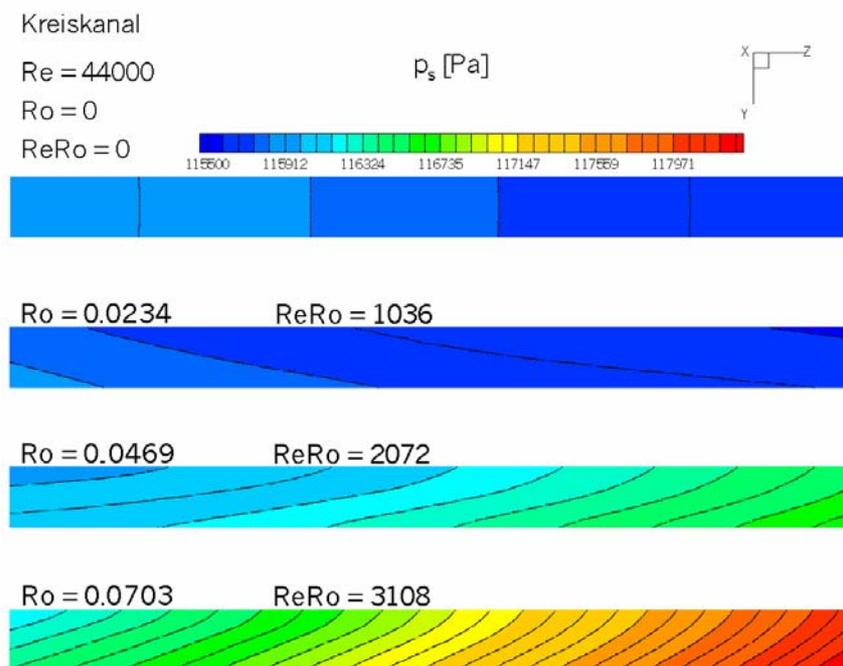
Die Übereinstimmung der Ergebnisse ist gut. Es ist zu beobachten, dass bei konstanter Reynoldszahl die Verluste mit steigenden Rotationszahlen ansteigen. In Anhang A sind die Vergleiche für Viereckkanal und Dreieckkanal angeführt.

Im Experiment wurden die Versuche auf einem Druckniveau von 1 bis 1.5 bar durchgeführt. Die für die Einstellung der Massenströme erforderlichen Druckgefälle betragen aber nur zwischen 0.1 bis 0.5 mbar. Die Drücke wurden mit Differenzdruckmessern meist gegen den atmosphärischen Druck gemessen. Die gemessenen Druckgefälle sind daher gegenüber den gemessenen Drücken sehr klein. Schwankungen innerhalb des Toleranzbereiches der Druckaufnehmer beeinflussen so die Messergebnisse stärker. Damit ließe sich die erkennbare Streuung der Messwerte erklären.

## 9.6 Numerische Analyse

### 9.6.1 Verteilungen von Druck und Geschwindigkeit

Abbildung 33 bis Abbildung 36 zeigen die Verteilungen des statischen Drucks in Schnitten in und senkrecht zur Rotationsebene.

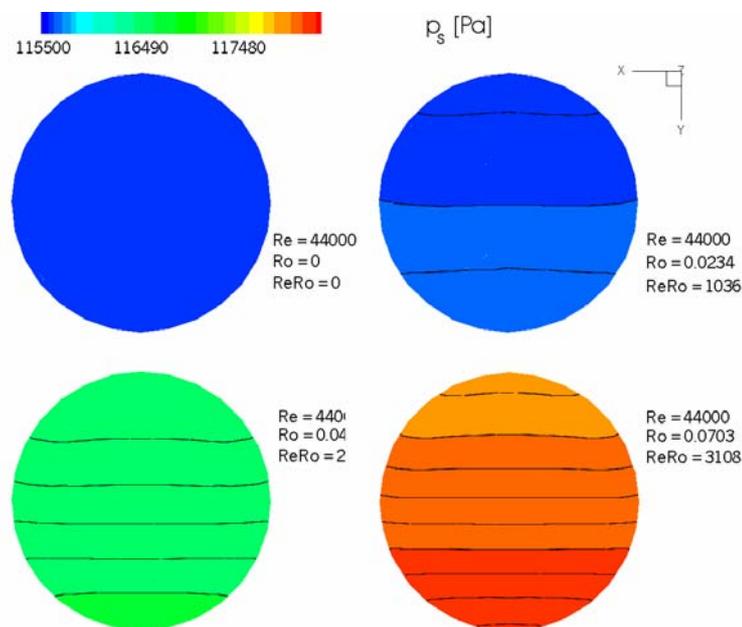


**Abbildung 33: Statische Druckverteilung in der Rotationsebene,  $x = 0$**

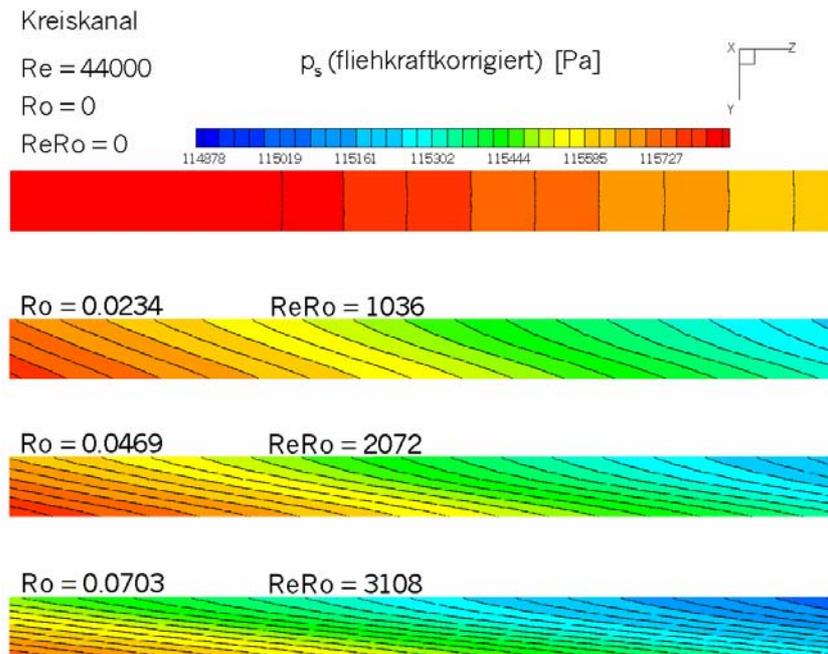
Der Einfluss der Zentrifugalbeschleunigung ist (vgl. Abb. 33 und 35) deutlich zu sehen. In

Abbildung 33 ist anhand der Zahl der Isobaren und der Farbcodierung zu erkennen, dass das axiale Druckgefälle zunächst sinkt und schließlich negativ wird. Bei weiterer Erhöhung der Rossby-Zahl wird der Druckanstieg zum Austritt immer größer. Die Form der Isobaren weicht mit höherer Rotationszahl immer stärker von dem linearen Verlauf ( $\Rightarrow$  konstante Coriolisbeschleunigung in einem Querschnitt) ab. Diese Verzerrung ist auf den Fliehkrafteinfluss zurückzuführen, der quadratisch mit der Koordinate in Strömungsrichtung anwächst und daher auf einer Isobaren unterschiedlich große Anteile hat.

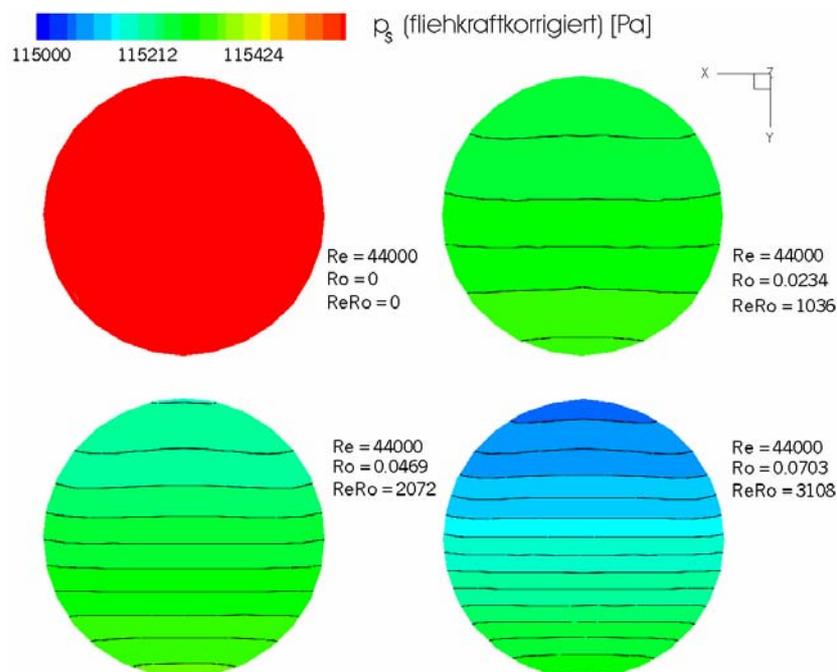
Der Druckgradient infolge der Coriolisbeschleunigung ist in Abbildung 34 zu erkennen. Bei  $Ro=0$  ist der statische Druck im gesamten Querschnitt konstant. Die Coriolis-Beschleunigung infolge der Rotation bewirkt einen Anstieg des Druckes auf der Druckseite. Er wird in Übereinstimmung mit (5-12) mit steigender Rossby-Zahl größer.



**Abbildung 34: Statische Druckverteilung Schnitt bei  $z = 0.45\text{m}$**



**Abbildung 35: Fliehkraftkorrigierte statische Druckverteilung in der Rotationsebene,  $x = 0$**

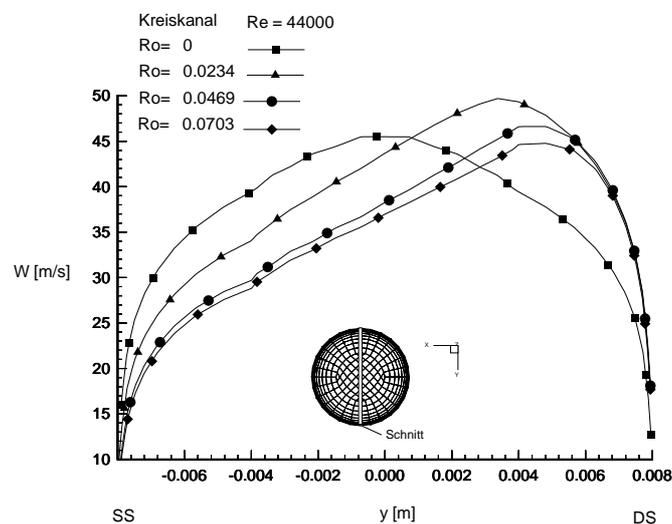


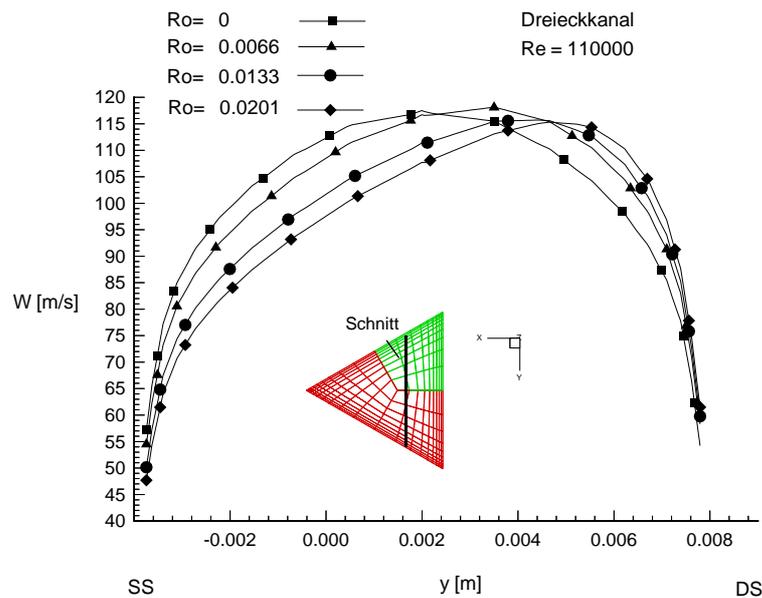
**Abbildung 36: Fliehkraftkorrigierte statische Druckverteilung senkrecht zur Rotationsebene bei  $z = 0.45$  m**

Abbildung 35 und Abbildung 36 zeigen die fliehkraftkorrigierten Verteilungen des statischen

Drucks. Dieser korrigierte Druck entspricht dem Druck, der notwendig wäre, die Strömung mit dieser Reynolds-Zahl in dem Kanal aufrechtzuerhalten, wenn die Fliehkraft als äußere Kraft fehlen würde. Es ist in Abbildung 35 anhand der Anzahl der Isobaren deutlich zu erkennen, dass das notwendige axiale Druckgefälle mit steigender Rossby-Zahl immer größer wird. Dieses wachsende Druckgefälle ist auf zusätzliche Reibungsverluste durch die entstehende Sekundärströmung zurückzuführen. Die Isobaren in Abbildung 35 haben auch in der fliehkraftkorrigierten Darstellung keinen linearen Verlauf. Diese Form ist mit der Verteilung der Axialgeschwindigkeit zu erklären. Stromab verlagert sich der schnelle Strömungskern immer weiter, da die Sekundärströmung Fluid mit höherem Impuls zur Druckseite transportiert, wo sich infolgedessen der Coriolis-induzierte Druckgradient und damit die Sekundärströmung weiter verstärken. Dies ist in Abbildung 36 anhand der sich zur Druckseite hin verdichtenden Isobaren zu erkennen. In Abbildung 35 erscheint diese Verdichtung als Abweichung vom linearen Verlauf. Die Abweichung wird in Übereinstimmung mit der sich verschiebenden Axialgeschwindigkeitsverteilung in Strömungsrichtung stärker. Für die anderen Querschnitte gelten analoge Ergebnisse (vgl Anhang B).

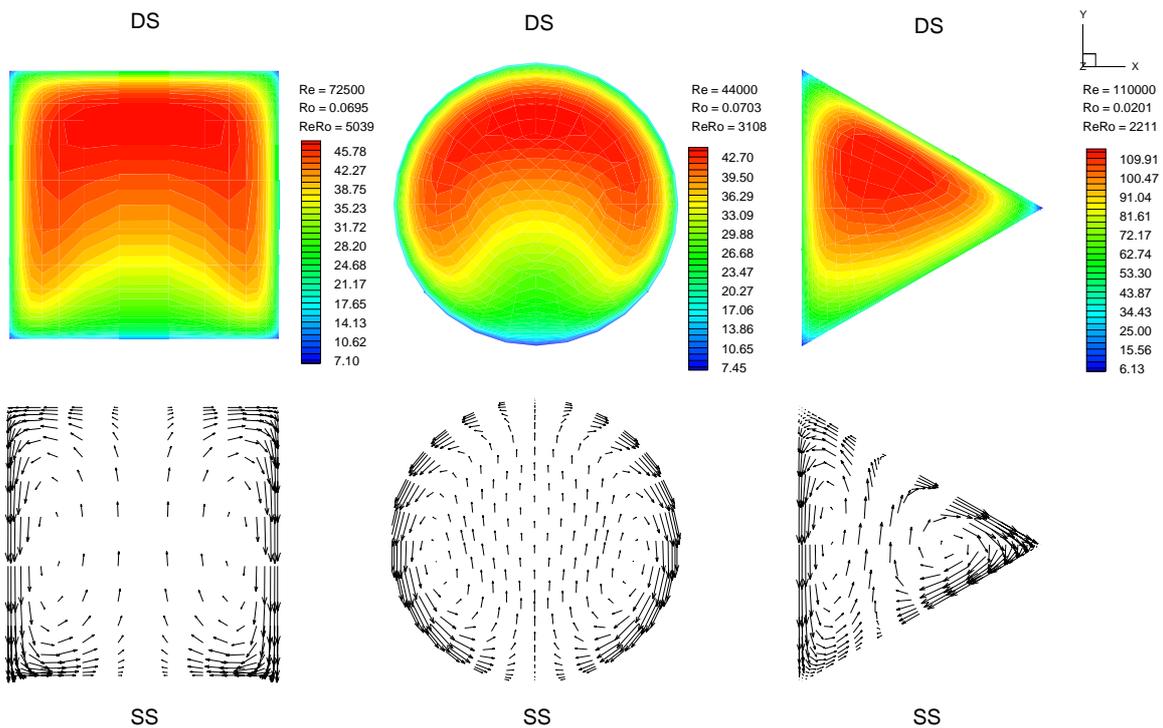
Abbildung 37 zeigt die Axialgeschwindigkeitsverteilungen für verschiedene Rossby-Zahlen für den Kreiskanal und den Dreieckskanal in einem Schnitt in der Rotationsebene als xy-Plot.





**Abbildung 37: Axialgeschwindigkeitsverteilung in Kreis- und Dreieckkanal in der Rotationsebene bei  $z = 0.45$  m**

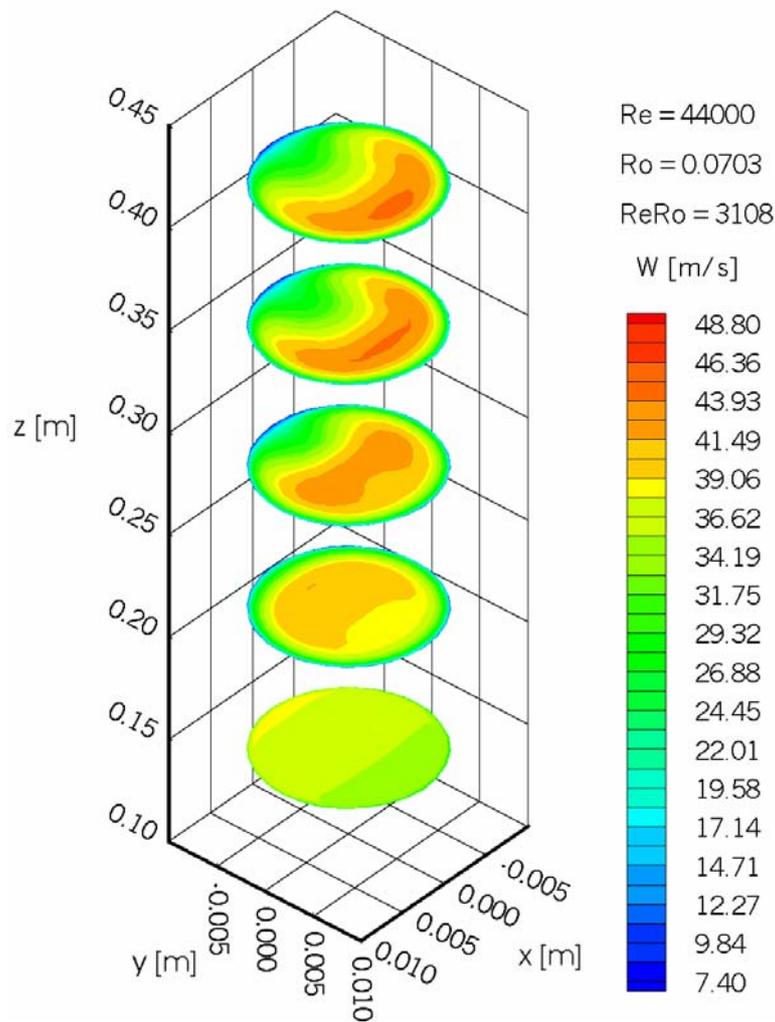
Es ist zu erkennen, dass das Geschwindigkeitsmaximum mit steigender Rotationszahl immer weiter zur Druckseite wandert. Bei steigender Rossby-Zahl sinkt die Maximalgeschwindigkeit im Kreiskanal, d.h. der Massenstrom im Mittelschnitt  $x = 0$  sinkt. Dies liegt in der Verformung des Strömungskerns begründet. Die mit hoher Geschwindigkeit durchströmte Fläche vergrößert sich beim Kreiskanal (wie auch im Viereckkanal) mit der Verlagerung des Strömungskerns nach außen. Beim dreieckigen Querschnitt wird diese Fläche kleiner. Daher ist keine Abnahme der Maximalgeschwindigkeit zu beobachten. Die Geschwindigkeitsprofile sind stark abhängig von der Lage des Schnittes. Im Schnitt senkrecht zur Rotationsebene (Abbildung 38) ist für den Kreisquerschnitt und den quadratischen Querschnitt die nierenförmige Verformung des Strömungskerns an der Druckseite zu erkennen. Bei höherer Rotationszahl und stärkerer Sekundärströmung sammelt sich langsames Fluid an der Saugseite. Dort wird es von den Sekundärwirbeln erfasst und in die Mitte des Kanals gespült, wo es die nierenförmige Deformation in der Axialgeschwindigkeitsverteilung verursacht. Für den dreieckigen Querschnitt ist eine solche Verteilung nicht zu finden. Es ist zu erkennen, dass sich in dem nachgerechneten Rotationsfall („neutrale“ Seite in der Rotationsebene) das langsame Fluid nicht wie bei Kreis- und Viereckkanal in der Mitte der Saugseite sammelt, sondern geometrisch bedingt in der Ecke zwischen Saugseite und „neutraler“ Seite. Dort kann es von den Sekundärwirbeln nicht erfasst werden.



**Abbildung 38: Verteilung der Axialgeschwindigkeiten bei  $z = 0.45 \text{ m}$**

Während sich in den Kreis- und Viereckkanälen aufgrund der Rotation zwei symmetrische Sekundärwirbel ausbilden, entstehen in dem Dreieckskanal bedingt durch die Geometrie und Rotationsrichtung zwei unterschiedlich grosse Wirbel. Aus den bisher gewonnenen Erkenntnissen kann nur erwartet werden, dass in dem gleichen Dreieckskanal zwei symmetrische Sekundärwirbel entstehen würden, wenn der Kanal nun um die Y-Achse rotieren würde.

In Abbildung 39 wird deutlich, dass nahe dem Eintritt das Fluid zunächst auf der Saugseite beschleunigt wird. Dieser Effekt tritt auch bei den anderen Querschnittsformen und in den anderen Reynolds- und Rossby-Zahl Bereichen auf.

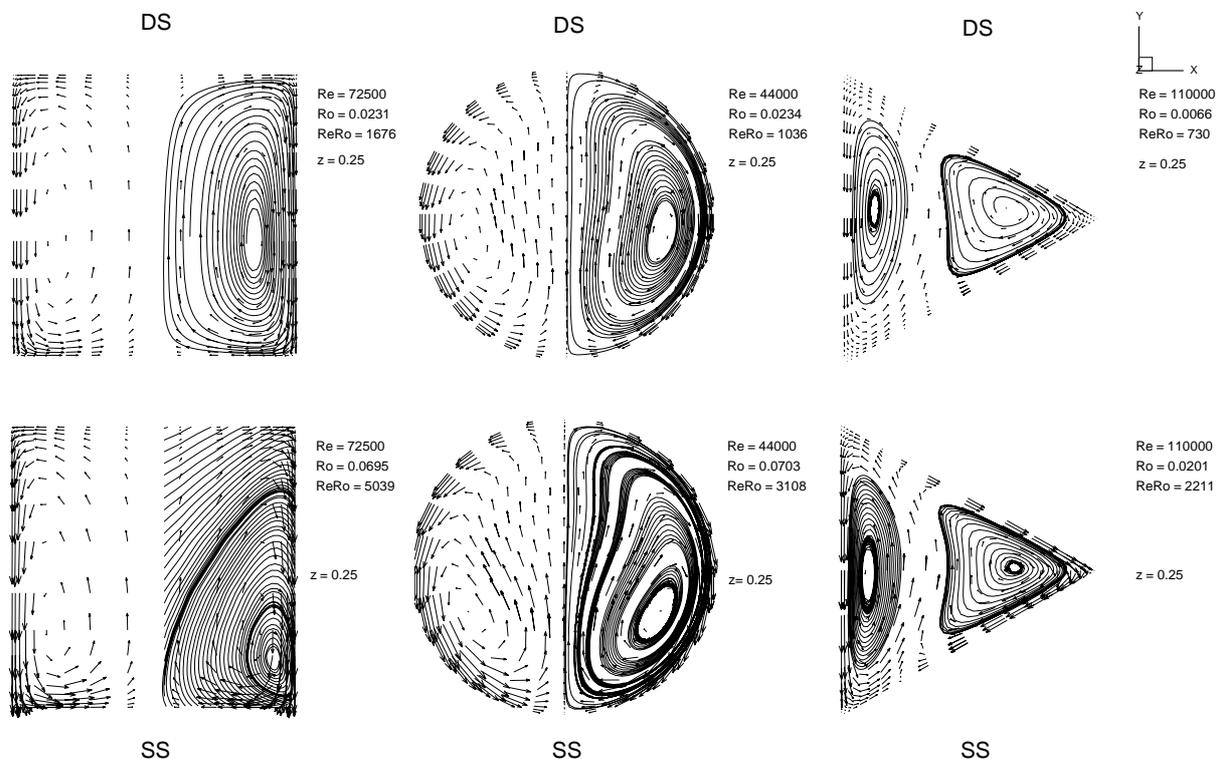


**Abbildung 39: Entwicklung der Axialgeschwindigkeitsverteilung in Strömungsrichtung**

Für die numerische Lösung ist dies durch die Vorgabe der Randbedingungen zu erklären: In der Eintrittsebene ist die vorgegebene Totaldruckverteilung konstant. Der statische Druck wird aus dem Rechenfeld extrapoliert. Im Rechenfeld existiert aber aufgrund der Coriolis-Effekte ein Druckanstieg von Saug- zur Druckseite. Das Geschwindigkeitsfeld, das aus der Differenz von Totaldruck und statischem Druck am Eintritt bestimmt wird, muss also eine höhere Axialgeschwindigkeit auf der Saugseite aufweisen. Physikalisch existiert bei konstantem Totaldruck kurz vor dem Eintrittsquerschnitt, auf der Saugseite in Strömungsrichtung der

größere Druckgradient, da auf der Druckseite der Coriolis-Effekt das Druckgefälle verringert. Die Geschwindigkeitsverteilung am Eintritt spiegelt also die physikalische Wirklichkeit wider. Mit der Vorgabe einer linearen Verteilung des Totaldrucks am Eintritt träte dieser Effekt nicht auf. In den Versuchen mit Dreieck- und Viereckkanal hat die Strömung in dem Plenum vor dem Eintritt nur eine sehr geringe Geschwindigkeit, so dass der Totaldruck am Eintritt als konstant angenommen werden kann und eine Coriolis-beeinflußte lineare Totaldruckverteilung nicht den Versuchsbedingungen entspräche (vgl. 9.3). Dies rechtfertigt zusätzlich die Wahl der Randbedingungen.

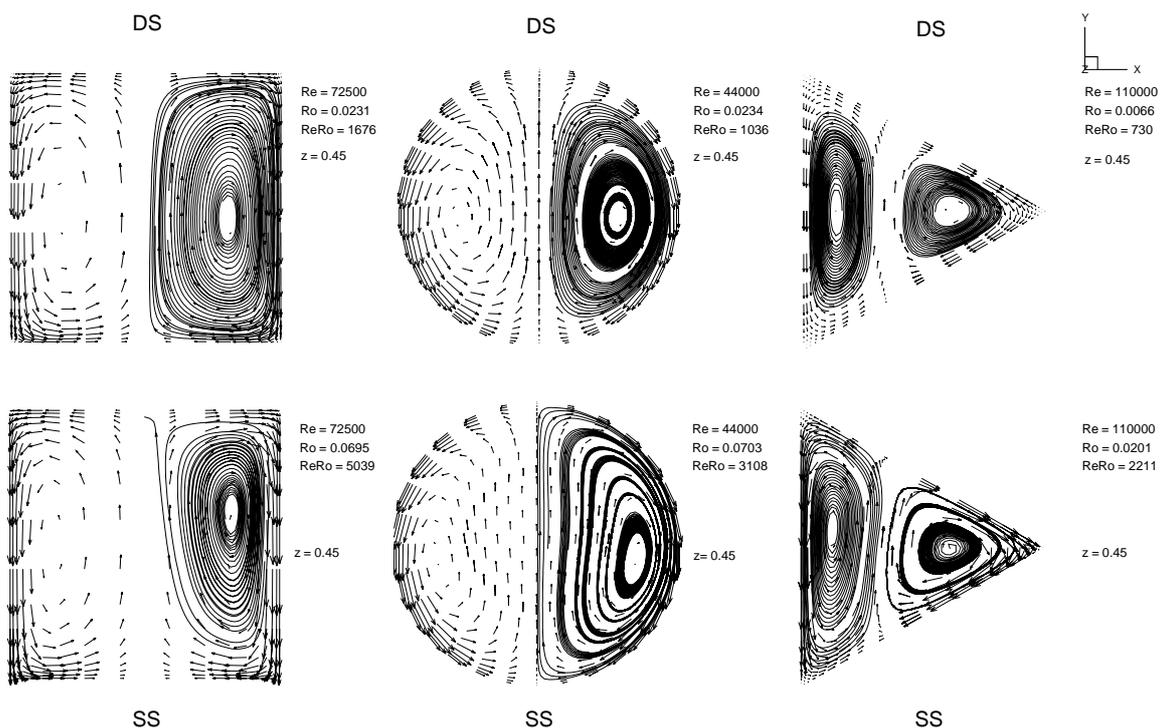
Abbildung 40 zeigt die Sekundärströmungen als Vektor-/Stromlinienplot bei der Länge  $z = 0.25$  m für verschiedene Querschnitte bei zwei verschiedenen Rotationszahlen.



**Abbildung 40: Sekundärströmungen für zwei Rossby-Zahlen,  $z = 0.25$  m**

Es ist zu erkennen, dass die Sekundärströmungen mit steigender Rotationszahl stärker werden und sich die Wirbelzentren in Richtung Saugseite und zur Kanalwand verlagern. Die stärker werdende Sekundärströmung transportiert immer mehr Fluid zur Druckseite, die

Rückströmung in der gleich bleibend dicken Grenzschicht wird deshalb immer schneller. Für die Verlagerung der Wirbel sind die in der Grenzschicht entstehenden hohen Geschwindigkeitsgradienten und damit starken Schubspannungen verantwortlich. In Übereinstimmung mit dieser Überlegung ist bei niedrigeren Reynolds-Zahlen und entsprechend dickerer Grenzschicht eine geringere Verlagerung der Wirbel mit wachsender Rossby-Zahl als bei höheren Reynolds-Zahlen zu beobachten (vgl. Anhang C). Im Dreieckskanal ist eine Verlagerung nur für den seitlichen Wirbel zu erkennen, die Rotationszahlen sind beim Dreieckskanal jedoch klein, weshalb ein schwächerer Effekt auftritt. Der Wirbel zwischen Saug- und Druckseite wird von den stärker werdenden Schubspannungen auf der Druckseite in die Ecke hineingezogen und auf der Saugseite aus der Ecke herausgedrückt, so dass keine Verlagerung sichtbar wird. Stromab wächst die Grenzschicht an, und der Bereich, in dem die Rückströmung stattfinden kann, wird größer. Dadurch können sich die Wirbel wieder zentrieren. Abbildung 5 zeigt dieselben Rotationsfälle wie Abbildung 41 weiter stromab bei  $z = 0.45$ .



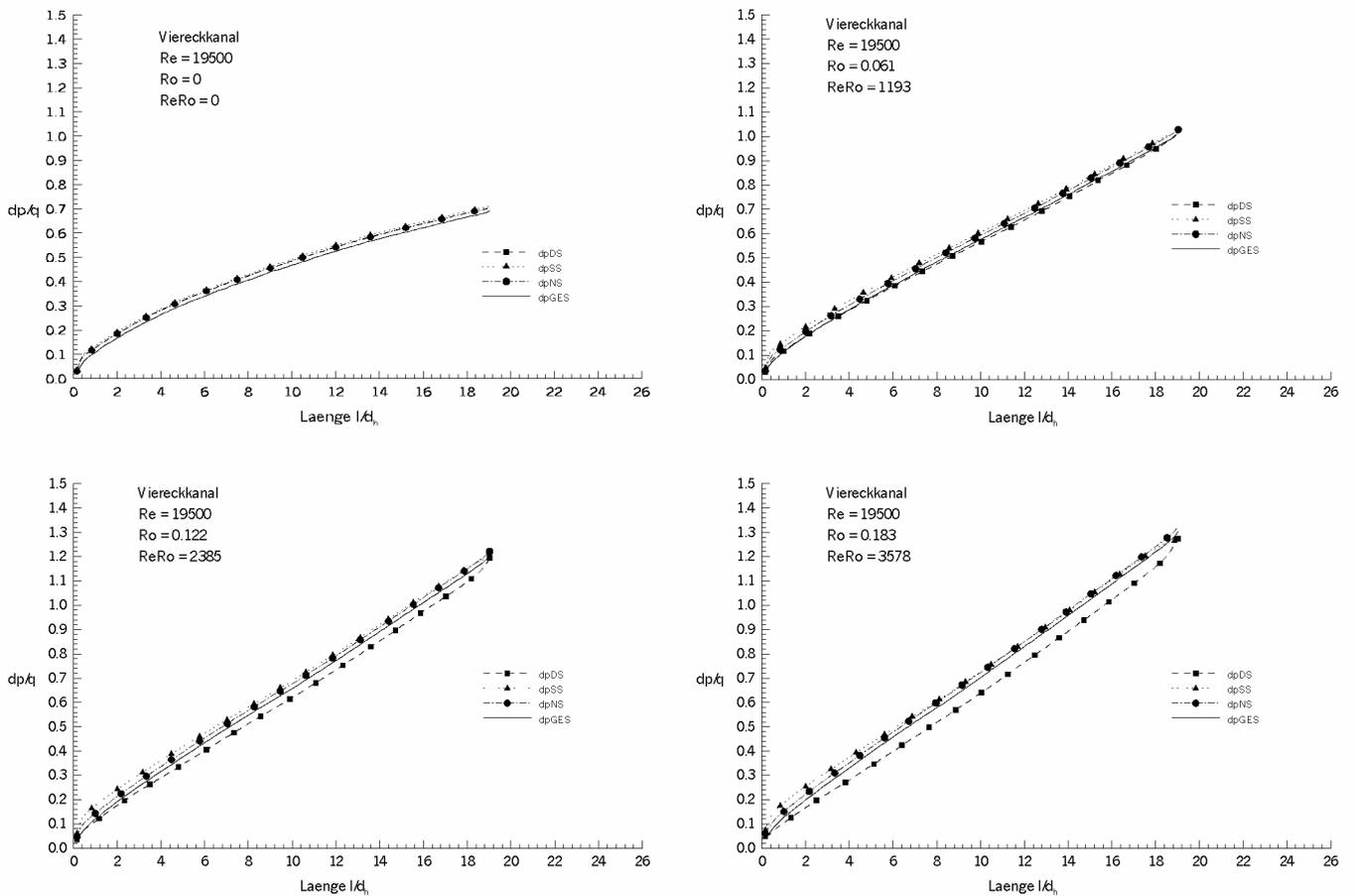
**Abbildung 41: Sekundärströmung bei zwei Rossby-Zahlen,  $z = 0.45$  m**

Iacovides/Launder [8], [9] fanden in einer numerischen Untersuchung eines Kanals mit

quadratischem Querschnitt bei  $Ro > 0.1$  und  $Re = 32500$  die Ausbildung eines zweiten, gegenseitig drehenden Sekundärwirbelpaares in der Mitte der Druckseite. Diese Beobachtung konnte trotz Nachrechnung für Rossby-Zahlen bis 0.183 (bei  $Re = 19500$ ) bzw. bis 0.0695 (bei  $Re = 72500$ ) nicht bestätigt werden. Eine weitere Nachrechnung mit in dem fraglichen Bereich verfeinertem Netz könnte darüber weitere Aufschlüsse geben.

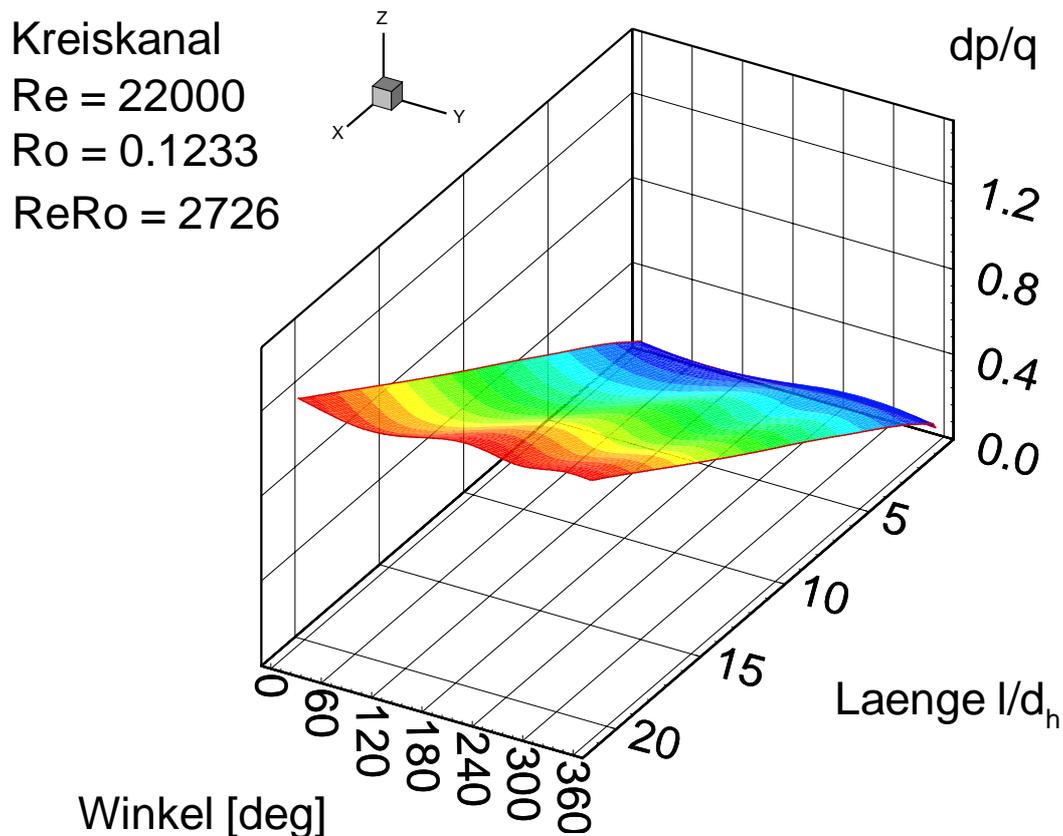
### 9.6.2 Druckverluste

Abbildung 42 zeigt die dimensionslosen Druckverluste nach Gleichung (9-2) vom Eintritt bis zum Austritt für den Viereckkanal bei verschiedenen Rossby-Zahlen. Aufgetragen sind die über den Querschnitt gemittelten Verluste sowie die Wanddruckverluste für Druck-, Saug- und „neutrale“ Seite.



**Abbildung 42: Druckverluste im Viereckkanal, Saugseite ( $dp_{SS}$ ), Druckseite ( $dp_{DS}$ ), Seite ( $dp_{NS}$ ), gemittelt über Querschnitt ( $dp_{GES}$ )**

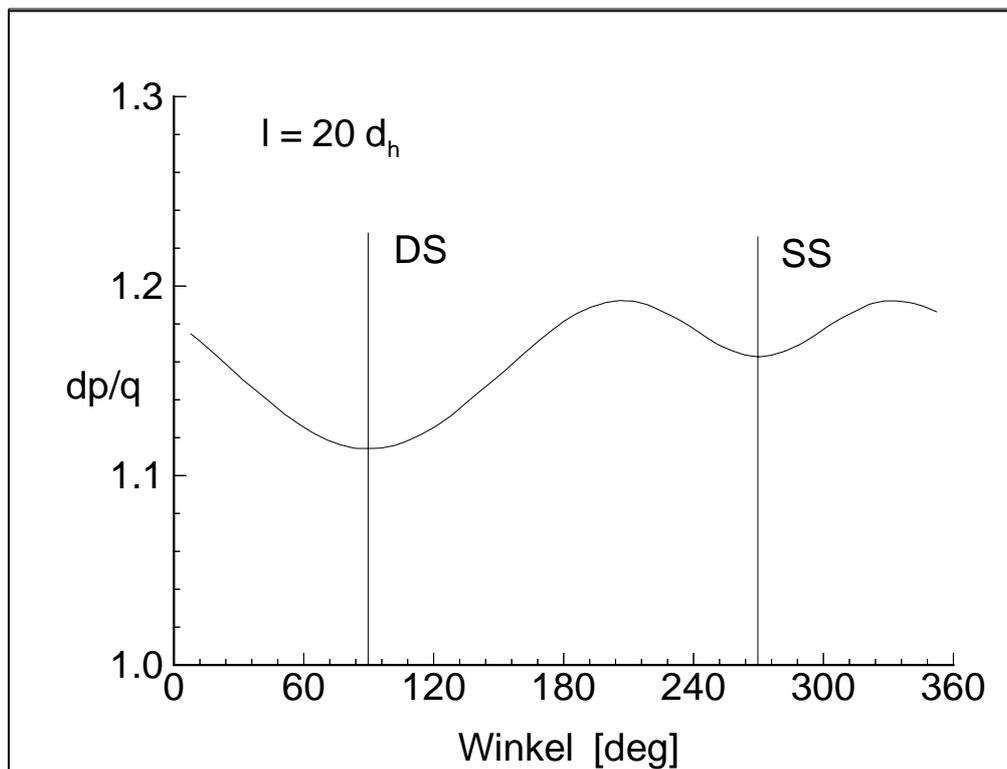
Es wird deutlich, dass durch die Rotation die Verluste auf der Saugseite am größten und auf der Druckseite am niedrigsten werden. Die lokalen Reynolds-Zahlen werden aufgrund der Verlagerung des Strömungskerns auf der Druckseite größer, so dass dort die Verluste trotz höherer Wandreibung geringer werden. Für den Fall ohne Rotation ist zu erkennen, dass die Wanddruckverluste etwas größer sind als die über den Querschnitt gemittelten Verluste. Ebenso wird deutlich, dass die Verlustkurven ohne Rotation für „Druckseite“, „Saugseite“ und „neutrale Seite“ zusammenfallen (vgl. auch Anhang D). Es kann also davon



**Abbildung 43: Druckverluste an der Wand im rotierenden Kreisrohr, Druckseite bei  $90^\circ$ , Saugseite bei  $270^\circ$**

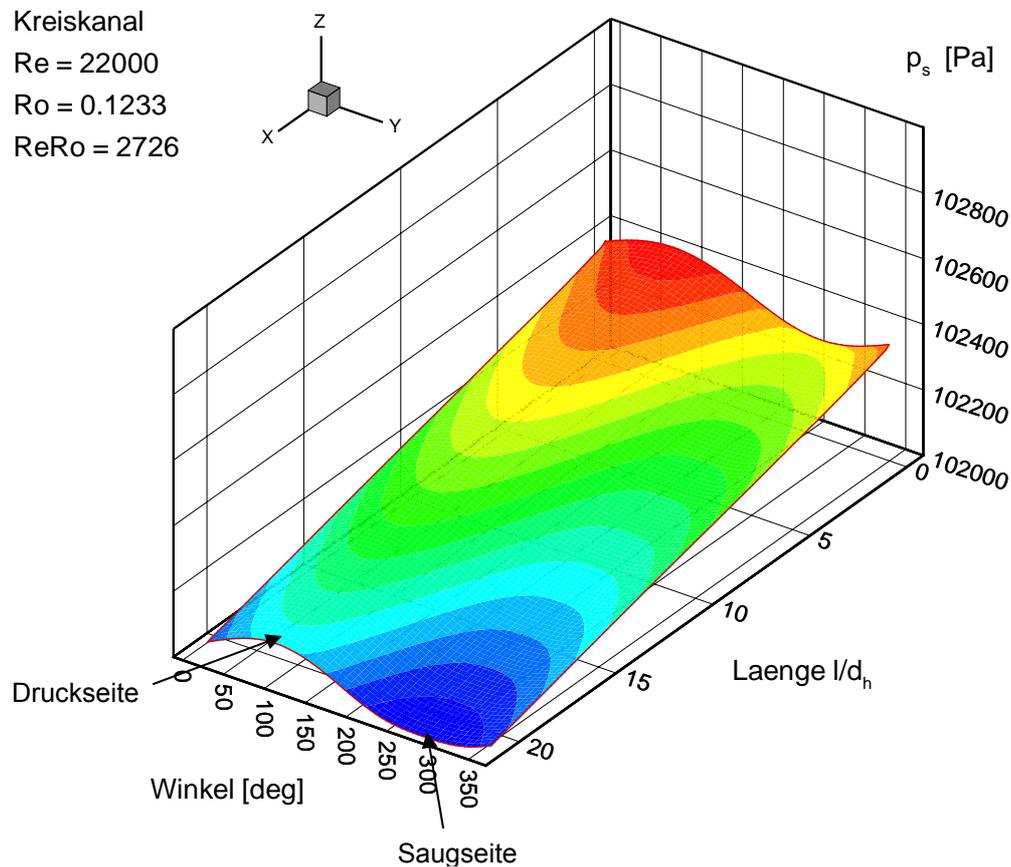
ausgegangen werden, dass Asymmetrien in der numerischen Lösung (vgl. 9.6.3) keinen Einfluss auf die Größe der berechneten Druckverluste haben.

Für die Wanddruckverluste beim Kreiskanal ist in der Mitte der Saugseite eine Deformation der Druckverlustverteilung zu erkennen (Abbildung 43, Abbildung 44).



**Abbildung 44: Druckverluste im Kreiskanal bei  $l = 20 d_h$**

Die Druckverteilung (vgl. Abbildung 45) ist dagegen sinusförmig ( $\Rightarrow$  linearer Druckanstieg von Saug- zu Druckseite) über den Umfang verteilt. Abbildung 46 zeigt den Druckverlauf entlang fünf verschiedener Linien im Kreiskanal. Es wird deutlich, dass das Druckgefälle in dem Bereich, in dem sich die Sekundärströmung entwickelt, bei 270° (Mittelpunkt Saugseite) flacher ist als bei 200° und 340°. Das bedeutet, dass die Wanddruckverteilung zwar ihre sinusförmige Verteilung beibehält, diese sich aber in axialer Richtung verändert. Weiterhin ist zu beobachten, dass die Deformation auf der Saugseite im Druckverlustverlauf mit

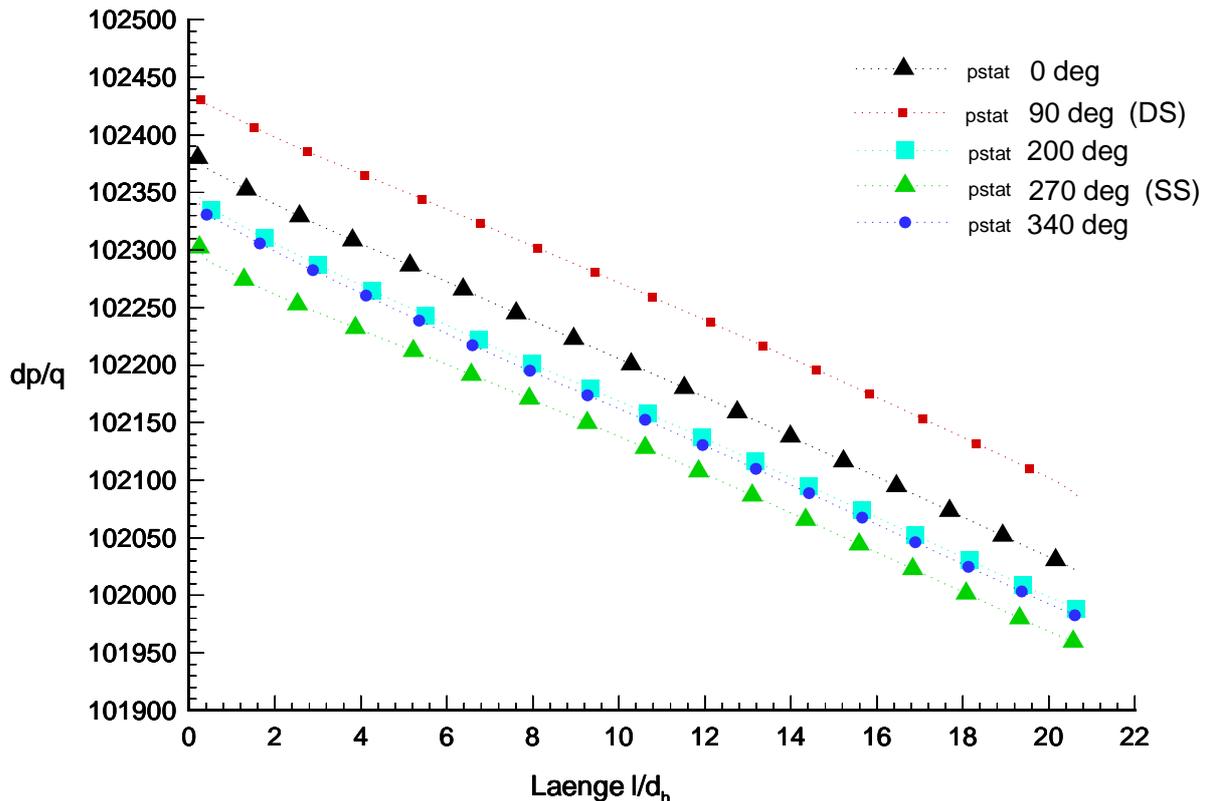


**Abbildung 45: Wanddruck im rotierenden Kreisrohr, Druckseite  $90^\circ$ , Saugseite  $270^\circ$**

wachsender Rossby-Zahl stärker wird. Es liegt nach den Ergebnissen aus Abbildung 46 nahe, die Ursache in der sich entwickelnden Sekundärströmung zu suchen: Abbildung 40 zeigt, dass im Mittelpunkt der Saugseite die Sekundärgeschwindigkeiten sehr klein werden. Dieser Bereich wird mit steigender Rossby-Zahl breiter. Die verschwindenden Sekundärgeschwindigkeiten in diesem Bereich verursachen geringere Verluste, wodurch sich der flachere Druckabfall auf der Saugseite und die Deformation im berechneten Wanddruckverlustverlauf ergeben. Auf der Druckseite tritt derselbe Effekt auf, in der Mitte der Druckseite sinken die Verluste stärker, je weiter die Strömung in axialer Richtung fortschreitet.

In Abbildung 43 kann man auch diesen Effekt erkennen.

Der Vergleich der gemittelten Druckverluste (Abbildung 47) für verschiedene Reynolds- und Rossby-Zahlen zeigt, dass die Verluste für größere Reynolds-Zahlen sinken und mit wachsender Rossby-Zahl steigen. Die Rossby-Zahl-Abhängigkeit ist bei geringerer Reynolds-Zahl stärker. Mit steigender Rossby-Zahl wird der zusätzliche Verlust geringer, es kann vermutet werden, dass sich die Verluste durch Rotationseffekte asymptotisch verhalten.



**Abbildung 46: Statischer Druck an der Wand bei 0° (NS), 90° (DS), 200°, 270° (SS) und 340°**

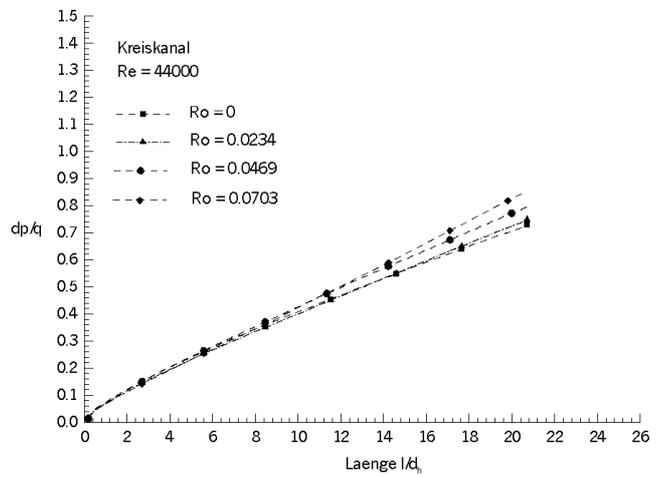
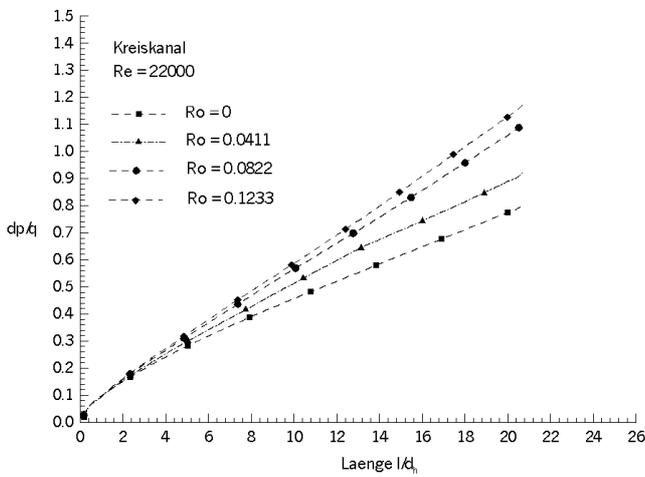
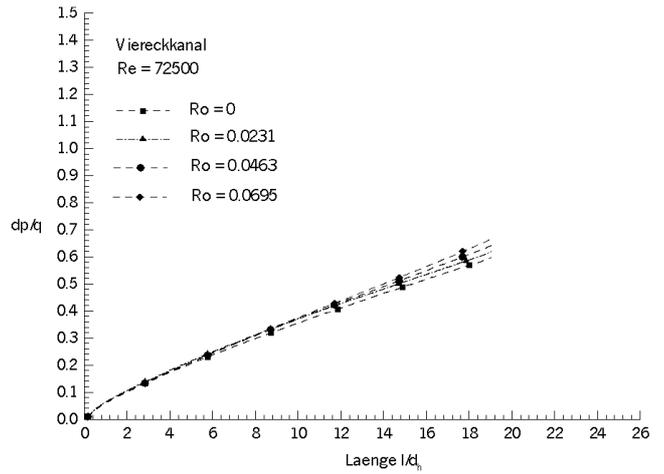
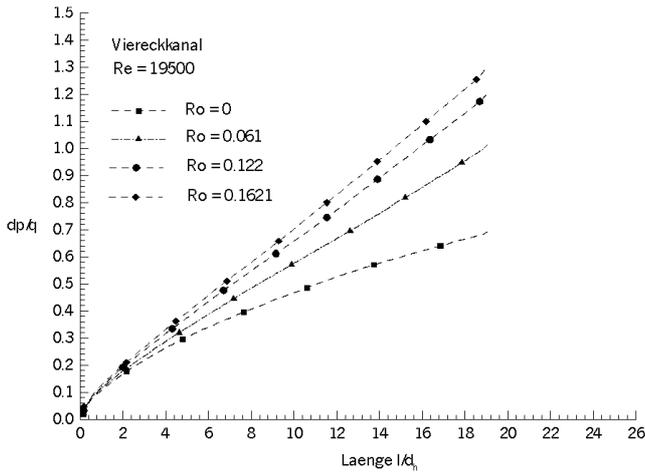
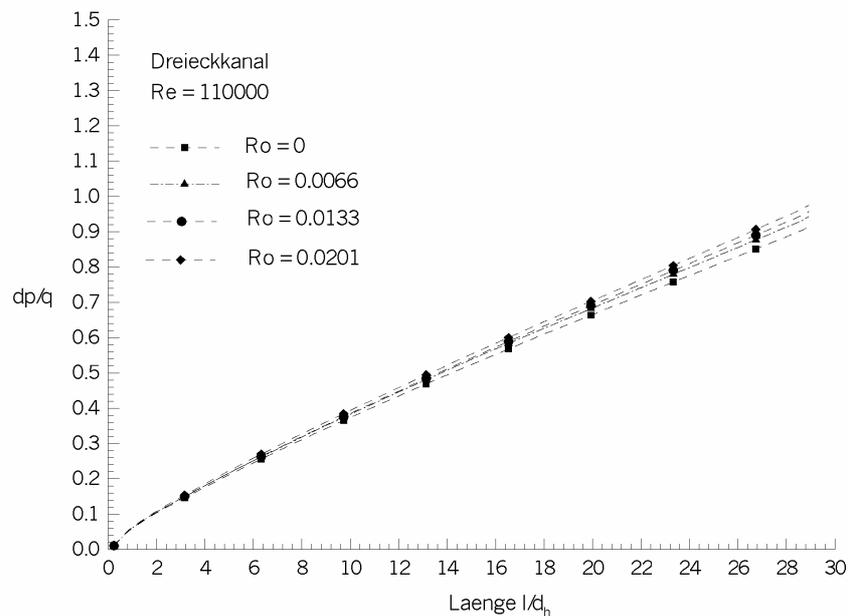


Abbildung 47: Druckverluste in Kreis- und Viereckkanal für zwei Reynolds-Zahlen

Für sehr hohe Reynolds-Zahlen ist nur noch ein geringer Einfluss der Rossby-Zahl zu erkennen. Einschränkend muss bemerkt werden, dass die Bandbreite der gemessenen und nachgerechneten Rossby-Zahlen bei der hohen Reynolds-Zahl wesentlich kleiner ist.



**Abbildung 48: Druckverluste im Dreieckskanal bei hoher Reynolds-Zahl**

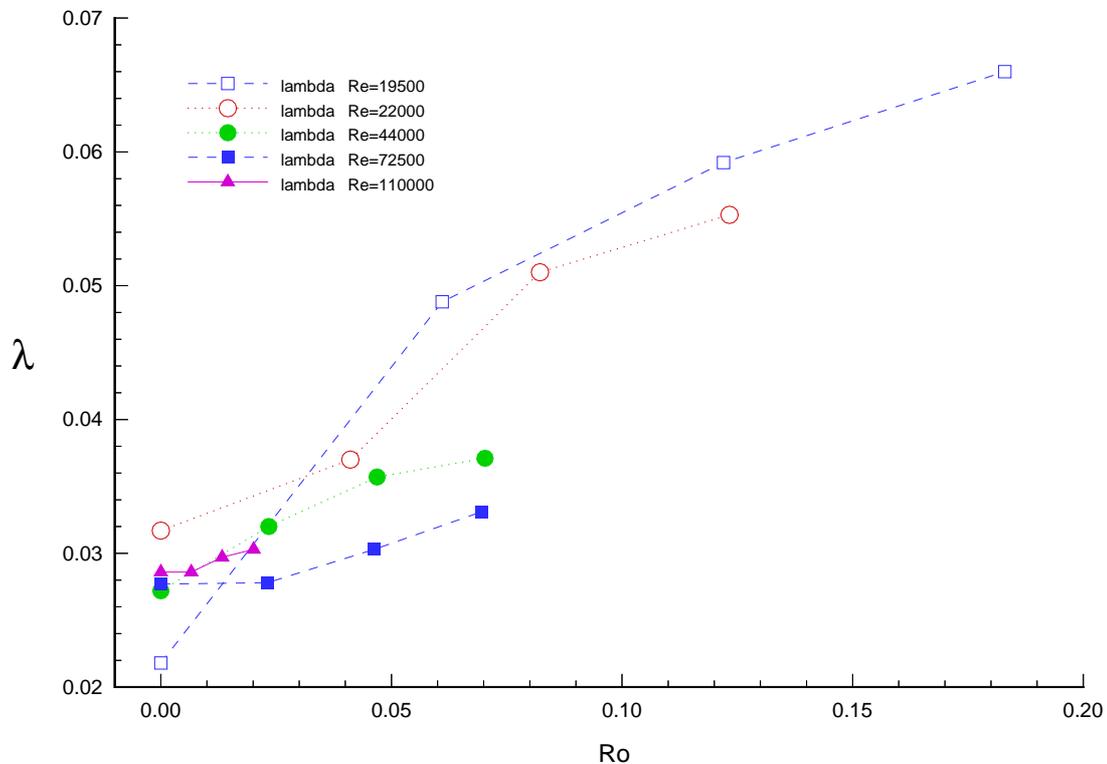
Anhand der Druckverlustkurven ist zu sehen, dass sich die Strömung am Austritt noch nicht vollständig ausgebildet hat. Zwar scheinen die Druckverluste nach einer Lauflänge von ca. 15 -18 Durchmessern, je nach Reynolds- und Rossby-Zahl, linear anzusteigen, Nachrechnungen ergeben jedoch eine stetige - wenn auch sehr kleine - Abnahme der Gradienten. Dies steht in Übereinstimmung mit den Aussagen von Nikuradse (vgl. 5.1), der ausgebildete Strömungen frühestens bei  $30 d_h$  beobachtete [14], und den Beziehungen von Stephan [23], der die Länge bis zur voll ausgebildeten turbulenten Rohrströmung nach:

$$(9-1) \quad l_{\text{Einlauf}} = 0.0575 \cdot \text{Re} \cdot d_h$$

in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl berechnet.

Druckverlustbeiwerte nach Gleichung (5-2) gelten nur für ausgebildete Strömungen, d.h. für lineare Druckverlustanstiege. Für technische Anwendungen wird ausgebildete Strömung vorausgesetzt, und die Abweichung vom linearen Verlauf in Eintrittsnähe wird mit zusätzlichen Verlustkoeffizienten  $\zeta_E$  berücksichtigt. Diese Verlustkoeffizienten  $\zeta_E$  werden halbempirisch bestimmt. Für Kühlkanäle in Turbinenschaufeln, deren Gesamtlänge kaum mehr als  $30 d_h$  beträgt, ist ein solches Vorgehen nicht sinnvoll. Die Auftragung der in Abbildung 49 dargestellten Widerstandsbeiwerte  $\lambda$  ist wegen der noch nicht ausgebildeten Strömung nur für die jeweils berechnete Kanallänge und Reynolds-Zahl aussagekräftig. Daher können

Interpolationen zur Abschätzung des Widerstandsbeiwertes bei anderen Strömungszuständen nur für die jeweilige Kanallänge gültig sein. Aus den berechneten Daten ließen sich aber Widerstandsbeiwerte und Verlustkoeffizienten für kürzere Kanäle berechnen.



**Abbildung 49: Widerstandsbeiwerte  $\lambda$  in Abhängigkeit von Rossby-Zahl für verschiedene Reynolds-Zahlen**

Die Widerstandsbeiwerte in Abb. 49 sind für Viereck- Kreis- und Dreieckkanal dargestellt worden. Ein Vergleich zeigt, dass die Auflösung des Diagramms für eine bestimmte Rotationszahl besser wird, wenn die Reynoldszahl relativ klein bleibt. Im Falle ohne Rotation,  $Ro = 0$ , sind die Widerstandsbeiwerte aufgrund von unterschiedlichen Geometrien und hydraulischen Durchmessern auch sehr unterschiedlich.

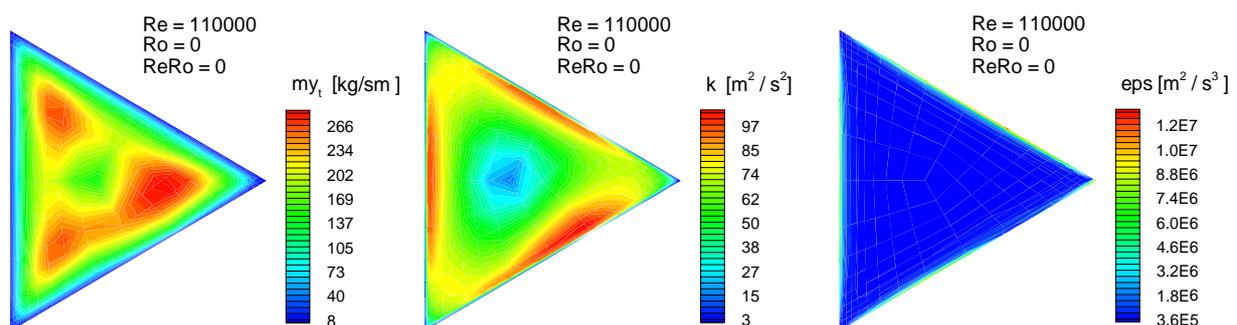
Es zeigt sich für die Fälle ohne Rotation in Übereinstimmung mit dem oben Ausgeführten, dass die berechneten Widerstandsbeiwerte größer sind als die nach Blasius für eine Vollausbildete Strömung berechneten bzw. die von Nikuradse für nicht-kreisförmige Querschnitte gemessenen Werte (vgl. (5-3) und 0). Die Abweichung ist bei niedrigen Reynolds-Zahlen größer als bei höheren, da sich die Länge der Anlaufstrecke mit wachsender Reynolds-Zahl vergrößert und somit der Einfluss der Einlaufverluste stärker ist.

Querschnitt	Reynolds-Zahl	Rechnung	Blasius/Nikuradse
Viereck	19500	0.0218	0.0267
Kreis	22000	0.0318	0.0260
Viereck	44000	0.0277	0.01928
Kreis	72500	0.0272	0.0218
Dreieck	110000	0.0286	0.01737

Um zu Aussagen über das Verlustverhalten von verschiedenen Kanalquerschnittsformen für technisch relevante Probleme zu kommen, müssten Verlustbeiwerte  $\zeta$  bestimmt werden, die Verluste im Kühlkanal vollständig beschreiben. Diese kann man aus den vorliegenden Druckverlustkurven durch Integration von  $dp/q$  über die Lauflänge  $d_h/L$  erhalten. Ein solcher Beiwert wäre aber nur für diese Reynolds-/Rossby-Zahl Kombination gültig. Um eine allgemeine Beziehung für die Verlustkoeffizienten zu erhalten, könnte man den Verlauf der Druckverluste durch Funktionen approximieren und für die Funktionsparameter Korrelationen mit Reynolds- und Rossby-Zahl entwickeln. Hierfür wären aber eine wesentlich breitere Datenbasis und damit weitere Rechnungen in den entsprechenden Reynolds- und Rossby-Zahl Bereichen notwendig.

### 9.6.3 Turbulenzverteilungen

Bei der Verteilung der turbulenten Größen sind im Dreieckkanal leichte Asymmetrien auffällig, die nur vom Strömungslöser und Grobheit des Netzes herrühren können. Abbildung 50 zeigt die turbulente kinetische Energie, deren Dissipationsrate und die turbulente Zähigkeit.



**Abbildung 50: Asymmetrien in den berechneten turbulenten Größen**

Für die Fälle ohne Rotation müssten sich vollkommen symmetrische Verteilungen ergeben.

Betrachtet man die Indizierung der verschiedenen Festkörperwände im Rechenetz, so ist auffällig, dass eine Wand mit minimalem  $j$ -Index offensichtlich falsch berechnet wird. Die Verteilung der übrigen aerodynamischen Größen wird für die rotationsfreien Fälle symmetrisch berechnet. Für die Berechnung von Geschwindigkeitsverteilungen und Druckverlusten ist daher der Fehler als vernachlässigbar anzusehen. Es wird vermutet, dass die Berechnung von Wärmeübergängen mit dieser Version nicht korrekt möglich ist. In Nachrechnungen mit einer modifizierten Version des Strömungslösers traten die Asymmetrien nicht mehr auf.

#### 9.6.4 Temperaturverteilungen

Die in 5.3 erläuterten Einflüsse der Rotation auf den Wärmeübergang werden durch die Rechnungen bestätigt. Die Temperatur steigt auf der Saugseite mit zunehmender Rossby-Zahl, während sich der kühle Strömungskern zur Druckseite verlagert, wo der Wärmeübergang mit den wachsenden Temperaturgradienten steigt. Für Kreis- und Quadratquerschnitt wird der kühle Strömungskern mit zunehmender Rotation immer kleiner, für den Dreieckskanal wird dieser Bereich größer. Der Zusammenhang zwischen der Verteilung von Axialgeschwindigkeit und Temperatur wird anhand Abbildung 51 deutlich.

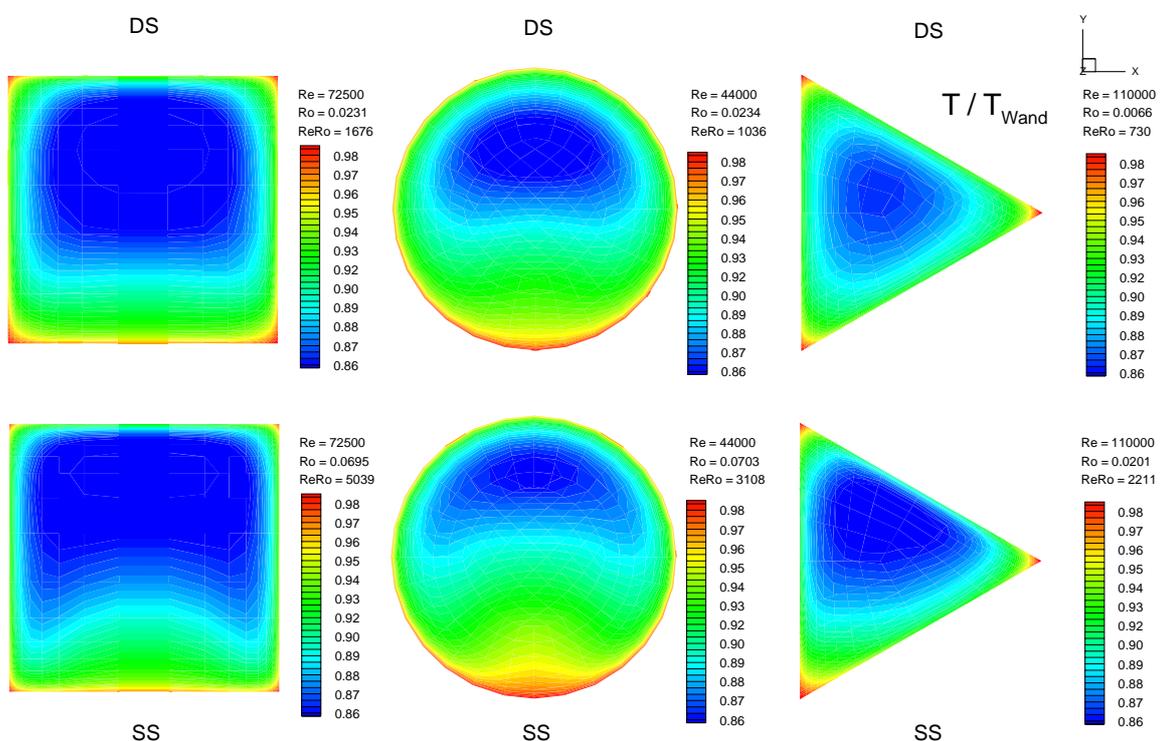


Abbildung 51: Temperaturverteilung  $T_{\text{statisch}} / T_{\text{Wand}}$  für zwei Rossby Zahlen

## 10. Berechnung von Wärmeübergangsproblemen

Der konvektive Wärmeübergang im rotierenden Kühlkanal wird durch die besonderen Strömungsverhältnisse geprägt, die aufgrund der Rotationskräfte entstehen. So wird die Strömung von zwei starken Sekundärwirbeln beherrscht, die die massgeblichen Veränderungen auch im Wärmeübergang hervorrufen. Diese Effekte sind schon experimentell untersucht worden, doch die meisten zuverlässigen Messungen sind auf bestimmten Bereichen limitiert und können aufgrund der komplizierten und teuren Messmethoden nur begrenzt durchgeführt werden. Eine Parameterstudie und umfangreiche Analyse kann daher nur mit numerischen Verfahren durchgeführt werden.

### 10.1 2D-Validierung des inkompressiblen Codes

Die zweidimensionale Validierung wird anhand einer ebenen Platte durchgeführt. Die Rechnungen werden sowohl für den laminaren Fall und als auch turbulenten durchgeführt.

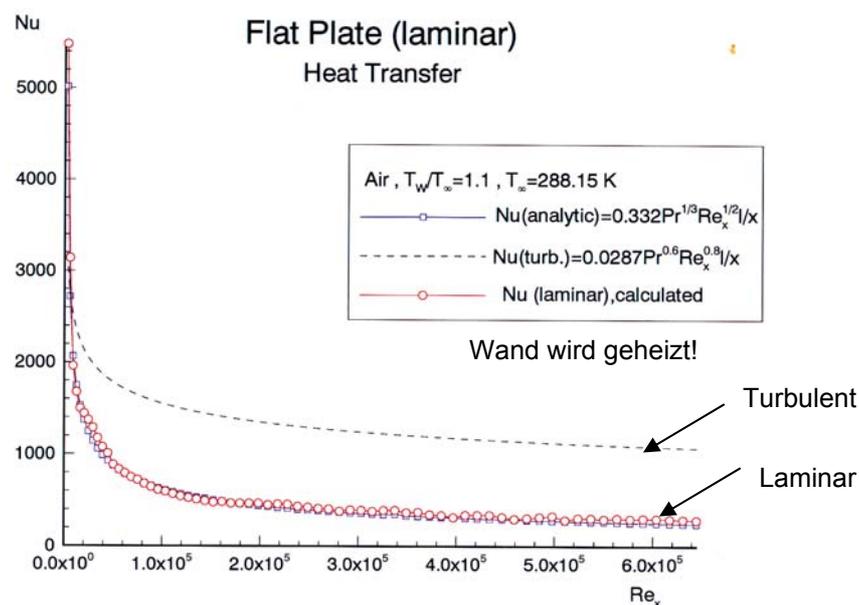
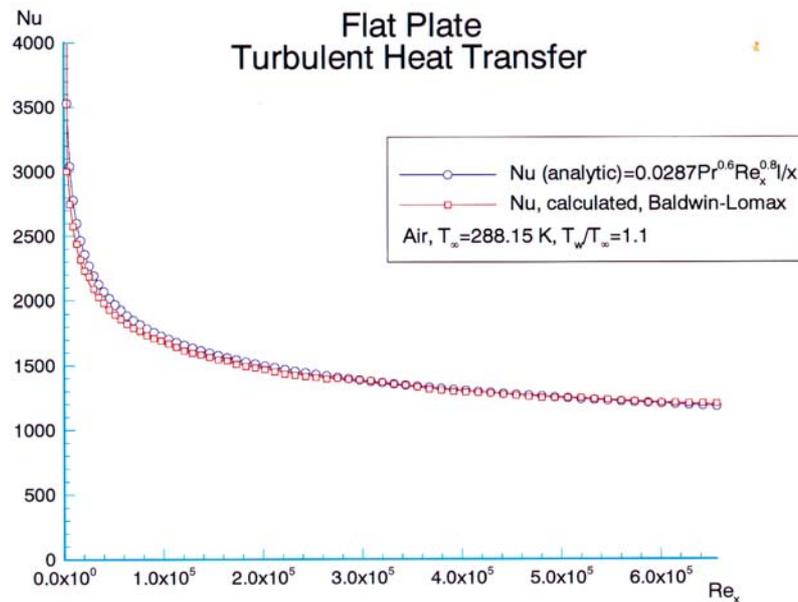


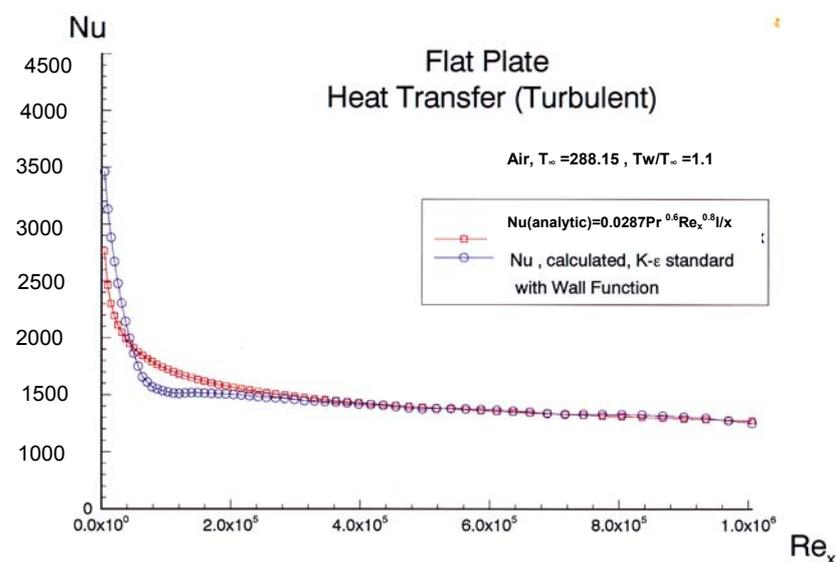
Abbildung 52: Nusseltzahlverteilung, ebene Platte, laminar

Für die turbulenten Rechnungen werden Baldwin-Lomax-Modell und das  $k-\varepsilon$  Modell verwendet. Die Wand wird geheizt,  $T_w/T_\infty = 1,1$ , und als Fluidmedium wird Luft angenommen. In Abbildung 52 ist ebenfalls die Nusseltzahlverteilung für den turbulenten Fall aufgetragen, um den Eindruck zu vermitteln, wie der Strömungszustand den Wärmeübergang beeinflussen kann.



**Abbildung 53: Wärmeübergang, ebene Platte, turbulent mit Baldwin-Lomax-Methode**

Abbildungen 53 und 54 zeigen eine sehr gute Übereinstimmung der turbulenten Rechnungen

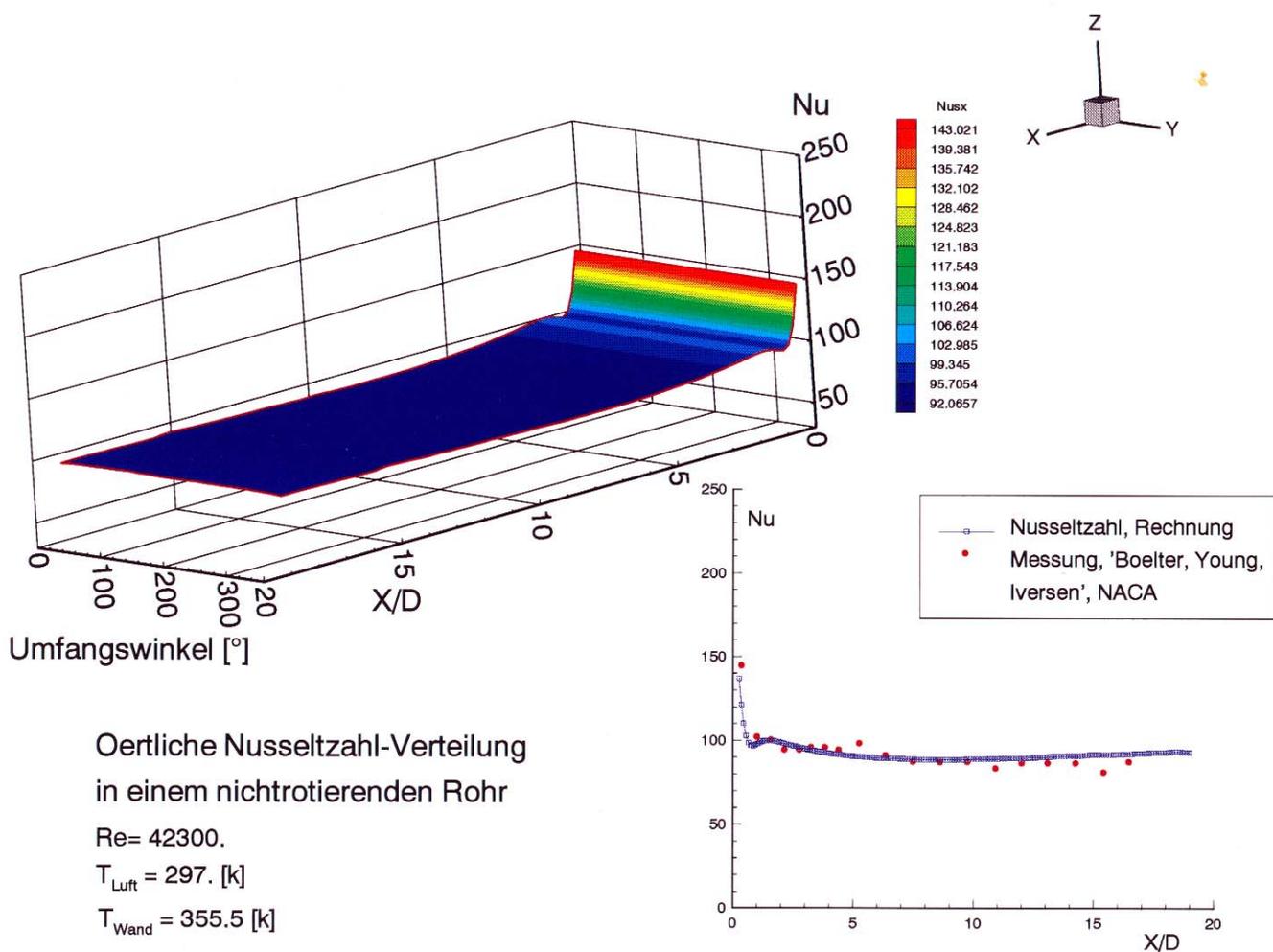


**Abbildung 54: Wärmeübergang, ebene Platte, k-ε Modell**

mit den analytischen Lösungen. Lediglich an der Vorderkante der Platte unter Verwendung von k-ε Modell sind kleine Abweichungen zu beobachten, die auch nach der Ansicht des Autors auf die Zellzentrierte Diskretisierungsmethode zurück zu führen ist. Nach dem Anliegen der Strömung ist aber die Übereinstimmung sehr gut.

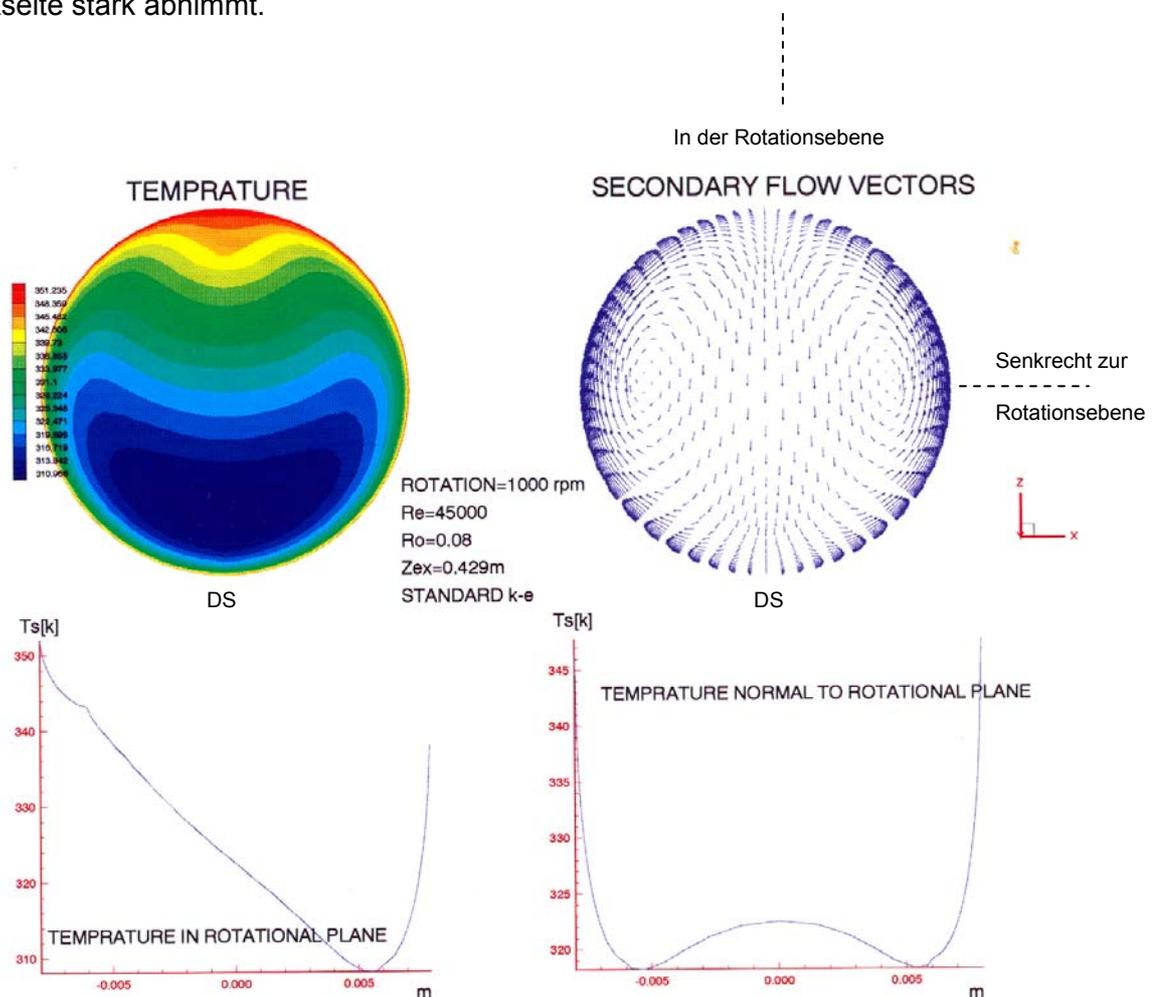
## 10.2 3D-Validierung anhand einer Rohrströmung

In Abbildung 55 ist die örtliche Nusseltzahlverteilung für eine Rohrströmung dargestellt und in Längsrichtung mit den Messungen von Boelter-Young verglichen. Die Abbildung zeigt auch eine aufgerollte Darstellung des Kanals mit Nusseltzahlverteilung. Die Übereinstimmung ist relativ gut und zutreffend.



**Abbildung 55: Oertliche Nusseltzahlverteilung bei einer Rohrströmung**

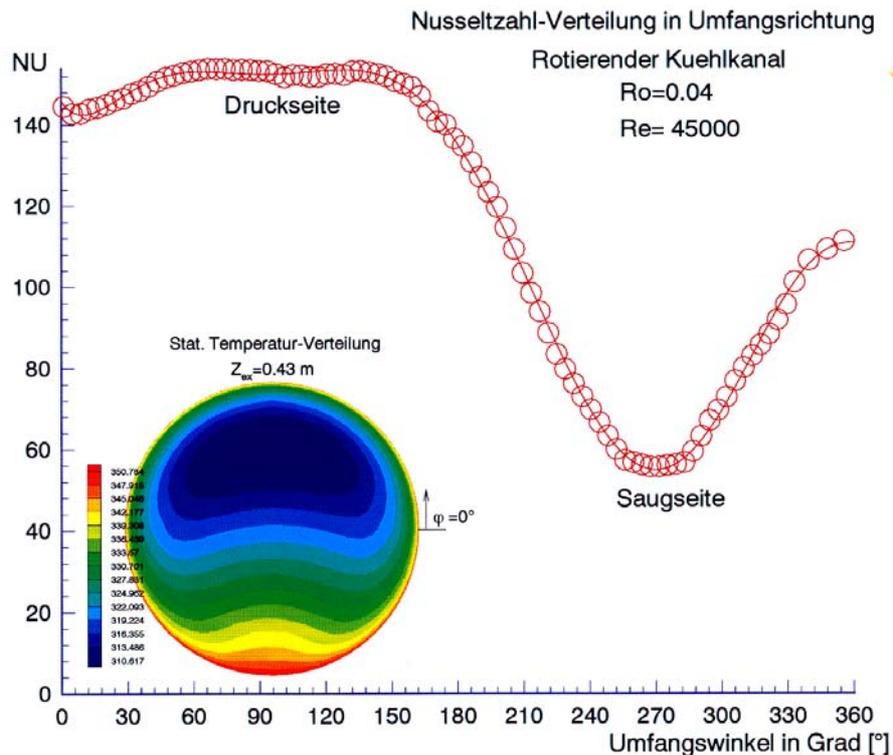
In Abbildung 56 ist die lokale Temperaturverteilung in der Schnittebene  $Z=0.429\text{m}$  dargestellt worden. Hierfür sind keine Messungen der statischen Temperaturen zumindest mit einfachen Mitteln möglich. Es wird gezeigt, dass die Temperatur in der Rotationsebene von Saug- zur Druckseite stark abnimmt.



**Abbildung 56: Statische Temperaturverteilung in Kanalströmung mit Rotation**

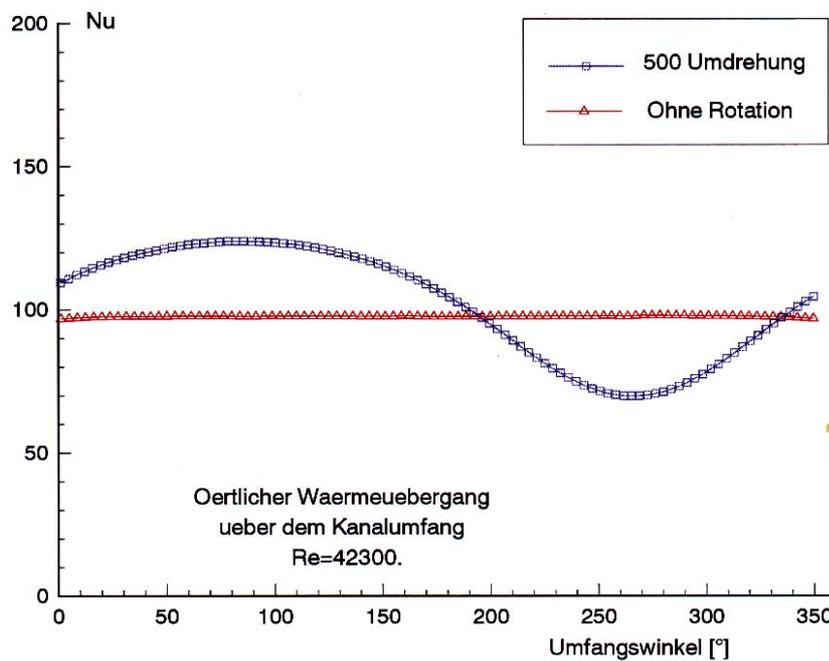
Abbildung 57 zeigt eine Nusseltzahlverteilung auf der Umfangsrichtung von der Druck- zur Saugseite für die Reynoldszahl von 45000 und Rotationszahl von 0.04. Es wird deutlich, dass der Wärmeübergang auf der Druckseite wesentlich stärker auftritt als auf der Saugseite. Da zu dieser Zeit keine Messdaten zur Verfügung standen, konnte leider die Rechnung mit den

Messungen nicht verglichen werden. Die Validierungsergebnisse zeigen aber, dass diesen Rechenergebnissen durchaus angelehnt werden kann.



**Abbildung 57: Nusseltzahlverteilung von der Druck- zur Saugseite**

Abbildung 58 zeigt die Wärmeübergangsverteilung über den Umfang des Kanals bei einer Exzentrizität von  $Z=0.429\text{m}$ . Es kann gezeigt werden, dass der Wärmeübergang in rotierenden Kanälen bei dieser Reynolds- und Rotationszahl allgemein hoher liegt als der Fall ohne Rotation. Untersuchungen von Elfert bestätigen auch, dass der Wärmeübergang für gegebener Reynoldszahl mit zunehmender Rotationszahl ansteigt [1]. Dieser Anstieg kann sogar bis zu 25% hoher sein, verglichen zu dem Fall ohne Rotation.



**Abbildung 58: Nusseltzahlverteilung über dem Umfang und Vergleich mit dem Fall ohne Rotation**

Abbildung 59 zeigt dieselben Verteilungen in der Längsrichtung und zwar für die Druck- und Saugseite im Vergleich zu dem Fall ohne Rotation.

Die Höhen der Wärmeübergangsänderungen auf der Saug- und Druckseite im Vergleich zu dem Fall ohne Rotation sind identisch. Dies bedeutet, dass der hohe Wärmeübergang auf der Druckseite mit dem tieferen auf der Saugseite zu kompensieren ist. Der höhere Wärmeübergang aber auf dem gesamten Umfang ist darin zu begründen, dass die Kühle Luft auf der Druckseite größere Kontaktflächen zur Wand bekommt als auf der Saugseite und das Erkenntnis, dass der Massenstrom auf der Druckseite wesentlich grosser ist als auf der Saugseite. Der Wärmeübergang ist also insgesamt über die gesamte Kanallänge höher.

Weitere Diagramme im Anhang E stellen solche Verteilungen dar.

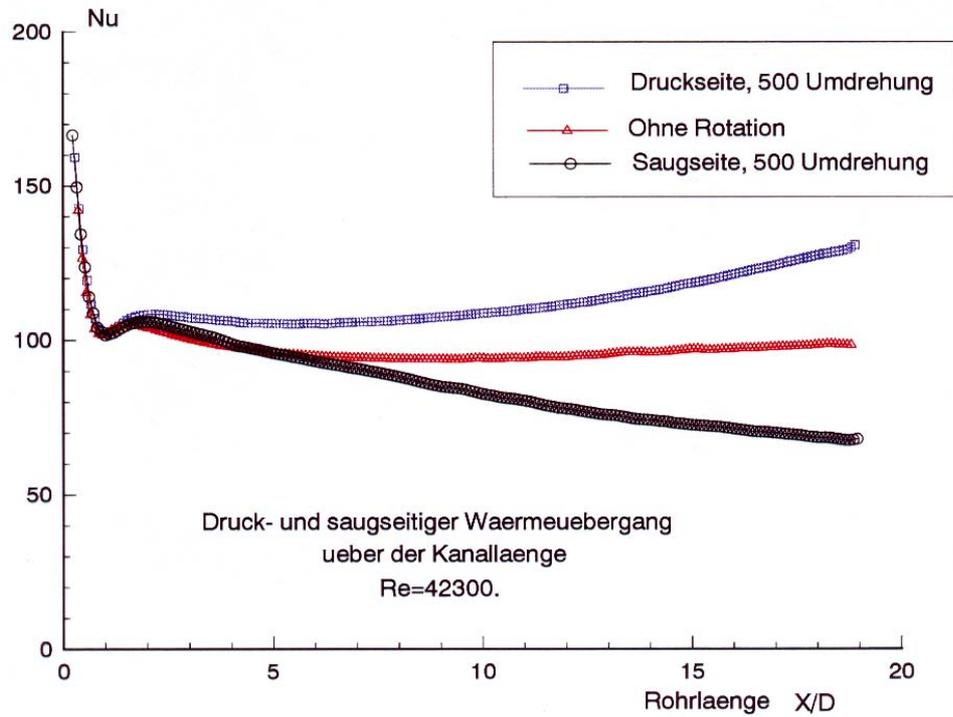


Abbildung 59: Nusseltzahlverteilung in Längsrichtung

## 11 Zusammenfassung und Ausblick

Kühlmechanismen für Schaufeln von heißgas-führenden Turbinen gewinnen an Bedeutung, da die Prozesstemperatur zur Optimierung des thermischen Wirkungsgrades gesteigert wird. Bei der Konvektionskühlung treten in den Kühlluft führenden Kanälen Rotationseffekte auf, die Wärmeübergang und Druckverlust beeinflussen. In der vorliegenden Arbeit werden Experimente zur Bestimmung des Druckverlusts in Kanälen mit dreieckigem, viereckigem und kreisförmigem Querschnitt mit einem inkompressiblen 3D Navier-Stokes-Verfahren nachgerechnet. Für die Turbulenzmodellierung wird ein Standard  $k$ - $\epsilon$  Modell verwendet, die Gleichungen werden explizit mit einem 2-Schritt Runge-Kutta-Verfahren gelöst. Die Ergebnisse der Rechnungen werden mit Messdaten verglichen und die Strömung in den Kanälen analysiert.

Die Analyse der Strömungen ergibt, dass sich die Sekundärwirbel in Gebieten mit dünnen Grenzschichten aufgrund der hohen lokalen Schubspannungen mit zunehmender Rossby-Zahl weiter zur Druckseite und zur Kanalwand verlagern. Bei ausgebildeter Strömung und bei niedrigen Reynolds-Zahlen wird dieser Effekt schwächer, und die Wirbel zentrieren sich zwischen Saug- und Druckseite. Für den Dreieckkanal ist eine Verlagerung nur für den seitlichen Wirbel zu erkennen, für den anderen Wirbel heben sich die Grenzschichteffekte von Druck- und Saugseite gegenseitig auf. Am Eintritt wird das ruhende Medium zunächst auf der Saugseite beschleunigt, da dort der größere Druckgradient in axialer Richtung herrscht, während auf der Druckseite das axiale Druckgefälle durch Coriolis-Effekte verringert wird. Die Coriolis-Kräfte verlagern den schnellen Strömungskern aus der Mitte des Kanals zur Druckseite. Für den quadratischen und kreisförmigen Querschnitt ergibt sich dabei mit wachsender Rossby-Zahl eine nierenförmige Verformung des Strömungskerns. Dadurch wird eine größere Fläche von schnellem Fluid durchströmt, und bei konstantem Massenstrom sinkt die Maximalgeschwindigkeit. Beim Dreieckkanal können die Sekundärwirbel das langsame Fluid auf der Saugseite nicht erfassen, und der Strömungskern wird nicht deformiert. Geometriebedingt hat die Verlagerung auch eine Verkleinerung der von schnellem Fluid durchströmten Fläche zur Folge, so dass sich die Maximalgeschwindigkeit mit der Rossby-Zahl erhöht.

Die berechneten Druckverluste stimmen für alle Kanäle und Rotationsfälle gut mit den experimentellen Daten überein. Mit steigender Rossby-Zahl wachsen die Verluste an, die Abhängigkeit von der Rossby-Zahl wird mit zunehmender Reynolds-Zahl schwächer. Es wird vermutet, dass sich die zusätzlichen Verluste durch Rotationseffekte asymptotisch verhalten. Die Coriolis-Effekte verlagern den schnellen Strömungskern auf die Druckseite,

auf der infolgedessen die lokalen Reynolds-Zahlen ansteigen. Die Verluste werden mit Rotation unabhängig von der Querschnittsform auf der Saugseite der Kanäle am größten, während sie sich auf der Druckseite verringern. Im Kreiskanal existiert ein Gebiet lokal niedrigerer Druckverluste in der Mitte der Saugseite, wo die durch die Sekundärwirbel induzierten Geschwindigkeiten sehr klein werden und geringere Verluste produzieren. Mit steigender Rossby-Zahl wird dieses Gebiet größer. Durch denselben Effekt wird der Druckverlust in der Mitte der Druckseite weiter verringert.

Die Strömung ist am Austritt der Kanäle noch nicht ausgebildet. Die berechneten Widerstandsbeiwerte  $\lambda$  sind daher für den rotationsfreien Fall größer als nach dem Blasius'schen Widerstandsgesetz. Quantitative Aussagen über das Verlustverhalten von rotierenden Kanälen könnten erlangt werden, wenn die Druckverlustkurven durch Funktionen approximiert und die Funktionsparameter mit Reynolds- und Rossby-Zahl für die verschiedenen Querschnittsformen korreliert würden. Die Integration dieser Funktionen über die jeweilige Kanallänge ergäbe dann die gesuchten Druckverlustkoeffizienten. Für eine solche Vorgehensweise müssten zahlreiche weitere Nachrechnungen durchgeführt werden, um eine verlässliche Datenbasis für die Korrelationen zu erhalten. Aus den vorliegenden Berechnungen lassen sich Druckverlustkoeffizienten für Kanäle bis zu der berechneten Länge durch Integration bestimmen. Für andere als die nachgerechneten Rossby-Zahlen können die Werte in guter Näherung interpoliert werden. Für andere Reynolds-Zahlen ist eine Interpolation fehlerbehaftet, da die Ausbildung der Strömung reynoldszahlabhängig ist. Ebenso ist die Extrapolation für längere Kanäle nicht zulässig.

Das Rechenverfahren zeigte gute Konvergenzeigenschaften. Für Rechnungen mit Rotation muss bei Variation der vorgegebenen Drücke zuvor die Dämpfung stark erhöht und dann schrittweise reduziert werden.

Zur Berechnung der Temperatur in der Wandnähe wird ein Zweischichtmodell von Kays und Crawford [28] eingesetzt, das sich sehr gut bewährt hat. Die Berechnungen und Vergleiche der Wärmeübergänge für die ebene Platte und in nichtrotierenden Kanälen mit Kreisquerschnitt zeigen eine sehr gute Übereinstimmung. Aus den Rechnungen kann ermittelt werden, dass der Wärmeübergang in rotierenden Kühlkanälen allgemein höher liegt als der im Falle ohne Rotation. Er ist eine Funktion der Rotations- und Reynoldszahl und kann laut experimenteller Ergebnisse von Elfert bis zu 25% ansteigen.

### 11.1 Umgang mit dem Strömungslöser

Der Strömungslöser zeigte gute Konvergenzeigenschaften. Bei der Einstellung der Massenströme über die Vorgabe von Totaldruck am Eintritt und statischem Druck am Austritt in Fällen mit Rotation können Probleme bei zu niedriger Dämpfung 2. Ordnung auftreten. Die durch das Rechengebiet laufenden Pseudodruckwellen induzieren auf der Druckseite nichtphysikalische Wirbel, die die Konvergenz verhindern und auch durch nachträgliches Dämpfen nicht zu eliminieren sind. Hierbei zeigen sich die eckigen Querschnitte anfälliger als das Kreisrohr. Vor Änderung der Randbedingungen müssen daher mit der Dämpfung 2. Ordnung die Rotationseffekte gedämpft werden. Nachdem die Druckwelle das gesamte Rechengebiet durchlaufen hat, wird die Dämpfung schrittweise zurückgenommen. Bei einer auskonvergierten Lösung zum Schluss soll die Dämpfung 2. Ordnung gleich Null und die Dämpfung 4. Ordnung möglichst klein gehalten werden.

## 12 Literaturverzeichnis

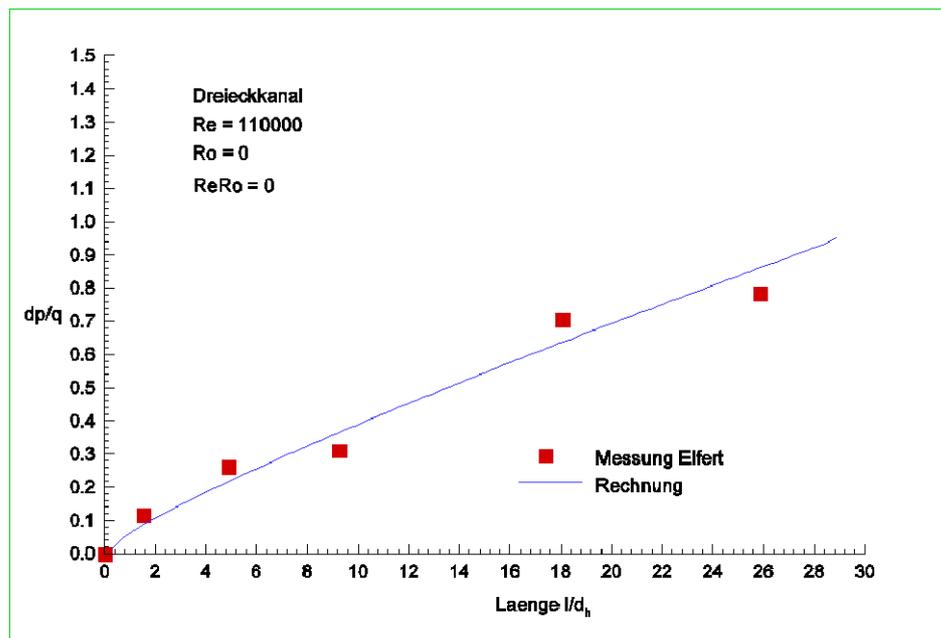
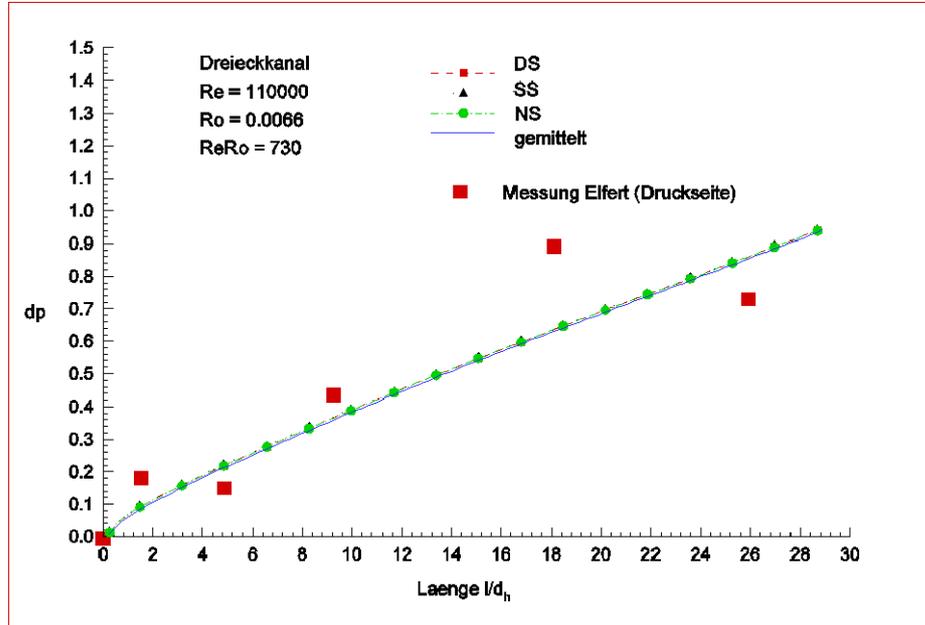
- [1] Elfert, M., Abschlussbericht zum BMFT Vorhaben 0326500E, Wärmeübergang in rotierenden Kühlkanälen von Gasturbinenschaufeln, Inst. für Antriebstechnik der DLR, Köln, 1993
- [2] Elfert, M., Hoevel, H., Towfighi, K., The Influence of Rotation and Buoyancy on Radially Inward and Outward Directed Flow in a Rotating Circular Coolant Channel, AIAA 20<sup>th</sup> Congress of the International Council of Aeronautical Sciences, Sorento, Napoli, 8.-13.09.1996
- [3] Wagner, R.E., Velkoff, H.R., Measurements of Secondary Flows in a Rotating Duct, ASME Journal of Engineering for Power, pp.261-270, Oct.1972
- [4] Dutta, S.; Andrews M.J., Han, Simulation of Turbulent Heat Transfer in a Rotating Duct, AIAA Journal of Thermophysics, Vol.9, No.2, pp.381-382, 1994
- [5] Medwell, J.O., Morris, W.D., Xia, J.Y., Taylor, C., An Investigation of Convective Heat Transfer in a Rotating Coolant Channel, ASME Journal of Turbomachinery, Vol.113, pp. 354-359, 1991
- [6] Tekriwal, P., Heat Transfer Predictions in Rotating Radial Smooth Channel: Comparative Study of k- $\epsilon$  Models with Wall Function and Low-Re Model, ASME Paper 94-GT-196
- [7] Tekriwal, P., Heat Transfer Predictions With Extended k- $\epsilon$  Turbulence Model in Radial Cooling Ducts Rotating in Orthogonal Mode, ASME Journal of Heat Transfer, Vol.116, pp.369-380, May 1994
- [8] Iacovides, H., Launder, B.E., Turbulent Momentum and Heat Transport in Square-Sectioned Ducts Rotating in Orthogonal Mode, Numerical Heat Transfer, pp.475-491, Vol.12, 1987
- [9] Iacovides, H., Launder, B.E., Parametric and Numerical Study of Fully-Developed Flow and Heat Transfer in Rotating Rectangular Ducts, ASME Paper 90-GT-24
- [10] Prakash, C., Zerkle, R., Prediction of Turbulent Flow and Heat Transfer in a Radially Rotating Square Duct, ASME Journal of Turbomachinery, pp.835-845, Vol. 114, October 1992
- [11] Sathyamurthy, P.S., Karki, K.C., Patankar, S.V., Prediction of Turbulent Flow and Heat Transfer in a Rotating Square Duct with 180 deg Bend, ASME Paper 94-GT-197

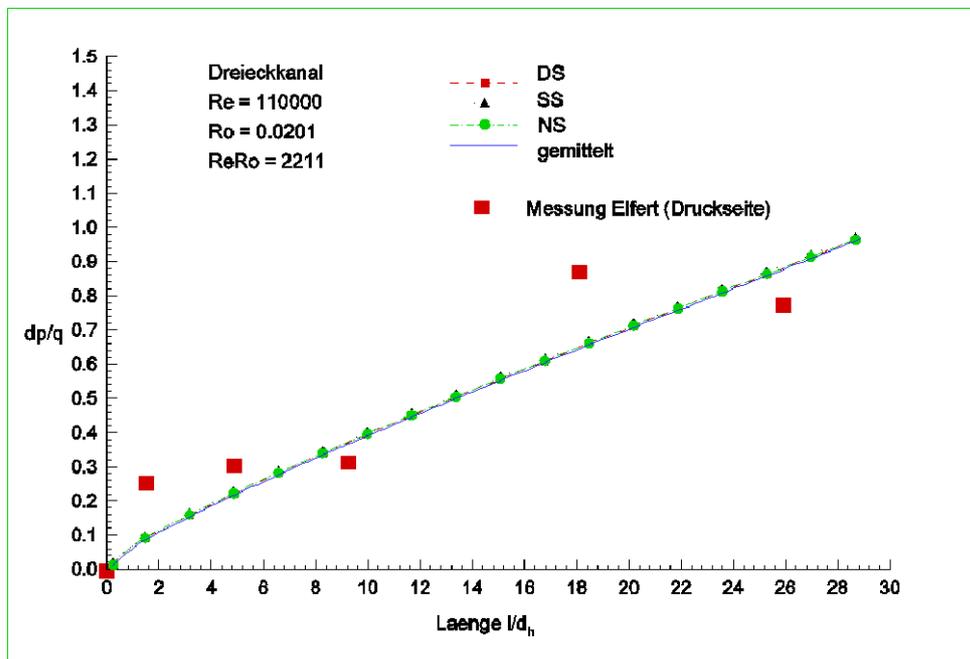
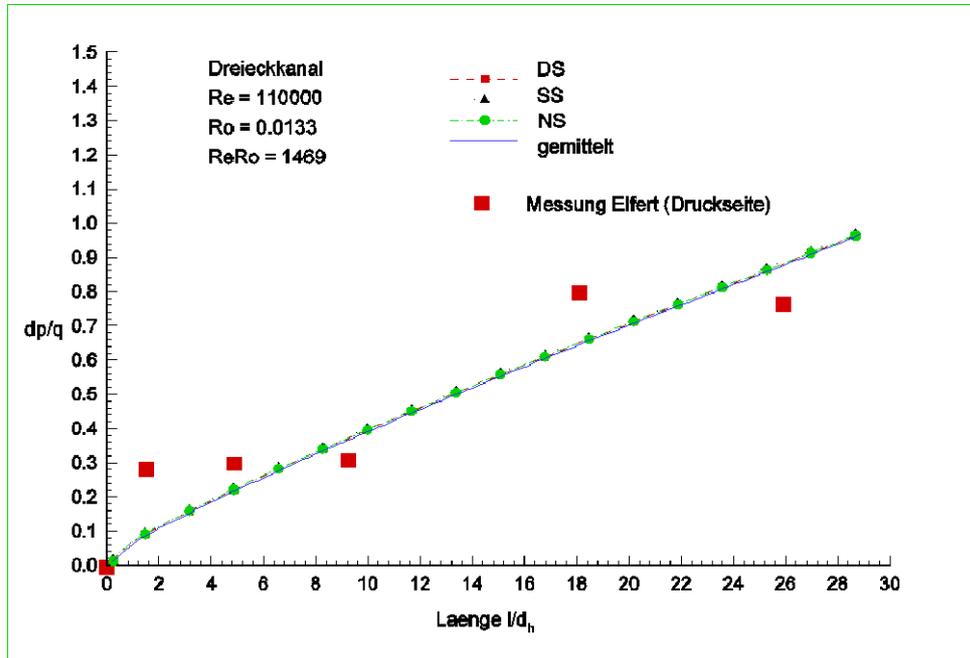
- [12] Warfield, M.J., Lakshminarayana, B., Computation of Rotating Turbulent Flow with an Algebraic Reynolds Stress Model, AIAA Journal, Vol.25, No.7, July 1987
- [13] Hein, O., Theoretische und experimentelle Analyse der Strömung in einem senkrecht zur Drehachse rotierenden Kanal, Inst. für Antriebstechnik der DLR, Köln, Interner Bericht
- [14] Nikuradse, J., Gesetzmäßigkeit der turbulenten Strömung in glatten Röhren, Forschungsarbeit Ingenieur Wesen, Heft 356, 1932
- [15] Schlichting, H.; Grenzschicht-Theorie, Verlag G.Braun, Karlsruhe, 1982
- [16] Vogel, D.T. Numerische Untersuchung des Mischungsverhaltens von Filmkühlstrahlen in Turbinenströmungen, Inst. für Antriebstechnik der DLR, Köln, Dissertation Ruhr-Universität Bochum, DLR Forschungsbericht 96-35, 1996
- [17] Rizzi, A., Eriksson, L.-E., Computation of Inviscid Incompressible Flow with Rotation, Journal of Fluid Mechanics, pp. 275-312, Vol. 153, 1985
- [18] NUMET '94, Kurzlehrgang, Numerische Methoden zur Berechnung von Strömungs- und Wärmeübergangsproblemen, Lehrstuhl für Strömungsmechanik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 28.Feb.-3.März 1994
- [19] Chorin, A.J., A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems, Journal of Computational Physics, pp.12-26, Vol.2, 1967
- [20] Chang, J.L.C., Kwak, D., On the Method of Pseudo Compressibility for Numerically Solving Incompressible Flows, Proceedings AIAA 22<sup>nd</sup> Aerospace Sciences Meeting, January 9-12, 1984, AIAA-84-0252
- [21] Chang, J.L.C. Kwak, D. Rogers, S.E. Yang, R.-J., Numerical Simulation Methods of Incompressible Flows and an Application to the Space Shuttle Main Engine, International Journal for Numerical Methods in Fluids, pp.1241-1268, Vol.8, 1988
- [22] Howard, J.H.G., Patankar, S.V., Bordinuik, R.M., Flow Prediction in Rotating Ducts Using Coriolis-Modified Turbulence Models, ASME Journal of Fluids Engineering, pp. 456-461, Vol.102, Dec 1980
- [23] Stephan, K., Wärmeübergang und Druckabfall laminarer Strömungen im Einlauf von Röhren und ebenen Spalten, Dissertation, TH Karlsruhe, 1959
- [24] Steffen jr., C.J., An Investigation of DTNS2D for Use as an Incompressible Turbulence Modelling Test-Bed, NASA Technical Memorandum 105593, INCOMP-92-07; CMOTT-92-04
- [25] Greenwood, D.T., Principles of Dynamics, 2<sup>nd</sup> Edition, Prentice Hall Inc.,

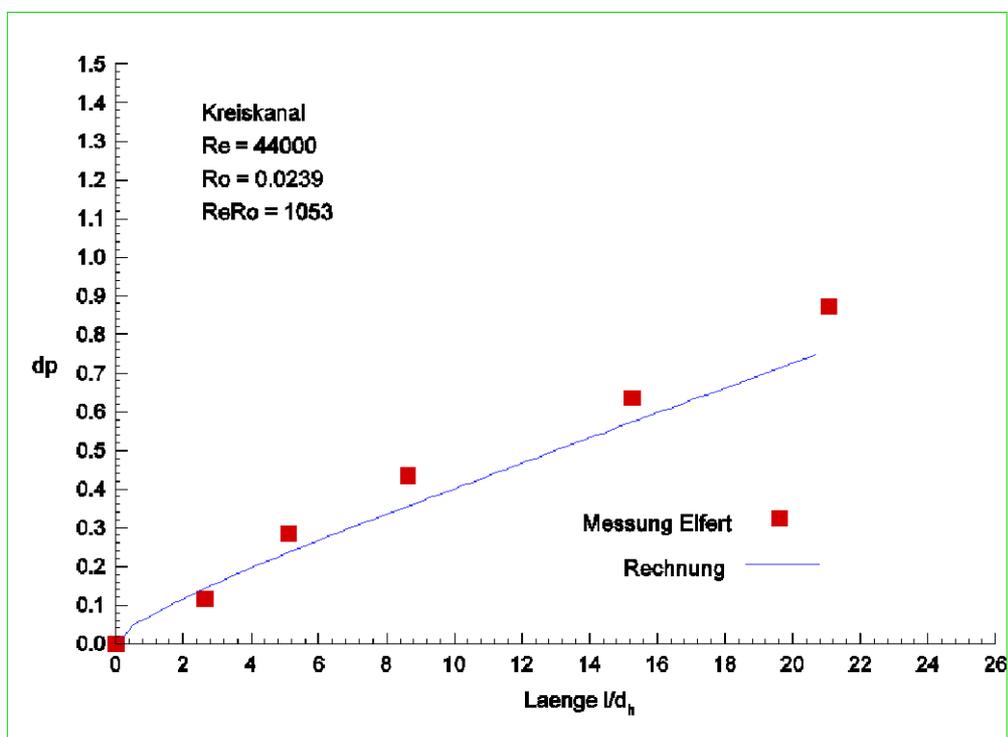
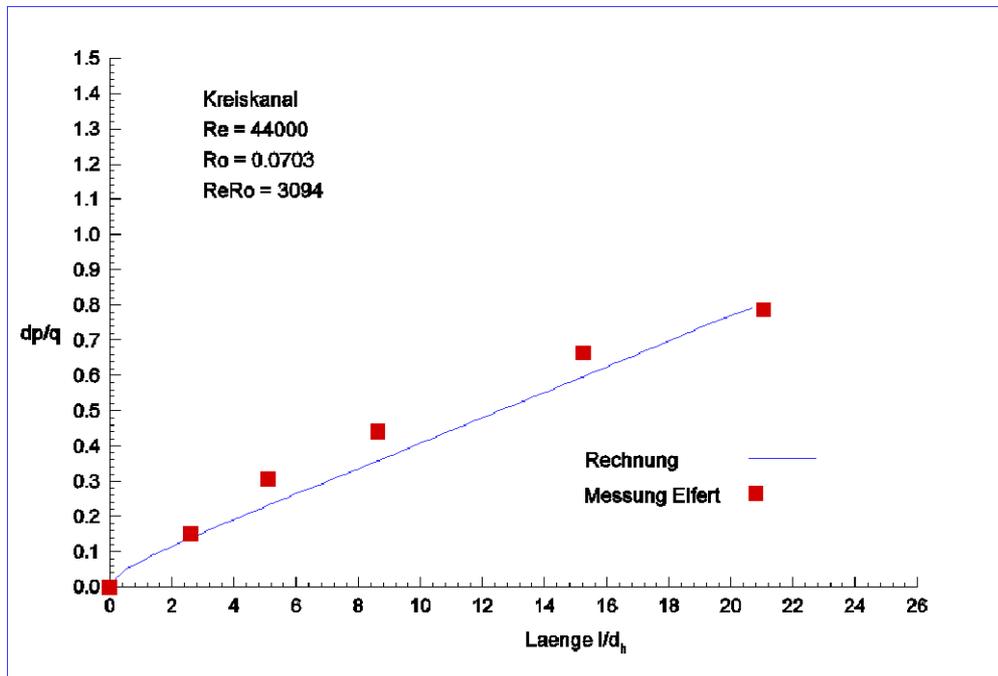
New Jersey 1988

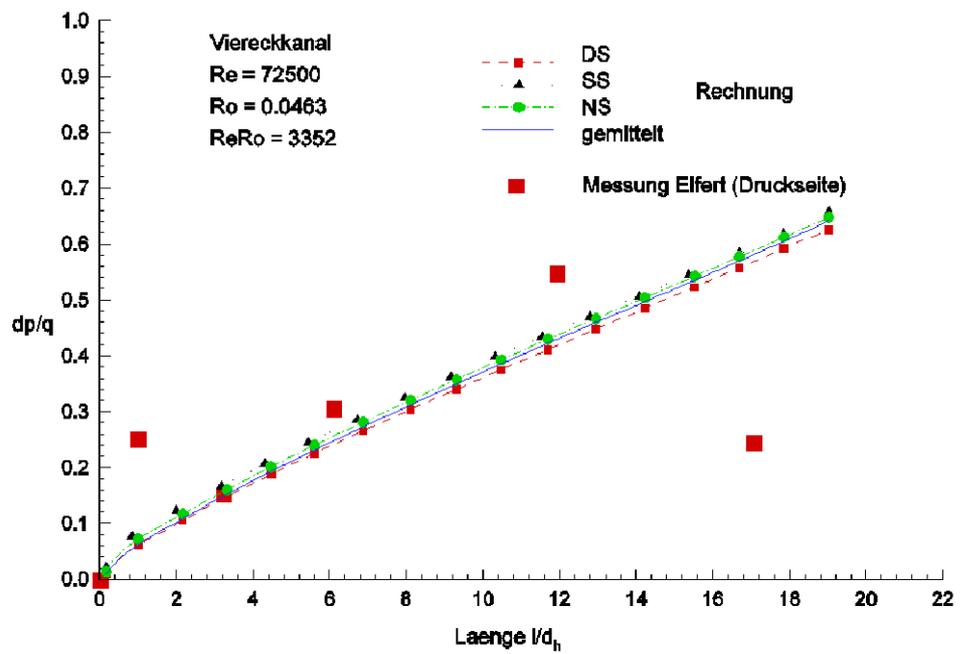
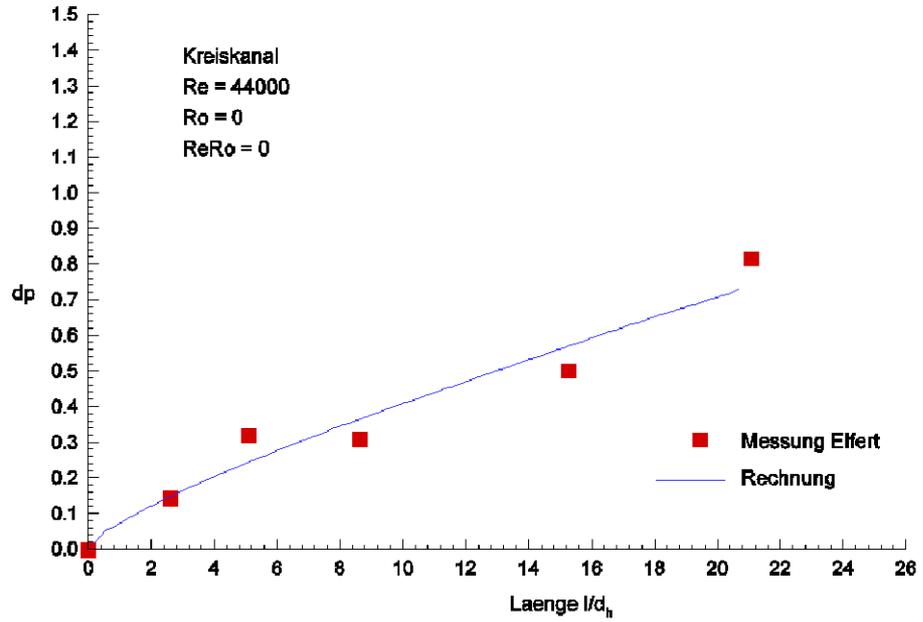
- [26] White, F.M., Viscous Fluid Flow, 2<sup>nd</sup> Edition, McGraw-Hill Inc., New York, 1991
- [27] Vogel, D.T.; Kurzmanual zum Navier-Stokes Solver BIRDY, Inst. für Antriebstechnik der DLR, Köln, nicht veröffentlicht
- [28] Kays & Crawford ; Convective Heat and Mass Transfer

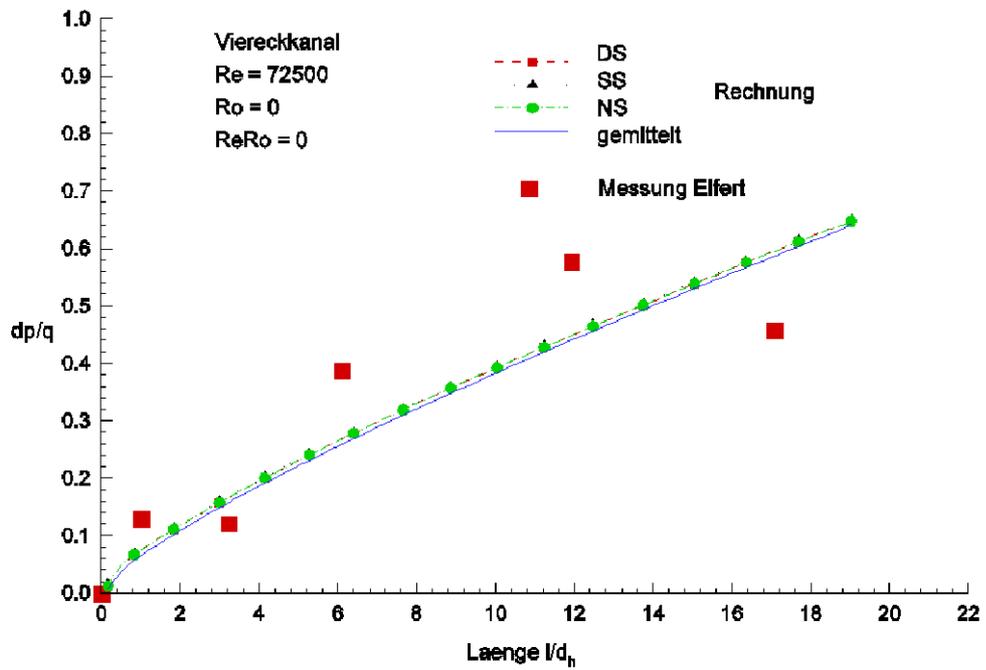
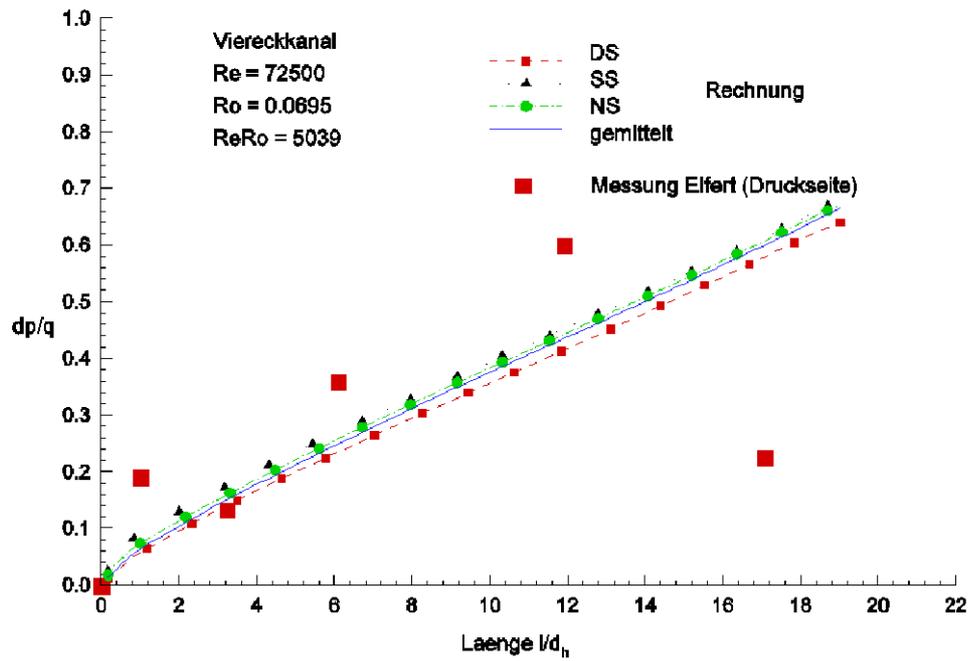
Anhang A:

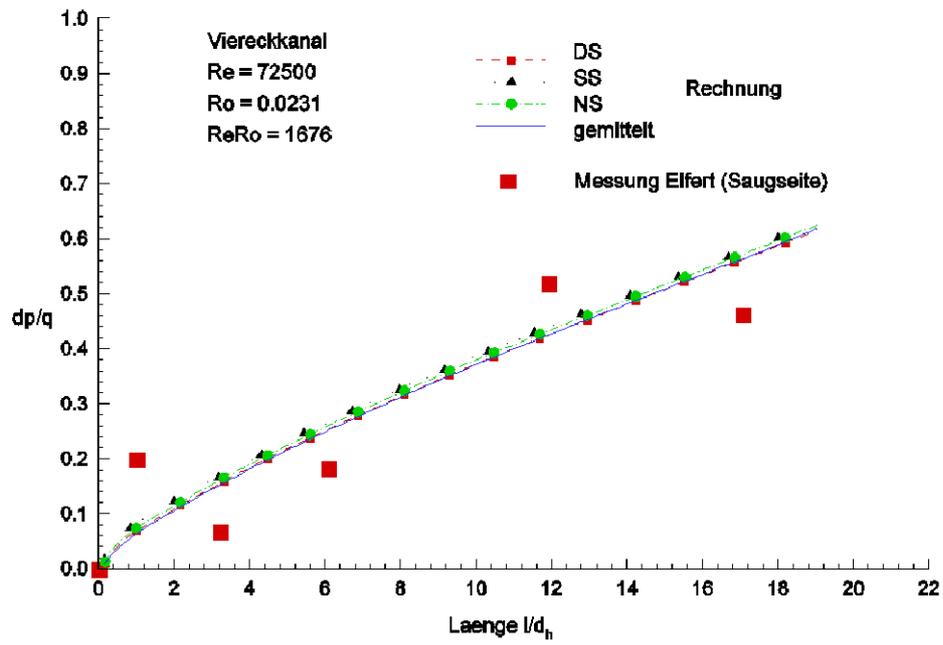




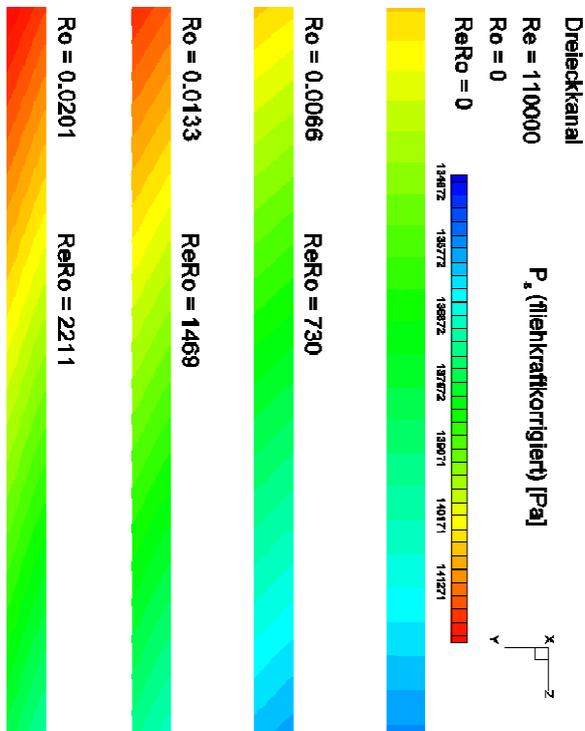
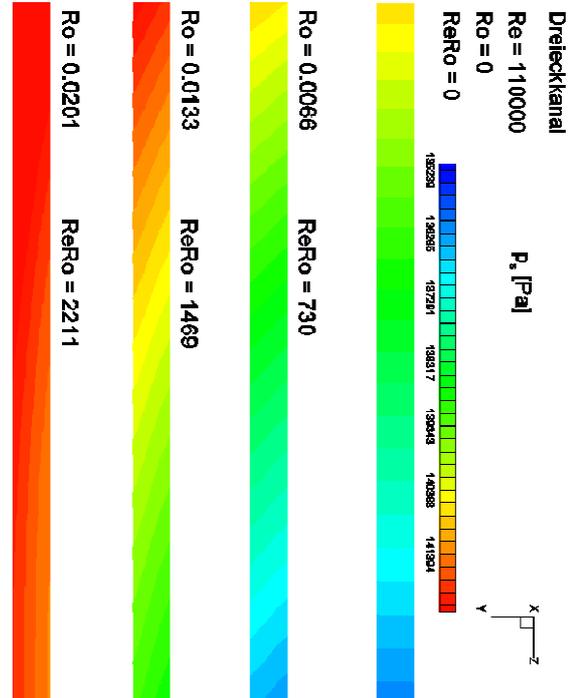


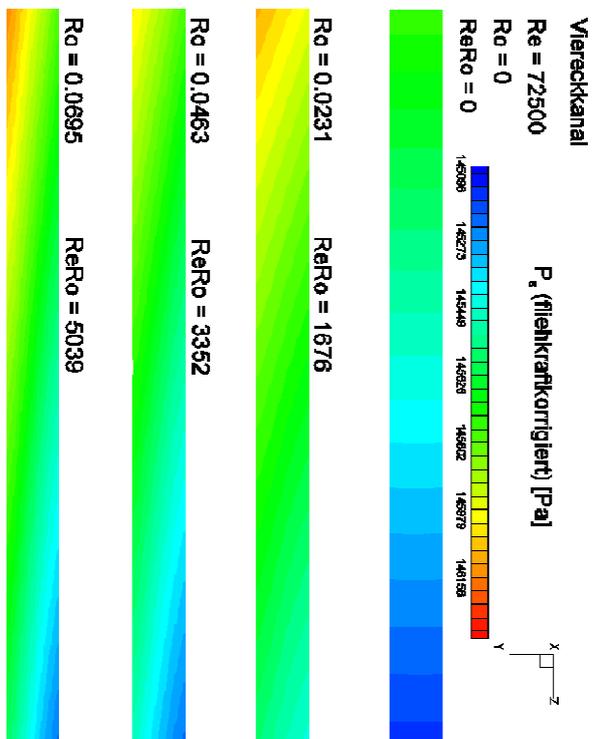
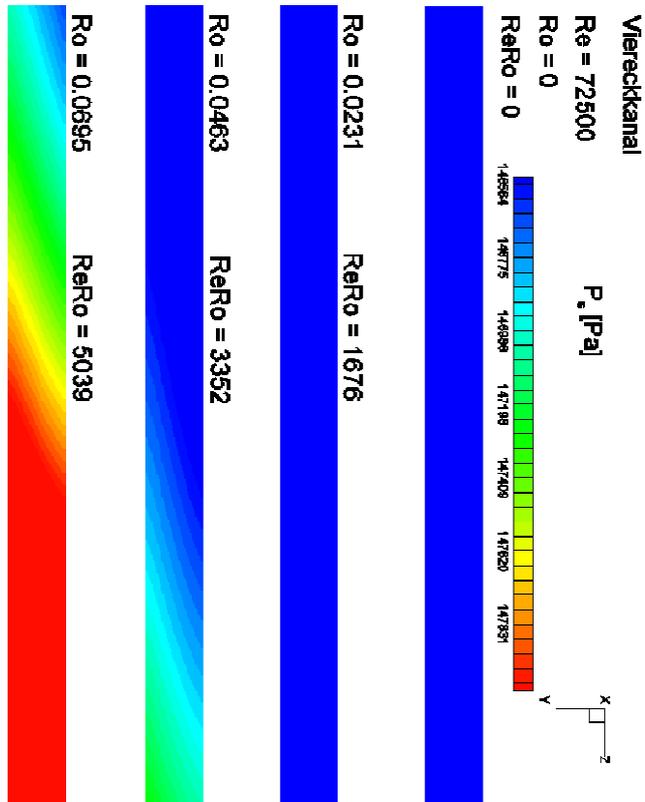


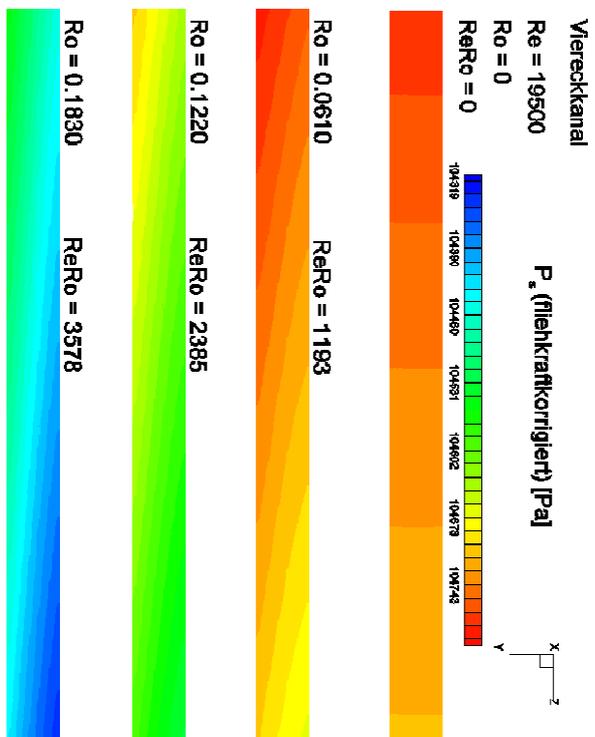
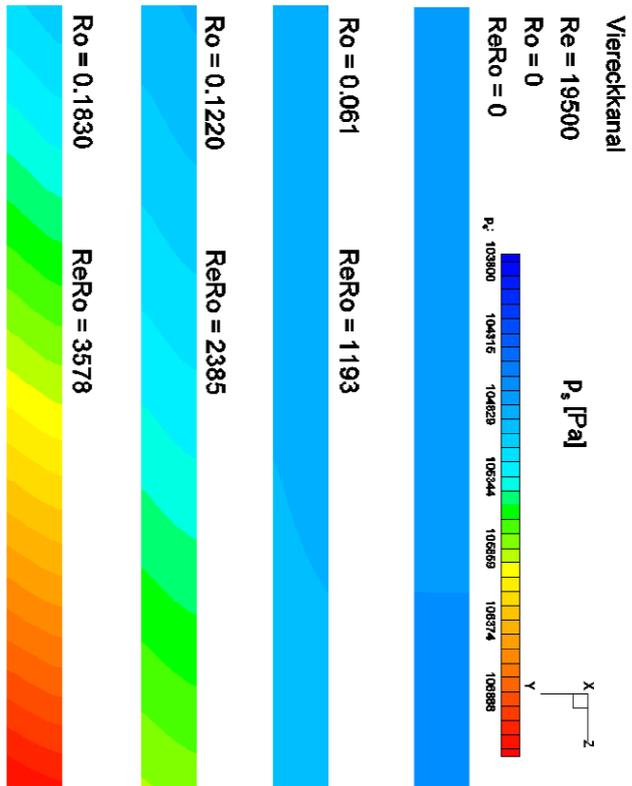


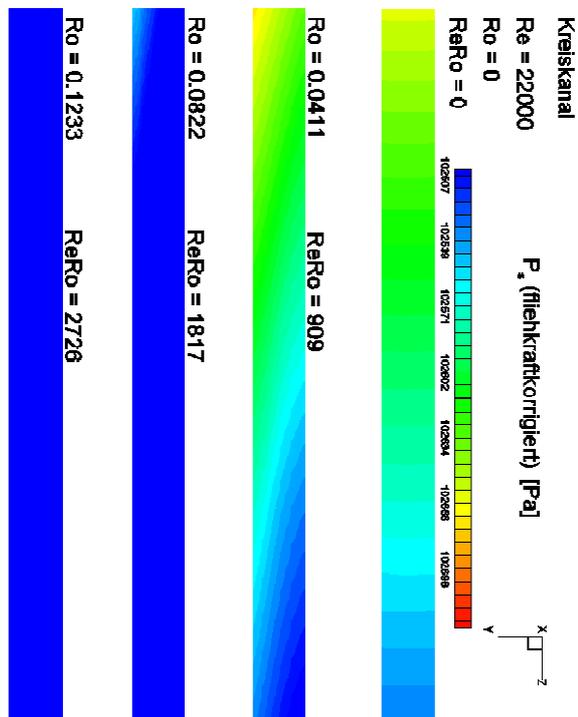
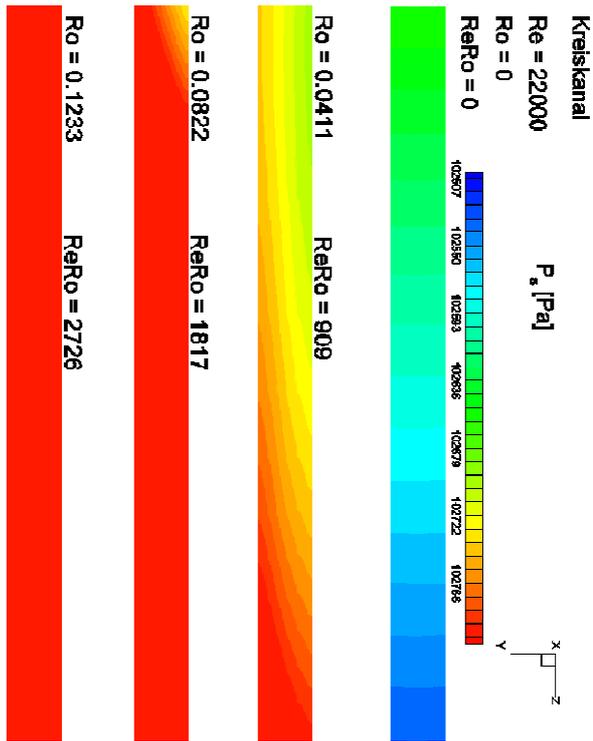


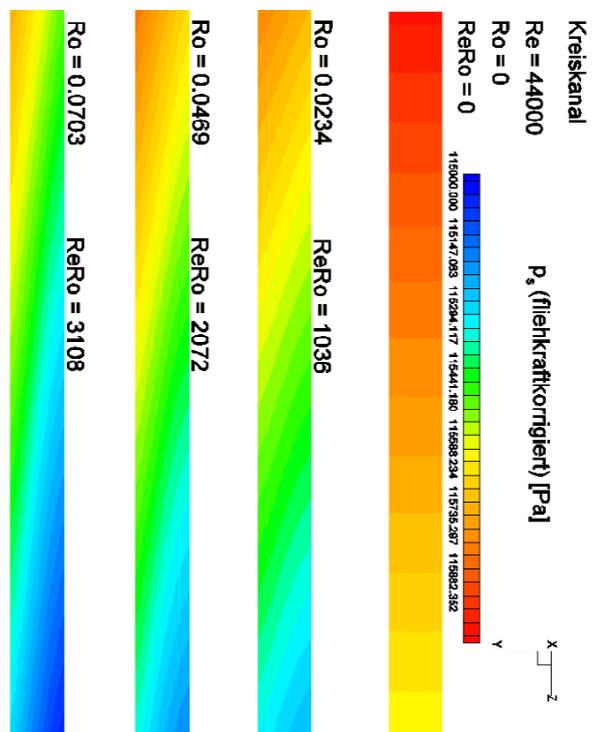
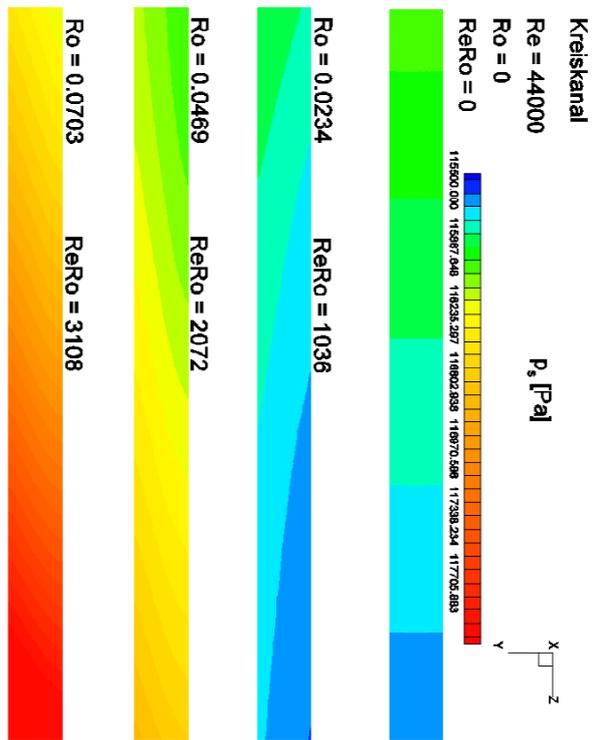
Anhang B



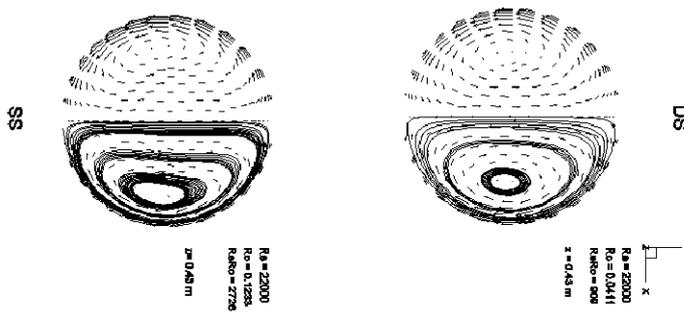
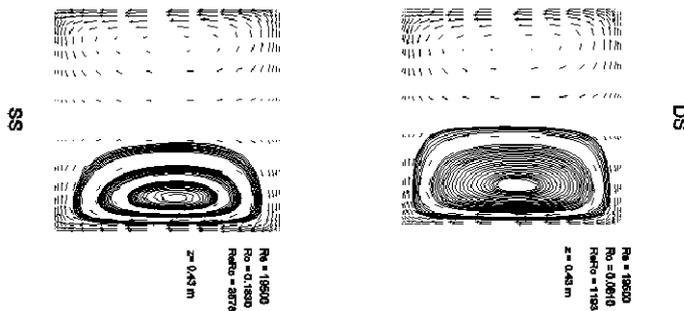
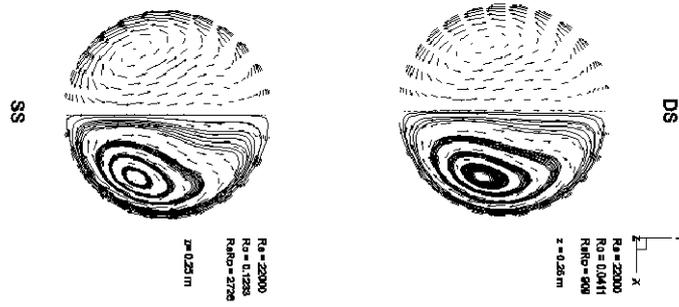
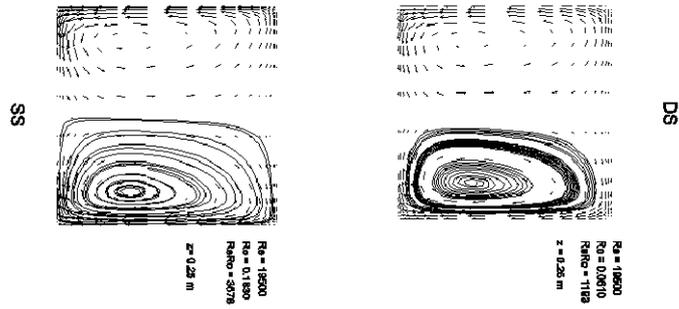




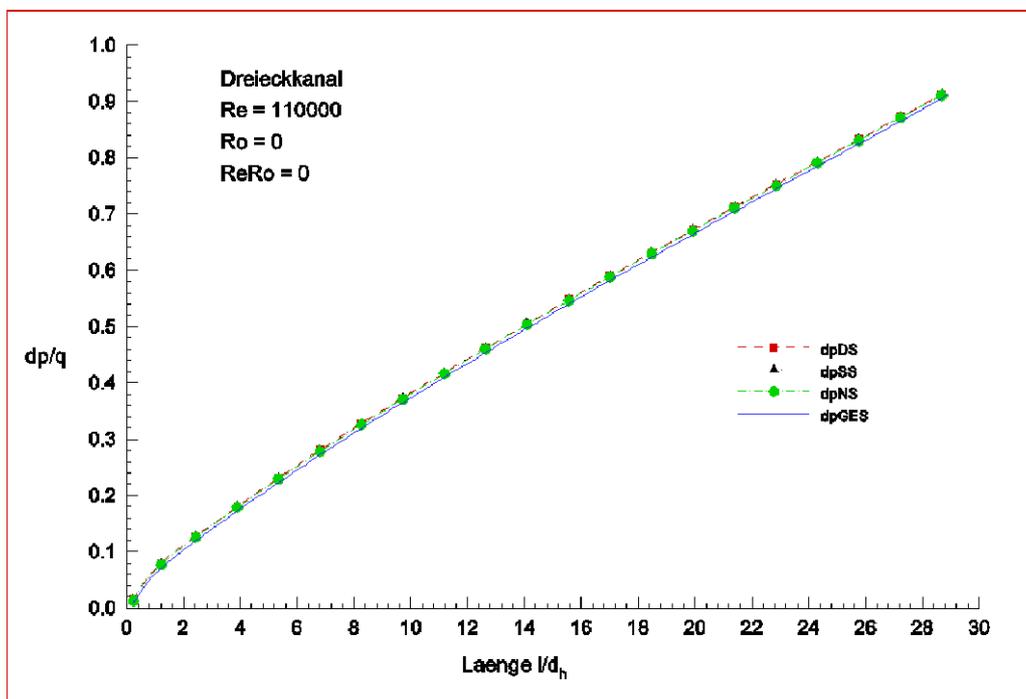
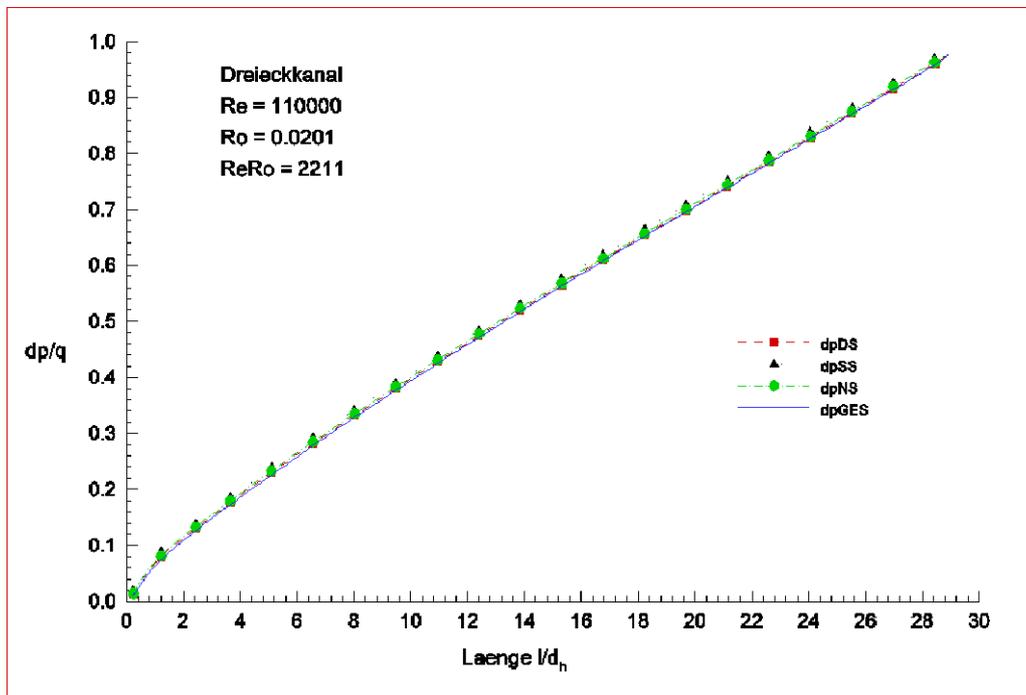


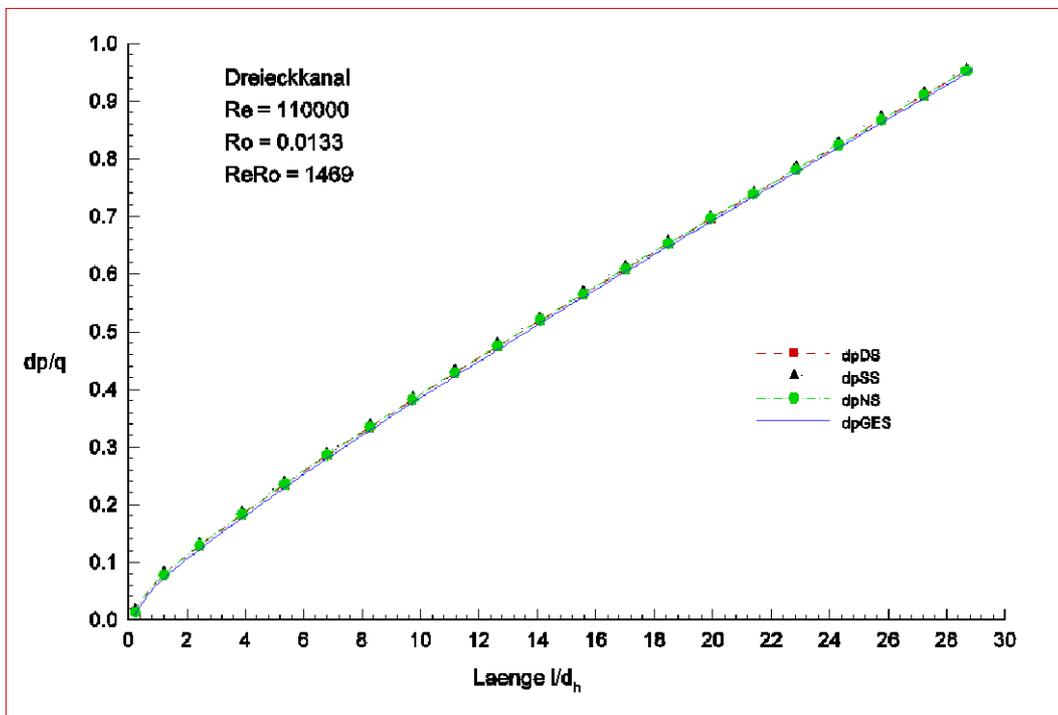
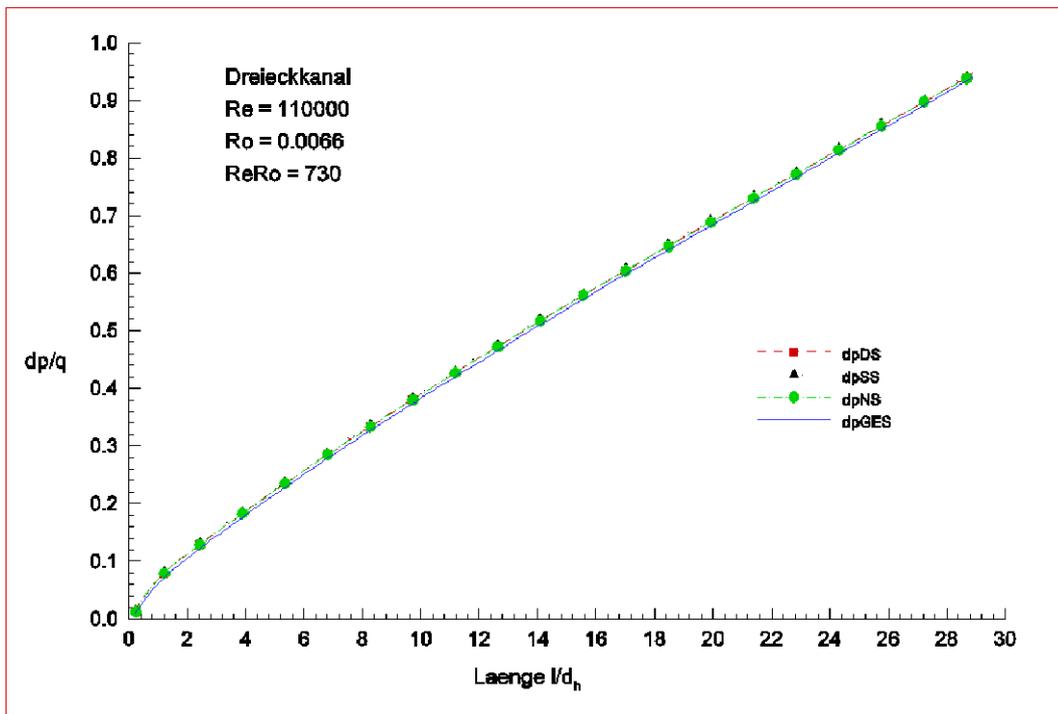


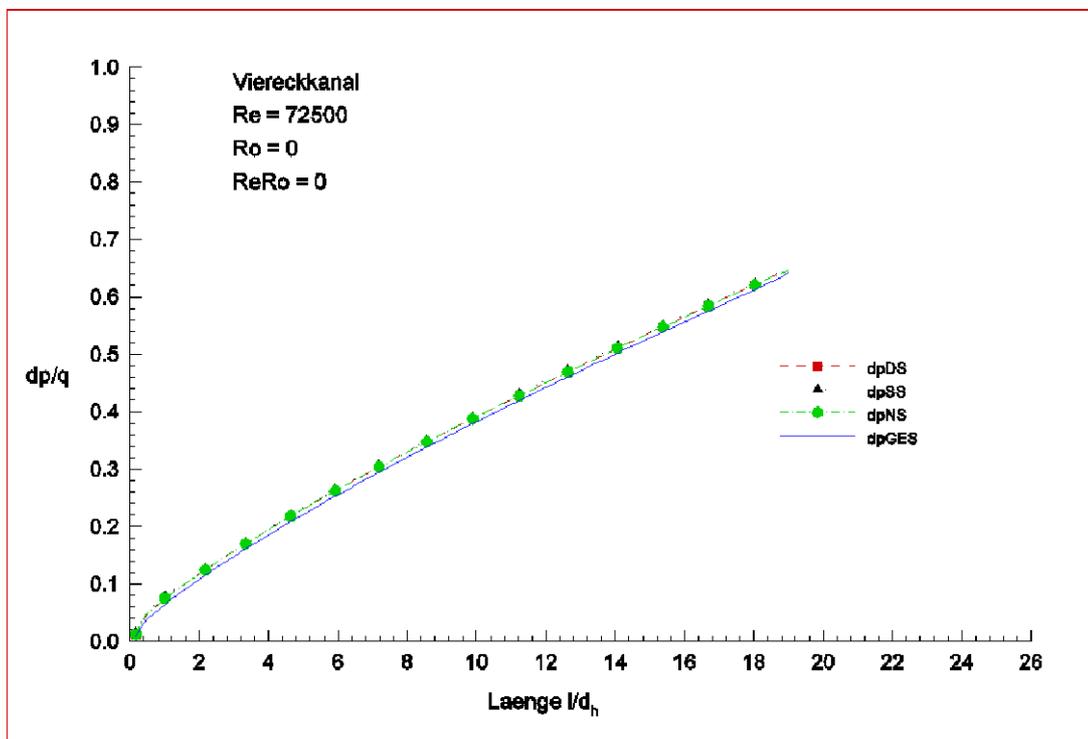
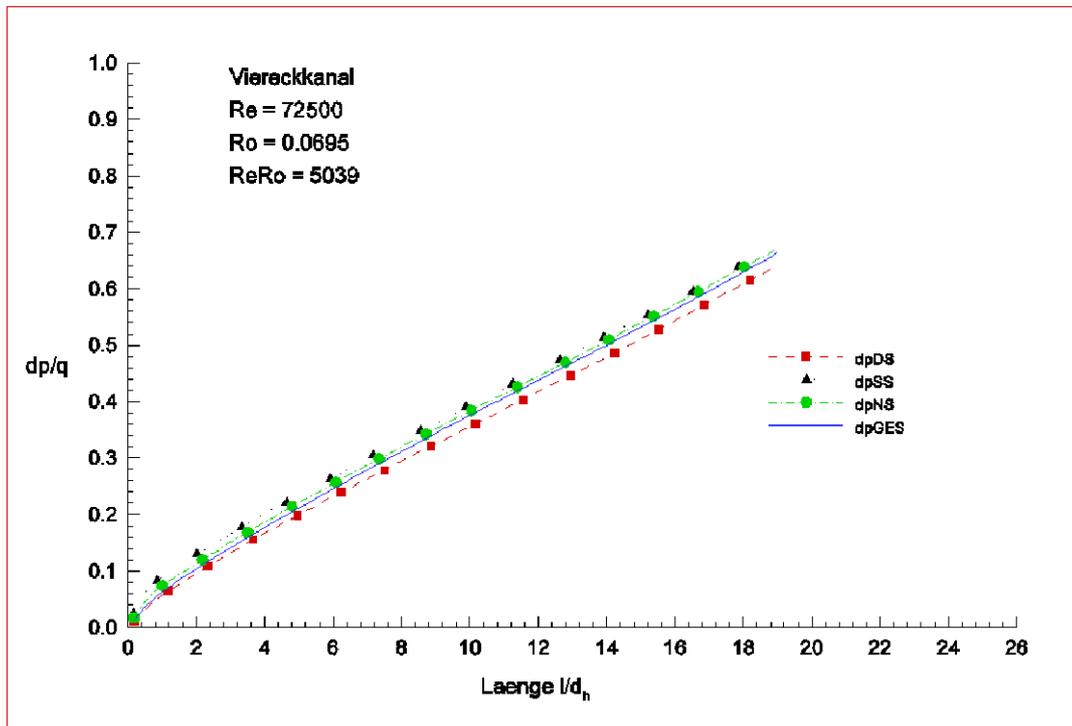
Anhang C

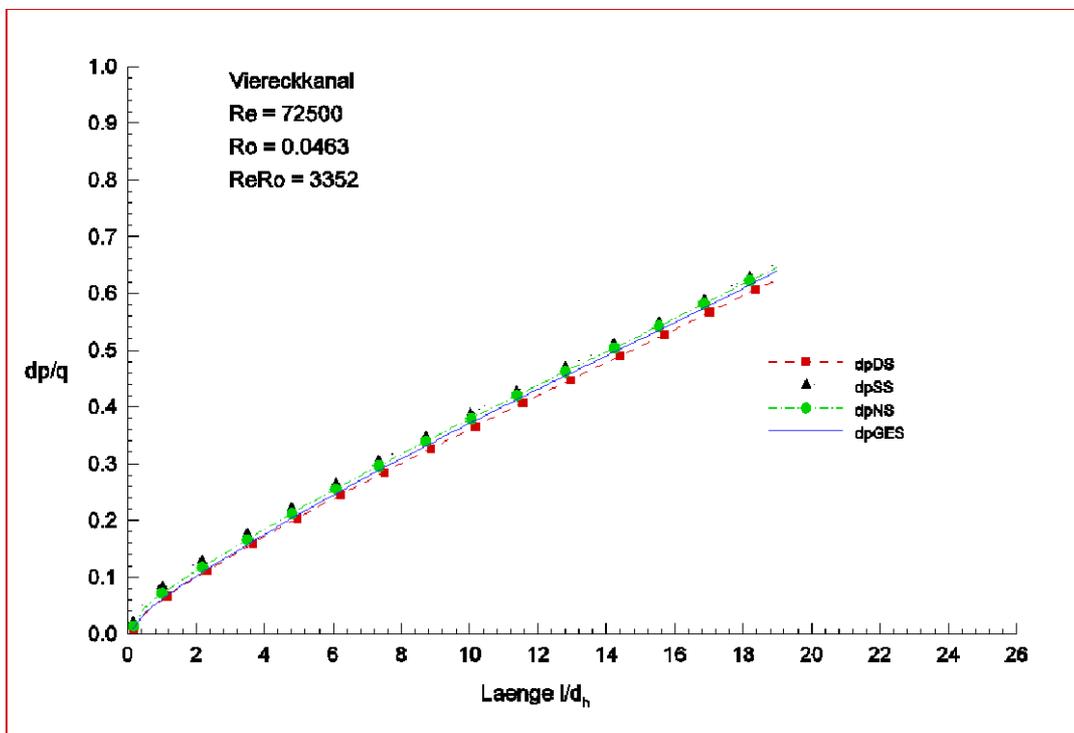
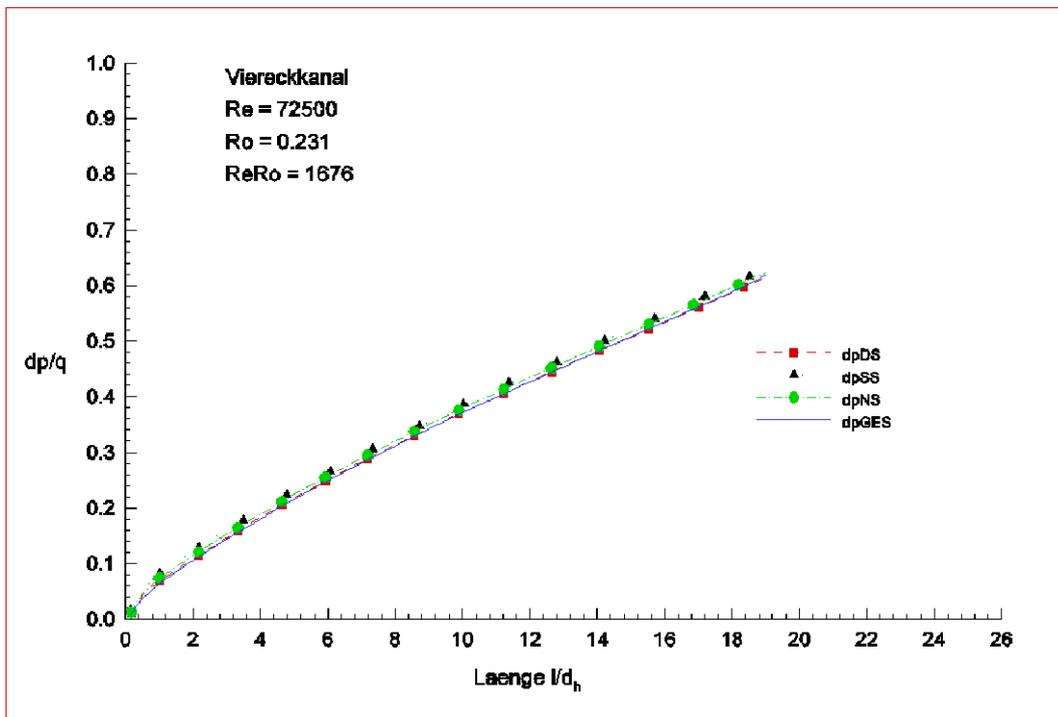


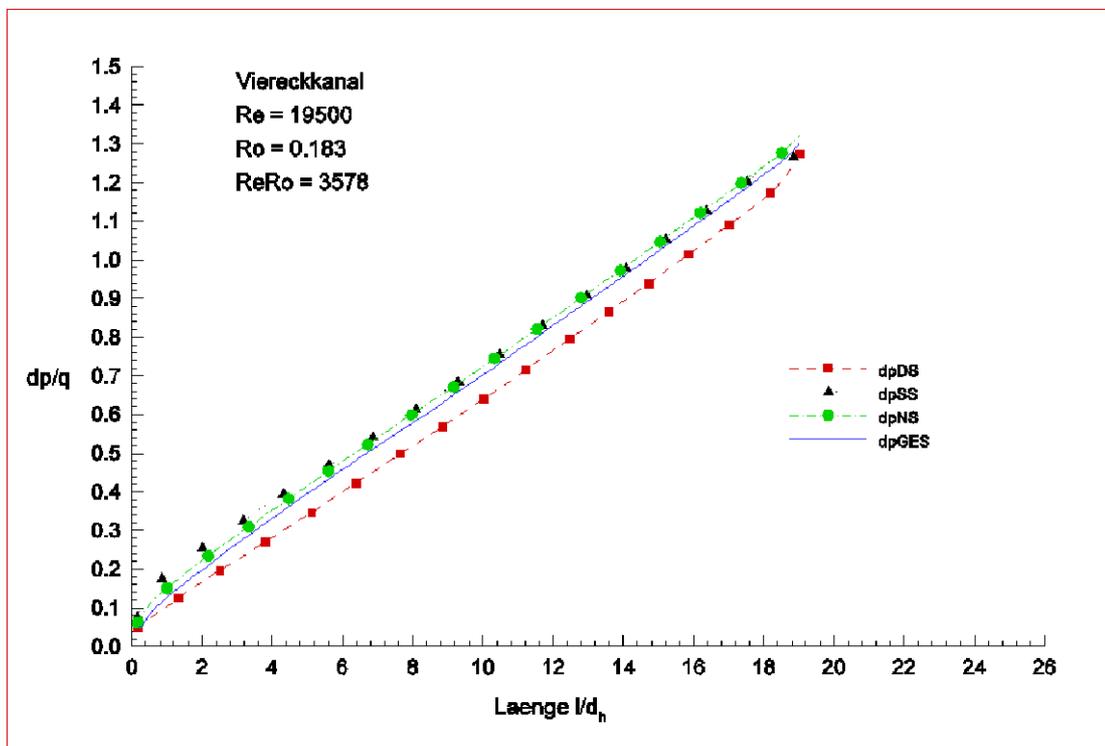
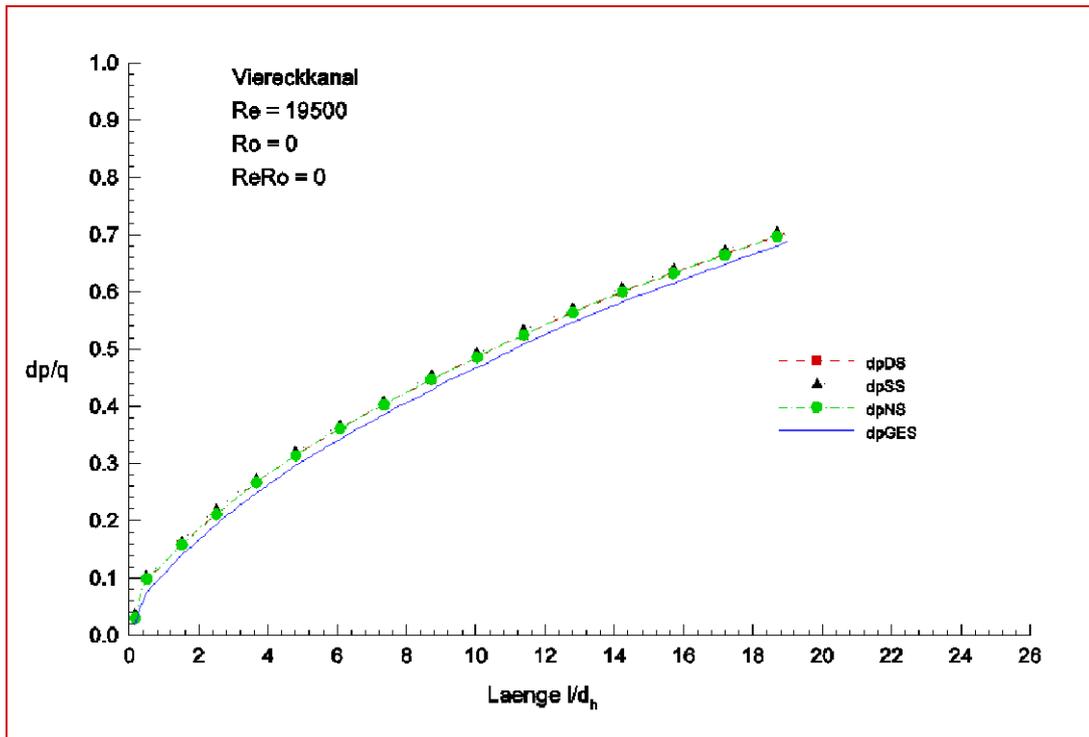
## Anhang D

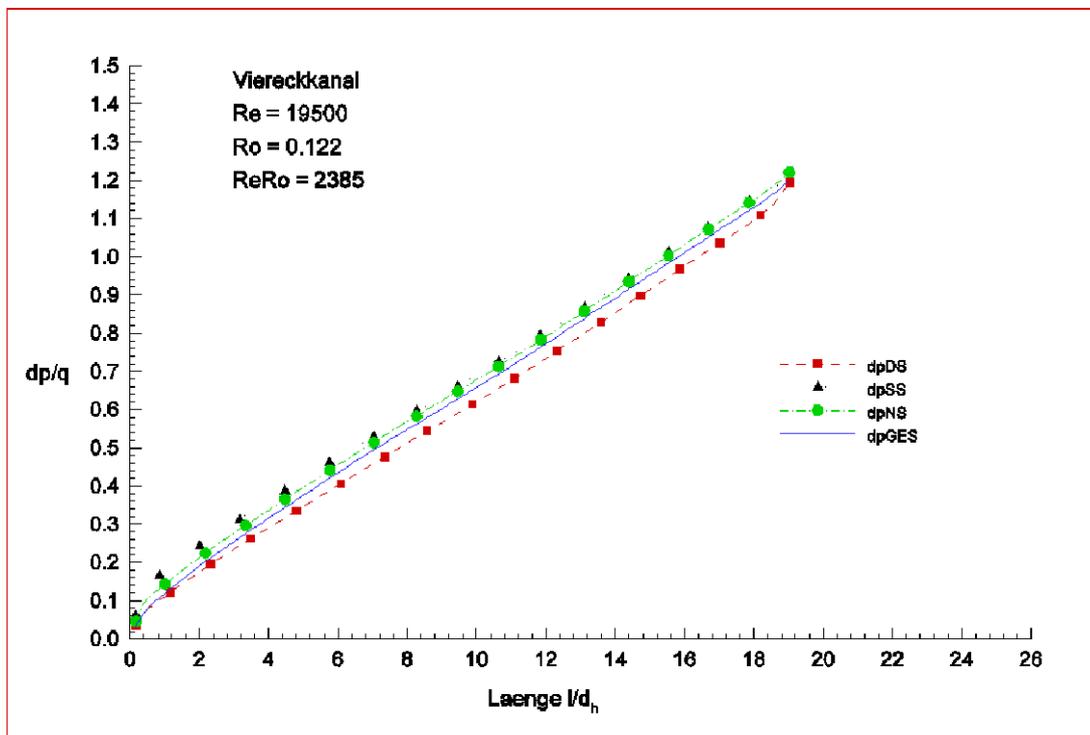
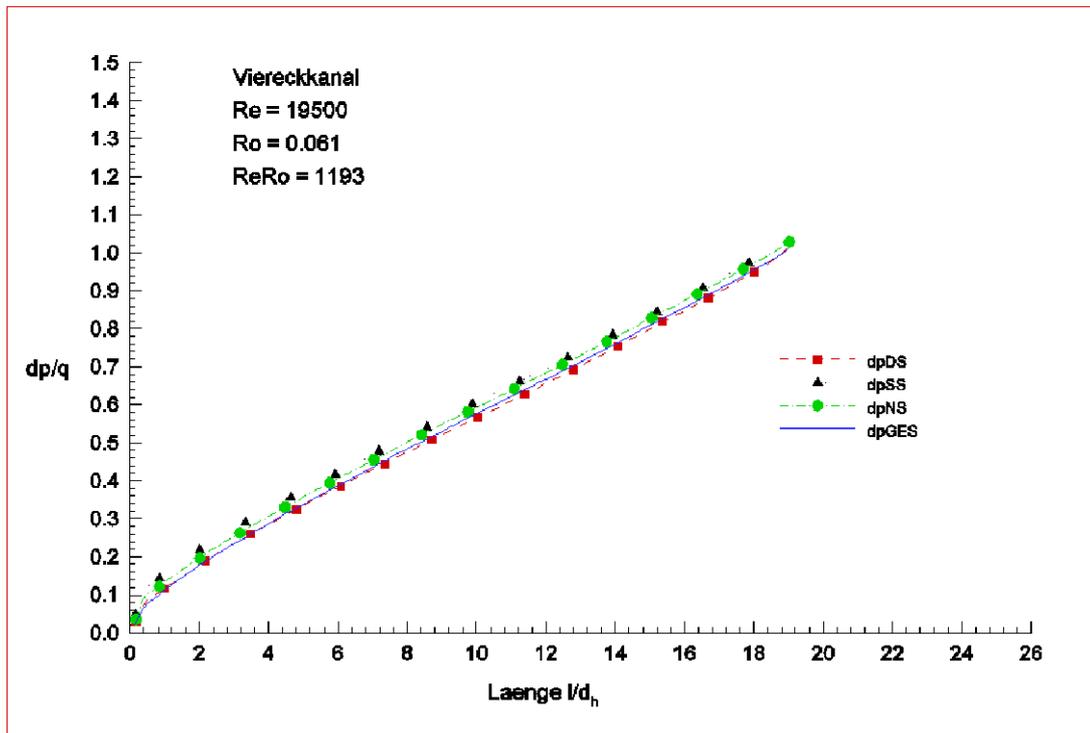








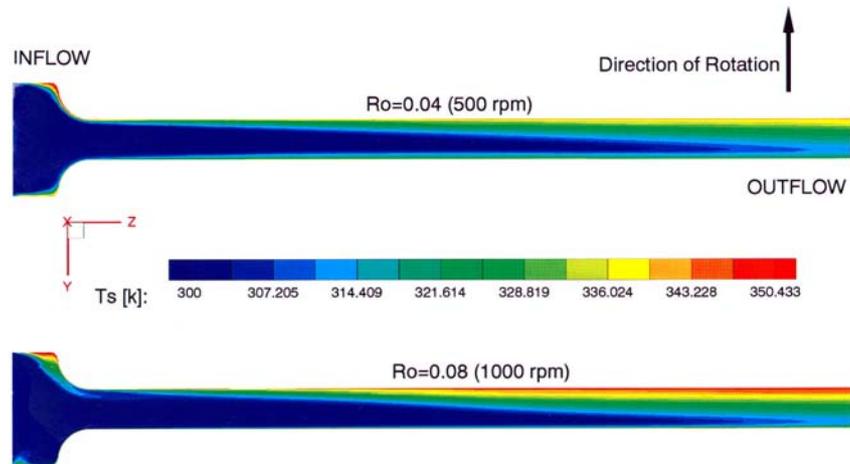




## Anhang E: Temperatur- und Wärmeübergangsverteilungen

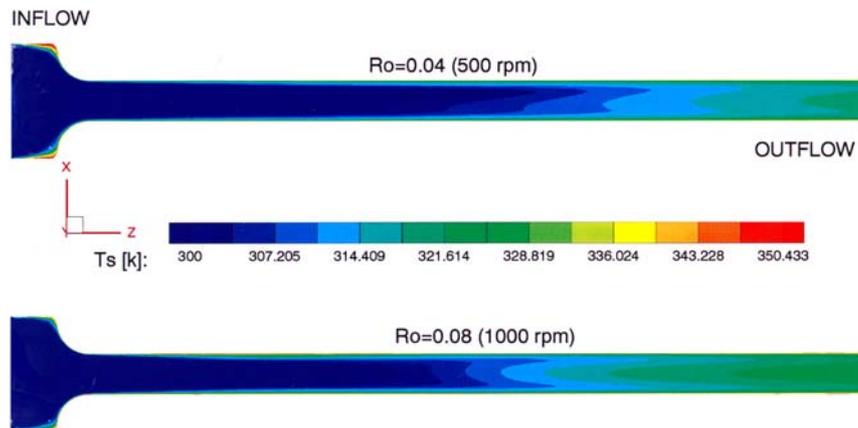
### STAT. TEMPERATURE DISTRIBUTION

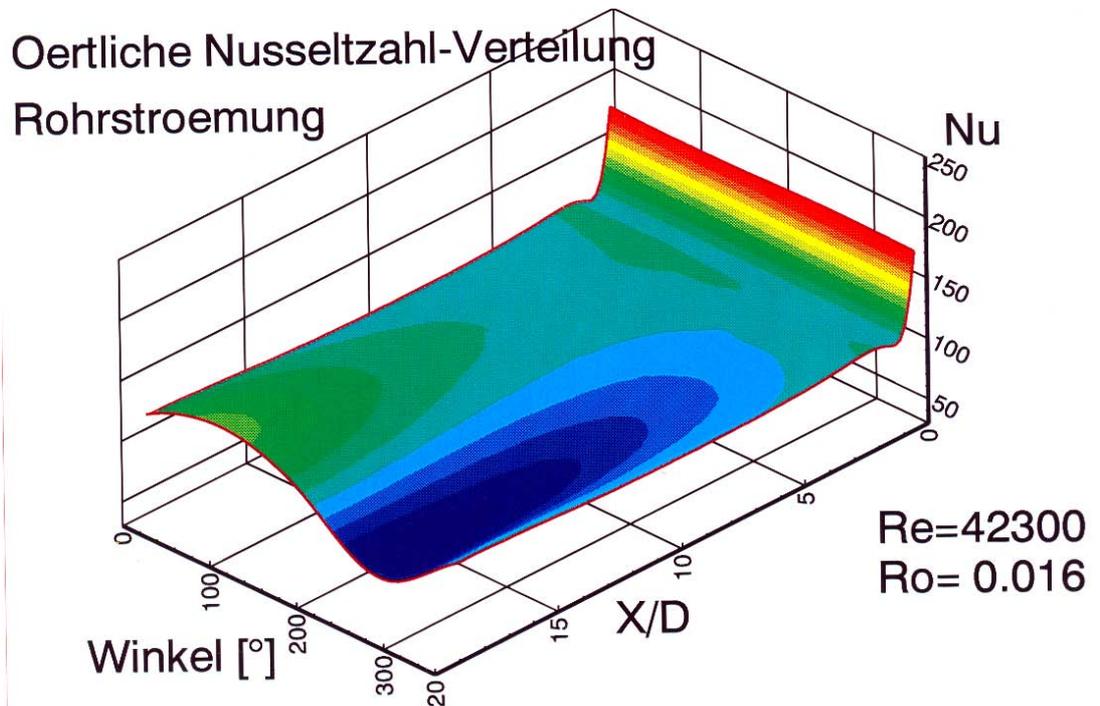
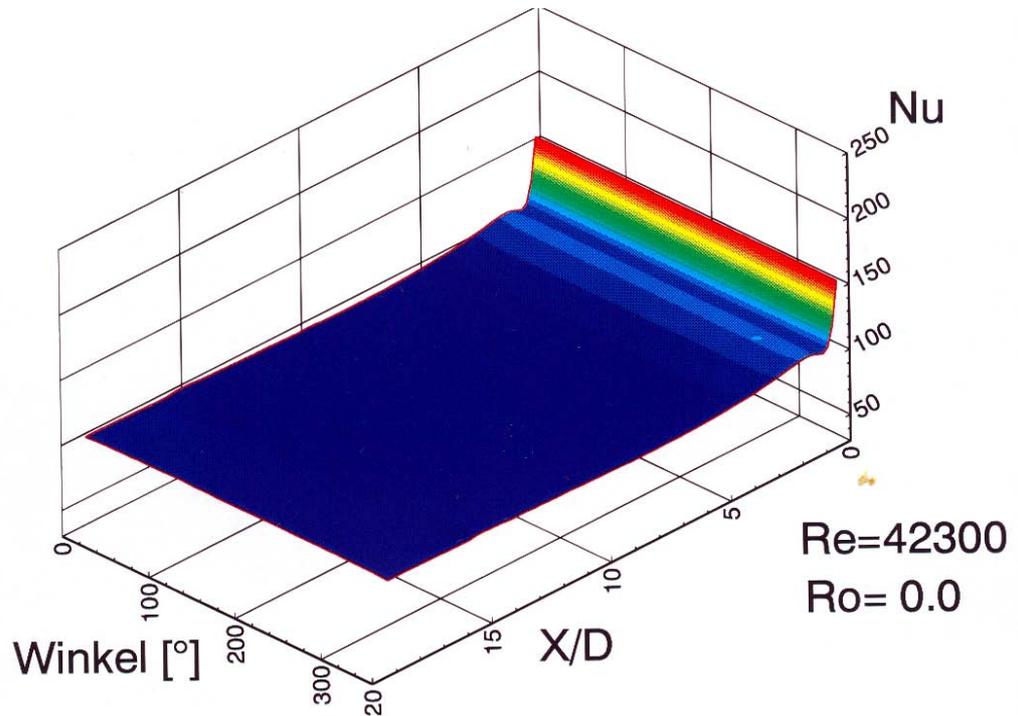
IN ROTATIONAL PLANE  
 TURBULENT k-e  
 WALL-HEATING

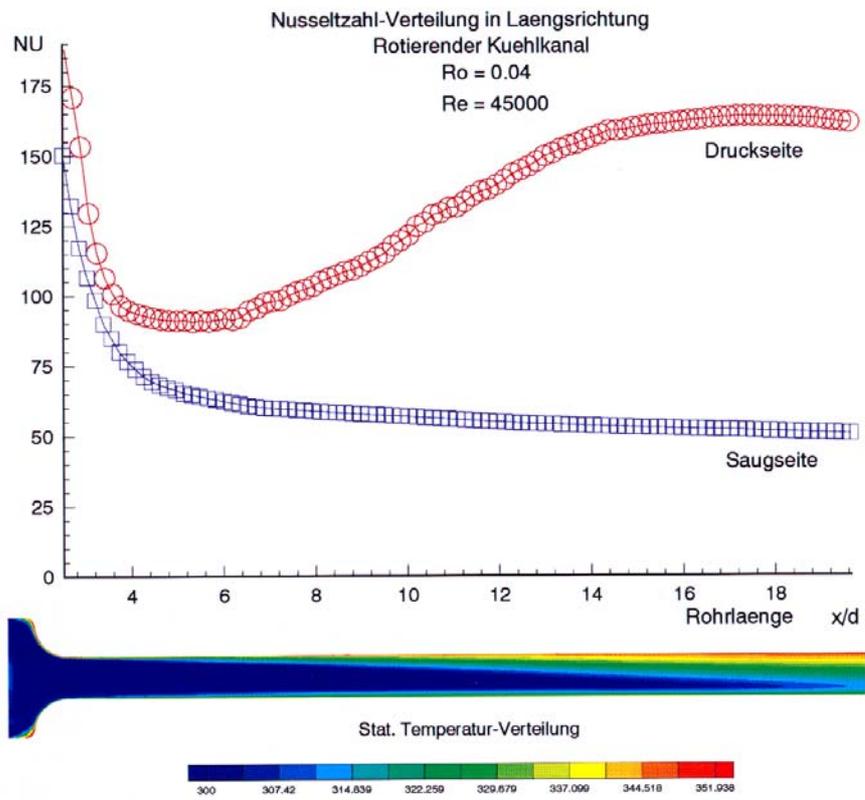


### STAT. TEMPERATURE DISTRIBUTION

NORMAL TO ROTATIONAL PLANE  
 TURBULENT k-e  
 WALL-HEATING







---

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name: Kaveh H. Towfighi  
Geburtstag und ort: 05.04.1958, Teheran/Iran  
Nationalität: deutsch/iranisch  
Familienstand: Verheiratet, ein Kind

## Schulbildung

1965 - 1971 Grundschohle in Teheran  
1971 - 1976 Gymnasium in Teheran (Abschluss mathematisches Abitur)  
1976 - 1980 Studium Bauwesen in Teheran  
1986 – 1987 Studienkolleg in Bochum, Note: 1,5  
1987 – 1989 Studium Maschinenbau in Essen, Vordiplom Note: Gut  
1989 – 1991 Studium Luft- und Raumfahrttechnik in Aachen  
1992 – 1993 Diplomarbeit bei MTU in München, Abschluss des Studiums mit der Gesamtnote: 1,8

## Berufstätigkeiten

1993 – 1997 Deutsche Luft- und Raumfahrtforschung, DLR in Köln-Porz, Doktorand  
Seit 1997 Hilti AG in Liechtenstein, zuerst als Entwicklungsingenieur und momentan als Sourcing Manager

---