



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN

Titulación:

INGENIERO TÉCNICO INDUSTRIAL MECÁNICO

Título del proyecto:

**DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS DE
ALCANCE Y 8000 KG DE CARGA MÁXIMA**

Javier Gárriz Cano

Tutor: Jesús Zurita Gabasa

Pamplona, 20 de junio de 2014



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN

Titulación:

INGENIERO TÉCNICO INDUSTRIAL MECÁNICO

Título del proyecto:

DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS DE
ALCANCE Y 8000 KG DE CARGA MÁXIMA

DOCUMENTO N° 1 MEMORIA

Javier Gárriz Cano

Tutor: Jesús Zurita Gabasa

Pamplona, 20 de junio de 2014



ÍNDICE

1.1 AUTOR DEL PROYECTO.....	6
1.2 OBJETO DEL PROYECTO	6
1.3 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO.....	6
1.4 INTRODUCCIÓN	7
1.4.1 BREVE HISTORIA DE LAS GRÚAS	7
1.4.1.1 Grúas en la antigua Grecia.....	8
1.4.1.2 Grúas en la antigua Roma.....	8
1.4.1.3 Grúas medievales.....	10
1.4.2 APLICACIONES Y TIPOS DE GRÚAS.....	10
1.4.2.1 Grúas móviles	10
1.4.2.2 Grúas fijas.....	12
1.4.3 GRÚA DERRICK	14
1.4.3.1 Definición	14
1.4.3.2 Campo de aplicación	15
1.4.3.3 Características de nuestra grúa Derrick	15
1.4.3.4 Componentes de una grúa Derrick	16
1.5 GENERALIDADES DE LA GRÚA	19
1.6 CLASIFICACIÓN DEL APARATO Y DE LOS MECANISMOS (NORMA FEM 1001).....	19
1.6.1 CLASIFICACIÓN DEL APARATO.....	19
1.6.2 CLASIFICACIÓN DE LOS MECANISMOS.....	21
1.6.2.1 Mecanismo de elevación	22
1.6.2.2 Mecanismo de giro	23
1.6.2.3 Mecanismo de abatimiento.....	23
1.7 COEFICIENTES DE SEGURIDAD A APLICAR (NORMA FEM 1001)	24
1.7.1 COEFICIENTE DE MAYORACIÓN γ_c	24
1.7.2 COEFICIENTE DINÁMICO ψ	24
1.7.3 COEFICIENTE DE SEGURIDAD	24
1.8 SELECCIÓN DEL GANCHO.....	25
1.9 CASOS DE CARGA (FEM 1001)	28
1.9.1 CASO I: CASO NORMAL SIN VIENTO	29
1.9.2 CASO II: SERVICIO NORMAL CON VIENTO LÍMITE DE SERVICIO	29
1.9.3 CASO III: APARATO SOMETIDO A CARGAS EXCEPCIONALES.....	29
1.10 CÁLCULO DE LAS PARTES FUNDAMENTALES.....	29
1.10.1 CABLE DE ELEVACIÓN	29
1.10.2 POLEAS DEL SISTEMA DE ELEVACIÓN	31
1.10.2.1 Cálculo de una polea soldada	35
1.10.3 MOTORES REDUCTORES.....	39
1.10.3.1 Situación de los equipos de elevación y abatimiento	40
1.10.3.2 Sistema de elevación	41
1.10.4 COEFICIENTE DINÁMICO	51
1.10.5 REDIMENSIONAMIENTO DEL CABLE DE ELEVACIÓN.....	53
1.10.6 REDIMENSIONAMIENTO DE LAS POLEAS DEL SISTEMA DE ELEVACIÓN	53
1.10.7 REDIMENSIONAMIENTO DEL MOTOR DE ELEVACIÓN	57



1.10.8 RECÁLCULO DEL COEFICIENTE DINÁMICO	62
1.10.9 ESTIMACIÓN DE EFECTOS DE LA CARGA	63
1.10.9.1 Fuerza de inercia.....	63
1.10.9.2 Fuerza centrífuga.	65
1.10.10 DISEÑO DE LA PLUMA MEDIANTE CYPE	65
1.10.10.1 Cálculo para máximo, mínimo y medio alcance con CYPE	68
1.10.10.2 Centro de gravedad.	73
1.10.10.3 Cálculo de reacciones.	74
1.10.10.4 Conclusiones del diseño	85
1.10.11 CABLE DE ABATIMIENTO	86
1.10.11.1 Ramales	86
1.10.11.2 Cable que une el sistema de ramales con la pluma.....	87
1.10.12 MOTOR DE ABATIMIENTO	88
1.10.12.1 Ángulo de salida del cable.....	88
1.10.12.2 Motor reductor	91
1.10.12.3 Tiempo de abatimiento	93
1.10.12.4 Sistema de giro.	93
1.10.13 DISEÑO DE TAMBORES Y PESOS DE LOS MISMOS	93
1.10.13.1 Tambor de elevación	93
1.10.13.2 Tambor de abatimiento	97
1.10.13.3 Pesos del sistema de elevación y de abatimiento y posición.	98
1.10.14 POLEAS DEL SISTEMA DE ABATIMIENTO.....	99
1.10.14.1 Cálculo de la polea soldada	100
1.10.15 DISEÑO DEL APAREJO	103
1.10.15.1 Aparejo de elevación	103
1.10.15.2 Pastecas de abatimiento	112
1.10.16 CÁLCULO DEL CONTRAPESO.....	115
1.10.17 PARRILLA DE MOTORES Y DEL CONTRAPESO.....	117
1.10.18 DISEÑO DEL MÁSTIL	120
1.10.18.1 Forma del mástil	120
1.10.18.2 Solicitaciones del mástil	123
1.10.18.3 Exigencias de sencillez y eficiencia.....	125
1.10.18.4 Cálculo para máximo, mínimo y medio alcance y máxima carga con CYPE.....	125
1.10.18.5 Centro de gravedad.....	133
1.10.18.6 Reacciones en los apoyos bajo peso propio.....	135
1.10.18.7 Dimensionado de los cables de parrilla	138
1.10.19 CÁLCULO DEL RODAMIENTO DE GIRO	138
1.10.20 MOTOR REDUCTOR DE GIRO	145
1.11 EFECTO DEL VIENTO.....	149
1.11.1 VIENTO DE SERVICIO	149
1.11.2 VIENTO FUERA DE SERVICIO.....	155
1.12 CÁLCULO DE ESTABILIDAD Y REACCIONES	160
1.12.1 COMPROBACIÓN DE LA ESTABILIDAD DE LA PLUMA.....	161
1.12.2 ESTABILIDAD DE LA GRÚA	167
1.12.2.1 Casos críticos de vuelco	167
1.12.2.2 Comprobación de la posición 2	178
1.12.2.3 Comprobación de la posición 3	179



1.12.2.4 Estabilidad bajo efectos laterales.....	182
1.12.2.5 Conclusiones del cálculo	185
1.12.3 REACCIONES PÉSIMAS EN LA BASE.....	186
1.12.4 POSICIÓN DE APARQUE DE LA GRÚA EN SITUACIÓN DE NO SERVICIO.....	186
1.13 CÁLCULO DE LA PATAS	187
1.13.1 PATAS DELANTERAS	187
1.13.2 PATAS TRASERAS	190
1.13.3 APOYOS DE LAS PATAS AL SUELO.....	193
1.13.3.1 Cilindro roscado de unión a la placa	194
1.13.3.2 Placas de apoyo de las patas	194
1.14 COMPROBACIÓN DE LAS PARTES	196
1.14.1 CASOS DE CARGA.....	197
1.14.1.1 Caso I. Aparato en servicio sin viento.....	197
1.14.1.2 Caso II. Servicio normal con viento límite de servicio.....	198
1.14.1.3 Caso III. Aparato fuera de servicio sometido a cargas excepcionales. ...	198
1.14.2 COMPROBACIÓN DEL CABLE DE ELEVACIÓN	198
1.14.3 COMPROBACIÓN DE LAS POLEAS DE ELEVACIÓN	199
1.14.4 COMPROBACIÓN DEL MOTOR DE ELEVACIÓN.....	200
1.14.5 COMPROBACIÓN DE LA PLUMA.....	201
1.14.5.1 Caso I.....	202
1.14.5.2 Caso II.....	202
1.14.5.3 Caso III	203
1.14.6 COMPROBACIÓN DEL CABLE DE ABATIMIENTO.....	203
1.14.6.1 Caso II.....	203
1.14.6.2 Caso III	205
1.14.7 COMPROBACIÓN DEL MOTOR DE ABATIMIENTO	205
1.14.8 COMPROBACIÓN DE LAS POLEAS DE ABATIMIENTO	206
1.14.9 COMPROBACIÓN DEL MÁSTIL.....	207
1.14.9.1 Máximo alcance caso II	208
1.14.9.2 Mínimo alcance caso II.....	209
1.15 CONCLUSIONES DEL PROYECTO	210
1.15.1 CONCLUSIONES TÉCNICAS	210
1.15.1.1 Resumen de las características de los componentes diseñados	210
1.15.1.1 Resumen de las características geométricas de la grúa.....	213
1.16 BIBLIOGRAFÍA	214



AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a mi tutor Jesús Zurita toda la ayuda recibida resolviendo todas las dudas que me he planteado a lo largo del proyecto, así como los consejos para guiarme en el desarrollo del mismo.

También me gustaría agradecer al profesor Isaac Cenoz toda la ayuda aportada. La idea del proyecto fue suya y me ha ayudado mucho de manera desinteresada.



1.1 AUTOR DEL PROYECTO

El autor de este proyecto es Javier Gárriz Cano, estudiante de Ingeniería Técnica Industrial, Especialidad en Mecánica.

1.2 OBJETO DEL PROYECTO

El objetivo de este proyecto teórico es diseñar las partes principales de una grúa tipo Derrick cuyas características principales son su capacidad de carga de 8000 kg y su alcance máximo de 24 metros. Dentro del alcance del proyecto no está el diseño de hasta el último tornillo sino que nos centraremos en las partes más importantes de la grúa.

Este proyecto podría satisfacer las necesidades para las cuales se fabrica una grúa de este tipo ya existente que son mayoritariamente, bien las del desmontaje de una grúa de construcción, bien la asistencia en el movimiento de cargas en puertos.

Con este proyecto habrá que aplicar prácticamente todas las materias aprendidas a lo largo de la carrera por lo que también servirá para demostrar varias destrezas aprendidas del estudiante.

1.3 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO

Este documento va a constar de varias partes. Comenzaremos introduciendo el tema adentrándonos en el mundo de las grúas desde sus inicios hasta la actualidad, conociendo el proceso de evolución a lo largo de la historia y llegando hasta los tipos que podemos encontrar hoy en día.

Centraremos el tema en nuestro tipo de grúa, la grúa Derrick. Definiremos este tipo de grúa y contaremos las necesidades que puede satisfacer.

La segunda parte de este documento será la del propio diseño de la grúa. Comenzaremos definiendo aspectos imprescindibles para el posterior diseño como la definición de los grupos de clasificación del aparato y de los mecanismos y los coeficientes de seguridad.

El diseño de la grúa lo haremos elemento a elemento con un orden muy estudiado y prácticamente único con la precaución de que a la hora de diseñar una parte de la grúa hayamos diseñado antes todas las partes necesarias para poder diseñar esta parte. Por ejemplo, no puedes definir la parrilla trasera de motores si no has calculado antes el contrapeso al que sustenta. Parece fácil pero el orden de diseño de las partes es bastante rebuscado. Otro aspecto que debemos mencionar es que en este diseño a penas habrá iteraciones de cálculo, es decir, en un minucioso diseño se calcularía la grúa repetidas



veces en o que se denomina un cálculo iterativo, sin embargo, en el presente proyecto se considerará aceptable no rediseñar la grúa varias veces aunque sí algunas partes. Más adelante comprobaremos si soporta los estados límite y consideraremos válida la grúa si las soporta.

Después del diseño estudiaremos el efecto del viento de servicio y el de viento fuera de servicio, el de tempestad. Calcularemos las fuerzas máximas del viento sobre las partes de nuestra grúa.

Llegaremos al momento de calcular la estabilidad de la grúa. Para ello definiremos situaciones críticas de vuelco y veremos cómo han de ser las patas para soportarlas.

Por último comprobaremos si cada una de las partes de la grúa, sometidas a las situaciones pésimas soporta los esfuerzos. Si es así concluiremos el diseño de la grúa.

1.4 INTRODUCCIÓN

1.4.1 BREVE HISTORIA DE LAS GRÚAS

Durante toda su existencia el ser humano ha tratado de diseñar todo tipo de utensilios para poder evolucionar y salir delante de manera que puedan realizar sus tareas de manera más cómoda. El primer utensilio creado por el ser humano se dice que es el cuchillo en la edad de piedra. Conforme han avanzado los tiempos las necesidades que nos hemos planteado han ido requiriendo cada vez de más utensilios hasta la época actual en la que estamos completamente rodeados de todo tipo de tecnologías. El progreso de estas herramientas ha hecho que cada vez sean más perfectos, simples, útiles, polifuncionales y accesibles.

Todo esto ha demandado realizar una constante búsqueda de nuevos materiales, modelos y técnicas de trabajo. Búsqueda que se ha traducido en un desarrollo tecnológico que cuyo ritmo de crecimiento permanece hasta nuestros días. Hoy en día se cuenta con una amplia gama de elementos auxiliares, que facilitan la labor de quienes desempeñan cada una de las etapas constructivas. Ello ha venido a automatizar la mayoría de las tareas constructivas, mediante máquinas que hacen posible que el proceso de construcción sea más rápido, fácil, seguro, de mayor calidad y de menor costo, mejorándose considerablemente la productividad.

Las primeras grúas fueron inventadas en la antigua Grecia y eran accionadas por hombres o animales. Estas grúas eran utilizadas principalmente para la construcción de edificios altos. Posteriormente, fueron desarrollándose grúas más grandes utilizando poleas para permitir la elevación de mayores pesos.

En la Alta Edad Media eran utilizadas en los puertos y astilleros para la estiba y construcción de los barcos. Algunas de ellas fueron construidas ancladas a torres de piedra para dar estabilidad adicional. Las primeras grúas se construyeron de madera,



pero desde la llegada de la revolución industrial los materiales más utilizados son el hierro fundido y el acero.

La primera energía mecánica fue proporcionada por máquinas de vapor en el siglo XVIII. Las grúas modernas utilizan generalmente los motores de combustión interna o los sistemas de motor eléctrico e hidráulicos para proporcionar fuerzas mucho mayores, aunque las grúas manuales todavía se utilizan en pequeños trabajos o donde es poco rentable disponer de energía.

Existen muchos tipos de grúas diferentes, cada una adaptada a un propósito específico. Los tamaños se extienden desde las más pequeñas grúas de horca, usadas en el interior de los talleres, las grúas torres, usadas para construir edificios altos, hasta las grúas Derrick, utilizadas para la construcción de grúas torre abatibles en construcciones de gran altura.

1.4.1.1 Grúas en la antigua Grecia

Los primeros vestigios del uso de las grúas aparecen en la antigua Grecia alrededor del siglo IV, consisten en marcas de pinzas de hierro en los bloques de piedra de los templos. Estas marcas evidencian el propósito de elevación, ya que están realizadas en el centro de gravedad o en paredes equidistantes de un punto sobre el centro de gravedad de los bloques.

La introducción del torno y la polea pronto conduce a un reemplazo extenso de rampas como los medios principales del movimiento vertical. Durante los siguientes doscientos años, los edificios griegos contemplan un manejo de los pesos más livianos pues la nueva técnica de elevación permitió la carga de muchas piedras más pequeñas (por ser más práctico) que pocas piedras más grandes, contrastando con el período arcaico y su tendencia a los tamaños de bloque cada vez mayores. Así, por ejemplo, la práctica de erigir grandes columnas monolíticas fue abandonada prácticamente para luego usar varias ruedas que conforman cada una de ellas.

Aunque las circunstancias exactas del cambio de la rampa a la tecnología de la grúa siguen siendo confusas, se ha considerado que las condiciones sociales y políticas volátiles de Grecia hicieron, para los profesionales de la construcción, más convenientes el empleo de los equipos pequeños que de los instrumentos grandes controlados por manos inexpertas. De este modo, se prefirió la grúa a la rampa, pues esta última, que había sido habitual en las sociedades autocráticas de Egipto y Asiria, requería mucho trabajo.

Alrededor del siglo IV, los tamaños de bloque en los templos griegos comenzaron, de nuevo, a parecerse a sus precursores arcaicos, este hecho parecía indicar que se debía haber encontrado la forma de usar una polea compuesta sofisticada en las obras griegas más avanzadas del momento.

1.4.1.2 Grúas en la antigua Roma

El apogeo de la grúa en épocas antiguas llegó antes del Imperio Romano, cuando se incrementó el trabajo de construcción en edificios que alcanzaron dimensiones enormes. Los romanos adoptaron la grúa griega y la desarrollaron.

La grúa romana más simple, el Trispastos, consistió en una horca de una sola viga, un torno, una cuerda, y un bloque que contenía tres poleas, creando así el primer sistema de reenvíos, de desmultiplicación. Teniendo así una ventaja mecánica de 3:1. Se calcula que un solo hombre que trabajaba con el torno podría levantar 150 kilogramos ($3 \text{ poleas} \times 50 \text{ kg} = 150$), cuando 50 kilogramos representan el esfuerzo máximo que un hombre puede ejercer durante un período de tiempo largo.



Tipos más pesados de grúa ofrecieron cinco poleas (Pentaspastos) o, en el caso más grande, un sistema de tres por cinco poleas (Polyspastos) con dos, tres o cuatro mástiles, dependiendo de la carga máxima. El Polyspastos, cuando era operado por cuatro hombres en ambos lados del torno, podía levantar hasta 3000 kg ($3 \text{ cuerdas} \times 5 \text{ poleas} \times 4 \text{ hombres} \times 50 \text{ kilogramos} = 3000 \text{ kg}$). En caso de que el torno fuera sustituido por un acoplamiento, la carga máxima incluso se dobló a 6000 kg con solamente la mitad del equipo, puesto que el acoplamiento posee una ventaja mecánica superior debido a su diámetro más grande. Esto significó que, con respecto a la construcción de las pirámides egipcias, donde eran necesarios cerca de 50 hombres para mover un bloque de piedra de 2,5 toneladas por encima de la rampa (50 kg por personas), la capacidad de elevación del Polyspastos romano demostró ser 60 veces más alta (3000 kg por persona).

Sin embargo, los edificios romanos ofrecen numerosos bloques de piedra mucho más pesados que éstos, lo que indica que la capacidad de elevación total de los romanos iba mucho más allá que la de cualquier grúa sola. En el templo de Júpiter en Baalbek, los bloques pesan hasta 60 t cada uno, y las cornisas de la esquina incluso hasta 100 t, todas levantadas a una altura de 19 metros sobre la tierra. En Roma, el bloque capital de la columna Trajana pesa 53,3 t que tuvieron que ser levantadas a una altura de 34 m.

Se asume que los ingenieros romanos lograron la elevación de estos pesos extraordinarios por dos medios: primero, según lo sugerido por Herón, una torre de elevación fue instalada y cuatro mástiles fueron arreglados en la forma de un cuadrilátero con los lados paralelos (no muy diferente a una torre, pero con la columna en el medio de la estructura). En segundo lugar, una multiplicidad de cabrestantes (que, aunque tienen un cociente de palanca más bajo que los acoplamientos, se podía instalar en mayor número, haciéndolo funcionar por más hombres o animales) fue colocada en la tierra alrededor de la torre. La capacidad de elevación máxima de un solo cabrestante se puede establecer por el número de agujeros del hierro en el monolito. En el caso de los bloques del arquitrabe de Baalbek, que pesan entre 55 y 60 t, ocho agujeros sugieren

un peso de 7,5 t. La elevación de tales pesos pesados es una acción concentrada que requirió una gran cantidad de coordinación entre los grupos de trabajo que aplicaban la fuerza a los cabrestantes.

1.4.1.3 Grúas medievales

La grúa de acoplamiento fue reintroducida en una escala grande después de que la tecnología hubiera caído en desuso en Europa occidental con el fallecimiento del Imperio Romano Occidental. La referencia más cercana a un acoplamiento reaparece en la literatura archivada en Francia cerca del 1225, seguido por una pintura iluminada en un manuscrito probablemente también de origen francés con fecha de 1240.



En la navegación, las aplicaciones más cercanas de las grúas de puerto se documentan para Utrecht en 1244, Amberes en 1263, Brujas en 1288 y Hamburgo en 1291, mientras que en Inglaterra el acoplamiento no se registra antes de 1331.

Generalmente, el transporte vertical era más seguro y más barato hecho por las grúas que por otros métodos comunes para la época. Las áreas de puertos, minas, y, particularmente, los edificios (en donde la grúa de acoplamiento desempeñó un papel importante en la construcción de las catedrales góticas altas) eran las principales zonas de funcionamiento.

1.4.2 APLICACIONES Y TIPOS DE GRÚAS

Son muchos los tipos de grúas que existen hoy en día en función de la tarea que vayan a llevar a cabo pero podemos diferenciarlas en dos grupos, móviles y fijas:

1.4.2.1 Grúas móviles

Se distinguen a su vez varios tipos entre los más comunes:

- Sobre cadenas u orugas: Estas grúas están dispuestas sobre un tren de rodaje de orugas lo cual permite el desplazamiento de la grúa por el área de trabajo sin necesidad de desmontarla. Si habrá que hacerlo para su traslado al lugar de trabajo.



- Sobre ruedas o camión: La grúa montada es un tipo de máquina para elevación que está montada en un camión. Emplea un sistema hidráulico y un sistema telescópico para lograr la elevación, giro y soltada de materiales. Puede ser usada para elevar o transportar objetos pesados en un cierto rango.



- Autogrúas de gran tamaño y situadas convenientemente sobre vehículos especiales: La autogrúa es una grúa de trabajo pesado de alto desempeño, que posee las características tanto de camiones grúa estándar como de grúas para condiciones extremas, ésta puede desplazarse rápida y continuamente, o trabajar en lugares lodosos y limitados. Con una velocidad de desplazamiento considerable, manejo multi-eje, tres direcciones. Además permite alcanzar grandes alturas y alcances además de elevar cargas considerables.



- Camión grúa: El camión grúa es un tipo de grúa que es instalada en el chasis de un camión común o el chasis de un camión especial. Es un tipo de grúa de construcción o una grúa de alta resistencia.



1.4.2.2 Grúas fijas

Estas grúas van a tener menos movilidad y en ese aspecto serán menos prácticas que las móviles, sin embargo, van a ganar mucho en estabilidad y por tanto en capacidad de carga, alcance y altura. Las más comunes son las siguientes:

- Grúas puente o pórtico: Es un tipo especial de grúa que eleva la carga mediante un montacargas instalado sobre una viga, que a su vez es rígidamente sostenida mediante dos o más patas. Estas patas generalmente pueden desplazarse sobre unos rieles horizontales al nivel del suelo. En algunas fábricas y naves se utiliza la llamada Puente-grúa que tiene el mismo funcionamiento que la grúa pórtico con la diferencia de que la

viga descansa directamente sobre los rieles. Tanto una como otra tienen un sistema de montacargas similar que puede recorrer la viga completamente, y un pórtico apoyado sobre rieles que recorre todo el largo del área de trabajo.



- Plumines, habitualmente situados en la zona de carga de los camiones.
- Grúas torre: Está formada por una columna vertical y una viga horizontal estando ambas formadas por celosías metálicas. La primera se conoce como torre y la segunda como pluma. La torre está empotrada en el suelo ayudada por unas masas que aumentarán el momento de reacción en la base. Otras masas hacen de contrapeso en lo que se denomina contrapluma, el extremo trasero de la pluma. La torre permanece fija mientras que la pluma gira gracias a un rodamiento en la unión entre ésta y la torre. Si la pluma además de girar con respecto al eje vertical lo hace con respecto al eje horizontal será una grúa abatible.
- Grúas auto-desplegables: Son aquellas que no necesitan de otra grúa para su montaje.
- Grúa *Luffing*: Es una grúa muy utilizada en puertos para el transporte y la estiba de contenedores.



1.4.3 GRÚA DERRICK

1.4.3.1 Definición

Esta grúa la clasificamos dentro del grupo de las grúas fijas puesto que se asientan normalmente sobre azoteas de manera que sus apoyos se hacen fijos. Además, la función que van a desempeñar no requerirá desplazamientos de la grúa.

La grúa Derrick está formada por una pluma abatible y un mástil ambos comúnmente formados por celosías metálicas. En la parte trasera hay un contrapeso de manera que todo el conjunto de la pluma, el mástil y el contra peso giran solidariamente apoyados sobre un rodamiento. La pluma se abate gracias a un cable que pasa por la punta del mástil y que tira de un extremo de la pluma. La pluma va ganando alcance conforme se reduce la inclinación, y es que aquí no existe un carro que se desplace por la pluma para variar el alcance. Es muy común que dos patas formen junto con el mástil un trípode de manera que éstas estén unidas a la punta del mástil o que varios cables atirantados se fijen al mismo punto.

Este tipo de grúas consta pues de tres motores reductores, uno para la elevación, otro para el abatimiento y otro para el giro.

Las dimensiones de la pluma van a variar en función del alcance máximo que se requiera y de la carga máxima a elevar. A su vez el mástil estará dimensionado de acuerdo con las mismas condiciones de carga y alcance puesto que cuanto mayor sean mayor compresión va a sufrir por parte del cable de abatimiento.

Para un alcance de 25 metros y una carga máxima de 10 toneladas se encuentran grúas como las de la imagen:





Las hay de todos los tamaños y capacidades de carga, de hecho para montar una grúa Derrick de cierto tamaño se necesita de otra más pequeña, tanto que se puede montar a mano y cuyo accionamiento es manual.

1.4.3.2 Campo de aplicación

Como hemos dicho antes, esta grúa se clasifica dentro de las fijas pero bien es cierto que una vez explicada la morfología y funcionamiento de la misma podríamos confundirla con una grúa sobre orugas o cadenas, y es que en aquel caso también teníamos una pluma abatible con un mástil. Sin embargo la grúa Derrick no es exactamente eso. Ha de ser desmontable y fija para ser una Derrick.

Las grúas Derrick tienen muchas utilidades diferentes. Se suelen emplear en canteras, en campos de almacén, en puertos, barcos y sobre todo en la construcción. En este último campo destaca su uso en el desmontaje de grúas torre una vez finalizada la obra. La baja capacidad de carga, el poco alcance, la sencillez, el bajo peso, los bajos costes de instalación así como la facilidad y rapidez de su montaje han hecho que se propague el uso de este tipo de grúas para el desmontaje de otras. Por otro lado, este tipo de grúas está menos indicado para grúas transbordadoras de trabajo intensivo.

Podemos encontrarlas de grandísimas dimensiones en puertos, barcos, en obras públicas como puentes o edificios, etc. Sin embargo, una de las aplicaciones más comunes y para la que se ha pensado la grúa del presente proyecto es para el desmontaje de grúas torre abatibles en construcción de edificios de gran altura.

Cuando se construye un edificio de alturas muy grandes no existen grúas torre que alcancen las partes superiores del edificio. Este problema implica una necesidad y esa necesidad la satisface la grúa Derrick.

Una grúa torre abatible se monta sobre el hueco del ascensor y a medida que se van construyendo los pisos la grúa va trepando por los forjados de las plantas gracias a unos martillos neumáticos. Lo que hará la grúa Derrick será, llegado el final de la construcción, desmontar la grúa torre que ha trepado por el hueco del ascensor.

1.4.3.3 Características de nuestra grúa Derrick

Dada la función a desempeñar por nuestra grúa Derrick sus características van a venir definidas por el abanico de grúas abatibles que va a ser capaz de montar.

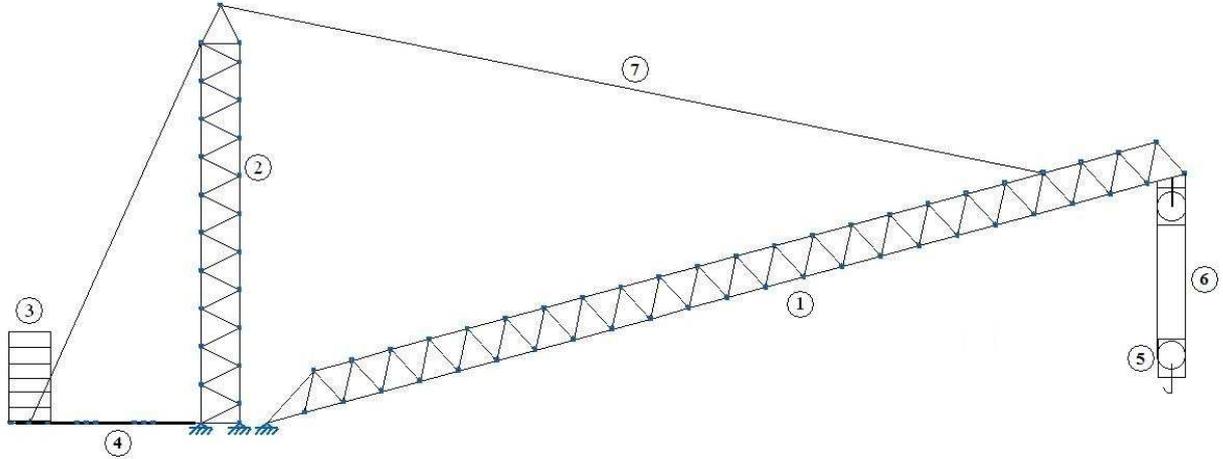
A partir de las piezas más pesadas de grúas torre abatibles de tamaño normal se ha definido en un principio una capacidad de carga máxima de 8 toneladas.

El alcance máximo aceptable y que se ha decidido es de 24 metros.

La grúa ha de ser lo más ligera posible y desmontable en piezas de bajo peso para que con un aparato auxiliar que se pueda montar a mano se pueda montar rápidamente. De la misma manera estas piezas y por tanto la grúa han de ser de tamaños reducidos, pues la facilidad en su transporte ha de ser otro valor de este producto.

1.4.3.4 Componentes de una grúa Derrick

Sus partes más generales son las siguientes:



- 1: Pluma.
- 2: Mástil.
- 3: Contrapeso.
- 4: Parrilla.
- 5: Aparejo.
- 6: Cable de elevación.
- 7: Cable de abatimiento.

1.4.3.4.1 Pluma:

La pluma es una estructura metálica en celosía formada normalmente por barras de sección circular formando una estructura prismática de base cuadrada o triangular. Su función principal es la de dotar a la grúa del alcance deseado y las dimensiones de cada una de sus barras van a depender del alcance y carga por los que se ha diseñado.

Suele tener una estructura dividida en módulos para facilitar su transporte.

Consta de una plataforma auxiliar pequeña en uno de sus laterales para los trabajos de montaje, revisión y mantenimiento de un operario. Además consta de pasadores para el anclaje del operario mediante un arnés.

La pluma se apoyará en una pieza base que descansa sobre el rodamiento y que por tanto le transmitirá el giro.



1.4.3.4.2 Mástil:

Es una estructura metálica en celosía formada normalmente por barras de sección circular formando una estructura prismática que suele ser de sección cuadrada o triangular. Su función principal es la de sostener a la pluma en su inclinación así como ayudar al cable que tirará de la pluma para abatirla a hacer precisamente eso pero con mayor inclinación y por tanto con menor esfuerzo.

Esta estructura consta de dos poleas en su parte superior, una de ellas será para hacer pasar el cable de abatimiento procedente del tambor de manera que llegue al sistema de desmultiplicación que también se encuentra unido al mástil en su extremo. La otra polea procede del tambor de elevación y envía el cable a otra polea en su parte inferior para que después se dirija hasta la punta de la pluma y coja la carga. Esto último se hace para minimizar el ángulo que forma el cable en el tambor con las ranuras del mismo.

Tal y como en el caso de la pluma, aquí también se establece una división modular para facilitar su transporte.

El mástil se empotra a la misma pieza base que la pluma y por tanto ambos girarán solidariamente.

1.4.3.4.3 Contrapeso:

Es la masa que estabiliza la grúa y que está formada por bloques de hormigón situada en la parte trasera de manera que produzca un momento opuesto al de vuelco creado por la pluma y la carga de servicio. El momento que genera el contrapeso relaja el momento de reacción de las patas de la grúa. Su masa es aconsejable que sea aquella cuyo momento sea la mitad del máximo de vuelco.

Se colocarán apiladas en el punto más lejano de la parrilla o bastidor de motores y contrapeso.

1.4.3.4.4 Parrilla:

Es una estructura sencilla formada básicamente por dos largueros y varias barras transversales para que actúe a modo de chasis sobre el que descansan el contrapeso y los motores de elevación y abatimiento junto con sus tambores correspondientes.

En un extremo están empotrados a la pieza base que une al mástil y a la pluma de manera que todo gire de forma solidaria.

En su otro extremo se articula un cable que irá unido a la punta del mástil de manera que se reduzca el momento flector en la parrilla y se transmita un momento al mástil contrario al que le genera la fuerza del cable de abatimiento.

1.4.3.4.5 Cable de elevación:

Es el cable encargado de elevar la carga de servicio. Su diámetro ha de ser calculado con grandes márgenes de seguridad y así lo haremos siguiendo la norma pertinente. Es



importante que el cable no se destense en ningún momento puesto que esto generaría problemas en el arrollamiento del cable en el tambor, por esto, es importante el peso del aparejo, ya que cuando se corre más riesgo de que esto ocurra es cuando no hay carga. Gracias al sistema de desmultiplicación conseguiremos un cable más pequeño aunque una velocidad de elevación menor.

Se pueden alternar configuraciones de desmultiplicación diferentes con el mismo cable pero habrá que tener en cuenta que la carga máxima que podremos elevar con éste cambiará en función del número de ramales.

1.4.3.4.6 Cable de abatimiento:

Este cable será el responsable de tirar de la pluma para ir cambiando su inclinación y por tanto variar el alcance.

La fuerza necesaria para esta operación va a ser mayor que para el caso de la elevación por lo que aquí se suele recurrir a un sistema de desmultiplicación con mayor número de ramales.

Este cable va desde el tambor situado en la parrilla hasta unos metros antes de la punta de la pluma pasando por la punta del mástil para tener una inclinación más favorable a la hora de levantar la pluma.

1.4.3.4.7 Aparejo:

El aparejo también denominado pasteca o pesante es un dispositivo que normalmente se entiende que tiene incluido el gancho. Su función primera será la de sostener la carga de servicio.

El gancho tiene unas dimensiones normalizadas y la selección del mismo se hace a través de la norma DIN 15400 en función de la carga máxima. Suele contar con bloqueo que no permite la salida de la carga.

El aparejo es un bloque de poleas que sirve para desmultiplicar el tiro del cable. Junto con el bloque de poleas igual que habrá unido a la punta de la pluma se completará lo que se denomina el sistema de ramales cuya función es la de reducir el esfuerzo para la elevación de carga a cambio de perder velocidad de elevación. Es el sistema que se empezó a utilizar ya en las primeras grúas de la historia.

El peso del conjunto ha de ser suficiente para mantener al cable de elevación tenso cuando no hay carga.



1.5 GENERALIDADES DE LA GRÚA

En este apartado definiremos las características principales de la grúa que queremos fijar desde un principio ya que las necesitaremos más adelante para el diseño de cada una de las partes.

Las principales características son que tiene un alcance máximo de 24 metros y una capacidad de carga de 8 toneladas.

La capacidad de carga máxima se ha decidido mantener constante con el alcance para simplificar cálculos. Otras grúas suelen tener una capacidad de carga máxima menor conforme aumenta el alcance, en nuestro caso, diseñaremos la grúa para que soporte las 8 toneladas en alcance máximo y no más para alcances menores. Como ya hemos explicado, esta grúa se encargará del desmontaje de otras grúas cuyas piezas de máximo peso no superan los 8000 kg que puede llegar a levantar nuestra grúa, por lo tanto, no es necesario que en alcance intermedios pueda levantar cargas mayores.

En cuanto al alcance, decir que 24 metros es un alcance razonable puesto que con una estratégica colocación en la azotea del edificio podremos desmontar sin problemas toda la grúa. El alcance mínimo lo fijamos en 5 metros de manera que cubrimos un buen intervalo de alcances.

Otro aspecto a considerar es la altura máxima a la que puede trabajar esta grúa. Hemos decidido prepararla para poder operar en azoteas a 200 metros de altura. Esta consideración hará que la grúa esté diseñada para soportar altos vientos sin perder estabilidad. Además, hará falta una gran cantidad de cable para el sistema de elevación de carga, en torno a los 400 metros, ya que con el sistema de doble reenvío se utiliza el doble de cable.

1.6 CLASIFICACIÓN DEL APARATO Y DE LOS MECANISMOS (NORMA FEM 1001)

La clasificación de grúas y aparatos de elevación es el sistema que permite establecer el diseño de las estructuras y de los mecanismos sobre bases racionales.

Sirve de cuadro de referencia a los compradores y a los fabricantes en cuanto que permite adecuar un aparato dado a las condiciones de servicio para los cuales es requerido.

1.6.1 CLASIFICACIÓN DEL APARATO

Es utilizada por el comprador y el constructor del aparato para llegar a un acuerdo en cuanto a las condiciones de servicio del aparato.



Clasificación de mecanismo: Suministra al constructor del aparato una base realizar un estudio de diseño y verificar que el aparato tendrá una vida deseada en condiciones de servicio especificadas para la aplicación en cuestión.

Todos los aparatos de elevación que cumplan con la norma están clasificados en ocho grupos denominados A_1, A_2, \dots, A_8 respectivamente en base a diez clases de utilización y cuatro espectros de carga.

La clase de utilización depende del número de ciclos de elevación de la carga que va a realizar el aparato a lo largo de su vida útil teniendo en cuenta que un ciclo comienza cuando la carga se levanta del suelo y termina cuando el aparato está preparado para coger otra carga. El usuario espera que el aparato cumpla un número de ciclos de maniobra durante su vida útil. El número de ciclos del aparato está ligado al factor de utilización.

La duración de uso total es un valor estimado considerado como un valor guía. En base a esta duración total de uso se tienen diez clases de utilización definidos en la siguiente tabla:

Symbol	Total duration of use (number n_{max} of hoisting cycles)			
U0			n_{max}	\leq 16 000
U1	16 000	<	n_{max}	\leq 32 000
U2	32 000	<	n_{max}	\leq 63 000
U3	63 000	<	n_{max}	\leq 125 000
U4	125 000	<	n_{max}	\leq 250 000
U5	250 000	<	n_{max}	\leq 500 000
U6	500 000	<	n_{max}	\leq 1 000 000
U7	1 000 000	<	n_{max}	\leq 2 000 000
U8	2 000 000	<	n_{max}	\leq 4 000 000
U9	4 000 000	<	n_{max}	

Para nuestra grúa Derrick escogemos la clase de utilización U_3 puesto que es un aparato de uso no muy excesivo sino más bien ocasional.

El otro parámetro que define el grupo del aparato es el espectro de cargas. El espectro de cargas hace referencia a la frecuencia con la que el aparato trabaja con la carga máxima y con la que trabaja con cargas medias o pequeñas. En nuestro caso esto es claro. Nuestra máquina, como sabemos, está diseñada para desmontar una grúa abatible trepadora cuyos pesos de piezas nos definirán el espectro de cargas. La mayoría de las piezas que conforman la grúa a montar rondan valores inferiores a la mitad de la capacidad máxima media de nuestra grúa Derrick y alguna pieza tiene pesos próximos a la capacidad de carga máxima. Por tanto podemos concluir que nuestra grúa eleva frecuentemente cargas pequeñas y con menos frecuencia la carga máxima.



La norma define cuatro estados de carga del aparato:

Q₁ (ligero): Aparato que levanta raramente la carga máxima de servicio y corrientemente cargas muy pequeñas.

Q₂ (moderado): Aparato que levanta con bastante frecuencia la carga máxima de servicio y corrientemente cargas pequeñas.

Q₃ (Pesado): Aparato que levanta con bastante frecuencia la carga máxima de servicio y corrientemente cargas medianas.

Q₄ (Muy pesado): Aparato que corrientemente maneja cargas próximas a la carga máxima de servicio.

Estará entonces en el segundo espectro de cargas que establece la norma y que se define como Q₂.

Ya podemos definir el grupo de clasificación de nuestro aparato:

Grupos de aparato

Load spectrum class	Class of utilization									
	U0	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9
Q1	A1	A1	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Q2	A1	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A8
Q3	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A8	A8
Q4	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A8	A8	A8

Nuestra grúa Derrick estará dentro del grupo A₃.

Según la norma que estamos siguiendo, una grúa Derrick estaría en un grupo de aparato entre A₂ y A₃.

Conociendo el grupo de clasificación del aparato podríamos establecer el coeficiente de mayoración de cargas pero eso lo explicaremos más tarde.

1.6.2 CLASIFICACIÓN DE LOS MECANISMOS

Ahora se trata de clasificar las tres partes (mecanismos) que conforman el aparato, pues no tienen el mismo nivel de uso los tres mecanismos ni por tanto el mismo nivel de exigencia. Como veremos, el movimiento de abatimiento es menos frecuente que el de elevación de carga y con un estado de carga diferente por lo tanto merece un grupo de clasificación menos exigente.

Para ello seguiremos el procedimiento que propone la norma que es muy similar al de la clasificación del aparato.

La clase de utilización se determina por la duración del servicio previsto en horas. La duración del servicio total máximo puede calcularse a partir de la duración del servicio



diario medio, en horas, del número de días laborales por año y del número previsto de años de servicio.

El estado de carga del mecanismo indica en qué media un mecanismo está sometido a una carga máxima, o solamente a cargas reducidas.

1.6.2.1 Mecanismo de elevación

Siguiendo con el criterio de uso ocasional escogemos la clase de utilización en horas expresada por la norma como T₀, T₁,..., T₉. En este caso T₃ que equivale a una duración de entre 800 y 1600 horas.

Symbol	Total duration of use T (h)			
T0			T	≤ 200
T1	200	<	T	≤ 400
T2	400	<	T	≤ 800
T3	800	<	T	≤ 1 600
T4	1 600	<	T	≤ 3 200
T5	3 200	<	T	≤ 6 300
T6	6 300	<	T	≤ 12 500
T7	12 500	<	T	≤ 25 000
T8	25 000	<	T	≤ 50 000
T9	50 000	<	T	

En cuanto al estado de carga, hemos de saber que durante la mayoría de los movimientos de elevación y de giro el aparato está cargado con cargas frecuentemente medias bajas y raramente con la carga máxima, por tanto, el mecanismo de giro y de elevación tendrán el mismo estado de cargas.

La norma define cuatro estados de carga del mecanismo:

L₁ (ligero): Mecanismo sometido raramente a la carga máxima de servicio y corrientemente a cargas muy pequeñas.

L₂ (moderado): Mecanismo sometido con bastante frecuencia a la carga máxima de servicio y corrientemente a cargas pequeñas.

L₃ (pesado): Mecanismo sometido con bastante frecuencia a la carga máxima de servicio y corrientemente a cargas medias.

L₃ (muy pesado): Mecanismo sometido con corrientemente a su carga máxima de servicio.

Por tanto, siguiendo la norma, tenemos que elegir el estado de carga L₂ tanto para el mecanismo de elevación como para el de giro.



El grupo de clasificación del mecanismo será entonces:

Grupos de mecanismos

Class of load spectrum	Class of utilization									
	T0	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9
L1	M1	M1	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
L2	M1	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M8
L3	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M8	M8
L4	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M8	M8	M8

Nuestro mecanismo de elevación estaría dentro del grupo M₃.

Según la norma, el mecanismo de elevación de una grúa Derrick estaría en un grupo del mecanismo entre M₂ y M₃.

1.6.2.2 Mecanismo de giro

Este movimiento no es tan frecuente como el movimiento de elevación de carga por lo que podemos asignarle una clase de utilización T₂ que establece una duración del servicio de entre 400 y 800 horas.

El estado de carga es el mismo que el del mecanismo de elevación, L₂.

Por tanto el mecanismo de giro estaría dentro del grupo de mecanismos M₂

Según la norma, el mecanismo de giro de una grúa Derrick estaría en un grupo de mecanismo entre M₁ y M₂.

1.6.2.3 Mecanismo de abatimiento

Este movimiento es el menos frecuente de los tres por lo que la clase de utilización de este mecanismo la definiremos como T₂ que comprende una duración del servicio del mecanismo entre 400 y 800 horas.

Este movimiento no coincidirá con estados de carga pesados, el estado de carga para este movimiento será aquel en el que excepcionalmente se trabaje con la carga máxima de servicio y normalmente con cargas muy pequeñas. Hablamos entonces del estado de carga ligero L₁.

Por lo tanto el mecanismo de abatimiento estaría dentro del grupo de mecanismos M₁.

Según la norma, el mecanismo de giro de una grúa Derrick estaría en un grupo de mecanismo entre M₁ y M₂.



1.7 COEFICIENTES DE SEGURIDAD A APLICAR (NORMA FEM 1001)

Este apartado es de vital importancia, pues va a definir los factores que afectarán a todos los cálculos a continuación y que harán que la estructura sea segura con un margen definido por la norma adecuada.

1.7.1 COEFICIENTE DE MAYORACIÓN γ_c

El coeficiente de mayoración depende del grupo de clasificación del aparato según la norma FEM 1001-2:

Values of amplifying coefficient γ_c

Appliance group	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
γ_c	1.00	1.02	1.05	1.08	1.11	1.14	1.17	1.20

En nuestro caso, nuestro aparato se clasifica como A₃, entonces $\gamma_c = 1,05$.

1.7.2 COEFICIENTE DINÁMICO ψ

El coeficiente dinámico será un factor que establece la norma FEM 1001-2 que mayorará la carga de servicio, de manera que así se tenga en cuenta el efecto dinámico debido al movimiento de la carga, pues cuando esta se acelera y se frena genera unas fuerzas de inercia muy importantes. Para establecerlo será necesario conocer antes la velocidad de elevación de la carga, esta estimación aún no la podemos hacer.

1.7.3 COEFICIENTE DE SEGURIDAD

Si vamos a la norma FEM 1001 parte 9, observamos que se establece un factor de seguridad. A través de una tabla se definen los valores de límite elástico para cada acero, de manera que se obtiene la correspondencia de qué tensión es la máxima que se admite para cada uno de los tres casos de estudio de nuestra grúa que definiremos más adelante. Estos casos hacen referencia a la situación de servicio sin viento, con viento máximo de servicio y de aparato sometido a cargas excepcionales respectivamente.

El acero que conforma nuestra grúa es el S355. Para el caso I la tensión admisible es de

237 MPa por lo que se está incluyendo un factor de seguridad de $\frac{355}{237} \approx 1,5$.



Para el caso II la tensión admisible es más permisiva, 267 MPa, y para el caso III 323 MPa.

1.8 SELECCIÓN DEL GANCHO

El primer elemento de la grúa que vamos a definir es éste puesto que a partir de la norma DIN 15400 y conociendo la carga máxima de servicio podemos definir el número de gancho dentro de todos los que ofrece la norma.

Sabemos que la carga máxima que va a soportar el gancho va a ser de 8 toneladas, pues es la máxima carga que por diseño hemos decidido. Sabiendo esto no son necesarios más datos para seleccionar el gancho de nuestra grúa, siendo esta selección definitiva desde este mismo instante y hasta el final del diseño. Para ello acudimos a la norma DIN 15400.

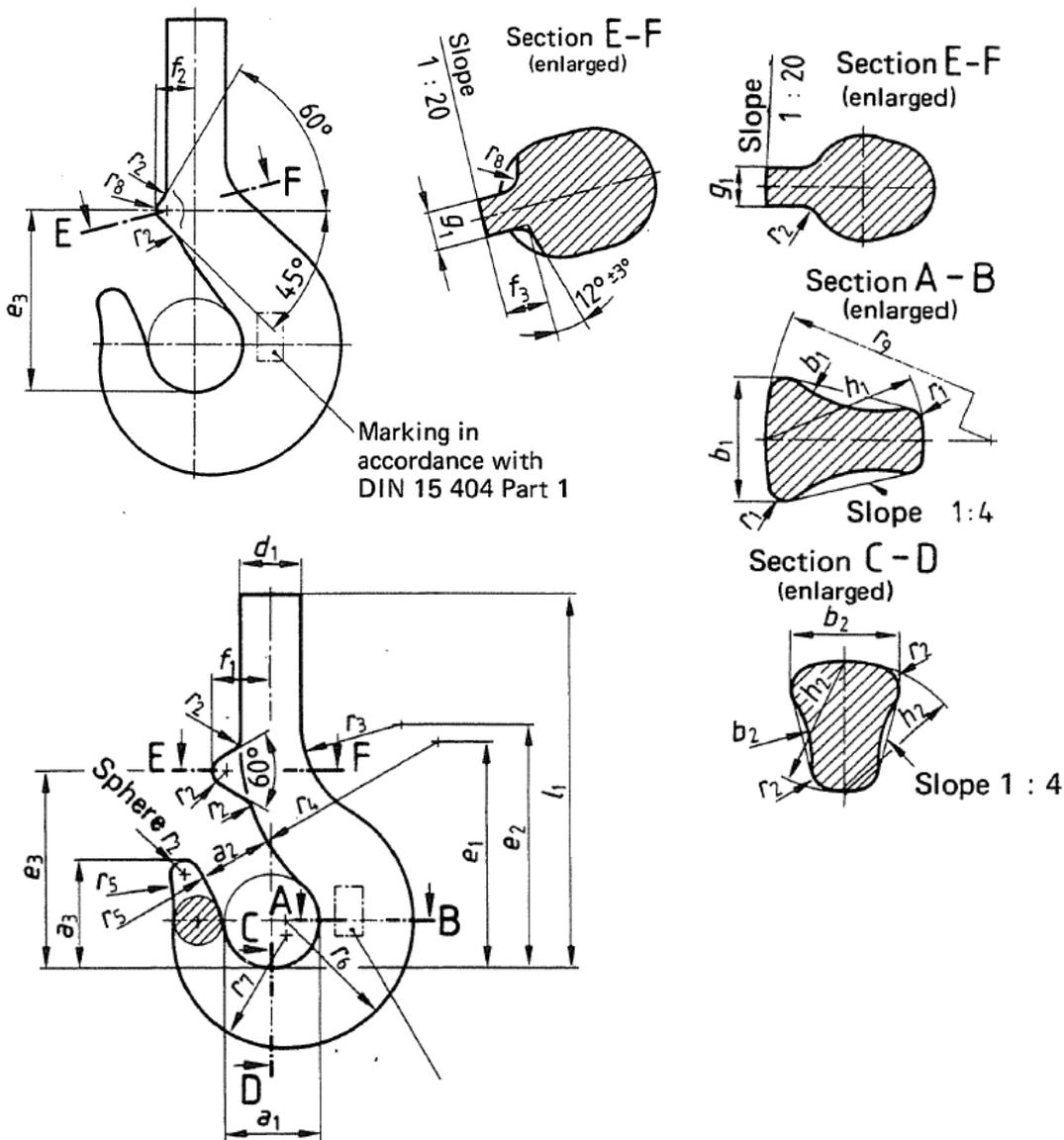
En ella obtenemos el número de gancho a partir de la clase de fuerza, del grupo de carga y de la carga que suspende el gancho. Para conocer el grupo de carga vamos a la norma DIN 15020 parte 1. En esta norma, considerando que nuestra grúa está dentro de las de uso más bien ocasional y que eleva con frecuencia la carga máxima vemos que nuestro grupo de carga es el 1Bm lo cual corresponde con la clasificación M3 que le asignamos al mecanismo de elevación.

Acudimos ahora a la norma DIN 15400 para seleccionar el gancho pero aún nos falta conocer la clase de fuerza. Existen cuatro tipos, M, P, S, T y V. Elegimos el de tipo M que ofrece unas buenas propiedades mecánicas. Conociendo que la carga que soporta el gancho será como máximo 8000 kg, podemos ya elegir el gancho.

Nuestro gancho será el número 4. Esta selección incluye el rodamiento de carga axial al que va sujeto. Éstas serían sus dimensiones y su peso:

Single hook No.	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	d_1	e_1	e_2	e_3	f_1	f_2	f_3	g_1	h_1	h_2	l_1	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	r_8	r_9	Weight in kg \approx
4	71	56	80	63	53	48	172	190	148	45	—	—	16	80	67	285	8	12	71	150	150	103	90	—	160	8,8

Incluyendo el rodamiento axial de sujeción del gancho, el peso total de éste es de 14 kg.



Otro aspecto muy importante a considerar es la correcta disposición de la suspensión del gancho según la normativa, es decir, del rodamiento de carga axial que sustenta al gancho y que se acopla al aparejo.

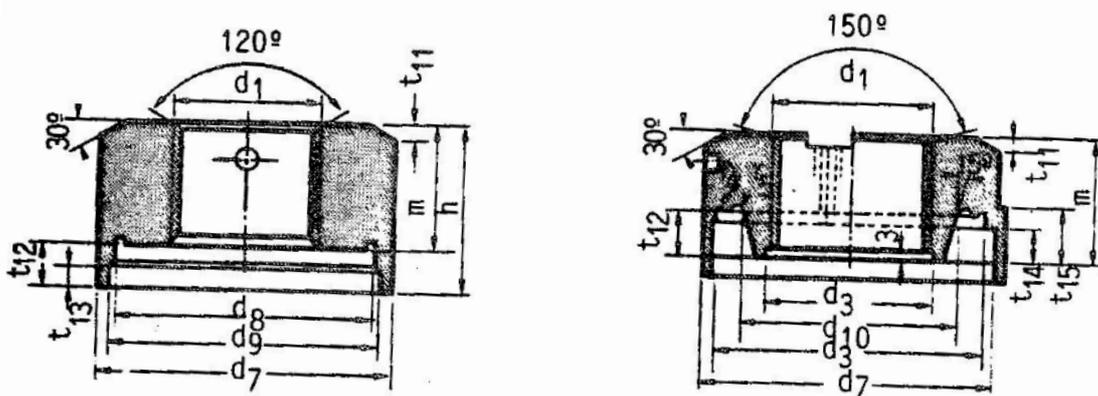
Con respecto a la normativa DIN 15411, las disposiciones a adoptar dependen del gancho que se utilice. Para ganchos de carga número 09 hasta 8 (el nuestro es nº 4) según la imagen:



Tamaño (ganchos de carga) número	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	c	d ₂	d ₄	d ₅	d ₆	h ₁	h ₂	h ₃	r ₁	r ₂	s ₁	s ₂	t ₁	t ₂
2.5	60	125	22,5	17	8	37	40	30	19	40	21,5	37	0,6	1,6	0,5	1,2	2	2
4	90	140	25	19	8	43	50	35	23	45	24	42	0,6	1,6	0,5	1,2	3	2
5	100	155	27,5	22	8	46	60	40	27	50	27,5	45	1	1,6	0,5	1,2	3	2
6	125	185	30	24	10	51	70	45	32	55	30	50	1	1,2	0,5	1,2	4	2,5

La última pieza a considerar para el correcto montaje del gancho es la tuerca que también viene estandarizada, esta vez por la norma DIN 15413 que determina las dimensiones de tuercas de ganchos de carga para motones locos para grúas.

Definición de variables:



Dimensiones:

rosca métrica	d ₁ rosca redonda según DIN 15403	d ₃ c11	d ₇	d ₈ E9	d ₉	d ₁₀	h	m	r ₄	r ₅	t ₁₁	t ₁₂	t ₁₃	t ₁₄	t ₁₅	Para ganchos de carga núm.
M 36	-	-	70	50	63	-	44	32	0,6	-	4	12	8	-	-	2,5
M 42	-	-	80	70	73	-	49	36	0,6	-	5	13	9	-	-	4
M 45	-	-	95	85	88	-	56	40	1	-	5	16	9	-	-	5
-	Rd 50 x 6	50,6	115	105	-	68	-	55	1,6	4	8	20	-	15	22	6

1.9 CASOS DE CARGA (FEM 1001)

Son las tres situaciones críticas a partir de las cuales se diseña cada parte de la grúa y son establecidas por la norma FEM 1001.



1.9.1 CASO I: CASO NORMAL SIN VIENTO

Se van a considerar las solicitaciones estáticas debidas al peso propio S_G , las fuerzas debidas a la carga de servicio S_L multiplicadas por el coeficiente dinámico ψ y los dos efectos horizontales más desfavorables S_H sin considerar los efectos de choque, multiplicadas todas ellas por un coeficiente de mayoración γ_c :

$$\gamma_c (S_G + \psi \cdot S_L + S_H)$$

1.9.2 CASO II: SERVICIO NORMAL CON VIENTO LÍMITE DE SERVICIO

A las cargas consideradas para el caso I se añaden los efectos del viento límite de servicio S_w y, en caso necesario, la carga debida a la variación de la temperatura:

$$\gamma_c (S_G + \psi \cdot S_L + S_H) + S_w$$

No se considera el efecto de las sobrecargas producidas por la nieve.

1.9.3 CASO III: APARATO SOMETIDO A CARGAS EXCEPCIONALES

La peor de las siguientes combinaciones deberá ser considerada:

-Aparato fuera de servicio con viento máximo.

Las cargas S_G son las debidas al peso muerto, a esto le añadimos $S_{w \max}$ que es la fuerza máxima del viento fuera de servicio, para lo cual acudiremos a la norma UNE EN 13001.

-Aparato en servicio bajo el efecto de un choque.

En este caso a la fuerza debida al peso muerto le añadimos el efecto del peor de los choques S_L , que encontraremos en la norma FEM 1001 parte dos.

-Aparato sometido a ensayos estáticos y dinámicos.

1.10 CÁLCULO DE LAS PARTES FUNDAMENTALES

1.10.1 CABLE DE ELEVACIÓN

La norma DIN 15.400 marca unas reglas para el dimensionado basadas en ensayos y experiencias prácticas.



Es necesario tener en cuenta las condiciones de trabajo de la máquina. Se distinguen seis grupos para las normas DIN y otros seis para las normas FEM, según la duración real del mecanismo y de la frecuencia de elevación de la carga máxima. Como ya hemos visto, el mecanismo de elevación de nuestra grúa se clasifica en el grupo M3.

La tracción máxima S en el cable de elevación se obtiene considerando:

Q_u = Carga máxima nominal del aparato.

Q_{es} = Peso propio del aparejo o elemento de suspensión de la carga.

i = Relación del aparejo, número de ramales.

η = Rendimiento del aparejo.

F_a = Fuerza de aceleración si fuese superior al 10 % de la carga.

α_m = Inclinación del cable en fin de curso si es superior a 22,5 °.

Por tanto:

$$S = \frac{Q_u + Q_{es}}{i \cdot \eta} \quad S = \frac{Q_u + Q_{es}}{i \cdot \eta \cdot \cos \alpha_m} \quad S = \frac{Q_u + Q_{es} + F_a}{i \cdot \eta}$$

Para el cálculo del cable se aplica la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned} \text{DIN:} & \quad d = K_c \sqrt{S} \\ \text{FEM:} & \quad \text{Coeficiente de seguridad } Z_p \geq \frac{F_0}{S} \end{aligned}$$

Donde F_0 es la carga de rotura del cable.

También podremos utilizar la norma UNE ISO 4308 que lo único que hace es llamar a estas dos normas.

Aplicaremos el método de cálculo que propone la norma DIN.

El coeficiente K_c lo clasifica la norma según el grupo del mecanismo, en nuestro caso el M3 para la norma FEM y 1Bm para la DIN lo cual implica un factor $K_c = 0,250$.

La carga útil que hemos definido en función de las necesidades es de 8000 kg y el peso del elemento de suspensión es como acabamos de calcular de 14 kg, pero aún no conocemos el peso del aparejo, por lo que estimamos el conjunto en 300 kg.

$$Q_T = (Q_{\text{útil}} + Q_{\text{gancho}}) \cdot \gamma_c = 8300 \times 1,05 = 8715 \text{ kg}$$

Nuestro mecanismo de elevación constará de un sistema de doble reenvío o de tiro directo, consideraremos ahora el de doble reenvío ya que será lo más desfavorable, pues afectará el rendimiento de las poleas. Este rendimiento será de $\eta = 0,99$ (foto).

La máxima tracción será entonces:

$$S = \frac{8715}{2 \times 0,99} = 4401,5 \text{ kg}$$

El diámetro del cable aplicando la fórmula:



$$d_{cable} = K_c \sqrt{S} = 0,250 \sqrt{4401,5} = 16,59 \text{ mm}$$

El diámetro nominal seleccionado ha de estar comprendido, según la norma UNE ISO 4308, entre este diámetro mínimo calculado y 1,25 veces el mismo:

$$16,59 < d < 20,73 \text{ mm}$$

El cable seleccionado para elevación será entonces uno de los que ofrece la norma para grúas corrientes con un diámetro de cable de 5 a 25 mm o de 10 a 30 mm. Escogemos la primera opción por ser más económica. Nuestro cable de elevación será de composición $6 \times 19(1 + 6 + 12) + 1$. Esto quiere decir que contiene 6 cordones de cable, 19 alambres de los cordones, un alma de cable y cada uno de los cordones con un alambre central, seis periféricos a éste y 12 más periféricos exteriores.

El diámetro nominal estandarizado por la norma ISO 2408 y más próximo al calculado será: $d_{cable} = 17 \text{ mm}$.

El peso propio de este cable si lo consultamos en la norma ISO 2408 de cables, vemos que para un tipo de cable 6×19 con un alma y 17 mm de diámetro correspondería una densidad lineal de 104 kg por cada 100 metros de cable.

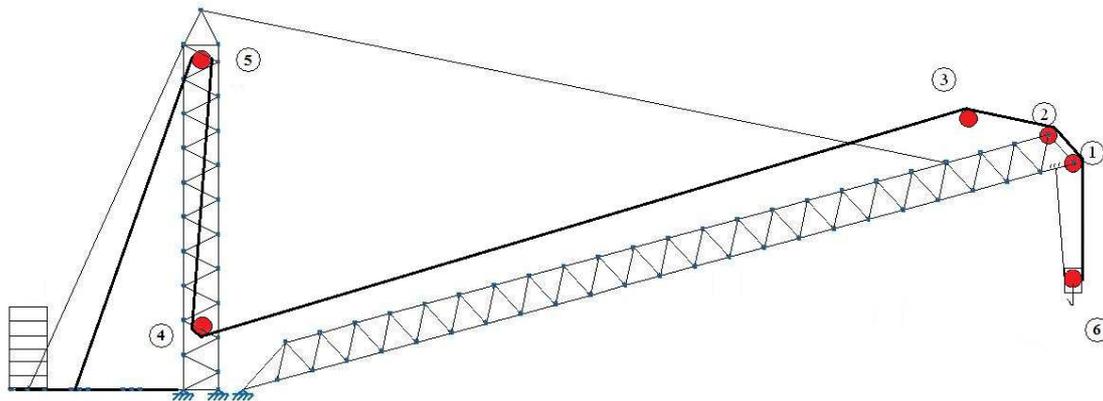
También podríamos atender al método de la norma FEM y comprobar a partir del coeficiente de seguridad asignado a la clasificación de nuestro aparato de elevación calcular la fuerza de tracción mínima de rotura del cable:

$$F_{min} = Z_p \cdot S = 3,55 \times 4401,5 = 15625,3 \text{ kg} \gg 4401,5 \text{ kg}$$

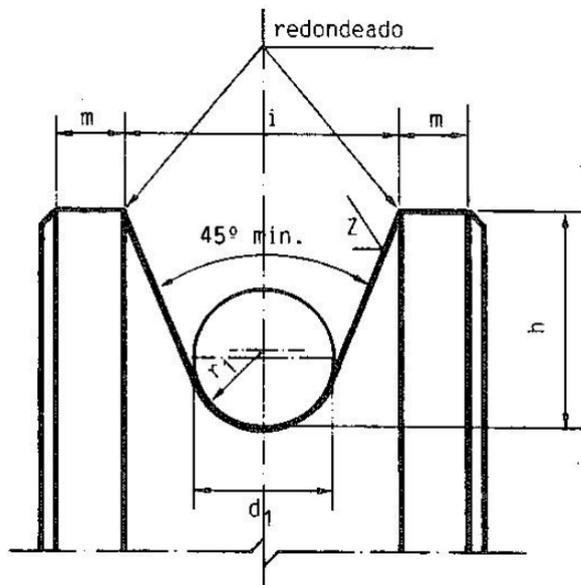
1.10.2 POLEAS DEL SISTEMA DE ELEVACIÓN

Atendiendo a la norma DIN 15061 y al diámetro del cable que hemos fijado en 17 mm, obtenemos el perfil de la polea que servirá tanto para poleas guía como para las del sistema de reenvío del mecanismo de elevación. Nuestro mecanismo de elevación constará de 7 poleas, dos de ellas en el aparejo, todas ellas con este perfil de garganta.

Tendremos poleas colocadas a lo largo de la grúa para el sistema de elevación. En el siguiente esquema se define sus posiciones:



Definición de variables:



Dimensiones:



Radio de garganta diferencia adm. para precisión				n ²⁾ i m valores aproximados			Diámetro nominal del cable
r ₁	1	2	3 ¹⁾				d ₁
1,6				8	9	2	3
2,2				10	11	2	4
2,7				12,5	14	2	5
3,2	+0,4	+0,2	+0,1	12,5	15	3	6
3,7				15	17	4	7
4,2				15	18	4	8
4,8				17,5	21	4,5	9
5,3				17,5	22	4,5	10
6				20	25	5	11
6,5	+0,6	+0,3	+0,2	20	25	5	12
7				22,5	28	5	13
7,5				25	31	6	14
8				25	31	6	15
8,5				27,5	34	6	16
9				30	37	6	17
9,5				30	38	6	18
10				32,5	40	7	19
10,5				35	43	7	20
11				35	44	7	21
12	+0,8	+0,4	+0,2	35	45	7	22
12,5				35	46	7	23
13				37,5	48	8	24
13,5				40	51	8	25
14				40	52	8	26
15				40	53	8	27, 28
16				45	59	8	29, 30
17				45	60	8	31, 32
18				50	65	10	33, 34
19				55	71	10	35, 36
20				55	72	11	37, 38
21				60	78	11	39, 40
22				60	79	11	41
23				65	84	11	42, 43
24				65	86	12,5	44, 45
25	+1,6	+0,8	+0,4	67,5	89	12,5	46
26				70	91	12,5	47
27				70	93	12,5	48
28				72,5	95	12,5	49
29				72,5	96	12,5	50
30				75	99	12,5	52
31				77,5	103	12,5	54
32				80	106	12,5	56
				82,5	110	12,5	58
				85	113	12,5	60

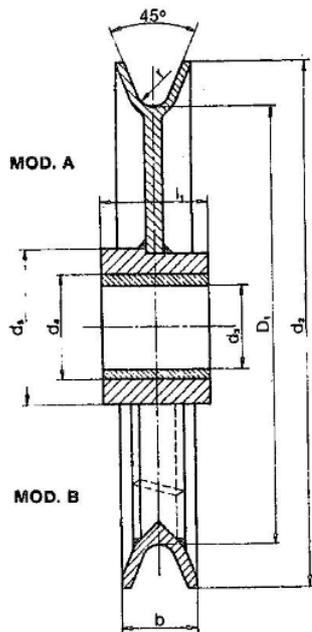
1) Para grúas de producción, p.e. grúas para empresas siderúrgicas y fábricas de laminación, se recomienda la precisión 3.
2) $h_{\min} = d_1 \sqrt{2}$

En nuestro caso, las poleas para el mecanismo de elevación tendrán un perfil de garganta como el que se define en la tabla anterior para un diámetro de cable de 17 mm que es la medida que calculamos para dicho mecanismo.

Existen tres tipos de poleas utilizadas en aparatos de elevación, de casquillos de bronce, de rodamientos de bolas y de rodamientos de rodillos. En nuestro caso nos decantamos por las de casquillos de bronce debido a que son más económicos y a que nuestra grúa no va a ser utilizada con mucha frecuencia por lo que podemos no invertir demasiado en pequeños elementos como éstos.

Para seleccionar la polea utilizamos el diámetro del cable como dato y obtenemos la siguiente información acerca de la polea:

-Definición de variables:



Seleccionamos el modelo A por su sencillez.

Dimensiones:

D ₁	∅ de cable	r	d ₂	b	d ₃ E ₉	d ₄ H ₇	d ₅	l _{1-0,2}	Peso aprox. Kg.	Referencia
100	Hasta 5	2,5	125	18	12	18	40	25	1,5	002.10.02 002.10.03 002.10.04 002.10.05
					15	22				
					20	26				
					25	32				
125	5-6,5	3,2	150	22	20	26	50	30	2	002.12.04 002.12.05 002.12.06
					25	32				
					30	38				
160	6-8	4	190	28	35	45	70	40	3	002.16.07 002.16.08 002.16.10
					40	50	70			
					50	60	90			
200	8-10	5	235	32	40	50	75	50	4	002.20.08 002.20.10 002.20.12
					50	60	90	40		
					60	72	100	40		
250	10-12,5	6,3	290	36	50	60	90	60	7	002.25.10 002.25.12 002.25.14
					60	72	100	60		
					70	85	115	50		
315	12-15	8	359	40	60	72	100	70	10	002.31.12 002.31.14 002.31.16 002.31.18
					70	85	115	70		
					80	95	125	80		
					90	105	140	80		
355	14-17	9	411	48	70	85	115	80	16	002.35.14 002.35.16 002.35.18 002.35.20
					80	95	125	70		
					90	105	140	70		
					100	115	150	60		
400	16-20	10	456	50	70	85	115	80	21	002.40.14 002.40.16 002.40.18 002.40.20 002.40.22
					80	95	125	100		
					90	105	140	90		
					100	115	150	80		
					110	125	165	80		

Seleccionamos la polea cuyo diámetro interior de la garganta es D₁ = 355 mm. Su diámetro interior será un dato de gran interés a la hora de definir los ejes sobre los que irán dispuestas, el diámetro más pequeño es de 70 mm.

Si acudimos a la norma UNE ISO 4308-1 encontramos una exigencia de diámetro primitivo mínimo del tambor que veremos si es menor que el diámetro ya definido y que viene definida por la siguiente expresión:

$$D \geq h_2 \cdot t \cdot d_{cable}$$

Donde:

D es el diámetro primitivo mínimo del tambor

h_2 es el factor de selección de la polea, valor que viene tabulado por la norma en función de la clasificación del mecanismo (M3).

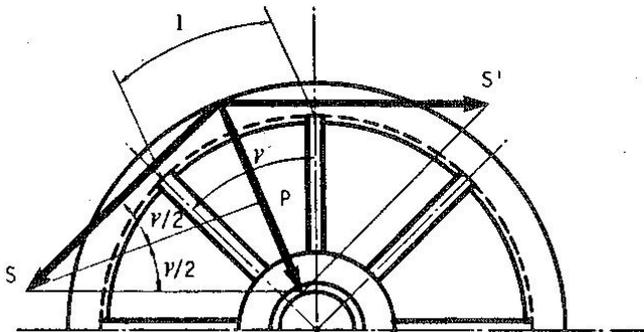
t es el factor del tipo de cable que la norma también lo tabula. Se obtiene a partir del número de cordones exteriores del cable que para nuestro caso es seis. Este factor tiene en consideración el comportamiento diferenciado a la fatiga por flexión de los distintos tipos de cable.

$$D \geq 16 \times 1 \times 17 = 272 \text{ mm} < 355 \text{ mm} \checkmark$$

Por lo que el diámetro seleccionado para la polea es adecuado.

1.10.2.1 Cálculo de una polea soldada

En la siguiente imagen se puede ver cómo la tracción del cable genera una flexión en la llanta.



En el punto central entre dos brazos, la resultante de las componentes radiales es:

$$P = 2 \cdot S \cdot \text{sen} \frac{\gamma}{2}$$

Donde:

$$S = \frac{(Q + P_g) \cdot \gamma_c}{n} = \frac{(8000 + 300) \cdot 1,05}{2} = 4357,5$$

S : tracción del cable. Incluye el peso estimado del aparejo más el del gancho y está mayorada por el coeficiente γ_c .

γ : ángulo entre dos radios



Al estar la carga uniformemente repartida y considerando la llanta como una viga con varios apoyos, el máximo momento flector es:

$$M_{f\text{máx}} = \frac{P \cdot l}{16}$$

l : longitud del elemento

Por lo que la tensión de flexión será:

$$\sigma_f = \frac{P \cdot l}{16 \cdot W}$$

W : módulo resistente

Cada radio está solicitado a compresión por una fuerza de

$$P = 2 \cdot S \cdot \text{sen} \frac{\gamma}{2}$$

La tensión de los brazos será:

$$\sigma = \frac{2 \cdot S \cdot \text{sen} \frac{\gamma}{2}}{A} w$$

A : sección de los brazos

w : factor de pandeo

-Cálculo del espesor de la llanta:

Si entramos en la tabla anterior de poleas con casquillos de bronce, para un diámetro de 355 mm obtenemos los siguientes datos de interés para el cálculo del espesor de llanta:

$$d_2 = 411 \text{ mm}$$

$$b = 48 \text{ mm}$$

$$d_5 = 115 \text{ mm}$$

$$14 \text{ mm} \leq d_{\text{cable}} \leq 17 \text{ mm}$$

En la tabla del perfil de garganta encontramos que el espesor de pared ha de ser de 6 mm.

$$\text{La altura de la garganta será } \frac{d_2 - D_1}{2} = 28 \text{ mm.}$$

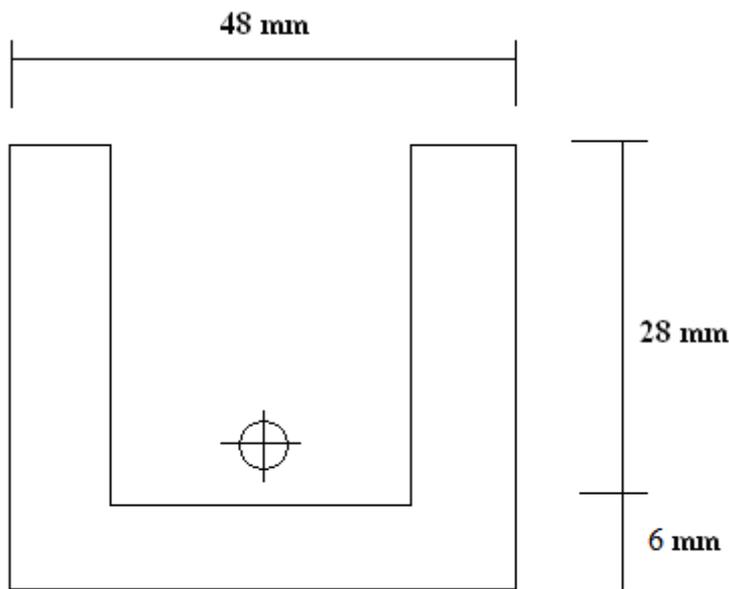
Para continuar con el cálculo hemos de suponer un número de radios. Consideramos un número de radios igual a 8, lo cual es una estimación razonable dentro de las poleas más comunes.

La tracción S del cable sabemos que es como máximo de 4000 kg mas la pasteca (gancho más aparejo), en total 4300 kg, pues para doble reenvío la carga máxima es de 8 toneladas y la mitad para tiro directo.

$$\gamma = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ \quad l = \frac{\pi \cdot D_1}{8} = \frac{\pi \times 355}{8} = 139,41 \text{ mm}$$

$$P = 2 \cdot S \cdot \text{sen} \frac{\gamma}{2} = 2 \times 4357,5 \times \text{sen}(22,5^\circ) = 3335,1 \text{ kg}$$

$$M_f = \frac{P \cdot l}{16} = 29059,02 \text{ kg mm}$$



Recordando que $\sigma_f = \frac{M_f}{W}$ y que $\tau = \frac{P/2}{A_c}$

$$A_c = 6 \times 34 \times 2 = 408 \text{ mm}^2$$

Cálculo de I por Steiner:

$$h_G = \frac{\sum h_i A_i}{\sum A_i} = \frac{17 \times (34 \times 6 \times 2) + 3 \times (36 \times 6)}{(34 \times 6 \times 2) + (36 \times 6)} = 12,15 \text{ mm}$$

$$I = \sum \frac{1}{12} b_i h_i^3 + \sum A_i (h_i - h_G)^2 = 67633,24 \text{ mm}^4$$

$$W = \frac{I}{h_{CG\text{máx}}} = \frac{67633,24}{(34 - 12,15)} = 3095,34 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_f = \frac{29059,02}{3095,34} = 9,39 \text{ kg/mm}^2$$



$$\tau = \frac{3335,1/2}{408} = 4,09 \text{ kg/mm}^2$$

Aplicando el criterio de von Mises:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_f^2 + 3\tau^2} = 11,76 \text{ kg/mm}^2 = 115,36 \text{ MPa}$$

Utilizando un acero A-42 con límite elástico $\sigma_e = 260 \text{ MPa}$ calculamos el coeficiente de seguridad que tenemos:

$$c_s = \frac{260}{115,36} = 2,25$$

Lo cual es un valor razonable de seguridad por lo que el espesor estimado de 8 mm se considera adecuado.

-Cálculo del espesor de los radios:

Determinaremos ahora el espesor de los radios que unen la llanta y el cubo.

Consideramos que este espesor es de 12 mm y la anchura de 30 mm y veamos qué tal soportan los radios la compresión provocada por la tracción del cable:

$$I_{\min} = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}30 \times 12^3 = 4320 \text{ mm}^4$$

$$A = 12 \times 30 = 360 \text{ mm}^2$$

Vamos a trabajar con el método del coeficiente w de manera que nos aseguremos de que el elemento no llega a pandear.

$$\text{Radio de giro: } K = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{4320}{360}} = 3,46$$

La longitud crítica de pandeo será la longitud de todo el radio, pues consideraremos el caso más desfavorable que es el de considerar la barra articulada en sus dos extremos.

$$L_c = L = \frac{D_1 - d_5}{2} - e = \frac{355 - 115}{2} - 6 = 114 \text{ mm}$$

$$\text{Esbeltez: } \lambda = \frac{L_c}{K} = \frac{114}{3,46} = 32,95$$

Esta esbeltez corresponde a un coeficiente w de las tablas de pandeo, $w = 1,04$.

Una vez obtenido se puede calcular la tensión de compresión para que no se produzca pandeo:

$$\sigma = \frac{P \cdot w}{A} = \frac{3335,1 \times 1,04}{360} = 9,63 \text{ kg/mm}^2 = 94,52 \text{ MPa}$$

Calculamos el coeficiente de seguridad que se obtiene para este estado de esfuerzos de los radios:



$$c_s = \frac{260}{94,52} = 2,75$$

Por lo que el espesor estimado de los radios ha sido un acierto.

El peso aproximado de cada polea es de 16 kg.

1.10.3 MOTORES REDUCTORES

Un motor reductor es un mecanismo formado básicamente por dos ejes, uno de entrada y otro de salida de manera que le primero impulsa al segundo. Pueden definirse por engranajes o por poleas, en este caso se tratará de engranajes puesto que las potencias a transmitir entre ambos ejes serán grandes y para poleas se podrían producir deslizamientos de la correa. En un motor reductor la velocidad del eje de salida es menor que la del eje de entrada. Como bien sabemos la potencia se puede definir como:

$$P = v \times F$$

Conociendo que la potencia para un proceso ideal se conserva de un eje a otro, descubrimos que un mecanismo de este tipo lo que hace es sacrificar velocidad de giro por par, es decir, si la potencia P es constante del eje de entrada al de salida y la velocidad en el eje de salida es menor por tener más diámetro, entonces el par en el eje de salida será mayor porque la fuerza sería mayor.

Entendemos ahora que es lógico utilizar este tipo de máquinas tanto para la elevación de la carga en grúas como para el giro y el abatimiento de su pluma.

Son muchas las variables con las que tendremos que jugar para poder estimar ahora qué motor podremos necesitar. Primero estimamos la potencia del motor reductor a partir de datos obtenidos de una grúa de parecidas dimensiones, y es que la potencia es producto de la velocidad por la carga que elevamos:

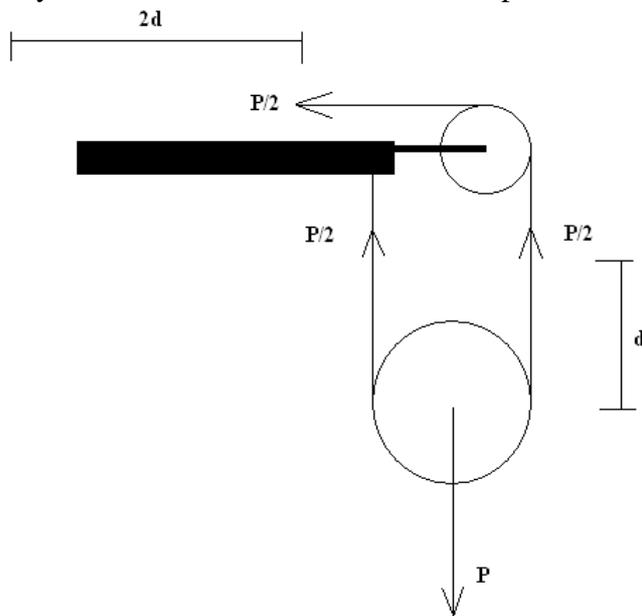
Hoist Speed and Capacity

Hoist Unit	WiW 260 MZ 407	1-Part Line				
		Speed	Capacity	Hook Speed	Capacity	Hook Speed
60 hp (45 kW) AC hoist unit Variable frequency drive (VFD) Single-speed gearbox Electromagnetic gear shifting Lebus™ drum		1	up to 10,800 lbs @ 0-144 fpm	up to 4 900 kg @ 0-44 m/min		
			up to 440 lbs @ 0-564 fpm			
		2-Part Line				
		1	up to 22,050 lbs @ 0-72 fpm	up to 10 000 kg @ 0-22 m/min		
		up to 2,205 lbs @ 0-328 fpm	up to 1 000 kg @ 0-100 m/min			

Como vemos, para una grúa Derrick capaz de levantar 10 toneladas tenemos un motor reductor para la elevación de dicha carga de 45 kW. Para nuestro modelo utilizaremos una potencia parecida y veremos más adelante si es adecuada en función de la velocidad que obtengamos dadas las 8 toneladas a elevar por nuestro aparato.

El otro dato que nos falta es el denominado tiro, es decir, la carga que soporta el cable que sale del tambor del reductor. Esta carga no tiene por qué ser la misma que la carga que se está levantando debido a que se cuenta con un sistema de reenvíos que desmultiplican la tensión del cable.

El sistema de reenvíos de cables aparecerá tanto para la elevación de carga como para el abatimiento de la pluma. Con este sistema se consigue que la fuerza necesaria para elevar una carga sea tantas veces menos como número de reenvíos establezcamos, sin embargo, para ofrecer la misma potencia, la velocidad debería aumentar el mismo número de veces como reenvíos, sin embargo, la velocidad de giro del reductor va a ser constante. Tenemos entonces que a mayor número de reenvíos menor será la fuerza pero mayor será la lentitud. Esta teoría se explica en el siguiente esquema de forma clara:



Teniendo un sistema de dos reenvíos reducimos la fuerza necesaria a la mitad pero en el mismo tiempo la carga se desplaza una distancia 'd' mientras que el cable que va al tambor del motor una distancia '2d'. Sabiendo que el motor tiene una velocidad constante, habremos hecho que la carga vaya el doble de despacio.

Para nuestra grúa fijaremos un sistema de seis reenvíos para la elevación de la pluma y otro de doble reenvío o de tiro directo para la elevación de la carga.

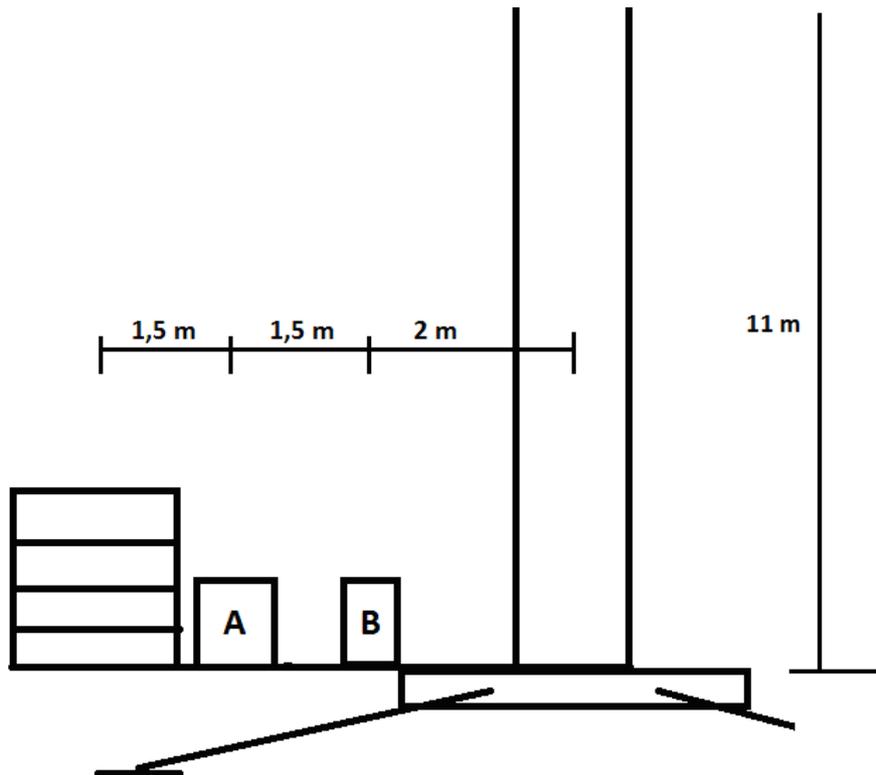
A pesar de las diferentes opciones que existen y que dan mejores prestaciones, hemos decidido utilizar un motor reductor de régimen de giro constante y de potencia variable tanto para el sistema de elevación como para el de abatimiento de manera que al poder elegir entre el sistema de tiro directo o el de dos ramales, la elevación de cargas podrá darse a tan solo dos regímenes de velocidades siendo el doble la del caso de tiro directo. Así pues, la velocidad no va a variar con la carga suspendida, únicamente dependerá de la configuración del sistema de reenvíos, del tiro máximo en el tambor y de la cantidad de cable arrollado en el tambor como veremos más adelante.

1.10.3.1 Situación de los equipos de elevación y abatimiento

La colocación de los motores reductores y de los tambores de elevación no será ni mucho menos arbitraria. Se han de colocar de manera que su peso colabore en el momento antivuelco por lo que se colocarán a cierta distancia del eje central. La situación de estos motores sobre la parrilla de contrapesos y motores depende de las

dimensiones genéricas de la grúa fijadas al principio de este proyecto. Dichas dimensiones satisficían las necesidades de ser una grúa lo más reducida posible en su base. Además, la distancia con respecto al sistema de desmultiplicación definirá el ángulo de entrada del cable al sistema de ramales el cual tiene ciertas limitaciones.

Por estas razones el contrapeso se situará a 5 metros del eje central de manera que hemos decidido situar los motores a 2 y 3,5 metros del mástil. El más alejado será el equipo de abatimiento y el más cercano al mástil será el equipo de elevación. Esto se debe a que de otra manera los cables de uno y otro sistema podrían cruzarse entre sí.



Donde:

A es el equipo de abatimiento.

B es el equipo de elevación.

1.10.3.2 Sistema de elevación

1.10.3.2.1 Ángulo de salida del cable del tambor

Lo primero que vamos a hacer para calcular el motor reductor que será necesario para el sistema de elevación va a ser calcular las dimensiones principales del tambor que arrollará el cable de elevación, longitud y diámetro.

Estas dimensiones van a estar totalmente definidas por el ángulo de salida del cable en el tambor y por la cantidad de cable. Este ángulo está limitado a $1,5^\circ$ por la norma UNE-ISO 4308, es por esto que hay que estudiar la geometría del tambor que cumpla



ese requisito y de ahí lanzarnos a calcular el motor. Esta limitación se debe a que si el ángulo de salida del cable con respecto del tambor es demasiado grande el cable no se arrollaría bien

Como ya sabemos, esta grúa se ha diseñado para poder coger cargas a 200 metros por debajo suya cuando se utiliza el sistema de doble reenvío por lo que se necesitarán 400 metros de cable.

Conociendo la cantidad de cable y su diámetro, podemos definir la longitud máxima del tambor para que el ángulo de salida del cable no sea mayor que el máximo permitido y el diámetro que tendrá que tener el tambor para albergar tanto cable en la longitud resultante.

Los tambores más comúnmente usados son tambores acanalados con un máximo de tres capas de cable, si no fuera así, el cable no se arrollaría bien.

Vamos a calcular pues qué diámetro se necesita para respetar el ángulo y poder albergar todo el cable.

Calculamos primero la longitud de cable por capa:

$$l_{\text{cable/capa}} = \frac{400}{n} = \frac{400}{3}$$

Donde:

n es el número de capas.

$l_{\text{cable/capa}}$ es la longitud de cable media por cada capa.

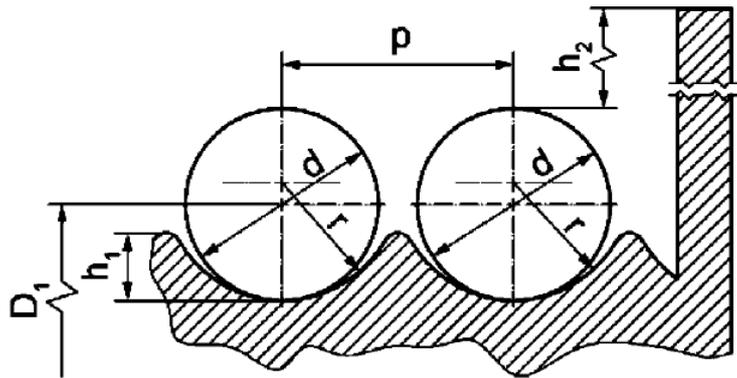
El número de espiras por capa será entonces, añadiendo dos espiras de margen por capa:

$$n^{\circ}_{\text{esp/capa}} = \frac{l_{\text{cable/capa}}}{\pi \cdot D} + 2 = \frac{400/3}{\pi \cdot D} + 2$$

La longitud del tambor queda:

$$L_{\text{tambor}} = n^{\circ}_{\text{esp/capa}} \cdot p$$

Donde p es el paso, la distancia entre espiras. Para conocer su valor nos vamos a la norma UNE-EN 13135 donde aparecen las dimensiones del perfil de garganta de un tambor:



Detalle del tambor del cable

Valores de los parámetros según la norma UNE-ISO 4308:

$$0,525 \times d \leq r \leq 5,56 \times d$$

$$p \geq 1,1 \times d \text{ y } p \geq d + 2 \text{ mm}$$

$$0,33 \times d \leq h_1 \leq 0,45 \times d; \text{ para los arrollamientos monocapa}$$

$$0,28 \times d \leq h_1 \leq 0,45 \times d; \text{ Para los arrollamientos multicapa}$$

$$h_2 \geq 1,5 \times d$$

Donde:

d es el diámetro del cable.

r es el radio del fondo de la garganta.

h es la profundidad de garganta.

D_1 es el diámetro del paso sobre el tambor del cable.

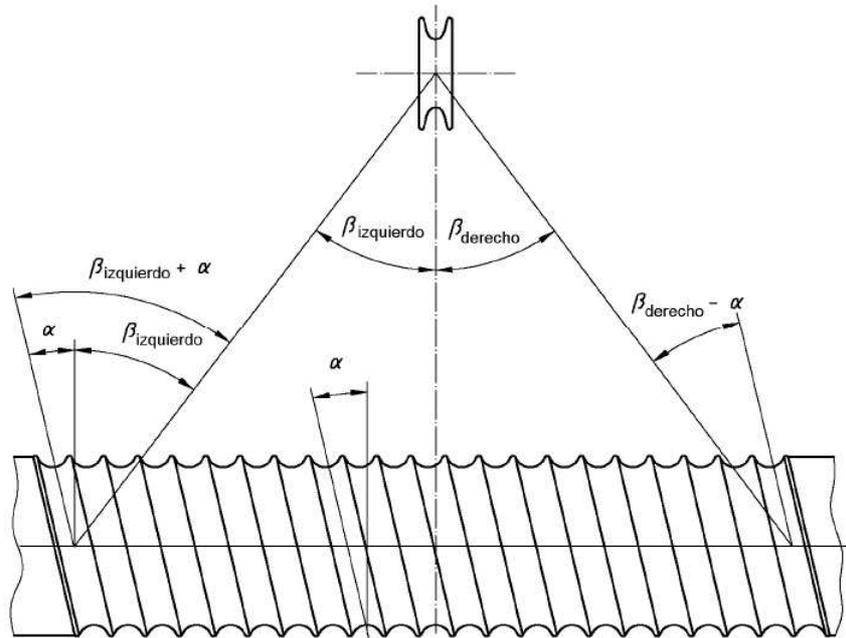
p es el paso entre espiras de cable arrollado.

Nos interesa principalmente el paso par calcular la longitud del tambor. Para un diámetro de cable de 17 mm vemos que ha de ser mayor que 19 mm, por lo tanto fijamos el paso en su valor mínimo para que el tambor sea lo más pequeño posible. Entonces $p = 19$ mm.

Entonces:

$$L_{\text{tambor}} = n^{\circ}_{\text{esp/capa}} \cdot p = \left(\frac{400/3}{\pi \cdot D} + 2 \right) \cdot 0,019$$

Toca ahora calcular el ángulo que forma el cable a la salida del tambor con respecto al ángulo de arrollamiento. Considerando que el tambor está centrado tenemos:



a) Ángulos de entrada del cable y de ranura

El ángulo de arrollamiento se define siempre a partir de la siguiente ecuación:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{p}{\pi \cdot D}\right) = \arctan\left(\frac{0,019}{\pi \cdot D}\right)$$

El ángulo β_{izq} será:

$$\beta_{izq} = \arctan\left(\frac{L_{tambor} / 2}{d}\right)$$

Donde d es la longitud de cable que va del tambor a la polea de la punta del mástil. Como veremos más adelante, el tambor de elevación se va a colocar a una distancia de 2 metros con respecto al eje central del mástil. Esta distancia se justifica con lo reducido que va a ser el bastidor de motores y de contrapeso y a que en él habrá más elementos apoyados como el sistema de abatimiento. Siendo la altura del mástil de 11 metros, la distancia d será:

$$d = \sqrt{(11 - D)^2 + 2^2}$$

El ángulo total de salida del cable y de máximo valor será $\beta_{izq} + \alpha$:

$$\beta = \beta_{izq} + \alpha = \arctan\left(\frac{L_{tambor}/2}{d}\right) + \arctan\left(\frac{0,019}{\pi \cdot D}\right)$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{\left(\frac{400/3}{\pi \cdot D} + 2\right) \cdot 0,019/2}{\sqrt{(11-D)^2 + 2^2}}\right) + \arctan\left(\frac{0,019}{\pi \cdot D}\right) \leq 1,5^\circ$$

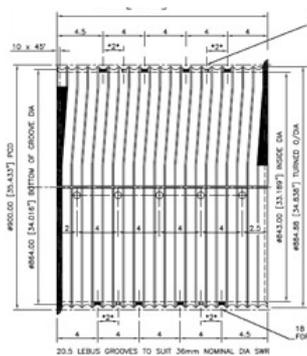
Despejando el diámetro de la ecuación obtenemos:

$$D \geq 2,1 \text{ m}$$

Llegamos a la conclusión de que estas dimensiones son excesivas por motivos de fabricación y porque no sería lógico que esta grúa tuviera piezas tan pesadas. Además, sería difícil encontrar un reductor cuyo par a la salida fuera uno tan alto como el que se produciría aquí dadas las dimensiones tan grandes del tambor. Habrá que tomar otra solución.

Se ha pensado en utilizar una polea oscilante o bien un tambor tipo Lebus que pueda albergar más de tres capas de cable. Lo que vamos a hacer es tomar ambas soluciones ya que nos encontramos ahora en un diámetro de tambor muy alejado de lo que buscamos.

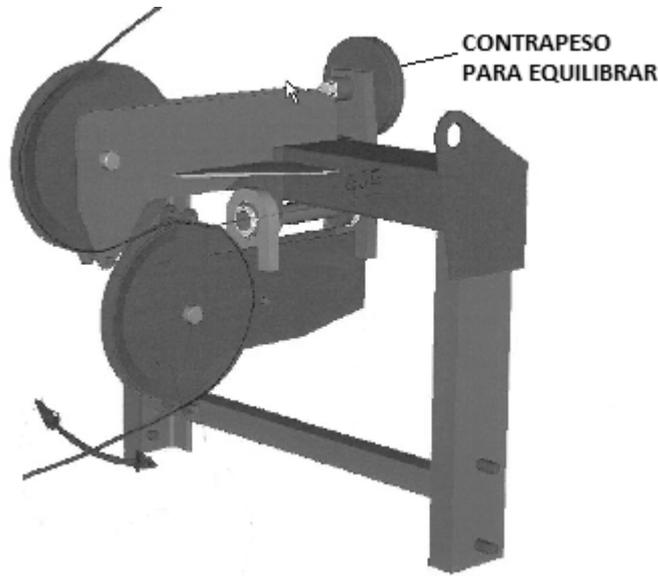
Lo primero de todo decir que los tambores Lebus fueron una revolución en los tambores de cable puesto que permitían que se pudieran arrollar hasta más de veinte capas de cable sin que hubiese problemas de arrollamiento. Este sistema de la siguiente manera: Todas las espiras son paralelas en casi toda la vuelta excepto en dos sectores donde se produce una desviación, se aprecia mejor en la siguiente imagen:



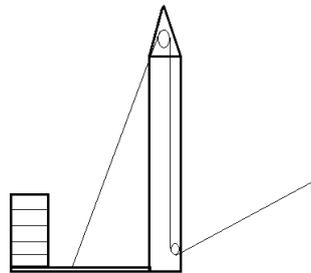
Aumentando el número de capas de cable conseguiremos reducir la longitud del tambor y el diámetro del mismo.

El otro aspecto a tener en cuenta es la polea oscilante. Su funcionamiento es muy ingenioso. El cable del tambor de elevación el cable va a una polea oscilante sujeta mediante un dispositivo que permite una oscilación de forma que reduce el ángulo de salida del cable del tambor β a valores inferiores a $1,5^\circ$ puesto que automáticamente se

adapta al ángulo adecuado mediante su batimiento alrededor de un eje que a su vez se encuentra compensado por un contrapeso para facilitar el giro de la polea. Para que el cable no se escape se coloca una polea fija con la precaución que el eje o punto de giro de la polea oscilante se realice alrededor del cable situado entre la polea fija y la oscilante.



El cable, tras pasar por este sistema de polea oscilante en la punta del mástil, se envía a una polea en la base del mástil y de ahí a la punta de la pluma para coger la carga tal como se muestra en la siguiente imagen:



Hay que recordar que las poleas calculadas para el sistema de elevación daban unos diámetros interiores de garganta de 355 mm por lo que el ángulo β_{izq} se verá notablemente reducido. Si consideramos que la polea oscilante puede inclinarse hasta un máximo de 90 ° a cada lado:

$$\beta_{izq} = \arctan\left(\frac{L_{tambor} / 2 - 0,355}{\sqrt{(11 - D)^2 + 2^2}}\right)$$

Por lo que el ángulo máximo del cable a la salida del tambor con respecto al ángulo de arrollamiento, que se produce en uno de los extremos del tambor, será en función del diámetro y del número de capas:



$$\beta = \arctan \left(\frac{\left(\frac{400/n}{\pi \cdot D} + 2 \right) \cdot 0,019/2 - 0,355}{\sqrt{(11-D)^2 + 2^2}} \right) + \arctan \left(\frac{0,019}{\pi \cdot D} \right) \leq 1,5^\circ$$

Solución:

$$D = 500 \text{ mm}$$

$$n = 5 \text{ capas}$$

$$L_{\text{tambor}} = 1,006 \text{ m}$$

Los valores obtenidos son perfectamente razonables y entran dentro de las dimensiones de tambores normales, no se han obtenido valores exagerados como en el caso en el que calculábamos para tres capas de cable. Así pues, consideramos válida esta solución.

1.10.3.2.2 Cálculo del motor reductor

Como va a ver varias capas, es evidente que conforme se cambie de capa cambiará el diámetro del tambor y por tanto variará el momento en el tambor. Por eso vamos a calcular el momento máximo, el momento en el máximo diámetro y el máximo tiro, máxima carga de servicio. De esta manera calcularemos un motor reductor que sea capaz de vencer dicho momento máximo mientras que para momentos menores, bien por levantar menor carga o por estar en capas de cable más próximas al eje del tambor, el motor trabajará con menos potencia y misma velocidad de giro, pues es un motor de velocidad de giro única.

Suponemos los siguientes datos antes de empezar a calcular el reductor:

-Potencia estimada: 50 kW. Estimamos esta potencia porque sabemos que $\dot{W} = T \times v$ y entonces sabiendo el tiro vamos a ver que va a salir una velocidad aceptable y adecuada a este mecanismo.

-Diámetro medio del tambor: 500mm. Hay que decir que cuando hablamos de diámetro medio del tambor nos referimos al diámetro primitivo de éste más un número de diámetros del cable igual al de capas de las que vayamos a disponer. Esto será importante volver a tenerlo en cuenta más adelante en el diseño del tambor.

-Diámetro máximo en el tambor (en la última capa de cable): $500 + 4 \times 17 = 568 \text{ mm}$. Medimos los diámetros entre planos medios de capas de cable.

-Tiro del cable: La carga máxima de servicio es de 8000 kg para un sistema de dos ramales a lo que hay que añadir el peso del aparejo estimado en 300 kg. Para el caso de tiro directo el tiro del cable ha de ser la mitad por lo que la carga máxima de servicio sería de 3850 kg. Todo esto lo multiplicamos por el coeficiente de mayoración que impone la norma FEM 1001. Estimamos el peso del aparejo más el gancho en 300 kg de manera que el tiro queda así:



$$T = \frac{(Q + P_g) \cdot \gamma_c}{n} = \frac{(8000 + 300) \cdot 1,05}{2} = 4357,5 \text{ kg}$$

-Rendimiento: 0,8. Recomendado entre 0,75 y 0,86

-Motor entrega par nominal a 1450 rpm siendo esta velocidad constante.

-Tiro simple: sin reenvíos

-Doble tiro: 2 reenvíos

De esta manera el momento máximo necesario a aplicar sobre el tambor será :

$$M_{tambor} = \frac{T \cdot D_{\max} / 2}{\eta} = \frac{4357,5 \times 9,81 \times 0,568 / 2}{0,8} = 15175,21 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Mientras, el par en el motor será:

$$M_{motor} = \frac{\dot{W}}{w_{motor}} = \frac{50000}{1450 \times 2\pi / 60} = 329,29 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Podemos ya definir el índice de reducción necesario:

$$i = \frac{M_{tambor}}{M_{motor}} = \frac{15175,21}{329,29} = 46,08$$

Es hora ya de seleccionar el motor mediante un catálogo. Vamos a utilizar uno de motores de MARTINENA de la serie RX. Para ello entramos con los datos del índice de reducción y la potencia y buscamos uno de características parecidas. Hay que elegir un reductor cuyo índice de reducción y potencia hagan que el motor no tenga que trabajar con un rendimiento demasiado alto o demasiado bajo, debe estar entre los niveles recomendados de 0,75 y 0,86. En función de lo fuera de los límites que estemos cambiaremos el diámetro del tambor o elegiremos otro reductor.

El reductor seleccionado es de la serie RXO2 el número 810 y tiene las siguientes características:



n_{1-1} min	810				
	i_r	n_2 min ⁻¹	P_N kW	T_N kNm	$\frac{Fr_2}{Fr_1}$ kN
1450	43.6	33	53	14.2	44 7.5
1000		23	37	14.4	
500		11.5	19.1	14.8	
1450	51.4	28	45	14.3	44 7.5
1000		19.5	32	14.5	
500		9.7	16.2	14.8	

Tras la selección, los nuevos datos del motor reductor son:

Potencia (kW): 45 kW

Índice de reducción: $i = 51,4$

$w_i \approx 28$ rpm

Peso propio: 359 kg.

El resto de datos son los mismos que habíamos fijado antes.

Comprobamos si el motor seleccionado tiene un rendimiento adecuado. Sería aceptable que tuviera un rendimiento entre 0,75 y 0,86. Para ello comparamos el par de giro en el tambor real frente al ideal:

$$M_r = T \cdot \frac{D_{\max}}{2} = 4357,5 \times 9,81 \frac{0,568}{2} = 12140,17 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_i = \frac{\dot{W}}{w} \cdot i = \frac{45000}{1450 \times 2\pi / 60} \cdot 51,4 = 15232,77 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\eta = \frac{M_r}{M_i} = \frac{12140,17}{15232,77} = 0,797 \quad \checkmark$$

El rendimiento del motor para obtener el par necesario en el tambor para elevar la carga sí está dentro del intervalo admisible por lo que el diámetro del tambor establecido es adecuado.

La velocidad del cable en el tambor para el nuevo rendimiento será:



$$v_t = \frac{\dot{W} \cdot \eta}{T} = \frac{45 \times 10^3 \times 60 \times 0,797}{4357,5 \times 9,81} = 50,34 \text{ m/min}$$

Nuestra grúa está diseñada para poder funcionar con un sistema de tiro simple o con uno de dos reenvíos, hablando siempre del mecanismo de elevación de carga. El primero tiene la desventaja de elevar tan solo la mitad de carga que el sistema de doble reenvío pero como ventaja diremos que se moverá con hasta el doble de velocidad. El segundo caso es el contrario, elevará el doble de carga aunque con el doble de lentitud.

-Con tiro simple:

La carga máxima de servicio (no confundir con el tiro del cable) para este caso será la mitad que para el sistema de dos ramales menos el peso del conjunto aparejo más gancho, es decir, 3850 kg.

La velocidad para esta configuración será como máximo el doble que la del sistema de doble reenvío e igual a la velocidad máxima del cable en el tambor que no depende de la configuración de ramales, esto es, 50,34 m/min. Para cargas menores el motor trabajará con menos potencia y la velocidad de giro será la misma, pero conforme se van reduciendo las capas en el tambor, la velocidad del cable disminuye debido a que el diámetro es menor. Para cada una de las capas la velocidad lineal del cable variará de la siguiente manera:

CAPAS*	ALTURA** (M)	DIÁMETRO (M)	VELOCIDAD (M/MIN)
CAPA 5	105-200	0,568	50,34
CAPA 4	17-105	0,534	47,33
DIÁMETRO MEDIO	0-17	0,500	44,31

*Contadas de 1 a 5 de dentro a fuera.

**Consideramos que la grúa se encuentra a su altura máxima para coger cargas a 200 metros por debajo con tiro directo. Aquí se expresan los tramos de la altura a la que se encuentra la carga con respecto del suelo con su correspondiente velocidad constante. Cada tramo de altura representa una capa de cable. Para calcular los tramos calculamos la cantidad de cable en cada capa.

Como es lógico, en la configuración de tiro directo no se emplea la totalidad de cable, solo tres capas porque se utiliza un solo ramal y por lo tanto la mitad de cable que en la siguiente configuración.

-Con doble reenvío:

La carga máxima de servicio será de 8000 kg a lo que hay que añadir el peso estimado del aparejo más el gancho, es decir, en total 8300 kg que serán soportados por los dos ramales. Entonces el tiro para esta configuración será de 4150 kg. La velocidad para la el sistema de dos reenvíos será entonces en todo momento la mitad que en tiro directo. En este caso al emplearse el doble de cable, utilizamos las cinco capas de cable disponibles y por eso en la gráfica observamos los 5 escalones.

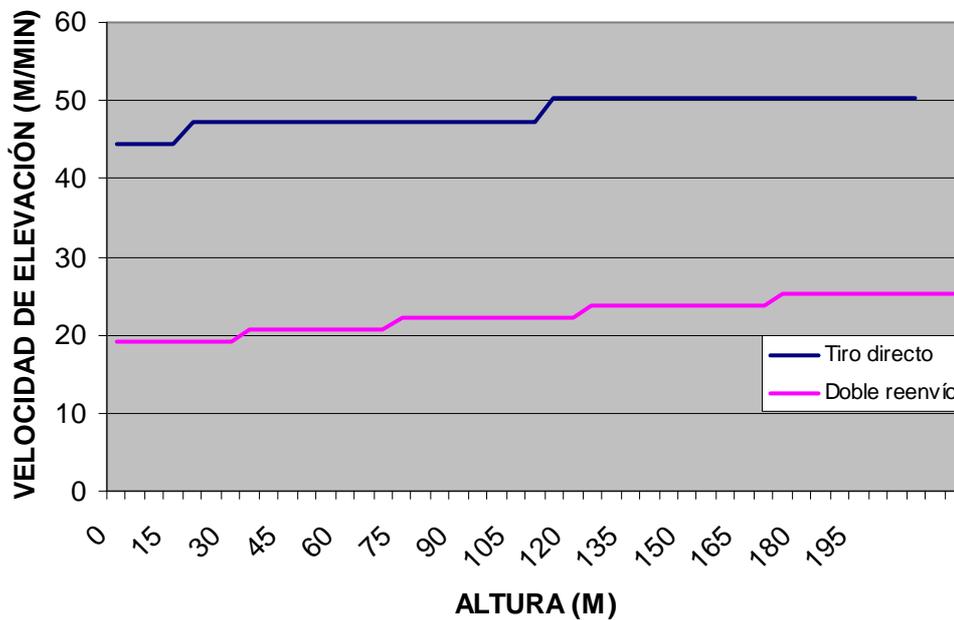
CAPAS	ALTURA(M)	DIÁMETRO (M)	VELOCIDAD (M/MIN)
-------	-----------	--------------	-------------------



CAPA 5	153-200	0,568	25,17
CAPA 4	109-153	0,534	23,67
DIÁMETRO MEDIO	67-109	0,500	22,16
CAPA 2	28-67	0,466	20,65
CAPA 1*	0-28	0,432	19,15
DIÁMETRO PRIMITIVO	-	0,415	-

*Esta capa tiene menos cable efectivo puesto que en ella se acumulan las dos espiras de margen por capa que habíamos establecido, es decir, 12 espiras.

VELOCIDAD DE ELEVACIÓN - ALTURA



En base a los resultados de velocidades obtenidas para los diferentes estados de carga, podemos decir que en este primer cálculo la estimación de potencia realizada es razonable y por tanto adecuada teniendo en cuenta la falta de información en éste el punto de partida, pues los valores obtenidos son los normales dentro de una grúa de estas características. Así pues, el sistema de reducción seleccionado por catálogo está igualmente bien elegido.

Es hora ya de definir el coeficiente dinámico.

1.10.4 COEFICIENTE DINÁMICO



Es un factor que mayorará los efectos de las cargas de servicio de manera que tendrá en cuenta:

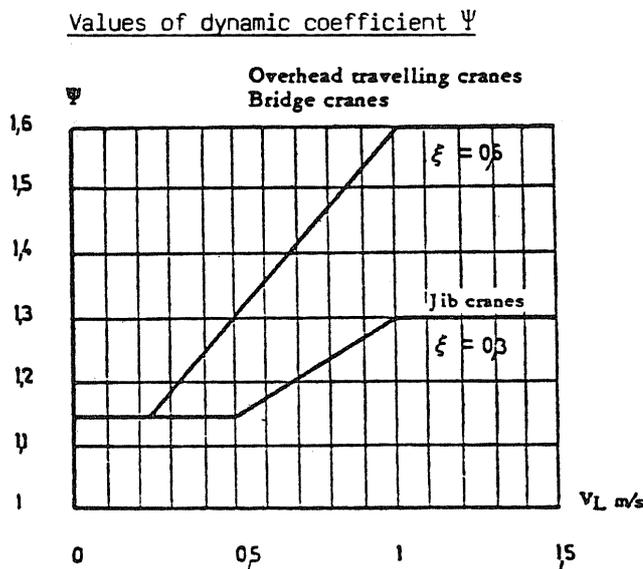
- El levantamiento de la carga en servicio.
- Las aceleraciones o desaceleraciones en el movimiento de elevación.
- Los choques verticales debidos a la rodadura sobre las vías.

La norma FEM 1001 lo define como:

$$\psi = 1 + \xi V_L$$

Siendo V_L la velocidad máxima de elevación de la carga máxima y ξ un coeficiente experimental obtenido de numerosas mediciones efectuadas en diferentes tipos de aparatos. Para grúas pluma $\xi = 0,3$.

Para valores de velocidades de elevación de carga superiores a 1 m/s el coeficiente dinámico permanece constante:



En nuestro caso vamos a calcular el coeficiente dinámico más desfavorable, es decir, el de la velocidad de elevación máxima obtenida para el sistema de dos ramales que es cuando se eleva la carga máxima. Sería mayor el coeficiente si considerásemos el caso de tiro directo, sin embargo, la situación más desfavorable para la grúa es la de carga máxima, y esto se produce con doble reenvío. Para el diseño de cada una de las partes estaremos considerando que se eleva la carga de 8000 kg y ésta solo se eleva con el sistema de dos reenvíos.

Entonces nuestra máxima velocidad de elevación es de 25,17 m/min o lo que es lo mismo 0,4195 m/s.

Por tanto el coeficiente dinámico obtenido tanto de manera analítica como gráfica es:

$$\psi = 1,126 .$$



1.10.5 REDIMENSIONAMIENTO DEL CABLE DE ELEVACIÓN

Ahora que ya conocemos el coeficiente dinámico podemos redefinir el cable de elevación teniéndolo en cuenta:

$$Q_T = (Q_{\text{útil}} \cdot \psi + Q_{\text{gancho}}) \cdot \gamma_c = (8000 \times 1,126 + 300) \cdot 1,05 = 9773,4 \text{ kg}$$

La máxima tracción será entonces:

$$S = \frac{9773,4}{2 \times 0,99} = 4936,06 \text{ kg}$$

El diámetro del cable aplicando la fórmula:

$$d_{\text{cable}} = K_c \sqrt{S} = 0,250 \sqrt{4936,06} = 17,56 \text{ mm}$$

El diámetro nominal seleccionado ha de estar comprendido, según la norma UNE ISO 4308, entre este diámetro mínimo calculado y 1,25 veces el mismo:

$$17,56 < d < 21,96$$

Nuestro cable de elevación será de composición $6 \times 19(1 + 6 + 12) + 1$.

El diámetro nominal estandarizado por la norma ISO 2408 y más próximo al calculado será: $d_{\text{cable}} = 18 \text{ mm}$.

diámetro correspondería una densidad lineal de 116 kg por cada 100 metros de cable.

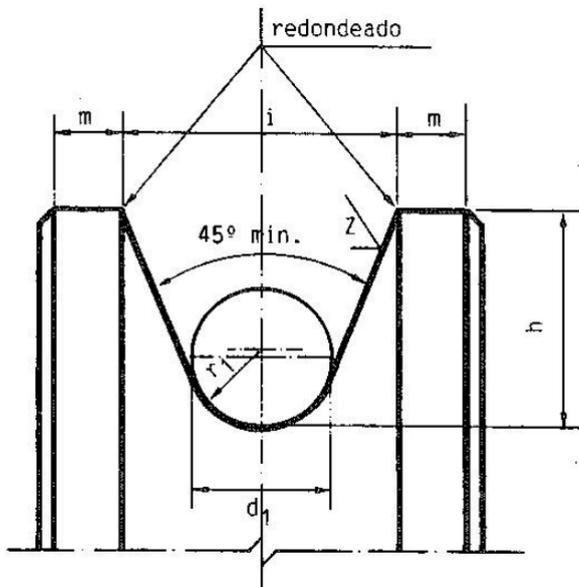
También podríamos atender al método de la norma FEM y comprobar a partir del coeficiente de seguridad asignado a la clasificación de nuestro aparato de elevación calcular la fuerza de tracción mínima de rotura del cable:

$$F_{\text{mín}} = Z_p \cdot S = 3,55 \times 4936,06 = 17523,01 \gg 4936,06 \checkmark$$

1.10.6 REDIMENSIONAMIENTO DE LAS POLEAS DEL SISTEMA DE ELEVACIÓN

En este caso el cable es de 18 mm por lo que la polea seleccionada a partir de la norma 15061 ahora tendrá diferentes dimensiones.

En cuanto a la garganta:



$$r_1 = 9,5 \text{ mm.}$$

$$h = 30 \text{ mm.}$$

$$i = 38 \text{ mm.}$$

$$m = 6 \text{ mm.}$$

Las dimensiones de la propia polea son:

$$D_1 = 400 \text{ mm.}$$

$$d_2 = 456 \text{ mm.}$$

$$d_3 = 70 \text{ mm.}$$

$$b = 50 \text{ mm.}$$

La altura de la garganta será $\frac{d_2 - D_1}{2} = 28 \text{ mm.}$

Comprobamos el diámetro mínimo exigido por la norma UNE ISO 4308-1:

$$D \geq h_2 \cdot t \cdot d_{\text{cable}}$$

$$D \geq 16 \times 1 \times 18 = 288 \text{ mm} < 400 \text{ mm} \checkmark$$

Por lo que el diámetro seleccionado para la polea es adecuado.

-Recálculo de la polea soldada.

$$S = \frac{(Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c}{n} = \frac{(8000 \times 1,126 + 300) \cdot 1,05}{2} = 4886,7 \text{ kg}$$

Comprobaremos si con el espesor de pared de 7 mm y ocho radios la polea soporta los nuevos esfuerzos:

$$\gamma = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ \quad l = \frac{\pi \cdot D_1}{8} = \frac{\pi \times 400}{8} = 157,08 \text{ mm}$$

Por lo que:

$$P = 2 \cdot S \cdot \text{sen} \frac{\gamma}{2} = 2 \times 4886,7 \cdot \text{sen}(22,5^\circ) = 3740,12 \text{ kg}$$

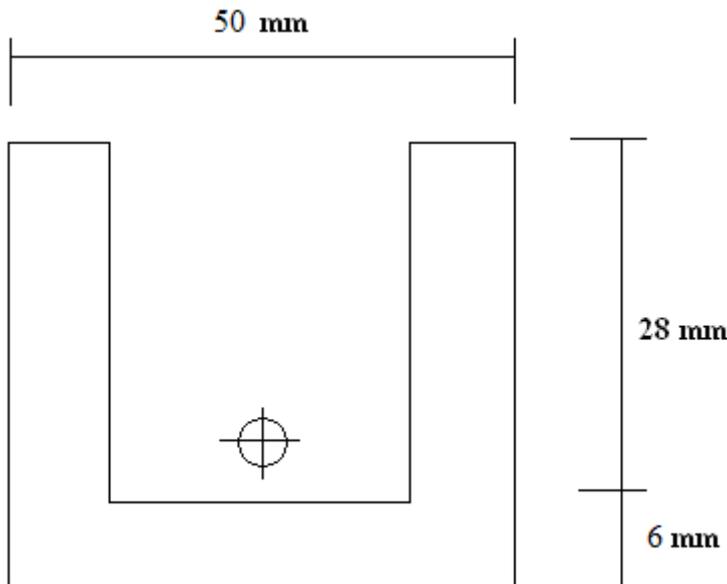
El máximo momento flector es:

$$M_{f\text{máx}} = \frac{P \cdot l}{16} = \frac{3740,12 \times 157,08}{16} = 36718,63 \text{ kg mm}$$

Por lo que la tensión de flexión será:

$$\sigma_f = \frac{P \cdot l}{16 \cdot W}$$

Nuestra nueva sección de garganta es así:



Cálculo de I por Steiner:



$$h_G = \frac{\sum h_i A_i}{\sum A_i} = \frac{17 \times (34 \times 6 \times 2) + 3 \times (38 \times 6)}{(34 \times 6 \times 2) + (38 \times 6)} = 11,98 \text{ mm}$$

$$I = \sum \frac{1}{12} b_i h_i^3 + \sum A_i (h_i - h_G)^2 = 68655,77 \text{ mm}^4$$

$$W = \frac{I}{h_{CG\text{máx}}} = \frac{68655,77}{(34 - 11,98)} = 3117,88 \text{ mm}^3$$

La tensión tangencial es:

$$\tau = \frac{P/2}{A_c}$$

$$A_c = 6 \times 34 \times 2 = 408 \text{ mm}^2$$

Por lo que las tensiones nos quedan:

$$\sigma_f = \frac{36718,63}{3117,88} = 11,78 \text{ kg/mm}^2$$

$$\tau = \frac{3740,12/2}{408} = 4,58 \text{ kg/mm}^2$$

Aplicando el criterio de von Mises:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_f^2 + 3\tau^2} = 14,21 \text{ kg/mm}^2 = 139,35 \text{ MPa}$$

Utilizando un acero A-42 con límite elástico $\sigma_e = 260 \text{ MPa}$ calculamos el coeficiente de seguridad que tenemos:

$$c_s = \frac{260}{139,35} = 1,87$$

Lo cual es un valor razonable de seguridad por lo que la polea del perfil de garganta seleccionado aguanta sin problemas las sollicitaciones. Calcularemos ahora el espesor de los radios.

-Cálculo del espesor de los radios:

Determinaremos ahora el espesor de los radios que unen la llanta y el cubo.

Consideramos que este espesor es de 12 mm y la anchura de 30 mm y veamos qué tal soportan los radios la compresión provocada por la tracción del cable:

$$I_{\min} = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 30 \times 12^3 = 4320 \text{ mm}^4$$

$$A = 12 \times 30 = 360 \text{ mm}^2$$



Vamos a trabajar con el método del coeficiente w de manera que nos aseguremos de que el elemento no llega a pandear.

$$\text{Radio de giro: } K = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{4320}{360}} = 3,46$$

La longitud crítica de pandeo será la longitud de todo el radio, pues consideraremos el caso más desfavorable que es el de considerar la barra articulada en sus dos extremos.

$$L_c = L = \frac{D_1 - d_5}{2} - e = \frac{400 - 115}{2} - 6 = 136,5 \text{ mm}$$

$$\text{Esbeltez: } \lambda = \frac{L_c}{K} = \frac{136,5}{3,46} = 39,45$$

Esta esbeltez corresponde a un coeficiente w de las tablas de pandeo, $w = 1,07$.

Una vez obtenido se puede calcular la tensión de compresión para que no se produzca pandeo:

$$\sigma = \frac{P \cdot w}{A} = \frac{3740,12 \times 1,07}{360} = 11,12 \text{ kg/mm}^2 = 109,05 \text{ MPa}$$

Calculamos el coeficiente de seguridad que se obtiene para este estado de esfuerzos de los radios:

$$c_s = \frac{260}{109,05} = 2,38$$

Por lo que el espesor estimado de los radios ha sido acertado.

El peso aproximado de cada polea es de 21 kg.

1.10.7 REDIMENSIONAMIENTO DEL MOTOR DE ELEVACIÓN

Recalculamos las dimensiones generales que ha de tener el tambor para respetar el ángulo de salida del cable de $1,5^\circ$. Para ello llegamos a la misma ecuación que en el caso anterior teniendo en cuenta que el paso de cable ha aumentado hasta los 20 mm y que la polea oscilante será de 400 mm de diámetro interior de garganta:

$$\beta = \arctan \left(\frac{\left(\frac{400/n}{\pi \cdot D} + 2 \right) \cdot 0,020 / 2 - 0,400}{\sqrt{(11 - D)^2 + 2^2}} \right) + \arctan \left(\frac{0,020}{\pi \cdot D} \right) \leq 1,5^\circ$$

**Solución:**

$$D = 489 \text{ mm}$$

$$n = 5 \text{ capas}$$

$$L_{\text{tambor}} = 1,08 \text{ m}$$

Elegimos una solución en la que el diámetro del tambor no sea excesivamente grande ni pequeño y comprobamos si es válida, es decir, si encontramos un reductor que nos dé el par adecuado en el tambor con un rendimiento entre 0,75 y 0,86.

Suponemos los siguientes datos antes de empezar a calcular el reductor:

-Potencia estimada: 50 kW.

-Diámetro medio del tambor: 489 mm.

-Diámetro máximo en el tambor: $489 + 4 \times 18 = 561 \text{ mm}$. Medimos los diámetros entre planos medios de capas de cable.

-Tiro del cable: La carga máxima de servicio es de 8000 kg para un sistema de dos ramales. Teniendo en cuenta los coeficientes γ_c y ψ el tiro del cable en el tambor será:

$$T = \frac{\gamma_c \cdot (8000 \cdot \psi + 300)}{2} = 4886,7 \text{ kg}$$

La carga máxima en tiro directo será, respetando el mismo tiro del cable:

$$T = \gamma_c \cdot (Q \cdot \psi + 300) = 4886,7 \rightarrow Q = 3867 \text{ kg}$$

-Rendimiento: 0,8. Recomendado entre 0,75 y 0,86

-Motor entrega par nominal a 1450 rpm siendo esta velocidad constante.

-Tiro simple: sin reenvíos

-Doble tiro: 2 reenvíos

De esta manera el momento máximo necesario a aplicar sobre el tambor será :

$$M_{\text{tambor}} = \frac{T \cdot D_{\text{max}} / 2}{\eta} = \frac{4886,7 \times 9,81 \times 0,561 / 2}{0,8} = 16808,45 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Mientras, el par en el motor será:

$$M_{\text{motor}} = \frac{\dot{W}}{w_{\text{motor}}} = \frac{50000}{1450 \times 2\pi / 60} = 329,29 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Podemos ya definir el índice de reducción necesario:



$$i = \frac{M_{\text{tambor}}}{M_{\text{motor}}} = \frac{16808,45}{329,29} = 51,04$$

Es hora ya de seleccionar el motor mediante un catálogo. Vamos a utilizar uno de motores de MARTINENA de la serie RXO2 y hacemos la selección con el mismo criterio que en el primer cálculo:

810					
	ir	n₂ min ⁻¹	P_N kW	T_N kNm	Fr₂ Fr₁ kN
1450	43.6	33	53	14.2	44 7.5
1000		23	37	14.4	
500		11.5	19.1	14.8	

Tras la selección, los nuevos datos del motor reductor son:

Potencia (kW): 53 kW

Índice de reducción: $i = 43,6$

$w_i \approx 23$ rpm

Peso propio: 359 kg.

El resto de datos son los mismos que habíamos fijado antes.

Comprobamos si el motor seleccionado tiene un rendimiento adecuado. Sería aceptable que tuviera un rendimiento entre 0,75 y 0,86. Para ello comparamos el par de giro en el tambor real frente al ideal:

$$M_r = T \cdot \frac{D_{\text{max}}}{2} = 4886,7 \times 9,81 \frac{0,561}{2} = 13446,76 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_i = \frac{\dot{W}}{w} \cdot i = \frac{53}{1450 \times 2\pi / 60} \cdot 43,6 = 15218,29 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\eta = \frac{M_r}{M_i} = \frac{13446,76}{15218,29} = 0,884 > 0,86 \times$$

El rendimiento del motor reductor para obtener el par a la salida necesario para que el tambor tire del cable es demasiado exigente, por lo que el motor seleccionado no es válido.

La solución a tomar va consistir en reducir el diámetro del tambor para que el par a la salida sea menor, de esta forma el reductor seleccionado podrá darnos ese par a la salida con un rendimiento razonable. A cambio aumentaremos el número de capas.



Entonces, la nueva solución es:

$$D = 425 \text{ mm}$$

$$n = 6 \text{ capas.}$$

$$L_{\text{tambor}} = 1,04 \text{ m}$$

Suponemos los siguientes datos:

-Potencia estimada: 50 kW.

-Diámetro medio del tambor: 425 mm.

-Diámetro máximo en el tambor: $425 + 5 \times 18 = 515 \text{ mm}$. Medimos los diámetros entre planos medios de capas de cable.

-Tiro del cable: La carga máxima de servicio es de 8000 kg para un sistema de dos ramales. Teniendo en cuenta los coeficientes γ_c y ψ el tiro del cable en el tambor será:

$$T = \frac{\gamma_c \cdot (8000 \cdot \psi + 300)}{2} = 4886,7 \text{ kg}$$

La carga máxima en tiro directo será, respetando el mismo tiro del cable:

$$T = \gamma_c \cdot (Q \cdot \psi + 300) = 4886,7 \rightarrow Q = 3867 \text{ kg}$$

-Rendimiento: 0,8. Recomendado entre 0,75 y 0,86

-Motor entrega par nominal a 1450 rpm siendo esta velocidad constante.

-Tiro simple: sin reenvíos

-Doble tiro: 2 reenvíos

De esta manera el momento máximo necesario a aplicar sobre el tambor será:

$$M_{\text{tambor}} = \frac{T \cdot D_{\text{max}} / 2}{\eta} = \frac{4886,7 \times 9,81 \times 0,515 / 2}{0,8} = 15430,21 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Mientras, el par en el motor será:

$$M_{\text{motor}} = \frac{\dot{W}}{\omega_{\text{motor}}} = \frac{50000}{1450 \times 2\pi / 60} = 329,29 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Podemos ya definir el índice de reducción necesario:

$$i = \frac{M_{\text{tambor}}}{M_{\text{motor}}} = \frac{15430,21}{329,29} = 45,86$$



Seleccionamos el mismo reductor que en el caso anterior:

Potencia (kW): 53 kW

Índice de reducción: $i = 43,6$

$w_i \approx 23$ rpm

Peso propio: 359 kg.

$$M_r = T \cdot \frac{D_{\max}}{2} = 4886,7 \times 9,81 \frac{0,515}{2} = 12344,17 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_i = \frac{\dot{W}}{w} \cdot i = \frac{53}{1450 \times 2\pi / 60} \cdot 43,6 = 15218,29 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\eta = \frac{M_r}{M_i} = \frac{12344,17}{15218,29} = 0,811 \quad \checkmark$$

El rendimiento del motor para obtener el par necesario en el tambor para elevar la carga sí está dentro del intervalo admisible por lo que el diámetro del tambor establecido es adecuado para el reductor seleccionado.

La velocidad del cable en el tambor para el nuevo rendimiento será:

$$v_i = \frac{\dot{W} \cdot \eta}{T} = \frac{53 \times 10^3 \times 60 \times 0,811}{4886,7 \times 9,81} = 54,02 \text{ m/min}$$

-Con tiro simple:

Como ya hemos visto antes, la carga máxima de servicio en tiro simple es de 3867 kg. La velocidad para esta configuración será como máximo el doble que la del sistema de doble reenvío e igual a la velocidad máxima del cable en el tambor que no depende de la configuración de ramales, esto es, 54,02 m/min. Para cargas menores el motor trabajará con menos potencia y la velocidad de giro será la misma, pero conforme se van reduciendo las capas en el tambor, la velocidad del cable disminuye debido a que el diámetro es menor. Para cada una de las capas la velocidad lineal del cable variará de la siguiente manera:

CAPAS	ALTURA (M)	DIÁMETRO (M)	VELOCIDAD (M/MIN)
CAPA 6	115-200	0,515	54,02
CAPA 5	37-115	0,479	50,05
CAPA 4	0-37	0,443	46,28
DIÁMETRO MEDIO	-	0,425	-

-Con doble reenvío:

La carga máxima de servicio será de 8000 kg.

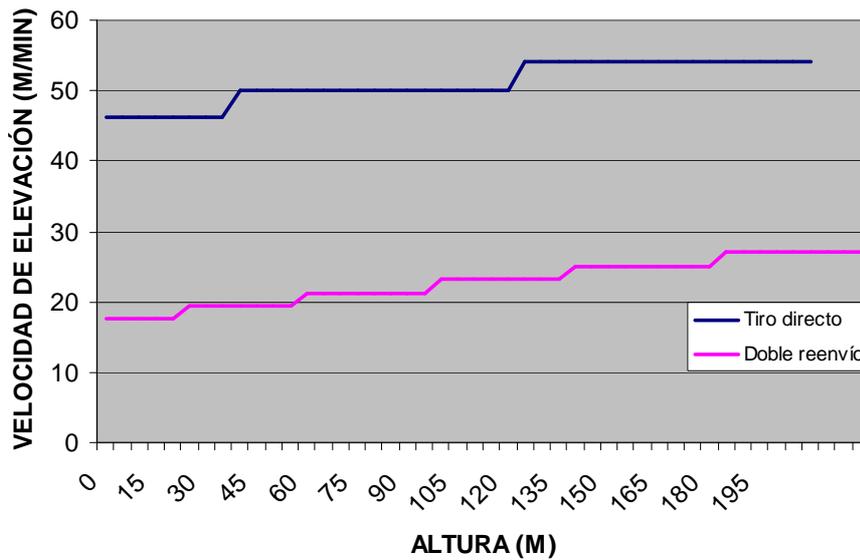
La velocidad para el sistema de dos reenvíos será entonces en todo momento la mitad que en tiro directo. En este caso será necesario utilizar todas las capas de cable puesto que utilizaremos el doble de cable para recorrer la misma altura. Las velocidades serán



la mitad que la velocidad del cable a al salida del tambor, es decir, la mitad que en el caso de tiro directo.

CAPAS	ALTURA (M)	DIÁMETRO (M)	VELOCIDAD (M/MIN)
CAPA 6	158-200	0,515	27,01
CAPA 5	119-158	0,479	25,03
CAPA 4	83-119	0,443	23,14
DIÁMETRO MEDIO	-	0,425	-
CAPA 3	50-83	0,407	21,26
CAPA 2	20-50	0,371	19,38
CAPA 1	0-20	0,335	17,50
DIÁMETRO PRIMITIVO	-	0,317	-

VELOCIDAD DE ELEVACIÓN - ALTURA



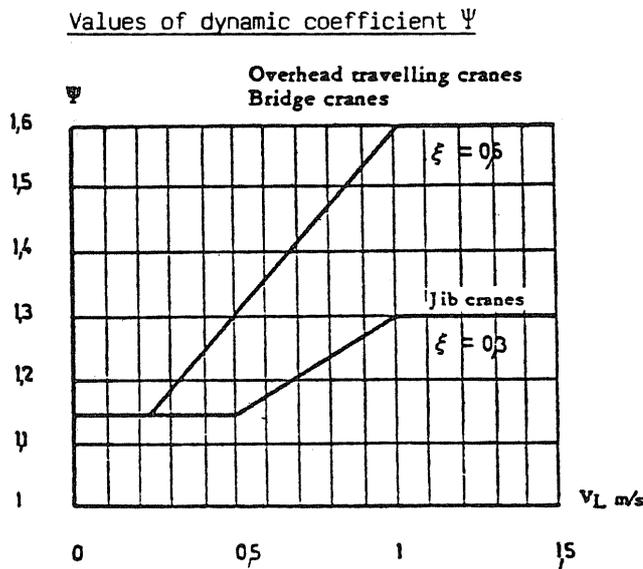
1.10.8 RECÁLCULO DEL COEFICIENTE DINÁMICO

$$\psi = 1 + \xi V_L$$



Siendo V_L la velocidad máxima de elevación de la carga máxima y ξ un coeficiente experimental obtenido de numerosas mediciones efectuadas en diferentes tipos de aparatos. Para grúas pluma $\xi = 0,3$.

Para valores de velocidades de elevación de carga superiores a 1 m/s el coeficiente dinámico permanece constante:



Nuestra máxima velocidad de elevación es de 27,01 m/min o lo que es lo mismo 0,450 m/s. Por tanto el coeficiente dinámico obtenido tanto de manera analítica como gráfica es:

$$\psi = 1,135.$$

En la primera iteración tenía un valor de 1,126 lo cual es un valor bastante cercano al ahora calculado. Por eso vamos a dar por finalizado el cálculo de este coeficiente así como del cable, las poleas y el motor reductor de elevación. Para mayor precisión se podría continuar con una o dos iteraciones más.

1.10.9 ESTIMACIÓN DE EFECTOS DE LA CARGA

La carga de servicio, por el hecho de moverse, va a generar unas fuerzas importantes que debemos de tener en cuenta desde el principio para que el diseño de cada una de las partes de la grúa sea lo más exacto posible.

Los dos efectos que genera la presencia de la carga de servicio son la fuerza de inercia y la fuerza centrífuga.

1.10.9.1 Fuerza de inercia.



La fuerza de inercia es la fuerza que hace que la carga tienda a permanecer en su estado de movimiento o de reposo y por lo tanto a parece cada vez que se mueve la carga, tanto al elevarse como al trasladarse con el giro de la pluma.

El efecto de la inercia en el movimiento de elevación ya está contemplado por el factor dinámico que mayor la carga de servicio para que se tenga en cuenta el efecto de su aceleración o frenada.

En el caso del giro no hay ningún coeficiente que mayor la carga de servicio por este efecto. Por lo tanto tendremos que calcular la fuerza debida a la inercia de la carga al girar la pluma.

Lo primero de todo será estimar una velocidad de giro y un tiempo de aceleración. Escogeremos valores lo más razonables posibles para que cuando hayamos terminado de diseñar cada componente veamos que soporta perfectamente los efectos de inercia reales que no distarán mucho de los estimados.

Una velocidad de giro común suele estar entorno a las 0,6 o 0,7 rpm mientras que el tiempo de aceleración para grúas abatibles es bastante alto. Consideraremos un tiempo de aceleración de 4 segundos. Tomamos entonces los siguientes datos:

$$w = 0,7 \text{ rpm}$$

$$\tau_a = 4 \text{ s}$$

La aceleración angular será:

$$\alpha = \frac{w}{\tau} = \frac{0,7 \times 2 \times \pi / 60}{4} = 0,01833 \text{ rad/s}^2$$

Entonces la aceleración lineal:

$$c = \alpha \cdot R = \alpha \cdot a$$

Para alcance máximo (a = 24 m): $c = 0,440 \text{ m/s}^2$

Para alcance mínimo (a = 5 m): $c = 0,0916 \text{ m/s}^2$

Podemos ya definir la fuerza de inercia de la carga de servicio y del conjunto del gancho más el aparejo en función del radio de giro siendo este último igual al alcance. Aplicando coeficientes de mayoración de la carga y del peso propio obtenemos la siguiente expresión:

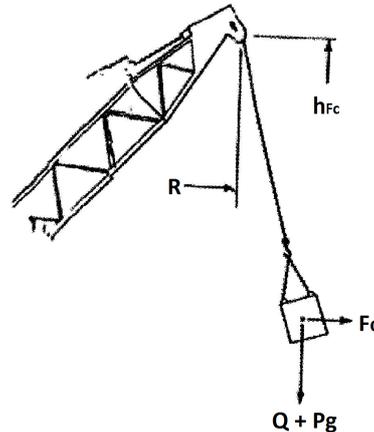
$$F_i(a) = m \cdot c = (Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c \cdot c$$

Para alcance máximo (a = 24 m): $F_i = 441,75 \text{ kg}$

Para alcance mínimo (a = 5 m): $F_i = 91,96 \text{ kg}$

1.10.9.2 Fuerza centrífuga.

La fuerza centrífuga es la que genera la carga de servicio más el conjunto del gancho debido a la aceleración centrípeta de éstos al estar describiendo un movimiento circular. Por lo tanto este efecto aparece cuando la pluma hace el movimiento de giro.



El valor de esta fuerza, al igual que en el caso de la fuerza de inercia, también dependerá del radio de giro y por tanto del alcance y se obtiene a partir del producto de la aceleración normal por la masa.

La aceleración será:

$$c = w^2 \cdot R$$

Donde:

w es la velocidad angular de giro y, como vimos antes, está en torno a 0,6 y 0,7 rpm. Tomaremos 0,7 rpm como antes.

R es el radio de giro que lo podemos sustituir por el alcance a .

Por tanto la fuerza centrífuga de la carga y el conjunto del gancho será:

$$F_c(a) = (Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c \cdot c$$

Para alcance máximo ($a = 24$ m): $F_c = 129,48$ kg

Para alcance mínimo ($a = 5$ m): $F_c = 26,97$ kg

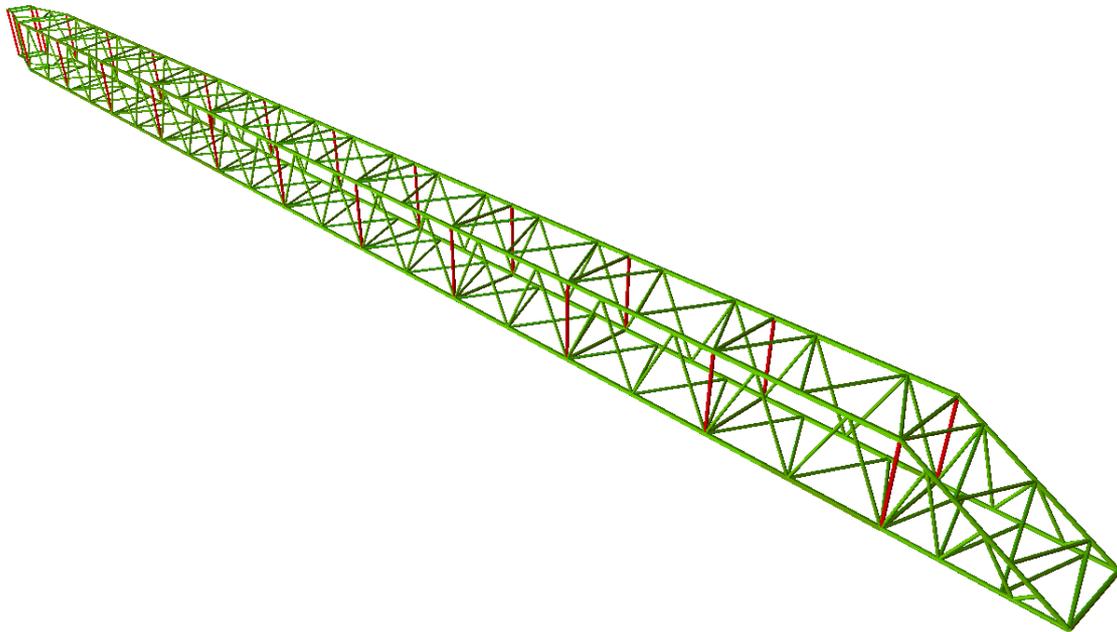
1.10.10 DISEÑO DE LA PLUMA MEDIANTE CYPE

Es momento de definir la estructura de la pluma. Para ello utilizaremos la herramienta informática CYPE.

Se pensaron dos opciones para el diseño de la pluma.

Diseño 1:

Este diseño consiste en una pluma definida a partir de una celosía formada por módulos prismáticos de manera que los cuatro planos que la definen son cuatro cerchas con montantes y diagonales tal y como se muestra en la figura:



Este modelo sería muy resistente, soportaría el momento flector que produce la carga y su peso propio muy bien puesto que cuenta con cuatro cordones.

Finalmente esta opción se desecha por ser demasiado pesada y por lo tanto cara. Su geometría hace que tenga un comportamiento asimétrico. No aporta mucha eficiencia de esfuerzos, es decir, muchas barras trabajarán muy poco frente a otras que sufrirán fuertes tensiones.

Diseño final:

El diseño definitivo es un diseño mucho más sencillo que los anteriores, más ligero y por lo tanto más barato, pues está formado por tres cordones, dos inferiores y uno superior central, de manera que su sección es triangular. Su simetría simplifica los cálculos y la barras trabajan con mayor eficiencia.

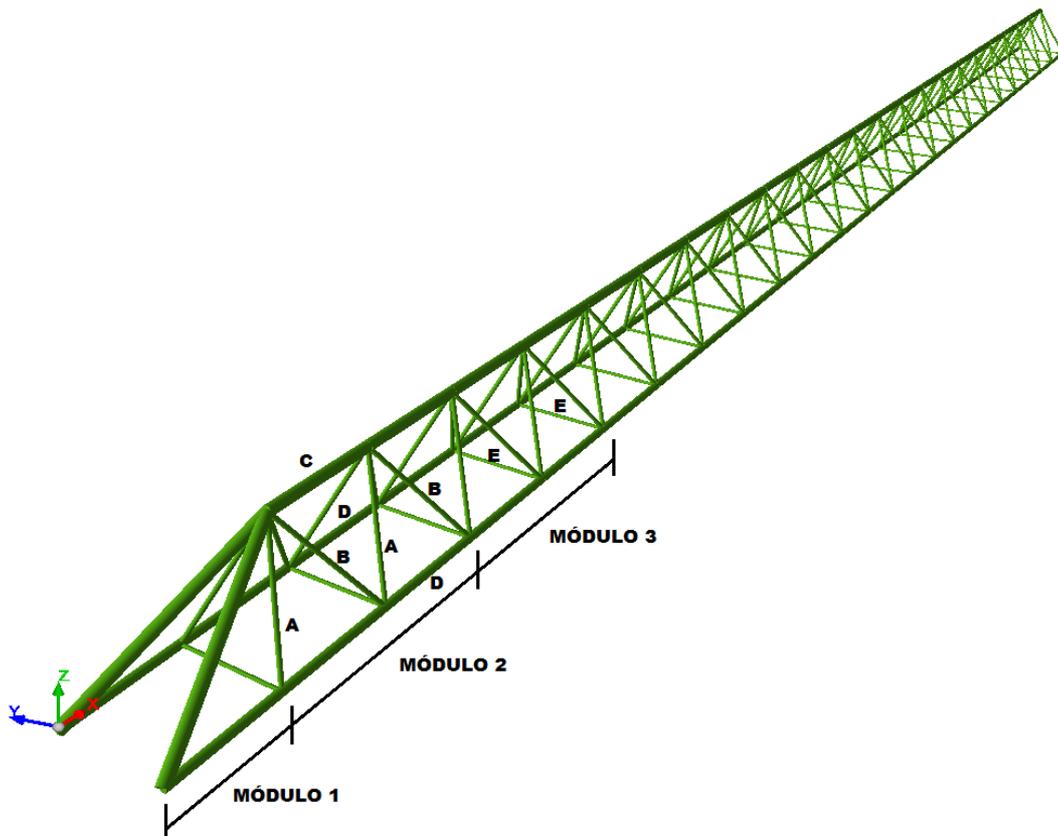
Estará formada por 12 módulos siendo 10 de ellos exteriormente iguales entre sí y diferentes al módulo de punta y al de base. Hablamos de 'exteriormente' porque lo cierto es que el espesor será diferente entre las barras de algunos módulos ya que de otra

manera unas barras estarían trabajando mucho y otras muy poco. De esta manera se consigue esa eficiencia mecánica, además, se aligerará bastante la estructura.

Hay que recordar que la pluma ha de facilitar un alcance de 24 metros como máximo.

La pluma se divide en módulo de dos metros de largo cada uno y es que conviene que sean pequeños, pues de otra manera serían demasiado pesados y el montaje sería complicado lo cual estaría muy fuera de los intereses de una grúa de este tipo. A esos dos metros hay que añadir los pasadores que ensamblarán cada uno de los módulos cuyas dimensiones estimamos en 8 cm de largo.

La anchura de la pluma se fijará en 1 metro al igual que la altura.



Importante la definición del sistema de coordenadas que aparece en la imagen. El origen del mismo se sitúa en el inicio del módulo 1 (base) a la altura del suelo.

Dimensiones de la pluma: 24,88 X 1 X 1 m

Inclinación mínima con respecto al suelo: 15,28°

Alcance máximo: 24 m

Todas las barras son tubos huecos de sección circular.

Nos vendrá bien diferenciar cada tipo de barra, sobre todo a la hora de explicar las diferencias de espesores de las barras, pues para mayor eficiencia cada una tendrá diferente espesor en la medida en que la complejidad de fabricación nos lo permita.

A: Diagonales tipo A

B: Diagonales tipo B

C: Cordón superior



D: Cordones inferiores
E: Barras transversales

Una vez definido el diseño hay que calcularlo para poder dimensionar cada una de las barras y así conocer al máximo nuestra pluma en este punto de partida. Esto lo haremos mediante la herramienta informática CYPE que tras dibujar la geometría de la pluma nos encontrará qué perfiles de barras soportan el estado de fuerzas al que está sometida la pluma.

1.10.10.1 Cálculo para máximo, mínimo y medio alcance con CYPE

Se va a calcular la estructura de la pluma en tan solo tres posiciones que evidenciarán si el dimensionado es correcto y por tanto si la estructura soporta de manera adecuada, según las exigencias, las solicitaciones a las que esta expuesta.

Estas tres posiciones van a ser la de máximo alcance, la de mínimo alcance y una posición intermedia de comprobación.

El la posición de máximo alcance a priori será donde más sufrirá la estructura por lo que parece que si aguanta en esa posición aguantará en todas. Decimos esto porque es aquí donde se producirá el mayor momento flector y es que el momento flector hace más efecto sobre la estructura que una compresión. Para no dejar lugar a duda veremos en los tres cálculos a través de la herramienta de diseño CYPE que es cómo lo decimos.

La segunda posición de mínimo alcance se estudia porque es donde la compresión es máxima puesto que tanto el peso propio como la carga de servicio y del aparejo tienen una componente vertical mucho mayor que la horizontal. Como estamos diciendo el momento flector máximo hará sufrir más a la pluma que la máxima compresión que se dé. Para que no haya dudas lo calculamos también esta posición y veremos como la estructura soporta los esfuerzos mejor que en el caso de alcance máximo.

Por último estudiamos una posición intermedia para asegurarnos de que obtenemos valores precisamente intermedios.

Lo que haremos será empezar por la posición de máximo alcance de manera que dimensionaremos la pluma para que aguante en dicha posición según las condiciones de solicitaciones y resistencia dadas por las necesidades a satisfacer de la grúa y la norma respectivamente. A partir de ahí vemos si la estructura aguanta a las otras dos posiciones.

Vamos a tener en cuenta que la pluma se encuentra en su inclinación de alcance máximo y soportando la carga máxima de 8 toneladas, esto implica una inclinación de la pluma con respecto al suelo de unos $15,28^\circ$. Además habrá que tener en cuenta el peso del conjunto aparejo más gancho. Estimaremos este peso en 300 kg.

También se estudiará la posición opuesta, es decir, para un alcance mínimo estimado de 5 metros y por tanto una inclinación de unos $78,41^\circ$ con la misma carga. En este segundo caso la pluma estará más sometida a compresión que a flexión lo cual hace pensar que la situación de solicitaciones será más relajada.



A priori parece que el momento máximo que soportará la pluma será para esas condiciones, aunque sabemos que la carga máxima no será soportable para esos alcances tampoco sabemos qué carga será la máxima ni cuales serán los efectos del viento, pues ese cálculo se hará más adelante.

Para tratarse de un prediseño las condiciones de sollicitación fijadas son razonables y por lo tanto adecuadas y es que a estas alturas del proyecto, no se exige alta precisión. Sigamos entonces con el cálculo.

La carga la suponemos situada en punta, aunque como veremos más adelante la carga de 8 t se soportará únicamente con un sistema de dos reenvíos que haría que la línea de acción de la carga se retrasase unos decímetros. Por el momento la aproximación es buena. Aplicando el coeficiente de mayoración y el dinámico:

$$Q' = (Q_s \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c = (8000 \times 1,135 + 300) \times 1,05 = 9849 \text{ kg}$$

A esta carga hay que añadirle el efecto que su movimiento genera, es decir, el efecto de la inercia y de la fuerza centrífuga que ya hemos definido. En función del alcance es, como ya vimos en el apartado de efectos laterales:

$$F_i(a) = (Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c \cdot \alpha \cdot a$$

$$F_c(a) = (Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c \cdot w^2 \cdot a$$

Por lo tanto, en la punta de la pluma tenemos tres fuerzas en las tres direcciones x y y y z . La carga mayorada Q' en la dirección vertical z , la fuerza de inercia tangente a la trayectoria circular de giro y y la fuerza centrífuga en la dirección x .

Bastará con que cambiemos el coeficiente de mayoración del programa para cargas de uso y también para el peso propio. Sin entretenernos demasiado en la explicación del manejo de CYPE diremos que para ello entramos en la herramienta 'configurar combinaciones para cada estado límite'. Aquí crearemos un modelo en el que el coeficiente de mayoración de sobrecarga de uso (carga de servicio en nuestra grúa) sea de 1, así meteremos las cargas nosotros mismos mayoradas, mientras que el coeficiente de mayoración de peso propio lo dejaremos en 1,05.

A modo de simular el cable que abate la pluma utilizaremos un perfil cualquiera pero lo más rígido posible porque desconocemos, de momento, la deformación del cable que ahí actuará realmente. Este perfil lo fijaremos al punto de anclaje de la pluma mediante un nudo articulado con la inclinación correspondiente de dicho cable cuando el alcance de la pluma es máximo, teniendo en cuenta a qué punto del mástil se fija.

Cuando obtengamos los resultados de los perfiles más adecuados que soporten el estado de fuerzas, tendremos que tener en cuenta el factor de seguridad que la norma FEM 1001 nos impone para el caso sin viento que es el que da un factor más exigente. Si recordamos, la tensión máxima admisible en cada uno de los elementos no debía superar el valor de 237 MPa de los 355 MPa que acepta como máximo el acero S355 antes de la deformación plástica. Mediante una herramienta del programa podemos obtener el porcentaje de aprovechamiento de cada barra, es decir, la tensión que sufre el material



frente a la máxima que podría sufrir expresado en porcentaje. Sin embargo este programa utiliza un coeficiente de mayoración igual 1,05 y por tanto diferente al que nos interesa. La solución a esto será calcular el porcentaje de aprovechamiento máximo que podrán tener nuestras barras para no estar superando los 237 MPa. Esto será igual a la fracción de 237 MPa con respecto a los 355 MPa entre el coeficiente 1,05 que utiliza el programa. De manera que el porcentaje de aprovechamiento a no superar será

$$\frac{237}{355/1,05} \times 100 = 70,1 \%$$

A partir de toda esta información obtenemos mediante el programa la estructura definitiva de nuestro prediseño de pluma. CYPE nos ha devuelto una estructura con unas dimensiones que dependen también de las condiciones de eficiencia que ahora explicamos:

Cuando hablamos de eficiencia de una barra nos referimos a que esa barra esté trabajando al máximo dentro de los límites que se establezcan. Si una barra trabaja al 5 % estaremos derrochando material y por lo tanto dinero.

Las 197 barras que conforman la estructura van a tener varios diámetros y espesores de manera que consigamos la mayor eficiencia posible pero tratando de tener una estructura lo más uniforme posible, es decir, que todas las barras se puedan agrupar en el mínimo número posible de perfiles distintos ya que de otra manera sería una gran desventaja a la hora de fabricar esta estructura. Por lo tanto estableceremos un equilibrio entre sencillez y eficiencia.

La pluma tiene un módulo base conformado por dos cordones inferiores y dos ascendentes que convergerán en el principio del cordón superior de la pluma, tal y como se muestra en la imagen.

A continuación la pluma se divide en tres tramos en función del espesor de sus perfiles de manera que el diámetro exterior de cada tipo de barra no sea diferente en toda la pluma, es decir, aparentemente todos los módulos son iguales pero la realidad es que el espesor de los tubos cambia siendo diferente en tres fases en cada una de las cuales los módulos son iguales entre sí.

El diámetro exterior de los cordones inferiores será siempre de 80 mm, el del cordón superior 65 mm, todas las diagonales 41 mm y las barras transversales 50 mm.

Las diagonales tipo B trabajan más que las otras, aún así, tendrán el mismo espesor puesto que dado el diámetro exterior que tendrán, aguantarán de sobra las sollicitaciones. Ambas con el mismo diámetro exterior e igual a 41 mm, el cual es impuesto por las diagonales del tramo de punta que sí que necesitarán ciertas dimensiones para soportar los esfuerzos, y es que queremos que las diagonales de toda la estructura sean de igual diámetro exterior.

El primer tramo contiene cuatro módulos. Cada uno de ellos está formado por dos estructuras piramidales como se muestra en la imagen.



En el segundo tramo la única diferencia con respecto al anterior es que alberga tres módulos y que el espesor de los cordones inferiores es 2 mm menor.

En el tercer tramo el cordón superior ganará en espesor notablemente, de 2 mm a 8 mm. Los cordones inferiores también tendrán mayor espesor que el tramo dos, 1,5 mm más. Por último tenemos el módulo de punta que esta formado por tres estructuras piramidales con un espesor de los cordones inferiores y superior igual al tramo 3, mientras que las diagonales tipo A tienen un espesor 5,5 mm, mayor debido a que soportan mayores esfuerzos, y es que se trata de un voladizo que soporta 8 toneladas de carga que flexiona y comprime a la estructura. Las diagonales tipo 'B' también son mayores con respecto al resto de la pluma, tienen 1 mm más de espesor.

En definitiva, obtenemos la siguiente geometría:

DIMENSIONES DE SECCIÓN Y PESO DE LA BARRA EN MM Y KG					
	MÓDULO BASE	TRAMO 1	TRAMO 2	TRAMO 3	MÓDULO DE PUNTA
DIAGONAL A	-	41 X 2 2,37	41 X 2 2,37	41 X 2 2,37	41 X 5,5 5,91
DIAGONAL B	-	41 X 2 2,37	41 X 2 2,37	41 X 2 2,37	41 X 3 3,47
CORDÓN SUPERIOR*	80 X 3 10,93	80 X 3 5,92	80 X 3 5,92	80 X 6,5 12,25	80 X 6,5 12,10
CORDONES INFERIORES	80 X 8 14,77	80 X 8 14,77	80 X 6 11,39	80 X 5,5 10,51	80 X 5,5 10,24
BARRAS TRANSVERSALES	50 X 4 4,54	50 X 4 4,54	50 X 4 4,54	50 X 4 4,54	50 X 4 4,54

*En el caso del módulo base nos referimos a las barras que convergen en el inicio del cordón superior.

En la nomenclatura utilizada se define primero el diámetro exterior de la barra y después el espesor de la pared. Todos los elementos de la estructura son tubos huecos de sección circular y las cotas están en milímetros.

Para calcular la situación de mínimo alcance estimado en 5 metros cambiamos la inclinación del cable que tira de la pluma así como la inclinación de la fuerza en punta provocada por la carga.

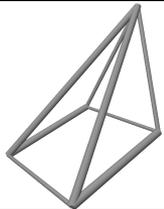
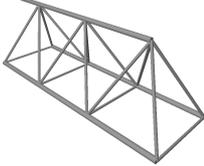
Al calcular la situación de mínimo alcance observamos que todas las barras soportan de manera mucho más holgada todos los esfuerzos por lo que concluimos que la geometría de este prediseño cumple con las exigencias de tensiones impuestas de no trabajar a más del 70,1 %. Tan solo las primeras barras de los cordones inferiores trabajan mucho, al 44,99 %, cosa que es lógica ya que soportan gran compresión debida a las componentes verticales, que se hacen aquí máximas, de la carga y el peso propio.

Es lógico que las barras sufran menos ya que la componente de la carga que genera momento flector sobre la pluma ahora es mucho más pequeña así como la de del peso propio, aunque esta carga es mucho menor frente a la carga de servicio.

En la situación de medio alcance de 9,5 metros observamos que las barras sufren poco, y es que solo las barras cercanas a la base trabajan en porcentajes en torno al 48,73 % mientras que las demás lo hacen de manera mucho más holgada.

Podemos concluir que el prediseño establecido es válido ya que cumple con las condiciones de resistencia para las tres posiciones.

Para la fabricación de la pluma y a modo de resumen interesará conocer la tabla que a continuación se expone:

Denominación	Vista	Dimensiones*	Perfiles**	Cantidad
BASE (MÓDULO 1)		1,5 X 1 X 1	- - 80 X 3 80 X 8 50 X 4	1
MÓDULO TRAMO 1		2 X 1 X 1	41 X 2 41 X 2 80 X 3 80 X 8 50 X 4	4
MÓDULO TRAMO 2		2 X 1 X 1	41 X 2 41 X 2 80 X 3 80 X 6 50 X 4	3
MÓDULO TRAMO 3		2 X 1 X 1	41 X 2 41 X 2 80 X 6,5 80 X 5,5 50 X 4	3
MÓDULO DE PUNTA		3 X 1 X 1	41 X 5,5 41 X 3 80 X 6,5 80 X 5,5 50 X 4	1

* En metros. No incluyen los elementos de unión entre módulos que, como se ha mencionado, estimamos en 8 cm de largo (eje x).

**Diagonales tipo A, diagonales tipo B, cordón superior (cordones ascendentes en el caso del módulo base), cordones inferiores y barras transversales respectivamente y en milímetros.



1.10.10.2 Centro de gravedad.

La pluma tiene un peso propio de 1202 kg. Aquí viene incluida la masa de las 12 barras transversales que hay que poner de más debido a que la pluma se divide en módulos y que en la geometría del programa no hemos dibujado. La masa de esas 12 barras suma 54,5 kg por lo que es absolutamente despreciable a efectos de recalculer la estructura añadiendo este peso, pero ya que no resulta trabajoso, lo añadimos al peso total que nos da el programa, teniendo así una pluma de 1202 kg de peso.

Para hallar su centro de gravedad deberemos proceder al cálculo a mano. Como es evidente, la estructura no tiene un peso uniforme a lo largo de su longitud si no que los espesores de las barras son mayores cuanto más nos alejamos por lo que el centro de gravedad quedará por delante de la mitad, es decir, a mas de 12 metros de la base en el eje horizontal:

$$X_G = \frac{\sum_i m_i \cdot x_i}{\sum_i m_i}$$

Las masas de cada una de las partes cuyo centro de gravedad está en su centro geométrico y que por tanto obtendremos fácilmente, son las siguientes (incluyendo las 11 barras transversales que hay de más en realidad):

Módulo base: $m = 60,48$ kg

Tramo 1: $m = 414$ kg

Tramo 2: $m = 269,94$ kg

Tramo 3: $m = 297,36$ kg

Módulo de punta: $m = 159,64$ kg

Peso total aproximado de 1202 kg.

La distancia x del centro de gravedad de cada una de las partes es, para el sistema de referencia que definimos en la imagen anterior de la pluma:

$$\text{Módulo base: } x = \frac{\sum_i m_i \cdot x_i}{\sum_i m_i} = 0,614 \text{ m}$$

$$\text{Tramo 1: } x = 9,36^* - \frac{8 \times 1,04^*}{2} = 5,2 \text{ m}$$

$$\text{Tramo 2: } x = 15,6 - \frac{6 \times 1,04}{2} = 12,48 \text{ m}$$

$$\text{Tramo 3: } x = 21,84 - \frac{6 \times 1,04}{2} = 18,72 \text{ m}$$

$$\text{Módulo de punta: } x = 24,88 - (3,04^{**} - 1,495^{***}) = 23,335 \text{ m}$$



* 9,36 m es la coordenada x más alejada de esta parte de la pluma. 1,04 m es la longitud en el eje x de medio módulo incluyendo la mitad de la longitud de un pasador que como decíamos mediría 8 cm. Este criterio lo siguen los tres cálculos siguientes.

** 3,04 m de largo tiene el último módulo, el de punta.

*** Centro de gravedad particular del tramo de punta para el eje x .

La distancia x al centro de masas queda:

$$X_G = 12,35 \text{ m}$$

De la misma manera calculamos la altura del centro de masas, es decir, la coordenada z :

$$Z_G = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum_i m_i}$$

Ahora el cálculo será más sencillo, el numerador de la fórmula estará compuesto por productos de masas de cordones superiores por un metro y masas de diagonales por 0,5 metros. Dichas masas se obtienen de la tabla anterior xx. Mientras, el denominador incluye todas las masas.

$$Z_G = 0,224 \text{ m}$$

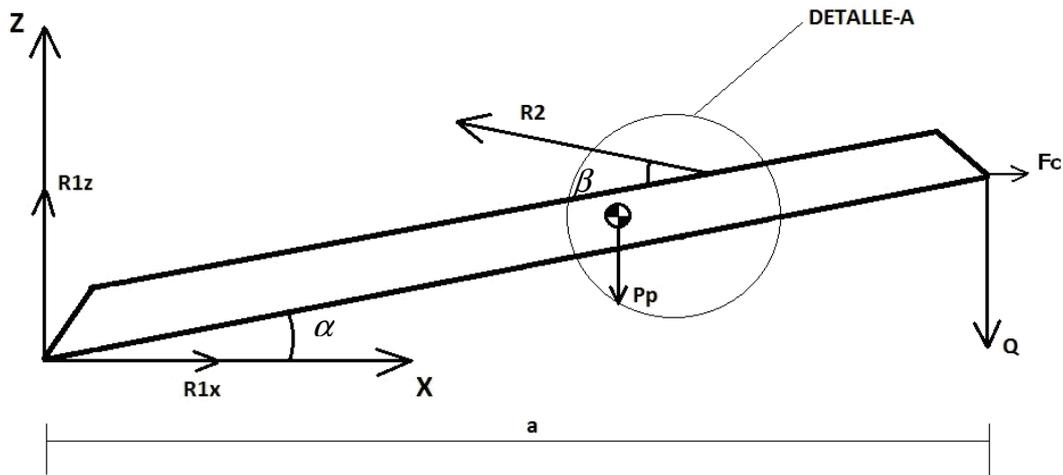
La coordenada y será $Y_G = 0,5 \text{ m}$. No es necesario hacer ningún cálculo puesto que la estructura es simétrica con respecto al plano XZ.

1.10.10.3 Cálculo de reacciones.

Del programa también nos interesa obtener la fuerza de tracción en el cable de abatimiento en ambas posiciones para poder hacer una estimación más adelante del motor de abatimiento, así como de las reacciones en los apoyos para el prediseño de la pieza de unión entre la pluma, el mástil y el rodamiento.

Teniendo en cuenta que el sumatorio de momentos es igual a cero, hacemos dicho cálculo con respecto al origen de coordenadas, punto por el que pasan las líneas de acción de las fuerzas de reacción en la base. De esta manera obtenemos el valor de la reacción de tracción en el cable de abatimiento. Haciendo un equilibrio de fuerzas obtendremos el valor de las reacciones en la base.

1.10.10.3.1 Posición 1 (máximo alcance):



Es importante poner atención al nuevo sistema de referencia que definimos. El origen está en el mismo punto que cuando calculábamos el centro de gravedad de la pluma pero la orientación de los ejes es diferente. Esto lo hacemos para hacer los cálculos de manera más cómoda.

Aplicamos el sumatorio de momentos con respecto a la base e igualamos a cero:

$$\sum M_0 = 0$$

$$R_2 \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot d_z + R_2 \cdot \sin(\beta - \alpha) \cdot d_x - \gamma_c \cdot (Q \cdot \psi + P_g) \cdot a - \gamma_c \cdot P_p \cdot X_G - F_c \cdot a \cdot \tan(\alpha) = 0$$

Donde:

R_2 es la fuerza de reacción en el cable de abatimiento.

α es el ángulo que forma la pluma con el plano horizontal. Para la posición de alcance máximo tiene un valor de $15,28^\circ$.

β es el ángulo que forma el cable de abatimiento con la pluma. Para el caso de alcance máximo (24 metros) tiene un valor aproximado de $26,89^\circ$.

d_z es la altura del anclaje del cable a la pluma.

d_x es la coordenada x del punto de anclaje del cable a la pluma.

Q es la carga de servicio.

P_g es el peso del conjunto del gancho mas el aparejo estimado en 300 kg.

P_p es el peso propio de la pluma contando con las 12 barras transversales de más. Serían 1202 kg.

a es el alcance que coincide con la distancia en el eje x de la línea de acción de la carga de servicio con respecto al origen de coordenadas, el punto de apoyo de la pluma. Para el caso de alcance máximo equivale a 24 m.

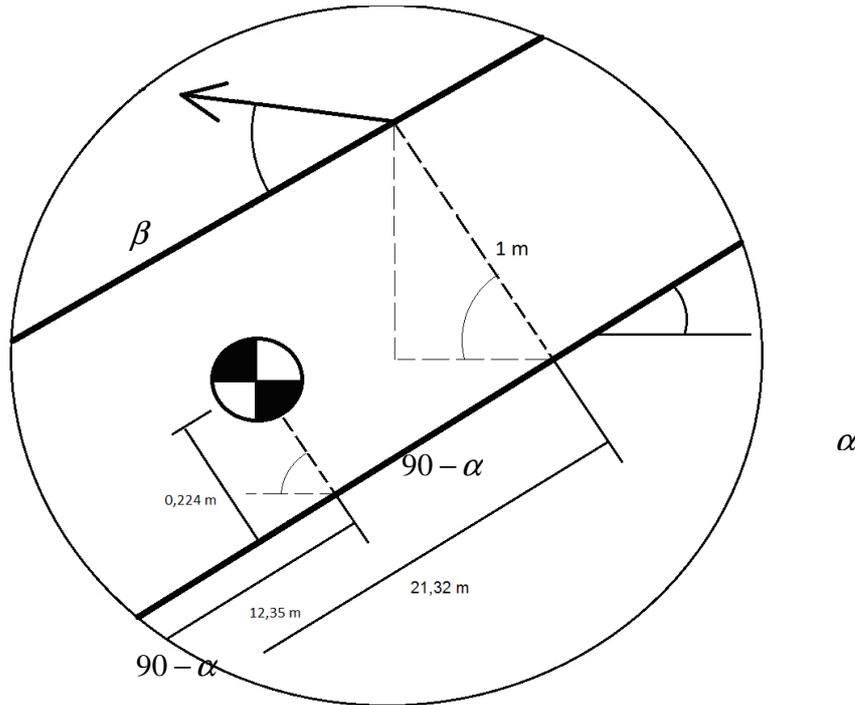
X_G es la coordenada x del centro de gravedad de la pluma.

γ_c es el factor de mayoración de cargas que impone la norma FEM 1001-2.

ψ es coeficiente dinámico también definido a partir de la norma FEM 1001-2.
 F_c es la fuerza centrífuga ejercida por la carga de servicio.

Calculamos las distancias d_x d_z y X_G y par ello nos fijamos en el detalle del diagrama anterior:

Detalle-A:



$$d_x = 21,32 \times \cos \alpha - 1 \times \cos(90 - \alpha)$$

$$d_z = 21,32 \times \text{sen} \alpha + 1 \times \text{sen}(90 - \alpha)$$

$$X_G = 12,35 \times \cos \alpha - 0,224 \times \cos(90 - \alpha)$$

Los valores 12,35 y 0,224 m se han obtenido anteriormente en el cálculo del centro de gravedad de la pluma. La distancia de 21,32 se corresponde a la que aparece en la figura y es que el cable se acopla al último nudo del último módulo del tercer tramo.

Entonces, igualando momentos a cero con respecto a la base y despejando la reacción en el cable de abatimiento tenemos:

$$R_2 = \frac{\gamma_c \cdot (Q \cdot \psi + P_g) \cdot a + \gamma_c \cdot P_p \cdot X_G + F_c \cdot a \cdot \tan(\alpha)}{\cos(\beta - \alpha) \cdot d_z + \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot d_x} = 23,941 \text{ t} \quad \text{CYPE: } 23,90 \text{ t } \checkmark$$

Como vemos, para el cálculo de la reacción del cable de abatimiento no es necesario tener en cuenta el efecto de las fuerzas de inercia y la centrífuga puesto que este cable solo actúa en la dirección del propio cable.



Para las reacciones en la base tendremos que tener en cuenta que en esta situación de solicitaciones pésima existen fuerzas en el plano horizontal que ahora sí hay que considerar. La fuerza centrífuga apenas tendrá efecto pero la fuerza de inercia hará que se produzca un momento en la base con respecto al eje z de manera que se produzca una transferencia de cargas de uno de las dos articulaciones a la otra. Por lo tanto empezamos igualando las fuerzas en el eje x. Diferenciaremos los dos anclajes con la notación A o B de manera que para una fuerza de inercia en el sentido contrario los valores de uno y otro anclaje se intercambien.

$$\sum F_x = 0$$

$$R_{1xA} + R_{1xB} - R_2 \cdot \cos(\beta - \alpha) + F_c = 0$$

Donde:

R_{1xA} y R_{1xB} son las reacciones en las dos articulaciones de la base de la pluma.

F_c es la fuerza centrífuga de la carga de servicio y el conjunto del gancho. Para la situación de máxima carga y máximo alcance tenía un valor de 129,48 kg.

Ahora igualamos el momento de reacción de la base con el que genera la fuerza de inercia, de manera que establecemos equilibrio de momentos con respecto al eje z ya que ni la fuerza R_2 ni la centrífuga generan momento con respecto a este eje.

$$\sum M_z = 0$$

$$R_{1xA} \cdot d - R_{1xB} \cdot d - F_i \cdot a = 0$$

Donde:

d es la mitad de la anchura de la pluma, es decir, la distancia al punto medio entre los dos anclajes de la base. Esta distancia será por tanto 0,5 metros.

F_i es la fuerza de inercia de la carga. Para la situación de máxima carga y máximo alcance tenía un valor de 441,75 kg.

a es el alcance y por tanto la distancia entre la línea de acción de la fuerza centrífuga y el anclaje de la base.

Para un alcance de 24 metros tenemos, despejando las reacciones:

$$R_{1xB} = \frac{R_2 \cdot \cos(\beta - \alpha) - F_c - F_i \cdot a / d}{2} = 1,063 \text{ t CYPE: } 1,031 \text{ t } \checkmark$$

$$R_{1xA} = \frac{F_i \cdot a}{d} + \frac{R_2 \cdot \cos(\beta - \alpha) - F_c - F_i \cdot a / d}{2} = 22,259 \text{ t CYPE: } 22,247 \text{ t } \checkmark$$

Para calcular las reacciones de la base en el eje z hacemos exactamente el mismo proceso que para el eje x :



$$\sum F_z = 0$$

$$R_{1zA} + R_{1zB} + R_2 \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) - \gamma_c (P_p + Q \cdot \psi + P_g) = 0$$

$$\sum M_x = 0$$

$$R_{1zA} \cdot d - R_{1zB} \cdot d - F_i \cdot a \cdot \tan(\alpha) = 0$$

Donde:

$a \cdot \tan(\alpha)$ es la distancia entre la línea de acción de la fuerza centrífuga y el anclaje de la base. El resto de datos son idénticos al caso anterior.

Para un alcance de 24 metros tenemos, despejando las reacciones:

$$R_{1zB} = \frac{\gamma_c \cdot (P_p + Q \cdot \psi + P_g) - \frac{F_i \cdot a \cdot \tan(\alpha)}{d} - R_2 \cdot \text{sen}(\beta - \alpha)}{2}$$

$$R_{1zB} = 0,252 \text{ t CYPE: } 0,226 \text{ t } \checkmark$$

$$R_{1zA} = \frac{F_i \cdot a \cdot \tan(\alpha)}{d} + \frac{\gamma_c \cdot (P_p + Q \cdot \psi + P_g) - \frac{F_i \cdot a \cdot \tan(\alpha)}{d} - R_2 \cdot \text{sen}(\beta - \alpha)}{2}$$

$$R_{1zA} = 6,044 \text{ t CYPE: } 6,024 \text{ t } \checkmark$$

Las pequeñas diferencias se deben a que en el programa no cuenta con el peso de las 12 barras transversales de más que son necesarias por motivos constructivos y que ahora sí consideramos, además el programa tiene en cuenta el alto peso la barra que simula el cable de abatimiento.

1.10.10.3.2 Posición 2 (mínimo alcance):

Procedemos de la misma manera que en el caso anterior.

$$\sum M_0 = 0$$

$$R_2 \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot d_z + R_2 \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot d_x - \gamma_c \cdot (Q \cdot \psi + P_g) \cdot a - \gamma_c \cdot P_p \cdot X_G - F_c \cdot a \cdot \tan(\alpha) = 0$$

Donde:

α para la posición de alcance mínimo tiene un valor de 78,41°.

β para el caso de alcance mínimo (5 metros) tiene un valor aproximado de 12,47°.

a para el caso de alcance mínimo equivale a 5 m.

Calculamos las distancias d_x , d_z y X_G :

$$d_x = 21,32 \times \cos \alpha - 1 \times \cos(90 - \alpha)$$



$$d_z = 21,32 \times \sin \alpha + 1 \times \sin(90 - \alpha)$$

$$X_G = 12,35 \times \cos \alpha - 0,224 \times \cos(90 - \alpha)$$

Entonces, igualando momentos a cero con respecto a la base y despejando la reacción en el cable de abatimiento tenemos:

$$R_2 = \frac{\gamma_c \cdot (Q \cdot \psi + P_g) \cdot a + \gamma_c \cdot P_p \cdot X_G + F_c \cdot a \cdot \tan(\alpha)}{\cos(\beta - \alpha) \cdot d_z + \sin(\beta - \alpha) \cdot d_x} = 9,452 \text{ t CYPE: } 9,433 \text{ t } \checkmark$$

Para las reacciones en la base hacemos un equilibrio de fuerzas y de momentos igual que en el caso de máximo alcance. Obtenemos la siguiente solución:

$$R_{1xB} = \frac{R_2 \cdot \cos(\beta - \alpha) - F_c - F_i \cdot a / d}{2} = 1,454 \text{ t CYPE: } 1,451 \text{ t } \checkmark$$

$$R_{1xA} = \frac{F_i \cdot a}{d} + 2 \cdot \frac{R_2 \cdot \cos(\beta - \alpha) - F_c - F_i \cdot a / d}{2} = 2,374 \text{ t CYPE: } 2,371 \text{ t } \checkmark$$

$$R_{1zB} = \frac{\gamma_c \cdot (P_p + Q \cdot \psi + P_g) - \frac{F_i \cdot a \cdot \tan(\alpha)}{d} - R_2 \cdot \sin(\beta - \alpha)}{2}$$

$$R_{1zB} = 7,629 \text{ t CYPE: } 7,623 \text{ t } \checkmark$$

$$R_{1zA} = \frac{F_i \cdot a \cdot \tan(\alpha)}{d} + \frac{\gamma_c \cdot (P_p + Q \cdot \psi + P_g) - \frac{F_i \cdot a \cdot \tan(\alpha)}{d} - R_2 \cdot \sin(\beta - \alpha)}{2}$$

$$R_{1zA} = 12,113 \text{ t CYPE: } 12,108 \text{ t } \checkmark$$

Donde:

F_c es la fuerza centrífuga de la carga de servicio que en este caso de mínimo alcance vale 26,97 kg.

F_i es la fuerza de inercia de la carga de servicio y para un alcance mínimo de 5 metros tiene un valor de 91,96 kg.

Como hemos visto hasta ahora, los cálculos realizados son prácticamente iguales a los resultados que arroja el programa informático CYPE. Las diferencias se deben principalmente a la masa de la barra que creamos en el programa a modo de simulación del cable de abatimiento. Ésta hace que el centro de gravedad se desvíe un poco así como la masa total de la estructura. Aún así la precisión lograda es muy buena. Nos fiaremos entonces de nuestros cálculos.

Por lo tanto tenemos:



REACCIONES MÁXIMAS (t)		
R_{1x}	2,374	22,259
R_{1z}	12,113	6,044
R_2	9,452	23,941

Calculo la tendencia de las reacciones principalmente para conocer el valor máximo de la tracción del cable de manera que podamos dimensionar a éste y al dispositivo de abatimiento, es decir, al tambor y al motor. Por otra parte nos vendrá bien más adelante para el dimensionado del mástil conocer el valor de esta reacción en cada momento. Hacemos lo mismo con las reacciones en los apoyos.

1.10.10.3.3 Tendencia de R_2 .

Como se puede ver, el valor de R_2 aumenta conforme aumenta el alcance, cosa que era de esperar. Ahora nos interesa saber con la mayor precisión posible cuál es el valor máximo y cuál es el mínimo, de manera que podamos conocer la tensión del cable de abatimiento en todo momento y proceder a la estimación del motor reductor, del tambor y del cable de abatimiento.

Vamos a definir el valor de R_2 en función del alcance por lo que habrá que definir antes α y β en función del alcance ya que R_2 depende de esos valores:

$$R_2 = \frac{\gamma_c \cdot (Q \cdot \psi + P_g) \cdot a + \gamma_c \cdot P_p \cdot X_G(\alpha) + F_c \cdot a \cdot \tan(\alpha)}{\cos(\beta - \alpha) \cdot d_z(\alpha) + \sin(\beta - \alpha) \cdot d_x(\alpha)}$$

Definimos todos los parámetros en función de a :

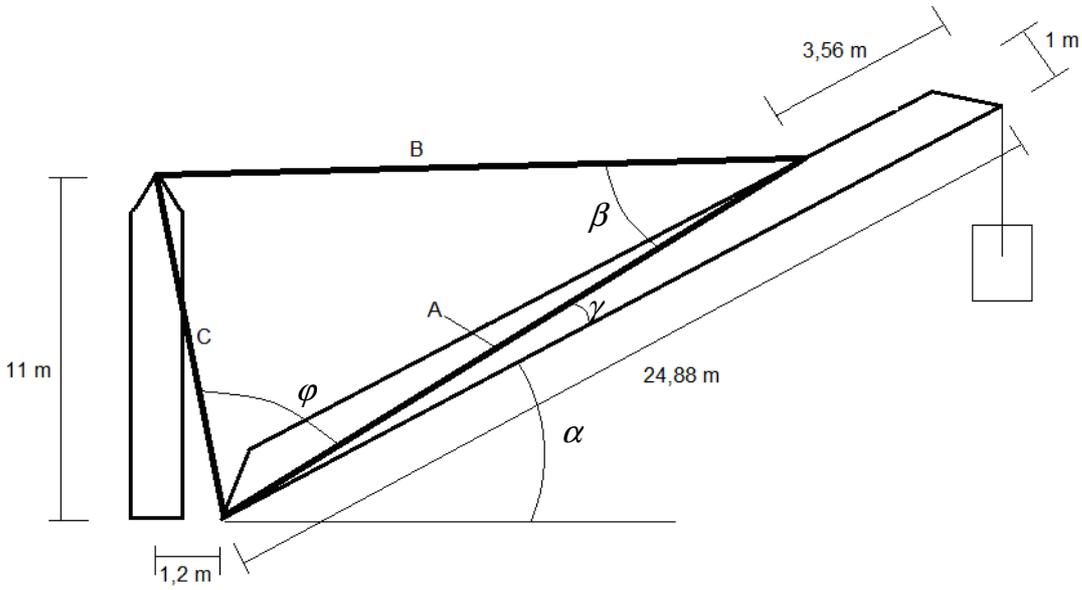
$$\alpha(a) = \arccos\left(\frac{a}{l}\right)$$

Donde:

a es el alcance.

l es la longitud de la pluma en metros e igual a 24,88 m.

Para definir β en función del alcance tendremos que saber que el cable se ancla a 3,56 metros de la longitud máxima de la pluma y pasa por el mástil por su cúspide, a 11 metros de altura estando el eje central del mástil a una distancia de 1,2 metros de las articulaciones de la base de la pluma. Lo vemos más claro en el siguiente esquema:



Hay que fijarse en cómo varía el triángulo ABC destacado en la imagen, pues mediante esa forma calcularemos β en función del alcance. A es la distancia entre las articulaciones de la base y el punto de anclaje del cable con la pluma, B es el cable de abatimiento y C es la distancia entre la punta del mástil y las articulaciones de la base de la pluma. Para ello tendremos que calcular antes diferentes ángulos y longitudes.

$$\beta = \arctan\left(\frac{C \cdot \sin \varphi}{A - C \cdot \cos \varphi}\right) - \gamma$$

Sabiendo que:

$$A = \frac{21,32}{\cos \gamma}$$

$$C = \sqrt{11^2 + 1,2^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1,2}{11}\right) + 90 - \alpha - \gamma$$

$$\gamma = \arctan\left(\frac{1}{21,32}\right) = 2,69^\circ$$

Podemos hallar β en función de α :



$$\beta = \arctan \left(\frac{\sqrt{11^2 + 1,2^2} \cdot \text{sen} \left(\arctan \left(\frac{1,2}{11} \right) + 90 - \alpha - 2,69^\circ \right)}{\frac{21,32}{\cos(2,69^\circ)} - \sqrt{11^2 + 1,2^2} \cdot \cos \left(\arctan \left(\frac{1,2}{11} \right) + 90 - \alpha - 2,69^\circ \right)} \right) - 2,69^\circ$$

Tenemos por tanto hallada β en función de α que depende del alcance por lo que con sustituir α por $\arccos(a/l)$ concluiríamos:

$$\beta = \arctan \left(\frac{\sqrt{11^2 + 1,2^2} \cdot \text{sen} \left(\arctan \left(\frac{1,2}{11} \right) + 90 - \arccos \left(\frac{a}{l} \right) - 2,69^\circ \right)}{\frac{21,32}{\cos(2,69^\circ)} - \sqrt{11^2 + 1,2^2} \cdot \cos \left(\arctan \left(\frac{1,2}{11} \right) + 90 - \arccos \left(\frac{a}{l} \right) - 2,69^\circ \right)} \right) - 2,69^\circ$$

Las distancias d_x , d_z y X_G en función de a son:

$$\begin{aligned} d_x &= 21,32 \times \cos \alpha - 1 \times \cos(90 - \alpha) \rightarrow d_x = 21,32 \times \cos(\arccos(a/l)) - 1 \times \cos(90 - \arccos(a/l)) \\ d_z &= 21,32 \times \text{sen} \alpha + 1 \times \text{sen}(90 - \alpha) \rightarrow d_z = 21,32 \times \text{sen}(\arccos(a/l)) + 1 \times \text{sen}(90 - \arccos(a/l)) \\ X_G &= 12,35 \times \cos \alpha - 0,224 \times \cos(90 - \alpha) \rightarrow \\ X_G &= 12,35 \times \cos(\arccos(a/l)) - 0,224 \times \cos(90 - \arccos(a/l)) \end{aligned}$$

Por último la fuerza centrífuga de la carga en función del alcance es:

$$F_c(a) = (Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c \cdot w^2 \cdot a$$

Donde w es la velocidad angular de giro de la pluma y estimada en 0,7 rpm.

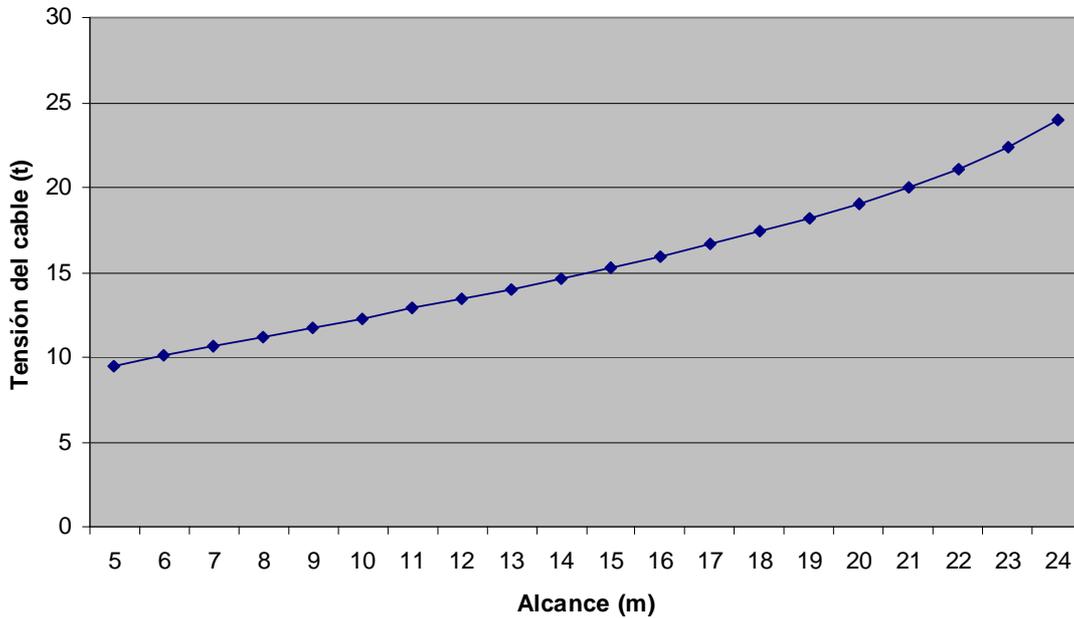
Ahora podemos definir ya la fuerza de reacción R_2 en función de a puesto que ya hemos definido todos los parámetros de los que depende en función de a . De manera simplificada quedaría así:

$$R_2(a) = \frac{\gamma_c \cdot (Q \cdot \psi + P_g) \cdot a + \gamma_c \cdot P_p \cdot X_G(a) + F_c(a) \cdot a \cdot \tan(\alpha(a))}{\cos[\beta(a) - \alpha(a)] \cdot d_z(a) + \text{sen}[\beta(a) - \alpha(a)] \cdot d_x(a)}$$

Representamos gráficamente la función $R_2(a)$ para un intervalo de a entre 5 y 24 metros:



Tensión del cable - Alcance



Podemos asegurar ya que la tendencia de la reacción es creciente con el alcance y que alcanza su valor máximo para el alcance máximo y es mínimo para el alcance mínimo, esto es, 23,941 y 9,452 t respectivamente.

Ahora ya conocemos los esfuerzos a los que está sometido el cable de abatimiento. De esta manera ya podremos estimar el motor, el tambor y el cable de abatimiento.

1.10.10.3.4 Tendencia de R_{1z} .

Nos interesa obtener la reacción más alta, la del caso más desfavorable, por lo tanto calcularemos en función del alcance el valor de la reacción en el eje z que sea mayor de los dos anclajes. Tenemos ya las funciones de los ángulos α y β en función del alcance. La inercia también la definimos en el apartado anterior en función del alcance, teníamos:

$$F_i(a) = m \cdot c = (Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c \cdot \alpha \cdot a$$

Donde α es la aceleración tangencial e igual a 0,01833 rad/s²

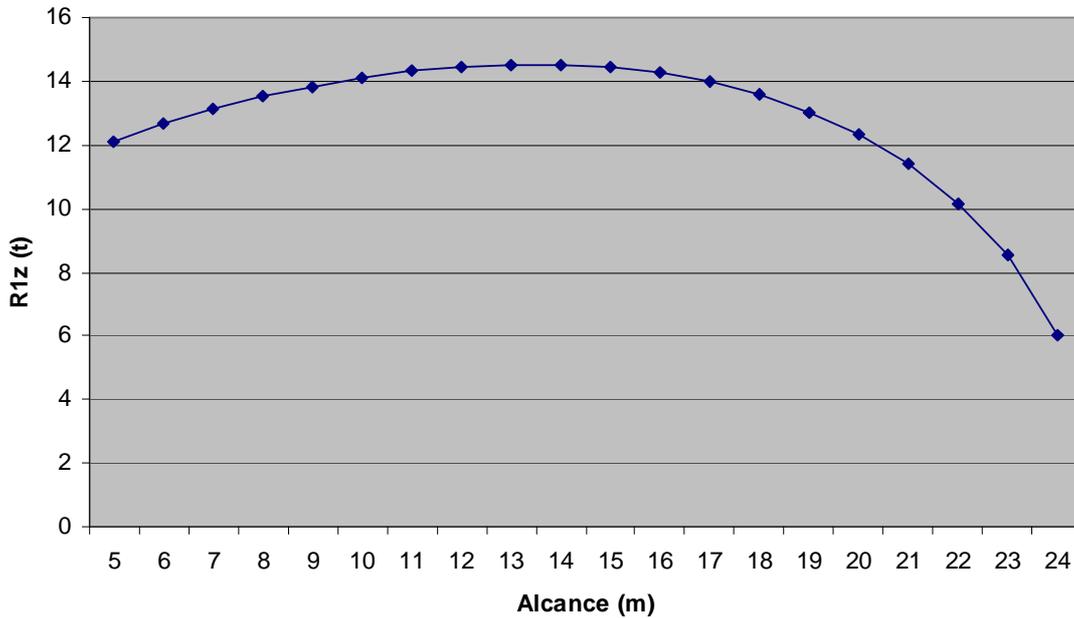
Tenemos por tanto que la reacción máxima en el eje z es de manera resumida:

$$R_{1zA}(a) = \frac{F_i(a) \cdot a \cdot \tan(\alpha)}{d} + \frac{\gamma_c \cdot (P_p + Q \cdot \psi + P_g) - \frac{F_i(a) \cdot a \cdot \tan(\alpha)}{2} - R_2(a) \cdot \text{sen}(\beta - \alpha)}{2}$$

Gráficamente:



R1z - Alcance



Por lo que la tendencia es claramente decreciente con el alcance. Sin embargo no alcanza su valor máximo en un extremo sino que lo hace en un alcance intermedio. Para descubrir el valor máximo hacemos la derivada de R_{1z} con respecto al alcance e igualamos a cero para hallar dicho alcance. Obtenemos la solución:

$$a = 13,4 \text{ m} \rightarrow R_{1z\text{m}\acute{a}\text{x}} = 14,540 \text{ t}$$

1.10.10.3.5 Tendencia de R_{1x} .

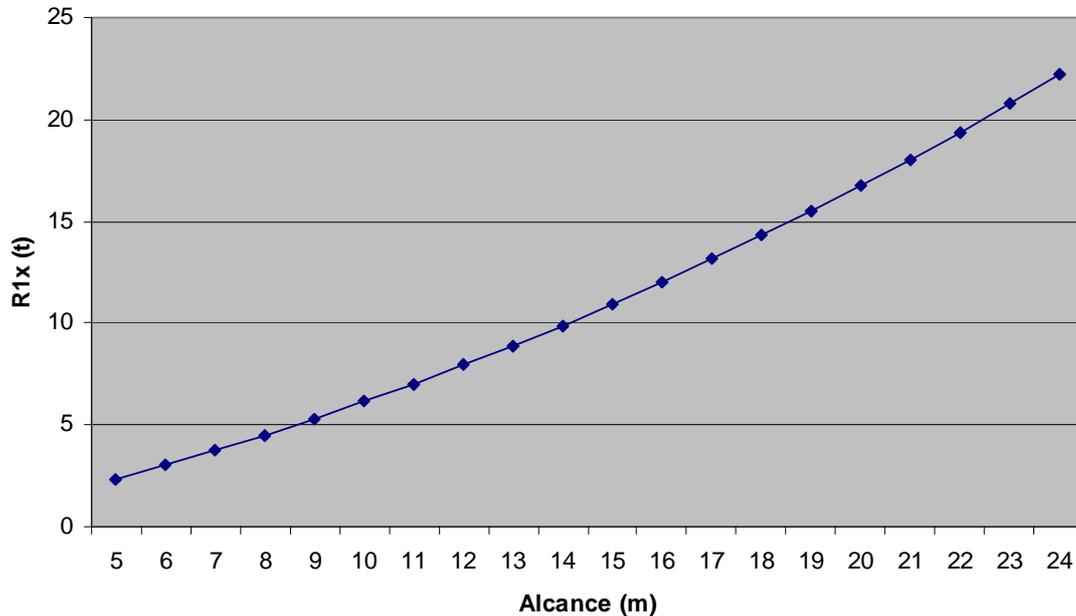
Como acabamos de recordad el valor de la fuerza de inercia en función del alcance, definimos ya el valor de la reacción máxima en el eje x para el alcance:

$$R_{1xA}(a) = \frac{F_i(a) \cdot a}{d} + \frac{R_2 \cdot \cos(\beta - \alpha) - F_c(a) - F_i(a) \cdot a / d}{2}$$

De esta manera ya tenemos la fuerza de reacción en el eje x en función del alcance.

Observemos su tendencia gráficamente:

R1x - Alcance



Observamos que el valor de la reacción aumenta claramente con el alcance y casi de manera lineal. Sus valores extremos coinciden con el alcance mínimo y máximo donde la reacción es 2,374 y 22,259 t respectivamente.

1.10.10.4 Conclusiones del diseño

Comenzamos estudiando varios modelos diferentes y nos decantamos por uno que destaca por lo ligero y sencillo. Estudiamos un equilibrio entre sencillez y eficiencia del modelo de manera que las barras trabajaran lo máximo posible sin pasarse de los límites establecidos por la norma y de manera que pudiéramos agrupar todas las barras en un número mínimo de perfiles diferentes.

Aplicamos los coeficientes de mayoración que impone la norma FEM 1001 así como el coeficiente de seguridad y el dinámico a la carga de servicio.

A través de la herramienta informática CYPE dibujamos el modelo en las posiciones extremas de máximo y mínimo alcance de manera que obtuvimos los perfiles requeridos en función de las exigencias de eficiencia y sencillez de las que hablamos y del coeficiente de seguridad que no permitía a ninguna barra trabajar a más del 70,1 %. Aquí concluía el proceso de diseño, pues el modelo era válido para las posiciones extremas, y es que queda reflejado a juzgar por los resultados obtenidos que la estructura sufría más en la posición de máximo alcance y menos conforme reducíamos el alcance. Para evidenciar esa tendencia tenemos el estudio de la posición de mínimo alcance a la que añadimos una posición intermedia en la que las barras trabajan en un porcentaje intermedio.

El peso de la estructura definitiva es algo que no debemos pasar desapercibido y que por tanto destacamos. También lo hacemos con el centro de gravedad donde aplicaremos la fuerza del peso en posteriores cálculos.



El siguiente paso era conocer cómo evolucionaban los valores de las reacciones tanto en las articulaciones de la base como en la del cable de abatimiento. Conociendo esto, podremos más adelante hacer un precálculo del motor, tambor y cable de abatimiento así como de la pieza de unión entre pluma, mástil y rodamiento. El alcance de este proyecto no contempla el diseño de esta última pieza por su alta complejidad, sin embargo no está demás conocer las sollicitaciones a las que estará sometida ($R1x$ y $R1z$).

Es bueno decir que de momento no podemos hacer un diseño del mástil puesto que la información es escasa. Por ejemplo, la masa del contrapeso la desconocemos y ésta afectará notoriamente al dimensionado del mástil, pues se anclará a la punta del mismo para reducir el momento que genera la tracción del cable de abatimiento.

1.10.11 CABLE DE ABATIMIENTO

1.10.11.1 Ramales

Procedemos de la misma manera que con el cable de elevación.

En este caso la carga de tracción máxima que soportará el cable será la correspondiente a la de posición de máximo alcance de la pluma, valor que ya calculamos en el apartado 1.10.10.3.1. El coeficiente K_c también cambia porque el mecanismo de abatimiento tiene una clasificación diferente, de menor frecuencia de elevación de la carga máxima, y es que este mecanismo actuará muchas menos veces que el de elevación. Hay que decir también que en este caso se utiliza un sistema de seis reenvíos ya que la velocidad aquí no importa tanto y que la fuerza a soportar es mucho mayor que en el caso de la elevación de carga. Entonces:

$$S = \frac{R_2}{\eta \cdot i}$$

Donde:

R_2 es la fuerza máxima con la que se tira de la pluma para abatirla con el coeficiente de mayoración γ_c y el dinámico ψ aplicados y es igual a 23941 kg.

i es el número de ramales e igual a seis.

η es el rendimiento del aparejo que depende del número de ramales y que en este caso vale 0,95.

$$S = \frac{23941}{0,95 \times 6} = 4200,18 \text{ kg}$$

Aplicando la fórmula que propone la norma:

$$d_{cable} = K_c \sqrt{S}$$

Donde K_c vale en este caso 0,225.



$$d_{cable} = 0,225 \cdot \sqrt{4200,18} = 14,58 \text{ mm}$$

El diámetro nominal seleccionado ha de estar comprendido, según la norma UNE ISO 4308, entre este diámetro mínimo calculado y 1,25 veces el mismo:

$$14,58 < d < 18,23 \text{ mm}$$

El cable seleccionado para abatimiento será entonces uno de los que ofrece la norma para grúas corrientes con un diámetro de cable de 10 a 30 mm. La composición del cable que presenta la norma para dicho intervalo y dicha utilidad es $6 \times 19(1 + 6 + 12) + 1$. Esto quiere decir que tiene la misma estructura que en el caso del mecanismo de elevación.

A partir de diámetros estandarizados por la norma seleccionamos un diámetro de: $d_{cable} = 16 \text{ mm}$.

El peso propio del cable es según la norma ISO 2408 de 91,9 kg por cada 100 metros de cable.

Vemos cómo la fuerza de tracción a la que está sometida el cable es mucho menor que la fuerza de rotura mínima:

$$F_{min} = Z_p \cdot S = 3,195 \times 4200,18 = 13419,58 \text{ kg} \gg 4200,18 \text{ kg}$$

1.10.11.2 Cable que une el sistema de ramales con la pluma

Los cables que conforman el sistema de ramales para reducir la fuerza a realizar por el motor tienen un diámetro menor que el cable que ahora vamos a calcular. Este cable une el aparejo del sistema de reenvíos directamente con la pluma por lo que ha de soportar toda la fuerza que antes estaban haciendo entre seis ramales, es decir, soportara seis veces más tracción.

$$S = 23941 \text{ kg}$$

$$d_{cable} = K_c \cdot \sqrt{S} = 0,225 \cdot \sqrt{23941} = 34,81 \text{ mm}$$

El diámetro nominal seleccionado ha de estar comprendido, según la norma UNE ISO 4308, entre este diámetro mínimo calculado y 1,25 veces el mismo:

$$34,81 < d < 43,52 \text{ mm}$$

La estructura que tendrá el cable la seleccionamos a través de una de las que ofrece la norma para un diámetro comprendido entre los valores definidos. La estructura elegida es 35×7 . Esta estructura ofrece 35 cordones con 7 alambres cada una y no tiene alma. Elegimos este cable puesto que tiene mayores prestaciones y es anti rotatorio.

A partir de diámetros estandarizados por la norma seleccionamos un diámetro de 35 mm.

El peso propio de este cable es de 556 kg por cada 100 metros.

En este caso la fuerza mínima de rotura también es mucho mayor que la fuerza a la que está sometido el cable:

$$F_{\min} = Z_p \cdot S = 3,195 \times 23941 = 76491,50 \text{ kg} \gg 23941 \text{ kg}$$

1.10.12 MOTOR DE ABATIMIENTO

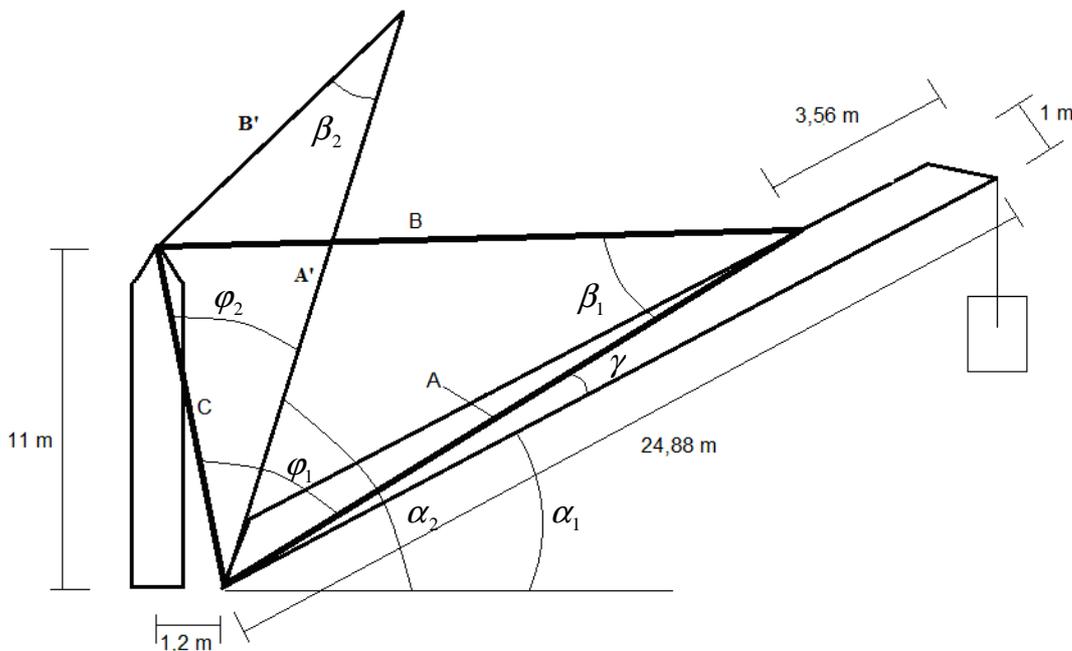
1.10.12.1 Ángulo de salida del cable

En este caso la cantidad de cable que se necesita es muchísimo menor. Por este motivo vamos a ver cómo no nos va hacer falta recurrir a tambores Lebus ni a poleas oscilantes.

Lo primero de todo será calcular la cantidad de cable máxima que se arrollará en el tambor.

Antes de nada hay que recordar que se establecido un sistema de seis ramas para éste el mecanismo de abatimiento.

No será nada difícil, pues sabemos que la pluma en este primer cálculo va a inclinarse desde los 15,28 hasta los 78,41 °. La cantidad de cable que se utiliza para la variación entre esas dos posiciones extremas será la cantidad máxima de cable que tendrá que guardar el tambor. Resolveremos esto como un sencillo problema trigonométrico:



La distancia de separación de 1,2 metros entre el centro del mástil y la pluma es para que la pluma pueda cambiar su inclinación de manera que para pequeños alcances no se produzca colisión entre el mástil y la pluma.



Teniendo en cuenta que para el abatimiento se utiliza un sistema de seis reenvíos, es evidente que para que la pluma se desplace x metros, se deberán mover $6x$ metros de cable en el tambor. La cantidad de cable a arrollar será entonces seis veces $B - B'$. Calculamos entonces ambos valores:

$$B = \sqrt{(C \cdot \text{sen} \varphi_1)^2 + \left(\frac{21,32}{\cos \gamma} - C \cdot \cos \varphi_1 \right)^2}$$

$$B' = \sqrt{(C \cdot \text{sen} \varphi_2)^2 + \left(\frac{21,32}{\cos \gamma} - C \cdot \cos \varphi_2 \right)^2}$$

Donde:

$$C = \sqrt{11^2 + 1,2^2}$$

$$\gamma = \arctan\left(\frac{1}{21,32}\right) = 2,69^\circ$$

$$\varphi_1 = 78,26^\circ$$

$$\varphi_2 = 15,13^\circ$$

$$\alpha_1 = 15,28^\circ \text{ (máximo alcance)}$$

$$\alpha_2 = 78,41^\circ + \gamma \text{ (mínimo alcance)}$$

Por lo que el cable a arrollar en el tambor de abatimiento será como máximo:

$$l_{\text{cable}} = 6 \cdot (B - B') = 6 \cdot (21,96 - 11,05) = 65,46 \text{ m}$$

Tal y como hicimos en el caso del sistema de elevación expresamos el ángulo β en función del diámetro y del número de capas.

Calculamos primero la longitud de cable por capa:

$$l_{\text{cable/capa}} = \frac{65,46}{n} = \frac{65,46}{3}$$

Donde:

n es el número de capas.

$l_{\text{cable/capa}}$ es la longitud de cable media por cada capa.

El número de espiras por capa será entonces, añadiendo dos espiras de margen por capa:

$$n^{\circ}_{\text{esp/capa}} = \frac{l_{\text{cable/capa}}}{\pi \cdot D} + 2 = \frac{65,46/3}{\pi \cdot D} + 2$$



La longitud del tambor queda:

$$L_{\text{tambor}} = n^{\circ}_{\text{esp/capa}} \cdot p$$

El paso lo definimos siguiendo la norma UNE-ISO 4308 al igual que en el tambor de elevación y para un diámetro de cable de 16 mm tenemos un paso de 18 mm.

Entonces:

$$L_{\text{tambor}} = \left(\frac{L_{\text{cable/capa}}}{\pi \cdot D} + 2 \right) \cdot p = \left(\frac{65,46/3}{\pi \cdot D} + 2 \right) \cdot 0,018$$

Toca ahora calcular el ángulo que forma el cable a la salida del tambor con respecto al ángulo de arrollamiento.

El ángulo de arrollamiento se define siempre a partir de la siguiente ecuación:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{p}{\pi \cdot D}\right) = \arctan\left(\frac{0,018}{\pi \cdot D}\right)$$

El ángulo β_{izq} será:

$$\beta_{\text{izq}} = \arctan\left(\frac{L_{\text{tambor}}/2}{d}\right)$$

Donde d es la longitud de cable que va del tambor a la polea de la punta del mástil. Como veremos más adelante, el tambor de abatimiento se va a colocar a una distancia de 3,5 metros con respecto al eje central del mástil. Esta distancia se justifica con lo reducido que va a ser el bastidor de motores y de contrapeso y a que en él habrá más elementos apoyados. La distancia d será:

$$d = \sqrt{(11 - D)^2 + 3,5^2}$$

El ángulo total de salida del cable y de máximo valor será $\beta_{\text{izq}} + \alpha$:

$$\beta = \beta_{\text{izq}} + \alpha = \arctan\left(\frac{L_{\text{tambor}}/2}{d}\right) + \arctan\left(\frac{0,018}{\pi \cdot D}\right)$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{\left(\frac{65,46/3}{\pi \cdot D} + 2\right) \cdot 0,018/2}{\sqrt{(11 - D)^2 + 3,5^2}}\right) + \arctan\left(\frac{0,018}{\pi \cdot D}\right) \leq 1,5^{\circ}$$



Despejando el diámetro medio de la ecuación obtenemos:

$$D \geq 463 \text{ mm}$$

$$L_{\text{tambor}} = 0,306 \text{ m}$$

Este diámetro es totalmente de dimensiones razonables por lo que lo consideramos adecuado puesto que cumple con los requisitos establecidos de ángulo de salida del cable y de capacidad. Lo mismo ocurre con la longitud del tambor.

1.10.12.2 Motor reductor

Antes será necesario conocer la fuerza que tira de la pluma para elevarla, de manera que obtengamos los valores máximos para poder definir la velocidad de elevación de la misma.

Dichas fuerzas las conocemos después de su estudio en el apartado 1.10.10.3.1. La máxima tracción del cable de abatimiento es de 23,94 t. Es importante recordar que este dato está ya mayorado con los factores γ_c y ψ . Incluye la estimación de 300 kg del gancho más el aparejo ya que en su cálculo se tuvo en cuenta el peso estimado de éstos.

Tenemos pues los siguientes datos, algunos de ellos estimados:

Potencia (kW): 40 kW Estimamos esta potencia porque sabemos que $\dot{W} = T \times v$ y entonces sabiendo el tiro vamos a ver que va a salir una velocidad aceptable y adecuada para este mecanismo.

Número de reenvíos: 6.

$$\text{Tiro máximo (t): } \frac{R_{2\text{max}}}{n} = \frac{23941}{6} = 3990 \text{ kg}$$

Rendimiento: 0,8. Recomendado entre 0,75 y 0,86

Motor entrega par nominal a 1450 rpm, siendo esta velocidad constante.

Diámetro medio del tambor: 463 mm.

Dado que solo hay tres capas no consideramos la variación del momento en el tambor por el cambio de capa de cable.

El par que hay que aplicar al tambor será:

$$M_{\text{tambor}} = \frac{T \cdot D_{\text{max}} / 2}{\eta} = \frac{3990 \times 9,81 \times 0,463 / 2}{0,8} = 11327,16 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Mientras, el par en el motor será:

$$M_{\text{motor}} = \frac{\dot{W}}{w_{\text{motor}}} = \frac{40000}{1450 \times 2\pi / 60} = 263,43 \text{ N} \cdot \text{m}$$



Podemos ya definir el índice de reducción necesario:

$$i = \frac{M_{\text{tambor}}}{M_{\text{motor}}} = \frac{11327,16}{263,43} = 43,00$$

Vamos al catálogo de motores reductores de MARTINENA y el modelo más aproximado al buscado es el siguiente de la serie RXO2:

n_1 min	808				
	i_r	n_2 min ⁻¹	P_N kW	T_N kNm	$\frac{Fr_2}{Fr_1}$ kN
1450	39.3	37	43	10.3	34 6.6
1000		25	30	10.5	
500		12.7	15.4	10.8	

Potencia: 43 kW.

Índice de reducción: $i = 39,3$

Peso propio: 250 kg.

El resto de parámetros son los mismos que los definidos en un principio.

Comprobamos que el rendimiento del motor seleccionado para las condiciones que se dan está entre 0,75 y 0,86:

$$M_r = T \cdot \frac{D}{2} = 3990 \times 9,81 \cdot \frac{0,463}{2} = 9061,74 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_i = \frac{\dot{W}}{\omega} \cdot i = \frac{43000}{1450 \times 2\pi / 60} \cdot 39,3 = 11129,21 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\eta = \frac{M_r}{M_i} = \frac{9061,74}{11129,21} = 0,814 \quad \checkmark$$

La velocidad del cable en el tambor será ahora:

$$v_t = \frac{\dot{W} \cdot \eta}{T} = \frac{43 \times 10^3 \times 60 \times 0,814}{3990 \times 9,81} = 53,67 \text{ m/min}$$



1.10.12.3 Tiempo de abatimiento

Otro aspecto de gran interés es saber el tiempo que tarda la pluma en completar su movimiento de abatimiento, es decir, el tiempo que le cuesta pasar de la posición de máximo alcance a mínimo alcance.

Calcularlo será bastante sencillo. Conocemos la cantidad de cable que se arrolla o desenrolla del tambor para pasar de una a otra posición extrema y conocemos también la velocidad con la que avanza el cable. Hay que recordar que esta velocidad es constante independientemente de la carga que se levante o de la posición de la pluma puesto que la velocidad de giro del reductor es constante, será la potencia la que irá variando.

Por lo tanto el tiempo de abatimiento completo será el cociente entre la longitud de cable total a arrollar entre la velocidad de arrollamiento de dicho cable:

$$t_a = \frac{65,46 \text{ m}}{53,67 \text{ m/min}} = 1,22 \text{ min}$$

1.10.12.4 Sistema de giro.

El motor de giro se selecciona una vez calculada la inercia de giro que éste deberá tener a partir de las masas de cada uno de los elementos que constituye la grúa y que se apoyan sobre el rodamiento de giro multiplicado por la distancia al cuadrado entre el eje del rodamiento y el centro de gravedad de cada masa. Este cálculo se hará para la posición de la pluma en la que este valor se haga máximo, seguramente con el alcance máximo y la máxima carga en punta. El producto de la inercia de giro por la aceleración angular nos dará el par a obtener en la corona, de esta manera podremos elegir el motor adecuado. Ahora la información de que disponemos es insuficiente pues para calcular el punto en el que se produce la mayor inercia de giro sería necesario conocer la masa del contrapeso en cuyo cálculo aún no nos hemos metido, pues nos faltan datos como el peso de los tambores de cable cuyo peso no es para nada despreciable.

1.10.13 DISEÑO DE TAMBORES Y PESOS DE LOS MISMOS

En este apartado vamos a terminar de dimensionar los tambores. Si antes definíamos la longitud y el diámetro de manera que pudieran cumplir su función dentro de las limitaciones y poder seleccionar un reductor, ahora definiremos el espesor para que aguante las sollicitaciones a las que va a estar sometido. Además calcularemos su peso propio que no será ni mucho menos despreciable, pues afectará en cierta manera a la estabilidad de la grúa.

1.10.13.1 Tambor de elevación

Como ya vimos en el apartado de motores, el tambor ha de tener unas dimensiones que dependen primero de la cantidad de cable y del ángulo que forma el cable a la salida del

tambor con respecto al ángulo de arrollamiento. A partir de eso se dimensiona el diámetro y la longitud del tambor.

En este apartado vamos a terminar de definir las dimensiones del tambor, pues a partir de las sollicitaciones a las que está sometido calcularemos el espesor que ha de tener el tambor.

Como ya vimos en el apartado de motores, el diámetro medio del tambor del mecanismo de elevación es de 425 mm por lo que el diámetro primitivo de éste será el mismo menos 6 diámetros de cable, ya que contendrá 6 capas del mismo:

$$d_0 = d_m - 6 \cdot d_{cable} = 317 \text{ mm}$$

Si acudimos a la norma UNE ISO 4308-1 encontramos una exigencia de diámetro primitivo mínimo del tambor que veremos si es menor que el diámetro ya definido y que viene definida por la siguiente expresión:

$$D \geq h_1 \cdot t \cdot d_{cable}$$

Donde:

D es el diámetro primitivo mínimo del tambor

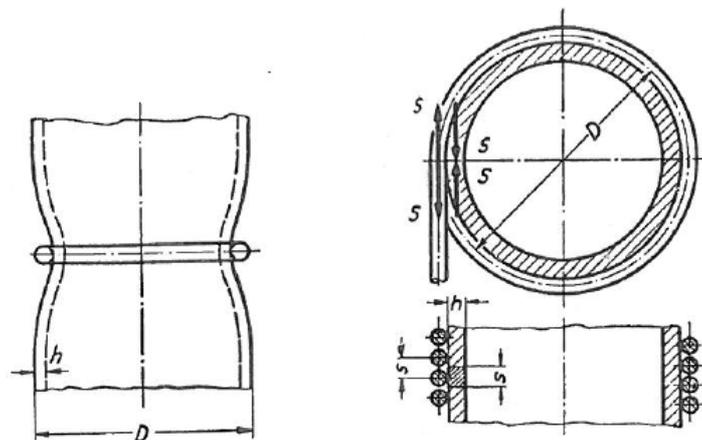
h_1 es el factor de selección del tambor, relación del diámetro primitivo del tambor al diámetro calculado del cable, valor que viene tabulado por la norma en función de la clasificación del mecanismo (M3).

t es el factor del tipo de cable que la norma también lo tabula. Se obtiene a partir del número de cordones exteriores del cable que para nuestro caso es seis. Este factor tiene en consideración el comportamiento diferenciado a la fatiga por flexión de los distintos tipos de cable.

$$D \geq 14 \times 1 \times 18 = 252 \text{ mm} < 317 \text{ mm} \checkmark$$

Por lo que la estimación hecha del diámetro del tambor fue correcta.

Toca definir el espesor del tambor de elevación de carga.





El arrollamiento solicita al tambor a compresión y a flexión. El tipo de sollicitación se pone en evidencia imaginando un tambor que soporta una única espira de cable. Bajo la influencia de la tracción del cable el tambor se comprime con la máxima deformación debida al arrollamiento. A medida que nos alejamos de la espira, la deformación y consecuentemente el esfuerzo debido a la compresión, disminuye. El perfil del tambor deformado es el que presenta la figura de arriba, mostrando que existe una sollicitación a flexión en sentido paralelo al eje del tambor. Los esfuerzos máximos debidos a una sola espira son los siguientes:

A compresión:

$$\sigma = 0,93 \cdot S \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{D^2 h^6}} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

A flexión:

$$\sigma_f = 1,61 \cdot S \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{D^2 h^6}} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

En servicio normal el tambor nunca está cargada por una sola espira aislada. Siendo corriente que el arrollamiento de cable bajo tensión se empiece desde un extremo del tambor, se podría obtener el esfuerzo total soportado por éste recubierto totalmente de espiras, calculando los esfuerzos causados por cada espira aisladamente y superponiéndolos. En este caso, la sollicitación de la flexión local será nula, porque, si la tracción no varía, la deformación por compresión es constante y la generatriz del tambor permanecerá recta. No obstante, los esfuerzos de compresión se añadirán hasta que la sección correspondiente al paso del enrollamiento sea sollicitada por la tracción del cable. Bajo esta hipótesis el esfuerzo por compresión se calcula como sigue:

$$\sigma = \frac{S}{h \cdot s} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

Pero esta hipótesis no se cumple siempre de forma exacta. Porque cuando se coloca la primera espira, el tambor no sufre la deformación total, que es el resultado del arrollamiento completo. A medida que la deformación del tambor aumenta bajo la influencia de las espiras, la tracción del cable de las primeras espiras disminuye. La fricción del cable sobre el tambor evita que las tensiones se equilibren de un extremos otro del arrollamiento. Para el tambor completamente cubierto de espiras se tiene para el esfuerzo de compresión:

$$\sigma = 0,85 \frac{S}{h \cdot s} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

En la extremidad del arrollamiento, el esfuerzo es inferior, porque la parte del tambor no está recubierta todavía de espiras todavía refuerza la parte arrollada. El esfuerzo a compresión de la parte arrollada se puede calcular por la fórmula:

$$\sigma_a = 0,5 \frac{S}{h \cdot s} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$



No obstante en este lado subsiste una fuerte flexión local que se puede cifrar en:

$$\sigma_{fa} = 0,96 \cdot S^4 \sqrt{\frac{1}{D^2 h^6}} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

Despejando el espesor que es lo que queremos calcular:

$$h = \sqrt[6]{\frac{(0,96 \cdot S)^4}{D^2 \sigma_{adm}^4}}$$

En estas ecuaciones D hace referencia al diámetro primitivo del tambor.

Las normas DIN limitan para fatiga la tensión admisible y en el caso de acero S355, que es el que vamos a utilizar, es de 480 kg/cm².

La tracción del cable, la calculamos ahora con el coeficiente dinámico definitivo de $\psi = 1,135$:

$$S = \frac{(Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c}{2} = 4767,16 \text{ kg}$$

Por lo tanto el espesor queda:

$$h = \sqrt[6]{\frac{(0,96 \times 4767,16)^4}{31,7^2 \times 480^4}} = 1,42 \text{ cm} = 14,2 \text{ mm}$$

La longitud del tambor ya quedó definida en el apartado de motores, pues teníamos los datos suficientes para poder hallarlo. Recordamos entonces que:

$$L_{tambor} = n^{\circ}_{esp/capa} \cdot p = \left(\frac{400/n}{\pi \cdot D} + 2 \right) \cdot p = \left(\frac{400/6}{\pi \cdot 0,425} + 2 \right) \cdot 0,020 = 1,04 \text{ m}$$

La tapa del tambor será un disco de espesor igual al diámetro del cable y con un radio tal que llegará hasta 1,5 veces dicho diámetro por encima del cable de la última capa. Tendrá pues un diámetro de:

$$D_{tapa} = 317 + 12 \times d_{cable} + 1,5 \times d_{cable} \times 2 = 587 \text{ mm.}$$

Definida ya la geometría del tambor calculamos el peso del mismo ya que contribuirá junto con el tambor del sistema de giro al momento antivuelco. Para ello calculamos el volumen total de la pieza y a partir de la densidad normalizada del acero en 7850 kg/m³ obtenemos la masa:

$$V = h \cdot l_{tambor} \cdot \pi \cdot D_{tambor} + \pi \frac{D_{tapa}^2}{4} \cdot e = 0,0142 \times 1,04 \times \pi \times 0,317 + \pi \frac{0,587^2}{4} \cdot 0,018$$



$$V = 1,96 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$m = V \cdot \rho = 1,96 \times 10^{-2} \times 7850 = 153,69 \text{ kg}$$

1.10.13.2 Tambor de abatimiento

Como sabemos, ya hemos calculado el diámetro y la longitud del tambor en función de las condiciones impuestas por la cantidad de cable a arrollar y la limitación del ángulo β por lo que ahora definiremos el espesor a partir de las sollicitaciones a soportar para finalizar el dimensionamiento del mismo. Procederemos de la misma manera que con el tambor de elevación.

En este caso el diámetro medio del tambor será tres diámetros de cable mayor puesto que en este caso habrá tres capas de cable, y es que no se necesita mucho cable para el abatimiento de la pluma. Si el diámetro medio era de 463 mm, el primitivo será:

$$d_0 = d_m - 3 \cdot d_{cable} = 415 \text{ mm}$$

Donde recordamos que d_{cable} del sistema de abatimiento es de 16 mm.

Según la norma UNE ISO 4308-1:

$$D \geq h_1 \cdot t \cdot d_{cable}$$

Donde:

$h_1 = 11,2$ para el mecanismo de abatimiento clasificado como M1.

$t = 1$ porque el cable ahora también tiene seis cordones.

$d_{cable} = 16 \text{ mm}$.

$$D \geq 11,2 \times 1 \times 16 = 179,2 \text{ mm} < 415 \text{ mm} \quad \checkmark$$

Por lo que la estimación hecha del tambor en el apartado de motores fue correcta. Para el cálculo del espesor del tambor procedemos de la misma manera que en el caso del tambor de elevación:

$$h = \sqrt[6]{\frac{(0,96 \cdot S)^4}{D^2 \sigma_{adm}^4}}$$

$$\frac{R_{2max}}{n} = \frac{23941}{6} = 3990 \text{ kg}$$

Donde R_2 recordamos que es la reacción en el anclaje del cable de abatimiento con la pluma.



1.10.14 POLEAS DEL SISTEMA DE ABATIMIENTO

La selección de las poleas para el sistema de abatimiento se hará de la misma manera que para el mecanismo de elevación. La norma DIN 15061 define el perfil de garganta a partir del diámetro de cable, en nuestro caso 16 mm. Por tanto seleccionamos un perfil con las siguientes dimensiones:

- r_1 : 8,5 mm
- h : 27,5 mm
- i : 34 mm
- m : 6 mm
- d_{cable} : 16 mm

Para este mecanismo también nos decantamos por las poleas con casquillos de bronce. La definición de variables de las dimensiones de la polea son iguales que el caso anterior, las dimensiones sin embargo son:

D_1	Ø de cable	r	d_2	b	d_3 E8	d_4 H7	d_5	$l_{1-0,2}$	Peso aprox.Kg.	Referencia
100	Hasta 5	2,5	125	18	12	18	40	28	1,5	002.10.02 002.10.03 002.10.04 002.10.05
					15	22				
					20	26				
					25	32				
125	5-6,5	3,2	150	22	20	26	50	30	2	002.12.04 002.12.05 002.12.06
					25	32				
					30	36				
160	6-8	4	180	28	35	45	70	40	3	002.16.07 002.16.08 002.16.10
					40	50	70			
					50	60	90			
200	8-10	5	235	32	40	50	75	50	4	002.20.08 002.20.10 002.20.12
					50	60	90	40		
					60	72	100	40		
250	10-12,5	6,3	290	36	50	60	90	60	7	002.25.10 002.25.12 002.25.14
					60	72	100	60		
					70	85	115	50		
315	12-15	8	359	40	60	72	100	70	10	002.31.12 002.31.14 002.31.16 002.31.18
					70	85	115	70		
					80	95	125	80		
					90	105	140	80		
355	14-17	9	411	48	70	85	115	80	16	002.35.14 002.35.16 002.35.18 002.35.20
					80	95	125	70		
					90	105	140	70		
					100	115	150	60		

Seleccionamos la polea cuyo diámetro interior de la garganta es $D_1 = 355$ mm. Su diámetro interior será un dato de gran interés a la hora de definir los ejes sobre los que irán dispuestas, el diámetro más pequeño es de 70 mm.

En la norma UNE ISO 4308-1 encontramos que el diámetro primitivo mínimo de la polea ha de ser:

$$D \geq h_2 \cdot t \cdot d_{cable}$$

$h_2 = 12,5$ por ser un mecanismo de clasificación M1.

$t = 1$ por tener el cable seis cordones exteriores.

$$D \geq 12,5 \times 1 \times 14 = 175 \text{ mm} < 355 \text{ mm} \checkmark$$



Por lo que el diámetro seleccionado para la polea es adecuado.

1.10.14.1 Cálculo de la polea soldada

-Cálculo del espesor de la llanta.

Recopilamos datos de interés de la tabla anterior para el cálculo:

$$d_2 = 411 \text{ mm}$$

$$b = 48 \text{ mm}$$

$$d_5 = 115 \text{ mm}$$

$$14 \text{ mm} \leq d_{\text{cable}} \leq 17 \text{ mm}$$

La altura de la garganta será $\frac{d_2 - D_1}{2} = 28 \text{ mm}$.

Recordamos que el espesor de pared es de $m = 6 \text{ mm}$.

Para continuar con el cálculo hemos de suponer un número de radios. Consideramos un número de radios igual a 8, lo cual es una estimación razonable dentro de las poleas más comunes.

La tracción S del cable sabemos que es:

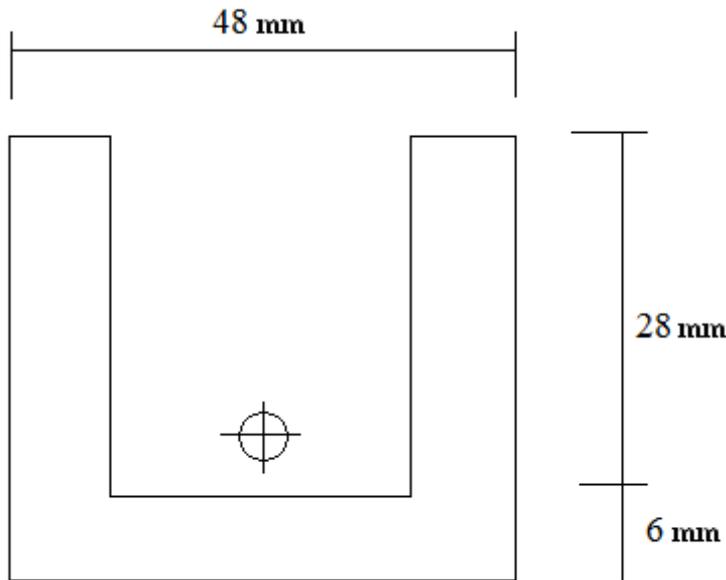
$$S = \frac{R_{2\text{max}}}{n} = \frac{23941}{6} = 3990 \text{ kg}$$

Entonces:

$$\gamma = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ \quad l = \frac{\pi \cdot D_1}{8} = \frac{\pi \times 355}{8} = 139,41 \text{ mm}$$

$$P = 2 \cdot S \cdot \text{sen} \frac{\gamma}{2} = 2 \times 3990 \times \text{sen}(22,5^\circ) = 3053,81 \text{ kg}$$

$$M_f = \frac{P \cdot l}{16} = 26608,26 \text{ kg mm}$$



Recordando que $\sigma_f = \frac{M_f}{W}$ y que $\tau = \frac{P/2}{A_c}$

Cálculo de I por Steiner:

$$h_G = \frac{\sum h_i A_i}{\sum A_i} = \frac{17 \times (34 \times 6 \times 2) + 3 \times (34 \times 6)}{(34 \times 6 \times 2) + (34 \times 6)} = 12,33 \text{ mm}$$

$$I = \sum \frac{1}{12} b_i h_i^3 + \sum A_i (h_i - h_G)^2 = 66572,01 \text{ mm}^4$$

$$W = \frac{I}{h_{CG\text{máx}}} = \frac{66572,01}{(34 - 12,33)} = 3072,08 \text{ mm}^3$$

$$A_c = 6 \times 34 \times 2 = 408 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_f = \frac{26608,26}{3072,08} = 8,66 \text{ kg/mm}^2$$

$$\tau = \frac{3053,81/2}{408} = 3,74 \text{ kg/mm}^2$$



Aplicando el criterio de von Mises:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_f^2 + 3\tau^2} = 10,82 \text{ kg/mm}^2 = 106,12 \text{ MPa}$$

Utilizando un acero A-42 con límite elástico $\sigma_e = 260 \text{ MPa}$ calculamos el coeficiente de seguridad que tenemos:

$$c_s = \frac{260}{106,12} = 2,45$$

Lo cual es un valor razonable de seguridad por lo que el espesor estimado de 8 mm se considera adecuado.

-Cálculo del espesor de los radios:

Determinaremos ahora el espesor de los radios que unen la llanta y el cubo. Consideramos que este espesor es de 12 mm y la anchura de 30 mm y veamos qué tal soportan los radios la compresión provocada por la tracción del cable:

$$I_{\min} = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}30 \times 12^3 = 4320 \text{ mm}^4$$

$$A = 12 \times 30 = 360 \text{ mm}^2$$

Vamos a trabajar con el método del coeficiente w de manera que nos aseguremos de que el elemento no llega a pandear.

$$\text{Radio de giro: } K = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{4320}{360}} = 3,46$$

La longitud crítica de pandeo será la longitud de todo el radio, pues consideraremos el caso más desfavorable que es el de considerar la barra articulada en sus dos extremos.

$$L_c = L = \frac{D_1 - d_5}{2} - e = \frac{355 - 115}{2} - 6 = 114 \text{ mm}$$

$$\text{Esbeltez: } \lambda = \frac{L_c}{K} = \frac{114}{3,46} = 32,95$$

Esta esbeltez corresponde a un coeficiente w de las tablas de pandeo, $w = 1,05$. Una vez obtenido se puede calcular la tensión de compresión para que no se produzca pandeo:

$$\sigma = \frac{P \cdot w}{A} = \frac{3053,81 \times 1,05}{360} = 8,91 \text{ kg/mm}^2 = 87,38 \text{ MPa}$$



Calculamos el coeficiente de seguridad que se obtiene para este estado de esfuerzos de los radios:

$$c_s = \frac{260}{87,38} = 2,98$$

Por lo que el espesor estimado de los radios ha sido un acierto.

El peso aproximado de cada polea es de 16 kg.

Podemos concluir entonces que las poleas seleccionadas para el mecanismo de elevación serán de las dimensiones fijadas, pues para el caso de carga más desfavorable hemos seleccionado el perfil de garganta, los espesores de radios y de tambor que lo soportan y que por tanto lo harán para el resto de momentos. Esta geometría la definimos a partir de unas tablas que nos impone la norma DIN 15061. A través de los pertinentes cálculos hemos conseguido fijar los espesores de la llanta y de los radios que soportan de sobra las sollicitaciones, además hemos decidido que un número de 8 radios será adecuado.

1.10.15 DISEÑO DEL APAREJO

1.10.15.1 Aparejo de elevación

El aparejo es un elemento que funciona como soporte de la polea y del gancho y cuya función es evitar el aflojamiento del cable y estabilizar el movimiento de descenso del gancho sin carga útil. Como decimos, dentro se sostiene una polea por la que pasa el cable que posteriormente se ancla a la pluma de manera que se genera el doble reenvío. En su conjunto con el gancho es llamado pasteca.

Existen varias tipologías de aparejos, las tipologías más utilizadas son:

-Aparejos de travesía única, son aquellos en los cuales solo existe una travesía que tiene la función doble de soportar las poleas y sujetar a su vez el elemento de suspensión (gancho). Debido a su complejidad de fabricación hoy en día ya está en desuso. Son aparejos cortos y de poleas discontinuas. Se entiende por travesía al eje que sostiene bien al gancho o bien a las poleas.

-Aparejos de doble travesía, son aquellos aparejos con dos travesías, una para soportar el elemento de suspensión y otra para soportar las poleas, ambas unidas por unas placas.

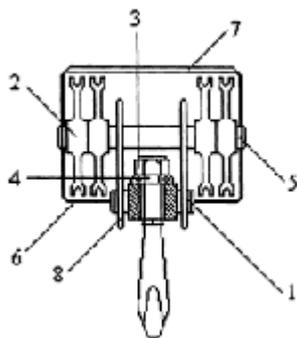
Dentro de los aparejos de doble travesía podemos distinguir los de poleas continuas y los de poleas discontinuas, siendo la diferencia si éstas están todas juntas en el sistema de poleas continuas y no así en el de discontinuas.

Existe además otra clasificación en función de su longitud, así distinguiremos entre aparejos largos y cortos, siendo estos últimos aquellos en los que la distancia entre los

ejes de las traviesas es menor que el radio de las poleas y son con poleas exteriores a placas.

Se fabrican además aparejos largos con poleas dispuestas en el interior de las placas, en el exterior de las placas o unas en el interior y otras en el exterior. También se realizan aparejos con poleas de diámetros diferentes y aparejos sin gancho con cáncamo giratorio u otro sistema adecuado al servicio del aparato de elevación.

Un aparejo se compone de varios elementos:



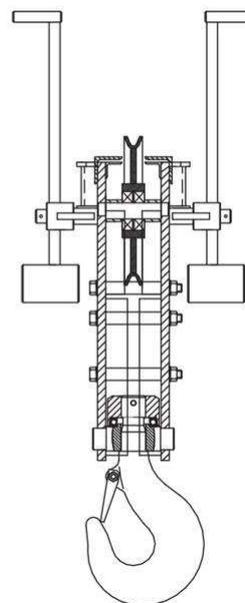
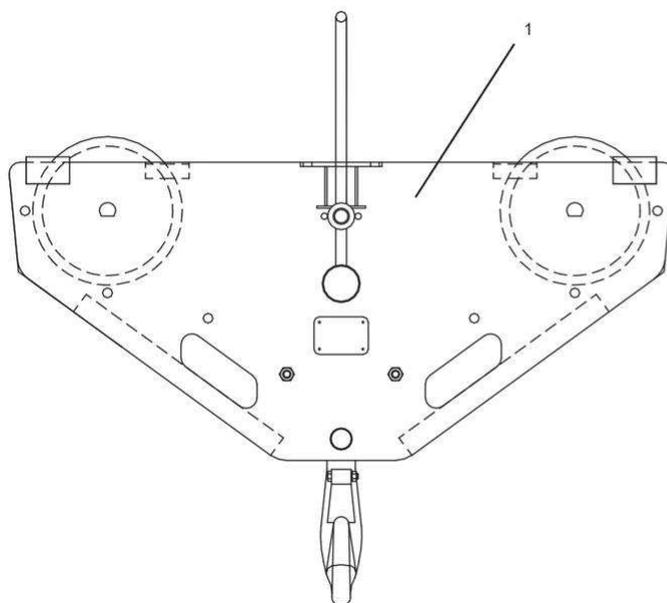
- 1. travesía de gancho
- 2. poleas
- 3. tuerca
- 4. rodamiento axial

- 5. travesía de poleas
- 6. carter
- 7. placa superior
- 8. placas de sujección

Figura 5.1. Partes de un aparejo.

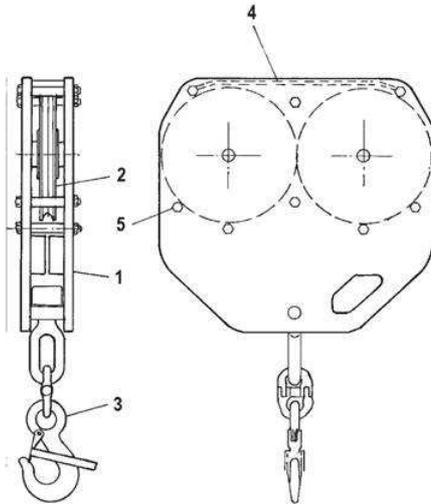
El aparejo de nuestra grúa va a ser uno de doble travesía con dos poleas, ambas en el mismo plano.

Hemos de estimar un diseño del aparejo que necesitamos para nuestra grúa en función de nuestras necesidades. Un buen diseño podría ser éste:



Pues con las poleas tan separadas conseguimos que sea difícil que rote todo el conjunto cuando está suspendido.

Otro diseño más sencillo podría ser éste:



Este último diseño será el que consideremos para nuestra grúa debido a su reducido tamaño y a que satisface la necesidad de dos reenvíos. Además su peso no será demasiado grande, lo cual es interesante en una grúa que sirve para montar otra más grande y que por tanto no debe ser muy pesada. Tendrá el peso suficiente para cumplir la función de mantener la tensión en los cables de elevación.

En apartados anteriores hemos estimado el peso del aparejo en 300 kg sin hacer ningún cálculo. Ahora obtendremos el primer diseño y veremos si la estimación había sido aproximada o no.

A continuación vamos a diseñar cada uno de los ejes que componen el aparejo, calcularemos las poleas y las placas de sujeción.

1.10.15.1.1 Cálculo de las traviesas de poleas.

El diámetro de la traviesa del gancho viene definido en la propia selección del gancho a través de la norma DIN 15412 y es igual a 45 mm.

Para el diseño del aparejo consideraremos que el material que conforma todos sus componentes es acero de calidad F-114 de límite elástico 700 Mpa lo cual es un material normalmente utilizado en este tipo de componentes de grúas.

Las traviesas de poleas se calcularán como dos vigas biapoyadas. Su longitud la conocemos ya que la traviesa del gancho venía definida en base al gancho seleccionado a través de la norma y ya conocemos sus dimensiones. La longitud entre apoyos es de 90 mm porque así lo indica el parámetro b_1 que hace referencia a la longitud entre apoyos de la traviesa del gancho que explicamos en el apartado del cálculo del gancho. Además la anchura de los pasadores de las poleas no tiene por qué ser mayor de 90 mm tal y como lo indica el parámetro l_1 definido en el cálculo de las poleas y expuesto en la tabla 1.10.14.



En este caso vamos a calcular el efecto de la inercia de la carga en movimiento de una manera más precisa que con el coeficiente dinámico. Conocida la velocidad máxima de la elevación de carga máxima y las condiciones de explotación del aparato podemos obtener la aceleración para obtener esa velocidad. La fuerza de inercia será el producto de esa aceleración por la masa que eleva el aparato a la cual sí le aplicaremos el coeficiente de mayoración γ_c .

Como bien sabemos, la carga máxima que levantará nuestro aparato será de 8000kg por lo que cada una de las poleas estará sometida a un esfuerzo máximo vertical de 4000 kg más la fuerza de inercia debida a las aceleraciones y frenadas de la carga, la de inercia.

La máxima velocidad alcanzada en elevación para la carga de 8000 kg (dos ramales) sabemos del apartado de motores que es de 27,01 m/min lo cual equivale a 0,45 m/s.

A través de la siguiente tabla de comportamientos normales en grúas obtenemos la aceleración:

Velocidad a obtener [m/s]	(a) Velocidad lenta y media con larga carrera		(b) Velocidad media y rápida (aplicaciones corriente)		(c) Velocidad rápida con fuertes aceleraciones	
	Tiempo de aceleración [s]	Aceleración [m/s ²]	Tiempo de aceleración [s]	Aceleración [m/s ²]	Tiempo de aceleración [s]	Aceleración [m/s ²]
4,00			8,00	0,50	6,00	0,67
3,15			7,10	0,44	5,40	0,58
2,50			6,30	0,39	4,80	0,52
2,00	9,10	0,22	5,60	0,35	4,20	0,47
1,60	8,30	0,19	5,00	0,32	3,70	0,43
1,00	6,60	0,15	4,00	0,25	3,00	0,33
0,63	5,20	0,12	3,20	0,19		
0,40	4,10	0,098	2,50	0,16		
0,25	3,20	0,078				
0,16	2,50	0,064				

Por lo que la fuerza de inercia en cada una de las traviesas que sostienen las poleas será:

$$F_i = \frac{Q}{2} a = 4000 \times 0,098 = 392 \text{ kg}$$

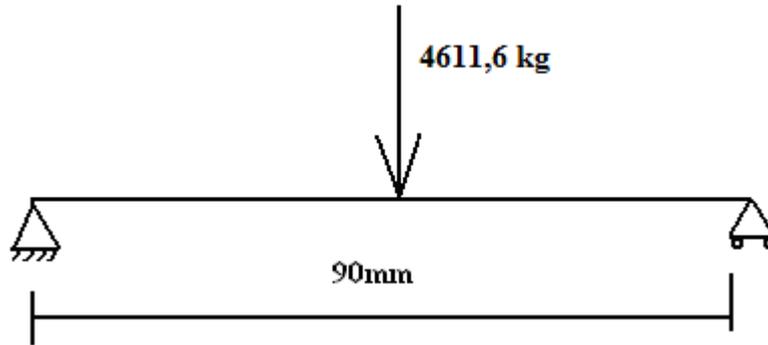
Por lo que la fuerza total en cada traviesa será:

$$F = F_i + Q/2 = 392 + 4000 = 4392 \text{ kg}$$

Aplicando el coeficiente de mayoración γ_c :

$$F = 4392 \times 1,05 = 4611,6 \text{ kg}$$

Tenemos el siguiente esquema de fuerzas:



Para un diámetro de 70 mm al igual que el diámetro interior de las poleas seleccionadas para el mecanismo de elevación y un acero al carbono de calidad F-114 con límite elástico de 700 MPa, veamos si es suficiente:

$$\sigma_{Mf} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{Q/2 \cdot d/2}{\frac{\pi \cdot R^3}{4}} = \frac{4611,6 \times 9,81 \times 90/4}{\frac{\pi \times 35^3}{4}} = 30,23 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{V_{\max}}{A} = \frac{Q/2}{A} = \frac{4611,6 \times 9,81/2}{\pi \times 35^2} = 5,88 \text{ MPa}$$

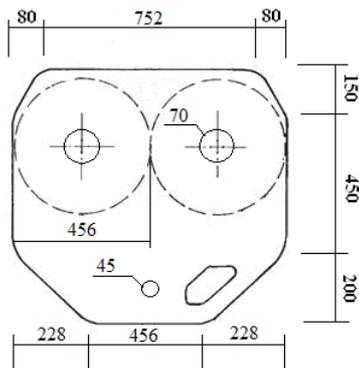
Aplicando von Misses:

$$\sigma_{\text{Equivalente}} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = 31,90 \text{ MPa} \ll 700 \text{ MPa} \checkmark$$

Por lo tanto los diámetros estimados para las dos traviesas de ambas poleas son válidos. Estos ejes se alargan 80 mm más a cada lado estando roscados de manera que con dos tuercas se ajusten.

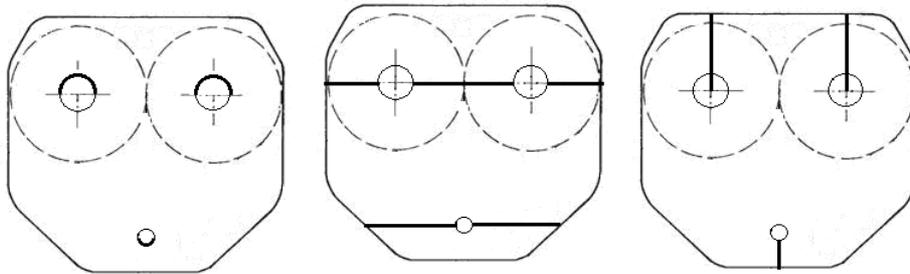
1.10.15.1.2 Cálculo del espesor de las placas.

Partiremos de las dimensiones siguientes:



Como vemos, el tamaño de las placas viene principalmente definido por el de las poleas, para el sistema de elevación tenían un diámetro exterior de 456 mm.

El espesor de la chapa lo fijamos en 20 mm y comprobamos si los tres pasadores, para ambas poleas y para el gancho, soportan el estado de carga máxima. Para ello compararemos los valores de tensión admisible del acero utilizado para estas chapas y la tensión a la que realmente está sometido. Para ello distinguimos tres modelos de fallo de la chapa:



El primero representa el fallo por el pasador:

El acero empleado será el acero S355 cuya tensión admisible es de 355 MPa. La tensión generada por las fuerzas en los pasadores dividida entre el área de éstos proyectada será la tensión máxima. Para el pasador del gancho que es donde la fuerza es mayor:

$$\sigma = \frac{F/2}{A} = \frac{(F_i + Q/2) \cdot \gamma_c}{d \times e} = \frac{4611,6 \times 9,81}{42 \times 20} = 53,86 \text{ MPa} \ll 355 \text{ MPa} \checkmark$$

Donde:

F es la fuerza vertical a la que está sometida la traviesa del gancho y que por tanto es igual al doble de la fuerza en cada una de las dos poleas ya calculadas y la cual incluye el efecto de la inercia y la mayoración del factor γ_c . Al dividir entre dos obtenemos la reacción en el apoyo del pasador.

A es el área proyectada del pasador de la traviesa y por tanto el rectángulo de lados d y e , que son el diámetro de la traviesa del gancho y el espesor de la placa respectivamente.

Para los pasadores de las poleas donde la fuerza es la mitad y la sección del pasador es el doble podemos concluir que soportarán las fuerzas, pues es evidente que la tensión va a ser menor que en el caso del pasador del gancho.

El segundo modelo de fallo representa el fallo por rotura de la placa en sentido transversal:

En este caso habrá que comparar la fuerza total entre la superficie de la chapa que podría romper frente a la tensión admisible de esa chapa. Vemos si la chapa rompe o no para la zona del pasador del gancho ya que ahí es el área menor y si no rompe ahí no rompe para la zona de las poleas:



$$\sigma = \frac{F_T}{A} = \frac{F_i + Q}{d \times e} = \frac{(392 + 4000) \cdot 1,05 \times 9,81}{684 \times 20} = 3,31 \text{ MPa} \ll 355 \text{ MPa} \checkmark$$

El tercer modelo de fallo representa la rotura por cortante, la placa podría romper también siendo arrancada, debido a que no aguanta la tensión tangencial. Por lo tanto compararemos la tensión tangencial a la que queda sometida la placa frente a la tensión tangencial máxima admisible.

Estudiaremos únicamente la chapa en la zona de la travesía del gancho que es donde la fuerza es mayor y el área menor. La tensión tangencial quedará:

$$\tau = \frac{F_T \cdot \kappa}{A} = \frac{(392 + 4000) \cdot 1,05 \times 9,81 \times 1,5}{100 \times 20} = 33,93 \text{ MPa} \ll \tau_{adm} \checkmark$$

Donde:

κ es un factor que aumenta la carga debido a la concentración de tensiones que se genera en la parte inferior del pasador de la travesía debida a su forma circular.

$$\tau_{adm} = \sigma_{adm} / \sqrt{3} = 404,15 \text{ MPa.}$$

En principio, ya hemos terminado de diseñar el aparejo, pues hemos comprobado que los ejes de las poleas y del gancho soportan perfectamente las fuerzas a las que están sometidos, hemos seleccionado las poleas adecuadas en función de la norma y hemos establecido un espesor de las placas exteriores tal que los orificios de los pasadores soportan de sobra las tensiones a las que están sometidos, luego no se produce fallo alguno.

1.10.15.1.3 Tensión del cable

Como sabemos, el aparejo tiene la función de mantener cierta tensión en el cable para que éste no cuelgue cuando no hay carga suspendida. Es por esto que vamos a calcular el peso que tiene nuestro aparejo y veremos si con el peso del gancho y su correspondiente rodamiento axial tienen peso suficiente como para no provocar un descenso en el cable muy grande. Si el cable desciende mucho habrá que añadir peso adicional al aparejo.

1.10.15.1.4 Peso del aparejo y tensión del cable

-Traviesas poleas: $m = \rho \cdot V = 7850 \times \pi \times \frac{0,070^2}{4} \times 0,25 = 7,55 \text{ kg}$ cada travesía

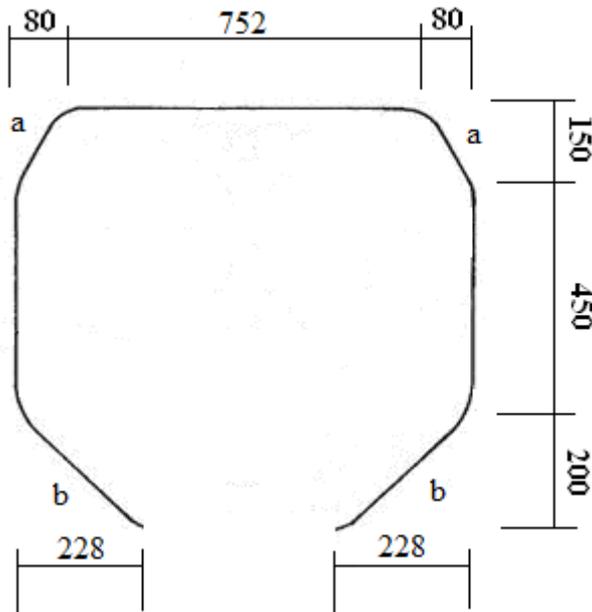
-Travesía del gancho: $m = 7850 \times \pi \times \frac{0,042^2}{4} \times 0,25 = 2,72 \text{ kg}$

-Poleas: 21 kg cada una

-Placas:

$$m = 7850 \times 0,020 \left(0,912 \times 0,800 - 2 \times \frac{0,150 \times 0,8}{2} - 2 \times \frac{0,200 \times 0,228}{2} \right) 2 = 177,10 \text{ kg}$$

Hay que considerar también la parte que une ambas placas para formar una carcasa consistente. La geometría de esta parte viene definida ya por las mismas placas, pues van a tener el mismo espesor y se extenderá por todo el borde del aparejo excepto en la zona del gancho:



La longitud total de la placa de unión será entonces:

$$L = (b + 450 + a) \cdot 2 + 752$$

$$L = 2599 \text{ mm}$$

El volumen total es:

$$V = L \cdot e \cdot d = 2,599 \times 0,020 \times 0,09$$

$$V = 4,68 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

Donde d es el espesor y d es la separación entre placas.

Por lo tanto la masa de esta placa queda:

$$m = \rho \cdot V = 7850 \times 4,68 \times 10^{-3} = 36,72 \text{ kg}$$

-Gancho: 14 kg

Peso total conjunto aproximado: **287,64 kg**

Para el cálculo del motor, del cable y de las poleas del mecanismo de elevación habíamos estimado un peso de 300 kg, por lo que no estuvimos muy desacertados.

El cable sin carga suspendida estará sometido a una tracción de $T = 287,64 \times 9,81 = 2821,79 \text{ N}$ en sus extremos.

Ahora vamos a comprobar cuánto desciende el cable, es decir, comprobaremos la flecha de éste en su punto medio, que es donde será máxima. La curva que define el cable debido a su peso propio se llama catenaria y viene definida por la siguiente función:

$$y(x) = \frac{1}{A} (\cosh(Ax) - 1)$$



Donde:

$y(x)$ es la flecha en función de la distancia x

A es el cociente entre el peso lineal w del cable y la fuerza de tracción T_0 en el punto más bajo del cable.

Para simplificar los cálculos consideraremos que el cable se encuentra en posición horizontal por lo que ambos extremos estarán a la misma altura y el punto más bajo estará en el centro. Consideramos que la máxima flecha se obtiene para una hipotética posición horizontal de la pluma y por lo tanto en el punto medio de manera que ese descenso se define así:

$$h = \frac{1}{A} (\cosh(A \cdot d / 2) - 1)$$

Donde:

h es la flecha en el punto medio.

A equivale al cociente entre el peso lineal w del cable y la fuerza de tracción T_0 del cable en el punto medio y por tanto más bajo.

d es la longitud del cable entre sus apoyos.

Como nuestro dato de partida es la fuerza de tracción provocada por el peso del conjunto aparejo más gancho definimos la tensión:

$$T(x) = T_0 \cosh(A \cdot x)$$

La tracción en el cable provocada por el conjunto del gancho es la tensión máxima en el cable y por tanto en el punto más alejado del centro, por tanto, para un origen de coordenadas en el punto más bajo:

$$T = T_0 \cosh(A \cdot d / 2) = P_{\text{gancho}} + P_{\text{aparejo}} = 287,64 \times 9,81 = 2821,79 \text{ N}$$

Por tanto, si $A = w/T_0$ y $w = 1,16 \text{ Kg/m} = 11,38 \text{ N/m}$ según la norma ISO 2408, tenemos entonces:

$$T_0 = 2817,88 \rightarrow A = \frac{w}{T_0} = 0,00404 \text{ m}^{-1}$$

Podemos calcular ya la flecha máxima en el cable:

$$h = \frac{1}{A} (\cosh(A \cdot d / 2) - 1) = \frac{1}{0,00404} (\cosh(0,00404 \times (24,88 + 1,2) / 2) - 1) = 0,344 \text{ m}$$

Esta flecha supone un descenso del cable de un 1,32 % frente a la longitud total entre sus apoyos por lo que podemos concluir que el cable está suficientemente tenso y que



por tanto el aparejo está bien diseñado puesto que cumple su función y su peso es adecuado.

Una vez conocido el peso del aparejo podríamos rediseñar la pluma en una segunda iteración y volver a recalcular el resto de cosas, pues el cambio del peso propio de la pluma implicaría un cambio en las condiciones de diseño del resto de elementos del aparato. Sin embargo, al estar tan cerca la estimación que hicimos del peso del aparejo con el peso calculado del mismo, no daremos por necesaria una segunda iteración en el proceso de cálculo que hasta ahora hemos desarrollado. Para mayor precisión se haría una o dos iteraciones más.

1.10.15.2 Pastecas de abatimiento

El sistema de seis ramales del mecanismo de abatimiento constará de dos pastecas o aparejos cada una de las cuales tendrá tres poleas como las calculadas anteriormente para el sistema de abatimiento, las tres en planos paralelos. Serán dos pastecas con la misma forma que la del sistema de elevación pero con tres poleas en un único eje y, evidentemente, sin gancho. Una de las dos estará unida a un cable que a su vez se articulará en la pluma mientras que la otra se unirá al mástil.

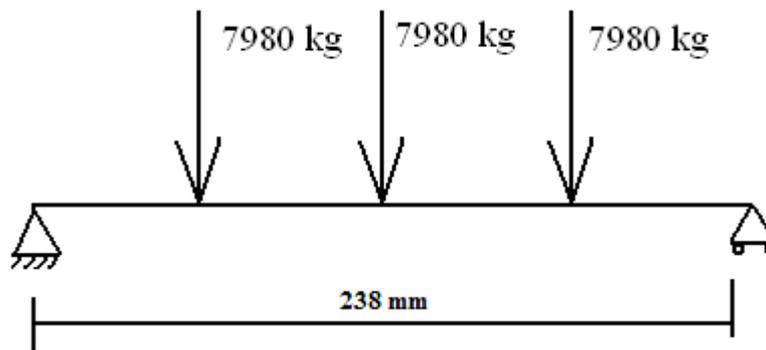
1.10.15.2.1 Cálculo de las traviesas

Para el dimensionado de las traviesas habrá que considerar que se trata de un problema de viga biapoyada con tres cargas cortantes en el caso de la traviesa de poleas y de una viga igual con la carga concentrada en un solo cortante central. Para el diseño de la pasteca consideraremos que el material que conforma todos sus componentes es acero de calidad F-114 de límite elástico 700 Mpa, como en el caso del mecanismote elevación.

En este caso el dato de la longitud de la traviesa lo estimamos en función del grosor de cada una de las tres poleas que va a tener cada pasteca. Este grosor es el dato l_1 de la tabla de dimensiones de poleas y en nuestro caso vale 70 mm. Si establecemos una separación entre poleas del 10 % de su anchura y de igual manera entre las poleas extremas y los apoyos obtenemos una longitud de traviesa hasta sus apoyos de 238 mm.

Como sabemos, la fuerza total a soportar es de 23,941 toneladas. Este valor se repartirá entre las tres poleas, por lo que la barra estará sometida a tres cortantes iguales y de 7980 kg cada uno.

Tenemos entonces la siguiente situación:



Para un diámetro de 70 mm al igual que el diámetro interior de las poleas seleccionadas para el mecanismo de abatimiento y un acero al carbono de calidad F-114 con límite elástico de 700 MPa, veamos si es suficiente:

$$\sigma_{Mf} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{F \cdot d / 2}{\frac{\pi \cdot R^3}{4}} = \frac{7980 \times 9,81 \times 238 / 2}{\frac{\pi \times 35^3}{4}} = 276,65 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{V_{\max}}{A} = \frac{3 \cdot F / 2}{A} = \frac{3 \times 7980 \times 9,81 / 2}{\pi \times 35^2} = 30,51 \text{ MPa}$$

Aplicando von Misses:

$$\sigma_{\text{Equivalente}} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = 281,65 \text{ MPa} < 700 \text{ MPa} \checkmark$$

Por lo tanto el diámetro estimado para las dos traviesas de ambas pastecas es válido. Estos ejes se alargan 60 mm más a cada lado estando roscados de manera que con dos tuercas se ajusten.

En el caso de la traviesa de sujeción tenemos que la longitud será igual pero habrá una única fuerza cortante en el centro e igual a 23,941 t. Se ve venir que el diámetro de 80 mm no va a ser suficiente puesto que el momento máximo ahora va a ser mucho mayor. Probamos con un diámetro de 82 mm:

$$\sigma_{Mf} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{F_T \cdot d / 2}{\frac{\pi \cdot R^3}{4}} = \frac{23941 \times 9,81 \times 238 / 2}{\frac{\pi \times 41^3}{4}} = 516,32 \text{ MPa}$$

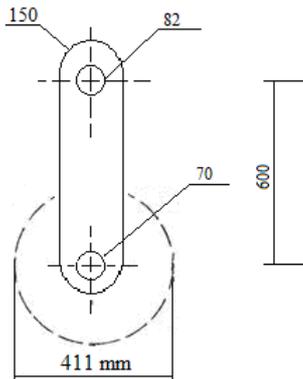
$$\tau = \frac{V_{\max}}{A} = \frac{F_T / 2}{A} = \frac{23941 \times 9,81 / 2}{\pi \times 41^2} = 22,24 \text{ MPa}$$

Aplicando von Misses:

$$\sigma_{\text{Equivalente}} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = 517,75 \text{ MPa} < 700 \text{ MPa} \checkmark$$

1.10.15.2.2 Cálculo del espesor de las placas.

En este caso vamos a intentar que las placas que unifican las poleas en un mismo bloque sean lo más ligeras y pequeñas posibles puesto que en este caso no nos interesa que tengan cierto peso como en el caso del aparejo. Por ello seguiremos el siguiente diseño:



El espesor de la chapa lo fijamos ahora en 12 mm y comprobamos si los dos pasadores, para las poleas y para el cable que une el bloque de poleas con la pluma o el mástil, soportan el estado de carga máxima. Para ello compararemos los valores de tensión admisible del acero utilizado para estas chapas y la tensión a la que realmente están sometidas en los tres pasadores. Estableceremos los tres modelos de fallo que pensamos para el aparejo de elevación.

Para la rotura por el pasador:

Utilizamos acero S355 cuya tensión admisible es de 355 MPa. La tensión generada por las fuerzas en los pasadores dividida entre el área de éstos proyectada será la tensión máxima. La tensión en el apoyo de la traviesa de poleas será:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F_T / 2}{D \cdot e} = \frac{23941 \times 9,81 / 2}{70 \times 12} = 14,25 < 355 \text{ MPa} \checkmark$$

Donde:

F es la reacción en el apoyo de la traviesa ya que entre los dos apoyos simétricos vencen una fuerza F_T de 23941 t.

D es el diámetro de la traviesa.

e es el espesor de la chapa. El producto del denominador representa el área de chapa sobre la cual se aplica toda la fuerza de reacción.

En el pasador de la traviesa que se une, bien al cable de unión con la pluma o bien al mástil directamente (porque ambos carcassas de poleas serán iguales ya que están sometidas a las mismas fuerzas), tenemos que la fuerza en los pasadores es igual mientras que el diámetro es mayor que en la traviesa de poleas. Por tanto, sin necesidad



de cálculos, concluimos que la tensión en este pasador será menor que la tensión en el pasador de poleas y por tanto menor que la máxima admisible.

Para la rotura por la chapa en dirección transversal:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F_T / 2}{d} = \frac{23941 \times 9,81 / 2}{68 \times 20} = 86,35 \text{ MPa} \ll 700 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

Por último, para la rotura por arrancamiento, por cortadura tenemos, haciendo el cálculo en el pasador de enganche al mástil o a la pluma que es donde el área resistente es menor:

$$\tau = \frac{F_T \cdot \kappa}{A} = \frac{23941 \times 9,81 \times 1,5 / 2}{34 \times 20} = 259,04 \text{ MPa} \ll \tau_{adm} \quad \checkmark$$

1.10.15.2.3 Peso total de las pastecas.

Calculamos primero el volumen total, teniendo en cuenta traviesas y placas:

$$V_T = V_t + V_p$$

$$V_t = \pi \left(\frac{D_1^2 + D_2^2}{4} \right) \cdot (238 + 60 \times 2) = 3,27 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_p = e \cdot A = 0,012 \cdot \left(0,6 \times 0,15 + \pi \cdot \frac{0,15^2}{4} - \pi \cdot \frac{0,07^2}{4} - \pi \cdot \frac{0,082^2}{4} \right) = 1,18 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_T = 4,453 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$m = V_T \cdot \rho = 4,452 \times 10^{-3} \times 7850 = 34,95 \text{ kg cada pasteca}$$

Añadiendo el peso de las tres poleas que tiene cada pasteca:

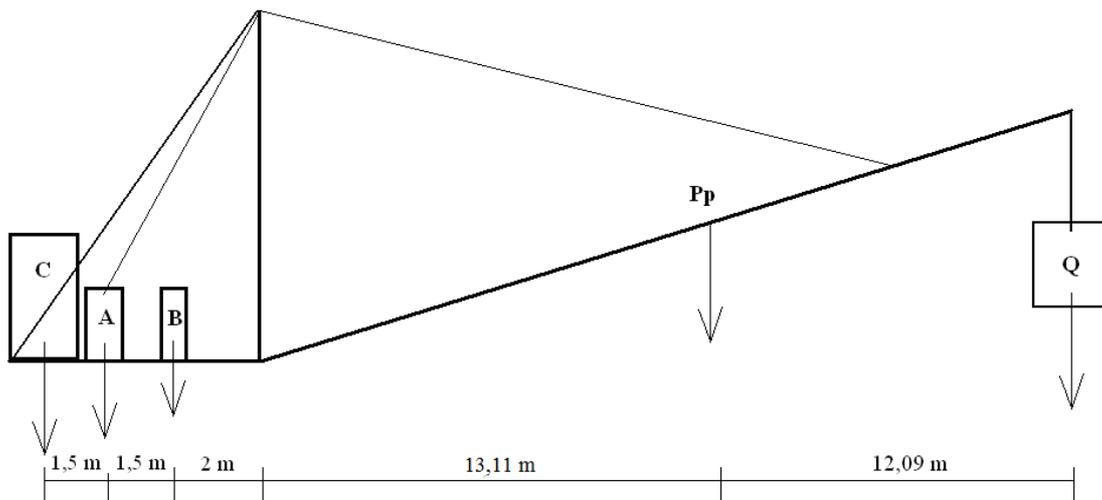
$$m_T = m + 3 \times 16 = 82,95 \text{ kg cada una de las dos pastecas completas.}$$

Concluimos que este peso a efectos de cálculo lo podemos despreciar por su reducida magnitud en relación al resto de componentes.

1.10.16 CÁLCULO DEL CONTRAPESO

Vamos a calcular la masa del contrapeso a partir de la masa del resto de componentes que hemos calculado hasta ahora.

El contrapeso lo vamos a definir de manera que sea capaz de compensar la mitad del momento de vuelco para los pesos estimados y una carga máxima de 8000 kg en punta y alcance máximo. Este criterio es el normalmente adoptado a la hora de definir la masa del contrapeso. Para ello entonces debemos calcular el momento máximo de vuelco que se produce para el alcance máximo que es de 24 m. Decidimos, por limitaciones constructivas, colocar el contrapeso a 5 metros del eje central y los motores y tambores a 2 y 3,5 metros:



Donde:

C es el peso del contrapeso.

'A' incluye el peso del tambor, del motor y del cable arrollado de abatimiento, haciendo un total de 376,69 kg.

'B' incluye el peso del tambor, del motor y del cable arrollado de elevación, haciendo un total de 976,69 kg.

Pp es el peso propio de la pluma e igual a 1202 kg.

'Q' incluye la carga máxima de servicio de 8 t más el peso del aparejo más el gancho igual a 287,64 kg.

Hay que tener en cuenta, como vimos en apartados anteriores, que la pluma se articula a 1,2 metros del eje central para poder girar sin chocar contra la estructura del mástil.

El momento creado por el contrapeso ha de ser la mitad que el momento total de vuelco, por tanto:

$$C \times 5 = \frac{(P_g + Q) \cdot 25,2 + P_p \times 13,11 - A \times 3,5 - B \times 2}{2}$$

$$C = 22133,50 \text{ kg}$$

Con un contrapeso de este tipo, la columna, con y sin carga, está solicitada uniformemente en la forma más favorable.

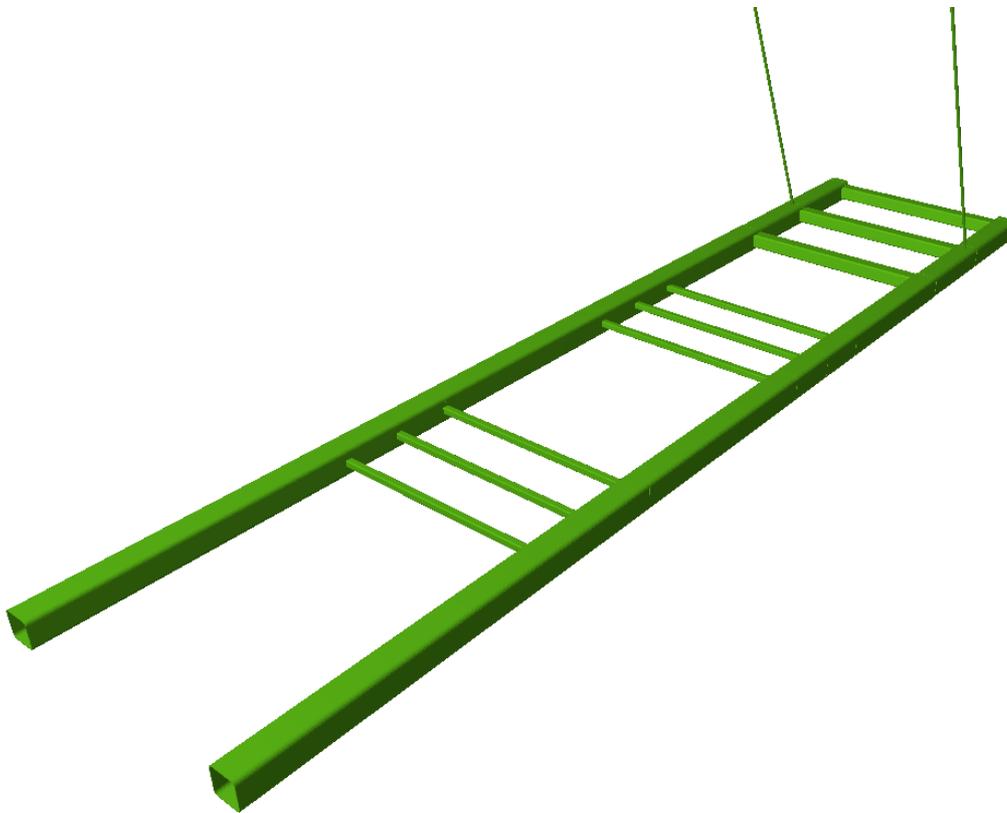
Llegados a este punto se nos abren varios caminos. El primero de ellos sería el de diseñar la parrilla o plataforma de motores y contrapeso. Después podríamos hacer un prediseño del mástil puesto que tenemos toda la información posible para ello.

Sabiendo esto podríamos conocer la fuerza axial total a la que estaría sometido el rodamiento y por tanto podríamos introducirnos en el cálculo del mismo.

Llegados a ese punto calcularíamos el motor de giro, pues para este cálculo necesitamos conocer, como veremos más adelante, el número de dientes del rodamiento para hallar uno de los dos índices de reducción que tendremos en el sistema del motor reductor de giro.

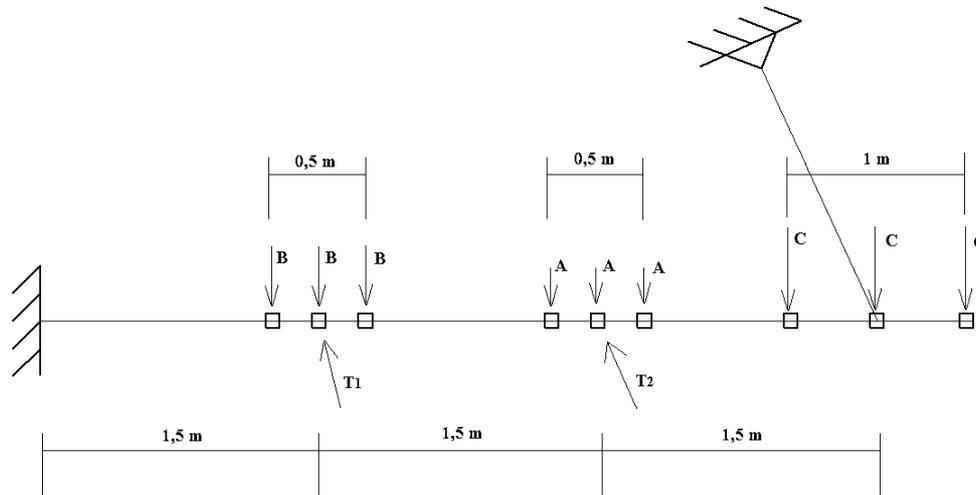
1.10.17 PARRILLA DE MOTORES Y DEL CONTRAPESO

Este elemento será un bastidor formado por dos largueros y varias barras transversales de modo que podamos calcular fácilmente la estructura y su diseño no sea muy complejo. Sobre este entramado descansarán los dos equipos de elevación y abatimiento y el contrapeso. Esta estructura estará empotrada en la base de la pluma y el mástil. De esta manera pluma, mástil y parrilla girarán solidarios con el rodamiento. Este bastidor tendrá dos tirantes en su extremo unidos a la base de la punta del mástil de manera que se reduzca el momento flector de la estructura transmitiéndolo al mástil, pues así, éste también reducirá su flexión a pesar de aumentar la compresión en el mástil. A cambio, la componente horizontal que aparece por la unión del extremo con el mástil, hará que aumente la fuerza de compresión sobre los largueros.



Como se aprecia en la imagen, hay tres plataformas de barras transversales de manera que se puedan colocar ahí el equipo de elevación, el de abatimiento y el contrapeso. La estructura mide 5 metros de largo y 1 metro de ancho. Es importante observar que la estructura se empotra en su extremo a la pieza de unión del mástil la pluma y esta misma estructura de manera que este empotramiento está a 0,5 metros aproximadamente del eje central de la pluma y por lo tanto del eje de giro.

Para el dimensionado de cada barra atenderemos al siguiente esquema de fuerzas:



El peso del equipo de elevación se reparte entre las tres barras que para él existen, las representadas mediante la letra B.

El peso del equipo de abatimiento se representa mediante la distribución de fuerzas A, como se aprecia, los vectores son menores, es por el menor peso del equipo.

La mayor fuerza es ejercida por el contrapeso cuya distribución de peso se representa mediante la letra C.

El valor de cada uno de los vectores es:

$$A = \frac{376,69}{3} = 125,56 \text{ kg} \quad B = \frac{976,69}{3} = 325,56 \text{ kg} \quad C = \frac{22133,50}{3} = 7377,83 \text{ kg}$$

Estas fuerzas hay que mayorarlas con el coeficiente γ_c de manera que nos quedan así:

$$A = 131,84 \text{ kg} \quad B = 341,84 \text{ kg} \quad C = 7746,72 \text{ kg}$$

Los vectores T1 y T2 representan el tiro del cable en los tambores de abatimiento y elevación. Ambos van a parar a unas poleas en la parte superior del mástil por eso es por lo que tienen esa inclinación. Concretamente forman ángulos con respecto al plano de la parrilla de 79,7 y 72,35 ° respectivamente. La inclinación del cable de abatimiento es inevitable, sin embargo, la del cable de elevación es provocada, es decir, se le hace pasar por la parte superior del mástil, así vamos a reducir la tracción en el cable que une la parrilla con el mástil. Los dos cables que unen el extremo de la parrilla con la parte superior de la pluma forman un ángulo con la horizontal de 65,77 °, pues se anclan a la base del módulo de punta del mástil, es decir, en el décimo metro de mástil.

No sabemos bien para qué situación la parrilla sufrirá más, pero sí sabemos qué casos son los extremos. Estudiaremos entonces las situaciones de máximo alcance con carga máxima y la de mínimo alcance sin carga de manera que en la primera las fuerzas de los cables de ambos tambores son máximas y las de los cables de unión con el mástil mínimas, y en la segunda son mínimas las tracciones de los cables de los tambores y



máximas la de los cables de unión con el mástil. Si la parrilla diseñada soporta estas dos situaciones soportará cualquiera.

-Máximo alcance carga máxima de servicio:

$$T1 = \frac{(Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c}{2} = \frac{(8000 \times 1,135 + 287,64) \cdot 1,05}{2} = 4918,01 \text{ kg}$$

$$T2 = \frac{R_{2(a=24)}}{0,95 \times 6}$$

La fuerza total del cable de abatimiento la calculamos en el apartado del prediseño de la pluma, sin embargo, en aquel momento el peso del aparejo era una estimación. Ahora ya sabemos cuánto pesa de manera más exacta, por lo tanto volvemos a calcular R_2 para el nuevo P_g :

$$R_2 = \frac{\gamma_c \cdot (Q \cdot \psi + P_g) \cdot a + \gamma_c \cdot P_p \cdot X_G + F_c \cdot a \cdot \tan(\alpha)}{\cos(\beta - \alpha) \cdot d_z + \sin(\beta - \alpha) \cdot d_x}$$

$$\text{Para } a = 24 \text{ m} \rightarrow 23,911 \text{ t}$$

$$\text{Para } a = 5 \text{ m} \rightarrow 9,440 \text{ t}$$

Por lo tanto:

$$T2 = \frac{23911}{0,95 \times 6} = 4194,91 \text{ kg}$$

-Mínimo alcance sin carga de servicio:

$$T1 = \frac{P_g \cdot \gamma_c}{2} = \frac{287,64 \times 1,05}{2} = 151,01 \text{ kg}$$

$$T2 = \frac{R_{2(a=24)}}{0,95 \times 6} = \frac{9440}{0,95 \times 6} = 1656,14 \text{ kg}$$

El dimensionado de cada una de las barras lo haremos a través de la herramienta informática CYPE la cual nos dará las barras que son adecuadas para las circunstancias planteadas.

Tal y como hicimos en el prediseño de la pluma tendremos en cuenta el coeficiente de seguridad que impone la norma FEM 1001 en su parte 9. Para eso, no permitiremos que ninguna barra trabaje a más del 70,01 %.



Con toda esta información llegamos a una estructura que soportará las situaciones críticas y cuyos perfiles son los siguientes:

ESTRUCTURA DE LA PARRILLA	
ELEMENTO:	PERFIL CUADRADO HUECO*
LARGUEROS	110 X 8,5
BARRAS TRANSVERSALES A Y B	30 X 2
BARRAS TRANSVERSALES C	70 X 7,5

*Longitud del lado y espesor en mm.

La estructura tiene un peso propio de 303 kg.

Más adelante vamos a necesitar conocer el centro de masas de esta estructura para poder situar el peso de la misma en un punto. Para ello lo primero que debemos hacer es definir el sistema de referencia.

El eje de coordenadas es el más previsible de todos, el eje X paralelo a los largueros longitudinales de la parrilla y el eje Z será el vertical, el perpendicular al plano del suelo.

A continuación aplicamos la siguiente fórmula:

$$X_G = \frac{\sum_i m_i x_{Gi}}{\sum_i m_i}$$

Largueros: $m = 250,12 \text{ kg}$ $x_G = 2,5 \text{ m}$

Barras transversales A: $m = 3 \times 1,65 = 4,95 \text{ kg}$ $x_G = 1,5 \text{ m}$

Barras transversales B: $m = 3 \times 1,65 = 4,95 \text{ kg}$ $x_G = 3 \text{ m}$

Barras transversales C: $m = 3 \times 13,92 = 41,76 \text{ kg}$ $x_G = 4,5 \text{ m}$

$$X_G = 2,76 \text{ m}$$

Las coordenadas y y z se intuyen fácilmente, pues al ser la estructura simétrica en los planos medios paralelos a XY y XZ vemos que:

$$Z_G = 0 \text{ m} \quad Y_G = 0,5 \text{ m}$$

1.10.18 DISEÑO DEL MÁSTIL

1.10.18.1 Forma del mástil

El mástil va a ser el elemento, la torre sobre la que pasará el cable que tira de la pluma para controlar la inclinación de ésta. La fuerza necesaria para mantener la pluma en una determinada inclinación puede ser muy grande, teniendo en cuenta que la carga de servicio máxima puede llegar a las ocho toneladas y el alcance a 24 metros, el mástil ha

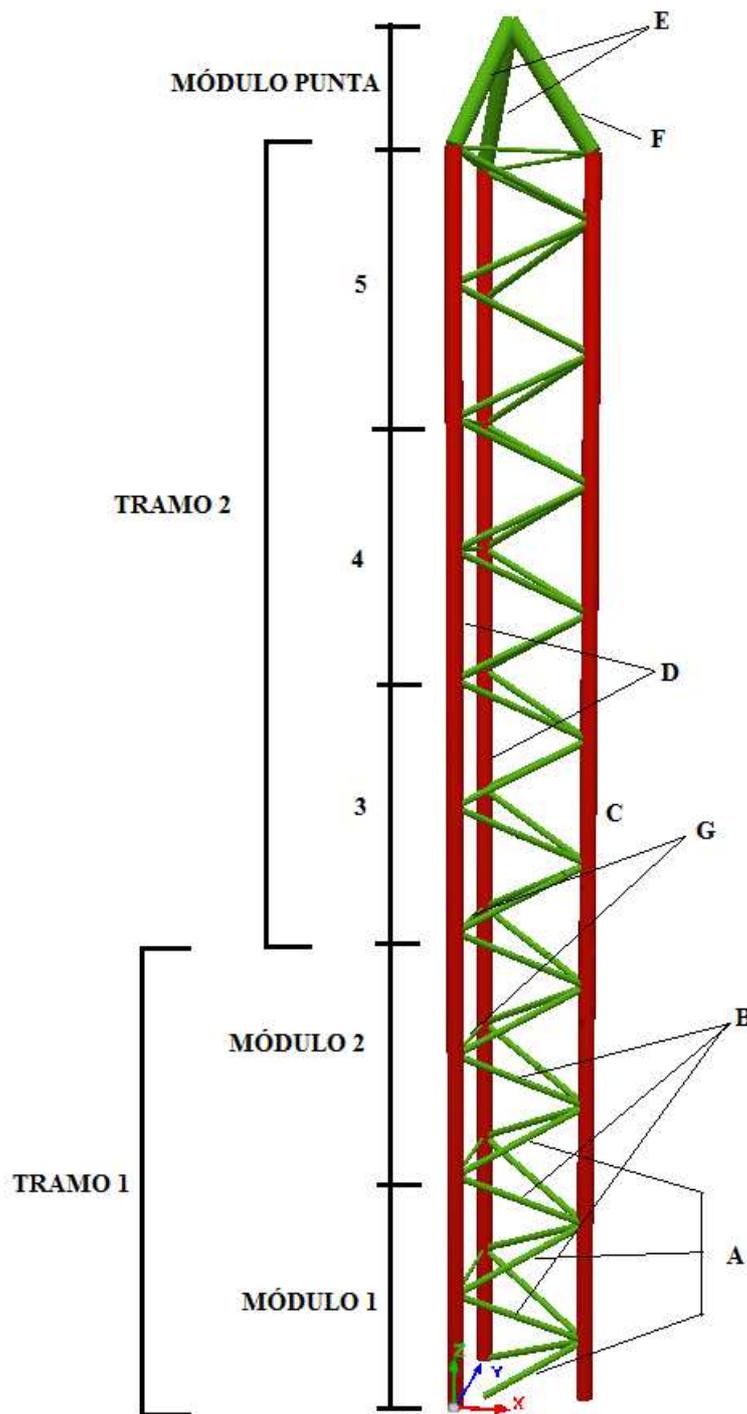


de ser una estructura muy fuerte puesto que, para poder ser estable la grúa, a la fuerza para sostener la pluma se le añade la compensatoria del contrapeso, y es que, como ya sabemos, la plataforma que sustenta los motores, tambores y contrapeso se ata a la punta del mástil para compensar la flexión que genera la fuerza del cable de abatimiento. A todo esto hay que añadir el tiro del cable de los tambores de elevación y de abatimiento que se hacen pasar por la parte superior del mástil. Con todo esto aparece una fuerte componente vertical que comprimirá la estructura.

El proceso de dimensionado del mástil va a ser igual que se siguió para dimensionar la pluma.

Como dimensiones más generales del mástil diremos que tendrá una altura de 11 metros y 1 X 1 m de base.

La morfología del mástil será la misma que en el caso de la pluma, pues estará formada por módulos de dos metros (1,92 m más la articulación de empalme de 8 cm) cada uno de los cuales formará dos pirámides de base cuadrada. De esta forma la pluma también tendrá sección triangular, con dos cordones en un lado y uno en el otro.



Importante tener en cuenta el sistema de coordenadas

Todas las barras son tubos huecos de sección circular.

Nos vendrá bien diferenciar cada tipo de barra, sobre todo a la hora de explicar las diferencias de espesores de las barras, pues para mayor eficiencia cada una tendrá diferente espesor en la medida en que la complejidad de fabricación nos lo permita.

A: Diagonales tipo A.

B: Diagonales tipo B

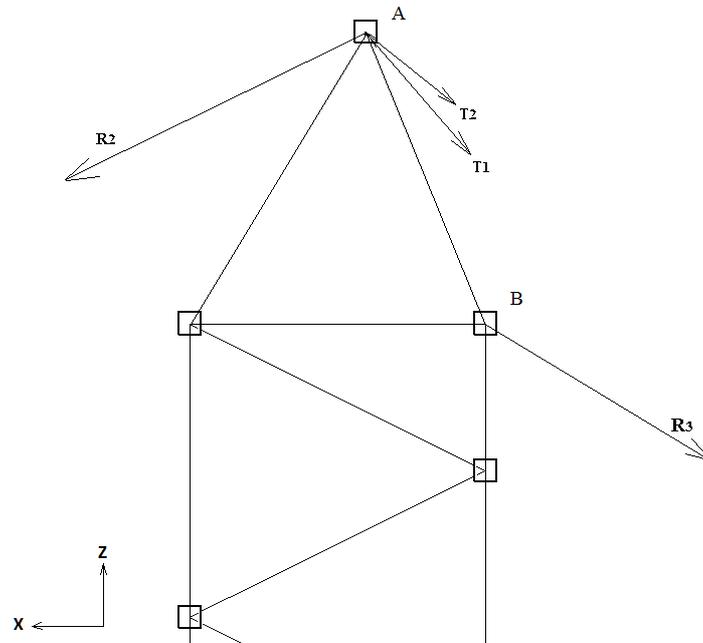
C: Cordón delantero.

- D: Cordones traseros.
- E: Barras de punta traseras.
- F: Barra de punta delantera.
- G: Barras transversales.

Tal y como ocurría en el diseño de la pluma, hay que tener en cuenta más barras transversales que las que se consideren en el programa CYPE, pues hay que recordar que la estructura se divide en módulo cada uno de los cuales cuenta con tres barras transversales. Así pues habrá que considerar en el peso total del mástil 6 barras transversales más.

1.10.18.2 Solicitaciones del mástil

Lo primero de todo será estudiar para qué posición el mástil está trabajando más. A priori parece que para la posición de máximo alcance. Observemos la situación de solicitaciones para máximo alcance en la punta que es donde van a parar todas:

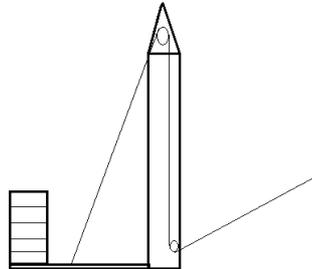


Importante tener en cuenta este sistema de coordenadas en el cálculo de fuerzas resultantes.

Donde:

- R_2 es la fuerza con la que se mantiene a la pluma en la inclinación mínima.
- $T1$ es el tiro del cable en el tambor de elevación.
- $T2$ es el tiro del cable en el tambor de abatimiento.
- R_3 es la fuerza de tracción de los dos cables que unen la parrilla con el mástil.

Además de estas fuerzas hay que recordar que el cable de elevación, el que provoca la fuerza T_1 , también aparece en la base de la pluma para hacer una fuerza igual pero en otra dirección y es que este cable pasa por la punta de la pluma y por su base pasando por otra polea. A esta fuerza la llamaremos T_1' .



Lo primero de todo es recalcar la dirección constante de las fuerzas T_1 , T_2 y R_3 y la dirección cambiante en función del alcance de la fuerza R_2 y la T_1' .

En cuanto al módulo de estas fuerzas diremos que:

T_1 es el tiro del cable en el tambor de elevación y va a ser un valor constante si consideramos la peor situación, que es la de carga de servicio máxima de 8 toneladas.

T_2 depende totalmente de R_2 , pues equivale a un sexto de ésta, por lo que sabemos que tienen la misma tendencia, es decir, aumentan con el alcance.

Por último la tracción de los cables de la parrilla R_3 va a ser un valor prácticamente constante, aumentará conforme disminuya T_2 ya que T_1 lo consideramos constante, por tanto, a menor alcance mayor será su valor.

Si el módulo de las fuerzas cuya inclinación es constante fuera constante, tendríamos ya muy claro para qué posición de la pluma el mástil sufre más, no siendo esto así habrá que estudiar para la posición más desfavorable. Parece que para la posición de máximo alcance el mástil trabajará más pero no lo podemos demostrar fácilmente, pues la variación de la inclinación y del módulo de las fuerzas complica los cálculos. Lo que haremos, dada la cantidad de variables a estudiar, será calcular una posición intermedia a parte de las extremas mediante la herramienta informática CYPE de manera que se evidencie de manera experimental para qué posición la situación es más desfavorable.

Dimensionaremos cada una de las barras para esa situación siguiendo unas condiciones de eficiencia y sencillez tal y como hicimos en el caso de la pluma de manera que obtengamos una estructura eficiente por aprovechar la resistencia de las barras y sencilla por agruparlas en un número mínimo de perfiles distintos. Como es evidente las barras que sean del mismo tipo tendrán un diámetro exterior igual, por lo que aunque cambie su sección de un tramo a otro, exteriormente serán iguales. Esto debe ser así para el correcto empalme luego en el montaje.



$$T1 = \frac{(Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c}{2} = \frac{(8000 \times 1,135 + 287,64) \cdot 1,05}{2} = 4918,01 \text{ kg} = T1'$$

Este valor lo va a ser para todas las posiciones de la pluma el mismo ya que consideramos en todo momento que se esta levantando la carga máxima de servicio.

Por otra parte R_2 es la tracción del cable de abatimiento y después de su estudio en el prediseño de la pluma podemos calcularlo fácilmente para cualquier posición. Anteriormente definimos su valor en función del resto de parámetros además de estudiar su tendencia. Para la posición de alcance máximo tenemos:

$$R_2 = \frac{((Q \cdot \psi + P_g) \cdot a + P_p \cdot X_G) \cdot \gamma_c + F_c \cdot a \cdot \tan(\alpha)}{\cos(\beta - \alpha) \cdot d_z + \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot d_x} = 23911 \text{ kg}$$

De manera que si $a = 24 \text{ m}$:

$$\beta = 26,89^\circ$$

$$\alpha = 15,28^\circ$$

Sabemos que la fuerza T2 es la correspondiente al cable del sistema de abatimiento, por lo que si dicho sistema cuenta con una configuración de seis reenvíos T2 será la sexta parte de R_2 dividido por el rendimiento de reenvíos:

$$T2 = \frac{R_2}{0,95 \times 6} = 4194,91 \text{ kg}$$

Por último la fuerza de los dos cables que unen el extremo de la parrilla con la punta del mástil es un valor que obtendremos a través de la herramienta informática CYPE. Estando ya aplicado el coeficiente γ_c a los pesos propios:

$$R_3 = 11604,87 \times 2 = 23209,74 \text{ kg}$$

Las componentes resultantes mayoradas en el tramo de punta serán:

$$F_{Ax} = 21270,53 \text{ kg}$$

$$F_{Az} = -13648,26 \text{ kg}$$

$$F_{Bx} = -9525,29 \text{ kg}$$

$$F_{Bz} = -21165,08 \text{ kg}$$

Las componentes resultantes mayoradas cerca de la base debido al cable de elevación que por ahí pasa quedan:

$$F_{Cx} = T1' \cdot \cos(15,28^\circ) = 4744,16 \text{ kg} \quad F_{Cz} = T1' \cdot \text{sen}(15,28^\circ) = 1296,07 \text{ kg}$$



Para estas solicitaciones, las dimensiones genéricas exigidas, coeficientes de seguridad y condiciones de eficiencia que se piden obtenemos el siguiente conjunto de perfiles para el prediseño de la pluma que soportan de manera adecuada la situación de esfuerzos:

DIMENSIONES DE SECCIÓN Y PESO DE LA BARRA EN MM Y KG				
	TRAMO 1	TRAMO 2	TRAMO 3	MÓDULO DE PUNTA
DIAGONAL A*	43 X 3,5 4,18	43 X 3 3,62	43 X 3 3,62	50 X 4 5,07
DIAGONAL B	43 X 12 11,24	43 X 6,5 7,17	43 X 6,5 7,17	-
CORDÓN DELANTERO**	125 X 23 57,86	125 X 13 35,91	125 X 6 17,61	125 X 5,5 19,48
CORDONES TRASEROS*	125 X 7 20,37	125 X 4 11,94	125 X 4 11,94	125 X 3 10,53
BARRAS TRANSVERSALES	50 X 4 4,54	50 X 4 4,54	50 X 4 4,54	50 X 4 4,54

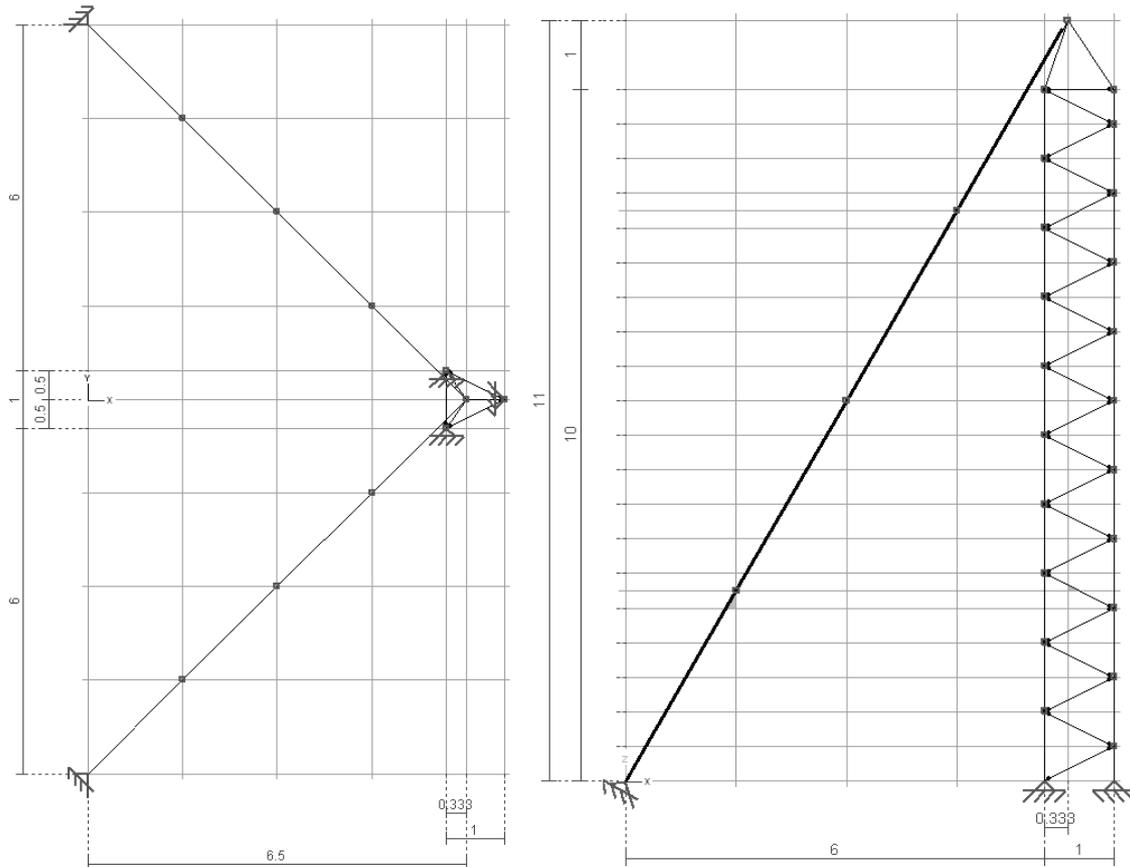
*En el caso de módulo de punta nos referimos a las dos barras que forman el triángulo base de la pieza junto con la transversal.

**En el caso del módulo de punta nos referimos a las barras que convergen en la cima del mástil.

La barra que más trabaja lo hace al 68,69 % por lo que está por debajo del 70,1 % y entonces la estructura es apta. Además, casi todas las barras trabajan en porcentajes de resistencia altos por lo que la estructura es eficiente.

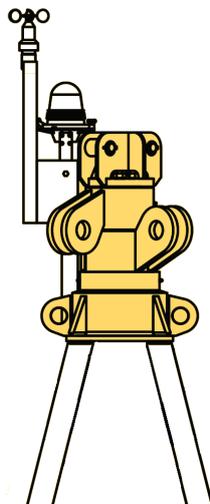
Sin embargo, los espesores de los perfiles necesarios para la resistencia del mástil son de espesores demasiado altos e incluso no razonables, sobre todo en la parte inferior. La estructura requiere de mucho material para soportar las solicitaciones. La estructura llega a pesar entorno a los 1000 kg. Para aligerar la estructura y que los perfiles que la conformen sean de dimensiones razonables vamos a colocar dos tirantes que irán desde la parte superior del mástil al extremo de las respectivas patas que se apoyan en el suelo de manera que el mástil tenga dos apoyos más: Así la estructura va a quedar mucho mas ligera, eficiente y por lo tanto barata.

Colocamos dos perfiles 70 X 4 de la siguiente manera:



Importante fijarse en el centro de gravedad particular de los tirantes para la posterior explicación de su centro de gravedad.

Los tirantes se acoplan a la punta mediante una unión que permitirá el giro de manera que el conjunto formado por la pluma, el mástil y la parrilla puedan girar de forma solidaria mientras que el resto de elementos como los tirantes permanezcan inmóviles.





Vemos la estructura que obtenemos ahora con la solución adoptada:

DIMENSIONES DE SECCIÓN Y PESO DE LA BARRA EN MM Y KG				
	TRAMO 1	TRAMO 2	TRAMO 3	MÓDULO DE PUNTA
DIAGONAL A*	35 X 3 2,90	35 X 3 2,90	35 X 3 2,90	50 X 4 5,07
DIAGONAL B	35 X 5,5 4,90	35 X 3 2,90	35 X 3 2,90	-
CORDÓN DELANTERO**	100 X 6,5 14,99	100 X 5 11,71	100 X 4,5 10,60	100 X 5,5 15,41
CORDONES TRASEROS*	100 X 3 7,18	100 X 3 7,18	100 X 3 7,18	100 X 3 8,37
BARRAS TRANSVERSALES	50 X 4 4,54	50 X 4 4,54	50 X 4 4,54	50 X 4 4,54
TIRANTES	70 X 4 208,72 *			

*Incluye el peso de los dos tirantes.

Las casillas sombreadas indican que el perfil se ha modificado con respecto a los resultados de la hipótesis anterior.

La nueva estructura pesa unos 720 kg, es decir, en torno a 300 kg menos que la que habíamos diseñado sin tirantes. Además, los espesores de las barras utilizadas son perfectamente razonables y se pueden encontrar en el mercado.

Veamos ahora si es válida para la posición de alcance mínimo.

1.10.18.4.2 Alcance mínimo

Para estudiar esta posición basta con cambiar la orientación y el módulo de la fuerza del cable de abatimiento así como el módulo de las fuerzas que proceden de la parrilla de contrapeso.

Como hemos dicho, T1 vale lo mismo que para el caso anterior y T1' por lo tanto también:

$$T1 = 4918,01 \text{ kg} = T1'$$

En este caso R_2 para un alcance de 5 metros será, con el nuevo peso del aparejo:

$$R_2 = \frac{((Q \cdot \psi + P_g) \cdot a + P_p \cdot X_G) \cdot \gamma_c}{\cos(\beta - \alpha) \cdot d_z + \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot d_x} = 9440 \text{ kg}$$

De manera que si $a = 5 \text{ m}$:

$$\beta = 12,47^\circ$$

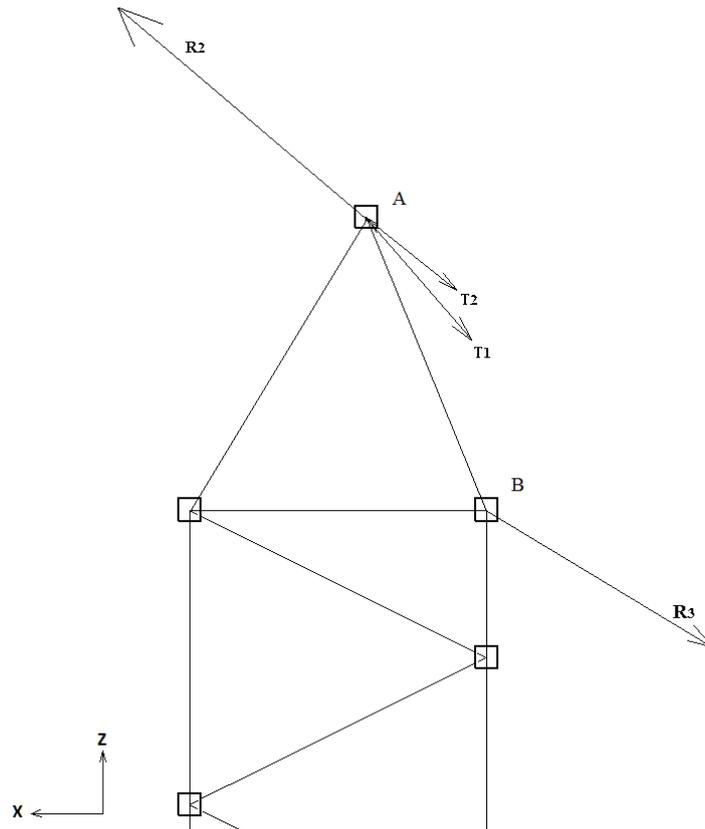
$$\alpha = 78,41^\circ$$

La fuerza del ramal que viene del tambor de abatimiento será:

$$T2 = \frac{R_2}{0,95 \times 6} = 1656,14 \text{ kg}$$

Por último la fuerza de los cables que sujetan la parrilla de contrapeso será:

$$R_3 = 12293,60 \times 2 = 24587,20 \text{ kg (CYPE)}$$



Las componentes resultantes mayoradas en la punta serán:

$$\begin{aligned} F_{Ax} &= 2467,13 \text{ kg} & F_{Az} &= 2202,91 \text{ kg} \\ F_{Bx} &= -10090,60 \text{ kg} & F_{Bz} &= -22421,20 \text{ kg} \end{aligned}$$

Las componentes resultantes mayoradas cerca de la base debido al cable de elevación que por ahí pasa quedan:

$$F_x = T1' \cdot \cos(78,41^\circ) = 988,06 \text{ kg} \quad F_z = T1' \cdot \text{sen}(78,41^\circ) = 4817,73 \text{ kg}$$

En este caso vemos que la columna está sometida a un momento flector en sentido contrario al caso anterior. La fuerza resultante vertical ahora es mucho menor por lo que el mástil no sufre una compresión tan grande. A priori parece que la estructura va a



soportar de sobra los esfuerzos a los que está sometida aunque sabemos que ahora los tirantes van a trabajar más.

Establecemos las solicitaciones resultantes calculadas en nuestro modelo del mástil creado en CYPE y comprobamos que efectivamente las barras traseras que hacen de tirantes trabajan bastante más mientras que el resto de componentes aguantan de sobra los esfuerzos, mejor que antes.

Además, la barra transversal que es base del módulo de punta vemos que ha de tener un espesor en su sección mayor al resto puesto que en sus extremos tiran los cables de la parrilla que en este caso de mínimo alcance no son vencidos por la tensión del cable de abatimiento que ahora es mucho menor que antes.

Tenemos pues que redefinir los grupos de perfiles de los tirantes traseros de manera que la estructura que soportará las situaciones de máximo y mínimo alcance va a ser la formada por los siguientes perfiles:

DIMENSIONES DE SECCIÓN Y PESO DE LA BARRA EN MM Y KG				
	TRAMO 1	TRAMO 2	TRAMO 3	MÓDULO DE PUNTA
DIAGONAL A*	35 X 3 2,90	35 X 3 2,90	35 X 3 2,90	50 X 4 5,07
DIAGONAL B	35 X 5,5 4,90	35 X 3 2,90	35 X 3 2,90	-
CORDÓN DELANTERO**	100 X 6,5 14,99	100 X 5 11,71	100 X 4,5 10,60	100 X 5,5 15,41
CORDONES TRASEROS*	100 X 3 7,18	100 X 3 7,18	100 X 3 7,18	100 X 3 8,37
BARRAS TRANSVERSALES	50 X 4 4,54	50 X 4 4,54	50 X 4 4,54	50 X 4 4,54
TIRANTES	100 X 3 263,6 *			

*Incluye el peso de los dos tirantes.

Las casillas en gris son el grupo de barras que han visto agrandado el espesor de su perfil, las demás permanecen como antes.

1.10.18.4.3 Medio alcance (14 m)

Calculamos las nuevas solicitaciones y la nueva inclinación de R_2 . Aplicado ya los coeficientes de mayoración tenemos:

$$T1 = 4918,01 \text{ kg} = T1'$$

La fuerza de tracción del cable de abatimiento que une pluma con mástil será para el alcance intermedio:

$$R_2 = \frac{((Q \cdot \psi + P_g) \cdot a + P_p \cdot X_G) \cdot \gamma_c}{\cos(\beta - \alpha) \cdot d_z + \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot d_x} = 14631 \text{ kg}$$

De manera que si $a = 14$ m:

$$\beta = 25,6^\circ$$

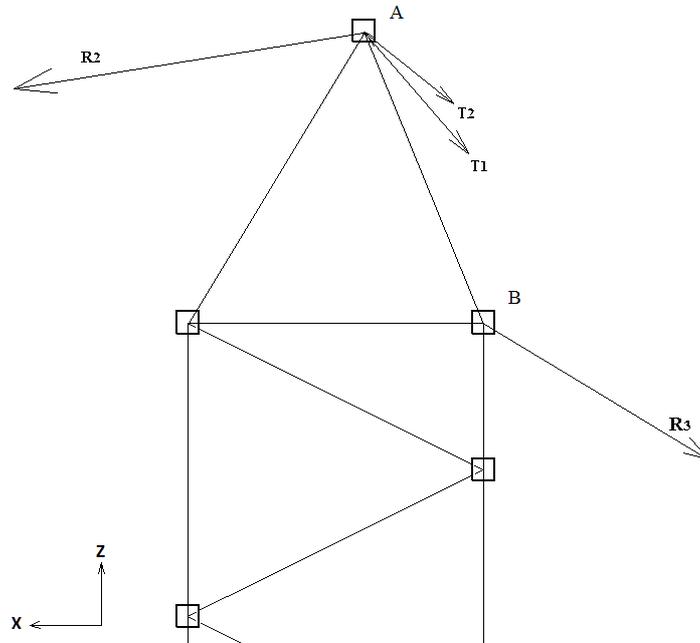
$$\alpha = 55,76^\circ$$

El cable que va del tambor de abatimiento al mástil sufrirá una tracción igual a la de uno de los seis ramales, es decir una sexta parte de R_2 :

$$T2 = \frac{R_2}{0,95 \times 6} = 2566,84 \text{ kg}$$

Por último la tracción de los cables que unen la parrilla con el mástil será:

$$R_3 = 12046,56 \times 2 = 24093,12 \text{ kg (CYPE)}$$



Las componentes resultantes mayoradas en la punta serán:

$$\begin{aligned} F_{Ax} &= 10992,72 \text{ kg} & F_{Az} &= 66,09 \text{ kg} \\ F_{Bx} &= -9887,83 \text{ kg} & F_{Bz} &= -21970,65 \text{ kg} \end{aligned}$$

Las componentes resultantes mayoradas cerca de la base debido al cable de elevación que por ahí pasa quedan:

$$F_x = T1' \cdot \cos(55,76^\circ) = 2767,17 \text{ kg} \quad F_z = T1' \cdot \text{sen}(55,76^\circ) = 4065,66 \text{ kg}$$



En este caso, los resultados arrojados por el programa CYPE nos dicen que la estructura que habíamos dimensionado para aguantar ante la situación de máximo y mínimo alcance también lo hace para la de alcance intermedio. En este caso las barras trabajan en porcentajes medios del 30 % por lo que la estructura aguanta de sobra. Por tanto podemos concluir el prediseño del mástil el cual queda formado por el grupo de perfiles definidos en la tabla del apartado 1.10.18.4.2.

La estructura definitiva tiene un peso propio aproximado de 520 kg además de los 263,6 kg de los dos tirantes incluyendo las 6 barras transversales de más que tenemos en realidad debido a la separación del mástil en seis módulos.

Es interesante ver cómo la fuerza R_3 sigue la tendencia que ya habíamos previsto, cuanto menor es el alcance menor es la fuerza de tracción del cable de abatimiento en el tambor por lo que la reacción en los cables que sostienen la parrilla aumentará. En definitiva, a menor alcance mayor tracción de los cables que unen parrilla con mástil.

1.10.18.5 Centro de gravedad.

Vamos a calcular el centro de gravedad de la estructura del mástil. Este dato nos va a interesar por ejemplo para el cálculo del rodamiento o del motor de giro, pues al no quedar el centro de gravedad en el eje central de giro, la masa del mástil va a generar un momento a tener en cuenta.

Como ya hemos procedido en la pluma y en la parrilla, calcularemos el centro de gravedad como el cociente entre el producto de las masas de cada elemento por su distancia al sistema de referencia y el sumatorio de masas.

Antes de nada hay que recordar que el sistema de referencia es el que se define en la figura XX (la del mástil a color) en la que vemos cómo el origen de coordenadas coincide con el punto más bajo del mástil.

La coordenada del centro de gravedad en el eje X queda:

$$X_G = \frac{\sum_i m_i \cdot x_i}{\sum_i m_i}$$

Todas las barras diagonales tienen su centro de gravedad en el centro, es decir, en $x = 0,5$ m. Ocurre lo mismo con las dos barras que completan la sección triangular de la cercha en la base de la punta.

El cordón delantero tiene su centro de gravedad en $x = 1$ m excepto el tramo de punta. Sabiendo que la punta se sitúa en el centro de gravedad de la sección triangular que tiene el mástil, podemos ver que se encuentra en $x = 1/3$ m por lo que el último tramo de cordón delantero tendrá su centro de gravedad en $x = 2/3$ m.

Los cordones traseros tienen su centro de gravedad en $x = 0$ excepto los últimos tramos en punta cuya coordenada será $x = 1/6$ m.

Las barras transversales tienen una coordenada del centro de gravedad igual a $x = 0$.



Barras diagonales: $m = 142,14 \text{ kg}$ $x = 0,5 \text{ m}$
 Cordones traseros y barras transversales: $m = 216,24 \text{ kg}$ $x = 0 \text{ m}$
 Cordones traseros de punta: $m = 16,74 \text{ kg}$ $x = 1/6 \text{ m}$
 Cordón delantero de punta: $m = 15,41 \text{ kg}$ $x = 2/3 \text{ m}$
 Cordón delantero: $m = 130,20 \text{ kg}$ $x = 1 \text{ m}$
 Masa total 520 kg.

Podemos calcular con todo esto la coordenada X_G :

$$X_G = 0,412 \text{ m}$$

Para calcular la coordenada Z_G utilizaremos la siguiente información:

Barras transversales: $m = 82,78 \text{ kg}$ Incluye las dos barras transversales que cierran la sección triangular antes del módulo de punta y las seis barras transversales de más que tendrá el mástil.

$$z = \frac{4,54 \cdot (1 + 2 \times 2 + 3 + 4 \times 2 + 5 + 6 \times 2 + 7 + 8 \times 2 + 9 + 10 \times 2) + 5,07 \times 2 \times 10}{82,78} = 5,887 \text{ m}$$

Cordones traseros: $m = 143,60 \text{ kg}$ $z = 5 \text{ m}$
 Cordones traseros punta: $m = 16,74 \text{ kg}$ $z = 10,5 \text{ m}$
 Cordón delantero tramo 1: $m = 67,46 \text{ kg}$ $z = 2,25 \text{ m}$
 Diagonales tipo A: $m = 58,00 \text{ kg}$ $z = 4,75 \text{ m}$
 Diagonales tipo B tramo 1: $m = 39,20 \text{ kg}$ $z = 2,25 \text{ m}$
 Diagonales tipo B tramos 2 y 3: $m = 34,80 \text{ kg}$ $z = 7,25 \text{ m}$
 Cordón delantero tramo 2: $m = 46,84 \text{ kg}$ $z = 6,5 \text{ m}$
 Cordón delantero tramo 3: $m = 15,90 \text{ kg}$ $z = 9,25 \text{ m}$
 Cordón delantero punta: $m = 15,41 \text{ kg}$ $z = 10,5 \text{ m}$
 Masa total 520 kg.

$$Z_G = 5,305 \text{ m}$$

La coordenada Y_G la obtenemos inmediatamente como:

$$Y_G = 0,5 \text{ m}$$

Y es que la estructura es completamente simétrica con respecto al plano medio paralelo al XZ .

Por otra parte el centro de gravedad de los tirantes es fácil de obtener. Recordamos que el sistema de referencia al que responde la siguiente expresión del centro de gravedad de los tirantes es el considerado en la figura XX (la de los tirantes):

$$X_G = 3 \text{ m} \quad Z_G = 5,5 \text{ m} \quad Y_G = 0$$

1.10.18.6 Reacciones en los apoyos bajo peso propio

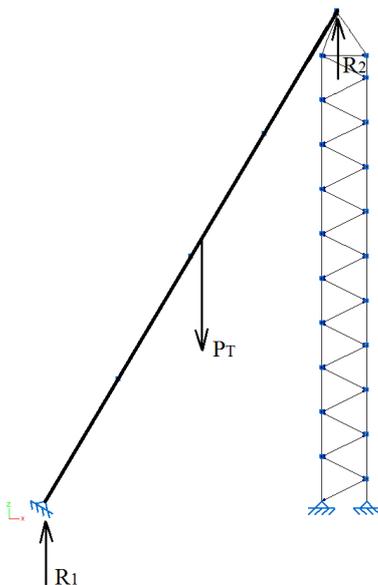
Una vez calculado el centro de gravedad de la celosía del mástil podemos ver cómo se reparte el peso entre los apoyos del mástil y los de los tirantes. Estos valores serán de gran interés ya que nos servirán para calcular el esfuerzo axial que soporta el rodamiento de giro así como las patas del aparato. Si no estuvieran los tirantes el peso total del mástil sería soportado por este rodamiento el cual también tendría que soportar el momento generado por el peso del mástil debido a la excentricidad de su centro de gravedad. Como son necesarios los tirantes tendremos que ver cómo se reparte el peso entre los apoyos del mástil que afectan directamente al rodamiento y los apoyos de los tirantes, además de ver el momento generado en los mismos debido al peso.

Para ello compararemos los resultados calculados analíticamente a continuación con los arrojados por el programa CYPE para la estructura obtenida y sin considerar ninguna fuerza procedente de la pluma o de la parrilla, pues los pesos de esas partes y los momentos generados por los mismos ya se tendrán en cuenta después.

Lo primero que haremos será estudiar los tirantes como sólidos independientes sometidos a su peso propio y desde el plano XZ.

Haciendo un sumatorio de fuerzas en el eje z obtenemos inmediatamente las reacciones en los apoyos que podemos intuir desde ya que van a tener únicamente componente vertical z , pues ésta es la dirección de la única fuerza y sus extremos son articulaciones.

Mayoraremos los pesos propios por el coeficiente γ_c :



$$\sum F_z = 0 = 2 \cdot R_1 + R_2 - \gamma_c \cdot P_T$$

$$2 \cdot R_1 + R_2 = \gamma_c \cdot P_T$$

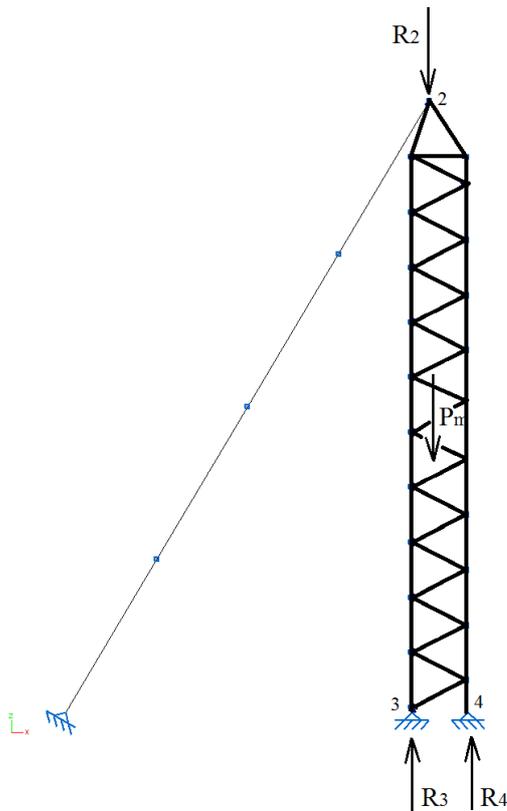
Por simetría: $2 \cdot R_1 = R_2$

Por tanto: $R_2 + R_2 = P_T = 1,05 \times 263,6 \text{ kg}$

$$R_2 = 138,39 \text{ kg}$$

$$R_1 = 69,20 \text{ kg} \rightarrow \text{CYPE: } 77,00 \text{ kg} \checkmark$$

A continuación haremos lo mismo con la estructura del mástil. En este caso haremos un sumatorio de momentos con respecto a uno de los apoyos y lo igualaremos a cero puesto que al tratarse de articulaciones el momento en los apoyos es cero.



$$\sum M_3 = 0$$

$$R_4 \cdot 1 - \gamma_c \cdot P_m \cdot X_G - R_2 \cdot d = 0$$

Donde:

X_G es la coordenada x del centro de gravedad del mástil con respecto a su sistema de coordenadas localizado en el punto 3.

d es la distancia en el eje x desde la punta del mástil por donde pasa la fuerza R_2 y el punto 3 de reacción en el suelo.

$$R_4 \cdot 1 - 1,05 \times 520 \times 0,412 - 138,39 \times 0,333 = 0$$

$$R_4 = 271,04 \text{ kg} \rightarrow \text{CYPE: } 362 \text{ kg} \checkmark$$

A continuación hacemos un sumatorio de fuerzas en el eje vertical y lo igualamos a cero ya que la estructura se encuentra en equilibrio:

$$\sum F_z = 0$$

$$R_3 + R_4 - \gamma_c \cdot P_m - R_2 = 0$$

$$R_3 + 271,04 - 1,05 \times 520 - 138,39 = 0$$

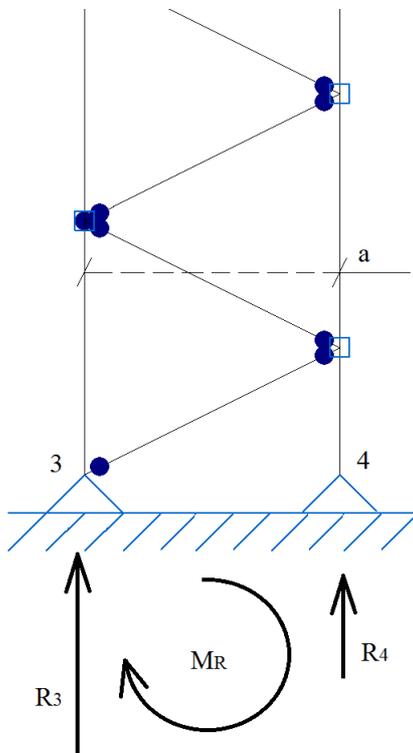
$$R_3 = 413,35 \text{ kg}$$

Sin embargo, como ya sabemos, desde esta vista lateral hay que observar que en el punto 3 hay dos articulaciones simétricas por lo que la reacción en esos apoyos será justo la mitad a la calculada:

$$R_3 = 206,68 \text{ kg} \rightarrow \text{CYPE: } 139 \text{ kg} \checkmark$$

Las diferencias en los resultados se deben a que nosotros estamos considerando la existencia de más barras transversales para la división de la estructura en módulos independientes de manera que el peso propio de la pluma es mayor en la realidad que en el programa informático.

Por último vamos a calcular el momento que generarían las tres articulaciones de la base del mástil en el rodamiento de giro sobre el que se apoyan:



$$M_R = (R_3 \cdot 2 - R_4) \cdot \frac{a}{2} = (206,68 \times 2 - 271,04) \cdot \frac{1}{2} = 71,16 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

Con todo esto ya podemos hallar las solicitaciones resultantes a las que estará sometido el rodamiento de giro debido al mástil que hemos diseñado.

La fuerza axial total será:

$$P_{mast} = 2 \cdot R_3 + R_4 = 684,4 \text{ kg}$$

El momento resultante será:



$$M_{mast} = 71,16 \text{ kg} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

1.10.18.7 Dimensionado de los cables de parrilla

Vamos a calcular el diámetro y a definir la estructura de los cables que unen el voladizo de la parrilla con el mástil. Como ya sabemos, la fuerza que soportan estos cables es muy elevada por lo que el cable que necesitaremos va a ser de gran diámetro.

Ya conocemos dónde se produce la fuerza máxima en estos cables. Si a menor alcance mayor es esta fuerza, miramos la tracción que se produce para el mínimo alcance:

$$S = S_{(sm)} = \frac{24587,20}{2} = 12293,60 \text{ kg}$$

El método para el dimensionado de estos cables será el mismo que hemos seguido para el dimensionado de los cables de elevación y abatimiento, es decir, el que propone la norma DIN 15400. Según ésta, el diámetro de cable mínimo será:

$$d_{cable} = K_c \sqrt{S}$$

Donde K_c en este caso lo consideramos igual al valor máximo, esto es 0,25:

$$d_{cable} = 0,250 \cdot \sqrt{12293,60} = 27,72$$

El diámetro nominal seleccionado ha de estar comprendido, según la norma UNE ISO 4308, entre este diámetro mínimo calculado y 1,25 veces el mismo:

$$27,72 < d < 34,65 \text{ mm}$$

La estructura que tendrá el cable la seleccionamos a través de una de las que ofrece la norma para un diámetro comprendido entre los valores definidos. La estructura elegida es 35×7. Ésta ofrece 35 cordones con 7 alambres cada uno y no tiene alma. Elegimos este cable puesto que tiene mayores prestaciones y es anti rotatorio.

A partir de diámetros estandarizados por la norma seleccionamos un diámetro de 28 mm.

El peso propio de este cable es de 356 kg por cada 100 metros.

1.10.19 CÁLCULO DEL RODAMIENTO DE GIRO

El cálculo del rodamiento será en función del método de cálculo propuesto por el catálogo de rodamientos que vamos a utilizar, se trata de la productora Rothe Erde. Mediante el catálogo que nos ofrece podemos seleccionar el rodamiento adecuado a nuestro aparato. Su selección es a partir de curvas de carga límite para la capacidad de carga estática y curvas de vida útil.



Lo primero que hacemos es calcular el axil al que está sometido nuestro rodamiento y el momento extremo que sobre él se ejerce, es decir, para alcance de carga máximo y mínimo. Para ello deberemos sumar todos los pesos propios de nuestra grúa excepto los pesos sobre los que descansa el propio rodamiento, como las patas, el porta coronas, etc, incluyendo la carga máxima y el momento de vuelco en función del alcance, pues ambas resultantes serán absorbidas por el rodamiento.

Calculamos el axil:

$$F_a = Q + P_g + P_p + C + P_{parr} + P_{mot} + P_{mast}$$

Donde:

F_a es la resultante de fuerzas verticales sobre el rodamiento.

Q es la carga suspendida máxima en servicio

P_g es el peso del gancho más el del aparejo.

P_p es el peso propio de la pluma.

C es el peso del contrapeso.

P_{parr} es el peso de la parrilla, la plataforma que sustenta los motores y el contrapeso.

P_{mot} es el peso de los motores incluyendo los tambores de elevación y abatimiento y el cable arrollado del sistema de elevación que, al ser tanto, no es despreciable.

P_{mast} es la fuerza que ejerce el mástil sobre el rodamiento debido a su peso propio, que como bien sabemos el peso del mástil más el de los tirantes se reparte entre los apoyos de los tirantes y las tres articulaciones en la base del mástil que afectan directamente al rodamiento, siendo aquí donde hace efecto P_{mast} .

Calculamos el momento:

$$M_k = (Q + P_g) \cdot a + P_p \cdot l - C \cdot b - P_{mast} \cdot c - P_{mot} \cdot d - P_{parr} \cdot e$$

Donde:

a es el alcance de la carga para que varía entre 24 y 5 metros más 1,2 metros que dista el anclaje de la pluma al eje central de giro, como ya comentamos, para evitar la colisión entre la pluma y el mástil en alcances pequeños. Su valor máximo y mínimo será por tanto 25,2 y 6,2 respectivamente.

l es la distancia en el eje x entre el centro de gravedad de la pluma y el eje axial del rodamiento que también incluye esos 1,2 metros de más.

b es la distancia del centro de gravedad del contrapeso al eje axial del rodamiento.

c es la distancia en el eje x entre el centro de gravedad del mástil y el eje central de giro.

d es la distancia entre el centro de masas de motores y tambores y el eje axial del rodamiento.

e es la distancia entre el centro de gravedad de la parrilla y el eje central del rodamiento.

El proceso de cálculo ofrecido por el catálogo distingue varios casos de carga:



-Carga levantada a máxima distancia:

Incluyendo carga por viento:

$$F_a = Q + P_g + P_p + C + P_{parr} + P_{mot} + P_{mast}$$

$$M_k = (Q + P_g) \cdot a_{max} + P_p \cdot l_{max} - C \cdot b - P_{mast} \cdot c - P_{mot} \cdot d - P_{parr} \cdot e + W \cdot d_w$$

Donde:

W es la fuerza que hace el viento en dirección trasera horizontal

d_w es la distancia entre la línea de acción de la fuerza del viento y el plano del rodamiento.

Incluyendo sobre carga del 25 % por ensayo:

$$F_a = 1,25 \cdot Q + P_g + P_p + C + P_{parr} + P_{mot} + P_{mast}$$

$$M_k = (1,25 \cdot Q + P_g) \cdot a_{max} + P_p \cdot l_{max} - C \cdot b - P_{mast} \cdot c - P_{mot} \cdot d - P_{parr} \cdot e + W \cdot d_w$$

-Carga levantada a mínima distancia:

Incluyendo carga por viento:

$$F_a = Q + P_g + P_p + C + P_{parr} + P_{mot} + P_{mast}$$

$$M_k = (Q + P_g) \cdot a_{min} + P_p \cdot l_{min} - C \cdot b - P_{mast} \cdot c - P_{mot} \cdot d - P_{parr} \cdot e + W \cdot d_w$$

Incluyendo sobre carga del 25 % por ensayo:

$$F_a = 1,25 \cdot Q + P_g + P_p + C + P_{parr} + P_{mot} + P_{mast}$$

$$M_k = (1,25 \cdot Q + P_g) \cdot a_{min} + P_p \cdot l_{min} - C \cdot b - P_{mast} \cdot c - P_{mot} \cdot d - P_{parr} \cdot e$$

A la hora de seleccionar el rodamiento se deberá tomar el supuesto de carga de sobrecarga y sin viento para el dimensionado estático, considerando la situaciones que arrojen esfuerzos máximos, es decir, el momento con alcance máximo y el caso de carga máxima de servicio sin carga por viento ni sobrecarga por ensayo para la vida útil. Entonces:

Para la capacidad de carga estática:

$$F_a = 1,25 \cdot Q + P_g + P_p + C + P_{parr} + P_{mot} + P_{mast} = 35963,92 \text{ kg}$$

$$M_k = (1,25 \cdot Q + P_g) \cdot a_{max} + P_p \cdot l_{max} - C \cdot b - M_{mast} - P_{mot} \cdot d - P_{parr} \cdot e$$

$$M_k = 160005,13 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

Donde:



$$l_{\max} = X_G \cdot \cos(\alpha_{\min}) + 1,2 = 12,35 \cdot \cos(15,28^\circ) + 1,2 = 13,11 \text{ m}$$

$$b = 5 \text{ m}$$

$$d = \frac{m_{\text{elev}} \cdot d_{\text{elev}} + m_{\text{abat}} \cdot d_{\text{abat}}}{m_{\text{elev}} + m_{\text{abat}}} = \frac{976,69 \times 2 + 376,69 \times 3,5}{1353,38} = 2,42 \text{ m}$$

$$e = X_{G_{\text{parrilla}}} + 0,5 = 3,26 \text{ m}$$

$$M_{\text{mast}} = 71,16 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

Pesos en kilogramos:

Q	P_g	P_p	C	P_{parr}	P_{mot}	P_{mast}
8000	287,64	1202	22133,50	303	1353,38	684,4

Obtenidos el axil y el momento ejercido sobre el rodamiento, se aplicarán unos coeficientes que aporta el catálogo y que mayor a dichos esfuerzos para el cálculo estático del mismo. Se denominan factores estáticos y su valor depende del caso de aplicación. En este caso $f_{\text{stat}} = 1,25$.

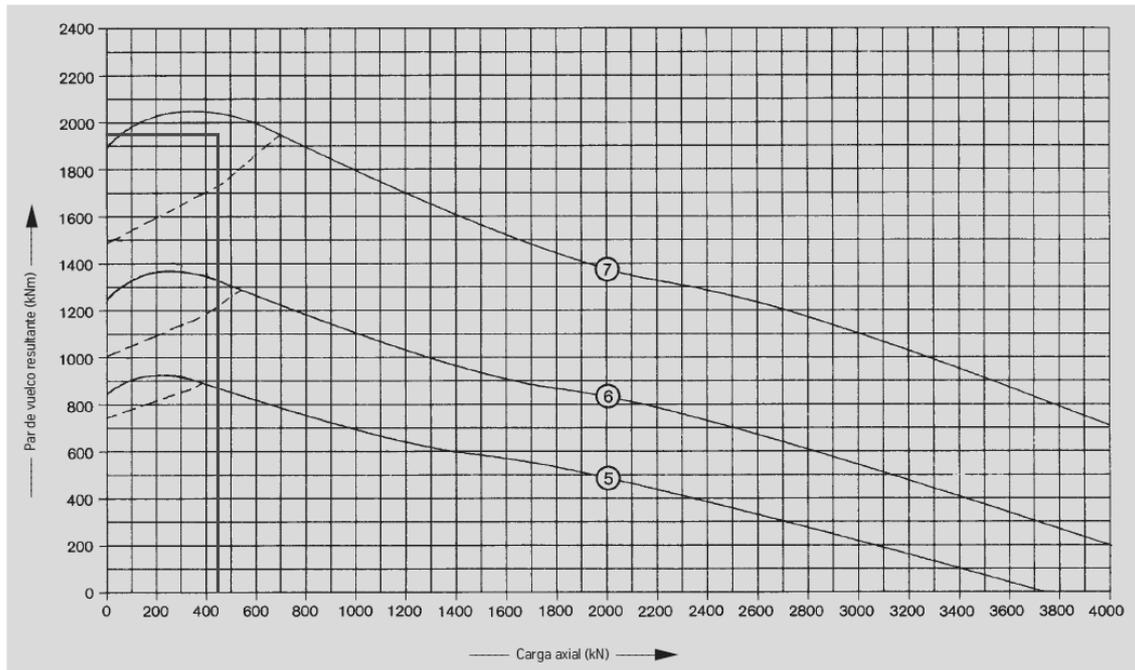
Localizamos en el gráfico de curvas de límite de carga estática los valores calculados. El número de rodamiento cuya curva pase lo más cerca posible de este punto y por encima será aquel que soportará las fuerzas estáticas, sin embargo, puede ser que no cumpla por fatiga, por vida útil. Tenemos entonces:

$$F_a' = F_a \cdot 1,25 = 44954,90 \text{ kg} = 441,01 \text{ kN}$$

$$M_k' = M_k \cdot 1,25 = 200006,41 \text{ kg} \cdot \text{m} = 1962,06 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



Curvas de carga límite estática — pista de rodadura — — — tornillos



De momento el rodamiento de la curva número 7 cumple estado de carga estática. Hay que ver si ese rodamiento es apto en función de la vida útil.

Obtenemos los valores con los que entramos a las curvas de vida útil:

$$F_a = Q + P_g + P_p + C + P_{parr} + P_{mot} + P_{mast} = 33963,92 \text{ kg} = 333,19 \text{ kN}$$

$$M_k = (Q + P_g) \cdot a_{\max} + P_p \cdot l_{\max} - C \cdot b - M_{mast} - P_{mot} \cdot d - P_{parr} \cdot e$$

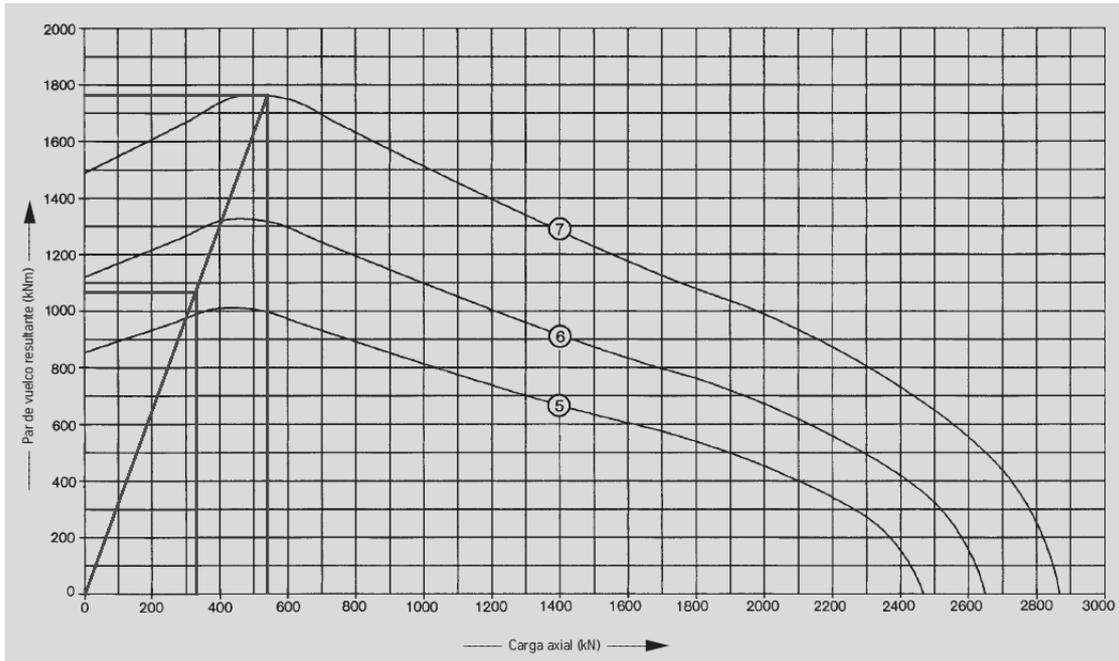
$$M_k = 109605,13 \text{ kg} \cdot \text{m} = 1075,23 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Multiplicamos estos valores por el factor de carga $f_L = 1,0$ y se queda igual. Por lo tanto éstos son los valores con los que entramos en el gráfico de vida útil correspondiente al rodamiento de la curva 7 que cumplía por estática.



Curvas de vida útil · 30 000 giros

Posición indicada en el plano = posición de montaje



Al quedar el punto por debajo de la curva 7 podemos decir que el rodamiento cumple también a fatiga, por lo que el rodamiento seleccionado es apto para las solicitaciones marcadas y para 30000 giros. Luego veremos cuántos ciclos realmente aguantará y si son suficientes dadas nuestras necesidades.

Después de situar los valores F_a y M_k en el gráfico trazamos una línea desde el origen pasando por ese punto hasta llegar a la curva del rodamiento que habíamos seleccionado en el análisis estático. Los nuevos valores de fuerza axial y momento de vuelco resultante van a definir un coeficiente que definirá cuántos ciclos más tendrá la vida útil de nuestro rodamiento de la curva 7 por estar sometido a fuerzas menores de las que harían que durará 30000 ciclos. Este factor se llama factor de carga y se define de la siguiente manera:

$$\left. \begin{aligned} f_L &= \frac{F_{ao}}{F_a} = \frac{540}{333,19} = 1,62 \\ f_L &= \frac{M_{ko}}{M_k} = \frac{1770}{1075,23} = 1,65 \end{aligned} \right\} f_L \approx 1,64$$

La vida útil del rodamiento se define como:

$$G = (f_L)^p \cdot 30000 = 1,64^3 \times 30000 = 132328 \text{ giros}$$

Donde:

$p = 3$ para rodamientos de bolas.

$p = 10/3$ para rodamientos de rodillos.



sujeto a esa misma plataforma ataca con un piñón al dentado de la pieza fija de manera que se produce el giro del sistema.

Especialmente nos interesa el número de dientes, en este caso tenemos 164 dientes.

1.10.20 MOTOR REDUCTOR DE GIRO

Para poder saber qué motor seleccionar, es necesario calcular el par a conseguir mediante el mismo, es decir, el par de salida del reductor. El par necesario en este mecanismo será el producto de la inercia de giro por la aceleración angular:

$$T = I \cdot \alpha$$

El momento de inercia o la inercia de giro se calcula como el producto de las masas que girarán alrededor del eje de giro por el cuadrado de las distancias de estas a dicho eje, todas ellas multiplicadas por el factor de mayoración γ_c y la carga de servicio además por ψ :

$$I = \sum_i \left((Q \cdot \psi + P_g) \cdot x^2 + m_i \cdot x_i^2 \right) \cdot \gamma_c$$

Donde:

$$\gamma_c = 1,05$$

$$\psi = 1,135$$

El momento de inercia generado por el mástil, al estar repartido su peso entre el suelo y el rodamiento que hay que hacer girar, lo calcularemos como:

$$M_R = (R_3 \cdot 2 - R_4) \cdot \left(\frac{a}{2} \right)^2 = (206,68 \times 2 - 271,04) \cdot 0,25 = 35,58 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Donde:

R_3 es la reacción de los cordones traseros del mástil sobre el rodamiento de giro (o la pieza intermedia que sobre éste descansa) debida a su peso propio.

R_2 es la reacción del cordón delantero del mástil sobre el rodamiento de giro (o la pieza intermedia que sobre éste descansa) debida a su peso propio.

$a/2$ es la distancia de estos apoyos al eje central de giro o del rodamiento.

Podemos ya calcular el momento de inercia total a vencer por nuestro equipo de reducción:

$$I = \left[(8000 \times 1,135 + 287,64) \times (24 + 1,2)^2 + 1202 \times 13,11^2 + 1353,38 \times 2,42^2 + 22133,50 \times 5^2 + 303 \times 3,26^2 + 35,58 \right] \cdot 1,05$$

$$I = 7,056 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



Una vez conocido el momento de inercia tenemos que calcular la aceleración angular deseada en este movimiento de la grúa. Para ello es necesario estimar unas condiciones de velocidad de giro y de tiempo de aceleración. Observados los comportamientos normales en grúas de este tipo podemos decir que sería aceptable y adecuada una velocidad de giro del conjunto de 0,6 a 0,8 rpm y un tiempo de aceleración de entorno a los 4 segundos. Escogemos una velocidad angular de salida intermedia para que al elegir un reductor de índice de reducción algo mayor no obtengamos una velocidad por debajo de 0,6 rpm. Decimos que habrá que seleccionar un reductor con tal índice de reducción para que el par a la salida no sea menor que el necesario sin tener que aumentar la potencia del reductor a elegir, es decir, escogiendo el reductor de menor potencia posible. De esta forma concluimos que:

$$w = 0,7 \text{ rpm}$$

$$\tau_a = 4 \text{ s}$$

Por lo que la aceleración angular será:

$$\alpha = \frac{w}{\tau} = \frac{0,7 \times 2 \times \pi / 60}{4} = 0,0183 \text{ rad/s}^2$$

Podemos calcular ya el par necesario en la salida de nuestro reductor:

$$T = I \cdot \alpha = 7,056 \times 10^6 \times 0,0183 = 129123,56 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El mecanismo consistirá en un piñón que hará girar la plataforma sobre la que descansa él y el resto de elementos que tienen que girar (pluma, mástil, etc). Lo conseguiremos girando un piñón que engranará con una corona dentada fija, la del rodamiento, sobre la cual se fijan las partes inmóviles como las patas. El sistema constará pues de dos reductores, el del reductor propiamente dicho y el del piñón corona de manera que la velocidad de salida es de 0,6 rpm y la de entrada de 1450 rpm que es la que ofrece el reductor que vamos a elegir por catálogo. El par en la salida es el calculado y en la entrada lo desconocemos. Hay que tener en cuenta un rendimiento aproximado entre el piñón corona de 0,96 y otro rendimiento del motor reductor del 0,91.

Como bien sabemos, la energía ni se crea ni se destruye por lo que la potencia a la entrada se conserva con respecto a la salida. Como la potencia es igual al producto del par por la velocidad angular tenemos que:

$$T_e \cdot w_e = T_s \cdot w_s$$

Donde:

$$T_s = \frac{129123,56}{\eta_1 \cdot \eta_2} = \frac{129123,56}{0,96 \times 0,91} = 147806,27 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Despejando el par motor:



$$T_e = \frac{T_s \cdot w_s}{w_e} = \frac{147806,27 \times 0,7}{1450} = 71,35 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Tendremos que encontrar entonces mediante un catálogo de reductores, uno cuyo par motor sea parecido pero mayor que 71,35 N·m.

La potencia del reductor para obtener esa velocidad y ese par a la salida será:

$$\dot{W} = T_s \cdot w_s = 147806,27 \times 0,7 \times 2 \cdot \pi / 60 = 10834,77 \text{ W}$$

El otro aspecto antes de buscar el reductor que necesitamos es calcular el índice de reducción del motor. En este sistema tenemos dos reducciones, la del reductor y la del piñón corona. Podemos hallar la reducción del piñón corona y después hallar la del motor.

El índice de reducción del piñón corona puede definirse a partir del número de dientes de ambas ruedas. Estimamos 15 dientes en el piñón y de la corona ya sabemos que tiene 164 dientes. Por tanto la reducción aquí será:

$$i_{pc} = \frac{164}{15}$$

Para calcular la reducción del motor sabemos que:

$$w_e = w_s \cdot i_{pc} \cdot i_m$$

Por tanto el índice de reducción del motor ahora que sabemos los datos necesarios es:

$$i_m = \frac{w_e}{i_{pc} \cdot w_s} = \frac{1450}{\frac{164}{15} \cdot 0,7} = 189,46$$

Por lo tanto, un motor con un índice de reducción de 189,46 y una potencia de 10776,52 W nos daría exactamente el par a la salida que necesitamos dada la reducción del sistema piñón corona y los rendimientos establecidos para el reductor y este sistema considerados dentro de los valores típicos. Sin embargo no podemos encontrar un reductor con características exactamente iguales. Iremos a uno que este lo más cerca posible y sobredimensionado, para asegurarnos de que puede con las exigencias establecidas.

En un catálogo de motores reductores del fabricante MARTINENA encontramos un reductor de la serie RXO3 de las siguientes características:



n_1 min ⁻¹	810				
	i_r	n_2 min ⁻¹	P_N kW	T_N kNm	Fr_2 Fr_1 kN
1450	191	7.6	12.9	14.8	44.0 7.2
1000		5.2	8.9	14.8	
500		2.6	4.5	14.8	

Hemos seleccionado un reductor que es capaz de satisfacer nuestras necesidades puesto que el par motor es parecido pero mayor que el necesario y el índice de reducción también. Sabemos que el par motor es mayor que el calculado porque a partir del par de salida que nos da la tabla y el índice de reducción vemos que es mayor que 70,97 N·m :

$$\frac{T_s}{i_m} = \frac{14800}{191} = 77,48 > 71,35 \text{ N} \cdot \text{m} \quad \checkmark$$

Tal y como hicimos en el cálculo de los motores de elevación y de abatimiento, vamos a calcular el rendimiento del motor dadas las diferencias entre las prestaciones del motor seleccionado y las condiciones reales que ha de vencer, es decir, vamos a calcular la diferencia entre el par a la salida ideal que ofrece el motor y el par a la salida que necesitamos para vencer el momento de inercia total y poder girar la grúa.

$$T_s = \frac{I \cdot \alpha}{\eta_1 \cdot \eta_2} = \frac{129123,56}{0,96 \times 0,91} = 147806,27 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$T'_s = \frac{\dot{W}}{w_m} \cdot i_m \cdot i_{pc} = \frac{12900}{1450 \times 2 \cdot \pi / 60} \cdot 191 \times \frac{164}{15} = 177410,39 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\eta = \frac{T_s}{T'_s} = 0,833 \quad \checkmark$$

El rendimiento al que está trabajando el reductor está dentro del intervalo recomendado de 0,75 y 0,86 por lo que el motor seleccionado es adecuado. Ahora bien, este motor al no ser exactamente igual al calculado habrá que ver qué nueva velocidad obtengo en el rodamiento de giro de todo el conjunto, es decir, qué velocidad de salida.

$$w_e = w_s \cdot i_{pc} \cdot i_m$$



$$w_s = \frac{w_e}{i_{pc} \cdot i_m} = \frac{1450}{\frac{164}{15} \cdot 191} = 0,694 \text{ rpm } \checkmark$$

Hemos obtenido una velocidad adecuada dentro de las velocidades de giro en comportamientos de grúas similares. Por tanto el motor reductor seleccionado satisface las necesidades, pues además de ofrecer una velocidad razonable, puede con el momento de inercia a vencer dadas las dimensiones y características de la grúa y el rodamiento elegido para el giro.

El reductor seleccionado tiene un peso propio de 394 kg.

1.11 EFECTO DEL VIENTO

1.11.1 VIENTO DE SERVICIO

Lo primero de todo será explicar cómo afecta el viento en servicio a nuestra grúa según la norma correspondiente, es decir, la FEM 1001-2.

Las cargas de viento indicadas en la norma para el viento en servicio se corresponden con una velocidad de viento de 72 km/h o lo que es lo mismo 20 m/s.

La presión dinámica se define de la siguiente manera:

$$q = 0,5 \cdot \rho \cdot v^2$$

Donde:

q es la presión dinámica del aire sobre la grúa.

ρ es la densidad media del aire fijada como 1,25 kg/m³

v es la velocidad del viento para la grúa en servicio.

$$q = 0,5 \cdot 1,25 \cdot 20^2 = 250 \text{ N/m}^2$$

La fuerza que ejerce este viento sobre una superficie será:

$$F = C_f \cdot A \cdot q$$

Donde:

C_f es el coeficiente de forma que esta tabulado por la norma FEM 1004 en función de la forma geométrica sobre la que incide el viento. En nuestro caso, al estar todas las estructuras formadas por barras cilíndricas diremos que $C_f = 0,8$ EN el caso de los tirantes que son de sección cuadrada $C_f = 1,4$.

A es el área de la superficie sobre la que incide el viento.



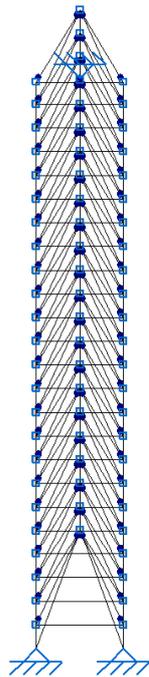
q es la presión dinámica del viento.

Para calcular la fuerza sobre la pluma y el mástil estimamos un área de las mismas. Esto no será fácil pero nos conformaremos con una buena estimación, pues el cálculo perfecto del efecto del viento sobre una estructura de este tipo requeriría el uso de programas informáticos complejos de fluidos como FLUENT, cosa que queda fuera del alcance de este proyecto.

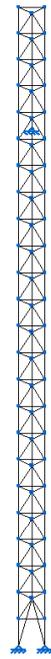
Lo que haremos será calcular el área de la estructura del mástil y el de la pluma, pues son prácticamente las únicas partes expuestas al efecto del viento. En el caso del mástil calcularemos su área proyectada con respecto al plano vertical. En el caso de la pluma habrá que calcular el área de la misma proyectada sobre el plano medio, el plano entre los cordones inferiores y el superior, de manera que irá cambiando su valor conforme varía su inclinación.

Para estimar el área sobre la que incide el viento en dirección vertical y horizontal para las posiciones de máximo y mínimo alcance utilizaremos vistas de alzado, planta y perfil para ambas situaciones.

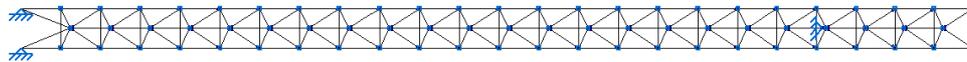
Conociendo el diámetro de cada una de las barras podremos calcular un área aproximada:



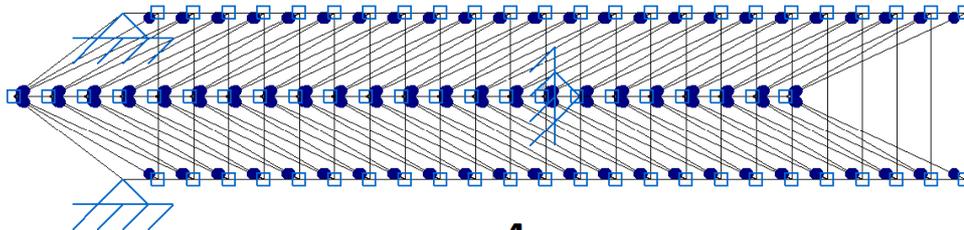
1



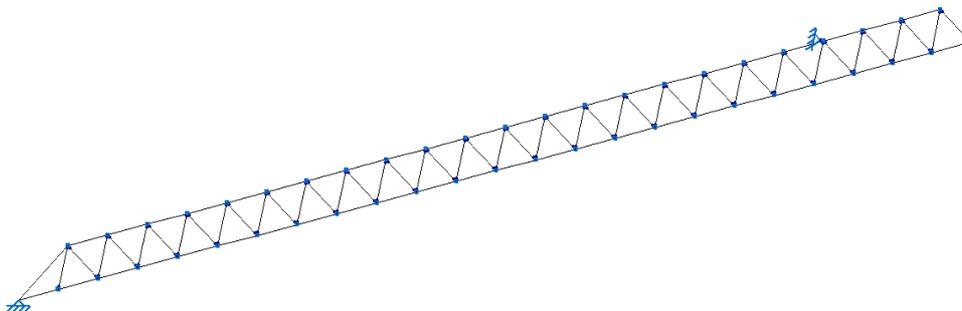
2



3



4



5

1: Alzado máximo alcance; $A_1 \approx 7,67 \text{ m}^2$

2: Alzado mínimo alcance; $A_2 \approx 10,58 \text{ m}^2$



3: Planta máximo alcance; $A_3 \approx 10,38 \text{ m}^2$

4: Planta mínimo alcance; $A_4 \approx 7,70 \text{ m}^2$

5: Perfil; $A_5 \approx 6,29 \text{ m}^2$

Así pues, la fuerza horizontal que ejerce el viento sobre la pluma será:

$$F_{p1(a=24)} = 0,8 \times 7,67 \cdot 250$$

$$F_{p1(a=5)} = 0,8 \times 10,58 \cdot 250$$

La fuerza vertical del viento sobre la pluma será:

$$F_{p2(a=24)} = 0,8 \times 10,38 \cdot 250$$

$$F_{p2(a=5)} = 0,8 \times 7,70 \cdot 250$$

La fuerza resultante del viento lateral sobre la pluma queda:

$$F_{p3} = 0,8 \times 6,29 \times 250$$

La estimación del área frontal sobre la que choca el viento en el mástil es:

$$A_{mast} = 5,11 \text{ m}^2 \text{ (Estimado a partir del alzado del mástil)}$$

Por lo que la fuerza ejercida por el viento frontal en el mástil será:

$$F_{m1} = 0,8 \times 5,11 \times 250$$

El área lateral del mástil es aproximadamente:

$$A_{mast3} = 3,04 \text{ m}^2$$

Por lo que la fuerza resultante del viento lateral ejercido sobre la pluma será:

$$F_{m3} = 0,8 \times 3,04 \times 250$$

El área de los tirantes que unen la punta del mástil con el suelo sobre la que incide el viento horizontal es:

$$A_{T1} = 2 \cdot \sqrt{6,5^2 + 11,5^2} \times 0,100 = 2,64 \text{ m}^2$$

El área de los tirantes que unen la punta del mástil con el suelo sobre la que incide el viento vertical es:



$$A_{T_2} = 2 \cdot \sqrt{6,5^2 + 6,5^2} \times 0,100 = 1,838 \text{ m}^2$$

Por lo que la fuerza horizontal ejercida por el viento en los tirantes será:

$$F_{T_1} = 1,4 \times 2,64 \times 250$$

La fuerza vertical del viento sobre los tirantes:

$$F_{T_2} = 1,4 \times 1,838 \times 250$$

El caso de viento lateral sobre los tirantes coincide exactamente con el caso del viento frontal sobre estos debido a la simetría por lo que:

$$F_{T_3} = 1,4 \times 2,64 \times 250$$

Sobre la carga también se considera el efecto del viento. Consideraremos la misma velocidad de viento y misma densidad, por lo que tenemos la misma presión dinámica. Entonces la presión dinámica sobre la carga nos queda:

$$q = 0,5 \cdot \rho \cdot v^2 = 250 \text{ N/m}^2$$

Y la fuerza del viento en la carga:

$$F = c \cdot A \cdot q$$

Donde:

c es el coeficiente aerodinámico en dirección del viento. Si no se conoce $c = 2,5$.

A es el área de la carga y si su valor no se conoce la norma propone un valor de $0,5 \text{ m}^2$ /tonelada de carga. Entonces:

$$F_{c_1} = 2,5 \times 0,5 \cdot Q \times 250 \text{ N/m}^2$$

Este valor de la fuerza del viento sobre la carga vemos que no depende de la dirección del viento por lo que a la hora de considerar la fuerza del viento lateral y vertical sobre la carga consideraremos el mismo valor.

$$F_{c_2} = 2,5 \times 0,5 \cdot Q \times 250 \text{ N/m}^2$$

$$F_{c_3} = 2,5 \times 0,5 \cdot Q \times 250 \text{ N/m}^2$$

Hay que calcular ahora la línea de acción de dichas fuerzas resultantes del viento. La de la resultante sobre el mástil va a ser fija ya que éste permanece inmóvil y por lo tanto su centro de gravedad también, sin embargo la línea de acción del viento sobre la pluma y la carga va a variar con el alcance ya que sus centros de gravedad irán cambiando de



posición, y es que vamos a considerar que la resultante de la distribución de carga que genera el viento en cada elemento pasa por el centro de gravedad del mismo. Habrá que calcular pues la altura de estas líneas en función de la inclinación de la pluma.

En el caso del mástil, la altura a la que se aplica la fuerza del viento la podemos obtener sabiendo que su centro de gravedad se encuentra a 5,310 metros de su punto más bajo, tal y como vimos en el cálculo de su centro de gravedad y que su punto más bajo está a 0,5 metros del suelo:

$$h_m = Z_G + 0,5 = 5,805 \text{ m}$$

Distancia que es igual para el caso del viento lateral ya que su resultante se encuentra en el mismo plano. Lo mismo ocurrirá con la pluma, los tirantes y la carga.

En el caso de la pluma sabemos que su centro de gravedad se encuentra a 13,85 metros de sus articulaciones a la base en la dirección longitudinal de la propia pluma. Podemos calcular fácilmente esta distancia proyectada en el plano vertical y en función de la inclinación de la pluma. Considerando que el anclaje se encuentra a 0,5 metros del suelo donde se apoyan las patas:

$$h_{p1} = X_G \cdot \text{sen}(\alpha) + 0,5 = 12,35 \times \text{sen}(\alpha) + 0,5$$

La distancia en el eje horizontal será:

$$h_{p2} = X_G \cdot \text{cos}(\alpha) + 1,2 = 12,35 \times \text{cos}(\alpha) + 1,2$$

La línea de acción de la fuerza resultante del viento ejercido sobre la carga la calcularemos con la consideración de que la carga se encuentra en a posición más alta y por tanto más desfavorable. No nos referimos a la pluma lo más elevada posible sino a que se despliegue la mínima cantidad de cable de elevación. Con esta condición estimamos que el centro de gravedad de la carga se encontrará 2 metros por debajo de la punta de la pluma la cual tiene una longitud máxima de 24,88 metros. Con todo esto podemos calcular la altura del centro de gravedad y por tanto de la línea de acción de la fuerza del viento de la siguiente manera:

$$h_{c1} = L_p \cdot \text{sen}(\alpha) - 2 + 0,5 = 24,88 \times \text{sen}(\alpha) - 2 + 0,5$$

La distancia de la línea de acción de la fuerza del viento vertical sobre la carga al centro de la grúa será:

$$h_{c2} = L_p \cdot \text{cos}(\alpha) + 1,2$$

La distancia en el eje vertical de la línea de acción de la fuerza horizontal del viento sobre los tirantes será:

$$h_{T1} = \frac{11,5}{2} = 5,75 \text{ m}$$



Mientras que la distancia en el eje horizontal de la línea reacción de la fuerza vertical del viento sobre los tirantes será:

$$h_{T2} = \frac{6,5}{2} = 3,25 \text{ m}$$

1.11.2 VIENTO FUERA DE SERVICIO

Las cargas ocasionadas por el viento de servicio vienen definidas por la norma UNE EN 13001 parte 2. Éstas actúan sobre un elemento de la grúa o sobre la carga de elevación que permanece suspendida y se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$F = q(z) \times C_f \times A$$

Donde:

F es la carga del viento que incide perpendicularmente con respecto al eje longitudinal del elemento de la grúa.

C_f es el coeficiente de forma que para el mástil y la pluma es $C_f = 0,8$ y para los tirantes $C_f = 1,4$

A es el área característica del elemento en consideración.

Si se considera la carga bruta que permanece suspendida de la grúa:

$$F = q(z) \times c \times A$$

F es la carga del viento que actúa sobre la carga de elevación restante en la dirección de la velocidad del viento

c es el coeficiente aerodinámico de la carga de elevación restante en la dirección de la velocidad del viento.

A es la proyección de la carga de elevación restante sobre un plano normal en relación a la dirección de la velocidad del viento.

Cuando no exista información detallada sobre la carga, debe asumirse que:

$$c = 2,4$$

$$A = 0,0005 \times \eta_w \times m_H$$

Donde:

A es el área estimada de la carga, la cual nunca debe ser inferior a $0,8 \text{ m}^2$.

η_w es el factor de carga para la carga de elevación restante en condiciones fuera de servicio.



m_H es la masa de la carga de elevación en kilogramos.

La presión estática equivalente del viento fuera de servicio se calcula mediante:

$$q(z) = 0,5 \times \rho \times v(z)^2$$

Donde:

$\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$ es la densidad del aire.

$v(z) = f_{rec} \left[\frac{v_m(z)}{v_{ref}} + \phi_8 \frac{v_g}{v_{ref}} \right] \cdot v_{ref}$ es la velocidad estática equivalente del viento fuera de servicio.

$$v(z) = f_{rec} \left[(z/10)^{0,14} + 0,4 \right] \cdot v_{ref}$$

Para el cálculo de cargas que actúan sobre una grúa a causa del viento fuera de servicio, se asume que el viento sopla horizontalmente a una velocidad que se incrementa conforme se gana altura en relación al terreno circundante.

z es la altura sobre el terreno circundante en metros.

f_{rec} es un factor que depende del intervalo recurrente R . En general, para el diseño de la grúa, puede optarse por un viento fuera de servicio que puede tener lugar una vez en intervalos de 5 a 50 años ($R = 5$ a $R = 50$):

$$f_{rec} = 0,8155 \quad \text{para } R = 5$$

$$f_{rec} = 0,8733 \quad \text{para } R = 10$$

$$f_{rec} = 0,9463 \quad \text{para } R = 25$$

$$f_{rec} = 1 \quad \text{para } R = 50$$

$v_m(z)$ es la velocidad media del viento de tempestad durante 10 minutos tomada a la altura z tomada en metros por segundo.

v_{ref} es la velocidad de referencia del viento de tempestad, en metros por segundo, según las diferentes regiones geográficas europeas. Se define como la velocidad media del viento de tempestad con un intervalo recurrente de una vez cada 50 años, medida a 19 metros de altura en terreno plano y sin obstáculos, y cuya media se obtiene efectuando mediciones durante 10 minutos.

$v_m(z)/v_{ref} = (z/10)^{0,14}$ es el coeficiente simplificado de rugosidad.

ϕ_8 es el factor de respuesta de la ráfaga de viento.

$V_g = v_{ref} \times 2 \times \sqrt{6 \times K}$ es un aumento del viento en ráfagas de 3 segundos por encima del viento medio de tempestad durante 10 min.

$K = 0,0055$ es el coeficiente aerodinámico del terreno.



La figura que a continuación se expone consiste en un mapa de vientos de tempestad en Europa, el cual indica aproximadamente las regiones en las que son aplicables las mismas velocidades de referencia para el viento de tempestad.

Las velocidades de referencia para el viento de tempestad en dichas regiones se muestran en la tabla.



REGIÓN	A/B	C	D	E
$v_{ref} [m/s]$	24	28	32	36



En nuestro caso vamos a seleccionar la región C para lo cual tenemos una velocidad de referencia del viento en tempestad de 28 m/s.

El período de retorno lo establecemos en 25 años por lo que el factor de recurrencia será

$$f_{rec} = 0,9463.$$

Sabemos que nuestra grúa Derrick trabajará desmontando grúas abatibles en azoteas de edificios. Se ha diseñado para que pueda trabajar en alturas de hasta 200 metros. Podemos ya calcular la velocidad media del viento $v_m(z)$:

$$v_m(z) = v_{ref} \times (z/10)^{0,14}$$

$$v_m(z) = 28 \times (200/10)^{0,14} = 42,59 \text{ m/s}$$

El aumento de la velocidad del viento en ráfagas de 3 segundos v_g es:

$$v_g = v_{ref} \times 2 \times \sqrt{6 \times K} = 28 \times 2 \times \sqrt{6 \times 0,0055} = 10,17$$

La velocidad estática equivalente del viento fuera de servicio es según las fórmulas expuesta por la norma:

$$v(z) = f_{rec} \left[\frac{v_m(z)}{v_{ref}} + \phi_8 \frac{v_g}{v_{ref}} \right] \cdot v_{ref}$$

$$v(z) = 0,9463 \left[\frac{42,59}{28} + 1,1 \frac{10,17}{28} \right] \cdot 28 = 50,90 \text{ m/s}$$

$$v(z) = f_{rec} \left[(z/10)^{0,14} + 0,4 \right] \cdot v_{ref}$$

$$v(z) = 0,9463 \left[(200/10)^{0,14} + 0,4 \right] \cdot 28 = 50,90 \text{ m/s}$$

La presión estática equivalente del viento fuera de servicio será:

$$q(z) = 0,5 \times \rho \times v(z)^2$$

$$q(z) = 0,5 \times 1,25 \times 50,90^2 = 1619,26 \text{ N/m}^2$$

Ahora ya podemos calcular las fuerzas resultantes del viento sobre cada una de las partes de nuestra grúa, para ello procederemos de la misma manera que en el caso de viento en servicio, la diferencia es que la presión estática del viento ahora es otra.

Además, hay que decir que las distancias entre las líneas de acción de de estas resultantes y el centro del aparato serán las mismas que las calculadas antes, así como las áreas de incidencia del viento.

En este caso vamos a considerar que no hay carga de servicio ya que estamos fuera de servicio y para estas condiciones de viento el aparato no trabaja.



Así pues, la fuerza horizontal que ejerce el viento sobre la pluma será:

$$F'_{p1(a=24)} = 0,8 \times 7,67 \cdot 1619,26$$

$$F'_{p1(a=5)} = 0,8 \times 10,58 \cdot 1619,26$$

La fuerza vertical del viento sobre la pluma será:

$$F'_{p2(a=24)} = 0,8 \times 10,38 \times 1619,26$$

$$F'_{p2(a=5)} = 0,8 \times 7,70 \times 1619,26$$

La fuerza horizontal del viento lateral será:

$$F'_{p3} = 0,8 \times 6,29 \times 1619,26$$

La fuerza ejercida por el viento frontal en el mástil:

$$F'_m = 0,8 \times 5,11 \times 1619,26$$

Mientras que la fuerza del viento lateral sobre éste queda:

$$F'_{m3} = 0,8 \times 3,04 \times 1619,26$$

La fuerza horizontal ejercida por el viento en los tirantes será:

$$F'_{T1} = 1,4 \times 2,64 \times 1619,26$$

La fuerza vertical del viento sobre los tirantes:

$$F'_{T2} = 1,4 \times 1,838 \times 1619,26$$

La fuerza del viento lateral sobre los tirantes:

$$F'_{T3} = 1,4 \times 2,64 \times 1619,26$$

La fuerza horizontal y vertical del viento sobre la carga si la hubiera en esta situación de no servicio sería:

$$F'_{c1} = 2,4 \times A_1 \times 1619,26$$

$$F'_{c2} = 2,4 \times A_2 \times 1619,26$$

1.12 CÁLCULO DE ESTABILIDAD Y REACCIONES

Vamos a calcular las reacciones en los apoyos de las patas de nuestra grúa para diversos casos desfavorables de manera que encontremos la peor situación para cada pata. Todo esto lo calcularemos sin conocer la distancia d entre el punto de apoyo de las patas delanteras y el eje central del aparato y conociendo la distancia de 6,5 metros entre el apoyo de las patas traseras y el eje central.

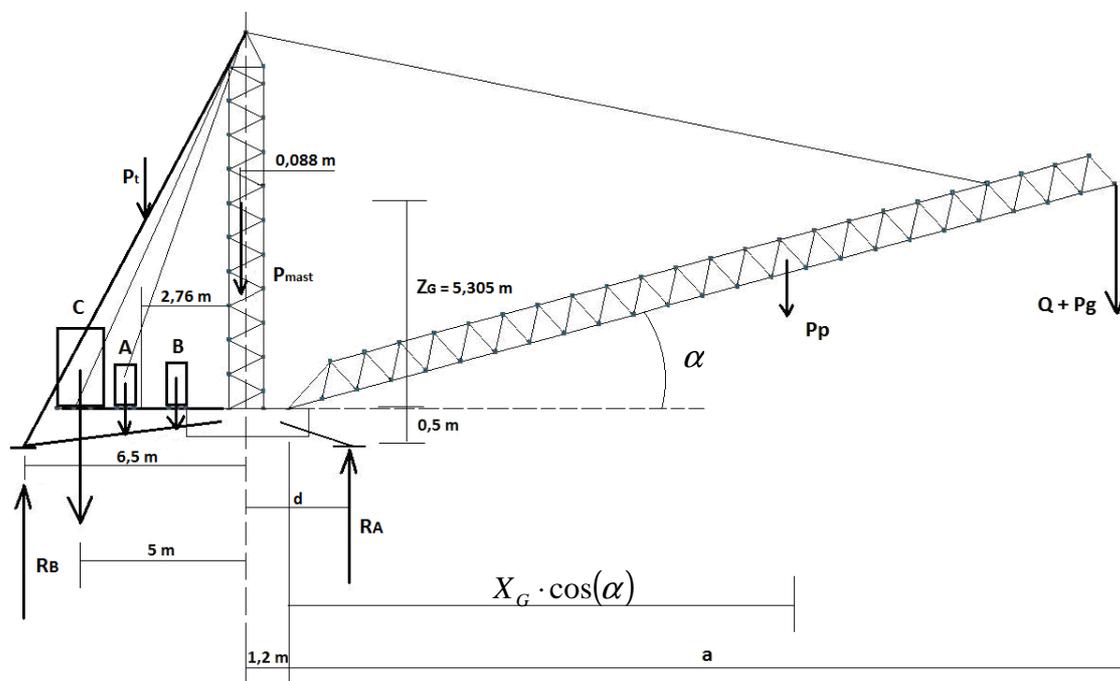
Con este estudio decidiremos la longitud de las patas delanteras, y veremos para qué par de patas es necesario hacer un anclaje al suelo.

Después calcularemos el perfil de las patas y el empotramiento de estas al suelo mediante tornillos para la posición en la que la pluma se encuentra alineada con éstas ya que es la más desfavorable.

Pero antes de nada estudiaremos el efecto del latigazo producido en la pluma cuando sobre ella incide el viento hasta levantarla y al cesar ésta cae produciéndose tensiones que hay que evitar.

Además definiremos la posición óptima en la que deberemos dejar la grúa en caso de producirse vientos de tempestad y por lo tanto el aparato esté fuera de servicio.

A continuación podemos ver todas las variables con las que vamos a trabajar:



Donde:

Las patas forman dos diagonales a 45° .

R_A es la reacción total de las patas delanteras.



R_B es la reacción total de las patas traseras.

Q es la carga de servicio máxima.

P_g es el peso del aparejo más el gancho.

P_p es el peso propio de la pluma.

X_G es la distancia en la dirección del suelo a la que se encuentra el centro de gravedad de la pluma con respecto a su sistema de referencia particular. Para considerar el sistema de coordenadas en el eje central de la grúa hay que sumarle 1,2 metros. Por su parte $X_G = 12,35$ m.

α es la inclinación de la pluma para cada instante. En función del alcance se puede expresar como $\arccos\left(\frac{a}{24,88}\right)$ siendo 24,88 la longitud de la pluma. El alcance se empieza a contar desde donde se aprecia en la imagen.

P_{mast} es el peso del mástil aplicado en su centro de gravedad.

0,088 metros es la distancia en el eje horizontal del centro de gravedad del mástil al eje central de giro.

P_t es el peso de los tirantes auxiliares.

A es el equipo de abatimiento incluyendo, reductor, tambor y cable arrollado. Situado a 3,5 metros del eje central de giro.

B es el equipo de elevación incluyendo el reductor, el tambor y el cable arrollado y situado, como ya dijimos, a 2 metros del eje central de giro.

C es la masa del contrapeso y esta situada a 5 metros del eje central de la grúa.

P_{parr} es el peso de la parrilla de motores y contrapeso que tiene su centro de gravedad a 3,26 m del eje central de giro.

d es la distancia entre la reacción de las patas delanteras con el suelo y el eje central de la grúa.

Las patas traseras en principio llegan hasta el punto de apoyo de los tirantes con el suelo que ya definimos en el diseño del mástil, es decir, hasta 6,5 metros por detrás del eje central del aparato.

1.12.1 COMPROBACIÓN DE LA ESTABILIDAD DE LA PLUMA

Este estudio consistirá en comprobar si el viento es capaz de levantar la pluma, es decir, si el momento del viento generado sobre la pluma vence al momento del peso propio de la pluma más el del conjunto gancho aparejo.

En el caso de que el viento venza a la pluma tendremos que tomar soluciones ya que es inadmisibles que la pluma pueda llegar a ser levantada. Esto provocaría falta de tensión en el cable de abatimiento y por lo tanto posibles problemas de arrollamiento de dicho cable. Cuando este viento cesase dejaría caer la pluma produciéndose tensiones muy altas e incluso el vuelco de la grúa o la rotura del cable.

La posible solución para evitar esa situación sería, bien redimensionar la pluma y el conjunto del gancho para que fueran más pesados de manera que venciesen al momento del viento, o bien, si dicha situación se da para el viento fuera de servicio, colocaríamos



una peso colgado a modo de carga de servicio. Esta carga suele ser de acero o plomo para poder ser de reducidas dimensiones y que el viento no haga ningún efecto sobre ella.

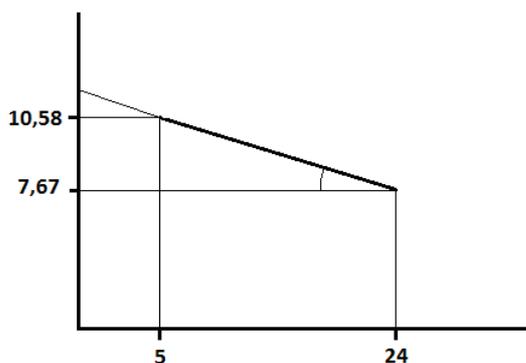
-Para viento de servicio:

Lo primero que haremos será calcular la fuerza resultante del viento en dirección horizontal y vertical en función del alcance. Como no podemos hallar la variación del área proyectada en los planos perpendiculares a las direcciones del viento en función del alcance, haremos una aproximación. Conociendo el área frontal y plantar de la pluma en las posiciones de máximo y mínimo alcance consideraremos que el área varía con el alcance de manera lineal.

Para el área frontal:

Alzado máximo alcance; $A_1 \approx 7,67 \text{ m}^2$

Alzado mínimo alcance; $A_2 \approx 10,58 \text{ m}^2$



$$A(a) = m \cdot a + b$$

$$m = \left(\frac{10,58 - 7,67}{5 - 24} \right) = -0,153$$

$$b = (0 - 5) \cdot m + 10,58 = 11,345$$

$$A(a) = 11,345 - 0,153 \cdot a$$

Podemos definir ya la fuerza del viento frontal en función del alcance:

$$F_{p1} = 0,8 \cdot (11,345 - 0,153 \cdot a) \cdot 250 / 9,81$$

Lo mismo haremos para el viento que incide verticalmente. Tenemos todos los datos de áreas en los alcance extremos por lo que siguiendo el mismo cálculo que en el caso del área frontal obtenemos:

Planta máximo alcance; $A_3 \approx 10,38 \text{ m}^2$

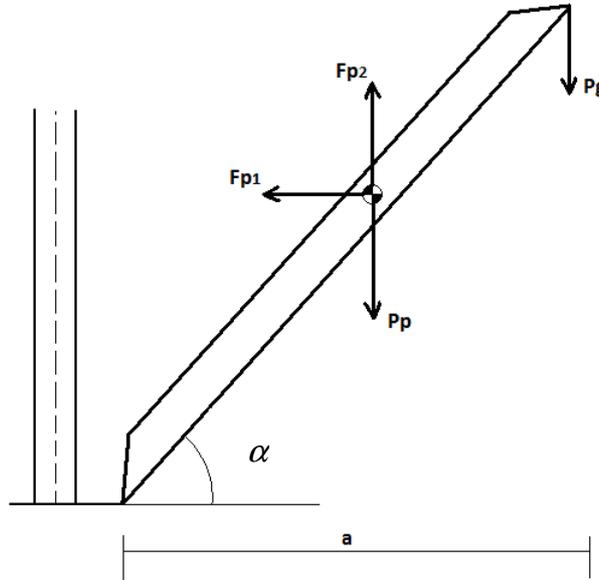
Planta mínimo alcance; $A_4 \approx 7,70 \text{ m}^2$

$$A(a) = 6,995 + 0,141 \cdot a$$

Por lo que la fuerza del viento vertical sobre la pluma en función del alcance será:

$$F_{p2} = 0,8 \cdot (6,995 + 0,141 \cdot a) \cdot 250 / 9,81$$

Tenemos entonces la siguiente situación si consideramos que las fuerzas resultantes del viento se aplican en el centro de gravedad de la pluma y que actúan de la manera más desfavorable, es decir, vertical hacia arriba y horizontal hacia atrás:



El momento del viento que tenderá a levantar la pluma en función del ángulo α será:

$$M_{viento}(\alpha) = F_{p1} \cdot 12,35 \cdot \text{sen}(\alpha) + F_{p2} \cdot 12,35 \cdot \text{cos}(\alpha)$$

El momento en la pluma debido a los pesos propios en función del ángulo α será aquel en el que el cable de abatimiento, el que sostiene la pluma, no actúa:

$$M_{pp}(\alpha) = P_p \cdot 12,35 \cdot \text{cos}(\alpha) + P_g \cdot a$$

Donde:

12,35 m es la distancia desde el punto de anclaje al centro de gravedad de la pluma.

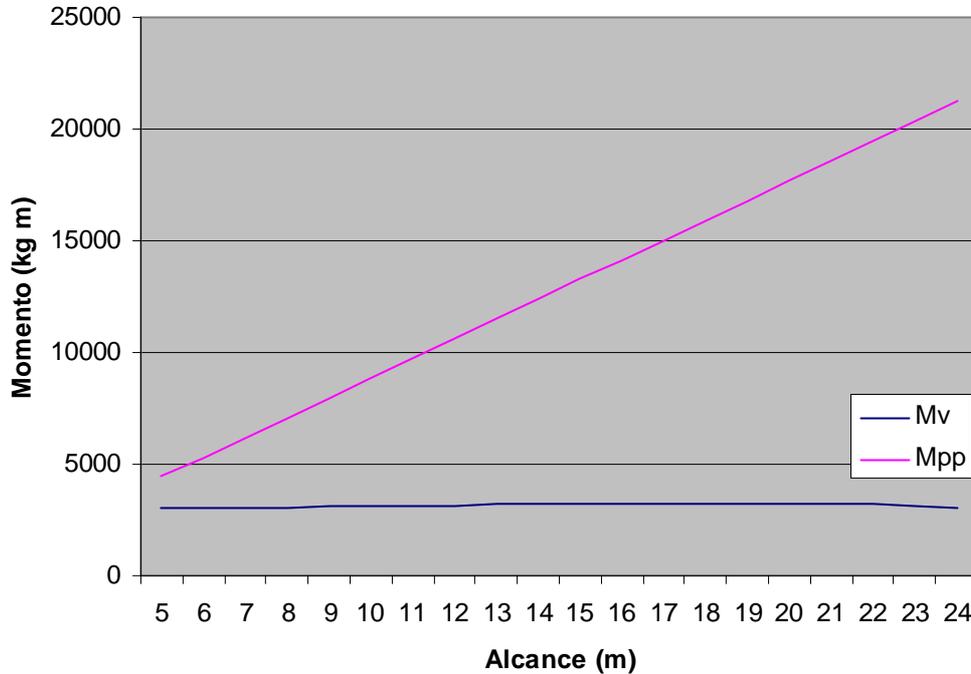
Hay que decir que el momento del viento va a quedar un valor prácticamente constante debido a que conforme disminuye el alcance, lo hace el área proyectada frontal de la pluma y aumenta el área horizontal proyectada. El resultado nos dará una curva ligeramente creciente con el alcance.

Para que las dos últimas expresiones queden en función del alcance solamente habría que aplicar que $\alpha = \arccos(a / 24,88)$.

La pluma será estable si el momento debido a los pesos propios es mayor al momento del viento que tiende a levantar la pluma.

Representamos gráficamente ambas funciones.

Momento resultante - Alcance (Viento de servicio)



Como podemos observar, el momento del viento sobre la pluma en ningún momento es superior al momento debido a su peso propio por lo que no se levantará la pluma en ningún momento a pesar de no tener carga de servicio.

-Para viento fuera de servicio:

Procedemos de igual manera que en caso anterior.

La fuerza resultante del viento sobre la pluma será, en dirección horizontal y vertical:

$$F'_{p1} = 0,8 \cdot (11,345 - 0,153 \cdot a) \cdot 1619,26 / 9,81$$

$$F'_{p2} = 0,8 \cdot (6,995 + 0,141 \cdot a) \cdot 1619,26 / 9,81$$

El momento del viento que tenderá a levantar la pluma en función del ángulo α será:

$$M_{viento}(\alpha) = F'_{p1} \cdot 12,35 \cdot \text{sen}(\alpha) + F'_{p2} \cdot 12,35 \cdot \text{cos}(\alpha)$$

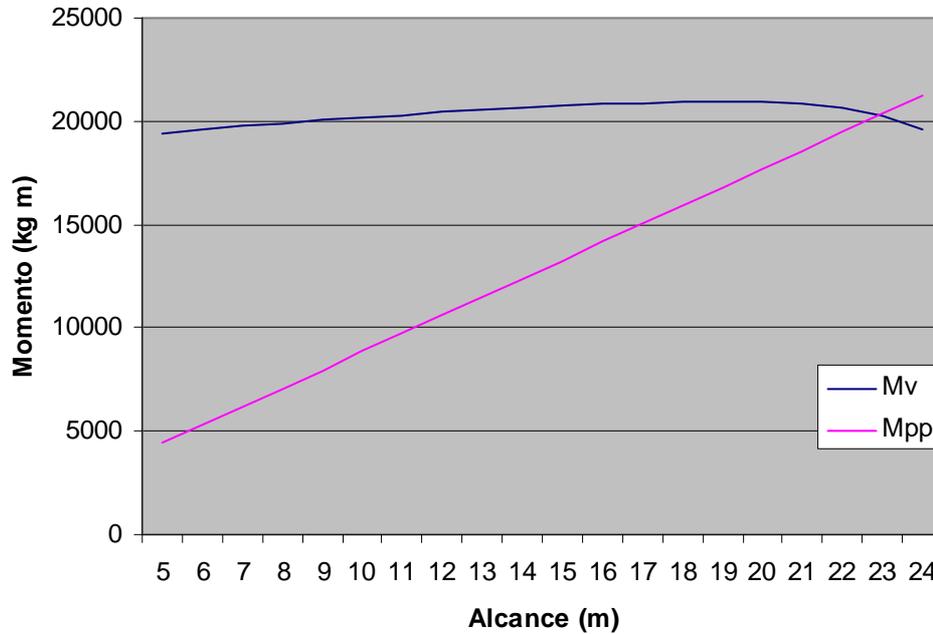
El momento en la pluma debido a los pesos propios en función del ángulo α será:

$$M_{pp}(\alpha) = P_p \cdot 12,35 \cdot \text{cos}(\alpha) + P_g \cdot a$$



Representamos gráficamente ambas funciones para un intervalo de alcance de 5 a 24 m:

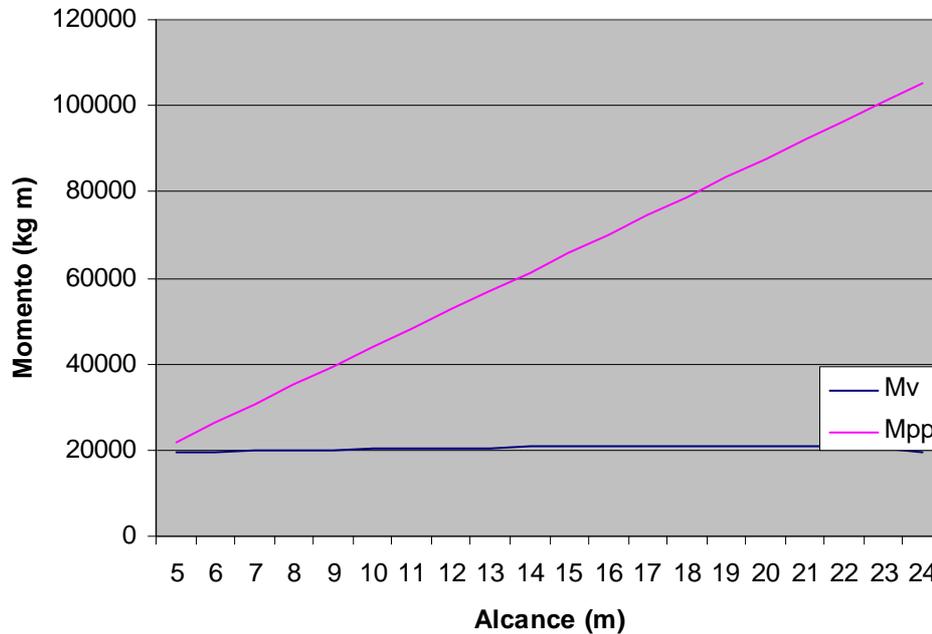
**Momento resultante - Alcance
(Viento fuera de servicio)**



Como vemos, el momento más desfavorable que podría llegar a producir el viento de fuera de servicio para casi todos los puntos del alcance es superior al momento del peso propio de la pluma por lo que la pluma se levantaría. Por esto es por lo que vamos a calcular la masa necesaria que tendrá que colgar de la punta de la pluma para que no se produzca este efecto tan peligroso.

Probamos con una masa de 3200 kg y vemos si cumple:

Momento resultante - Alcance (Viento fuera de servicio)



Ahora vemos cómo sí que vence el momento del peso propio al del viento por lo que ya hemos solucionado el problema.

La masa que hemos decidido colocar para esta situación deberá ser cilíndrica y lo más pequeña posible para que su superficie al viento sea baja. Por eso hemos decidido que la masa sea de acero cuya densidad es de 7850 kg/m^3 .

Las dimensiones serán: $D = 0,588 \text{ m}$ y $L = 1,50 \text{ m}$

de manera que:
$$\frac{D^2}{4} \cdot \pi \cdot L \cdot 7850 = 3200 \text{ kg}$$

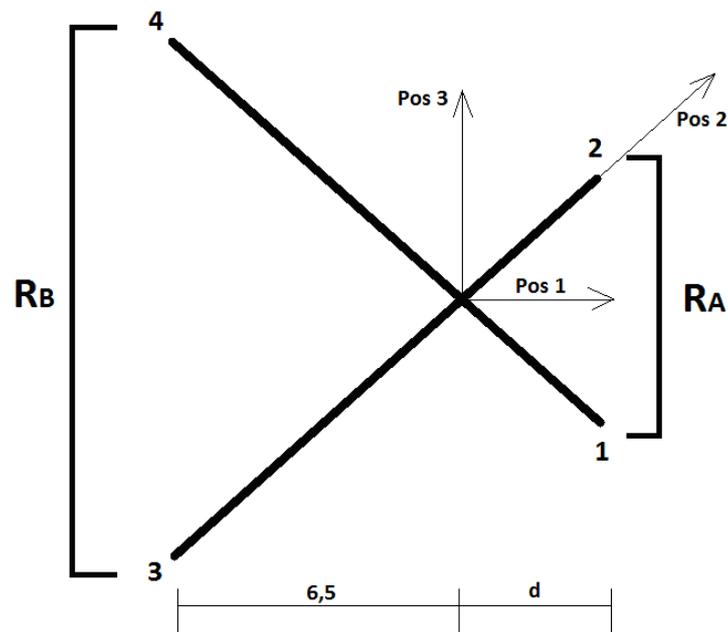
Esta carga se subirá a la azotea de trabajo en el momento en que se termine de montar la grúa. Además, cuando se den las condiciones de viento de tempestad se colocará rápidamente la grúa en una posición de alcance intermedio donde la pluma es más estable ya que el momento del peso propio es mucho mayor al del viento. Más adelante, tras el estudio de la estabilidad de la grúa veremos cuál será la posición óptima de parque de la grúa.

Como esta masa auxiliar que hemos diseñado colgará a la altura del suelo, el incremento del momento del viento por el viento que incide sobre la carga es despreciable, y es que además de que la fuerza que sobre la carga ejerce el viento es pequeña, la resultante horizontal de dicha fuerza pasa muy cerca del punto de anclaje de la pluma a su base por lo que no generaría momento. Por otra parte el viento que pudiera incidir desde abajo los despreciamos ya que la carga se encuentra cubierta por el suelo.

En conclusión: La pluma es perfectamente estable y no es levantada por el viento para cualquier situación de condiciones de servicio, mientras que para las condiciones de viento de tempestad la pluma necesita de una masa auxiliar de 3200 kg para que no sea levantada por el viento. En dichas condiciones parece que la posición óptima para la estabilidad de la pluma es la de máximo alcance, sin embargo, no sabemos si será lo mejor para la estabilidad del aparato al completo. Más adelante estudiaremos la posición más adecuada en la que debe dejarse la grúa en caso de producirse viento de tempestad.

1.12.2 ESTABILIDAD DE LA GRÚA

Antes de nada vamos a definir la base de nuestra grúa y sus parámetros:



A continuación estudiaremos cuatro casos críticos para la posición 1 de manera que en la posición 2 y en cualquiera intermedia entre ambas la situación será menos crítica ya que el momento de reacción máximo en la base podría ser aún mayor debido a que la distancia entre los apoyos y el centro aumenta.

Más tarde estudiaremos la estabilidad de la grúa para la posición 3 y el caso más desfavorable de los cuatro una vez que hayamos definido la longitud de las patas delanteras y los empotramientos que son necesarios.

También analizaremos la magnitud de los efectos horizontales más desfavorables.

1.12.2.1 Casos críticos de vuelco

I. Momento de vuelco máximo hacia adelante con viento de servicio:

Convenio de signos:



La peor situación será la de máxima carga de servicio, máximo alcance, viento horizontal incidente desde atrás y viento vertical incidente desde arriba aplicado al mástil, a la pluma, a la carga y a los tirantes. El viento vertical sobre el mástil lo despreciamos.

Podemos deducir que el viento vertical hacia abajo sobre los tirantes reducirá el momento de vuelco con respecto al eje central y también aumentará la fuerza normal máxima en los apoyos de las patas delanteras de manera que el momento de reacción máximo también aumente.

Otra manera de verlo es que esta fuerza produce un momento de vuelco hacia atrás con respecto al apoyo de las patas en el suelo y por lo tanto colabora en el vuelco del aparato.

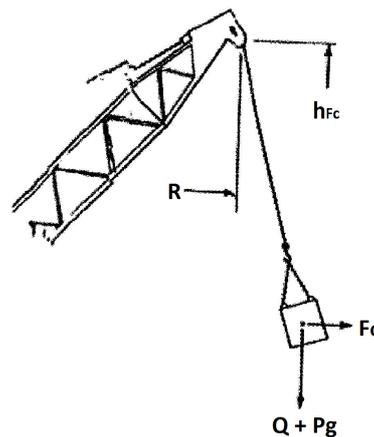
Como veremos, en el caso II pasará justo lo contrario.

Importante recordar que hay que aplicar los correspondientes coeficientes de mayoración que indica la norma FEM 1001, es decir, para nuestro caso:

$$\gamma_c = 1,05$$

$$\psi = 1,135$$

Fuerza centrífuga de la carga



Antes de calcular el momento de vuelco vamos a calcular el importante efecto de la fuerza centrífuga de la carga. El hecho de que la carga se mueva de manera circular hace que aparezca una fuerza centrífuga que habrá que considerar en este caso crítico ya que lo hace aún más desfavorable.

Su valor será:



$$F_c = (Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c \cdot R \cdot w^2$$

Donde:

R es el radio de giro de la carga. En este caso 24 metros.

w es la velocidad angular de giro.

$$F_c = (8 \times 1,135 + 0,287) \cdot 1,05 \times 24 \cdot \left(\frac{0,694 \times 2 \cdot \pi}{60} \right)^2 = 1,25 \text{ kN} = 127,42 \text{ kg}$$

La distancia con respecto a los apoyos al suelo será:

$$h_{F_c} = L_p \cdot \text{sen}(\alpha) - 2 + 0,5$$

Donde:

L_p es la longitud de la pluma.

$\alpha = 15,28^\circ$ para la posición de máximo alcance.

Entonces:

$$M_v = M_{cargas} + M_{viento}$$

$$M_{cargas} = \left[-F_c \cdot h_{F_c} - (Q \cdot \psi + P_g) \cdot (a + 1,2) - P_p \cdot (12,35 \cdot \cos(\alpha) + 1,2) + P_{mast} \cdot 0,088 + P_{parr} \cdot 3,26 + P_t \cdot \frac{6,5}{2} + B \cdot 2 + A \cdot 3,5 + C \cdot 5 \right] \cdot \gamma_c$$

$$M_{viento} = -F_{p1(a=24)} \cdot h_{p1} - F_{m1} \cdot h_m - F_{c1} \cdot h_{c1} - F_{T1} \cdot h_{T1} - F_{p2(a=24)} \cdot h_{p2} - F_{c2} \cdot h_{c2} + F_{T2} \cdot h_{T2}$$

*En los siguientes casos simplificaremos la notación de la siguiente manera:

$$\left. \begin{matrix} F_{p1(a=24)} \\ F_{p1(a=5)} \end{matrix} \right\} F_{p1} \quad \left. \begin{matrix} F_{p2(a=24)} \\ F_{p2(a=5)} \end{matrix} \right\} F_{p2} \quad \text{Según el caso sabremos de qué alcance hablamos.}$$

Para la peor situación tenemos:

$$a = 24 \text{ m}$$

$$\alpha = 15,28^\circ$$

Si calculamos el momento de vuelco resultante con los datos de pesos propios que ya conocemos obtenemos que es negativo:

$$M_v = M_{cargas} + M_{viento} = -143,47 - 12,01 = -155,48 \text{ t} \cdot \text{m} \quad \curvearrowright$$



El momento de reacción máximo en las patas delanteras si no estuvieran ancladas al suelo las traseras, sería el de vuelco inminente, es decir, aquel en el que las patas traseras perdieran el contacto con el suelo.

$$M_{R_{\max}} = R_{A_{\max}} \cdot d = (Q + P_g + P_P + P_{mast} + P_{parr} + P_T + A + B + C + F_{p2} + F_{c2} + F_{T2}) \cdot d$$

Donde d es la distancia en el eje x del punto de apoyo de las patas traseras con respecto al eje central de giro.

Para esta situación entonces:

$$M_{R_{\max}} = 34,60 \cdot d \text{ t} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

Si la distancia d no fuera lo suficiente mente grande, es decir, si las patas delanteras no fueran suficientemente largas, el momento de vuelco ganaría al momento máximo de reacción, por lo que las patas traseras tendrían que estar ancladas al suelo de manera que ejerciesen una reacción hacia debajo para que aumentaran el momento de reacción hasta igualarlo con el de vuelco habiendo así un equilibrio de momentos.

A priori parece que va a ser necesario hacer dicho anclaje puesto que de otra manera las patas delanteras tendrían que ser muy largas y por lo tanto la reacción en el apoyo de las patas traseras vertical hacia abajo por lo que se necesitará anclar las patas traseras. Para que esto ocurra la distancia d ha de ser menor que $\frac{155,48}{34,60} = 4,49 \text{ m}$.

Para el equilibrio de fuerzas la suma de las reacciones en las cuatro patas será igual a la suma de todos los pesos propios y las fuerzas verticales del viento. Entonces, considerando que las patas delanteras no van a ser tan grandes como para que no haga falta el anclaje de las patas traseras:

$$-\vec{M}_v = \vec{M}_R = -\vec{R}_B \cdot 6,5 + \vec{R}_A \cdot d = 155,48 \text{ t} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

$$\vec{R}_A + \vec{R}_B = \vec{R}_v = (Q + P_g + P_P + P_{mast} + P_{parr} + P_T + A + B + C + F_{p2} + F_{c2} + F_{T2}) = 34,60 \text{ t}$$

Donde:

6,5 metros la distancia entre la reacción de las patas traseras con el suelo y el eje central de la grúa.

\vec{R}_v es el vector resultante de fuerza de reacción cuyo módulo es igual al sumatorio de todos los esfuerzos verticales que soporta la grúa.

Si despejamos R_1 y R_2 obtenemos en función de d el valor de las reacciones en los apoyos para esta situación extrema.

$$\vec{R}_B(d) = \frac{\vec{R}_v \cdot d - \vec{M}_R}{6,5 + d} = \frac{34,60 \cdot d - 155,48}{6,5 + d}$$



$$\vec{R}_A(d) = \vec{R}_v - \frac{\vec{R}_v \cdot d - \vec{M}_R}{6,5 + d} = 34,60 - \frac{34,60 \cdot d - 155,48}{6,5 + d}$$

La igualdad expresada hace referencia a los dos apoyos traseros y los dos delanteros, puesto que tenemos cuatro patas, por lo que cuando queramos conocer la reacción en un apoyo lo dividiremos entre dos ya que las patas son simétricas. Lo mismo ocurrirá en el siguiente caso con los apoyos delanteros.

II. Momento máximo de vuelco hacia atrás con viento de servicio:

Lo primero que hay que decir es que únicamente por los pesos propios de la grúa, ésta jamás podría volcar hacia atrás debido a que el apoyo de las patas traseras siempre está más retrasado que las líneas de acción de los pesos propios. Sin embargo, cuando el viento entra en escena todo es posible, por lo que habrá que analizar su efecto.

La peor situación será aquella en la que no se tenga carga de servicio, mínimo alcance, viento horizontal incidente desde delante y viento vertical incidente hacia arriba aplicado al mástil, a la pluma y a los tirantes. El viento vertical sobre el mástil lo despreciamos.

Podemos deducir que el viento vertical hacia arriba sobre los tirantes reducirá el momento de vuelco con respecto al eje central pero también disminuirá la fuerza normal máxima en los apoyos de las patas traseras de manera que el momento de reacción máximo también disminuya. Al estar más distanciado el apoyo de las patas con respecto al centro que la línea de acción de la fuerza del viento sobre los tirantes podemos asegurar que la presencia de este viento disminuirá más el momento de reacción máximo que el de vuelco por lo que su presencia hace la situación más desfavorable.

Otra manera de verlo es que esta fuerza produce un momento de vuelco hacia atrás con respecto al apoyo de las patas en el suelo y por lo tanto colabora en el vuelco del aparato.

El momento máximo de vuelco hacia atrás podría ser sin carga de servicio, que reduce el par de vuelco hacia atrás, y por lo tanto sin carga por viento sobre la carga, que aumenta el par de vuelco hacia atrás o bien con carga de servicio y con viento. Sin embargo, es obvio que el efecto de la presencia de la carga de servicio reduce mucho el momento de vuelco hacia atrás a pesar de no considerar el viento sobre ella. Por lo tanto:

$$M_v = M_{cargas} + M_{viento}$$

$$M_{cargas} = \left[-P_g \cdot (a + 1,2) - P_p \cdot (12,35 \cdot \cos(\alpha) + 1,2) + P_{mast} \cdot 0,088 + P_{parr} \cdot 3,26 + P_t \cdot \frac{6,5}{2} + B \cdot 2 + A \cdot 3,5 + C \cdot 5 \right] \cdot \gamma_c$$

$$M_{viento} = F_{p1} \cdot h_{p1} + F_{m1} \cdot h_m + F_{T1} \cdot h_{T1} + F_{p2} \cdot h_{p2} - F_{T2} \cdot h_{T2}$$



Para la peor situación tenemos:

$$a = 5 \text{ m}$$

$$\alpha = 78,41^\circ$$

Si calculamos el momento de vuelco resultante con los datos de pesos propios que ya conocemos obtenemos que es positivo:

$$M_v = M_{cargas} + M_{viento} = 115,10 + 4,23 = 119,33 \text{ t} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

El momento de reacción máximo en las patas si no estuvieran ancladas al suelo sería el de vuelco inminente, es decir, aquel en el que las patas traseras perdieran el contacto con el suelo.

$$M_{R_{\max}} = -R_{B_{\max}} \cdot 6,5 = -(P_g + P_P + P_{mast} + P_T + P_{parr} + A + B + C - F_{p2} - F_{T2}) \cdot 6,5$$

Siendo 6,5 metros la distancia entre la reacción de las patas traseras con el suelo y el eje central de la grúa.

Para esta situación tenemos entonces:

$$M_{R_{\max}} = -167,96 \text{ t} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

Visto que el momento de reacción en las patas para la situación de vuelco inminente hacia atrás, es decir, el momento de reacción máximo, es mayor que el momento de vuelco para esta situación crítica, descubrimos que la grúa es estable y no necesita anclar los apoyos de las patas delanteras de momento. De hecho, vemos que las patas delanteras sufrirán, para esta situación, una reacción por parte del suelo, perpendicular a éste y hacia arriba de manera que el momento de reacción se iguale al de vuelco y se logre el equilibrio.

Como también tiene que haber un equilibrio de fuerzas tenemos:

$$-\vec{M}_v = \vec{M}_R = -\vec{R}_B \cdot 6,5 + \vec{R}_A \cdot d = -119,33 \text{ t} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

$$\vec{R}_A + \vec{R}_B = \vec{R}_v = (P_g + P_P + P_{mast} + P_{parr} + P_T + A + B + C - F_{p2} - F_{T2}) = 25,84 \text{ t}$$

Si despejamos R_1 y R_2 obtenemos en función de d el valor de las reacciones en los apoyos para esta situación extrema.

$$\vec{R}_B(d) = \frac{\vec{R}_v \cdot d - \vec{M}_R}{6,5 + d} = \frac{25,84 \cdot d + 119,33}{6,5 + d}$$

$$\vec{R}_A(d) = \vec{R}_v - \frac{\vec{R}_v \cdot d - \vec{M}_R}{6,5 + d} = 25,84 - \frac{25,84 \cdot d + 119,33}{6,5 + d}$$



La igualdad expresada hace referencia a los dos apoyos traseros y los dos delanteros, puesto que tenemos cuatro patas, por lo que cuando queramos conocer la reacción en un apoyo lo dividiremos entre dos ya que las patas son simétricas.

En este segundo caso nos saldrá que no es necesario empotrar las patas delanteras porque los 6,5 metros que hay entre el apoyo de las patas traseras y el eje central parece una distancia suficiente para asegurar la estabilidad de la grúa en este lado.

III. Máximo momento de vuelco hacia delante con viento fuera de servicio.

Convenio de signos:



En este caso recordamos que tendremos una carga denominada auxiliar en la punta de la pluma como una carga de servicio la cual garantiza que el viento no levante la pluma.

La peor situación será la de máximo alcance, viento horizontal incidente desde atrás y viento vertical incidente desde arriba aplicado al mástil, a la pluma, a los tirantes y a la carga auxiliar. El viento vertical sobre el mástil y el horizontal sobre la carga auxiliar lo despreciamos por su pequeño efecto.

El efecto del viento vertical sobre los tirantes en este caso reduce el momento de vuelco hacia adelante y aumenta la reacción en las patas delanteras.

$$M_v = M_{cargas} + M_{viento}$$

$$M_{cargas} = \left[- (Q_{aux} + P_g) \cdot (a + 1,2) - P_p \cdot (12,35 \cdot \cos(\alpha) + 1,2) + P_{mast} \cdot 0,088 + P_{parr} \cdot 3,26 + P_t \cdot \frac{6,5}{2} + B \cdot 2 + A \cdot 3,5 + C \cdot 5 \right] \cdot \gamma_c$$

$$M_{viento} = -F'_{p1} \cdot h_{p1} - F'_{m1} \cdot h_m - F'_{T1} \cdot h_{T1} - F'_{p2} \cdot h_{p2} + F'_{T2} \cdot h_{T2} - F'_{c2} \cdot h_{c2}$$

Para la peor situación tenemos:

$$a = 24 \text{ m}$$

$$\alpha = 15,28^\circ$$

No consideramos el efecto del viento horizontal F'_{c1} sobre la carga auxiliar Q_{aux} puesto que, como dijimos en el cálculo de la estabilidad de la pluma, esta carga se situará a la altura del suelo en el que se asienta la grúa de manera que la fuerza resultante del viento pase muy cerca de la base por lo que el momento que genera será despreciable.

El valor de la resultante de fuerzas del viento vertical aplicado sobre la carga auxiliar lo calculamos ahora que conocemos el área de dicha carga:



$$F'_{c2} = 2,4 \times A_2 \times 1619,26 / 9,81 = 2,4 \times \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot 1619,26 / 9,81 = 763,06 \text{ kg}$$

Si calculamos el momento de vuelco resultante con los datos de pesos propios que ya conocemos obtenemos que es negativo:

$$M_v = M_{cargas} + M_{viento} = 12,79 - 29,78 = -16,99 \text{ t} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

El momento de reacción máximo en las patas delanteras si no estuvieran ancladas al suelo las traseras, sería el de vuelco inminente, es decir, aquel en el que las patas traseras perdieran el contacto con el suelo.

$$M_{Rmax} = R_{Amax} \cdot d = (Q_{aux} + P_g + P_P + P_{mast} + P_{parr} + P_T + A + B + C + F'_{p2} + F'_{c2} + F'_{T2}) \cdot d$$

Donde d es la distancia en el eje x del punto de apoyo de las patas traseras con respecto al eje central de giro.

Para esta situación entonces:

$$M_{Rmax} = 31,14 \cdot d \text{ t} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

En este caso ocurre algo parecido al caso I, dependiendo de la longitud de las patas delanteras podremos vencer el momento de vuelco sin necesidad de empotrar las patas traseras. No sería una longitud de patas muy grande para vencer dicho momento de vuelco, de hecho, con una distancia d menor de un metro se podría vencer. Estamos por tanto ante un caso igual al caso I pero mucho menos exigente, menos crítico.

La distancia d no va a ser menor a un metro porque en situaciones como el caso I haría trabajar muchísimo a los empotramientos de las patas traseras. Por esto es por lo que podemos afirmar que la reacción en las patas traseras en este caso va a ser vertical y hacia arriba. Sería hacia abajo si la distancia d fuera menor a $\frac{16,99}{31,14} = 0,55$ metros.

Para el equilibrio de fuerzas, la suma de las reacciones en las cuatro patas será igual a la suma de todos los pesos propios y las fuerzas verticales del viento. Entonces, considerando que la distancia d es mayor a 0,55 metros:

$$-\vec{M}_v = \vec{M}_R = \vec{R}_A \cdot d - \vec{R}_B \cdot 6,5 = 16,99 \text{ t} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

$$\vec{R}_A + \vec{R}_B = \vec{R}_v = Q_{aux} + P_g + P_P + P_{mast} + P_{parr} + P_T + A + B + C + F'_{p2} + F'_{c2} + F'_{T2} = 31,14 \text{ t}$$

Si despejamos \vec{R}_A y \vec{R}_B obtenemos en función de d el valor de las reacciones en los apoyos para esta situación extrema.



$$\bar{R}_B(d) = \frac{\bar{R}_v \cdot d - \bar{M}_R}{6,5 + d} = \frac{31,14 \cdot d - 16,99}{6,5 + d}$$

$$\bar{R}_A(d) = \bar{R}_v - \frac{\bar{R}_v \cdot d - \bar{M}_R}{6,5 + d} = 31,14 - \frac{31,14 \cdot d - 16,99}{6,5 + d}$$

IV. Máximo momento de vuelco hacia atrás con viento fuera de servicio.

La peor situación se dará para la posición de mínimo alcance, sin carga de servicio pero con la auxiliar obligatoria en estas condiciones, con viento horizontal incidente hacia atrás y viento vertical incidente hacia arriba aplicado al mástil, a la pluma y a los tirantes. El viento horizontal sobre la carga auxiliar lo despreciamos por los mismos motivos que en el caso anterior así como el viento en sentido vertical para el mástil. El viento vertical en la carga auxiliar también lo despreciamos porque la carga se encuentra a la altura del suelo sobre el que se apoya la grúa por lo que podemos considerar que la carga esta protegida del viento inferior.

En este caso el viento vertical sobre los tirantes hacen un momento contrario al vuelco hacia atrás y reduce la reacción de las patas traseras en el suelo y por lo tanto el momento de reacción en la base. Ocurre exactamente lo mismo que en el caso II.

$$M_v = M_{cargas} + M_{viento}$$

$$M_{cargas} = \left[-(Q_{aux} + P_g) \cdot (a + 1,2) - P_p \cdot (12,35 \cdot \cos(\alpha) + 1,2) + P_{mast} \cdot 0,088 + P_{parr} \cdot 3,26 + P_t \cdot \frac{6,5}{2} + B \cdot 2 + A \cdot 3,5 + C \cdot 5 \right] \cdot \gamma_c$$

$$M_{viento} = F'_{p1} \cdot h_{p1} + F'_{m1} \cdot h_m + F'_{T1} \cdot h_{T1} + F'_{p2} \cdot h_{p2} - F'_{T2} \cdot h_{T2}$$

Para la peor situación tenemos:

$$a = 5 \text{ m}$$

$$\alpha = 78,41^\circ$$

Si calculamos el momento de vuelco resultante con los datos de pesos propios que ya conocemos obtenemos que es positivo:

$$M_v = M_{cargas} + M_{viento} = 94,27 + 27,39 = 121,66 \text{ t} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

El momento de reacción máximo en las patas traseras si no estuvieran ancladas al suelo las delanteras, sería el de vuelco inminente, es decir, aquel en el que las patas delanteras perdieran el contacto con el suelo.

$$M_{R \max} = R_{B \max} \cdot 6,5 = (Q_{aux} + P_g + P_p + P_{mast} + P_{parr} + P_T + A + B + C - F'_{p2} - F'_{T2}) \cdot 6,5$$

$$M_{R \max} = -180,84 \text{ t} \cdot \text{m} \curvearrowleft$$



Dado que el momento máximo que se podría producir en la base es mayor que el momento máximo de vuelco en esta situación, podemos afirmar que en los apoyos de las patas delanteras aparecen reacciones verticales hacia arriba de manera que generen un momento de sentido contrario al de las reacciones de las patas traseras para así llegar a un momento igual al de vuelco. Podemos concluir que no es necesario poner un anclaje a las patas delanteras ya que para ninguna situación crítica el momento de vuelco ha vencido al de vuelco hacia atrás inminente. Si fuera menor sería necesaria una reacción que aumentara el momento en la base, por lo tanto hacia abajo y esto significaría empotrar los apoyos delanteros.

Haciendo un equilibrio de momentos y de fuerzas tenemos:

$$-\vec{M}_v = \vec{M}_R = -\vec{R}_B \cdot 6,5 + \vec{R}_A \cdot d = -121,66 \text{ t} \cdot \text{m} \quad \text{C}$$

$$\vec{R}_A + \vec{R}_B = \vec{R}_v = (Q_{aux} + P_g + P_P + P_{mast} + P_{parr} + P_T + A + B + C - F'_{p2} - F'_{T2}) = 27,82 \text{ t}$$

Si despejamos \vec{R}_A y \vec{R}_B obtenemos en función de d el valor de las reacciones en los apoyos para esta situación extrema.

$$\vec{R}_B(d) = \frac{\vec{R}_v \cdot d - \vec{M}_R}{6,5 + d} = \frac{27,82 \cdot d + 121,66}{6,5 + d}$$

$$\vec{R}_A(d) = \vec{R}_v - \frac{\vec{R}_v \cdot d - \vec{M}_R}{6,5 + d} = 27,82 - \frac{27,82 \cdot d + 121,66}{6,5 + d}$$

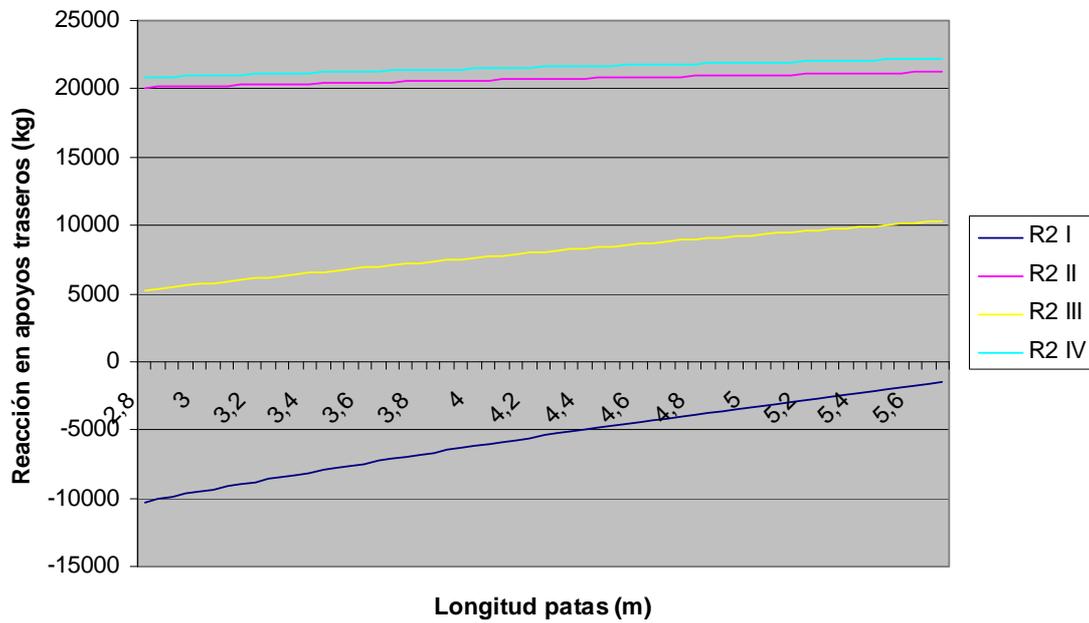
Vamos a presentar de manera gráfica las reacciones en los apoyos de las cuatro patas en el suelo en función de la longitud de las patas delanteras, y es que la de las patas traseras ya sabemos que se prolongan hasta 6,5 metros por detrás del eje central.

Como dijimos, hay que evitar valores de d inferiores a 0,55 metros y mayores a 4,49 metros que implicarían dimensiones demasiado pequeñas o grandes de las patas las cuales no serían razonables.

Entonces, para un intervalo de 2,8 a 5,7 metros de longitud de las patas delanteras, que corresponden a valores de d entre 1,98 y 4,03 metros, tenemos la siguiente variación de las reacciones en las patas traseras para los cuatro casos estudiados más críticos:

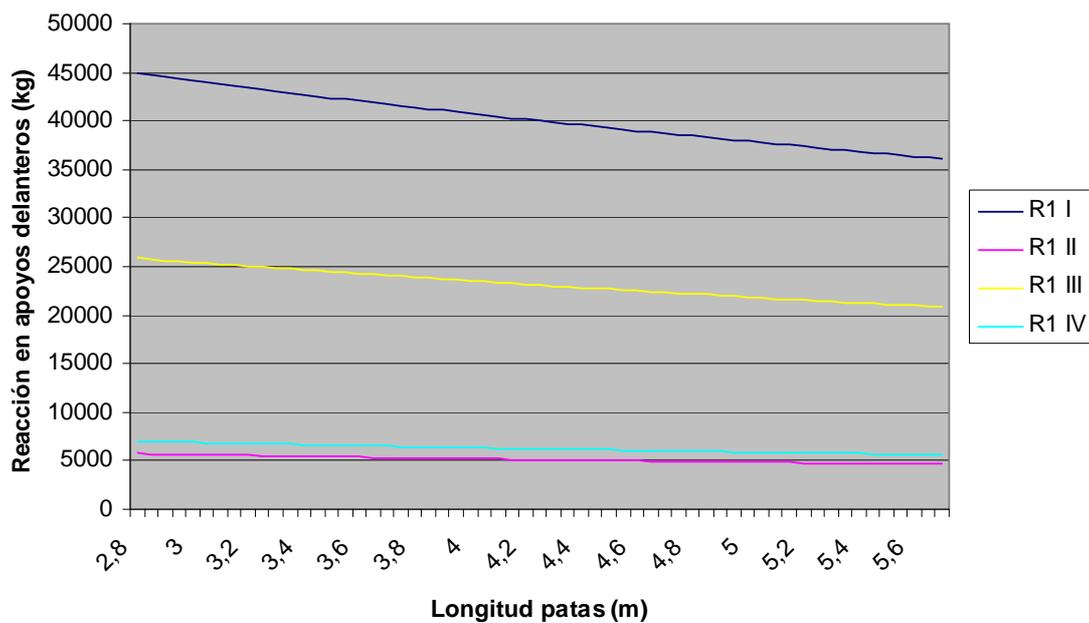


RB-Longitud de patas delanteras



Para el mismo intervalo tenemos las siguientes reacciones en las patas delanteras para los cuatro casos críticos estudiados:

RA-Longitud de patas delanteras





En el caso de R_B vemos que la situación más desfavorable para un valor positivo de la reacción es el caso IV en el que el viento fuera de servicio incide sobre la grúa de forma que aumenta el momento de vuelco hacia atrás. Por otra parte la peor situación en la que R_B es negativa solo es una, la del caso I, donde el aparato se encuentra en posición de máximo alcance con carga máxima y viento de servicio que aumenta el momento de vuelco hacia delante.

Podemos ver que la diferencia de las reacciones en las patas para los casos II y IV es muy pequeña. Esto se debe a que a pesar de que en el caso IV el viento sea muy fuerte la carga auxiliar contrarresta ese efecto de manera que el momento de vuelco alcance una magnitud parecida a la del caso II donde el viento es más suave.

En el caso de R_A vemos que en todo momento es positiva por lo que para este intervalo razonable de longitudes de las patas delanteras podemos decir que no es necesario el empotramiento de estas patas al suelo. El caso más desfavorable es el I.

Con toda la información obtenida vamos a definir ya la longitud de pata que sea más conveniente. Tenemos que tener en cuenta que ha de estar comprendida entre el intervalo que estamos considerando y que la reacción en las patas traseras y delanteras no sea muy grande. Tampoco nos interesan patas muy largas que sufrirían grandes momentos flectores y además ocuparían demasiado espacio. La grúa debe poder asentarse en cualquier lugar reducido, luego nuestra base ha de ser lo más reducida posible.

Por todo esto escogemos una longitud teórica de patas delanteras de 4 metros lo cual implica una distancia d de 2,83 metros. La longitud real de las patas se verá reducida porque realmente las patas no llegan al centro sino que se anclan al portacoronas en sus cuatro esquinas. En el cálculo de la sección de éstas aclararemos esta idea.

Teniendo en cuenta que hay cuatro patas y por tanto cuatro apoyos habría que repartir por igual R_1 y R_2 entre las dos patas delanteras y las dos traseras para los cuatro casos anteriores en los que la pluma se encuentra en la posición 1 y no existe ningún esfuerzo lateral y por lo tanto existe simetría total.

1.12.2.2 Comprobación de la posición 2

Vamos a calcular las reacciones en los apoyos para la posición 2 puesto que a priori parece que al ser la distancia al centro mayor, las reacciones disminuirán, sin embargo las reacciones aquí serán máximas ya que tan solo dos apoyos soportan todo el esfuerzo. Aplicaremos los casos más desfavorables de los cuatro críticos para esta posición y obtendremos los valores de las reacciones en los apoyos de las patas 1 o 2 y 3 o 4.

Este cálculo será fundamental para posteriormente dimensionar los perfiles de las patas.

Alinearemos la pluma en la indicada posición 2, es decir, con los apoyos 3 y 2 de manera que la distancia entre el apoyo 3 y el eje central será $\sqrt{6,5^2 + 6,5^2} = 9,2$ m y entre el apoyo 2 y el eje central 4 m que es la longitud establecida para estas patas.



Los casos a estudiar serán el caso I y el IV puesto que ofrecen momentos de vuelco mayores.

Igualando momentos y fuerzas para que haya equilibrio obtenemos el valor de las reacciones:

Para el caso I:

$$-\vec{M}_v = \vec{M}_R = -\vec{R}_3 \cdot 9,2 + \vec{R}_2 \cdot 4 = 155,48 \text{ t} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

$$\vec{R}_2 + \vec{R}_3 = \vec{R}_v = (Q + P_g + P_P + P_{mast} + P_{parr} + P_T + A + B + C + F_{p2} + F_{c2} + F_{T2}) = 34,60 \text{ t}$$

$$\vec{R}_3(d) = \frac{\vec{R}_v \cdot 4 - \vec{M}_R}{9,2 + 4} = \frac{34,60 \times 4 - 155,48}{9,2 + 4} = -1,294 \text{ t}$$

$$\vec{R}_2(d) = \vec{R}_v - \frac{\vec{R}_v \cdot 4 - \vec{M}_R}{9,2 + 4} = 34,60 - \frac{34,60 \times 4 - 155,48}{9,2 + 4} = 35,89 \text{ t}$$

Para el caso IV:

$$-\vec{M}_v = \vec{M}_R = -\vec{R}_3 \cdot 9,2 + \vec{R}_2 \cdot 4 = -121,66 \text{ t} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

$$\vec{R}_2 + \vec{R}_3 = \vec{R}_v = (Q_{aux} + P_g + P_P + P_{mast} + P_{parr} + P_T + A + B + C - F'_{p2} - F'_{T2}) = 27,82 \text{ t}$$

$$\vec{R}_3(d) = \frac{\vec{R}_v \cdot 4 - \vec{M}_R}{9,2 + 4} = \frac{27,82 \times 4 + 121,66}{9,2 + 4} = 17,65 \text{ t}$$

$$\vec{R}_2(d) = \vec{R}_v - \frac{\vec{R}_v \cdot 4 - \vec{M}_R}{9,2 + 4} = 27,82 - \frac{27,82 \times 4 + 121,66}{9,2 + 4} = 10,17 \text{ t}$$

1.12.2.3 Comprobación de la posición 3

Vamos a estudiar la estabilidad del aparato para la posición 3, evidentemente, análoga a la misma posición en el otro sentido. Calcularemos las reacciones en las patas para los casos más extremos de manera que veremos si las reacciones en las patas son mayores que en los cuatro casos críticos.

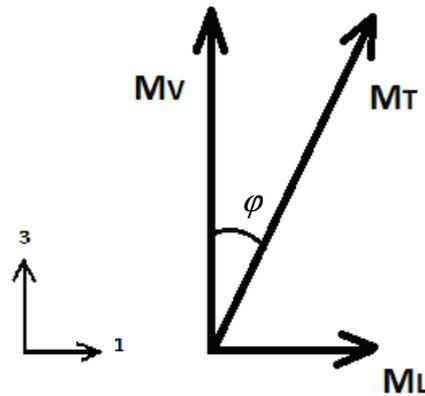
1.12.2.3.1 Para el caso I

Consideraremos primero que para esta posición se da la situación del **caso I** ya estudiado puesto que es cuando el módulo del momento de vuelco es máximo. El momento de vuelco si recordamos era:

$$M_v = M_{cargas} + M_{viento} = -143,47 - 12,01 = -155,48 \text{ t} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

que haga que la grúa tienda a volcarse hacia la dirección de la posición 1 y que es debida a la asimetría de las patas.

Tenemos por tanto un momento de vuelco representado así:



La componente lateral será la debida al desequilibrio de momentos en la dirección 1 entre los apoyos 2 y 4, es decir:

$$M_L = R_4 \cdot 6,5 - R_2 \cdot 2,83 = M_V \cdot \tan(21,47^\circ) = 61,15 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Tenemos ya tres ecuaciones y tres incógnitas, despejando obtenemos la solución:

$$R_4 = 17,05 \text{ t}$$

$$R_2 = 17,55 \text{ t}$$

$$M_{R_{\max}} = 160,49 \text{ t} \cdot \text{m}$$

El momento de reacción máximo que puede dar la base establecida es mayor al momento de vuelco, es decir, el momento de reacción para la situación de vuelco inminente en la que los apoyos 1 y 3 pierden el contacto con el suelo es mayor al momento de vuelco para esta situación crítica. Por lo tanto la grúa es perfectamente estable en esta posición 3.

1.12.2.3.2 Para el caso IV

Vamos a estudiar ahora el otro caso más crítico que es el **caso IV**. En este caso el momento de vuelco es hacia el otro lado e igual a:

$$M_v = M_{cargas} + M_{viento} = 94,27 + 27,39 = 121,66 \text{ t} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

En este caso el momento máximo de reacción que pueden ofrecer los apoyos sería aquel en el que los apoyos 2 y 4 se despegaran del suelo. Por lo tanto el momento de reacción máximo será:



$$M_{R_{\max}} = R_1 \cdot 2,83 + R_3 \cdot 6,5$$

Además se cumple que ambos apoyos soportan todas las fuerzas verticales:

$$\vec{R}_1 + \vec{R}_3 = \vec{R}_v = (Q_{aux} + P_g + P_p + P_{mast} + P_{parr} + P_T + A + B + C - F'_{p2} - F'_{T2}) = 27,82 \text{ t}$$

La componente lateral debida al desequilibrio de momentos en la dirección 1 entre los apoyos 1 y 3 será:

$$M_L = R_3 \cdot 6,5 - R_1 \cdot 2,83 = M_V \cdot \tan(21,47^\circ) = 47,85 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Resolviendo tenemos:

$$R_3 = 13,57 \text{ t}$$

$$R_1 = 14,25 \text{ t}$$

$$M_{R_{\max}} = 128,54 \text{ t} \cdot \text{m}$$

En este caso el momento máximo de reacción, el que se produciría en una situación de vuelco inminente, es mayor al momento real de vuelco que tenemos en este caso crítico. Por lo tanto la grúa también es estable para este segundo y último estado crítico en la posición 3.

1.12.2.4 Estabilidad bajo efectos laterales

Vamos a comprobar la magnitud de los efectos laterales a los que está sometida la grúa para ver si la grúa es estable, dadas las dimensiones de la base ya definidas. Estos efectos son los debidos al viento o a la inercia de la carga de servicio.

1.12.2.4.1 Viento lateral de tempestad fuera de servicio

En este caso el viento incide sobre la estructura desde un lateral en dirección horizontal y no consideramos la carga de servicio porque ante esta situación de viento se cesa el trabajo del aparato. Solo consideraremos la carga auxiliar imprescindible para esta situación pero no se moverá por lo que no habrá efecto de la inercia de la carga en movimiento.

La posición más desfavorable será aquella en la que la fuerza resultante de la distribución de fuerzas del viento sobre la pluma esté lo más alta posible y por lo tanto genere un momento de vuelco lateral lo más alto posible. Esto coincide con la posición de mínimo alcance.

Como ya calculamos las fuerzas resultantes del viento sobre cada una de las partes son, en kg:

$$F'_{p3} = 0,8 \times 6,29 \times 1619,26 / 9,81 \text{ kg m}$$



$$F'_{m3} = 0,8 \times 3,04 \times 1619,26 / 9,81$$

$$F'_{T3} = 1,4 \times 2,64 \times 1619,26 / 9,81$$

Las distancias de las líneas de acción de cada una de las fuerzas resultantes del viento sobre cada parte de la grúa con respecto al suelo, a los apoyos, son las calculadas en el apartado de viento y coinciden con las distancias para el viento horizontal frontal.

Por lo tanto el momento de vuelco lateral en esta situación será:

$$M'_{VL} = F'_{p3} \cdot h_{p1} + F'_{ma3} \cdot h_m + F'_{T3} \cdot h_{T1} = 16,30 \text{ t} \cdot \text{m}$$

1.12.2.4.2 Viento lateral en servicio con fuerza de inercia de la carga de servicio

Aquí la posición más desfavorable para el vuelco parece que también será la de la posición de mínimo alcance de manera que las fuerzas del viento y de la carga actúen lo más alejadas posibles de la base y por tanto generen un momento máximo. Sin embargo el efecto de la fuerza centrífuga de la carga se hace máximo para la posición de máximo alcance donde el radio de giro es mayor. Por lo tanto comprobaremos ambas situaciones.

-Mínimo alcance

La fuerza resultante del viento lateral sobre cada una de las partes será, como vimos en el apartado de viento:

$$F_{p3} = 0,8 \times 6,29 \times 250 / 9,81 \text{ kg m}$$

$$F_{m3} = 0,8 \times 3,04 \times 250 / 9,81$$

$$F_{T3} = 1,4 \times 2,64 \times 250 / 9,81$$

$$F_{c3} = 2,4 \times 0,5 \cdot Q \times 250 / 9,81$$

El momento de vuelco debido al viento lateral de servicio quedará:

$$M_{VL} = F_{p3} \cdot h_p + F_{m3} \cdot h_m + F_{T3} \cdot h_T + F_{c3} \cdot h_c = 8,11 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Por otra parte tenemos la fuerza de inercia debida a la aceleración y la frenada de la carga de servicio. Vamos a suponer que se está trabajando con la carga máxima de 8000 kg y que se encuentra en su punto más alto, es decir, a dos metros por debajo de la punta de la pluma.

La fuerza de inercia debida a la aceleración de la carga será el producto de la masa por la aceleración, es decir:



$$F_i = (Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c \cdot \dot{v}$$

Sabemos, del cálculo del motor de giro, que la velocidad de giro establecida es de 0,694 rpm y que el tiempo de aceleración es de 4 segundos. Podemos entonces calcular la aceleración angular:

$$\alpha = \frac{w}{\tau} = \frac{0,694 \times 2 \times \pi / 60}{4} = 0,01817 \text{ rad/s}^2$$

Por lo que la aceleración lineal será, teniendo en cuenta que para la posición de mínimo alcance el radio de giro es de 5 metros:

$$\dot{v} = \alpha \cdot r = 0,01817 \times 5 = 0,091 \text{ m/s}^2$$

Por lo tanto la fuerza de inercia de la carga al moverse será:

$$F_i = (8 \times 1,135 + 0,287) \cdot 1,05 \times 0,091 = 91,24 \text{ kg}$$

La distancia con respecto al suelo a la que se aplica esta fuerza es la misma que para el caso del viento horizontal aplicado a la carga y por tanto:

$$h_{c1} = L_p \cdot \text{sen}(\alpha) - 2 + 0,5 = 24,88 \times \text{sen}(78,41^\circ) - 2 + 0,5$$

Se genera entonces un momento en la misma dirección que el viento lateral que será:

$$M_{F_i} = F_i \cdot (24,88 \times \text{sen}(78,41^\circ) - 2 + 0,5) = 2,09 \text{ t} \cdot \text{m}$$

El momento total de vuelco generado por este efecto, es decir, el del viento de servicio más el de la inercia de la carga, es:

$$M_T = M_{VL} + M_{F_i} = 8,11 + 2,09 = 10,20 \text{ t} \cdot \text{m}$$

-Máximo alcance

El momento de vuelco debido al viento lateral de servicio quedará:

$$M_{VL} = F_{p3} \cdot h_{p1} + F_{m3} \cdot h_m + F_{T3} \cdot h_{T1} + F_{c3} \cdot h_{c1} = 2,62 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Por otra parte el momento generado por la fuerza de inercia se verá aumentado al aumentar el radio de giro.

La nueva aceleración lineal será:

$$\dot{v} = \alpha \cdot r = 0,01817 \times 24 = 0,436$$

Por lo que la nueva fuerza de inercia de la carga queda:



$$F_i = (8 \times 1,135 + 0,287) \cdot 1,05 \times 0,436 = 437,16 \text{ kg}$$

La distancia de la línea de acción de esta fuerza con respecto al suelo es menor con respecto al caso anterior:

$$h_{c1} = L_p \cdot \text{sen}(\alpha) - 2 + 0,5 = 24,88 \times \text{sen}(15,28^\circ) - 2 + 0,5$$

Por lo que el momento generado por la fuerza de inercia nos queda:

$$M_{F_i} = F_i \cdot (24,88 \times \text{sen}(15,28^\circ) - 2 + 0,5) = 2,21 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Finalmente el momento de vuelco total para estos dos efectos laterales en el caso de que la grúa se encuentre en posición de máximo alcance es:

$$M_T = M_{VL} + M_{F_i} = 2,62 + 2,21 = 4,83 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Por lo que el caso más desfavorable era para la situación de mínimo alcance.

1.12.2.5 Conclusiones del cálculo

Ahora tocaría calcular las reacciones en las cuatro patas para las situaciones en las que se sufren estos efectos para que la grúa fuera estable. Sin embargo, dicho cálculo no es posible sin ciertas herramientas informáticas debido a que se trata de un sistema hiperestático. A pesar de esto, los resultados que hemos obtenido en el cálculo del momento de vuelco generado por estos efectos laterales nos dan la información necesaria para llegar a ciertas conclusiones.

La magnitud de los momentos de vuelco que generan los efectos laterales más desfavorables son pequeños en comparación con los momentos de vuelco en los casos críticos estudiados anteriormente. En aquellos casos comprobamos la estabilidad y calculamos las reacciones máximas en los apoyos para momentos de vuelco de un orden de magnitud mayor que el momento de vuelco que provocan estos efectos laterales. Ciertamente es que estos efectos no actúan de manera solitaria sino que se añaden a los momentos de vuelco más desfavorables de los casos críticos, pero lo hacen en una dirección perpendicular a ellos. De esta manera la variación del momento es minúscula.

Con todo esto podemos asegurarnos de que las posiciones menos estables ya están estudiadas, comprobadas y diseñadas para que la grúa se mantenga en pie pase lo que pase, y que hemos calculado las reacciones máximas que nos servirán para diseñar los anclajes de las patas.

En la tabla que a continuación se muestra podemos observar de manera reducida los valores de las reacciones en los apoyos para todas las situaciones críticas. Ciertas posiciones de ciertos casos no han sido calculadas por el mero hecho de que es evidente que no son más desfavorables que otras que sí se han calculado.



Con todos estos datos podremos ir concluyendo el diseño de la base de nuestra grúa y por lo tanto finalizando el presente proyecto.

1.12.3 REACCIONES PÉSIMAS EN LA BASE

A continuación resumimos las reacciones máximas, tanto positivas como negativas, a las que están sometidas las cuatro patas para las situaciones más desfavorables y que por lo tanto nos servirán para diseñar las patas de la grúa.

SITUACIÓN	POSICIÓN	R1	R2	R3	R4
CASO I	1	20,39	20,39	-3,09	-3,09
	2	0/35,89	35,89/0	-1,29/0	0/-1,29
	3	-	-	-	-
CASO II	1	2,61	2,61	10,31	10,31
	2	-	-	-	-
	3	-	-	-	-
CASO III	1	11,76	11,76	3,81	3,81
	2	-	-	-	-
	3	-	-	-	-
CASO IV	1	3,17	3,17	10,74	10,74
	2	0/10,17	10,17/0	17,65/0	0/17,65
	3	-	-	-	-

Por lo tanto las patas delanteras sufren unas reacciones en los apoyos máximas positivas de 35,89 t.

Las patas traseras por su parte sufren reacciones en los apoyos máximas positivas de 17,65 t y máximas negativas de -3,09 t.

Las reacciones máximas positivas coinciden, como ya explicamos en su momento, con las de la posición 2. Estas reacciones tienen un módulo superior a las máximas negativas por lo que serán las que nos sirvan para definir el perfil de las patas.

Las reacciones máximas negativas serán las que definan el diseño de los anclajes de las patas al suelo.

1.12.4 POSICIÓN DE APARQUE DE LA GRÚA EN SITUACIÓN DE NO SERVICIO

Cuando la grúa no se encuentre en servicio, sea por las condiciones desfavorables de viento o por el fin de la jornada de trabajo, vimos que habrá que colocar una carga auxiliar de 3200 kg de peso.

Esta carga de servicio auxiliar garantizará que la pluma permanezca estable de manera que el viento no sea capaz de levantarla y así evitar el problema del latigazo que daría al caer cuando cesara el viento.

Otro detalle que vimos es que a pesar de tener esa carga auxiliar, para alcance cercanos al mínimo el momento que tiende a levantar la pluma era próximo al del peso de la pluma por lo que habrá que evitar esa posición.

Con todo esto supusimos que la posición de aparque más adecuada sería cualquiera que estuviera lejos de alcances bajos.

Una vez analizada la estabilidad, sabemos que la grúa va a ser estable para cualquier ocasión por desfavorable que sea, sin embargo, consideraremos la mejor posición aquella en la que las reacciones están repartidas por las cuatro patas. Lo más cercano a esta condición sería dejar la grúa en posición de alcance intermedio.

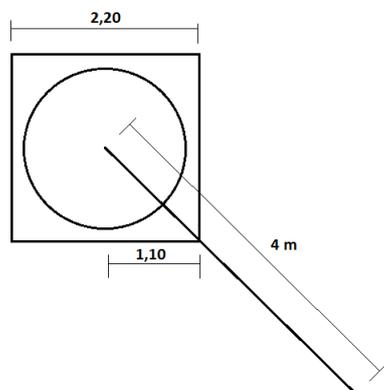
Por lo tanto, cuando se termine el servicio de la grúa, colocaremos la carga auxiliar, en una posición cercana al suelo para que esté protegida del viento y en una posición de alcance intermedio.

1.13 CÁLCULO DE LA PATAS

1.13.1 PATAS DELANTERAS

La reacción máxima de las patas, como ya calculamos, es de 35,89 toneladas.

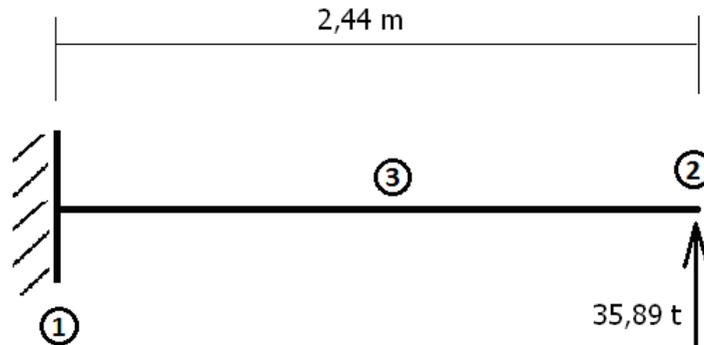
Un aspecto que desconocemos es el espacio que va a ocupar el portacoronas, cuyo diseño no entra dentro del alcance de este proyecto. Vamos a estimar su tamaño en un bloque cuadrado de 2,2 metros de lado puesto que el rodamiento tenía un diámetro exterior de 2 metros. Por lo que la longitud real de nuestra pata será:



$$L_R = L - l = 4 - \sqrt{2 \times 1,10^2}$$

$$L_R = 2,44 \text{ m}$$

Tenemos por lo tanto el siguiente esquema:



Vamos a utilizar vigas de canto variable de manera que logremos una mayor eficiencia por un menor gasto de material y un mayor esfuerzo de toda la longitud de la viga.

El material a utilizar será acero S355 y no utilizaremos ningún factor de seguridad ya que el valor de la reacción obtenida en el apoyo ya está de por sí mayorada, y es que en su cálculo tuvimos en cuenta los factores γ_c y ψ .

Primero vamos a calcular la sección en 1:

Vamos a tener en cuenta una aproximación que facilitará los cálculos a la hora de obtener la sección necesaria en el punto 1 de la pata. Consistirá en no tener en cuenta la tensión admisible creada por la fuerza cortante en ese punto puesto que el momento flector domina sobre esa tensión.

La tensión en esa sección será el cociente entre el momento flector y el módulo resistente de la sección y no ha de ser mayor a la tensión admisible del material. Despreciamos el cortante puesto que el momento flector tiene un efecto mucho mayor:

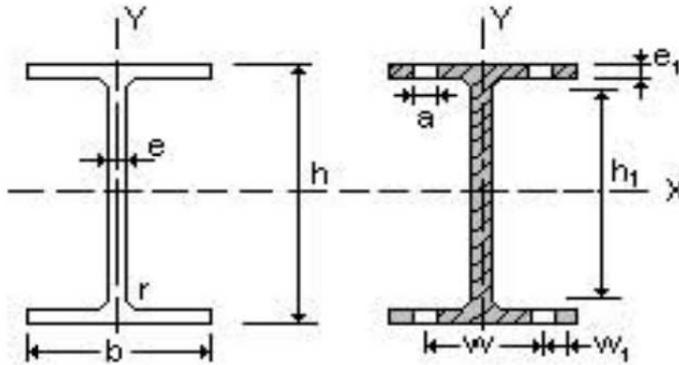
$$\sigma = \frac{R \cdot L}{W} = \frac{35890 \times 9,81 \cdot 2440}{W} \leq \sigma_{adm} = 355 \text{ MPa}$$

Despejando el módulo resistente de la sección:

$$W_1 \geq 2,419 \times 10^6 \text{ mm}^3 = 2419,94 \text{ cm}^3$$

Podemos ya seleccionar el perfil para las condiciones en esta sección. Escogeremos el perfil HEM-280 que presenta las siguientes características:

HEM	280
h (mm)	310
b (mm)	288
e (mm)	18,5
e ₁ (mm)	33
r (mm)	24
h ₁ (mm)	196
W _x (cm ³)	2550
I _x (cm ⁴)	39547
A (cm ²)	240,2



Ahora vamos a reducir la dimensión h de nuestra sección de manera lineal hasta un mínimo que fijemos para la sección en 2:

Fijamos el valor de h en 200 mm en la sección 2 y comprobamos si soporta las tensiones.

La tensión tangencial a la que está sometida esta sección es:

$$\tau_2 = \frac{R \cdot S_x}{I_x \cdot e}$$

Lo primero de todo será calcular el momento estático de media sección respecto a x :

$$S_x = (h/2 - e_1) \cdot e \cdot \frac{(h/2 - e_1)}{2} + b \cdot e_1 \cdot (h/2 - e_1/2) = 835,11 \text{ cm}^3$$

Calcularemos ahora el momento de inercia de la sección con respecto a x :

$$I_x = \sum \frac{1}{12} b_i h_i^3 + \sum A_i (h_i - h_G)^2 = 13796,29 \text{ cm}^4$$

Por lo que la tensión tangencial quedará:

$$\tau_2 = \frac{35941 \times 9,81 \times 8,3511 \times 10^5}{1,379629 \times 10^8 \times 18,5} = 115,36 \text{ MPa} < 355 \text{ MPa} \checkmark$$

Comprobaremos si la sección en 3 soporta las solicitaciones:

Como hemos dicho que la sección va disminuyendo su dimensión h de manera lineal podremos hallar fácilmente h para este punto intermedio 3 mediante una regla de tres o viendo que es justamente el valor medio:



$$h_3 = \frac{h_1 + h_2}{2} = 255 \text{ mm}$$

La tensión a la que estará sometida la sección 3 situada en el centro de la viga será:

$$\sigma = \frac{R \cdot L / 2}{W} \leq \sigma_{adm} = 355 \text{ MPa}$$

Lo primero que tendremos que hacer es calcular el módulo resistente de la sección:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}$$

El momento de inercia de la sección con respecto al eje x será:

$$I_x = \sum \frac{1}{12} b_i h_i^3 + \sum A_i (h_i - h_G)^2 = 24633,08 \text{ cm}^4$$

El punto de la sección más alejado de la fibra neutra es, conociendo la dimensión h :

$$y_{\max} = \frac{255}{2} = 127,5 \text{ mm}$$

El módulo resistente de la sección en 3 queda:

$$W_x = \frac{24633,08}{12,75} = 1932,01 \text{ cm}^3$$

Por lo que la tensión en esta sección será:

$$\sigma = \frac{35941 \times 9,81 \times 2440 / 2}{1,93201 \times 10^6} = 222,64 \text{ MPa} < 355 \text{ MPa} \checkmark$$

1.13.2 PATAS TRASERAS

La reacción máxima de las patas, como ya calculamos, es de 17,65 toneladas.

Al igual que en el caso de las patas delanteras, el portacoronas ocupa un espacio que hace que la longitud real de las patas traseras quede de la siguiente manera:



HEM	280
h (mm)	377
b (mm)	309
e (mm)	21
e ₁ (mm)	40
r (mm)	27
h ₁ (mm)	243
W _x (cm ³)	4050
I _x (cm ⁴)	76372
A (cm ²)	315,8

Ahora vamos a reducir la dimensión h de nuestra sección de manera lineal hasta un mínimo que fijemos para la sección en 2:

Fijamos el valor de h en 200 mm en la sección 2 y comprobamos si soporta las tensiones.

La tensión tangencial a la que está sometida esta sección es:

$$\tau_2 = \frac{R \cdot S_x}{I_x \cdot e}$$

Lo primero de todo será calcular el momento estático de media sección respecto a x :

$$S_x = (h/2 - e_1) \cdot e \cdot \frac{(h/2 - e_1)}{2} + b \cdot e_1 \cdot (h/2 - e_1/2) = 1026,6 \text{ cm}^3$$

Calcularemos ahora el momento de inercia de la sección con respecto a x :

$$I_x = \sum \frac{1}{12} b_i h_i^3 + \sum A_i (h_i - h_G)^2 = 16452,80 \text{ cm}^4$$

Por lo que la tensión tangencial quedará:

$$\tau_2 = \frac{17650 \times 9,81 \times 1,0266 \times 10^6}{1,64528 \times 10^8 \times 21} = 51,45 \text{ MPa} < 355 \text{ MPa} \checkmark$$

Comprobaremos ahora si la sección en 3 soporta las sollicitaciones:

Como hemos dicho que la sección va disminuyendo su dimensión h de manera lineal podremos hallar fácilmente h para este punto intermedio 3 mediante una regla de tres o viendo que es justamente el valor medio:

$$h_3 = \frac{h_1 + h_2}{2} = 288,5 \text{ mm}$$



La tensión a la que estará sometida la sección 3 situada en el centro de la viga será:

$$\sigma = \frac{R \cdot L / 2}{W} \leq \sigma_{adm} = 355 \text{ MPa}$$

Lo primero que tendremos que hacer es calcular el módulo resistente de la sección:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}$$

El momento de inercia de la sección con respecto al eje x será:

$$I_x = \sum \frac{1}{12} b_i h_i^3 + \sum A_i (h_i - h_G)^2 = 40078,68 \text{ cm}^4$$

El punto de la sección más alejado de la fibra neutra es, conociendo la dimensión h :

$$y_{\max} = \frac{288,5}{2} = 144,25 \text{ mm}$$

El módulo resistente de la sección en 3 queda:

$$W_x = \frac{40078,68}{14,425} = 2778,42 \text{ cm}^3$$

Por lo que la tensión en esta sección será:

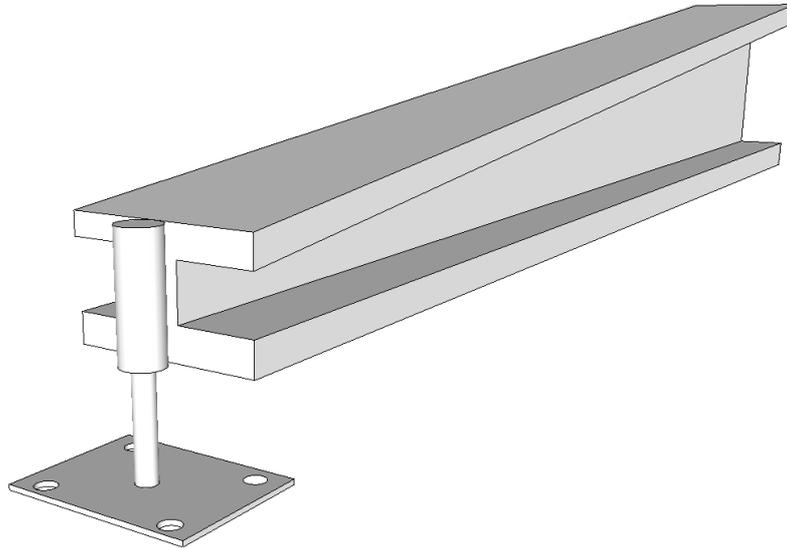
$$\sigma = \frac{17650 \times 9,81 \times 7640 / 2}{2,77842 \times 10^6} = 238,06 \text{ MPa} < 355 \text{ MPa} \checkmark$$

Ya tenemos entonces las patas definidas. Serán perfiles HEM de canto variable de manera que en el empotramiento de las mismas en el portacoronas las patas delanteras tienen un perfil HEM-280 y las traseras un HEM-340 y conforme nos vamos acercando al apoyo en el suelo el perfil va disminuyendo de manera lineal la dimensión h que define su altura hasta llegar a un valor mínimo de 200. Este mínimo de altura de la sección la definimos por motivos contractivos y es que en ese lugar soldaremos una barra que irá a unirse a las placas de apoyo con el suelo las cuales irán atornilladas al suelo en el caso de las patas traseras.

1.13.3 APOYOS DE LAS PATAS AL SUELO

En este apartado vamos a diseñar en función de las solicitaciones máximas, el apoyo de las patas al suelo.

Las vigas que hemos calculado para las patas no irán directamente pegadas al suelo sino que en su extremo se soldará un cilindro roscado en su interior de manera que sobre él se acople otro cilindro roscado en cuyo extremo tendrá soldada la placa base, la placa de empotramiento al suelo. En la siguiente imagen se aprecia mejor:



1.13.3.1 Cilindro roscado de unión a la placa

Este elemento será igual para las cuatro patas por lo que lo diseñaremos en función de la reacción máxima. Como vimos, ese valor se daba para las patas delanteras en el caso crítico I y su valor era de 35,89 toneladas de compresión.

Constructivamente un diámetro de 60 mm es aceptable por lo que comprobaremos si resiste a las sollicitaciones pésimas. Consideramos que la barra es de acero S355.

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{35890 \times 9,81}{\pi \times \frac{60^2}{4}} = 124,52 \text{ MPa} < 355 \text{ MPa} \checkmark$$

Por lo tanto el cilindro diseñado para el apoyo es válido y adecuado.

Este elemento irá reforzado con cuatro almas de acero triangulares soldadas a la placa base para evitar el pandeo del mismo.

1.13.3.2 Placas de apoyo de las patas

Vamos a dimensionar las placas sobre las que se anclarán las patas en su apoyo con el suelo. Como bien sabemos estas placas irán atornilladas al suelo sobre el que descansa la grúa para el caso de las patas traseras por motivos de estabilidad.



placas al suelo, suponemos unos diámetros de 30 mm. También hay que definir ya la separación entre estos taladros. Los centros de los mismos estarán en los vértices de un cuadrado de 250 mm de lado.

Esta situación la estudiamos como si se tratara de una viga empotrada en sus extremos. En nuestro caso tenemos una fuerza hacia arriba máxima de 3,09 toneladas. Nuestra placa constará de cuatro taladros para atornillarla por lo que el problema queda como dos vigas empotradas de sección rectangular de 30 por 20 y con una fuerza vertical hacia arriba de $3,09 / 2 = 1,545$ t.

La tensión de esta viga sería:

$$\sigma = \frac{M}{W}$$

El módulo resistente de la sección rectangular que tenemos será:

$$W = \frac{30 \times 20^2}{6} = 2000 \text{ mm}^3$$

El momento flector es:

$$M = \frac{P \cdot L}{8} = \frac{1545 \times 9,81 \times 250}{8} = 473639,06 \text{ N mm}$$

Por lo tanto la tensión que sufre cada una de las dos vigas que estamos suponiendo es:

$$\sigma = \frac{473639,06}{2000} = 236,81 \text{ MPa} < 355$$

Por lo tanto nuestra placa de fijación tendrá cuatro taladros de 30 mm de diámetro situados a en los vértices de un cuadrado de 250 mm de lado y valdrá con un espesor de 20 mm.

1.14 COMPROBACIÓN DE LAS PARTES

En este apartado vamos a comprobar si cada una de las partes que hemos diseñado de la grúa soportan las condiciones más extremas de manera que si lo hacen consideraremos el diseño válido. Ciertamente es que para un diseño de mayor precisión se podría hacer un recálculo de cada uno de los componentes ahora que conocemos todas las fuerzas a las que está sometido.



1.14.1 CASOS DE CARGA

Distinguiremos los tres casos de carga para esta comprobación que ya mencionamos al principio de la presente memoria.

1.14.1.1 Caso I. Aparato en servicio sin viento.

Si recordamos teníamos las siguientes fuerzas según la norma FEM 1001-2:

$$\gamma_c (S_G + \psi \cdot S_L + S_H)$$

Donde:

γ_c es el coeficiente de mayoración definido por el grupo de clasificación del aparato.

ψ es el coeficiente dinámico obtenido a partir de la velocidad de aceleración. Este coeficiente mayorará las cargas para tener en cuenta el movimiento de la carga de servicio.

S_G son las fuerzas referidas al peso propio

S_L hace referencia a la carga de servicio

S_H son los dos peores efectos horizontales.

Conocemos todos los datos excepto el valor de los dos esfuerzos horizontales más desfavorables por lo que habrá que calcularlos.

Los dos efectos horizontales son:

Fuerza de inercia de la carga.

Este valor ya lo calculamos en el estudio de estabilidad donde vimos que el incremento en el momento de vuelco total podía ser despreciable frente a otros casos más desfavorables. En este caso para cualquier valor del radio de giro tenemos:

$$F_i = (Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c \cdot \dot{v}$$

$$\alpha = \frac{w}{\tau} = 0,01817 \text{ rad/s}^2$$

$$\dot{v} = \alpha \cdot R = 0,01817 \cdot R \text{ m/s}^2$$

$$F_i = (8000 \times 1,135 + 287,64) \cdot 1,05 \times 0,01817 \cdot R = 18,22 \cdot R \text{ (kg)}$$

Fuerza centrífuga de la carga.

Debido a la rotación de la carga que cuelga de un cable, aparece una fuerza centrífuga que deberemos considerar. Su valor será:



$$F_c = (Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c \cdot R \cdot w^2$$

Donde:

R es el radio de giro de la carga.

w es la velocidad angular de giro.

$$F_c = (8000 \times 1,135 + 287,64) \cdot 1,05 \times R \cdot \left(\frac{0,694 \times 2 \times \pi}{60} \right)^2 = 5,30 \cdot R \text{ kg}$$

1.14.1.2 Caso II. Servicio normal con viento límite de servicio.

En este caso tenemos el siguiente estado de carga:

$$\gamma_c (S_G + \psi \cdot S_L + S_H) + S_w$$

La única diferencia con el caso I es que aquí aparece el efecto del viento que ya tenemos estudiado en su correspondiente apartado.

En cuanto a la tensión admisible, decir que aquí es más permisiva.

1.14.1.3 Caso III. Aparato fuera de servicio sometido a cargas excepcionales.

El estado de cargas ahora es tal que no tenemos carga de servicio pero sí una carga auxiliar de 3200 kg cerca del suelo.

En esta situación únicamente consideraremos el efecto del viento de tempestad para la que la grúa se encuentra fuera de servicio que es el efecto más importante. No consideraremos efectos de choque con el aparato en servicio ni que el aparato pueda estar sometido a ensayos estáticos o dinámicos puesto que alargaría mucho el cálculo.

Por lo tanto la grúa está sometida a viento de tempestad cuya magnitud está estudiada. A continuación vamos a comprobar si cada una de las partes de la grúa soporta las condiciones para la situación más desfavorable. Para algunas partes se verá claro cuál es el caso para el que está más al límite mientras que para otra no lo veremos tan claro y habrá que comprobar su resistencia para más de uno de los tres casos.

1.14.2 COMPROBACIÓN DEL CABLE DE ELEVACIÓN

El caso más desfavorable se dará para el caso II cuando el cable tenga que soportar el peso de la máxima carga de servicio, el efecto de su inercia, de su fuerza centrífuga y del viento incidiendo de arriba a abajo para la situación de máximo alcance que es donde el efecto de la fuerza centrífuga y de la inercia son mayores.



Tendremos entonces que superponer cuatro fuerzas que se encuentran en tres líneas diferentes. La carga de servicio y de viento se encuentran en la vertical, la fuerza de inercia en el plano horizontal y perpendicular al radio de giro mientras que la fuerza centrífuga está en el plano horizontal y es colineal al radio de giro.

La resultante de la carga de servicio, el viento y la fuerza centrífuga quedará:

$$F_{R1} = \sqrt{((Q \cdot \psi + P_g) \cdot \gamma_c + F_{c2})^2 + F_i^2}$$

Donde:

F_{c2} es la fuerza resultante del viento vertical incidente sobre la carga.

La resultante total será entonces:

$$F_R = \sqrt{F_{R1}^2 + F_c^2} = 10101,14 \text{ kg}$$

Para el caso en que la carga de de 8 toneladas sabemos que la grúa opera con la configuración de dos reenvíos por lo que el tiro del cable máximo para esta situación crítica será:

$$S' = \frac{F_R}{i \cdot \eta} = \frac{10101,14}{2 \times 0,99} = 5101,58 \text{ kg}$$

La fuerza mínima de rotura del cable que diseñamos será el producto del coeficiente de seguridad que se estableció en su cálculo por el tiro del cable para el que se diseñó:

$$F_{\min} = Z_p \cdot S = 3,55 \times 4936,06 = 17523,01 \gg 5101,58 \checkmark$$

Por lo que el cable de elevación soporta de sobra los esfuerzos a los que va a estar sometido en su situación más desfavorable.

CUMPLE \checkmark

1.14.3 COMPROBACIÓN DE LAS POLEAS DE ELEVACIÓN

Las poleas sufrirán la situación más crítica en el mismo momento que el cable de elevación, es decir, cuando la tracción del cable de elevación, que es sostenido por estas poleas, sufre una tracción igual a la suma del efecto de la carga de servicio, el viento hacia abajo, la inercia y la fuerza centrífuga.

Esta fuerza de tracción es, como hemos calculado anteriormente:

$$S' = \frac{F_R}{i \cdot \eta} = \frac{10101,14}{2 \times 0,99} = 5101,58 \text{ kg}$$



$$M_r = T \cdot \frac{D_{\max}}{2} = 5101,58 \times 9,81 \frac{0,515}{2} = 12886,97 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_i = \frac{\dot{W}}{w} \cdot i = \frac{53}{1450 \times 2\pi / 60} \cdot 43,6 = 15218,29 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\eta = \frac{M_r}{M_i} = \frac{12886,97}{15218,29} = 0,847 \quad \checkmark$$

Dado que el rendimiento al que ha de trabajar el reductor está dentro del intervalo de 0,75 y 0,86, concluimos que el reductor puede con esta situación desfavorable.

CUMPLE \checkmark

1.14.5 COMPROBACIÓN DE LA PLUMA

En este caso vamos a comprobar cuánto sufren cada una de las barras que compone la pluma de manera que no rebasen la tensión admisible que como ya sabemos en función del caso al que nos refiramos, I, II o III será más o menos permisivo.

Los coeficientes de seguridad que impone la norma son, a partir de las tensiones admisibles:

$$\text{Caso I } c_s = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{adm I}} = \frac{355}{237} \approx 1,5$$

$$\text{Caso II } c_s = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{adm II}} = \frac{355}{267} \approx 1,33$$

$$\text{Caso III } c_s = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{adm III}} = \frac{355}{323} \approx 1,1$$

Estos coeficientes de seguridad corresponden con un porcentaje de aprovechamiento de la tensión del acero de:

$$\text{Caso I: } \frac{237}{355/1,05} \times 100 = 70,1 \%$$

$$\text{Caso II: } \frac{267}{355/1,05} \times 100 = 78,97 \%$$

$$\text{Caso III: } \frac{323}{355/1,05} \times 100 = 95,54 \%$$

Donde 1,05 es el coeficiente de seguridad que utiliza por defecto el programa CYPE donde calculamos nuestra estructura de la pluma, del mástil y de la parrilla.



En este caso no sabemos muy bien cuál será el caso mas desfavorable ni para qué posición de la pluma por lo que solo dejaremos de estudiar las situaciones que sean evidentemente menos desfavorables.

1.14.5.1 Caso I

La situación más crítica dentro de este caso será aquella en la que la pluma está empezando a rotar de manera que aparecen fuerzas centrífugas y de inercia debidas al movimiento de la carga estando la pluma en posición de máximo alcance que es donde estas fuerzas se hacen máximas. Veremos si dadas estas condiciones los elementos de la pluma sufren o no por encima de las tensiones permitidas para este caso.

En el plano vertical tenemos la fuerza debida a la carga máxima de servicio más la del peso del conjunto del gancho en dirección vertical y la fuerza centrífuga de la carga en dirección horizontal. En el plano horizontal tenemos la fuerza de inercia en dirección tangente a la trayectoria circular que describe la carga. Todas estas fuerzas están aplicadas, lógicamente, en la punta de la pluma.

Todas estas fuerzas las tenemos ya calculadas en función del radio de giro.

Para un radio de giro igual al alcance máximo, es decir, 24 metros, tenemos:

$$P_g = 287,64 \times 1,05 = 302,02 \text{ kg} \quad Q = 8000 \times 1,135 \times 1,05 = 9534 \text{ kg}$$

$$F_c = 127,2 \text{ kg} \quad F_i = 437,28 \text{ kg}$$

Siendo estas fuerzas valores mayorados por los correspondientes coeficientes γ_c y ψ .

Ninguna de las barras tiene un porcentaje de aprovechamiento de tensiones superior al 70,01 % en esta situación extrema.

CUMPLE ✓

1.14.5.2 Caso II

Para este caso tenemos la misma situación que en el caso anterior con el añadido del efecto del viento. Para considerar la situación más desfavorable, supondremos que el viento incide verticalmente hacia abajo y en dirección horizontal hacia delante.

El viento sobre la estructura tiene un importante efecto en la estabilidad de la grúa, sin embargo, en cuanto al esfuerzo soportado por las barras no tiene mucho efecto, pues es evidente que el viento por fuerte que sea no va a provocar grandes tensiones en las barras al incidir sobre éstas. Sí que afectará a la tensión de las barras el viento incidente sobre la carga ya que aumentará notablemente el módulo de la fuerza aplicada en punta de manera que toda la pluma sufra más.

Tenemos por tanto las siguientes fuerzas aplicadas en la punta de la pluma:



$$P_g = 287,64 \times 1,05 = 302,02 \text{ kg} \quad Q = 8000 \times 1,135 \times 1,05 = 9534 \text{ kg}$$

$$F_c = 127,2 \text{ kg} \quad F_i = 437,28 \text{ kg}$$

$$F_{c1} = 2,5 \times 0,5 \times Q \times 250 / 9,81 = 254,84 \text{ kg} = F_{c2}$$

Ninguna de las barras tiene un porcentaje de aprovechamiento de tensiones superior al 78,97 % en esta situación extrema.

CUMPLE ✓

1.14.5.3 Caso III

En esta situación la grúa sujeta una carga llamada auxiliar de 3200 kg que si recordamos era para que la pluma no fuera levantada por el viento. Al estar el aparato fuera de servicio la pluma no se mueve y por lo tanto no hay fuerzas de inercia ni centrífuga. Sí que habrá que considerar la incidencia del fuerte viento sobre la carga mientras que sobre la pluma será un valor despreciable por el mismo motivo que en el caso II. Consideramos entonces que la pluma esta en una posición de alcance intermedio tal y como se estableció en la posición de aparque de la grúa y con un viento de tempestad que incide sobre la superficie conocida de nuestra masa auxiliar.

Considerando que el viento incide desde arriba verticalmente y desde atrás en dirección horizontal tenemos las siguientes fuerzas en la punta de la pluma:

$$P_g = 287,64 \times 1,05 = 302,02 \text{ kg} \quad Q_{aux} = 3200 \times 1,05 = 3360 \text{ kg}$$

$$F_{c1} = 2,4 \times 0,5 \times Q \times 1619,26 / 9,81 = 633,84 \text{ kg} = F_{c2}$$

Es evidente que la estructura aquí va a sufrir menos dado que las fuerzas resultantes en punta son claramente menores.

CUMPLE ✓

1.14.6 COMPROBACIÓN DEL CABLE DE ABATIMIENTO

Para obtener la situación de máxima tracción del cable ahora sí que tendremos en cuenta el viento sobre la pluma. A partir de las fuerzas resultantes del viento aplicadas al centro de gravedad de la pluma y a la carga obtendremos la tracción del cable. No sabemos exactamente para qué situación va a ser máxima la tracción del cable aunque sí que sabemos que estará entre el caso II y III. También sabemos que será en posición de máximo alcance cuando la tracción del cable sea máxima.

1.14.6.1 Caso II

Sabiendo que la fuerza de inercia no influye en la reacción del cable de abatimiento, tenemos las siguientes solicitaciones en el cable de elevación:



$$P_g = 287,64 \times 1,05 = 302,02 \text{ kg} \quad Q = 8000 \times 1,135 \times 1,05 = 9534 \text{ kg}$$

$$F_c = 127,2 \text{ kg}$$

$$F_{c1} = 2,5 \times 0,5 \times Q \times 250 / 9,81 = 254,84 \text{ kg} = F_{c2}$$

En el centro de gravedad de la pluma aplicaremos las resultantes del viento, que en el caso más desfavorable será horizontal desde atrás y vertical hacia abajo:

$$F_{p1} = 0,8 \times 7,67 \cdot 250 / 9,81 \text{ (kg)}$$

$$F_{p2} = 0,8 \times 10,38 \cdot 250 / 9,81 \text{ (kg)}$$

Por lo tanto, igualando sumatorio de momentos con respecto a la articulación de la base tenemos que la reacción del cable R_2 es:

$$R_2 = \frac{\gamma_c \cdot (Q \cdot \psi + P_g) \cdot a + (\gamma_c \cdot P_p + F_{p2}) \cdot X_G + F_c \cdot a \cdot \tan(\alpha) + F_{p1} \cdot X_G \cdot \tan(\alpha)}{\cos(\beta - \alpha) \cdot d_z + \sin(\beta - \alpha) \cdot d_x} + \frac{F_{c1} \cdot (L_p \cdot \sin(\alpha) - 2) + F_{c2} \cdot a}{\cos(\beta - \alpha) \cdot d_z + \sin(\beta - \alpha) \cdot d_x}$$

$$R_2 = 24,887 \text{ t}$$

Para el sistema de seis ramales tenemos que la tracción del cable es:

$$S = \frac{24887}{0,95 \times 6} = 4366,14 \text{ kg}$$

Vemos cómo la fuerza de tracción a la que está sometida el cable es mucho menor que la fuerza de rotura mínima:

$$F_{mín} = Z_p \cdot S = 3,195 \times 4200,18 = 13419,58 \text{ kg} \gg 4366,14 \text{ kg}$$

CUMPLE ✓

El cable que une el sistema de ramales con la pluma absorbe toda la reacción y por tanto tiene un diámetro mayor. Comprobaremos si es mayor la tracción a la que está sometida en esta situación pésima es mayor que la tracción mínima de rotura:

$$F_{mín} = Z_p \cdot S = 3,195 \times 23941 = 76491,50 \text{ kg} \gg 24887 \text{ kg}$$

CUMPLE ✓



$$\frac{+ F_{c1} \cdot (L_p \cdot \text{sen}(\alpha) - 2) + F_{c2} \cdot a}{\cos(\beta - \alpha) \cdot d_z + \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot d_x}$$

$$R_2 = 24,808 \text{ t}$$

El tiro del cable en el tambor sabiendo que el sistema de reenvíos consta de seis ramales es:

$$S = \frac{R_2}{n} = \frac{24808}{6} = 4134,67 \text{ kg}$$

Calculamos ahora el par en el tambor que ha de entregar el motor frente al ideal que puede llegar a dar y vemos qué rendimiento obtenemos:

$$M_r = T \cdot \frac{D}{2} = 4134,67 \times 9,81 \frac{0,463}{2} = 9389,89 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_i = \frac{\dot{W}}{\omega} \cdot i = \frac{43000}{1450 \times 2\pi / 60} \cdot 39,3 = 11129,21 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\eta = \frac{M_r}{M_i} = \frac{9389,89}{11129,21} = 0,844 \quad \checkmark$$

Dado que el rendimiento al que trabaja el reductor está dentro del intervalo aceptable de rendimiento podemos concluir que el reductor que habíamos seleccionado sopota esta situación crítica y por tanto es adecuado.

CUMPLE \checkmark

1.14.8 COMPROBACIÓN DE LAS POLEAS DE ABATIMIENTO

Las poleas sufrirán la situación más crítica en el mismo momento que el cable de abatimiento.

Esta fuerza de tracción es, como hemos calculado anteriormente:

$$S = \frac{24887}{0,95 \times 6} = 4366,14 \text{ kg}$$

La fuerza que comprime a las poleas debido a la tracción del cable es:

$$P = 2 \cdot S \cdot \text{sen}\left(\frac{\gamma}{2}\right) = 2 \times 4366,14 \cdot \text{sen}(22,5^\circ) = 3341,70 \text{ kg}$$



El momento flector es:

$$M_{f\text{máx}} = \frac{P \cdot l}{16} = \frac{3341,706 \times 157,08}{16} = 32807,13 \text{ kg mm}$$

Las tensiones a las que estará sometida la polea son:

$$\sigma_f = \frac{M_f}{W} \quad \tau = \frac{P/2}{A_c}$$

El módulo resistente y el área que está sometida a tensión tangencial son ya conocidos por lo que la tensión a la que están sometidas estas poleas, aplicando von Mises, es:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_f^2 + 3\tau^2} = 12,82 \text{ kg/mm}^2 = 125,77 \text{ MPa} < 260 \text{ MPa} \checkmark$$

Comprobamos si aguanta a pandeo:

$$\sigma = \frac{P \cdot w}{A} = \frac{3341,70 \times 1,05}{360} = 9,75 \text{ kg/mm}^2 = 95,61 \text{ MPa} < 260 \text{ MPa} \checkmark$$

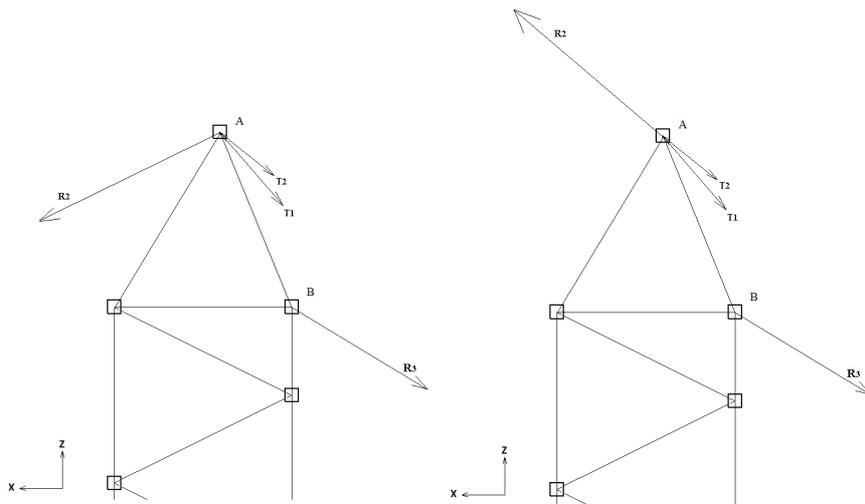
Por lo que podemos decir que las poleas de abatimiento aguantan de sobra.

CUMPLE \checkmark

1.14.9 COMPROBACIÓN DEL MÁSTIL

La peor situación para la pluma será difícil de deducir, por eso estudiaremos las posiciones de máximo y mínimo alcance en el caso II ya que el mástil fue diseñado en función del propio caso I y por lo tanto este no deberá ser estudiado. EL caso II lo despreciamos porque el viento solo influye a efectos de estabilidad de la pluma pero no hará aumentar la tensión de las barras del mástil.

Recordamos donde consideramos que van aplicadas las solicitaciones en el tramo de punta de la pluma. Para máximo alcance y mínimo alcance tenemos el siguiente esquema:



Además de estas fuerzas, cerca de la base tenemos las solicitaciones correspondientes al cable de elevación que pasa por la punta y luego por una polea cerca de la base para luego dirigirse a la punta de la pluma.

1.14.9.1 Máximo alcance caso II

$$R_2 = 24887 \text{ kg}$$

Sabiendo que T2 es el tiro del cable del tambor de abatimiento:

$$T2 = \frac{R_2}{6} = 4147,83 \text{ kg}$$

T1 es el tiro del cable de elevación y coincide con el valor que calculamos para la situación pésima del cable de elevación. Obtuvimos:

$$T1 = S' = \frac{F_R}{i \cdot \eta} = \frac{10101,14}{2 \times 0,99} = 5101,58 \text{ kg}$$

El valor de R_3 lo obtenemos mediante cype a partir de la parrilla de motores y contrapeso.

$$R_3 = 23205,27 \text{ kg}$$

Por lo tanto las componentes resultantes en los punto A y B del tramo de punta del mástil son:

$$\begin{aligned} F_{Ax} &= 22208,01 \text{ kg} & F_{Az} &= -13980,43 \text{ kg} \\ F_{Bx} &= -9523,46 \text{ kg} & F_{Bz} &= -21161,01 \text{ kg} \end{aligned}$$



Las componentes resultantes mayoradas cerca de la base debido al cable de elevación que por ahí pasa quedan:

$$F_{Cx} = T1 \cdot \cos(15,28^\circ) = 4921,24 \text{ kg} \quad F_{Cz} = T1 \cdot \text{sen}(15,28^\circ) = 1344,45 \text{ kg}$$

Aplicamos estas solicitaciones a nuestra estructura y comprobamos que las barras trabajan en un porcentaje de aprovechamiento por debajo de 78,97 %.

CUMPLE ✓

1.14.9.2 Mínimo alcance caso II

Procedemos de igual manera:

$$R_2 = 11551,71 \text{ kg}$$

$$T2 = \frac{R_2}{6} = 1925,29 \text{ kg}$$

$$T1 = 5101,58 \text{ kg}$$

$$R_3 = 24411,75 \text{ kg}$$

Por lo tanto las componentes resultantes en los punto A y B del tramo de punta del mástil son:

$$\begin{array}{ll} F_{Ax} = 3213,63 \text{ kg} & F_{Az} = 3694,06 \text{ kg} \\ F_{Bx} = -10018,60 \text{ kg} & F_{Bz} = -22261,21 \text{ kg} \end{array}$$

Las componentes resultantes mayoradas cerca de la base debido al cable de elevación que por ahí pasa quedan:

$$F_{Cx} = T1 \cdot \cos(78,41^\circ) = 1024,94 \text{ kg} \quad F_{Cz} = T1 \cdot \text{sen}(78,41^\circ) = 4997,56 \text{ kg}$$

Aplicamos estas solicitaciones a nuestra estructura y comprobamos que las barras trabajan en un porcentaje de aprovechamiento por debajo de 78,97 %.

CUMPLE ✓



1.15 CONCLUSIONES DEL PROYECTO

A lo largo de este proyecto se han planteado muchos temas relacionados con las áreas estudiadas a lo largo de la carrera y algunos nuevos que reforzarán los conocimientos de ingeniería.

Son muchas las dificultades que han ido surgiendo a lo largo del proyecto. La falta de información, de datos y de documentos que proyectaran algo parecido han sido los mayores obstáculos. No se disponía de un proyecto parecido ni mucho menos por lo que se ha tenido que desarrollar el proyecto desde cero, sin ninguna referencia y por lo tanto con un alto esfuerzo a la hora de diseñar la línea de trabajo que sigue este trabajo.

1.15.1 CONCLUSIONES TÉCNICAS

En este proyecto teórico se ha conseguido satisfacer la necesidad de diseñar un aparato elevador que facilitase la operación de desmontaje de una grúa tipo abatible utilizada en construcción de edificios de manera que a partir de los datos de peso propio de la grúa a desmontar y las alturas a las que podría llegar a trabajar se ha diseñado una grúa Derrick capaz de levantar 8000 kg de peso con un alcance máximo de 24 metros capaz de resistir vientos de hasta 183 km/h correspondientes a la peor situación a 200 metros de altura.

En algunas ocasiones se partía de una gran escasez de información por lo que se han tenido que hacer estimaciones que luego hemos vuelto a calcular haciendo otra iteración como en el caso del coeficiente dinámico y otras veces estas estimaciones directamente las damos por válidas ya que tras una comprobación veíamos que el dato estimado era bastante ajustado y no desviaba los resultados.

Una vez diseñada la grúa hemos comprobado la estabilidad de la grúa para poder diseñar la base de la misma al mismo tiempo que veíamos cuáles eran las situaciones de vuelco más desfavorables.

Por último hemos comprobado la grúa en las situaciones pésimas para ver si cada uno de los componentes diseñados que la forman soportaba dichas situaciones.

1.15.1.1 Resumen de las características de los componentes diseñados

A modo de resumen, para facilitar la interpretación de la presente memoria al lector, presentamos una tabla que sintetiza las características principales de las partes de la grúa calculadas:



DENOMINACIÓN	DESCRIPCIÓN	CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES
GANCHO DE ELEVACIÓN	Gancho con bloqueo de seguridad para la elevación de cargas	Gancho número 4 de la norma DIN 15400 de 14 kg de peso
CABLE DE ELEVACIÓN	Cable empleado para la elevación de cargas	18 mm de diámetro y de estructura $6 \times 19(1+6+12)+1$
CABLE DE ABATIMIENTO	Cable que tira de la pluma pasando por la parte superior del mástil para lograr el movimiento de abatimiento	16 mm de diámetro y de estructura $6 \times 19(1+6+12)+1$
POLEAS DEL MECANISMO DE ELEVACIÓN	Poleas de casquillos de bronce que guían al cable de elevación	Polea de diámetro exterior igual a 400 mm definida por la norma DIN 15061
POLEAS DEL MECANISMO DE ABATIMIENTO	Poleas de casquillos de bronce que guían al cable de abatimiento	Polea de diámetro exterior igual a 400 mm definida por la norma DIN 15061
MOTOR DE ELEVACIÓN	Motor reductor para mover el cable de elevación	$\dot{W} = 53 \text{ kW}$, $i = 43,6$ Velocidad máxima de elevación: 54,02 m/min
MOTOR DE ABATIMIENTO	Motor reductor para mover el cable de abatimiento.	$\dot{W} = 43 \text{ kW}$, $i = 39,3$ Tiempo de abatimiento completo: 1,22 min
MOTOR DE GIRO	Motor reductor para conseguir el giro de la pluma, el mástil y la parrilla solidariamente.	$\dot{W} = 12,9 \text{ kW}$, $i = 191$ Velocidad de giro: 0,694 rpm
ESTRUCTURA DE LA PLUMA	Celosía de barras que forma la pluma	Formada por barras de sección circular con diferentes espesores. Peso propio: 1202 kg
ESTRUCTURA DEL MÁSTIL	Celosía de barras que forma el mástil	Formada por barras de sección circular con diferentes espesores. Peso propio: 520 kg más 263,6 kg de los tirantes
ESTRUCTURA DE LA PARRILLA	Bastidor de barras de acero que sustenta los motores y el contrapeso	Formada por barras de sección cuadrada con diferentes espesores. Peso propio: 303 kg
TAMBOR DEL MECANISMO DE ELEVACIÓN	Tambor de acero cilíndrico que recoge o suelta cable de elevación	Diámetro primitivo: 317 mm Longitud: 1040 mm Espesor de pared: 14,2 mm
TAMBOR DEL MECANISMO DE ABATIMIENTO	Tambor de acero cilíndrico que recoge o suelta cable de abatimiento	Diámetro primitivo: 415 mm Longitud: 306 mm Espesor de pared: 11,5 mm
APAREJO DE ELEVACIÓN	Bloque de poleas por el que pasa el cable de elevación y al	Peso propio de 287,64 kg



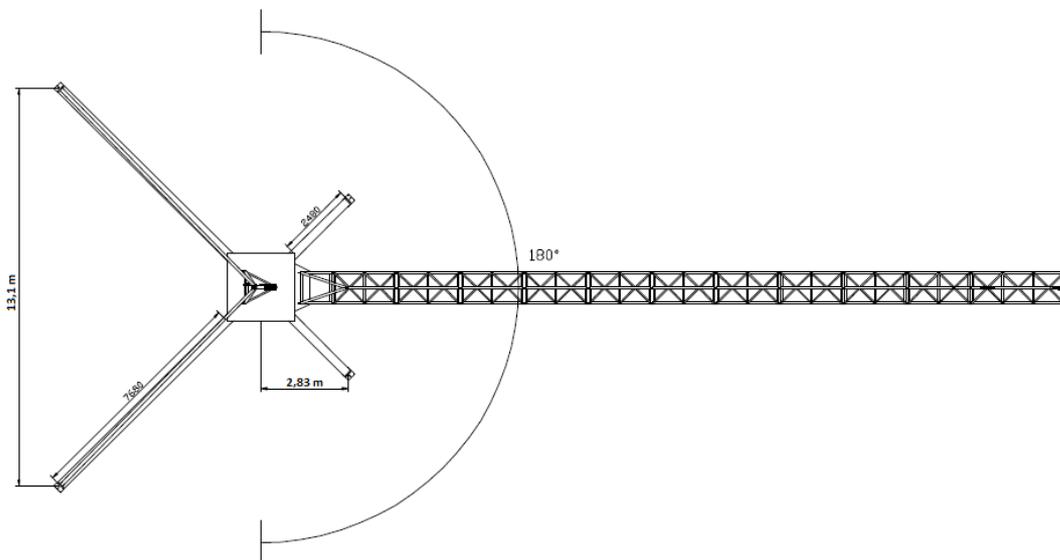
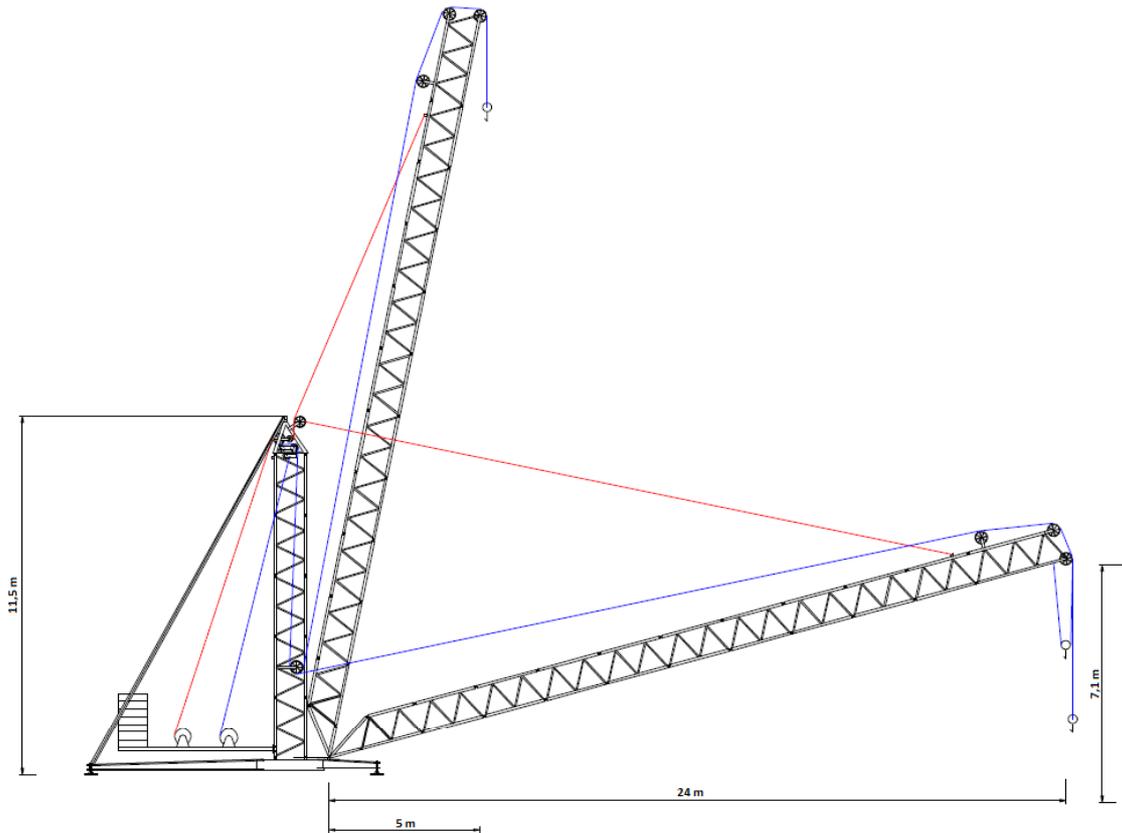
DENOMINACIÓN	DESCRIPCIÓN	CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES
	cual se ancla el gancho	
PASTECAS DE ABATIMIENTO	Bloques de poleas que forman el sistema de seis ramales para el abatimiento de la pluma	Peso propio de cada pasteca: 82,95 kg
CONTRAPESO	Masa que ayudará a vencer el momento de vuelco hacia adelante	Peso propio: 22133,5 kg Se situará a 5 metros del eje de giro
RODAMIENTO DE GIRO	Corona de giro dentada que será impulsada por el motor de giro sobre la que descansar las partes de la grúa que han de girar.	Rodamiento del fabricante Rothe Erde número 011.25.1200.600.11.1503 que corresponde con la curva 7 de la serie KD 320

Capacidad de carga:

CAPACIDAD DE CARGA (T)	ALCANCE (M)																			
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
RAMALES	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8
	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8
	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8



1.15.1.1 Resumen de las características geométricas de la grúa





1.16 BIBLIOGRAFÍA

Programas de ordenador:

CYPE 2012 CÁLCULO DE ESTRUCTURAS METÁLICAS CON NUEVO METAL 3D

AUTOCAD 2007

SOLIDWORKS 2011

Apuntes de la carrera:

ELASTICIDAD Y RESISTENCIA DE MATERIALES

Ingeniería Técnica Industrial especialidad Mecánica. José Javier Lumbreras Azanza.

DISEÑO DE MÁQUINAS

Ingeniería Técnica Industrial especialidad Mecánica. Jorge San Miguel

Manuales:

MANUAL IMPRESCINDIBLE, CYPE 2008 CÁLCULO DE ESTRUCTURAS METÁLICAS CON NUEVO METAL 3D. Antonio Manuel Reyes Rodríguez. Editorial ANAYA.

Libros:

GRÚAS. Emilio Larrodé y Antonio Miravete. Editado por el servicio de publicaciones del centro Politécnico Superior de la Universidad de Zaragoza.

APARATOS DE ELEVACIÓN Y TRANSPORTE. Hellmut Ernst. Editorial BLUME.

Catálogos:

ROTHERDE GRANDES RODAMIENTOS.

MOTORES REDUCTORES MARTINENA LÍNEA ESTÁNDAR

MOTORES REDUCTORES MARTINENA LÍNEA HIGH TECH

Normas:

FEM 1001 REGLAS DE DISEÑO DE APARATOS DE ELEVACIÓN.

DIN 15400 GANCHOS DE ELEVACIÓN, MATERIALES, PROPIEDADES MECÁNICAS, CAPACIDAD DE ELEVACIÓN Y TENSIONES.



DIN 15020 PRINCIPIOS PARA TRANSMISIONES POR CABLE.

UNE ISO 4308 GRÚAS Y APARATOS DE ELEVACIÓN, SELECCIÓN DE CABLES.

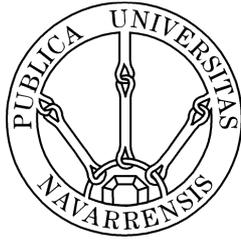
FEM 1004 RECOMENDACIONES PARA EL CÁLCULO DE CARGAS DE VIENTO SOBRE ESTRUCTURAS DE GRÚAS.

UNE EN 13001-2 SEGURIDAD DE GRÚAS, ACCIONES DE LA CARGA.



Pamplona, a 20 de Junio de 2014
Javier Gárriz Cano
Ingeniero Técnico Industrial Mecánico

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'JGC', written over a horizontal line.



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN

Titulación:

INGENIERO TÉCNICO INDUSTRIAL MECÁNICO

Título del proyecto:

DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS DE
ALCANCE Y 8000 KG DE CARGA MÁXIMA

DOCUMENTO Nº 2 PLANOS

Javier Gárriz Cano

Tutor: Jesús Zurita Gabasa

Pamplona, 20 de junio de 2014



ÍNDICE

PLANO Nº 1: PLUMA

PLANO Nº 2: MÓDULO DE LA BASE DE LA PLUMA

PLANO Nº 3: PRIMER MÓDULO DEL TRAMO 1 DE LA PLUMA

PLANO Nº 4: MÓDULO DE TRAMOS 1, 2 Y 3 DE LA PLUMA

PLANO Nº 5: ÚLTIMO MÓDULO DEL TRAMO 3 DE LA PLUMA

PLANO Nº 6: MÓDULO DE PUNTA DE LA PLUMA

PLANO Nº 7: MÁSTIL

PLANO Nº 8: MÓDULO DEL MÁSTIL DE LOS TRAMOS 1 Y 2

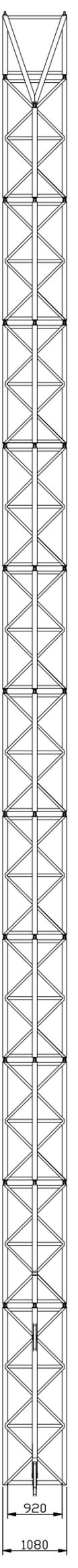
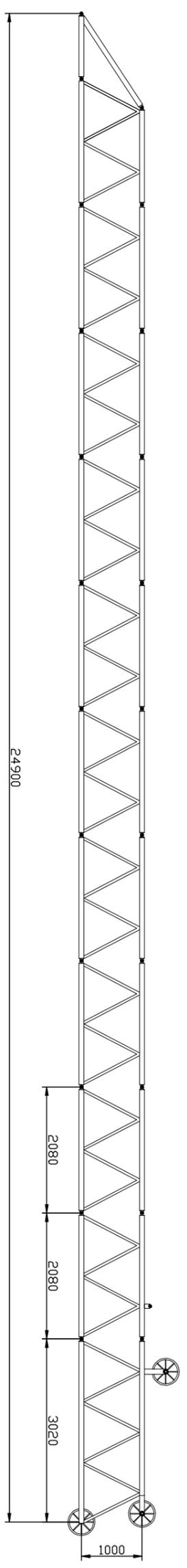
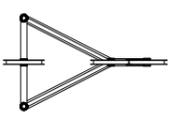
PLANO Nº 9: MÓDULO DEL TRAMO 3 DEL MÁSTIL

PLANO Nº 10: MÓDULO DE PUNTA DEL MÁSTIL SIN POLEAS

PLANO Nº 11: PARRILLA DE MOTORES Y DE CONTRAPESO

PLANO Nº 12: PATA DELANTERA

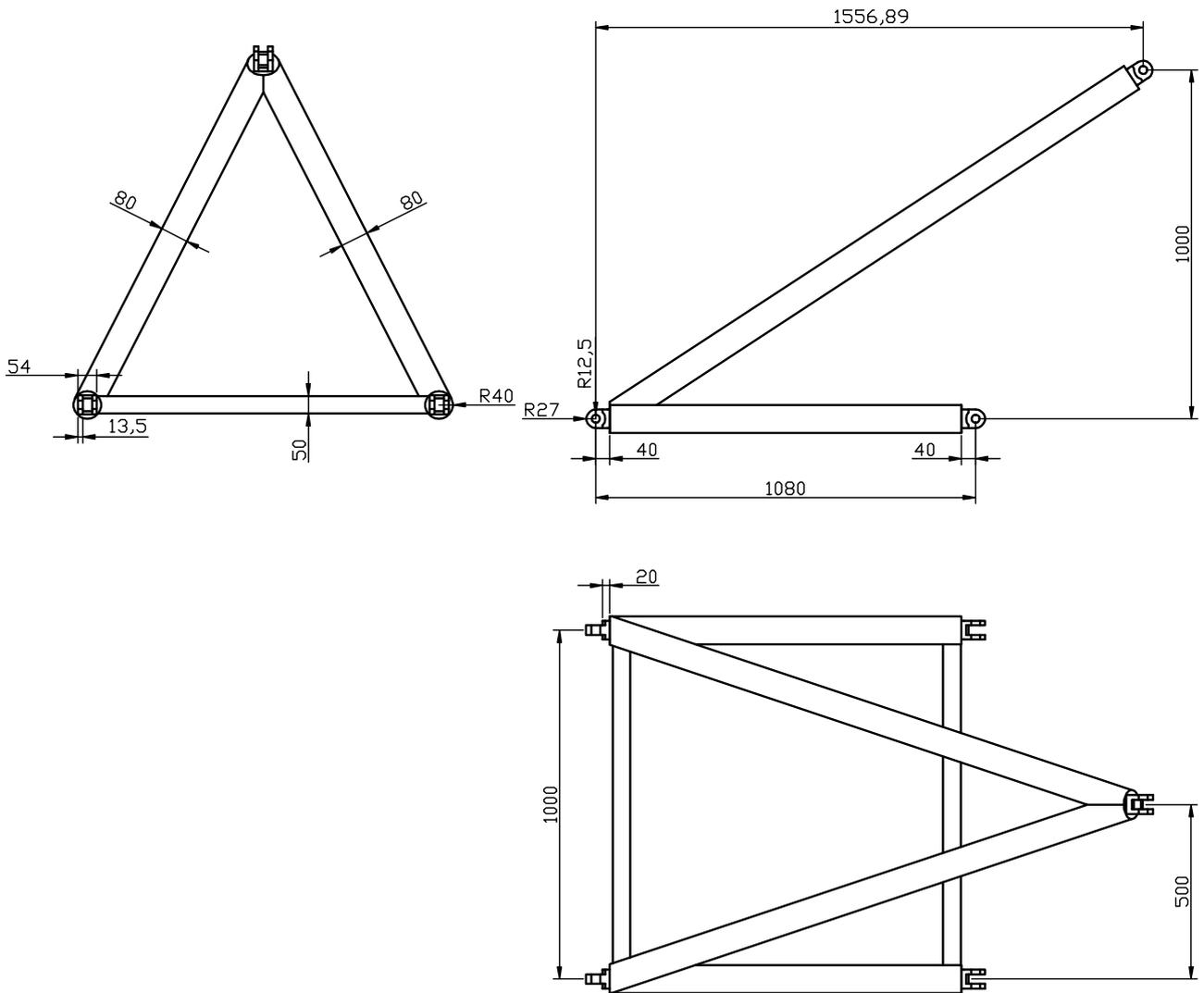
PLANO Nº 13: PATA TRASERA



 Universidad Pública de Navarra Nafarroako Unibertsitate Publikoa	E.T.S.I.I.T. INGENIERO TECNICO INDUSTRIAL M.	DEPARTAMENTO DE ING. MECANICA, ENERGETICA Y DE MATERIALES
	REALIZADO: GARRIZ CANO, JAVIER	

PROYECTO:
DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS DE ALCANCE Y 8 T DE CARGA MÁXIMA

PLANO: PLUMA	FECHA: 20/06/14	ESCALA: 1:15	PLANO: 1
------------------------	--------------------	-----------------	-------------



Universidad Pública
de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

E.T.S.I.I.T.
**INGENIERO
TECNICO INDUSTRIAL M.**

DEPARTAMENTO:
**DEPARTAMENTO DE ING.
MECANICA, ENERGETICA
Y DE MATERIALES**

PROYECTO:

**DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS
DE ALCANCE Y 8 T DE CARGA MÁXIMA**

REALIZADO:

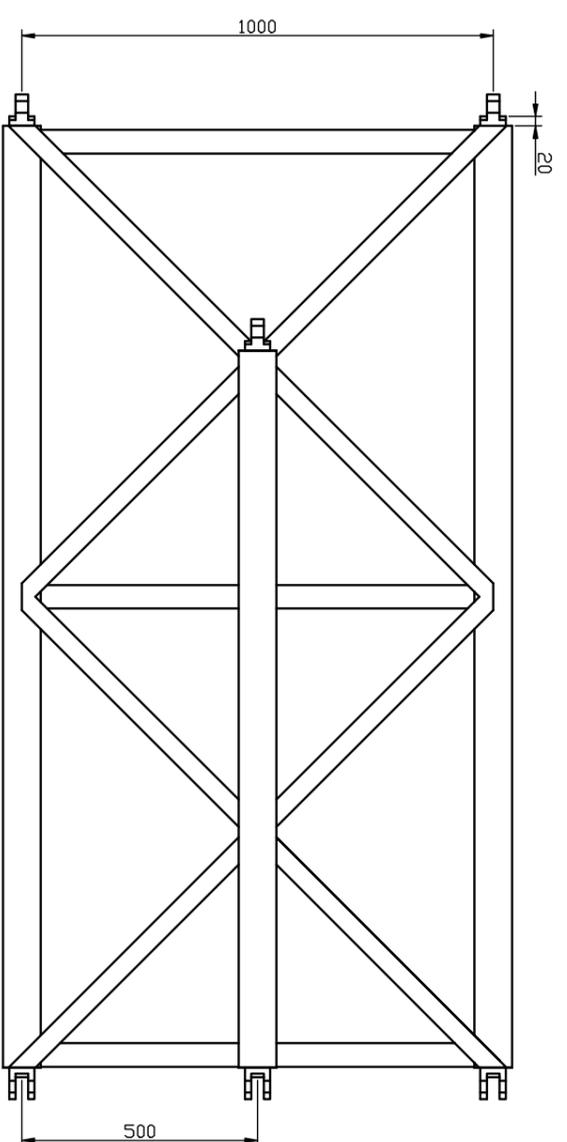
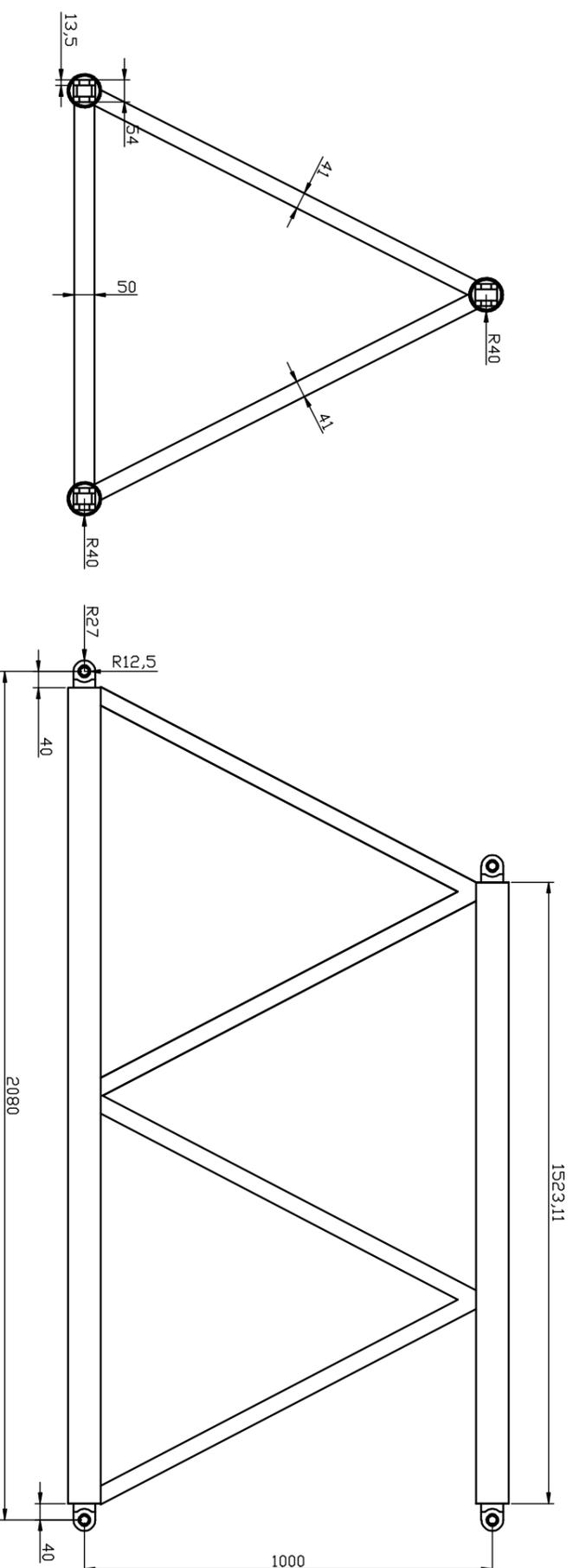
GÁRRIZ CANO, JAVIER

FIRMA:

FECHA:
20/06/14

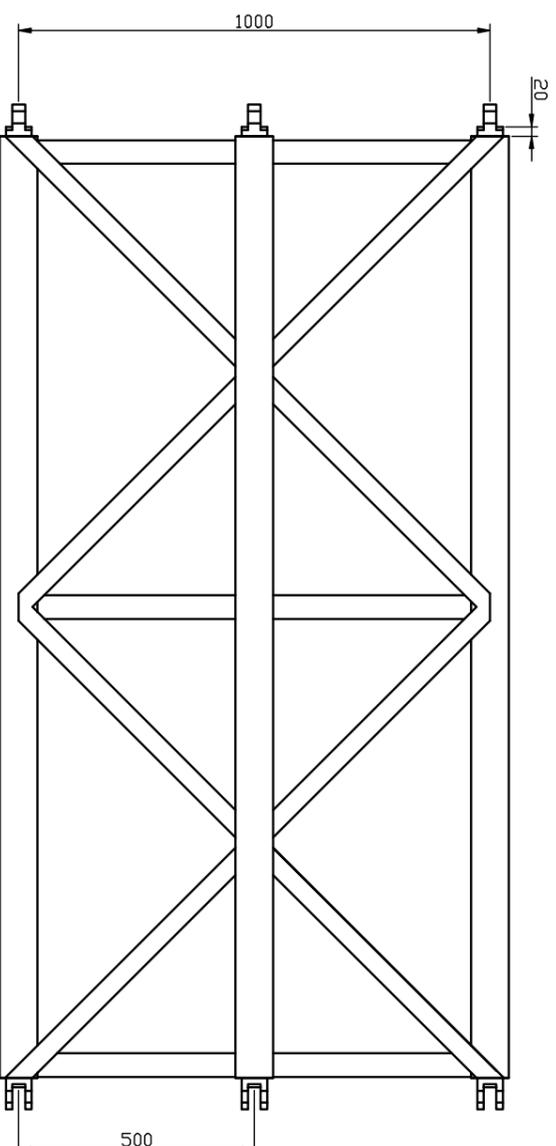
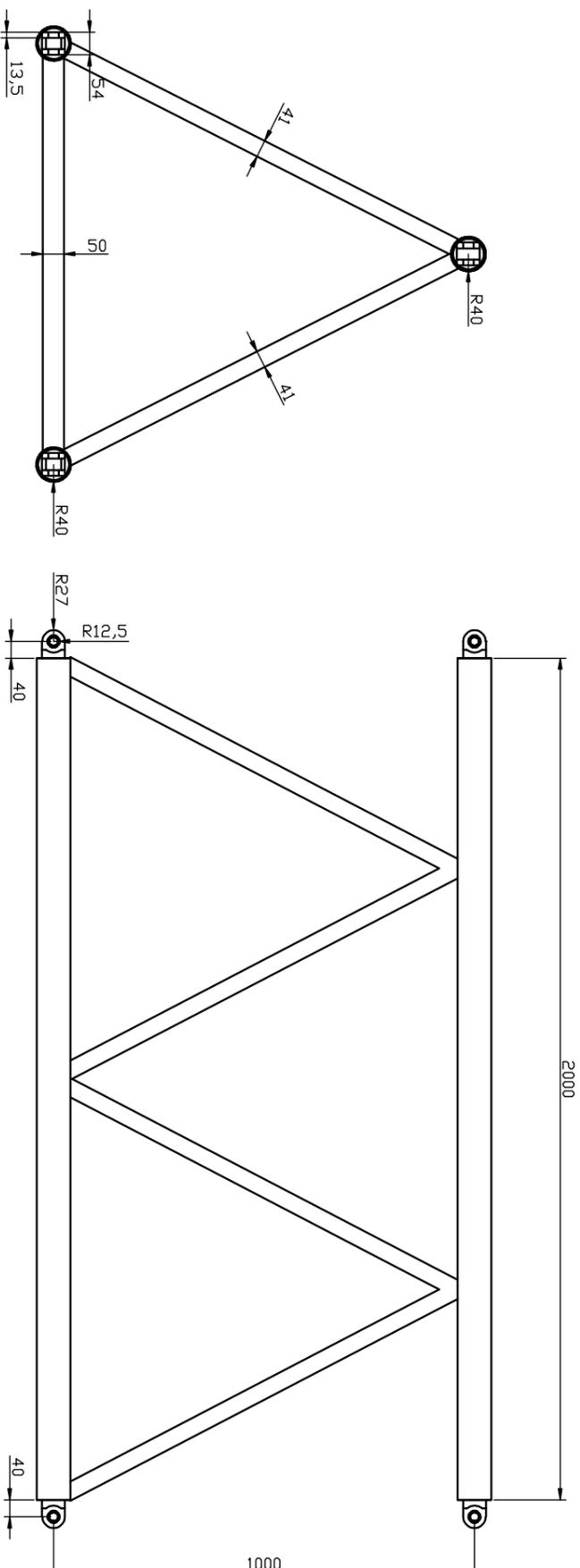
ESCALA:
1:20

NºPLANO:
2



 Universidad Pública de Navarra Nafarroako Unibertsitate Publikoa	E.T.S.I.I.T. INGENIERO TECNICO INDUSTRIAL M.	DEPARTAMENTO DE ING. MECANICA, ENERGETICA Y DE MATERIALES
	PROYECTO: DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS DE ALCANCE Y 8 T DE CARGA MÁXIMA	REALIZADO: GARRIZ CANO, JAVIER

PLANO: PRIMER MÓDULO DEL TRAMO 1 DE LA PLUMA	FECHA: 20/06/14	ESCALA: 1:15	PLANO: 3
---------------------------------------------------------------	---------------------------	------------------------	--------------------



Universidad Pública
de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

E.T.S.I.I.T.
INGENIERO
TECNICO INDUSTRIAL M.

DEPARTAMENTO DE ING.
MECANICA, ENERGETICA
Y DE MATERIALES

PROYECTO:

**DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS
DE ALCANCE Y 8 T DE CARGA MÁXIMA**

REALIZADO:

GARRIZ CANO, JAVIER

FIRMA:

PLANO:

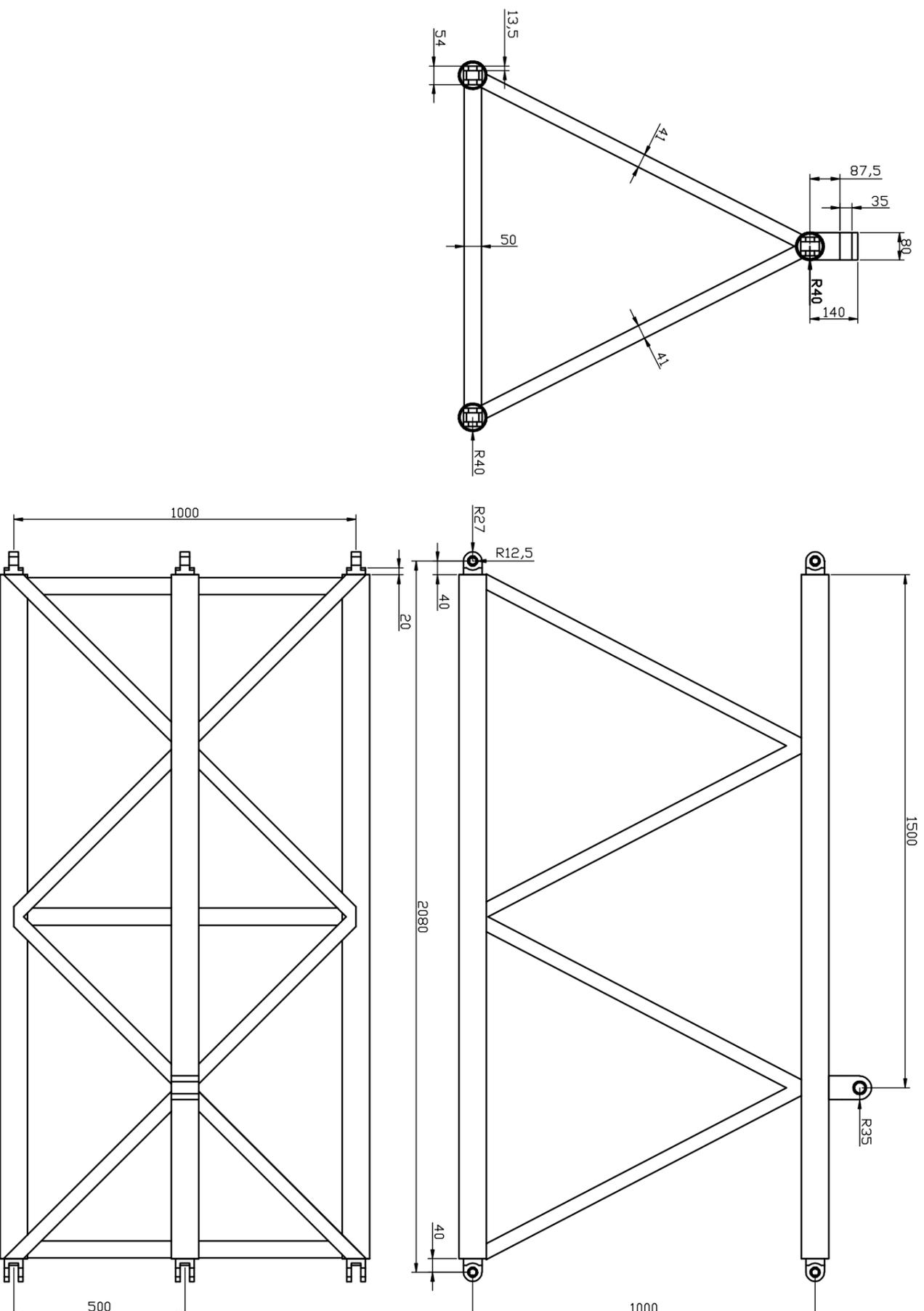
MÓDULO DE TRAMOS 1, 2 Y 3 DE LA PLUMA

FECHA:
20/06/14

ESCALA:
1:15

PLANO:
4

na
Todos los derechos reservados.
Eskubide guztiak erresaltatu dira.



Universidad Pública
de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

E.T.S.I.I.T.
INGENIERO
TECNICO INDUSTRIAL M.

DEPARTAMENTO DE ING.
MECANICA, ENERGETICA
Y DE MATERIALES

PROYECTO:

**DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS
DE ALCANCE Y 8 T DE CARGA MÁXIMA**

REALIZADO:

GARRIZ CANO, JAVIER

FIRMA:

PLANO:

ÚLTIMO MÓDULO DEL TRAMO 3 DEL LA PLUMA

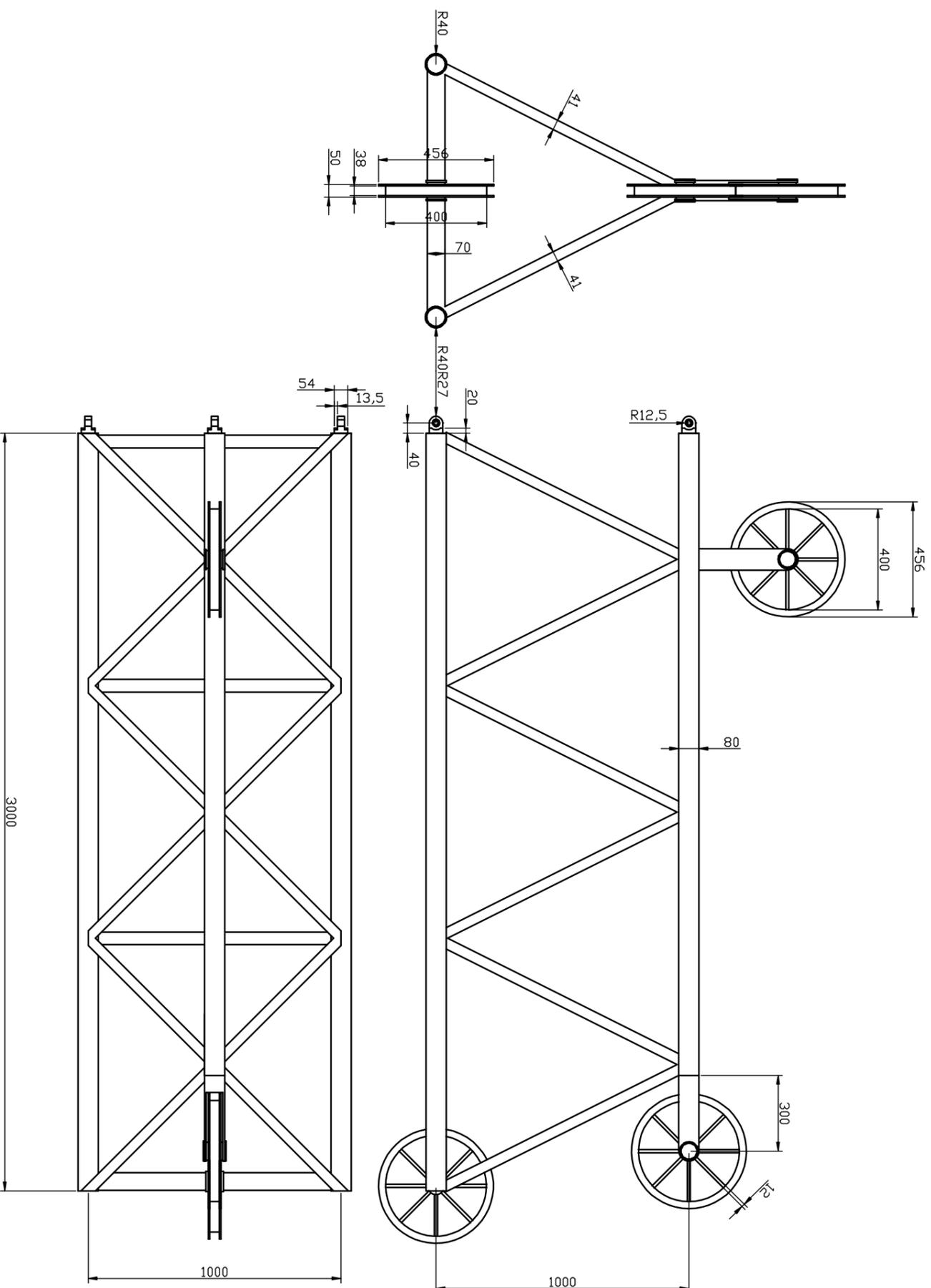
FECHA:
20/06/14

ESCALA:
1:15

PLANO:
5



Todos los derechos reservados.
Eskubide guztiak erreserbatuta daude.



Universidad Pública
 de Navarra
 Nafarroako
 Unibertsitate Publikoa

E.T.S.I.I.T.
 INGENIERO
 TECNICO INDUSTRIAL M.
 DEPARTAMENTO DE ING.
 MECANICA, ENERGETICA
 Y DE MATERIALES

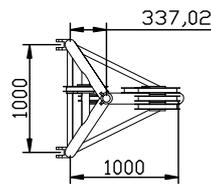
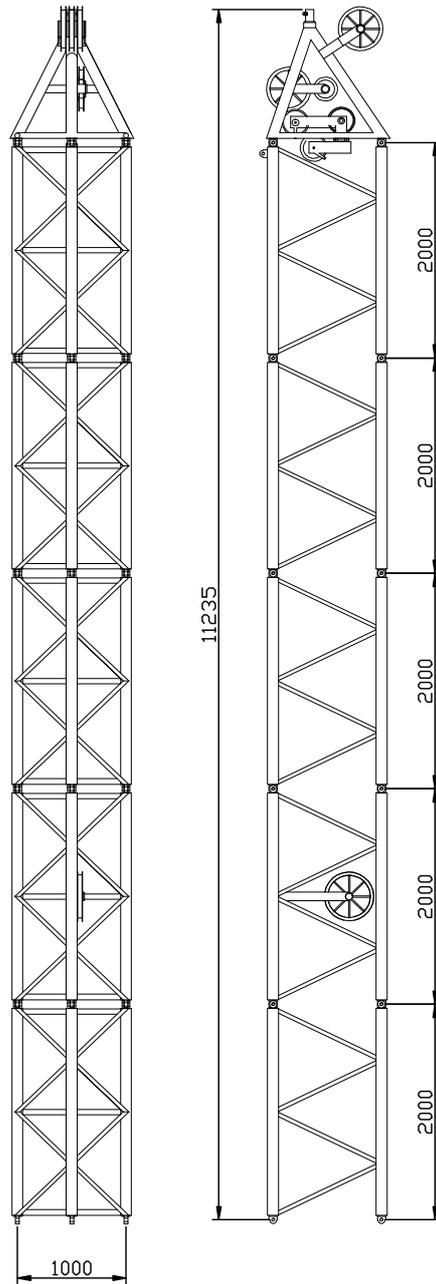
PROYECTO:
**DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS
 DE ALCANCE Y 8 T DE CARGA MÁXIMA**

REALIZADO:
GARRIZ CANO, JAVIER

PLANO:
MÓDULO DE PUNTA DE LA PLUMA

FECHA:
 20/06/14

ESCALA:
 1:20



Universidad Pública
de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

E.T.S.I.I.T.
**INGENIERO
TECNICO INDUSTRIAL M.**

DEPARTAMENTO:
**DEPARTAMENTO DE ING.
MECANICA, ENERGETICA
Y DE MATERIALES**

PROYECTO:

**DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS
DE ALCANCE Y 8 T DE CARGA MÁXIMA**

REALIZADO:

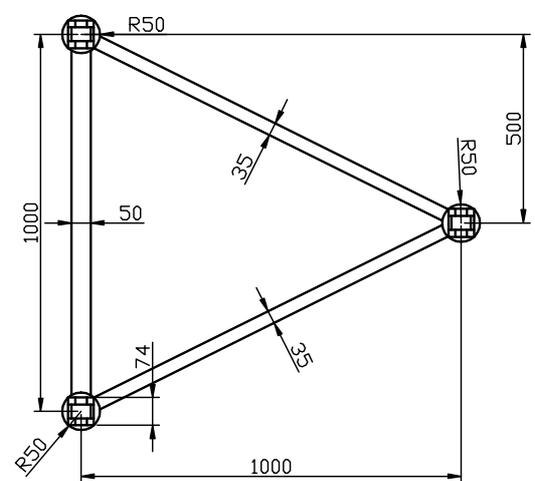
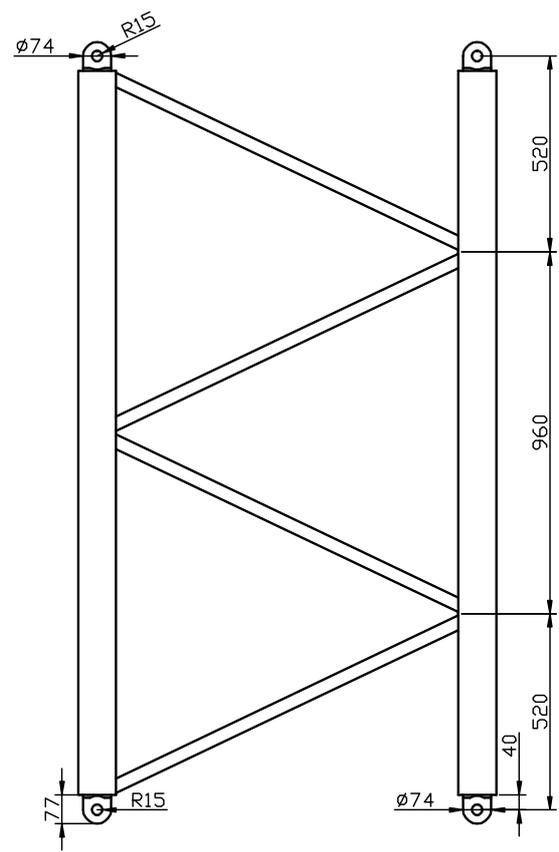
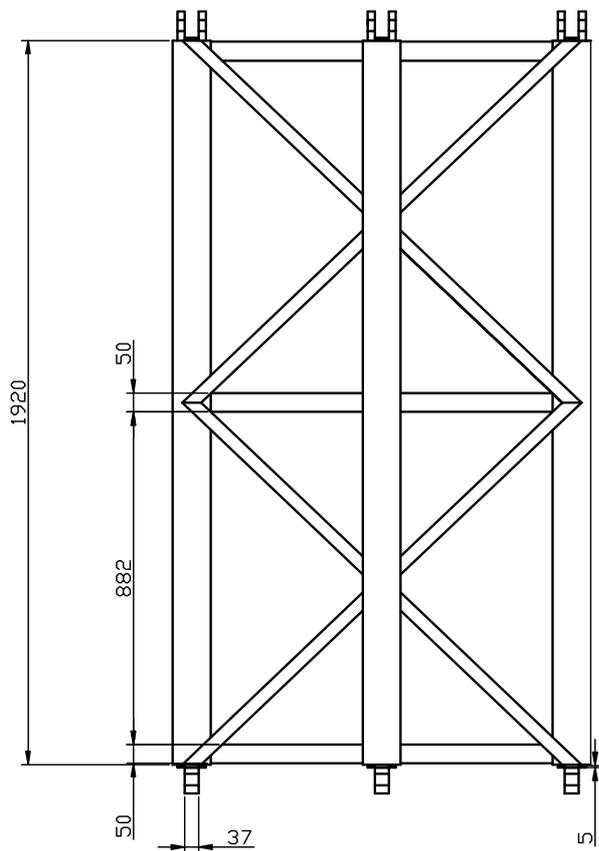
GÁRRIZ CANO, JAVIER

FIRMA:

FECHA:
20/06/14

ESCALA:
1:70

NºPLANO:
7



Universidad Pública
de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

E.T.S.I.I.T.
**INGENIERO
TECNICO INDUSTRIAL M.**

DEPARTAMENTO:
**DEPARTAMENTO DE ING.
MECANICA, ENERGETICA
Y DE MATERIALES**

PROYECTO:
**DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS
DE ALCANCE Y 8 T DE CARGA MÁXIMA**

REALIZADO:
GÁRRIZ CANO, JAVIER

FIRMA:

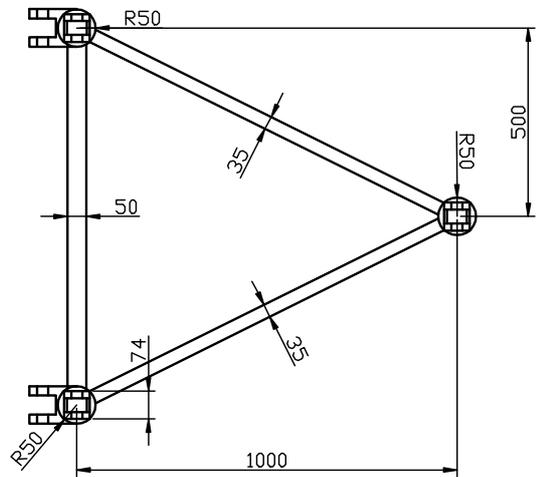
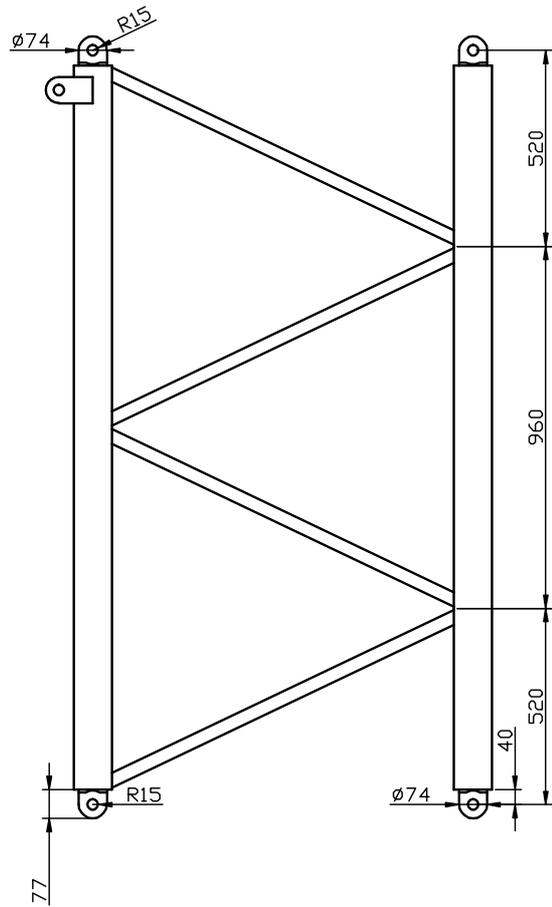
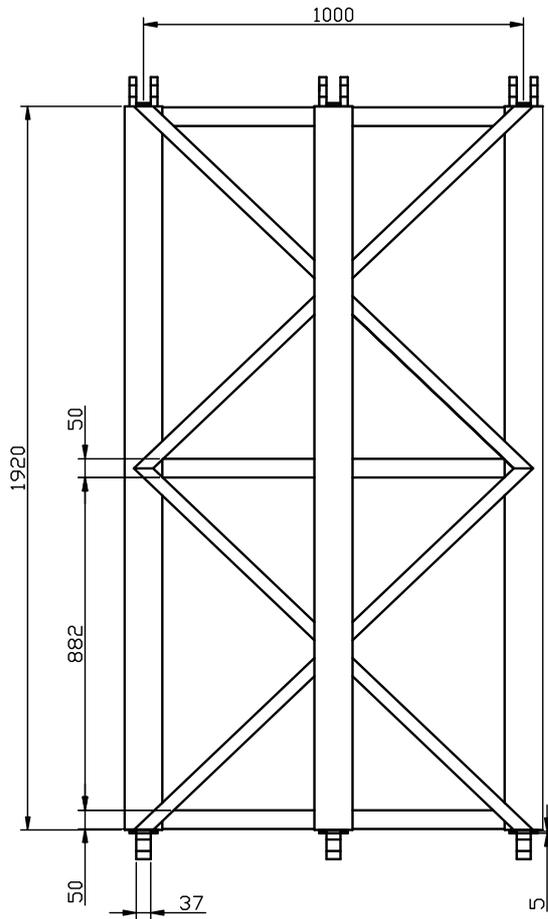


MÓDULO DEL MÁSTIL DE LOS TRAMOS 1 Y 2

FECHA:
20/06/14

ESCALA:
1.20

Nº PLANO:
8



Universidad Pública
de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

E.T.S.I.I.T.
**INGENIERO
TECNICO INDUSTRIAL M.**

DEPARTAMENTO:
**DEPARTAMENTO DE ING.
MECANICA, ENERGETICA
Y DE MATERIALES**

PROYECTO:

**DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS
DE ALCANCE Y 8 T DE CARGA MÁXIMA**

REALIZADO:

GÁRRIZ CANO, JAVIER

FIRMA:

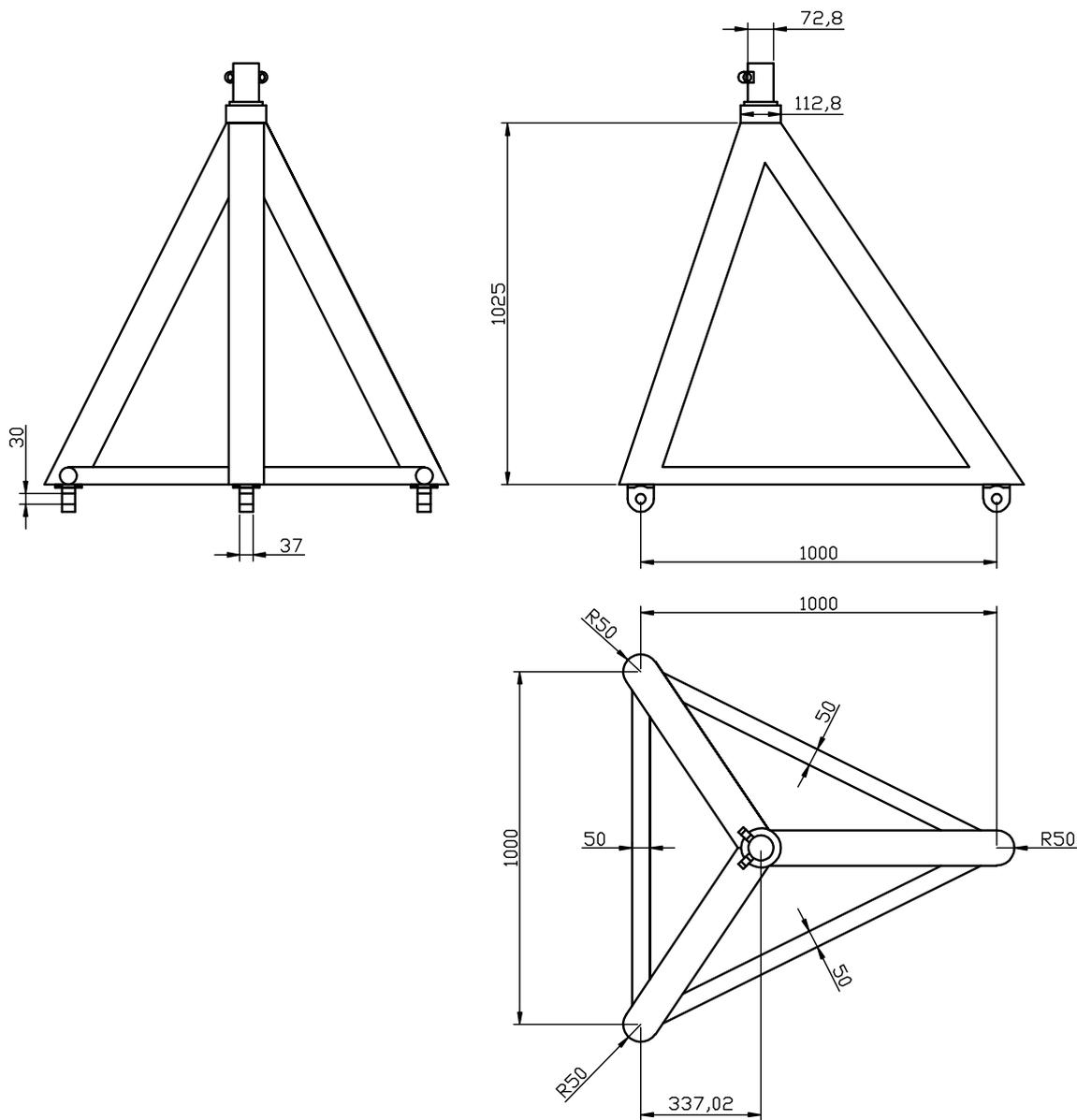
FECHA:
20/06/14

ESCALA:
1:20

Nº PLANO:
9

upna
UPNA
Universidad Pública de Navarra
Todos los derechos reservados
Eskubide guztiak erreserbatu dira

MÓDULO DEL TRAMO 3 DEL MÁSTIL



Universidad Pública
de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

E.T.S.I.I.T.
**INGENIERO
TECNICO INDUSTRIAL M.**

DEPARTAMENTO:
**DEPARTAMENTO DE ING.
MECANICA, ENERGETICA
Y DE MATERIALES**

PROYECTO:

**DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS
DE ALCANCE Y 8 T DE CARGA MÁXIMA**

REALIZADO:

GÁRRIZ CANO, JAVIER

FIRMA:

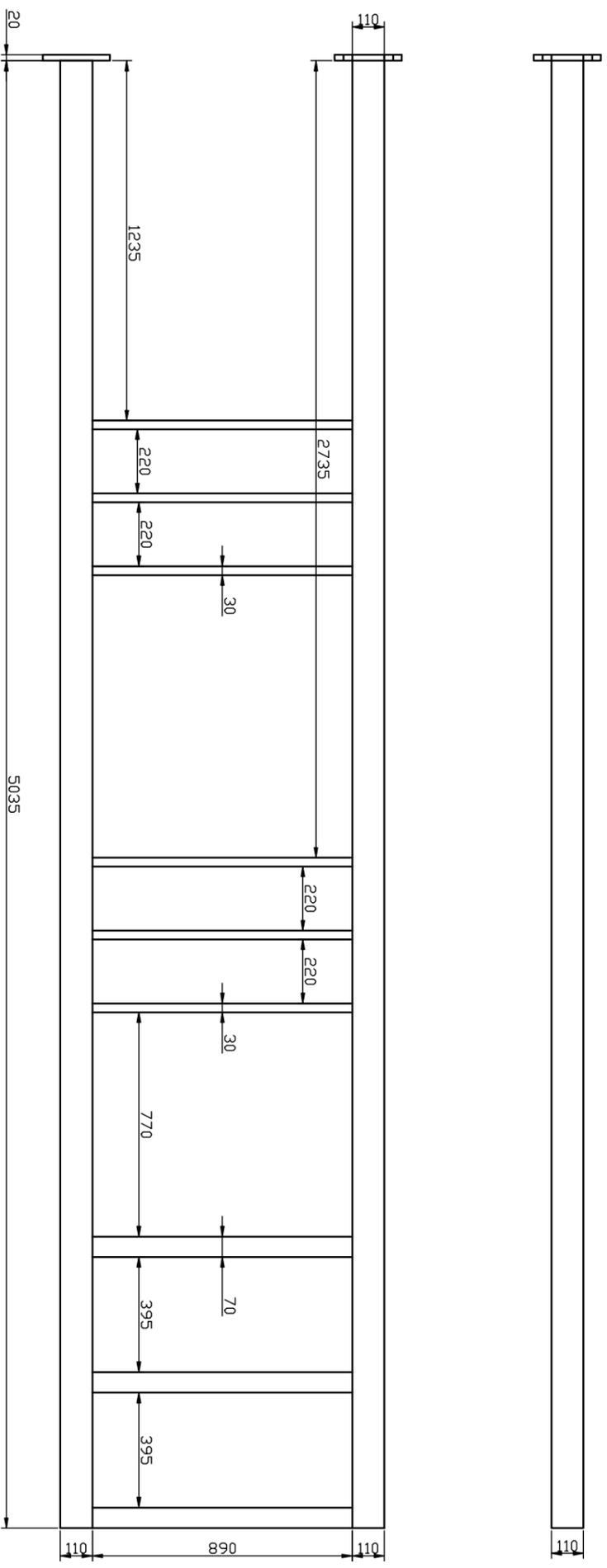
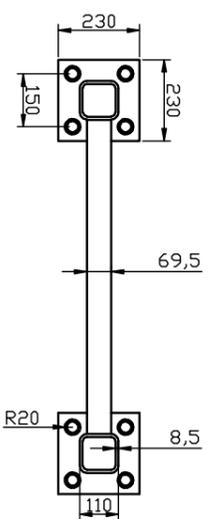
FECHA:
20/06/14

ESCALA:
1:20

NºPLANO:
10

upna
PLANO:
Todos los derechos reservados.
Eskubide guztiak erreserbatu dira

MÓDUO DE PUNTA DEL MÁSTIL SIN POLEAS



Universidad Pública
de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

E.T.S.I.I.T.
INGENIERO
TECNICO INDUSTRIAL M.

DEPARTAMENTO DE ING.
MECANICA, ENERGETICA
Y DE MATERIALES

PROYECTO:

**DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS
DE ALCANCE Y 8 T DE CARGA MÁXIMA**

REALIZADO:

GARRIZ CANO, JAVIER

FIRMA:

PLANO:

PARRILLA DE MOTORES Y DE CONTRAPESO

FECHA:

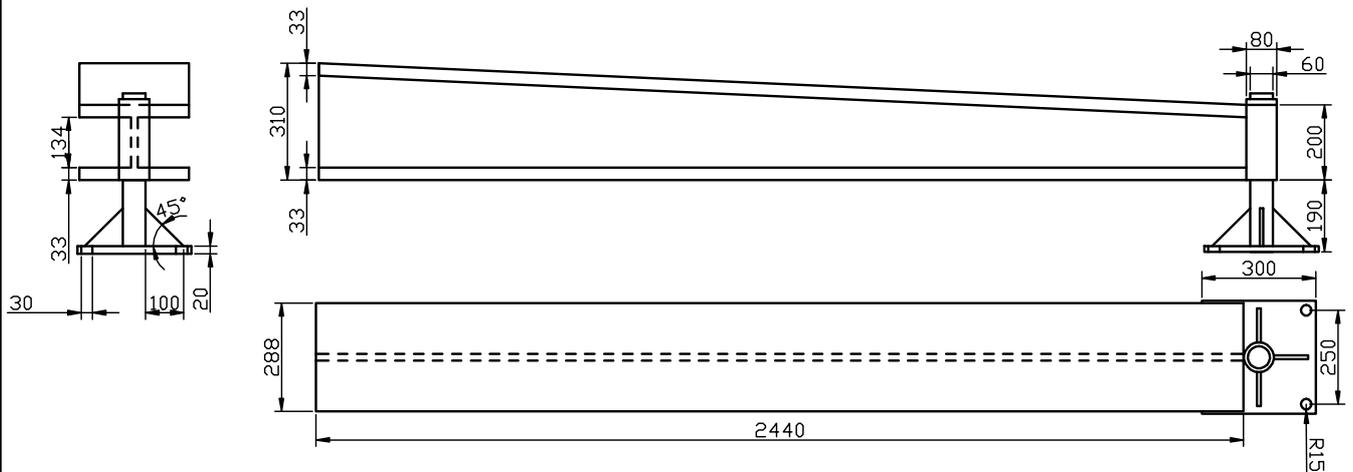
20/06/14

ESCALA:

1:20

PLANO:

11



Universidad Pública
de Navarra
Nafarroako
Unibertsitate Publikoa

E.T.S.I.I.T.
**INGENIERO
TECNICO INDUSTRIAL M.**

DEPARTAMENTO:
**DEPARTAMENTO DE ING.
MECANICA, ENERGETICA
Y DE MATERIALES**

PROYECTO:

**DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS
DE ALCANCE Y 8 T DE CARGA MÁXIMA**

REALIZADO:

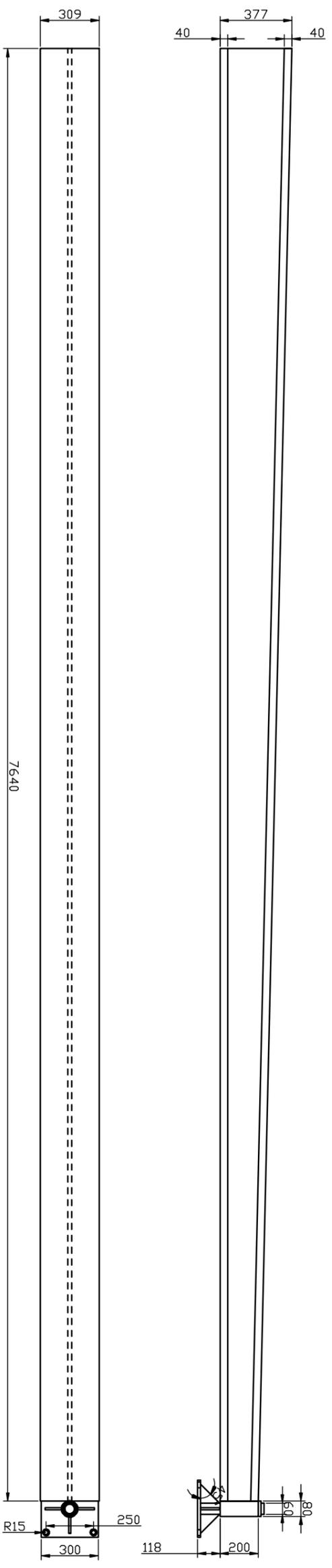
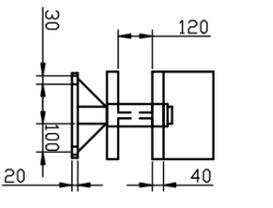
GÁRRIZ CANO, JAVIER

FIRMA:

FECHA:
20/06/14

ESCALA:
1:20

NºPLANO:
12



 Universidad Pública de Navarra Nafarroako Unibertsitate Publikoa	E.T.S.I.I.T. INGENIERO TECNICO INDUSTRIAL M.	DEPARTAMENTO DE ING. MECANICA, ENERGETICA Y DE MATERIALES
	REALIZADO: GARRIZ CANO, JAVIER	

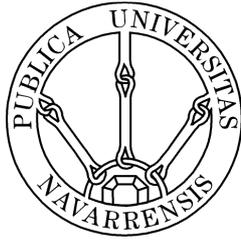
PROYECTO: **DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS DE ALCANCE Y 8 T DE CARGA MÁXIMA**

PLANO: PATA TRASERA	FECHA: 20/06/14	ESCALA: 1:25	PLANO: 13
----------------------------	-----------------	--------------	-----------



Pamplona, a 20 de Junio de 2014
Javier Gárriz Cano
Ingeniero Técnico Industrial Mecánico

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'JG', written over a horizontal line.



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN

Titulación:

INGENIERO TÉCNICO INDUSTRIAL MECÁNICO

Título del proyecto:

DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS DE
ALCANCE Y 8000 KG DE CARGA MÁXIMA

DOCUMENTO Nº 3 PLIEGO DE CONDICIONES

Javier Gárriz Cano

Tutor: Jesús Zurita Gabasa

Pamplona, 20 de junio de 2014



ÍNDICE

3.1 ACEROS	3
3.1.1 CLASIFICACIÓN Y DESIGNACIÓN	3
3.1.1.1 Clasificación	3
3.1.1.2 Designación	3
3.1.2 INFORMACIÓN QUE DEBE FACILITAR EL COMPRADOR	3
3.1.2.1 Información de carácter obligatorio	3
3.1.3 PROCESO DE FABRICACIÓN	4
3.1.3.1 Proceso de fabricación del acero	4
3.1.3.2 Desoxidación o tamaño del grano	4
3.1.3.3 Condiciones de suministro.....	4
3.1.4 REQUISITOS	4
3.1.4.2 Composición química.....	4
3.1.4.2 Características mecánicas	5
3.1.4.3 Características tecnológicas.....	6
3.1.4.4 Características superficiales	7
3.1.4.5 Defectos internos	7
3.1.4.6 Dimensiones, tolerancias dimensionales y de forma.....	7
3.1.5 INSPECCIÓN.....	8
3.1.5.1 Generalidades	8
3.1.5.2 Tipos y documentos de inspección.....	8
3.1.5.3 Frecuencia de ensayo.....	8
3.1.5.4 Ensayos a realizar para una inspección específica	8
3.2 SOLDADURAS	9
3.2.1 POSIBLES FALLOS EN LAS SOLDADURAS A TENER EN CUENTA	9
3.2.1.1 Modificación de las características mecánicas	9
3.2.1.2 Discontinuidades físicas	9
3.2.1.3 Defectos de forma.....	11
3.3 CABLES	11
3.3.1 CABLES A UTILIZAR	11
3.3.2 SEGURIDAD	11
3.3.2.1 Descarga y almacenamiento del cable.....	11
3.3.2.2 Condiciones del cable antes de su instalación.....	12
3.3.2.3 Instalación del cable	12
3.3.3 MANTENIMIENTO DEL CABLE	13
3.3.4 INSPECCIÓN.....	13
3.3.4.1 Inspección diaria.....	13
3.3.4.2 Inspección periódica.....	14
3.3.4.2 Frecuencia.....	14
3.4 RODAMIENTO DE GIRO	14
3.4.1 TORNILLO DE FIJACIÓN	14
3.4.2 MONTAJE DEL RODAMIENTO EN CASO DE UTILIZAR LOCTITE-586	16
3.5 MOTORES REDUCTORES	18
3.5.1 LUBRICACIÓN	18
3.6 SEGURIDAD GENERAL DE LA GRÚA	18



En el presente documento se redactarán las características de calidad y los requisitos que han de cumplir todos los materiales y productos comerciales utilizados en la ejecución del proyecto, es decir, en la fabricación de la grúa diseñada así como en su montaje y mantenimiento.

3.1 ACEROS

3.1.1 CLASIFICACIÓN Y DESIGNACIÓN

3.1.1.1 Clasificación

3.1.1.1.1 Principales clases de calidad

La clasificación de las principales clases de calidad de los tipos de acero según la Norma Europea EN 10020:2000 está definida en las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.

3.1.1.1.2 Tipos y grados. Los aceros para productos planos y largos especificados en las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6, se subdividen en tipos en función del valor mínimo especificado del límite elástico a temperatura ambiente.

Los tipos de acero pueden suministrarse en las calidades especificadas en las partes individuales de las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.

3.1.1.2 Designación

La designación simbólica de los tipos de acero contemplados en esta norma debe ser conforme a la Norma Europea EN 10027-1 y al Informe CR 10260; la designación numérica debe ser conforme a la Norma Europea EN 10027-2.

3.1.2 INFORMACIÓN QUE DEBE FACILITAR EL COMPRADOR

3.1.2.1 Información de carácter obligatorio

En el momento de solicitar la oferta y hacer el pedido el comprador debe facilitar la siguiente información:

- a) la cantidad a suministrar;
- b) la forma del producto;
- c) la referencia a la parte que corresponda de esta norma europea;
- d) la denominación simbólica o numérica del acero (véanse las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6);



- e) las dimensiones nominales y tolerancias dimensionales y de forma (véase el apartado 7.7.1);
- f) todas las opciones requeridas (véase el apartado 5.2);
- g) cualquier requisito adicional en materia de inspección y ensayos y cualquier tipo de documento de inspección, como se especifica en las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.

3.1.3 PROCESO DE FABRICACIÓN

3.1.3.1 Proceso de fabricación del acero

El proceso de fabricación del acero, con la exclusión del proceso de horno de solera abierta (Martin-Siemens), queda a la discreción del fabricante. Si el comprador lo solicita en el momento de solicitar la oferta y hacer el pedido, el fabricante debe facilitarle información relativa al proceso de fabricación utilizado para el tipo de acero en cuestión.

3.1.3.2 Desoxidación o tamaño del grano

El método de desoxidación o el tamaño de grano requerido debe ser el indicado en las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.

3.1.3.3 Condiciones de suministro

Las condiciones de suministro deben ser las indicadas en las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.

3.1.4 REQUISITOS

3.1.4.1 Generalidades

Para la toma de muestras, la preparación de probetas y la realización de los ensayos especificados en los capítulos 8, 9 y 10, se aplican los siguientes requisitos.

3.1.4.2 Composición química

3.1.4.2.1 La composición química determinada por análisis de la colada debe cumplir los valores indicados en la tabla correspondiente de las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.



3.1.4.2.2 Los límites aplicables al análisis del producto son los indicados en la tabla correspondiente de las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.

El análisis del producto debe llevarse a cabo cuando así se especifique en el momento de efectuar el pedido.

3.1.4.2.3 El valor del carbono equivalente debe determinarse utilizando la siguiente fórmula del IIW (Instituto Internacional de la Soldadura):

$$CEV = C + \frac{Mn}{6} + \frac{Cr + Mo + V}{5} + \frac{Ni + Cu}{15}$$

El contenido de los elementos de la fórmula utilizada para la determinación del carbono equivalente debe indicarse en el documento de inspección.

3.1.4.2 Características mecánicas

3.1.4.2.1 Generalidades

3.1.4.2.1.1 Las características mecánicas (resistencia a la tracción, límite elástico, resistencia a la flexión por choque y alargamiento), determinadas en las condiciones de inspección y ensayo establecidas en los capítulos 8, 9 y 10 y en las condiciones de suministro establecidas en el apartado 6.3, deben cumplir los requisitos correspondientes indicados en las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.

NOTA – Un tratamiento de relajación de tensiones a una temperatura superior a 580 °C, o durante un periodo superior a 1 h, puede provocar un deterioro de las características mecánicas definidas en las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-5. Para los tipos de acero normalizados o que hayan sufrido un tratamiento de laminado de normalización con límite elástico mínimo $ReH \geq 460$ MPa1), la temperatura máxima de relajación de tensiones no debería exceder de 560 °C.

Si el comprador tiene previsto someter los productos a un tratamiento de relajación de tensiones a temperaturas más elevadas, o durante periodos de tiempo más prolongados que los mencionados anteriormente, los valores mínimos de las características mecánicas después de este tratamiento, deberían convenirse en el momento de solicitar la oferta y hacer el pedido.

Para los aceros templados y revenidos definidos en la Norma Europea EN 10025-6:2004, la temperatura máxima de relajación de tensiones debería ser, al menos, 30 °C inferior a la temperatura de revenido. Esta temperatura normalmente no es conocida con antelación, por lo que se recomienda al comprador ponerse en contacto con el fabricante del acero si tuviera la intención de realizar un tratamiento térmico posterior a la soldadura.

3.1.4.2.1.2 Para los productos solicitados y suministrados en la condición de normalizado o de laminado de normalización, las características mecánicas deben cumplir los valores de las tablas apropiadas de la parte correspondiente de las Normas



Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6, tanto en la condición de suministro normalizado o de laminado de normalización, como después de un tratamiento de normalización realizado por tratamiento térmico después de la entrega.

NOTA – Un tratamiento efectuado incorrectamente a una temperatura superior, por ejemplo, el enderezado con calentamiento con soplete, relaminación, etc., puede entrañar un deterioro de las características mecánicas. En este sentido, los productos suministrados en la condición de suministro +N son menos sensibles que los productos suministrados en otra condición, pero se recomienda seguir las recomendaciones del fabricante si se requiere un tratamiento a temperatura superior.

3.1.4.2.1.3 El espesor de producto aplicable es el especificado en las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.

3.1.4.2.2 Características de flexión por choque

3.1.4.2.2.1 Cuando se utilicen probetas de anchura inferior a 10 mm, los valores mínimos indicados en las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6 deben reducirse proporcionalmente al área de la sección transversal de la probeta.

Los productos con espesor nominal < 6 mm no requieren ensayos de flexión por choque.

3.1.4.2.2.2 Las características de flexión por choque de determinadas calidades especificadas en las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6, deben verificarse mediante ensayo únicamente a la temperatura mas baja salvo que se haya acordado otra temperatura en el momento de hacer el pedido.

3.1.4.2.3 Características de deformación mejorada en la dirección perpendicular a la superficie. Si así se acuerda en el momento de hacer el pedido, los productos de los tipos y calidades especificados en las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6, deben cumplir una de las características de deformación mejorada en la dirección perpendicular a la superficie indicada en la Norma Europea EN 10164.

3.1.4.3 Características tecnológicas

3.1.4.3.3 Soldabilidad. Los requisitos generales relativos a la soldadura se indican en las partes correspondientes de las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.

NOTA – Debido a su composición química particular en comparación con un acero normalizado del mismo límite elástico, los aceros obtenidos por laminación termomecánica según la Norma Europea EN 10025-4:2004 presentan una soldabilidad mejorada.



3.1.4.3.4 Aptitud para el conformado. Los requisitos generales relativos a la aptitud para el conformado son los que se indican en las partes correspondientes de las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.

3.1.4.3.5 Aptitud para el recubrimiento por galvanización en caliente. La durabilidad depende de la composición química del acero y puede ser mejorada mediante la aplicación de recubrimientos externos, si así se requiere. Cuando sean requeridos, los requisitos relativos a la aptitud para el recubrimiento por galvanización en caliente deben especificarse en el momento de solicitar la oferta y hacer el pedido conforme a las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-4 y a la Norma Europea EN 10025-6.

3.1.4.3.6 Aptitud a la mecanización. Los requisitos generales relativos a la aptitud a la mecanización se indican en la Norma Europea EN 10025-2.

3.1.4.4 Características superficiales

El acabado superficial debe ser conforme con lo especificado en las partes correspondientes de las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.

3.1.4.5 Defectos internos

Los productos deben estar exentos de cualquier defecto interno que pudiera imposibilitar su utilización para su aplicación prevista.

En el momento de efectuar el pedido se puede acordar la realización de ensayos por ultrasonidos conforme al apartado 10.3.

3.1.4.6 Dimensiones, tolerancias dimensionales y de forma, y masa

3.1.4.6.1 Las dimensiones, así como las tolerancias dimensionales y de forma, deben cumplir los requisitos especificados en el pedido mediante referencia al documento apropiado conforme al apartado 2.2.

Las dimensiones, así como las tolerancias dimensionales y de forma no amparadas por un documento apropiado, deben ser conformes a los requisitos especificados en una norma nacional en vigor en el lugar de uso previsto, o acordarse en el momento de solicitar la oferta y hacer el pedido.

3.1.4.6.2 La masa nominal debe determinarse a partir de las dimensiones nominales utilizando una densidad de 7 850 kg/m³.



3.1.5 INSPECCIÓN

3.1.5.1 Generalidades

Los productos deben suministrarse con inspección y ensayos, específicos o no específicos, según los requisitos de las partes correspondientes de las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6, que garanticen su conformidad con el pedido y con este documento.

3.1.5.2 Tipos y documentos de inspección

3.1.5.2.1 El comprador debe especificar al fabricante el tipo de documento de inspección requerido conforme a la Norma Europea EN 10204. En este documento de inspección debe incluirse, cuando proceda, la información relativa a los grupos de información A, B, D y Z, así como los códigos C01-C03, C10-C13, C40-C43 y C71-C92 conforme a la Norma Europea EN 10168.

En caso de inspección específica, los ensayos deben efectuarse conforme a los requisitos indicados en los apartados 8.3 y 8.4 y en los capítulos 9 y 10.

3.1.5.2.2 El fabricante debe realizar la inspección superficial y la verificación dimensional y, si así se acuerda en el momento de efectuar el pedido, el comprador puede estar presente en dicha inspección.

3.1.5.3 Frecuencia de ensayo

3.1.5.3.1 Toma de muestras. La verificación de las características mecánicas debe realizarse tal y como se especifica en las partes correspondientes de las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.

3.1.5.3.2 Unidades de inspección. Las unidades de inspección deben ser tal y como se especifican en las partes correspondientes de las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.

3.1.5.3.3 Verificación de la composición química

3.1.5.3.3.1 El fabricante debe facilitar los valores registrados para el análisis de colada, de cada colada.

3.1.5.3.3.2 El análisis del producto debe realizarse si así se ha especificado en el momento de efectuar el pedido. El comprador debe especificar el número de muestras que han de tomarse y los elementos que deben determinarse.

3.1.5.4 Ensayos a realizar para una inspección específica

Los ensayos a realizar para una inspección específica deben ser los especificados en las partes correspondientes de las Normas Europeas EN 10025-2 a EN 10025-6.



3.2 SOLDADURAS

Todas las uniones soldadas de cada una de las barras que forman cada uno de los módulos de la pluma y del mástil han de ser realizadas por personal capacitado y competente en este campo de manera que se pueda acreditar oficialmente esta competencia.

3.2.1 POSIBLES FALLOS EN LAS SOLDADURAS A TENER EN CUENTA

A continuación se definen los fallos más típicos y más importantes en la soldadura de manera que ofrecemos una guía a seguir por el soldador que ejecutará las soldaduras de la grúa para que se asegure de que no se produce ningún error de este tipo.

3.2.1.1 Modificación de las características mecánicas

Dentro de este grupo incluimos las alteraciones en las propiedades mecánicas que pueden producir los ciclos térmicos de la soldadura en la zona térmicamente afectada del metal de base. Entre ellas la pérdida de tenacidad y el aumento o disminución de resistencia. Estos defectos no pueden ser detectados por medio de ensayos no destructivos, por lo que se necesita la realización de ensayos destructivos previos sobre probetas que se sueldan teniendo en cuenta los parámetros de ejecución previstos para la fabricación.

La exigencia de cualificar los procedimientos de soldadura antes de utilizarlos, tiene como objetivo evitar que se produzcan este tipo de defectos cuyas consecuencias para la seguridad de la construcción pueden ser importantes, no siendo posible detectarlos a posteriori de la construcción de nuestras estructuras.

3.2.1.2 Discontinuidades físicas

Las principales discontinuidades físicas de las uniones soldadas son:

- Fisuras o grietas
- Poros
- Inclusiones sólidas
- Falta de fusión o pegadura
- Falta de penetración

Fisuras o grietas

Discontinuidad producida por una pequeña rotura local debida al enfriamiento o a tensiones. Este defecto puede estar situado en el metal fundido, en la zona afectada o en el metal base.

Un precalentamiento es un método efectivo para evitar la aparición de estas grietas, mientras que el hidrógeno y las tensiones favorecen su aparición. Las impurezas, como el azufre, colaboran también en la aparición de estas fisuras.



Poros

Son cavidades formadas por gases atrapados durante la solidificación. Solo pueden existir, por tanto, en el metal fundido. Por la forma pueden ser esféricos o alargados. Por su distribución, pueden clasificarse en uniformemente repartidos, poros aislados o poros alineados.

Este defecto se produce por reacciones químicas entre el carbono, el oxígeno, hierro, silicio, etc, cuando las proporciones de elementos no son adecuadas.

Los poros se detectan fácilmente en una inspección mediante radiografía. No es un defecto tan severo como en el caso de las grietas, de hecho se permite la presencia de poros entre un 2 y 4 % de la superficie proyectada.

Inclusiones sólidas

Son partículas de materia sólida, generalmente silicatos complejos que se forman por reacciones químicas en la zona fundida y que pueden quedar aprisionados durante la solidificación. Lo más frecuente es que se trate de escoria dejada por el revestimiento de los electrodos o fluxes fundidos.

Cuando se suelda con electrodos revestidos, al solidificarse forma una escoria que cubre el cordón y que debe ser eliminada antes de la siguiente pasada. Las inclusiones pueden deberse a :

- Negligencia del soldador que no elimina la escoria de la pasada anterior antes de soldar.
- Manejo inadecuado del electrodo, por mal movimiento o parámetros de ejecución inadecuados como intensidad, tensión o velocidad incorrecta.
- Preparación de bordes incorrecta que impide o dificulta que la escoria flote libremente sobre el baño líquido; éste es el caso de soldaduras en cornisa con el borde superior poco achaflanado.

Por lo tanto se deberá utilizar una piedra esmeril par la eliminación de la escoria de la pasada anterior o un método similar que evite la aparición de defectos por inclusiones sólidas debidas a la escoria.

Faltas de fusión o pegadura

Es una falta de unión entre el metal depositado y el metal de base o entre dos capas contiguas de metal depositado. Se produce cuando la energía (calor) aportada al arco no es suficiente para fundir el material base o el solidificado. La gota líquida del material de aportación cae sobre el material no fundido y se solidifica, pero sin que haya unión real entre ellos.

Este defecto se presenta en las soldaduras semiautomáticas bajo CO₂.



Falta de penetración

Se produce cuando no fundimos la totalidad de los bordes a soldar, no rellenamos todo el chaflán, queda zona sin material, vacía, hay una discontinuidad entre las dos piezas a unir. Esto provoca efectos de entalla y por lo tanto concentración de tensiones de manera que este defecto puede ser grave.

La falta de penetración puede ser detectada mediante una inspección visual, viendo si los cantos de los bordes están fundidos. En determinados tipos de uniones no se puede observar este defecto visualmente y se hará mediante END, radiografía o ultrasonidos.

3.2.1.3 Defectos de forma

Se engloban en ellos tanto la falta de material de aportación como el exceso, presentándose en uniones a tope o en ángulo., siendo en éstas donde más frecuentemente se presenta, bien sea por hacer un cordón caído con un lado del triángulo mucho mayor que el otro, o bien por dejar un entrante en el centro, al nivel de la garganta. Dentro de este tipo de defectos han de considerarse los de garganta insuficiente, es decir, inferior a la exigida por los cálculos, y el de garganta excesiva.

Los defectos de forma son fácilmente controlables mediante inspección visual.

3.3 CABLES

3.3.1 CABLES A UTILIZAR

No bastará con que los cables que configuran los distintos mecanismos del aparato sean del mismo diámetro que los establecidos en la memoria del presente proyecto sino que deberán cumplir con el resto de características también definidas, es decir, tendrán que tener la misma estructura interna.

En la memoria del proyecto ha quedado definida la estructura y el diámetro de cada uno de los cables del aparato diseñado. El resto de características geométricas y físicas de estos cables vienen marcadas en el anexo C de la norma ISO 2408.

3.3.2 SEGURIDAD

3.3.2.1 Descarga y almacenamiento del cable

Para evitar accidentes, el cable ah de ser descargado con cuidado.

Carretes o bobinas no han de ser arrastrados, tampoco golpeados por ganchos de metal u horquillas de carretillas elevadoras o cualquier otra fuerza externa que pudiera producir daños o deformaciones en el cable.

El cable, antes de colocarse en nuestra grúa, ha de ser almacenado en un lugar seco y frío y no debería permitirse su contacto con el suelo. No deberá almacenarse allí donde pueda estar en contacto con productos químicos y otros agentes corrosivos.

Si los cables no pueden almacenarse en un almacén cubierto, se cubrirán para evitar su corrosión.

Las cuerdas en el almacén deben comprobarse periódicamente para comprobar, por ejemplo, que no se ha producido corrosión en su superficie. Esta comprobación se llevará a cabo por una persona competente con ropa adecuada y un lubricante compatible con el cable.

En climas cálidos se deberá dar la vuelta a las bobinas de cable periódicamente para evitar el drenaje del lubricante del cable.

3.3.2.2 Condiciones del cable antes de su instalación

Antes de instalar el cable, y preferiblemente al recibirla, el cable y su certificado han de ser comprobados para asegurarnos de que el cable es el requerido.

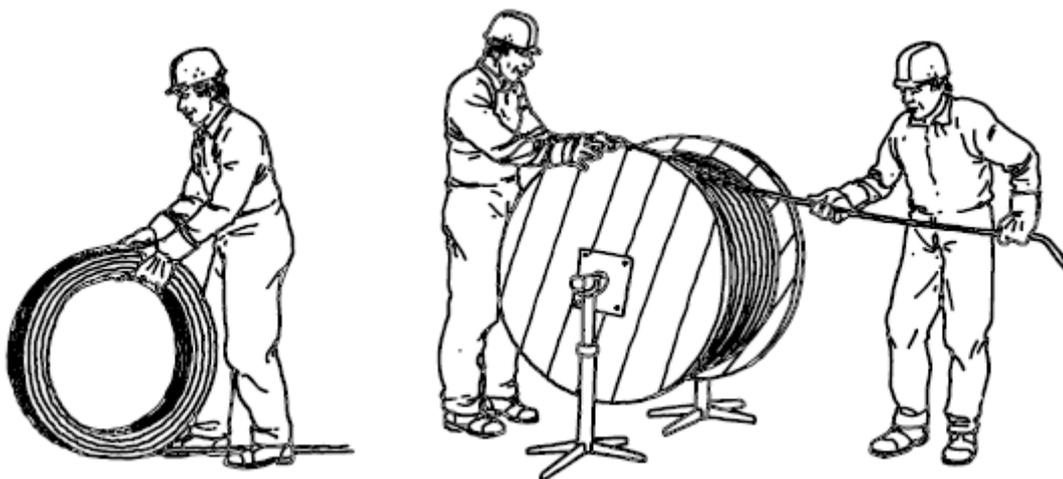
La tensión del cable al instalarse no ha de ser menor a la indicada por el fabricante.

3.3.2.3 Instalación del cable

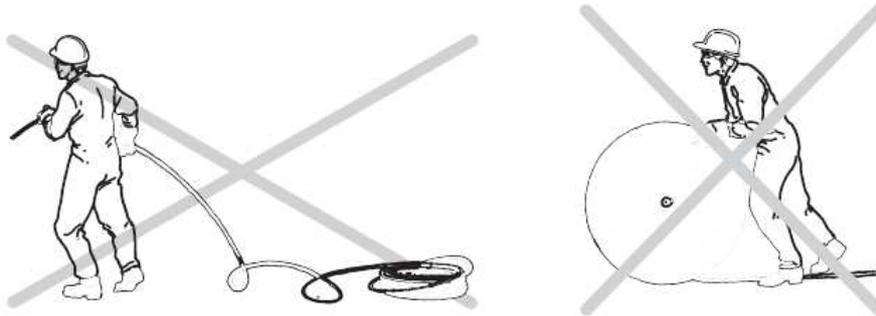
A la hora de desenrollar el cable del carrete, han de tomarse todas las precauciones para evitar bucles torceduras o curvas en cuyo caso el cable no sería apto para el uso.

Para evitar esto, el cable ha de ir soltándose en una línea recta con una mínima parte aflojada.

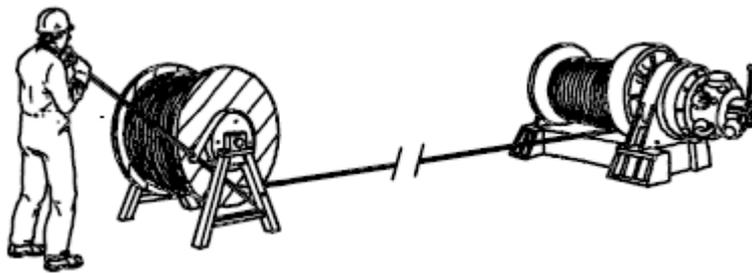
Este sería el correcto desenrollado del cable antes de su instalación:



Nunca de esta manera:



Para llevar el cable del carrete al tambor se seguirá el siguiente ejemplo:



3.3.3 MANTENIMIENTO DEL CABLE

El programa de revisión y mantenimiento del sistema de cables de la grúa depende de la frecuencia de uso de la misma, de las condiciones medioambientales y del tipo de cable.

Durante la vida útil del cable y antes de que se muestre cualquier signo de sequedad y corrosión, particularmente en las secciones que entran y salen del tambor y en general aquella que sufren más y que están dispuestas en el anexo A de la norma ISO 4309 de 2010, el cable ha de ser cubierto de vez en cuando por una persona competente. En muchos casos se limpiará la superficie de cable a cubrir previamente por la mayor efectividad del vendaje.

El vendaje del cable ha de ser compatible con el lubricante original aplicado al cable.

La falta de mantenimiento podría provocar una vida más corta del cable.

3.3.4 INSPECCIÓN

3.3.4.1 Inspección diaria

Al menos, la sección de la cuerda de trabajo prevista para un día en particular debe ser observada con el objetivo de detectar algún deterioro o daño mecánico.



También se debe comprobar que el cable está posicionado de manera correcta en el tambor y ver si se ha desplazado de su trayectoria normal.

Cualquier cambio apreciable ha de comunicarse y el cable ha de ser examinado por una persona competente.

3.3.4.2 Inspección periódica

Las inspecciones periódicas han de ser llevadas a cabo por una persona competente.

La información obtenida en estas inspecciones es usada para asistir al decidir si el cable de la grúa puede permanecer en servicio de manera segura o si el cable necesita retirarse de inmediato o en un plazo determinado.

3.3.4.2 Frecuencia

La frecuencia de las inspecciones periódicas debe ser determinada por una persona competente que debe tener en cuenta lo siguiente:

- Los requisitos legales que cubren la aplicación en el país de uso.
- El tipo de grúa y las condiciones medioambientales en las que opera.
- El grupo de clasificación del aparato.
- Los resultados de las inspecciones previas.
- La experiencia ganada en la inspección de grúas similares.
- El tiempo que el cable estará en servicio.
- La frecuencia de uso.

3.4 RODAMIENTO DE GIRO

En este apartado daremos a conocer todos los detalles imprescindibles para la fabricación del rodamiento, los tornillos de fijación y el montaje del mismo por lo que este apartado se complementa con el catálogo de rodamientos Rothe Erde a través del cual se hizo la selección del rodamiento de nuestra grúa.

3.4.1 TORNILLO DE FIJACIÓN

Las curvas de carga límite para los tornillos que se representan en los diagramas estáticos en todos los casos se refieren a la categoría de resistencia 10.9. Se establece como condición previa una longitud de apriete de $5 \cdot d$ y un tensado previo correspondiente al 70 % del límite elástico.

En el caso de aquellos rodamientos para los que no se ha reflejado la curva de carga de los tornillos, la totalidad del sector de carga admisible situado por debajo de las curvas de carga límite queda cubierta con tornillos de la categoría de resistencia 10.9.



A efectos de verificación en relación a la curva de carga de los tornillos se toma la carga máxima sin aplicación de factores.

Para las cargas facilitadas se indica en la oferta técnica el número de tornillos, la categoría de resistencia de los mismos y el tensado previo requerido para el rodamiento en cuestión. Siempre que no exista otra indicación, se parte de las siguientes premisas:

La carga axial F_a actúa por asiento de la misma y no „por suspensión“, es decir, la fuerza axial de servicio F_a procedente de la carga axial no somete a los tornillos a esfuerzos de tracción.

- b) Los tornillos están distribuidos de forma equidistante sobre los círculos de taladro.
- c) Las estructuras de apoyo cumplen las condiciones técnicas establecidas por Rothe Erde.
- d) Tanto el rodamiento de grandes dimensiones como también las estructuras de apoyo son de acero.
- e) No está previsto el apoyo sobre superficies revestidas con resina fundida solidificada.
- f) La longitud de apriete de los tornillos l_k es como mínimo de $5 \cdot d$ en aquellos rodamientos que disponen de una sección maciza en los aros y de al menos $3 \cdot d$ en los aros perfilados, como por ejemplo en el caso de la serie de tipos KD 210.
- g) En la parte de los tornillos sometida a carga debe haber al menos seis hilos de rosca libres.

En el caso de que surjan diferencias respecto a las premisas establecidas se deberá consultar a Rothe Erde.

Con el fin de evitar pérdidas de tensión de pretensado como consecuencia de encogimientos bajo carga, no se deberán sobrepasar los límites de presión superficial indicados en el catálogo de Rothe Erde en las superficies de asiento de la cabeza del tornillo y de la tuerca o en el material de las piezas sometidas a tensión.

La categoría de producto y la categoría de resistencia seleccionadas para los tornillos y para las tuercas han de estar garantizadas por parte del suministrador. Se deberá prestar atención a la presencia de las marcas de calidad correspondientes a DIN/ISO.

Se deberá comprobar la perpendicularidad entre la superficie de asiento y el eje de la rosca, tanto en el tornillo como en la tuerca.

En todo momento deberán quedar excluidos errores o defectos en el paso de rosca, que en especial en longitudes de roscado $> 1 \cdot d$ pueden dar lugar a valores erróneos del par de apriete con la consiguiente menor fuerza de pretensado en los tornillos.



Para tornillos superiores a M 30 se deberá utilizar preferentemente un cilindro tensor hidráulico de tornillos. A la hora del diseño se deberá tener en cuenta una mayor necesidad de espacio para la cabeza del tornillo, para la tuerca y para el útil de apriete.

Determinación aproximada de la compresión superficial debajo de la superficie de asiento de la cabeza y de la tuerca del tornillo.

Es condición que:

$$p = \frac{F_M / 0,9}{A_p} \leq p_G$$

F_M : Fuerza tensora del tornillo seleccionado [N]

A_p : Superficie de asiento de la cabeza del tornillo (o de la tuerca) [mm²]

p_G : Compresión superficial limite [N/mm²] para las partes comprimidos.

Momento de apriete

El momento de apriete depende de muchos factores, particularmente del coeficiente de fricción en la rosca, así como en el apoyo de cabeza y tuerca.

Para un coeficiente de fricción medio de $\mu_G = \mu_K = 0,14$ (rosca y superficie de apoyo ligeramente engrasadas) se indica el coeficiente de apriete M_A para el apriete previo, F_M para el atornillador dinamométrico hidráulico. Considerando una dispersión del $\pm 10\%$ esta fijado el par de montaje M_A para la llave dinamométrica.

3.4.2 MONTAJE DEL RODAMIENTO EN CASO DE UTILIZAR LOCTITE-586

La rugosidad de la superficie que se pretenda unir no deberá superar un valor de $R_t = 65$, ya que en caso de rugosidades de mayor profundidad disminuye la resistencia al cizallamiento.

El consumo teórico del producto requerido para obtener una capa de 0,1 mm de espesor es de 100 ml/m². En el caso de aplicar el producto a mano se deberá prever el doble o triple de este valor, ya que a mano, no siempre se puede dosificar con exactitud.

Para el montaje se deberán tener en cuenta los siguientes puntos:

- 1) Las superficies de contacto se deberán limpiar de aceites y grasas, utilizando para ello un producto desengrasante de los que son usuales en el mercado.
- 2) Las superficies inactivas (superficies inactivas son por ejemplo superficies galvanizadas y recubiertas, superficies de aluminio, superficies no metálicas, etc.) han de tratarse primero con el activador T 747. Loctite-586 solamente puede aplicarse a la superficie no activada.



En el caso de estar activadas ambas superficies o de aplicarse el producto Loctite sobre el activador, puede producirse un endurecimiento prematuro. (Secado = pocos minutos).

- 3) El Loctite se aplica con un pincel duro, sobre una sola superficie.
- 4) Los centrajés no deberán entrar en contacto con el Loctite, ya que en caso contrario aparecerían dificultades en posteriores desmontajes. Estos centrajés deberán cubrirse con una sustancia protectora, como por ejemplo cera o grasa.
- 5) Apriete de los tornillos de fijación. El producto Loctite solo comienza a solidificar y a hacer reacción después de aproximadamente unas 2 horas. Si en este espacio de tiempo no fuese posible apretar por completo los tornillos, será suficiente de momento el proceder a un ligero tensado manual de los mismos. La solidez final se obtiene después de 12-24 horas.

Desmontaje

Tal como ya se menciona, la unión en que se ha utilizado el producto Loctite se puede someter a esfuerzos de compresión y de cizallamiento, pero no a esfuerzos de tracción.

Por ello, no se presentaran dificultades a la hora de separar el rodamiento de la estructura de apoyo.

En caso de utilizarse Loctite es conveniente prever ya a la hora del diseño de la construcción de apoyo taladros roscados para los tornillos de presión para el desmontaje. Especialmente en caso de disponerse de poco espacio de montaje para rodamientos de gran tamaño o peso y/o eje horizontal de giro, los tornillos de presión para el desmontaje son imprescindibles.

Para levantar el rodamiento se van apretando sucesivamente los tornillos de presión para el desmontaje, hasta que este quede suelto.

En el caso de rodamientos de menores dimensiones y de puntos de montaje con buen acceso es suficiente levantar con cuidado el rodamiento en varios puntos del perímetro utilizando para ello por ejemplo una barra como palanca.

En ningún caso será lícito colgar el rodamiento por medio de cáncamos y levantarlo si no se ha soltado previamente de la forma anteriormente descrita.

Antes de proceder a un nuevo montaje se limpiaran las superficies utilizando convenientemente para ello, un cepillo de púas de alambre.



3.5 MOTORES REDUCTORES

3.5.1 LUBRICACIÓN

El aceite es seleccionado normalmente en función de las condiciones operativas del reductor. El aceite mineral es adecuado para cargas moderadas.

En aplicaciones severas, donde el motor ha de operar bajo fuertes cargas en servicio continuo y altas temperaturas, el lubricante preferido es el aceite sintético sin poliglicol.

EL aceite de poliglicol solo debe ser usado en el caso de altas fricciones de deslizamiento, como en el caso del tornillo sin fin. Este aceite ha de utilizarse con mucho cuidado puesto que no es compatible con los otros dos aunque es totalmente miscible con agua.

3.6 SEGURIDAD GENERAL DE LA GRÚA

En la norma UNE EN 14439: 2008 + A2 se pueden encontrar un listado de peligros significativos asociados a una norma concreta que define los requisitos a cumplir para evitar cada uno de estos peligros de manera que con esta norma podemos definir todos los requisitos de seguridad de nuestra grúa.



Pamplona, a 20 de Junio de 2014
Javier Gárriz Cano
Ingeniero Técnico Industrial Mecánico

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'JG', written over a horizontal line.



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN

Titulación:

INGENIERO TÉCNICO INDUSTRIAL MECÁNICO

Título del proyecto:

DISEÑO DE UNA GRÚA DERRICK DE 24 METROS DE
ALCANCE Y 8000 KG DE CARGA MÁXIMA

DOCUMENTO Nº 4 PRESUPUESTO

Javier Gárriz Cano

Tutor: Jesús Zurita Gabasa

Pamplona, 20 de junio de 2014



ÍNDICE

4.1 ACERO LAMINADO	3
4.2 TAMBORES DE CABLE	5
4.3 CABLE	6
4.4 MOTORES REDUCTORES	7
4.5 APAREJOS, GANCHOS Y POLEAS	8
4.6 PEDESTALES	9
4.7 RESUMEN DEL PRESUPUESTO.....	10



4.1 ACERO LAMINADO

Código	Denominación	Cantidad	Precio (€)	Importe(€)
4.1.1	<p>kg ACERO EN BRUTO DE PERFILERÍA DE LA PLUMA:</p> <p>Acero Del tipo S355 utilizado en los perfiles de tubo circular hueco que componen las estructuras metálicas de la pluma.</p>	1202,00	1,00	1202,00
4.1.2	<p>kg ACERO EN BRUTO DE PERFILERÍA DEL MÁSTIL:</p> <p>Acero Del tipo S355 utilizado en los perfiles de tubo circular hueco que componen las estructuras metálicas del mástil.</p>	783,60	1,00	783,60
4.1.3	<p>kg ACERO EN BRUTO DE PERFILERÍA DE LA PARRILLA:</p> <p>Acero Del tipo S355 utilizado en los perfiles de tubo cuadrangular hueco que componen las estructuras metálicas de la parrilla de motores y de contrapeso.</p>	303,00	1,00	303,00



Código	Denominación	Cantidad	Precio (€)	Importe(€)
--------	--------------	----------	------------	------------

4.1.4 **kg ACERO EN BRUTO DE LAS PATAS DELANTERAS**

Acero del tipo S355 que compone los perfiles HEM de canto variable de las patas delanteras

	862,10	1,00	862,10
--	--------	------	--------

4.1.5 **kg ACERO EN BRUTO DE LAS PATAS TRASERAS**

Acero del tipo S355 que compone los perfiles HEM de canto variable de las patas traseras

	3490,31	1,00	3490,31
--	---------	------	---------

TOTAL CAPÍTULO 4.1: ACERO LAMINADO.....6640,70 €



4.2 TAMBORES DE CABLE

Código	Denominación	Cantidad	Precio (€)	Importe(€)
4.2.1	TAMBOR DE CABLE DEL SISTEMA DE ELEVACIÓN Tambor de almacenamiento del cable de elevación de 317 mm de diámetro y 14,2 mm de espesor.	1	2400,00	2400,00
4.2.2	TAMBOR DE CABLE DEL SISTEMA DE ELEVACIÓN Tambor de almacenamiento del cable de elevación de 415 mm de diámetro y 11,5 mm de espesor.	1	3500,00	3500,00

TOTAL CAPÍTULO 4.2: TAMBORES DE CABLE.....5900,00 €



4.3 CABLE

Código	Denominación	Cantidad	Precio (€)	Importe(€)
4.3.1	<p>m CABLE DEL SISTEMA DE ELEVACIÓN</p> <p>Cable del sistema de elevación de 18 mm de diámetro de estructura 6 X 19.</p>	462,5	4,35	2011,88
4.3.2	<p>m CABLE DEL SISTEMA DE REENVÍOS DEL ABATIMIENTO</p> <p>Cable del sistema de abatimiento perteneciente al sistema de reenvíos de 16 mm de diámetro de estructura 6 X 19.</p>	146,76	3,70	543,01
4.3.3	<p>m CABLE DE ANCLAJE DEL SISTEMA DEREENVÍOS A LA PLUMA</p> <p>Cable del sistema de abatimiento que une el sistema de seis reenvíos con la plma. Su diámetro es de 35 mm y su estructura es 35 X 7.</p>	3,20	12,40	39,68

TOTAL CAPÍTULO 4.3: CABLE2594,57 €



4.4 MOTORES REDUCTORES

Código	Denominación	Cantidad	Precio (€)	Importe(€)
--------	--------------	----------	------------	------------

4.4.1 **MOTOR REDUCTOR DEL SISTEMA DE ELEVACIÓN**

Índice de reducción de 43,6 y una potencia de 53 kW .

1		5350,00	5350,00
---	--	---------	---------

4.4.2 **MOTOR REDUCTOR DEL SISTEMA DE ABATIMIENTO**

Índice de reducción de 39,3 y una potencia de 43 kW .

1		4240,00	4240,00
---	--	---------	---------

4.4.3 **MOTOR REDUCTOR DEL SISTEMA DE GIRO**

Índice de reducción de 191 y una potencia de 12,9 kW .

1		4000,00	4000,00
---	--	---------	---------

TOTAL CAPÍTULO 4.4: MOTORES REDUCTORES.....13590,00 €



4.5 APAREJOS, GANCHOS Y POLEAS

Código	Denominación	Cantidad	Precio (€)	Importe(€)
--------	--------------	----------	------------	------------

4.5.1 APAREJO DE ELEVACIÓN

Bloque de poleas formado por dos chapas de acero, tres traviesas y dos poleas.

1		1293,46	1293,46
---	--	---------	---------

4.5.2 PASTECAS DE ABATIMIENTO

Bloque de poleas formado por dos chapas de acero, dos traviesas y tres poleas.

2		869,00	1738,00
---	--	--------	---------

4.5.3 GANCHO DE ELEVACIÓN DE CARGA

Gancho, también llamado ancla para el anclaje de las cargas a elevar. Es el número 14 de la norma DIN 15400.

1		3111,65	3111,65
---	--	---------	---------

TOTAL CAPÍTULO 4.5: APAREJOS, GANCHOS Y POLEAS.....6143,11 €



4.6 PEDESTALES

Código	Denominación	Cantidad	Precio (€)	Importe(€)
4.6.1	PEDESTALES Puntos de apoyo de las cuatro patas con el suelo formados por un tornillo central, una chapa y cuatro tornillos de empotramiento al suelo	4	230,00	920,00

TOTAL CAPÍTULO 4.6: PEDESTALES.....920,00 €



4.7 RESUMEN DEL PRESUPUESTO

CAPÍTULO	IMPORTE (€)	PORCENTAJE(%)
4.1 ACERO LAMINADO	6640,70	22,40
4.2 TAMBORES DE CABLE	5900,00	19,90
4.3 CABLE	2594,57	8,75
4.4 MOTORES REDUCTORES	13590,00	45,84
4.5 PEDESTALES	920,00	3,10
TOTAL EJECUCIÓN MATERIAL	29645,27	
9% de gastos generales	2668,07	
15% de beneficio industrial	4446,79	
TOTAL PRESUPUESTO CONTRATA	36760,13	

El presupuesto de ejecución por contrata asciende a la expresada cantidad de TREINTA Y SEIS MIL SETECIENTOS SESENTA EUROS Y TRECE CÉNTIMOS.

TOTAL PRESUPUESTO CONTRATA	36760,13
21 % IVA	7719,63
TOTAL PRESUPUESTO GENERAL	44479,75

El presupuesto general asciende a la expresada cantidad de CUARENTA Y CUATRO MIL CUATROCIENTOS SETENTA Y NUEVE EUROS Y SETENTA Y CINCO CÉNTIMOS.

Pamplona, a 20 de Junio de 2014

Javier Gárriz Cano

Ingeniero Técnico Industrial Mecánico