Science & Philosophy **ISSN**: 2282-7757
Vol. 4(2), 2016, pp. 3--18 **eISSN**: 2282-7765

The Logic of Probability: A Trip through Uncertainty

Massimo Squillante[1], Maria Incoronata Fredella[2], Maria Grazia Olivieri[3], Gaetano Vitale [4]

[1] Dipartimento di Diritto Economia Management e Metodi Quantitativi, Università degli studi del Sannio, via delle Puglie, 82100 Benevento, Italia
squillan@unisannio.it

[2] Dipartimento di Diritto Economia Management e Metodi Quantitativi, Università degli studi del Sannio, via delle Puglie, 82100 Benevento, Italia
mariaincoronata.fredella@gmail.com

[3] Dipartimento di Diritto Economia Management e Metodi Quantitativi, Università degli studi del Sannio, via delle Puglie, 82100 Benevento, Italia
mgolivieri@unisannio.it

[4] Università degli studi di Salerno, Via Giovanni Paolo II, 84084 Fisciano SA
gvitale@unisa.it

Received on: 12-12-2016. **Accepted** on: 25-01-2017. **Published** on: 01-2-2017

doi: 10.23756/sp.v4i2.281

Abstract

In real life we have to deal with uncertainty, imprecision and vagueness. Many ideas were introduced and studied in detail to manage with these problems. Now we briefly expose the main formal concepts which describe non-ideal situations, i.e. Probability, Statistics and Fuzzy Logic.

Probability has recent origins with respect to other branches of mathematics which have deep roots in the past, like geometry or algebra.

We may say all this started with Antoine Gombaud, Chevalier de Méré (1607–1684), who asked Blaise Pascal (1623–1662) about gambling with dice. The correspondence between Pierre de Fermat

and Blaise Pascal, which began in 1654, initially on these questions, led to the introduction of basic concepts, i.e. probability and expectation. Only in 1657, Christian Huygens in "De Ratiociniis in ludo aleae" proposed a first systematic study of the new branch of mathematics. However, the need of an axiomatic construction of the theory of probability arose to analyze more general and complex situations than gambling. A strong formalization was supplied by the monograph "Foundations of the theory of probability" (1933) by Andrey Nikolaevich Kolmogorov.
Statistics represent the most popular application of probability theory, providing research tools in several areas, including physical and natural sciences, technology, psychology, economics and medicine. Statistics are the bridge that connects experimental data to the mathematical theory behind itself.
Fuzzy logic, sometime confused with probability, wants to express and formalize all the sentences which are not true or false at all; the philosophical idea is that "everything is a matter of degree" (Zadeh).
Keywords: Uncertainty, Probability, Statistics, Fuzzy Logics

Sunto

Nella vita reale ci si trova di fronte a molte situazioni caratterizzate da incertezza, imprecisione, vaghezza. Sono state introdotte diverse modellizzazioni per il trattamento di tali concetti e problemi. Ci proponiamo di esporre sinteticamente alcuni lineamenti fondamentali di Probabilità, Statistica e Fuzzy Logic.
La probabilità ha origini recenti rispetto alle altre branche della matematica che hanno profonde radici nel passato, come la geometria o l’algebra.
Possiamo dire che un passaggio iniziale importante si è avuto con Antoine Gombaud, Chevalier de Méré (1607-1684), che pose a Blaise Pascal (1623-1662) una questione riguardante il gioco dei dadi. La corrispondenza tra Pierre de Fermat e Blaise Pascal, che ha avuto inizio nel 1654, su questioni simili, ha portato all'introduzione di concetti di base, come probabilità e aspettativa. Successivamente Christian Huygens, in "De ludo Ratiociniis in aleae", ha proposto un primo studio sistematico della nuova branca della matematica. Tuttavia, la necessità di una costruzione assiomatica della teoria della probabilità sorse per l’esigenza di analizzare situazioni più generali e complesse rispetto al gioco d'azzardo. Una forte formalizzazione è stata fornita dalla

monografia "Fondamenti della teoria della probabilità" (1933) di Andrey Nikolaevich Kolmogorov.
La statistica rappresenta l'applicazione più popolare della teoria della probabilità, fornendo strumenti di ricerca in diversi settori, tra cui le scienze fisiche e naturali, la tecnologia, la psicologia, l'economia e la medicina. In un certo senso essa rappresenta il ponte che collega i dati sperimentali con la teoria matematica.
La Logica Fuzzy, da non confondere con la probabilità, si occupa del trattamento formale delle proposizioni di cui non si può affermare senza ambiguità che siano vere o false; l'idea filosofica è che "tutto è una questione di gradualità" (Zadeh).
Parole Chiave: Incertezza, Probabilità, Statistica, Fuzzy.

1. Un Percorso Sterrato…

Il martedì non si dà principio all'arte. E neppure il venerdì; se diciassette, poi, è possibile si manifesti l'eptacaidecafobia (ovvero, la 'paura' del numero '17'): è buona prassi, a questo punto, chiudersi in casa e attendere il termine dell'infelice combinazione numerico-temporale, nella speranza di scongiurare infausti avvenimenti.

Quando, da dove e perché nascono i nostri convincimenti irrazionali?
Ci viene in aiuto, nella risposta, il concetto di *thauma* nell'accezione aristotelica, che vede alternarsi un significato primario di *sgomento*, di fronte al divenire di tutte le cose con quello di *stupore* e *meraviglia*, davanti ad un mondo da scoprire. Il divenire a cui si fa riferimento è quello di cui l'uomo non può conoscere l'evoluzione a priori, la cui imprevedibilità genera il significato di *thauma* in *fobos* (paura). La paura, dunque, suggerisce Aristotele, costituisce il principale stimolo degli individui al pensiero filosofico e all'azione per la ricerca della *aletheia* (rivelazione, verità) rispetto all'incerto.
Scriverà più avanti Blaise Pascal nel Pensiero n 72, 1669-70 (edizione Brunschvicg):

La nostra condizione ci rende incapaci sia di conoscere con piena certezza come di ignorare in maniera assoluta. Noi voghiamo in un vasto mare, sospinti da un estremo all'altro, sempre incerti e fluttuanti. Ogni termine al quale pensiamo di ormeggiarci e di fissarci vacilla e ci lascia; e, se lo seguiamo, ci si sottrae, scorre via e fugge in un'eterna fuga.
Nulla si ferma per noi. È questo lo stato che ci è naturale e che, tuttavia, è più contrario alle nostre inclinazioni. Noi bruciamo dal desiderio di trovare un assetto stabile e un'ultima base sicura per edificarci una torre che s'innalzi

all'infinito; ma ogni nostro fondamento scricchiola, e la terra si apre sino agli abissi. Non cerchiamo, dunque, né sicurezza, né stabilità.
La nostra ragione è sempre delusa dalla mutevolezza delle apparenze; nulla può fissare il finito tra i due infiniti che lo racchiudono e lo fuggono.

La proiezione delle ansie in un mondo irrazionale, sin dalle civiltà pre-elleniche dell’area egea e orientale, condurrà alla ricerca di verità, metafisiche e fisiche, che facciano da guida lungo un cammino teso verso risposte all’apparenza rassicuranti rispetto all’ignoto.
<<Cosa c’entra quello che sappiamo o non sappiamo con le leggi che governano il mondo? La domanda è legittima, e la risposta è sottile>>, sentenzia Carlo Rovelli in ‘Sette brevi lezioni di fisica’.

L’ignoto, l'incertezza degli eventi, la variabilità degli stessi e delle relative osservazioni, hanno accompagnato l’uomo in un percorso che attraversa la storia e l’evoluzione del suo pensiero rivolto al bisogno ancestrale di governare un potere misterioso, un potere in grado di favorire un evento positivo o di scongiurarne uno negativo. La natura finita dell’uomo non lo rende capace di comprendere le cause dei fenomeni, non almeno nell’immediato e non nella loro interezza. Ed ecco così sovrapporsi strati culturali di credenze, riti, magie, predizioni, forme e convinzioni religiose (in un linguaggio variabile nel tempo e nello spazio). Accertata l’attendibilità delle più accreditate ipotesi etimologiche, emerge come perfino il nome della città di Benevento (in origine *Maloenton*) che ospita l’Ateneo sannita non si sottragga, all’influenza della pratica di riti propiziatori, riflesso della volontà, da parte dell’uomo, di imbrigliare l’ignoto, con i suoi rischi legati all’incertezza, ed ingraziare la sorte. Questa sconosciuta.

Ebbene, se questa è la nostra condizione, possiamo in qualche modo venire a patti con essa e governarla. Se non si può effettuare una scelta senza sottomettersi all’incertezza, non vi è altra possibilità che affrontarla. Le divinazioni, le predizi**oni** lastricano la strada che conduce alle *previsioni* o, forse più correttamente, ai *tentativi* di previsione.

Ci interroghiamo sul futuro e cerchiamo nei fenomeni naturali (la cui misura rappresenta il ’dato’) i segni di ciò che ci aspetta. Il passaggio di testimone dalla pratica divinatoria allo studio di previsione rigoroso e razionale, avviene intorno al secolo XVII. In un clima di fermento scientifico e filosofico Bacone (1561-1626), con *Novum Organum,* nel 1620 da il La ad un metodo sperimentale basato sull’osservazione sistematica dei fenomeni finalizzata all’estrapolazione dei concetti generali che spieghino la natura. Con Galileo (1564-1642) si fa strada la sperimentazione basata, però, su ipotesi di lavoro, e tradotta in leggi matematiche ‘universalmente’ valide. Una nuova e più completa visione dell’universo fa capolino nel ‘*Discorso sul metodo*’ di René Descartes (1596-1690). È il momento in cui la superstizione cede il posto alla ragione, unico ‘potere’ dato all’uomo per distinguere il vero dal falso e giudicare il bene. La verità scientifica si costruisce sulle evidenze. Fioriscono le scienze teoriche, separate per la prima volta dalle arti meccaniche, con conseguente istituzione di nuove cattedre. In Italia nascono l’Accademia Nazionale dei Lincei, a Roma (1603), e l’Accademia del Cimento a Firenze (1657); a Londra, nel 1660, la Royal Society, a Parigi l’Académie des Sciences (1666) dove non troveranno posto le arti, la metafisica, la teologia e la morale.

Tra i più rilevanti prodotti della rivoluzione delle scienze, il *calcolo delle probabilità*, nato per mano di Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre de Fermat (1601-1665), più tardi rivisto da Christian Huygens (1629-1695), è di certo quello che tra magia, filosofia, religione e logica, come una barca sospinta da venti di tempesta, riprendendo l’antica metafora, ancora annaspa tra la casualità, la causalità e l’accadimento degli eventi, tra la loro prevedibilità e l’esperienza soggettiva. Questa, vincolata alla nostra natura finita ancora combatte contro la paura dell’ignoto e siamo solo “*Nel mezzo del cammin*”…

2. La Probabilità e *Cet Instinct Obscur*

Che cosa significa decidere?

Al di là delle complesse definizioni forniteci dalla letteratura, decidere significa scegliere l’alternativa ritenuta più favorevole tra le opzioni possibili.

Il punto è proprio questo: a volte due alternative sembrano ugualmente favorevoli, o ugualmente sfavorevoli, oppure una delle opzioni ha alcune conseguenze positive e altre negative, o, ancora, una scelta comporta un grande cambiamento.

In alcune situazioni decidere non è semplice: significa mettersi in gioco, fare una scelta rinunciando a tutte le altre possibilità, imparare a capire cosa per noi è davvero importante in quello specifico momento della nostra vita. Nel decidere un investimento economico o il luogo dove trascorrere le vacanze, nello stipulare un mutuo o nel fornire un parere professionale, ci affidiamo soprattutto all'intuizione o, più semplicemente, al *buon senso*. Tale buon senso è il frutto della nostra esperienza passata che ci guida, attraverso innumerevoli scorciatoie, nel risolvere problemi in tempi brevi e, molto spesso, con informazioni insufficienti.

Il decisore, purtroppo, non è in grado di considerare simultaneamente l’insieme delle informazioni disponibili, le alternative, le conseguenze; egli deve fare una selezione e scegliere quelle che ritiene importanti, in quel momento, al fine del raggiungimento del suo obiettivo.

La qualità della decisione dipende, quindi, dalla qualità con la quale tali informazioni vengono elaborate e, più precisamente dalla quantità, dalla completezza e dell'affidabilità delle informazioni raccolte e dalla capacità di elaborazione razionale di tali informazioni. Purtroppo la qualità e la quantità delle informazioni, al crescere della complessità dei problemi, sono spesso insoddisfacenti; nonostante i sistemi di automazione e l'informatica, che rendono presente "ora e subito" qualsiasi tipo di informazione, sembra che i dati non bastino mai per decidere. La capacità di scegliere, tra tutte le informazioni disponibili, le informazioni giuste per decidere in tempi brevi è sempre di più una capacità critica del buon decisore.

L'incerto permea la nostra vita.

Siamo incerti sui risultati del nostro operare e, a maggior ragione, su quegli eventi che non dipendono dal nostro operare. Siamo incerti sulle ipotesi di cui tener conto quando effettuiamo le nostre scelte, in quanto esse dipendono da una analisi degli accadimenti passati e da come riteniamo che essi influenzino il futuro. Siamo incerti sui valori di grandezze fisiche, sia prima di aver effettuato le misure che dopo. E anche quando gli eventi del futuro ci appaiono certi è spesso solo perché non ci preoccupiamo dei dettagli. Sicuramente il Sole tramonterà domani, ma è meno sicuro il minuto esatto in cui ciò avverrà. Tuttavia nessuno di noi è normalmente interessato a tale precisione. Esattezze del genere non esistono nemmeno nella fisica, considerata normalmente la regina delle "scienze esatte". E proprio il fisico per antonomasia dell'immaginario collettivo, Albert Einstein, scriveva sull'argomento, sostenendo che:

"*As far as the laws of mathematics refer to reality, they are not certain; and as far as they are certain, they do not refer to reality.*" ("Quando le leggi della matematica si riferiscono alla realtà, non
sono certe, e quando sono certe, non si riferiscono alla realtà.").[1]

Prendere decisioni è un impulso vitale in generale dell'individuo che si lascia, molto spesso, guidare dalla probabilità anziché basarsi sul primordiale flight or fight.

Il calcolo delle probabilità, come teoria matematica, nasce per tentare di affrontare l'incertezza nel modo più razionale possibile. Le sue origini non sono particolarmente nobili, dal momento che si collocano tra i tavoli dei giochi d'azzardo, di dadi o di carte, che di questa nuova teoria scientifica costituirono il primo laboratorio. Ma già in questa prima fase il legame della probabilità col problema della scelta di fronte all'incertezza è subito evidente: le questioni da cui presero le mosse Galileo, Pascal, Fermat per fondare il calcolo delle probabilità, riguardavano proprio quale fosse il comportamento più adeguato che i giocatori avrebbero dovuto tenere nei diversi giochi d'azzardo considerati.

1 Albert Einstein (27 gennaio 1921) Geometrie und Erfahrung, versione estesa di una lezione tenuta presso l'Accademia Prussiana delle Scienze di Berlino.

Si può dire che la probabilità costituisce uno dei settori più vivaci della ricerca matematica contemporanea.

Essa, come misura di eventi aleatori, trova applicazioni vastissime, è diventata una componente essenziale della meccanica statistica e della genetica di popolazioni, e nelle scienze del comportamento ha ispirato modelli di scelta razionale in condizioni di incertezza (von Neumann e Morgenstern, 1944). Esistono diverse impostazioni della probabilità.

La prima definizione di probabilità, dovuta a Laplace, secondo la concezione classica, considera la probabilità *P(E)* di un evento *E* uguale al rapporto $\frac{m}{n}$, tra il numero *m* dei casi favorevoli al verificarsi di *E* e il numero *n* dei casi possibili, quando tutti i casi siano giudicati ugualmente possibili:

$$P(E) = \frac{m}{n}$$

Il numeratore *m* è minore, o al più uguale, al denominatore *n*, ne segue che la probabilità è un numero compreso tra 0 e 1:

- se $m = 0$, ossia non vi sono casi favorevoli al verificarsi dell'evento *E*, la probabilità $P(E) = 0$, è quindi nulla;

- se $m = n$, ossia tutti i casi sono favorevoli al verificarsi di *E*, la probabilità $P(E) = 1$.

La definizione classica consente di calcolare effettivamente la probabilità in molte situazioni. Inoltre, è una definizione operativa e fornisce quindi un metodo per il calcolo. La sua caratteristica essenziale è la condizione che tutti i casi in cui il fenomeno può manifestarsi siano giudicati ugualmente possibili, cioè che abbiano la stessa probabilità di verificarsi, quindi nella definizione si usa lo stesso concetto che si vuole definire.

Per superare la circolarità della definizione è stato introdotto il principio della ragione insufficiente, detto successivamente principio di indifferenza, che asserisce che "in mancanza di ragioni che permettano di assegnare probabilità diverse a ciascuno degli eventi elementari, questi devono essere considerati ugualmente possibili".

Ad esempio, se non vi sono ragioni per affermare che un dado sia irregolare, si accetta che ogni faccia si possa presentare con la stessa probabilità. Presenta quindi i seguenti aspetti negativi, non irrilevanti: si applica soltanto a fenomeni con risultati equiprobabili; presuppone un numero finito di risultati possibili; la definizione è circolare perché utilizza la nozione di probabilità (eventi equiprobabili) per definire la probabilità stessa.

Nell'Ottocento, per poter calcolare la probabilità di eventi aleatori, che la definizione classica non consentiva di valutare, si sviluppa l'impostazione *frequentista*, o *statistica*. Essa si applica quando sull'evento si possono eseguire, nelle stesse condizioni, tante prove quante si vogliono oppure quando di un fenomeno sono disponibili tavole di rilevazioni statistiche (come le tavole di mortalità e di sopravvivenza di una popolazione).

Secondo questa impostazione, per conoscere la probabilità di un evento si deve ricorrere all'esperimento.

È importante notare che, per un cultore di questa impostazione, non ha senso calcolare la probabilità di un evento mediante una singola prova, ma, eseguendo un grande numero di prove, si riscontra una regolarità che permette di assegnare una valutazione di probabilità che l'evento si verifichi.

L'impostazione frequentista è basata sulla definizione di frequenza relativa di un evento.

Si definisce frequenza relativa di un evento in n prove, effettuate tutte nelle stesse condizioni, il rapporto $\frac{k}{n}$, tra il numero *k* delle prove nelle quali l'evento si è verificato e il numero *n* delle prove effettuate:

$$f = \frac{k}{n} \qquad con\ 0 \leq f \leq 1.$$

Anche la frequenza è compresa tra 0 e 1, ma occorre notare che:

- se $f = 0$, non si può dire che l'evento è impossibile, ma che non si è mai verificato in quelle prove;
- se $f = 1$, non si può dire che l'evento è certo, ma che, in quelle prove, si è sempre verificato.

Si deve osservare che il valore di f non dipende solo dal numero n delle prove fatte, ma per uno stesso n può variare al variare delle prove.

Ad esempio, lanciando 100 volte una moneta si presenta testa per 55 volte. Effettuando altri 100 lanci la faccia testa generalmente si presenta un numero diverso di volte, ad esempio 48. Pertanto la frequenza relativa per il primo gruppo di lanci è 55/100 , mentre per il secondo gruppo è 48/100.

È interessante constatare che, pur variando secondo il gruppo di prove, la frequenza $\frac{k}{n}$ al crescere di n tende a stabilizzarsi intorno a un valore. Questo fatto era già stato rilevato dai demografi del XVII e XVIII secolo nello studio della frequenza di decessi e delle nascite maschili in una popolazione.

Importante è sottolineare la seguente comparazione: per fenomeni in cui si può calcolare la probabilità ricorrendo alla concezione classica, si nota che, all'aumentare del numero delle prove, la frequenza tende generalmente ad avvicinarsi alla probabilità calcolata a priori.

Sono, infatti, di importanza storica gli esperimenti di Buffon e Pearson sul lancio di una moneta, i quali portarono i due studiosi a enunciare, per eventi in cui la probabilità può essere calcolata secondo la concezione classica, la cosiddetta legge empirica del caso: "In una serie di prove ripetute un gran numero di volte, eseguite tutte nelle stesse condizioni, la frequenza tende ad assumere valori prossimi alla probabilità dell'evento e, generalmente, l'approssimazione è tanto maggiore quanto più grande è il numero delle prove eseguite."

La legge empirica del caso permette di formulare la seguente definizione frequentista di probabilità per eventi ripetibili: "La probabilità di un evento è uguale alla frequenza relativa in un numero di prove ritenuto "sufficientemente elevato".

Il campo di applicazione dell'impostazione frequentista è molto vasto perché la definizione può essere applicata a fenomeni di cui si posseggano dati statistici rilevati in passato in condizioni analoghe.

In generale, tutto il campo delle assicurazioni è basato su questa concezione di probabilità. Altre notevoli applicazioni riguardano la medicina, l'economia, la meccanica quantistica e, in generale, tutte le scienze per le quali si possono utilizzare metodi statistici. In particolare, il naturalista Gregor Mendel (1822–1884), con i suoi esperimenti sullo studio della riproduzione dei piselli odorosi (*Lathyrus odoratus* L.), elaborò le prime leggi sulla trasmissione di caratteri ereditari mediante il calcolo della probabilità. Non trascurabile, per importanza ed attualità, l'applicazione delle probabilità alla gestione del rischio.

È importante osservare che la probabilità nella concezione classica è un numero determinato *a priori*, invece nell'impostazione frequentista è un numero calcolato *a posteriori* sulla base di una raccolta dati e di un'elaborazione statistica degli stessi.

Entrambi i metodi di valutazione della probabilità sono detti oggettivi, per distinguerli dalla probabilità secondo l'impostazione soggettivista.

L'impostazione *assiomatica* della probabilità venne proposta da Andrey Nikolaevich Kolmogorov nel 1933 in Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Va notato che la definizione assiomatica non è una definizione operativa e non fornisce indicazioni su come calcolare la probabilità.

Si assume che ogni evento nello spazio campionario Ω sia associato a un numero reale $P(E)$, chiamato probabilità di E. Questo numero soddisfa le tre seguenti condizioni:

- la probabilità è un numero non negativo: $P(E) \geq 0$;
- la probabilità dell'evento certo è unitaria: $P(\Omega)= 1$;
- dati due eventi A e B mutuamente esclusivi, allora $P(A \cup B) = P(A)+ P(B)$.

Si osserva che, come conseguenza degli assiomi precedenti, necessariamente, $P(E) \leq 1$.

I tre assiomi introdotti da Kolmogorov sono coerenti con la definizione empirica fornita da Von Mises e con la definizione classica enunciata da Laplace.

Le impostazioni precedenti della probabilità a cui abbiamo accennato mostrano dei limiti di applicabilità come può essere mostrato considerando i seguenti quesiti.
Qual è la probabilità per un diplomato di trovare un'occupazione entro un anno?
Qual è la probabilità che la squadra di calcio X vinca il campionato?
Qual è la probabilità che entro l'anno 2018 sia scoperto un vaccino per la cura di una grave malattia?

Per eventi come quelli indicati non è possibile valutare la probabilità né secondo la concezione classica, perché non si possono determinare i casi possibili e i casi favorevoli, né secondo l'impostazione frequentista, perché *gli eventi non sono ripetibili*.

In questi casi si può dare una stima della probabilità legata allo stato di informazione secondo la seguente definizione di probabilità nell'impostazione *soggettivista*.

La probabilità *P(E)* di un evento *E* è la misura del *grado di fiducia* che un individuo coerente attribuisce, in base alle proprie informazioni e alle proprie opinioni, al verificarsi dell'evento *E*.

Queste valutazioni di probabilità sono soggettive, ossia possono variare da individuo a individuo, ma è importante che sia rispettata la coerenza.

Per fissare il concetto di coerenza, Bruno de Finetti (1906–1985), uno dei principali attori di questa rivoluzione del pensiero, già in '*Probabilismo*' (1931), afferma in maniera provocatoria che la probabilità non esiste. Almeno non nell'accezione classica. Egli si ricollega alle scommesse e scrive: "La probabilità di un evento E, secondo l'opinione di un certo individuo, è il prezzo p che egli ritiene equo attribuire all'importo unitario esigibile al verificarsi di E."

La probabilità è quella somma p che l'individuo è disposto a pagare per ricevere €1 nel caso che si verifichi E, ma, per coerenza, egli è disposto ad accettare la scommessa inversa, ossia ricevere p e pagare €1 al verificarsi di E.

In questa impostazione la probabilità è un numero reale compreso tra 0 e 1. Infatti se l'evento è giudicato impossibile il prezzo $p = 0$, se l'evento è giudicato certo il prezzo è $p = 1$ e negli altri casi risulta $0 < p < 1$.

Il campo di applicazione dell'impostazione soggetivista è, praticamente, illimitato; quando prendiamo una qualsiasi decisione, anche inconsciamente, attribuiamo alle varie alternative una certa probabilità. Naturalmente persone diverse, anche in possesso della stessa informazione, possono prendere decisioni diverse secondo la differente opinione di ciascuno.

3. La Statistica: dal Dato al Modello. Un Ponte tra la 'Realtà che Percepiamo' e la 'Realtà che Potrebbe Essere'; il Caso del Rischio Sismico

Tra il *dato*, che rappresenta il fatto o la realtà che siamo capaci di percepire e misurare, e il *modello*, ossia la realtà come potrebbe essere nel suo insieme, fa da collegamento la statistica. Essa, infatti, lega due aspetti fondamentali che caratterizzano la conoscenza del sapere umano: l'osservazione (ovvero l'esperienza) e l'astrazione matematica (esercizio della ragione).

Nel mondo della statistica il dato e il modello si confrontano in un contesto reale, caratterizzato dalla 'variabilità individuale' degli elementi costituenti un *insieme* osservato (tale variabilità rappresenta le differenze tra gli elementi del *tutto* rispetto a uno o più caratteri).

Dal momento che l'oggetto della materia di studio è rappresentato dalle proprietà dell'insieme, il suo focus si sposta necessariamente verso la ricerca di 'invarianti', o 'costanti caratteristiche' (valori medi, misure di disuguaglianza, indicatori della forma distributiva, parametri di relazione tra variabili), non trascurando il fatto che ogni costante statistica rappresenta una sola proprietà dell'*insieme*: quella analizzata.

A dare la misura e il senso delle caratteristiche di un insieme è una molteplicità di indicatori, ad esempio, un valore medio si deve sempre accompagnare al grado di allontanamento dei valori mediati da esso (la variabilità). Inoltre, lo scarto tra le situazioni individuali di una popolazione e la media per essa calcolata esprime la distanza tra distribuzione reale e distribuzione modellata, così, una media aritmetica delle differenze assolute tra i singoli valori e il loro valor medio offre una misura della disuguaglianza.

Nei diversi campi del sapere, e non, è in crescendo il confronto con i metodi e il linguaggio statistico: la capacità di raffrontare la descrizione (o misura) di un fenomeno con una stima della sua attendibilità è di fondamentale importanza per il metodo con il quale, ad esempio, la scienza trae conclusioni mirate al più alto grado di affidabilità permesso, partendo dalle regolarità sperimentali.

Marco Li Calzi, ne "La matematica dell'incertezza" (2016) scrive: *"Proviamo a immaginare il mondo come una stanza chiusa a chiave e malamente illuminata, della quale cerchiamo di indovinare l'arredamento sbirciando dal buco della serratura. In fase esplorativa, ciò che intravediamo suggerisce le ipotesi di lavoro."*

Fa capolino, ancora una volta, il concetto di incertezza che, come visto, rappresenta l'elemento distintivo tanto dell'individuo quanto della specie. Un concetto, che attraversa più Paesi, e parla lingue diverse, tutte, però, convergenti verso un termine: 'dado'.

Nella gestione dei rischi, in generale, dei rischi naturali, in particolare, a traghettarci nell'insidioso mondo dell'incertezza è il concetto di 'pericolosità'.

Prendiamo, ad esempio, il significato di 'pericolosità' nella nozione di rischio sismico.
Gli approcci di studio possono essere mirati a una *predizione deterministica* e/o a una *previsione probabilistica* dei terremoti, ossia: ad una dichiarazione deterministica per la quale un terremoto futuro accadrà (o non accadrà) in una particolare regione geografica, in una certa finestra temporale ed entro un intervallo di magnitudo, oppure ad una probabilità che tale evento accadrà.

Il primo caso rappresenta, di fatto, l'optimum teorico, ma la natura trova sempre il modo per sfuggire a leggi lineari, così, le complesse geometrie delle sorgenti sismogenetiche, la natura caotica dei processi di rottura, le variazioni in scala delle forze che agiscono sulle faglie e l'interazione di queste con ulteriori forze dovute a cause differenti, rappresentano soltanto alcuni dei fenomeni che conferiscono al metodo deterministico un carattere di difficile attuazione. Allo stato attuale, il sapere scientifico non conduce ad una predizione affidabile dei terremoti.

Qualsiasi informazione sul verificarsi di un sisma reca in sé grandi incertezze, pertanto tale informazione può essere valutata solo in termini di probabilità. Ci si affida, così, alla previsione probabilistica, la quale mira a quantificare l'informazione circa l'eventuale accadimento di terremoti futuri.

Bisognerà, dunque, partire dal dato (o esperienza) e il dato, in questo caso, altro non è che individuazione (con relativa delimitazione) delle aree a comportamento omogeneo dal punto di vista della sismicità (zone sismogenetiche); ciò sarà possibile soltanto se saranno note le distribuzioni spaziali e temporali dei terremoti (grazie all'esame dei cataloghi storici), le geometrie e le caratteristiche delle strutture geologiche (faglie) superficiali e profonde, e i movimenti recenti che queste hanno accomodato.

Ma quando entra in gioco la statistica? Essa interviene, appunto, nel concetto di 'sismicità', che rappresenta la storia sismica di un territorio.

Nel 1954 Gutenberg e Richter proposero una relazione statistica che lega il numero di eventi sismici, in un intervallo di tempo prefissato, all'intensità (o magnitudo) registrata, tale relazione è nota come legge di occorrenza o legge di Gutenberg-Richter ed è espressa come segue:

$$\log N(I) = a - bI$$

dove:
N è il numero di eventi,
I l'intensità macrosismica,
a e b rappresentano costanti dipendenti dal territorio considerato,
b, che è una caratteristica della sorgente sismogenetica, indica la pendenza della retta che rappresenta graficamente la legge.

La legge chiarisce come a frequenza maggiore si verifichino eventi di bassa magnitudo, al contrario di quelli aventi un periodo di ritorno breve.

Definita la sismicità attraverso la frequenza e l'energia con cui i terremoti si verificano in una data area e attribuendo un valore di probabilità del verificarsi di un evento tellurico che superi una soglia di intensità di nostro interesse, si ottiene, seguendo il criterio di Cornell, e calcolando, quindi, gli effetti provocati in relazione alla distanza dalla sorgente, la *pericolosità sismica.*

La pericolosità è uno dei principali fattori del *rischio sismico,* definito come la misura dei danni attesi, in un intervallo di tempo, per un'area caratterizzata da una nota sismicità e da un determinato grado di resistenza delle costruzioni e di antropizzazione. O, più semplicemente, come l'esito il prodotto della combinazione tra la pericolosità, la vulnerabilità e l'esposizione.

Carl Nilsson Linnaeus (1707-1778) affermava: <<*Nomina si nescis, perit et cognitio rerum*>> (*Se non conosci i nomi, muore anche la conoscenza delle cose*), qualche anno più tardi in 'Palombella rossa' (1984) un furioso Nanni Moretti, inveendo contro un'incredula e sprovveduta giornalista, poco avvezza alla forma, urlava: <<*le parole sono importanti!*>>.

A tal proposito, si menziona di seguito un interessante intervento sulla prevenzione del rischio sismico a cura di Emanuela Guidoboni, la quale con un originale approccio al problema, si sofferma sull'analisi dell'etimo, giocando con le lingue francese, inglese e italiana, e giungendo ad una curiosa coincidenza.

Guidoboni, inizia la sua analisi osservando che il termine A*léa sismique,* in francese, conserva il latino *ālĕa [aleă], aleae*, sostantivo femminile I declinazione, *dado*. In sanscrito (chiave di volta nella comprensione delle variazioni fonetiche delle parole nelle lingue indoeuropee, in relazione alle fasi più antiche della storia d'Europa e del vicino Oriente) il termine *aksah* associa al significato di *dado* quello di *sorte,* e nel medio francese compare, infatti, *hazard* da *zahr* (f. voce arcaica), che traduce, appunto, *dado*.

Il passaggio all'inglese, dal quale paradossalmente importiamo il termine nell'uso comune, avviene in maniera naturale: *Seismic hazard* (dal medio francese).
In italiano, invece, ci si riferisce a due termini: il primo è *açardum* (di origine latino medievale), riferito al XIII secolo che traduce azzardo, qui ritorna *a-*

zahr, tradotto nel 1665 in azzardoso; il secondo termine di riferimento è *periculum* che si traduce in tentativo, prova oppure in rischio, pericolo.

Ed ecco che l'architettura del discorso e dell'itinerario qui proposti collassa su un dado, leitmotiv tra le righe di un diario di viaggio ancora aperto, il cui punto di arrivo della prima tappa coincide con il punto di partenza, ossia: l'angoscia di non sapere, il dubbio di una sorte assoggettata ad un dio ludopatico e la speranza che il nostro 'istinto oscuro' ci conduca ad una verosimile definizione del rapporto tra casualità e causalità.

4. Logica Fuzzy e Vaghezza

La logica fuzzy, spesso confusa con la probabilità, vuole esprimere e formalizzare tutte le frasi che non sono del tutto vere o del tutto false; Zadeh, fondatore della logica fuzzy, spiega in sintesi che " everything is a matter of degree", ponendo attenzione alle sfumature.

L'idea che porterà poi alla nascita della logica fuzzy è stata introdotta da Jan Łukasewicz in "On determinism" che nel 1946 affermò: " I am entitled not to recognize the principle of bivalence, and to accept the view that besides truth and falsehood exist other truth-values, including at least more, the third truth-value"; proponendo di non restare ancorati alla logica classica aristotelica, ma di considerare anche quei gradi di verità che non sono assoluti. Partendo da questa idea, ha avuto origine una pletora di formalizzazioni e le idee di logiche non-standard con speculazioni pratiche e filosofiche, tutte racchiuse sotto il nome di logiche fuzzy.

Si noti che la logica fuzzy fu principalmente motivata dalla necessità di descrivere, in forma formale e computabile, le conoscenze formulate da esperti in termini vaghi, utilizzando il linguaggio naturale. Questa motivazione può essere chiarita con un esempio fornito da Kreinovich: quando si parla ad un medico, è molto probabile che non dirà "se una cisti è superiore a 7 mm di diametro e il suo colore è a 500 nm, assumere 250 mg di una medicina" ma piuttosto "se una cisti è abbastanza grande e il suo colore è rossastro, allora somministrare al paziente una piccola dose di una qualche medicina". Oggi, con la sua poliedricità di funzioni, la logica fuzzy ha ormai assunto un ruolo fondamentale e cruciale nello sviluppo dell'intelligenza artificiale ed in altre applicazioni, come ad esempio i sistemi di controllo in ingegneria, l'elaborazione di immagini, riconoscimento fisiognomico, la diagnosi medica, ottimizzazione, analisi delle politiche pubbliche, analisi di mercato e molte altre.

References

Baldi P., (1998), Calcolo delle probabilità e statistica, McGraw Hill Education

E. R. Caianiello, P. E. Eklund, M. Squillante, A. G. S. Ventre, (1989) Formalism and Implementations of C-calculus, Computational Intelligence, A. Martelli, G. Valle (Editors), Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), 15- 26

Canova P., Rizzuto D., (2016), “Fate il nostro gioco”. Add. Ed. Torino

De Finetti B., (1931), Probabilismo, Libreria Editrice Franco Perrella S.A., Napoli- Città Castello

De Finetti B., (1967), Il “saper vedere” in matematica, Loescher

De Finetti B., (1970), Teoria delle probabilità, Einaudi

Li Calzi M., (2016), “La matematica dell’incertezza”, il Mulino Editore

Łukasewicz J, (1946), On Determinizmie, trad. ingl. “On Determinism”

Maldonato M., (2015), Quando decidiamo. Siamo attori consapevoli o macchine biologiche?, Giunti Editore

Manara C.F. (1997), Matematica e incertezza, Milano, KOS

Monari P., (2012), Giochi d’azzardo e probabilità, Editori Riuniti

Nocenzi M., (2002), Vivere l'incertezza: sociologia, politica e cultura del rischio ambientale nelle insicurezze da inquinamento elettromagnetico, Franco Angeli Editore

Rovelli C., (2014), Sette brevi lezioni di fisica, Adelphi Editore

Scozzafava R.,(2001), Incertezza e probabilità, Zanichelli

M.Squillante, A.G.S. Ventre, (1992) Generating Fuzzy Measures, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 165, 2, 550-555

Vergineo G.,(1985), Storia di Benevento e dintorni, Benevento, Gennaro Ricolo Editore

Weisse Neil A., (2008), Calcolo delle probabilità, Pearson