

Compression transversale d'un monofilament :

essais expérimentaux et simulation numérique

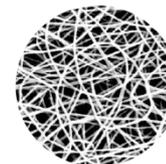
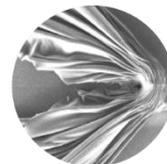
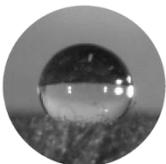
Gilles ARNOLD,

Thanh Thao DO , Cyril MARSQUET

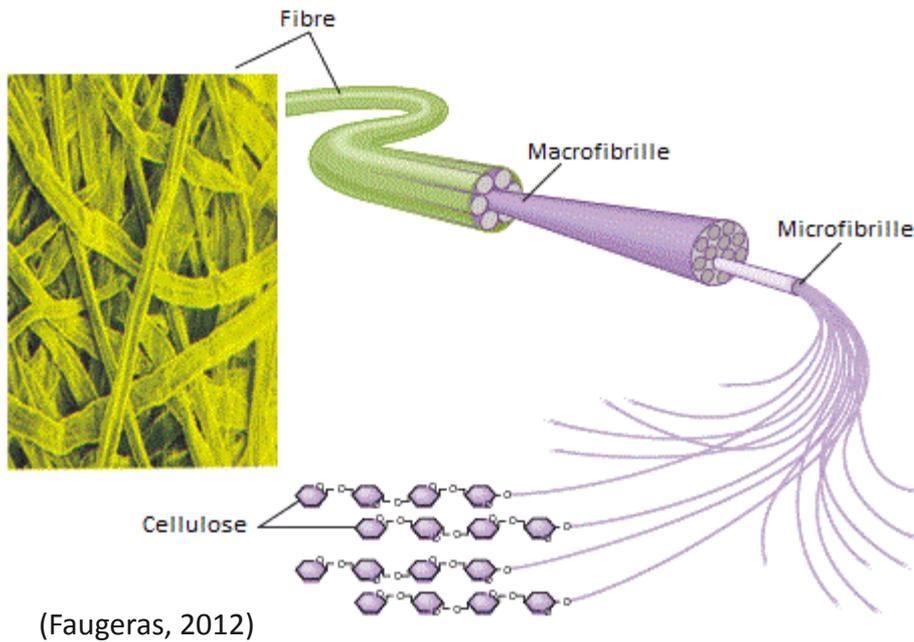
Laboratoire de Physique et Mécanique Textiles
Université de Haute Alsace, Mulhouse

GDR *mecatib*

Nancy, les 5 & 6 décembre 2018



Fibres naturelles



Fibres synthétiques



Extrusion

(www.centexbel.be)



Etirage

(Zhang et al., 2017)

➔ Propriétés mécaniques fortement anisotropes

Introduction

Comportement mécanique élastique linéaire

- Cas général
- Orthotropie
- Isotropie transverse

Essai de compression transversale (essai « brésilien »)

- Principe
- Modèles
- Dispositifs expérimentaux
- Essais sur micro-indenteur

Essai de compression de fibres croisées

- Principe
- Modèle EF
- Analyse de sensibilité
- Essais sur micro-indenteur

Conclusions et perspectives

Pour un corps *élastique linéaire* quelconque:

Loi de Hooke généralisée :

$$\varepsilon_j = S_{ji} \sigma_i$$

où S est le tenseur de souplesse

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} \quad \sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ - & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ - & - & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ - & - & - & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ - & - & - & - & S_{55} & S_{56} \\ - & - & - & - & - & S_{66} \end{bmatrix}$$

(notation de Voigt)

Avec les conditions de symétrie :

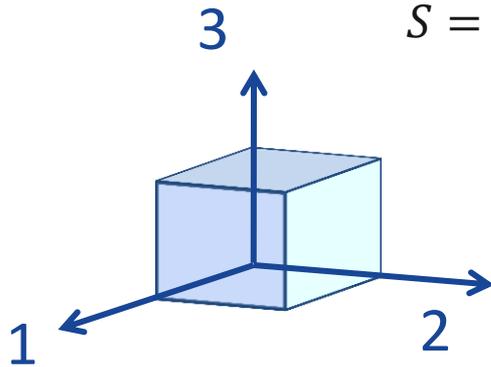
$$S_{ji} = S_{ij}$$

→ 21 paramètres indépendants

Comportement mécanique élastique linéaire

Cas d'un matériau orthotrope

→ 9 paramètres indépendants : $(E_1, E_2, E_3), (v_{23}, v_{31}, v_{12}), (G_{23}, G_{31}, G_{12})$



$$S = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -v_{12}/E_1 & -v_{13}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -v_{21}/E_2 & 1/E_2 & -v_{23}/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ -v_{31}/E_3 & -v_{32}/E_3 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G_{12} \end{bmatrix}$$

Conditions de symétrie

$$\frac{v_{12}}{E_1} = \frac{v_{21}}{E_2}$$

$$\frac{v_{13}}{E_1} = \frac{v_{31}}{E_3}$$

$$\frac{v_{23}}{E_2} = \frac{v_{32}}{E_3}$$

Conditions thermodynamiques

$$1 - v_{23} v_{32} > 0$$

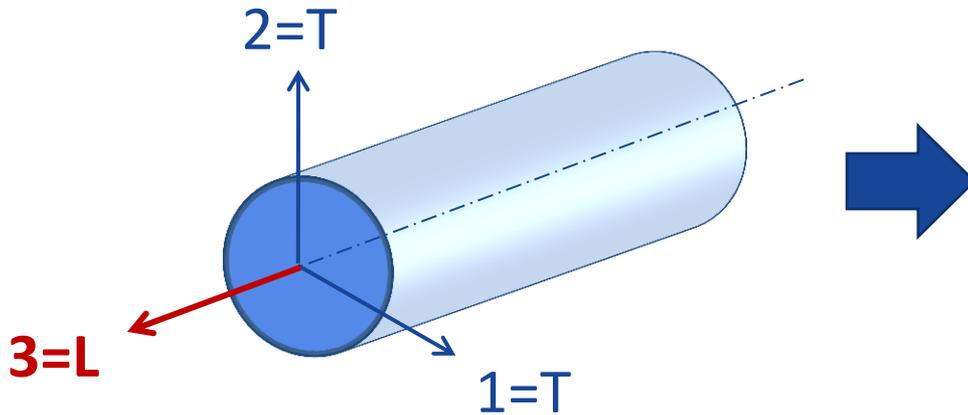
$$1 - v_{13} v_{31} > 0$$

$$1 - v_{12} v_{21} > 0$$

$$1 - v_{12} v_{23} v_{31} - v_{13} v_{32} v_{21} - v_{23} v_{32} - v_{13} v_{31} - v_{12} v_{21} > 0$$

Comportement mécanique élastique linéaire

Cas d'un matériau isotrope transverse



$$\begin{aligned}
 E_1 &= E_2 \\
 G_{13} &= G_{23} \\
 \nu_{23} &= \nu_{13} \\
 G_{12} &= \frac{E_1}{2(1 + \nu_{12})}
 \end{aligned}$$

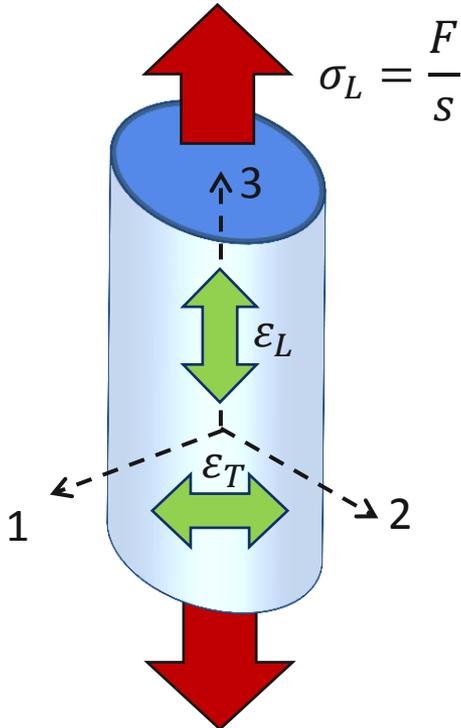
$$S = \begin{bmatrix}
 1/E_1 & -\nu_{12}/E_1 & -\nu_{13}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\
 -\nu_{12}/E_1 & 1/E_1 & -\nu_{13}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\
 -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{13}/E_1 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1/2G_{13} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G_{13} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1 + \nu_{12})/E_1
 \end{bmatrix}$$

→ 5 paramètres indépendants :

$$\begin{aligned}
 &E_1, E_3 \\
 &G_{13} \\
 &\nu_{12}, \nu_{13}
 \end{aligned}$$

Traction dans la direction de la fibre 3=L

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_1 & -\nu_{13}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_1 & -\nu_{13}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{13}/E_1 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2G_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1 + \nu_{12})/E_1 \end{bmatrix} \quad \sigma = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma_L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$\varepsilon_L = \varepsilon_{33} = \frac{1}{E_3} \sigma_L \quad \longrightarrow \quad E_3$$

$$\varepsilon_T = \varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = -\frac{\nu_{13}}{E_1} \sigma_L \quad \longrightarrow \quad \nu_{31}$$

$\frac{\nu_{13}}{E_1} = \frac{\nu_{31}}{E_3}$

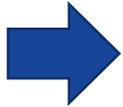
E_1, E_3
 $\rightarrow G_{13}$
 ν_{12}, ν_{13}

⚠️ Seulement ν_{31} mais pas ν_{13}

Introduction

Comportement mécanique élastique linéaire

- Cas général
- Orthotropie
- Isotropie transverse



Essai de compression transversale (essai « brésilien »)

- Principe
- Modèles
- Dispositifs expérimentaux
- Essais sur micro-indenteur

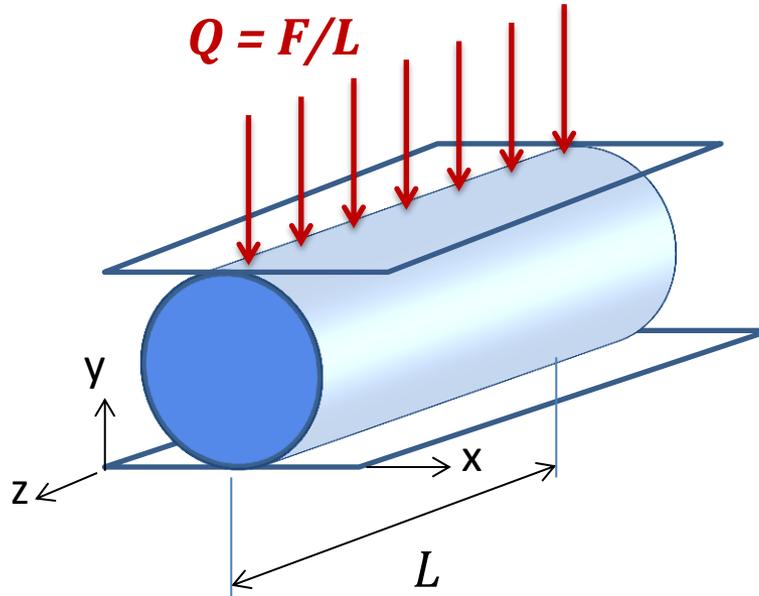
Essai de compression de fibres croisées

- Principe
- Modèle EF
- Analyse de sensibilité
- Essais sur micro-indenteur

Conclusions et perspectives

Compression transversale

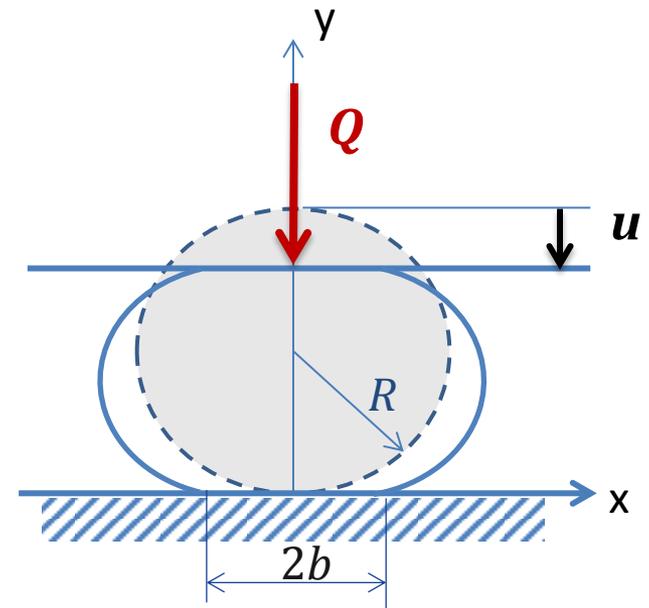
Principe de l'essai



F : force normale

Q : force normale linéique $Q = F/L$

b : demi-largeur de contact



Hypothèses

- Répartition uniforme de la force linéique
- Déformation plane

Déformation nominale $\bar{\varepsilon} = \frac{u}{2R}$

Contrainte nominale $\bar{\sigma} = \frac{Q}{2R}$

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{33} = 0 \quad (3=L)$$

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_1 & -\nu_{13}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_1 & -\nu_{13}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{13}/E_1 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2G_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1 + \nu_{12})/E_1 \end{bmatrix} \quad \sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{3i} = 0 = \frac{1}{2G_{13}} \sigma_{3i} \quad \text{avec } i = 1, 2 \quad \longrightarrow \quad \sigma_{23} = \sigma_{31} = 0$$

$$\varepsilon_{33} = 0 = -\frac{\nu_{13}}{E_1} (\sigma_{11} + \sigma_{22}) + \frac{1}{E_3} \sigma_{33} \quad \longrightarrow \quad \sigma_{33} = \frac{\nu_{13} E_3}{E_1} (\sigma_{11} + \sigma_{22})$$

$$\begin{array}{l} E_1, E_3 \\ \rightarrow G_{13} \\ \nu_{12}, \nu_{13} \end{array}$$

⚠ G_{13} n'intervient pas.

Essai de compression transversale

Modèle analytique : $b(Q)$

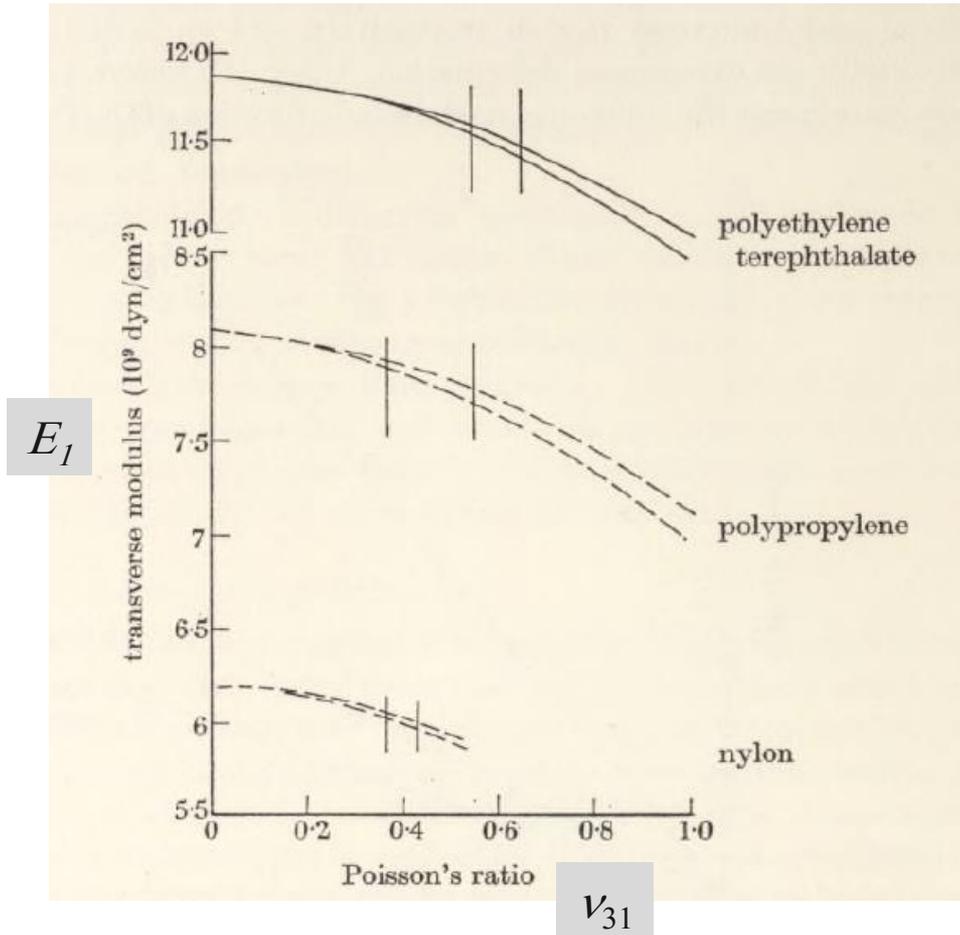
$$b = \sqrt{\frac{4QR}{\pi} \left(\frac{1}{E_1} - \frac{\nu_{31}^2}{E_3} \right)}$$

(Hadley & Ward, 1965)

$$E_1 = f(Q, R, b, E_3, \nu_{31})$$

Mesure
(optique)
de b

Essai de
traction



- Phoenix & Skelton (1974)

$$u = \frac{4Q}{\pi} \left[\left(\frac{1}{E_1} \right) \sinh^{-1} \left(\frac{2R}{b} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E_1} - \frac{\nu_{12}}{E_1} \right) - \frac{\nu_{12}}{E_1} \cdot \frac{2R}{b} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{2R}{b} \right)^2} - \frac{2R}{b} \right) \right]$$

- Abdul Jawad & Ward (1978)

$$u = \frac{4Q}{\pi} \left(\frac{1}{E_1} - \frac{\nu_{31}^2}{E_3} \right) \left(0,19 + \sinh^{-1} \left(\frac{R}{b} \right) \right)$$

$E_1 \ll E_3$

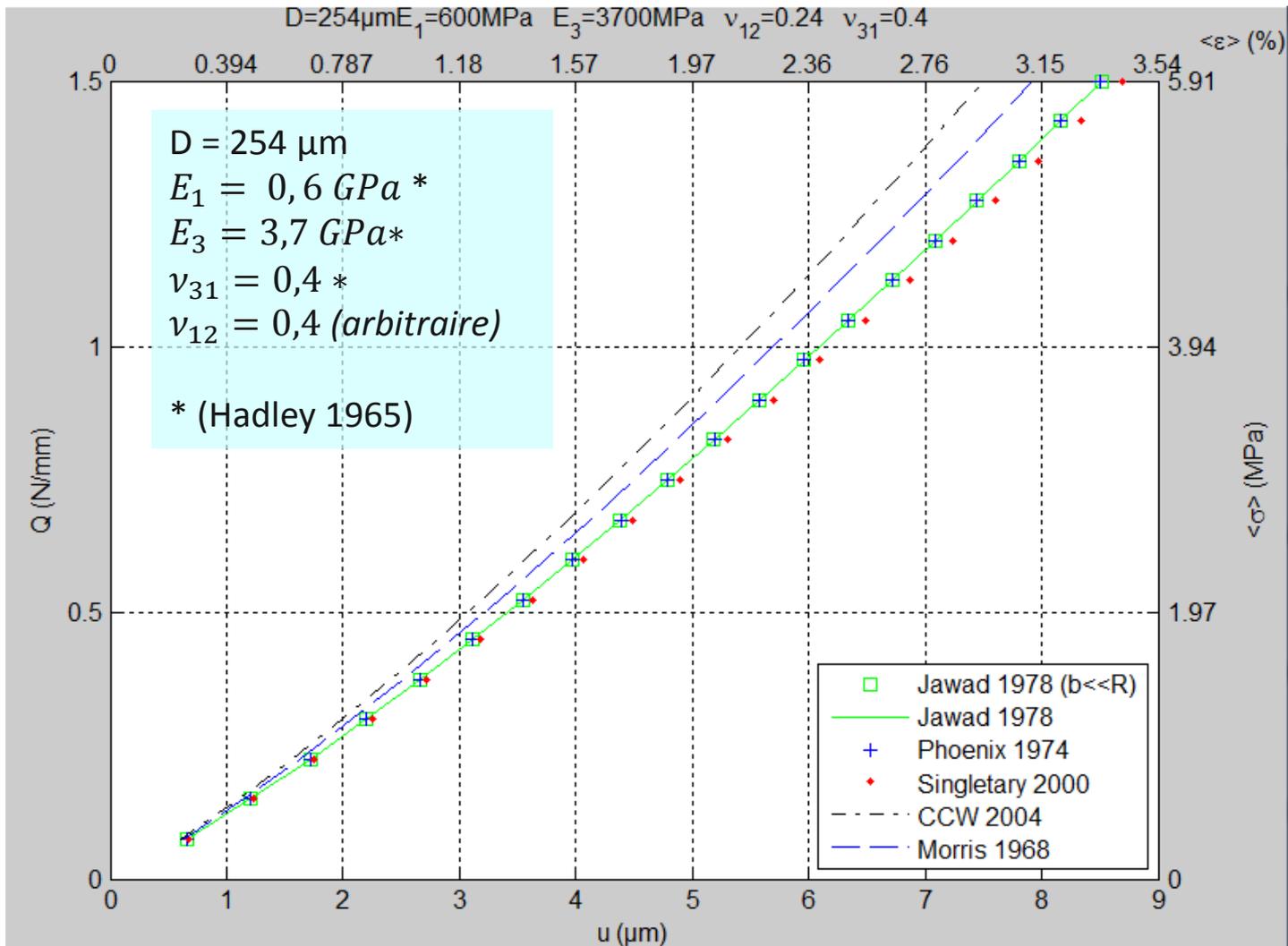
$$u = \frac{4Q}{\pi} \frac{1}{E_1} \left(0,19 + \sinh^{-1} \left(\sqrt{\frac{\pi R E_1}{4Q}} \right) \right) \quad (\text{Singletary, 2004})$$

- Cheng, Chen, Weerasooriya (2004)

$$u = \frac{4Q}{\pi b^2} \left[\left(-\frac{\nu_{12}}{E_1} - \frac{\nu_{31}^2}{E_3} \right) \left(\sqrt{b^2 + R^2} - R \right) R + \left(\frac{1}{E_1} - \frac{\nu_{31}^2}{E_3} \right) b^2 \ln \left(\frac{\sqrt{b^2 + R^2} + R}{b} \right) \right]$$

Essai de compression transversale

Comparaison des modèles



Abaqus Explicit

Géométrie et Maillage

- $D = 120 \mu\text{m}$
- déformation plane

Conditions limites

Symétries par rapport à l'axe X et à l'axe Y

Paramètres matériaux (nylon)

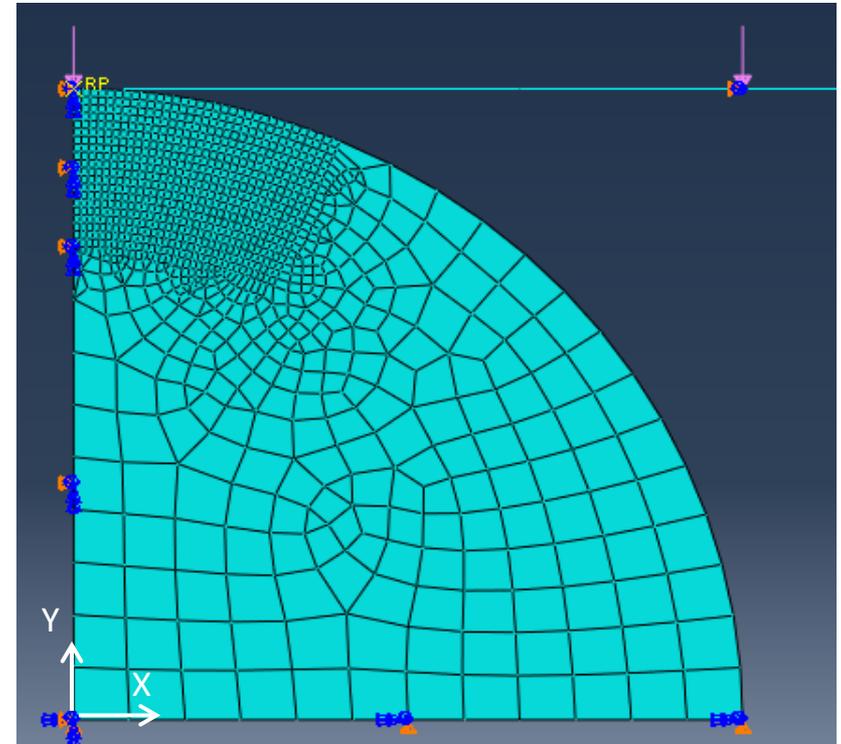
- $E_1 = 0,6 \text{ GPa} *$
 - $E_3 = 3,7 \text{ GPa} *$
 - $\nu_{31} = 0,4 *$ ($\nu_{13} = 0,065$)
 - $\nu_{12} = 0,35$ (arbitraire)
- * (Hadley 1965)

Chargement

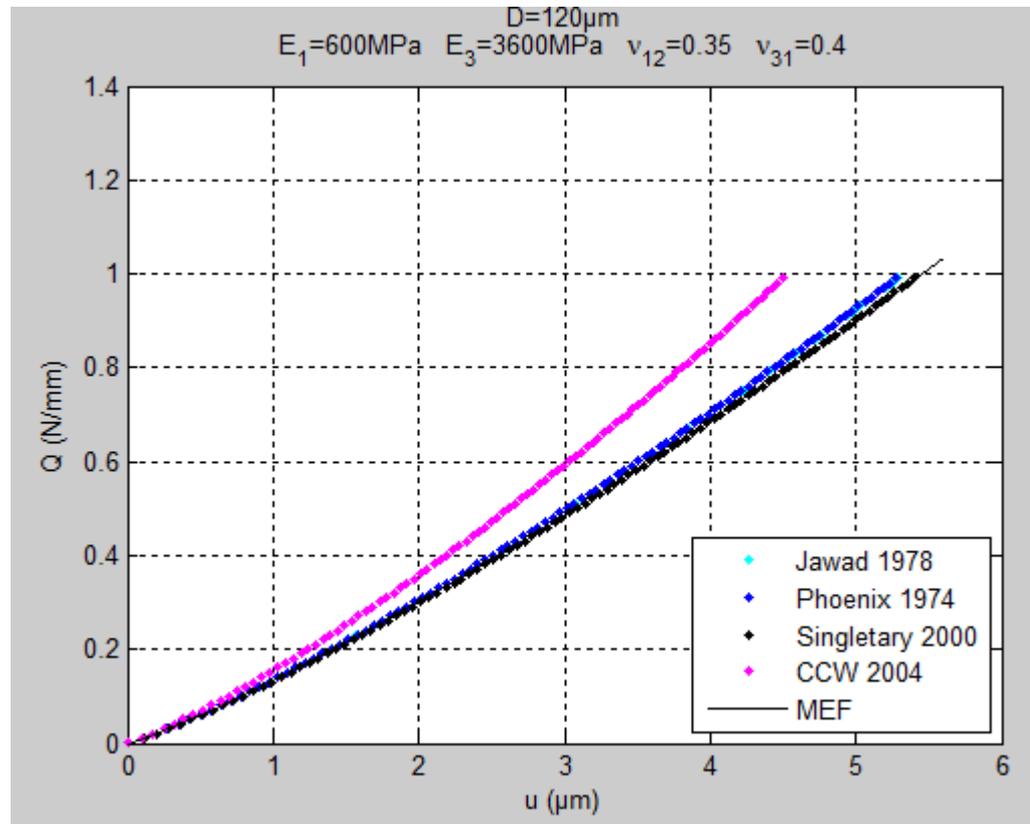
Effort normal appliqué sur plan rigide

Contact

Coefficient de frottement : $\mu = 0,25$



→ 1014 éléments 2D

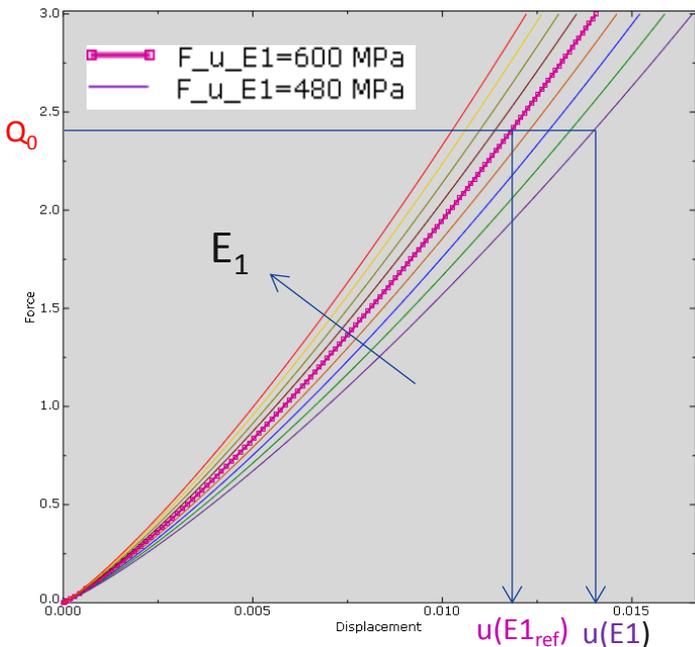


La courbe force-déplacement simulée par éléments finis coïncide avec celles obtenues à l'aide des modèles de la littérature (sauf CCW 2004).

→ On utilisera le modèle analytique de Singletary dans la suite des analyses.

Paramètres de comportement élastique

$$E_1, E_3, \nu_{12}, \nu_{13} \text{ et } G_{13}$$



Influence du module transverse E_1

Sensibilité locale

$$s_j = \left| \frac{u(\theta_j) - u(\theta_j^{ref})}{u(\theta_j^{ref})} \cdot \frac{\theta_j^{ref}}{\theta_j - \theta_j^{ref}} \right|$$

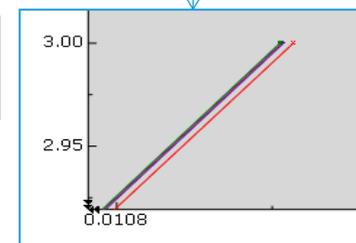
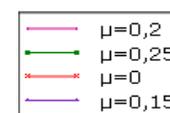
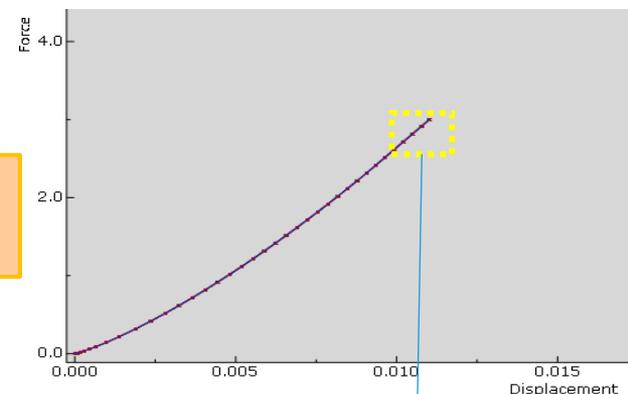
(Richard et al., 2013)

avec

$$\theta^{ref} = \begin{bmatrix} E_1^{ref} \\ E_3^{ref} \\ \nu_{12}^{ref} \\ \nu_{31}^{ref} \\ G_{13}^{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 600 \\ 3700 \\ 0,35 \\ 0,4 \\ 1700 \end{bmatrix}$$

Coefficient de frottement

$$\mu$$



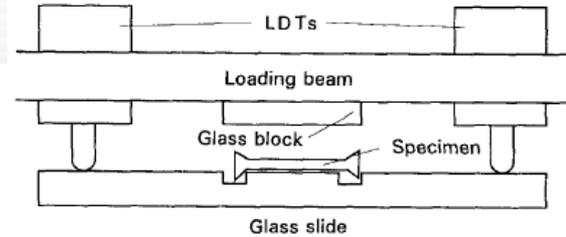
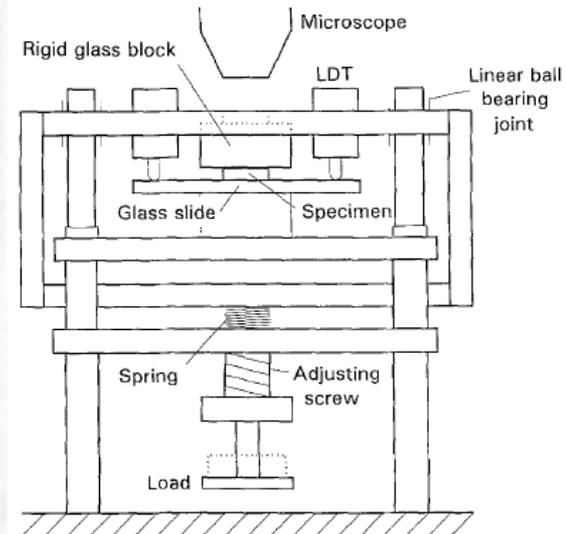
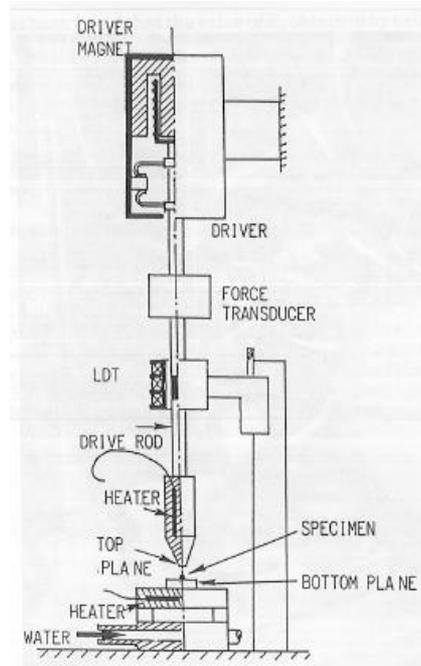
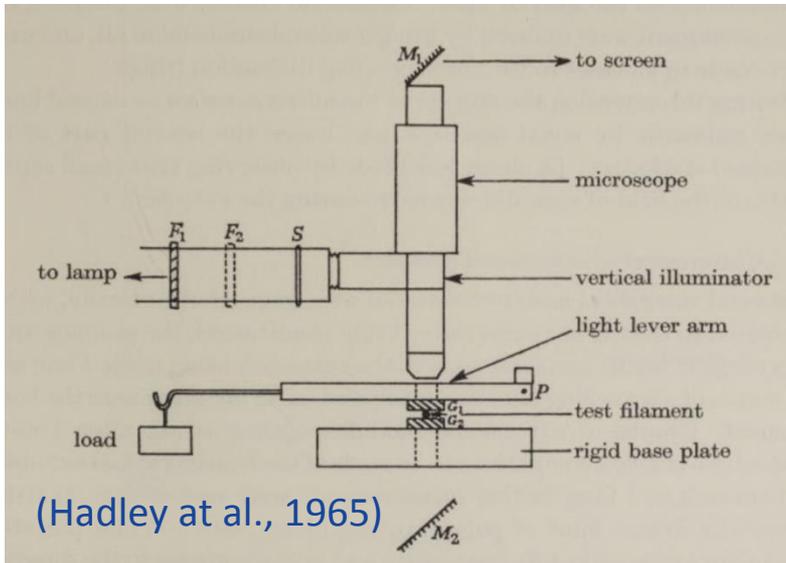
Influence du coefficient de frottement μ

Paramètres	E_1	E_3	ν_{12}	ν_{31}	G_{13}
s_j	0,75	0,04	0,02	0,1	0

- Seul E_1 a un impact significatif sur le résultat de la compression.
- Un coefficient de frottement non nul réduit l'erreur « quelque soit sa valeur absolue » (cohérent avec Pelletier et al., 2016).

Essai de compression transversale

Quelques dispositifs expérimentaux



(Kotani et al., 1994)

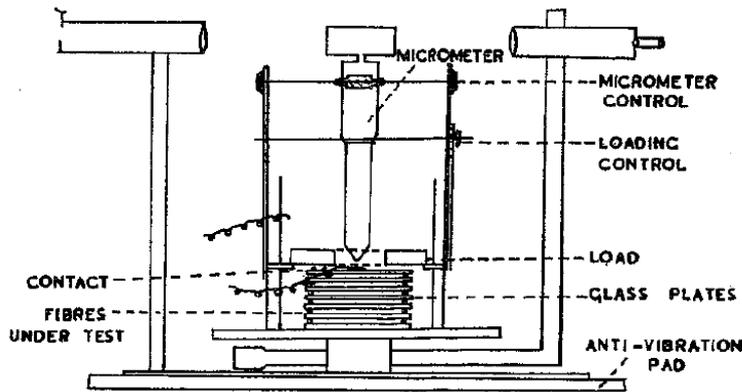
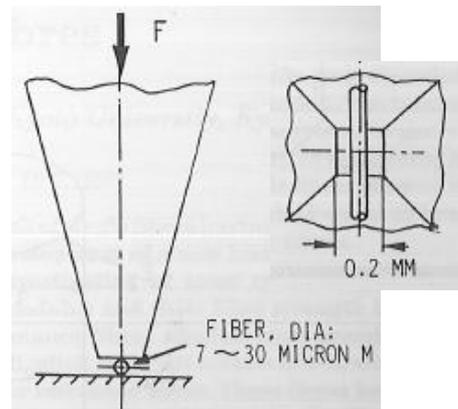


Fig. 1

Apparatus for determination of lateral-compression modulus of fibre

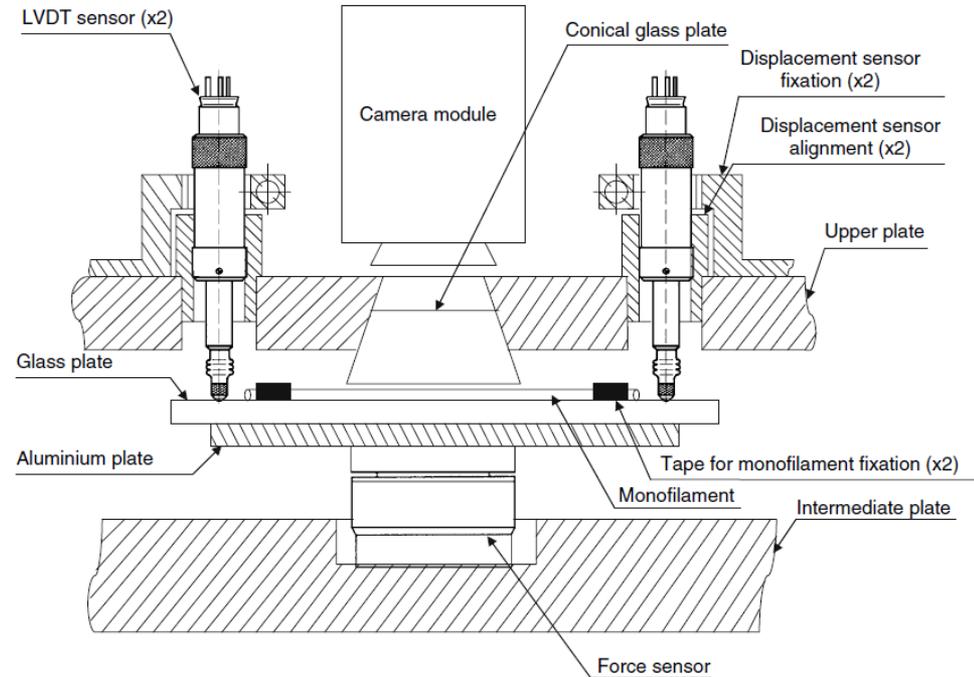
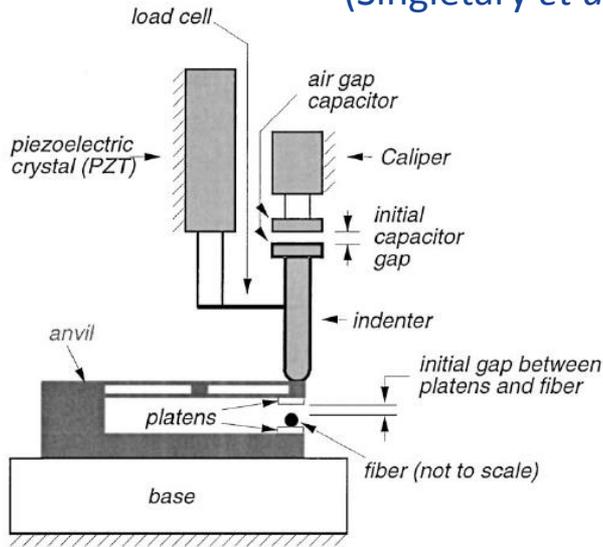
(Morris, 1968)



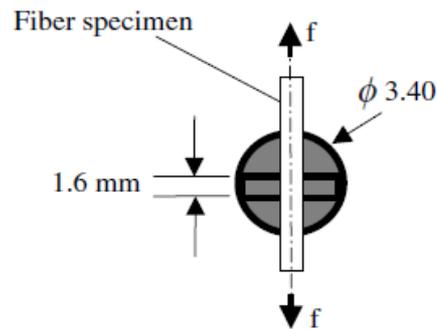
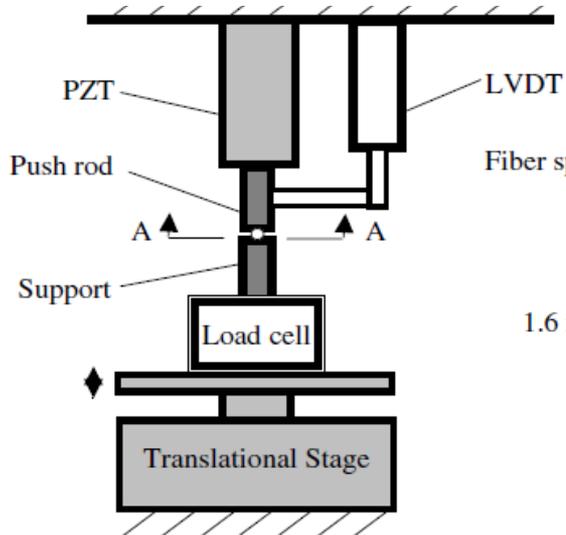
Essai de compression transversale

Quelques dispositifs expérimentaux

(Singletary *et al.*, 2000)



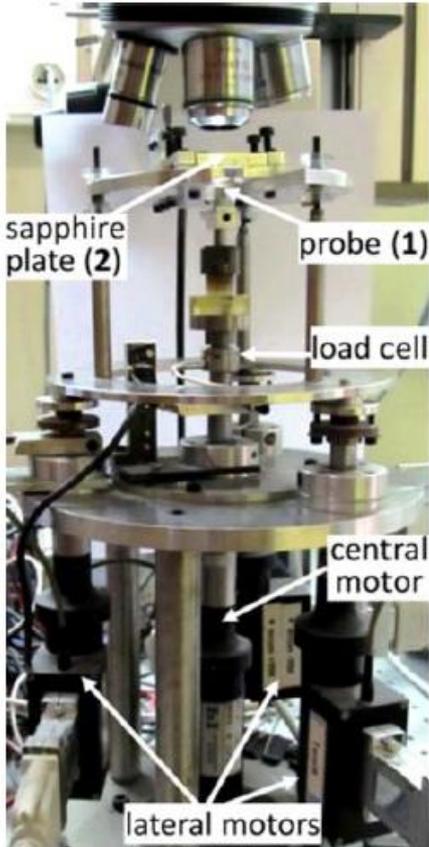
(Stamoulis *et al.*, 2005)



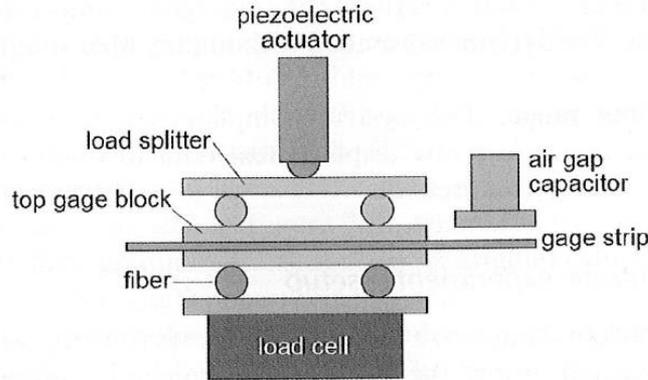
A-A sectional view (Chen *et al.*, 2004)

Essai de compression transversale

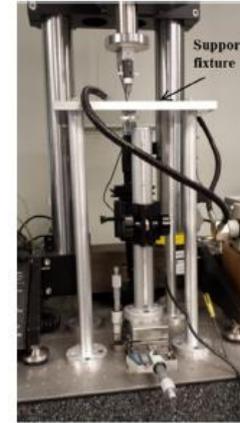
Quelques dispositifs expérimentaux



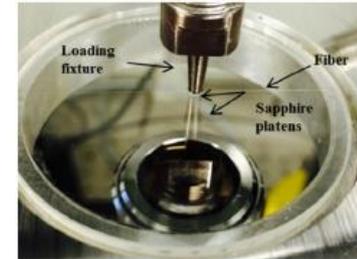
(Wollbrett-Blitz et al., 2015)



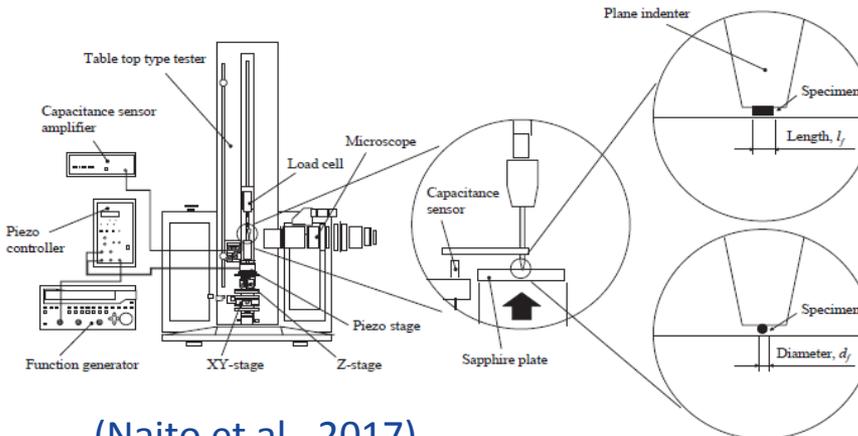
(Guo et al., 2016)



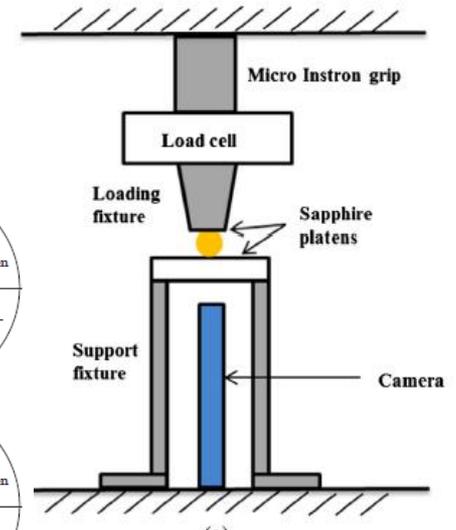
(a)



(b)



(Naito et al., 2017)

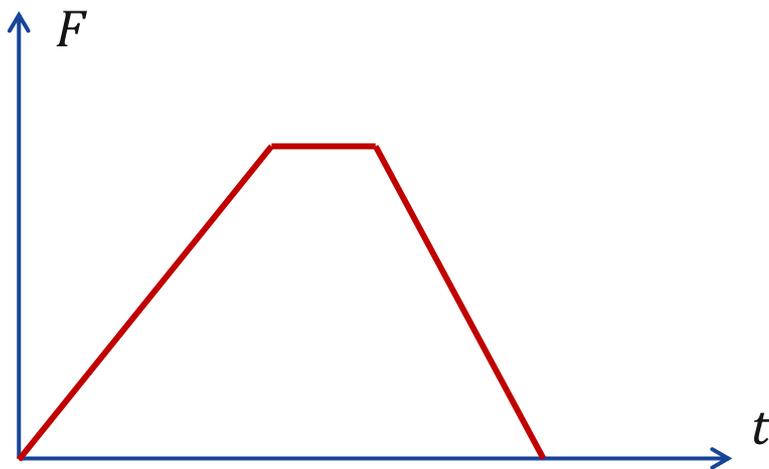


(Sockalingam et al., 2016)

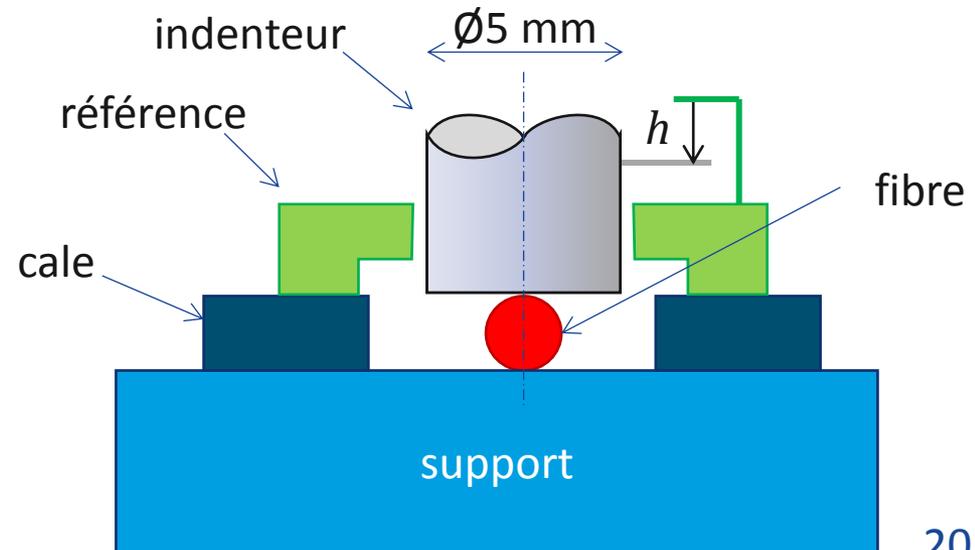
- ❑ Micro-Combi-Tester (CSM-Instruments)
- ❑ Indenteur plan en acier de diamètre 5mm
- ❑ Support plan en acier
- ❑ Séquence charge-pause-décharge

Paramètres de l'essai :

- Vitesse de charge/décharge
- Force maximale F_{\max} (~50mN à 30 N)
- Pause



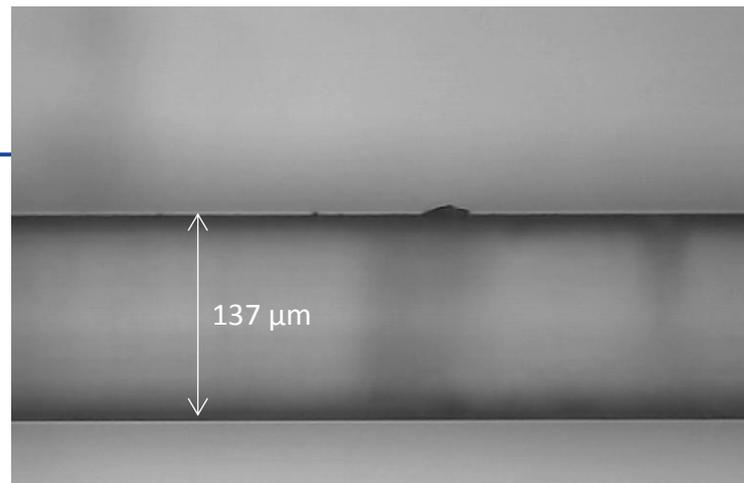
Micro-Combi-Tester



Monofilament de nylon



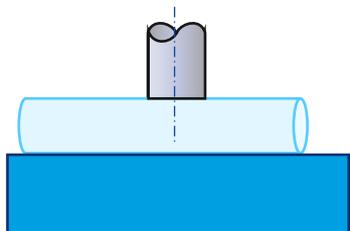
« 120 μm – 1,1 kg »



Observations au microscope :

- Défauts de surface
- Diamètre réel : $D = 137 \mu\text{m}$

Élancement du tronçon testé

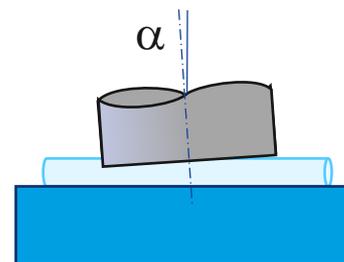


10

$$\frac{L}{D} = \frac{5000}{137} \approx 35$$



100 ?



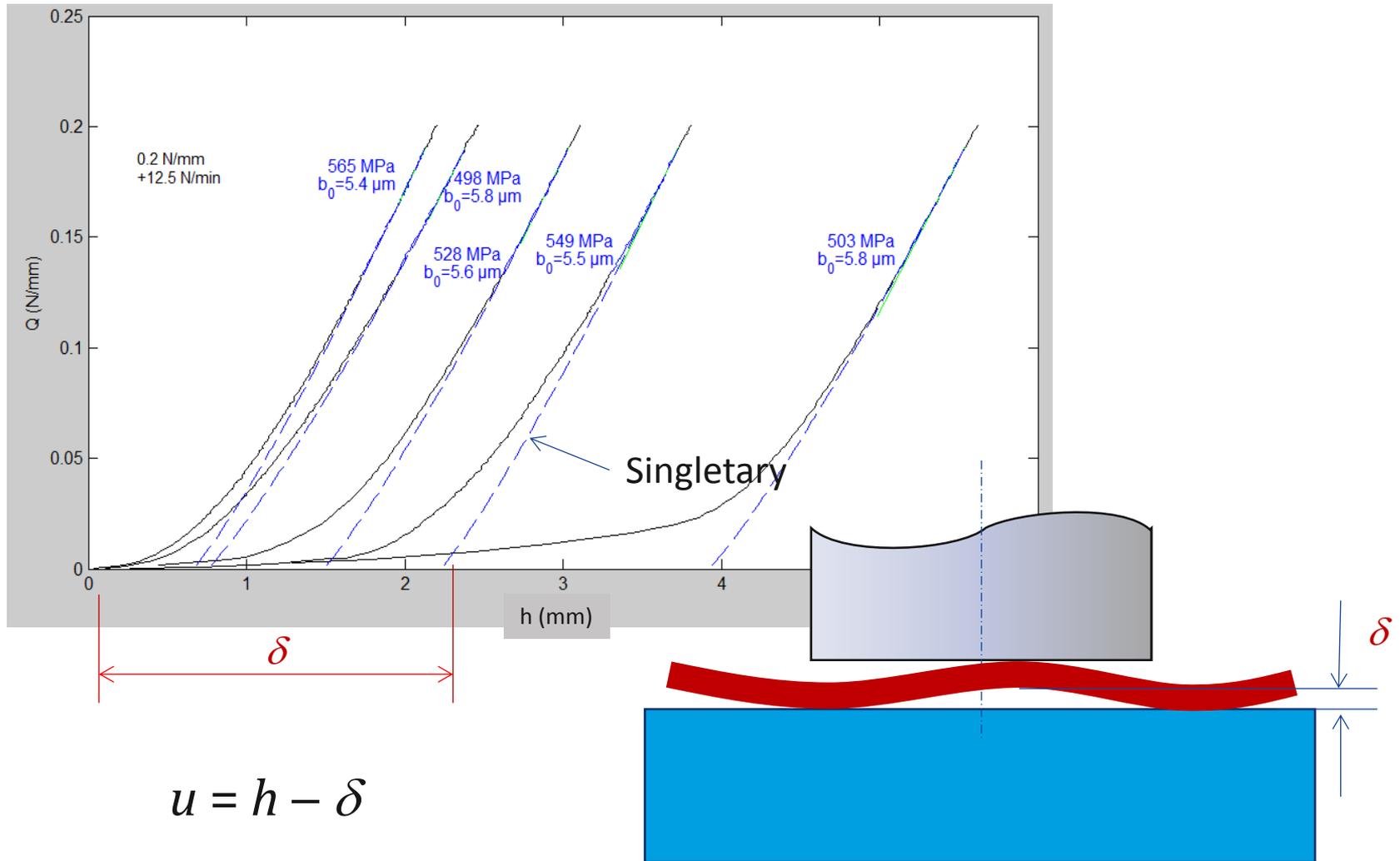
L/D

Hypothèse de DP
non vérifiée

Élancement acceptable

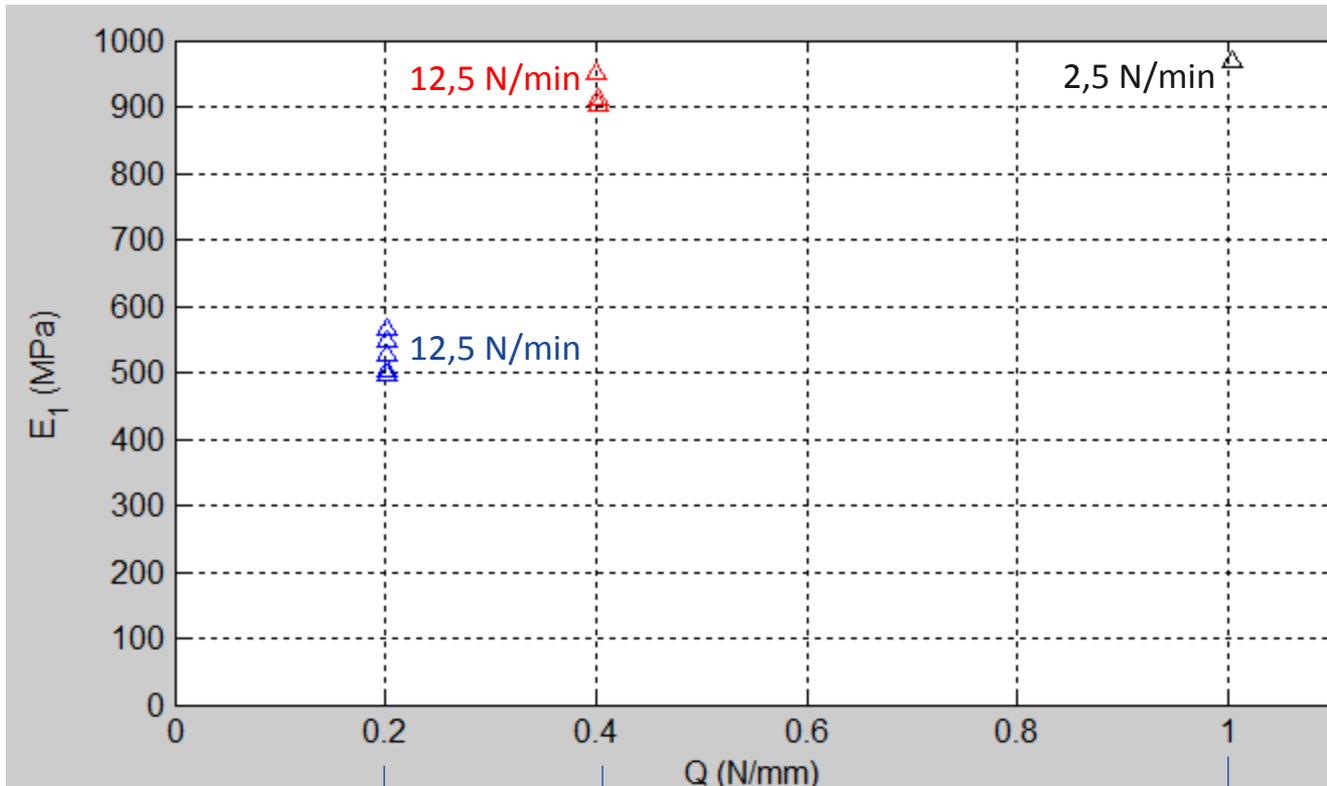
Hypothèse de parallélisme
indenteur / support non vérifiée

$$\alpha = \frac{0,01}{100}$$



Essai de compression transversale

Influence de la charge



$\bar{\varepsilon} \approx 1,2\%$ $\bar{\varepsilon} \approx 1,3\%$
 $b = 5,8 \mu\text{m}$ $b = 6 \mu\text{m}$

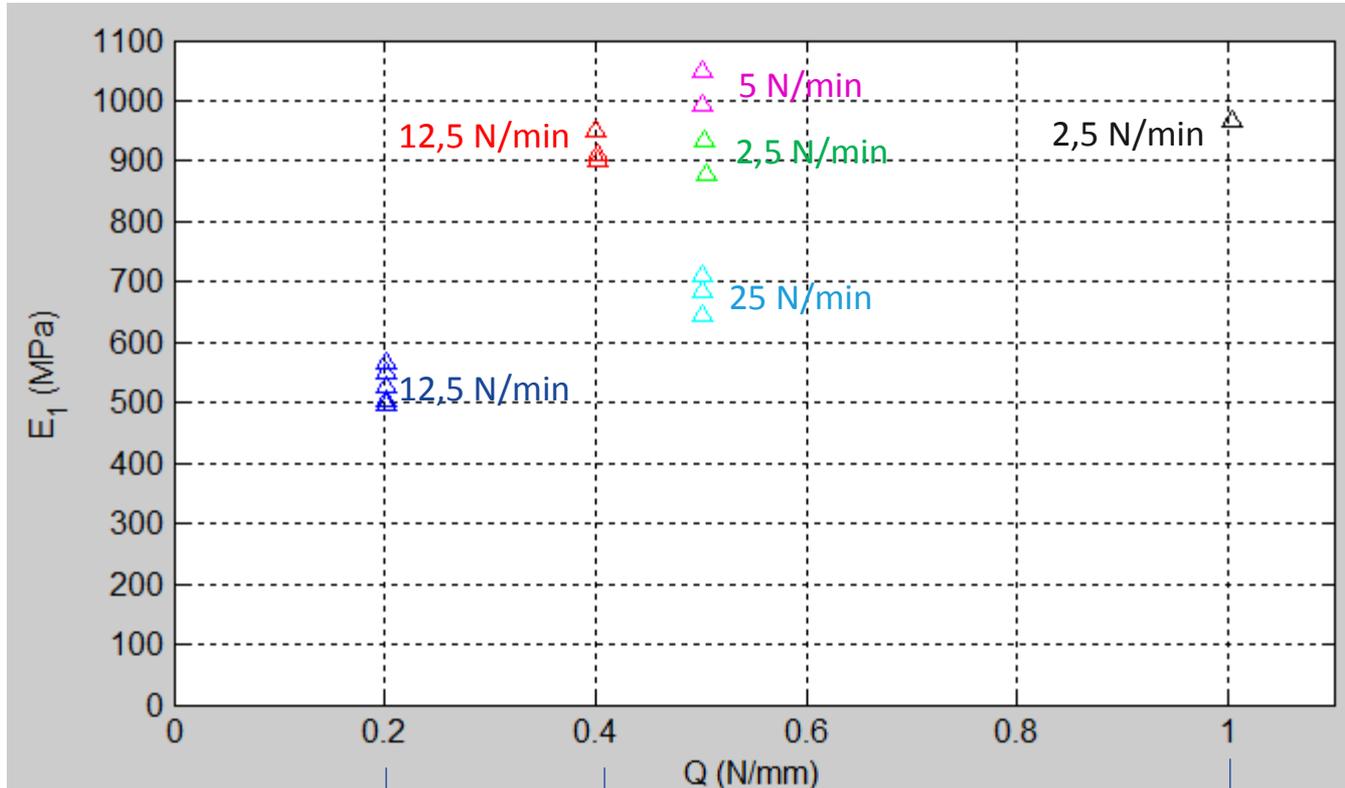
$$\frac{b}{R} \approx 10\%$$

$\bar{\varepsilon} \approx 2,6\%$
 $b = 9,3 \mu\text{m}$

$$\frac{b}{R} \approx 15\%$$

Essai de compression transversale

Influence de la vitesse de chargement

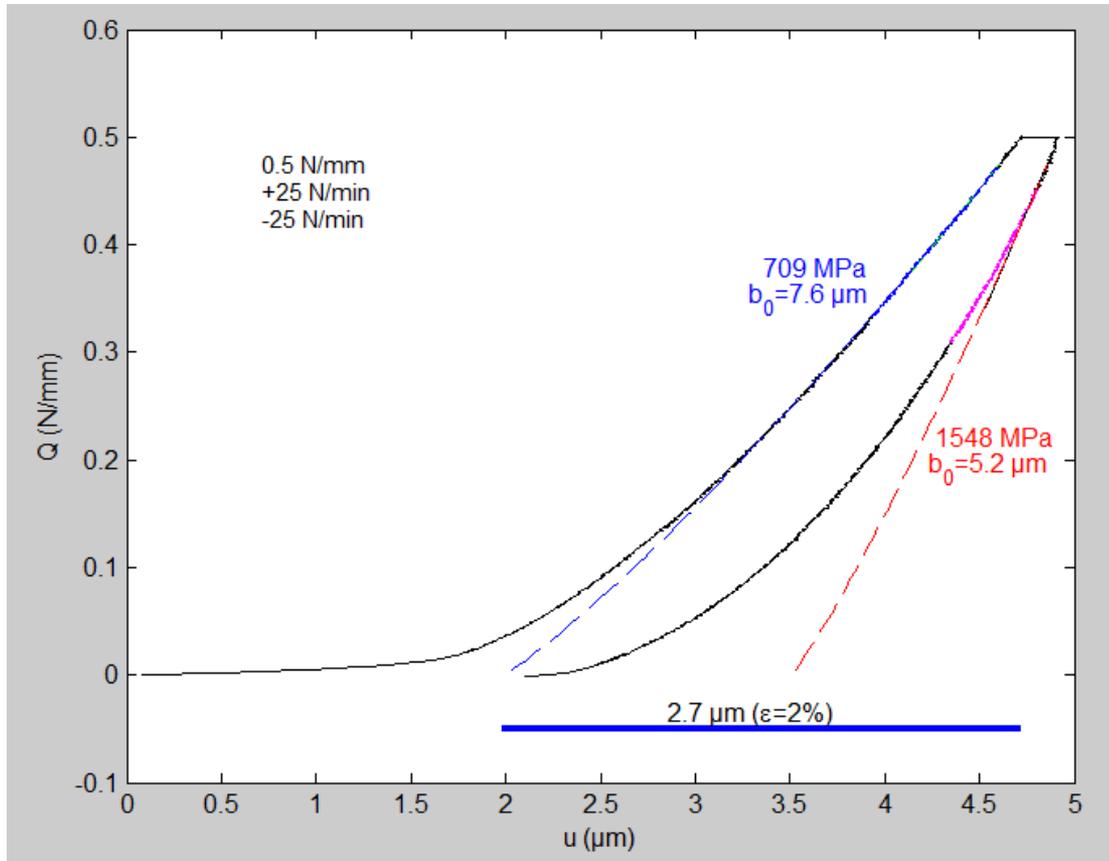


$\bar{\varepsilon} \approx 1,2\%$ $\bar{\varepsilon} \approx 1,3\%$
 $b = 5,8 \mu\text{m}$ $b = 6 \mu\text{m}$

$$\frac{b}{R} \approx 10\%$$

$\bar{\varepsilon} \approx 2,6\%$
 $b = 9,3 \mu\text{m}$

$$\frac{b}{R} \approx 15\%$$



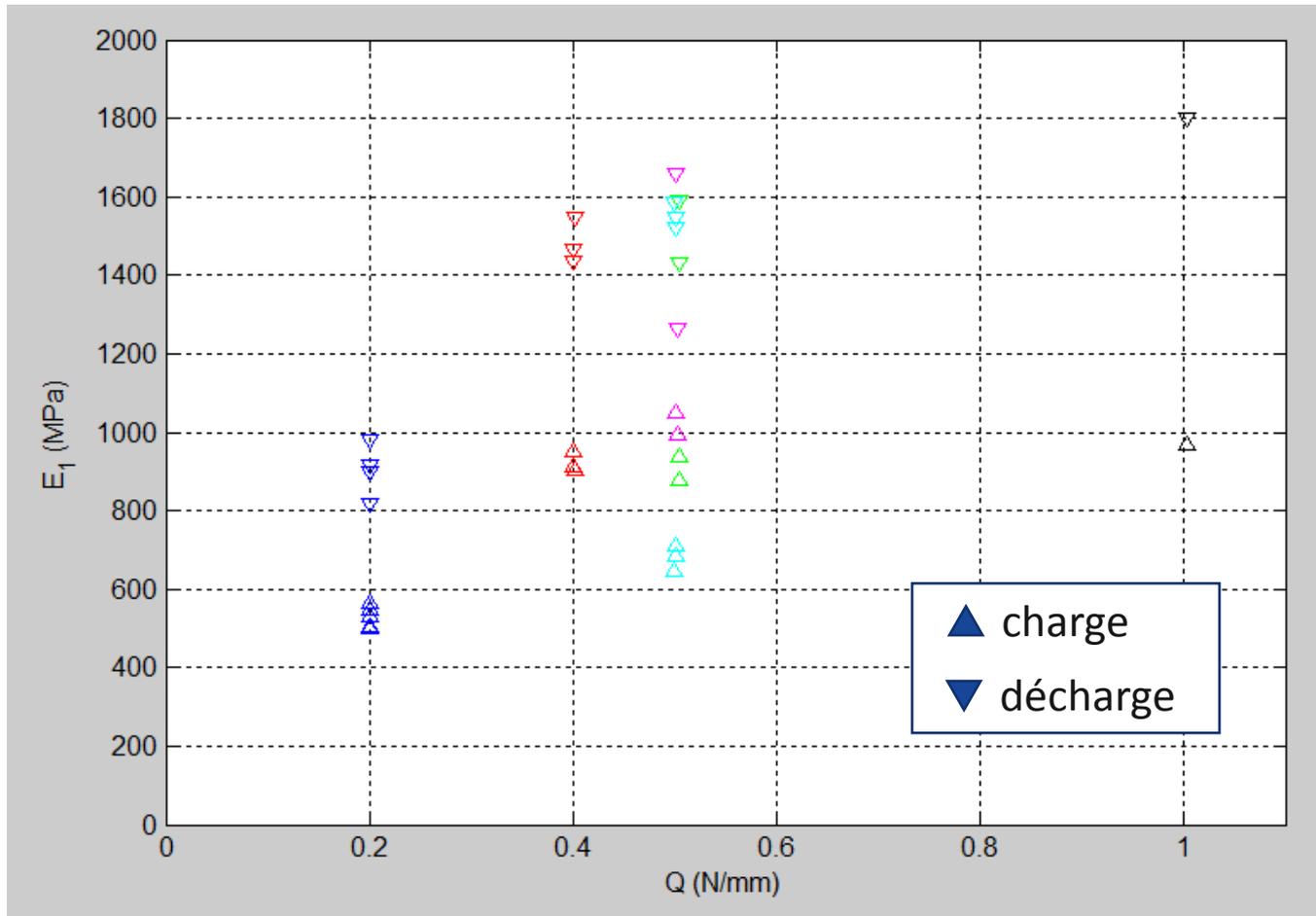
- Fluage pendant le maintien de la charge
- Pente beaucoup plus raide à la décharge

→ Viscosité

$$E_{charge} < E < E_{décharge}$$

Essai de compression transversale

Ensemble des mesures de module



➔ Optimiser les paramètres de l'essai pour réduire l'effet de la viscosité.

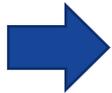
Introduction

Comportement mécanique élastique linéaire

- Cas général
- Orthotropie
- Isotropie transverse

Essai de compression transversale (essai « brésilien »)

- Principe
- Modèles
- Dispositifs expérimentaux
- Essais sur micro-indenteur



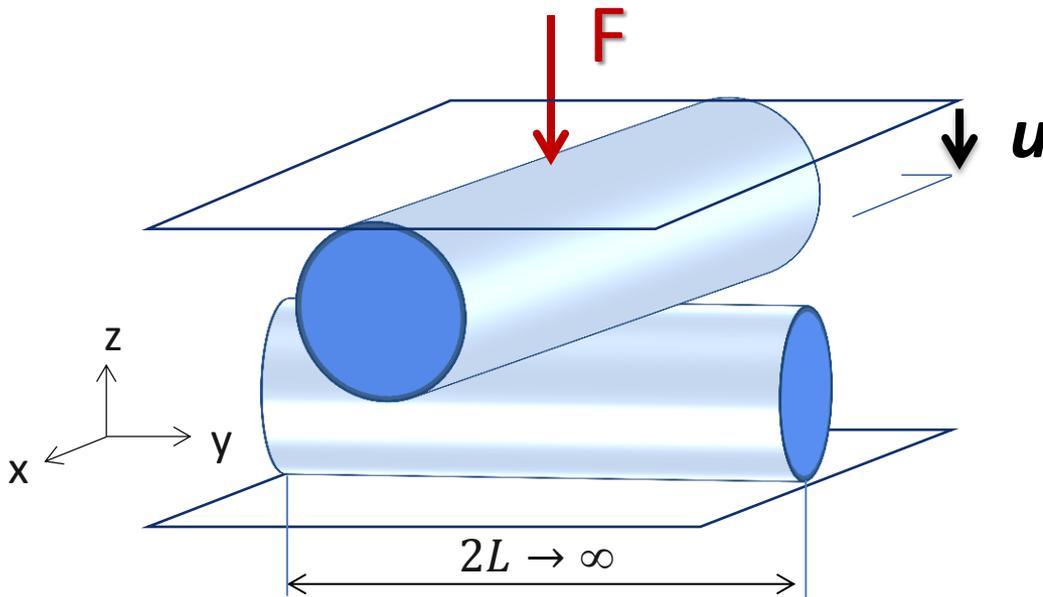
Essai de compression de fibres croisées

- Principe
- Modèle EF
- Analyse de sensibilité
- Essais sur micro-indenteur

Conclusions et perspectives

Ecrasement de 2 fibres croisées

Principe de l'essai



Déformation nominale $\bar{\varepsilon} = \frac{u}{4R}$

Contrainte nominale $\bar{\sigma} = \frac{F}{4R^2}$

- Déformation localisée
- Etat de contrainte complexe

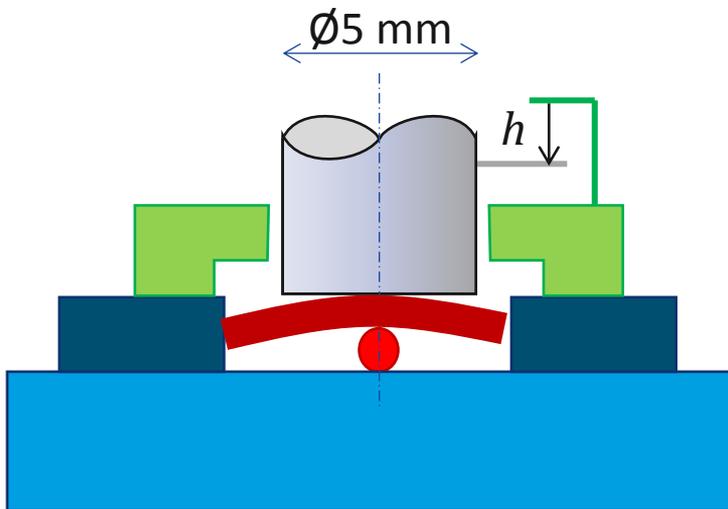


Pas de solution analytique

Ecrasement de 2 fibres croisées

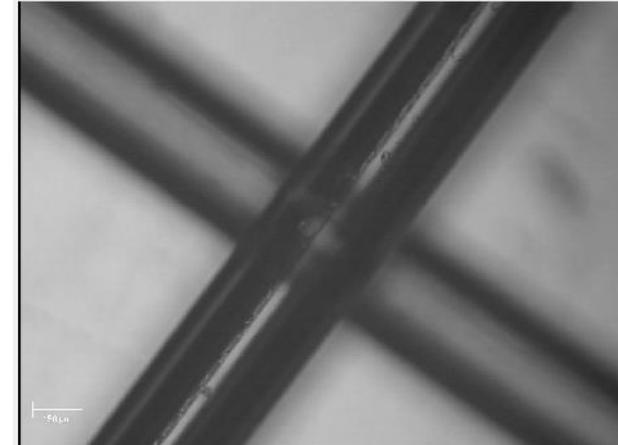
Essais sur micro-indentateur

- Micro-Combi-Tester
- Indenteur plan

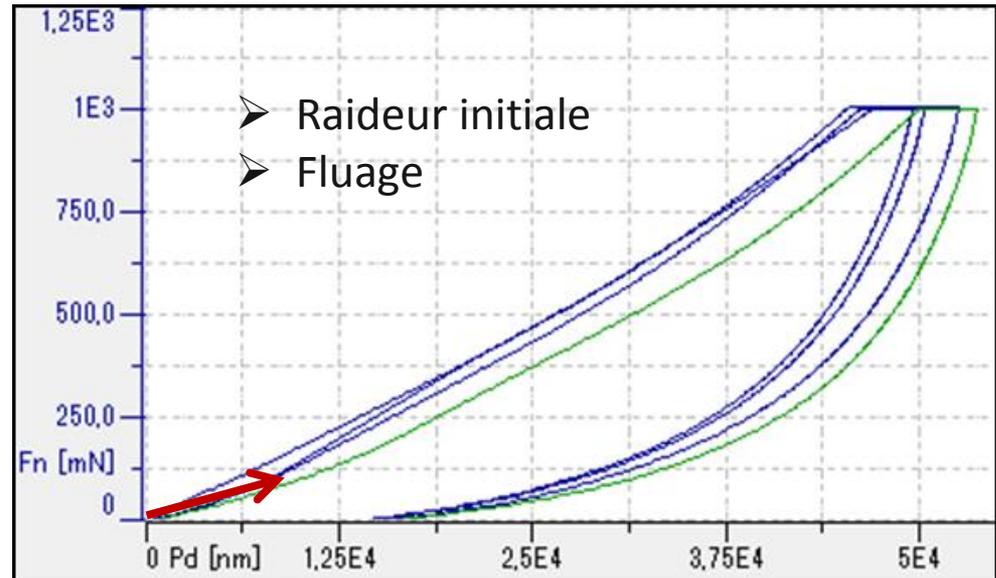


Paramètres de l'essai

Vitesse de charge/décharge : 2N/min
 Chargement maximal F_{max} : 1N
 Pause: 15s



Fibres de nylon croisées à 90°



Abaqus Explicit

Conditions aux limites

- Symétries par rapport aux plans XY et à l'axe YZ

Géométrie et maillage

- $D = 120 \mu\text{m}$
- $L = 1 \text{ mm}$

Lois de comportement

- Fibres identiques - élastique linéaire isotrope transverse ($E_T = 475 \text{ MPa}$)
- Plateaux rigides

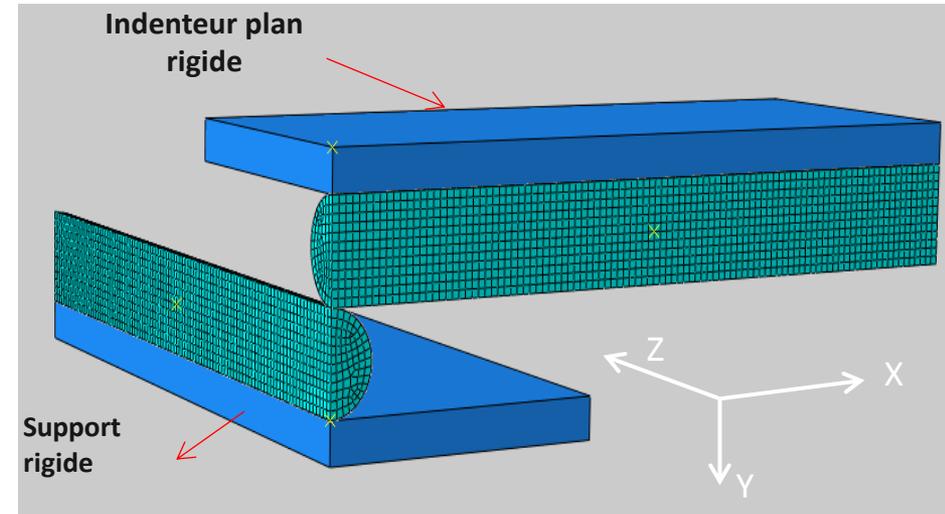
Coefficients de frottement

- Contact acier-nylon : $\mu=0,1$
- Contact nylon-nylon : $\mu=0,2$

→ 22800 éléments 3D

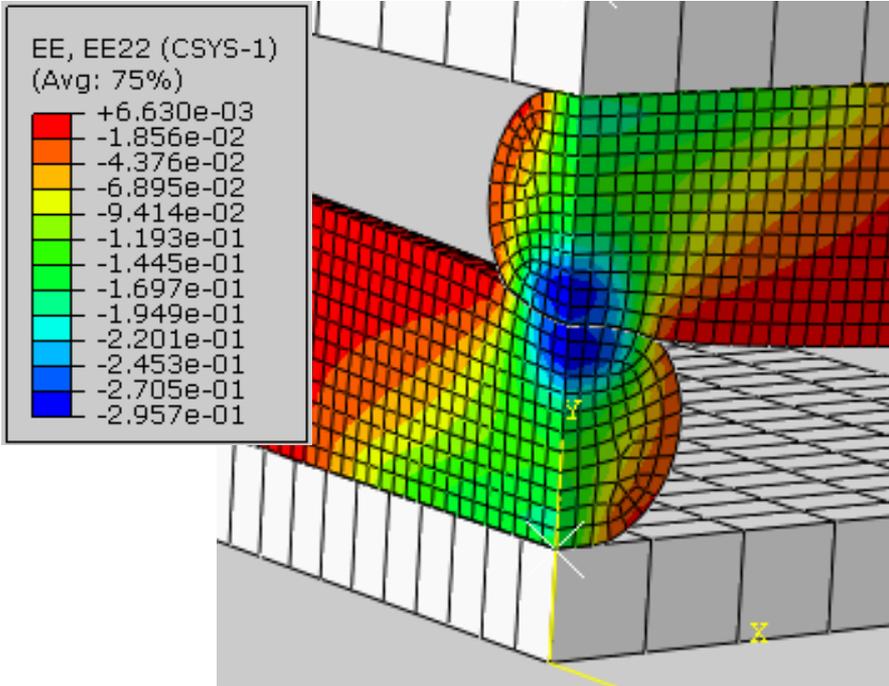
Chargement

- Déplacement imposé de l'indenteur : $u_{\text{max}} = 45 \mu\text{m}$



Ecrasement de 2 fibres croisées

Résultats de simulation



← Déformation ϵ_{yy}

➤ Déformation nominale

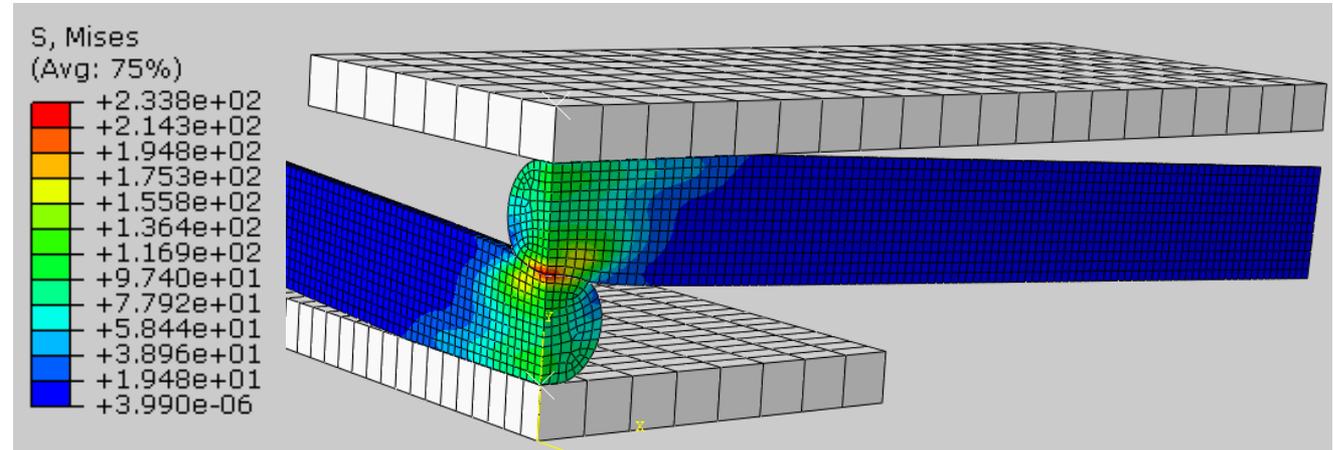
$$\bar{\epsilon} = \frac{u}{4R} = 19 \%$$

➤ Déformation localisée

(Demi-longueur de fibre sollicitée $L \approx 2R$)

➤ Flexion des fibres

Contrainte σ_{eq} →



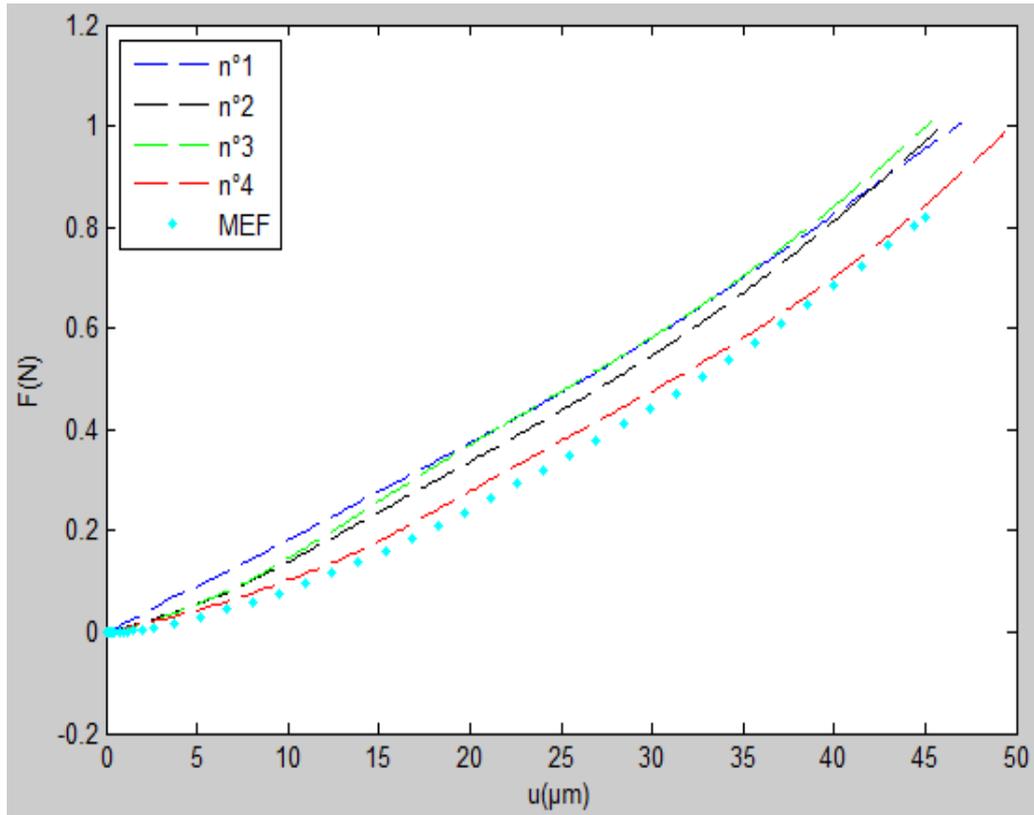
Sensibilités locales évaluées au voisinage du même point de référence que précédemment.

Paramètre θ_j	E_1	E_3	ν_{12}	ν_{31}	G_{13}
Sensibilité S_j	0,8	0,1	0,12	0,14	0,04

(essai brésilien : 0,75 0,04 0,02 0,1 0)

- Les sensibilités sont supérieures à celles de l'essai brésilien.
- La sensibilité au module transversal est augmentée.
- Les autres sensibilités restent faibles.

Courbes force – déplacement
Partie charge



➤ Rigidité initiale du modèle nulle

Conclusion

- Compression transversale d'une fibre
 - Modèles analytiques en élasticité linéaire isotrope transverse
 - Mesure du module transversal
 - Conditions expérimentales exigeantes : parallélisme, pré-tension...
- Ecrasement de 2 fibres croisées
 - Pas de modèle analytique → méthode inverse
 - Sensibilité à tous les paramètres

Perspectives

- Amélioration des conditions expérimentales
 - Support, Indenteur, Système de pré-tension
- Prise en compte des phénomènes anélastiques non linéaires
 - Viscoélasticité , Hyperélasticité, Endommagement...
- Mise en œuvre de méthodes inverses
- Prise en compte de la structure hétérogène de la fibre
 - Différence en peau et à cœur (Wollbrett-Blitz et al., 2016)



Merci de votre attention

Contact : gilles.arnold@uha.fr

