Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense

URACCAN

**Tesis**

# Análisis ontosemiótico del proceso de instrucción en aplicaciones de la derivada con el estudiantado de Ingeniería Agroforestal

Para optar al título de: Máster en Didáctica de las Matemáticas


Autores:

Lic. Ernesto Vanegas Sevilla
Lic. Yahaira Bermúdez Vargas

Tutor:

Dr. William Oswaldo Flores López


Nueva Guinea, Mayo 2018

# Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense

# URACCAN

**Tesis**

## Análisis ontosemiótico del proceso de instrucción en aplicaciones de la derivada con el estudiantado de Ingeniería Agroforestal

Para optar al título de: Máster en Didáctica de las Matemáticas


Autores:

Lic. Ernesto Vanegas Sevilla
Lic. Yahaira Bermúdez Vargas

Tutor:

Dr. William Oswaldo Flores López


Nueva Guinea, mayo 2018

Al creador de todas las cosas, el que me ha dado fortaleza para continuar cuando a punto de caer he estado; por ello, con toda la humildad que de mi corazón puede emanar, dedico primeramente mi trabajo a Dios.

De igual forma, dedico esta tesis a mi madre Andrea Toledo Vargas y a mi padre Ciriaco José Bermúdez Soza que ha sabido formarme con buenos sentimientos, hábitos y valores, lo cual me ha ayudado a salir adelante en los momentos más difíciles.

A mi esposo Elí Magdiel Palacios Alanís por compartir mis penas y alegrías, por su apoyo, comprensión y ayuda constante.

A mis niños Yassir Eliel Palacios Bermúdez y Iker Palacios Bermúdez, por ser la razón de mi existencia y fuente de inspiración y superación personal.

A mis hermanos Reyna Isabel Bermúdez, Maykel Johan Bermúdez y Esner Osmar Bermúdez quienes siempre han estado junto a mí y brindándome su apoyo.

Yahaira Bermúdez Vargas

A Dios por haberme permitido culminar mis estudios superiores, por haberme dado fortaleza, salud y todo lo necesario para seguir adelante día a día para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor.

A mi madre Socorro Sevilla Tenorio y a mi padre Ernesto Vanegas Palma por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores y hábitos, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada, por su amor, infinitas gracias.

A mi esposa Dinora de los Ángeles González Báez y mis hijos Adler Adán Vanegas González y Bradley Ernesto Vanegas González, quienes son la razón de mí existir.

Ernesto Eduardo Vanegas Sevilla

## AGRADECIMIENTO

Agradecemos a Dios por protegernos durante todo el camino y darnos fuerzas para superar obstáculos y dificultades a lo largo de toda la vida.

A nuestros padres, que nos han enseñado a no desfallecer ni rendirse ante nada y siempre perseverar a través de sus sabios consejos.

A nuestros compañeros de clase y amigos que gracias a su apoyo hicieron de esta experiencia una de las más etapas más especiales de la vida.

A nuestros profesores que durante toda la Maestría han aportado a nuestra formación profesional, y en especial al profesor William Oswaldo Flores López por guiarnos y apoyarnos en este estudio.

A la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense por brindarnos la oportunidad de desarrollar conocimientos profesionales, al Recinto de Bluefields por apoyar el proceso de investigación.

A todos ustedes hoy y siempre nuestra gratitud:

Yahaira Bermúdez Vargas

Ernesto Vanegas Sevilla

# ÍNDICE

## Índice de tablas

## Índice de figuras

**Resumen**

Esta investigación ha analizado desde un enfoque ontosemiótico un proceso de instrucción en las aplicaciones de la derivada. Se trató de una investigación con enfoque mixto, esta perspectiva de investigación permitió comprender mejor la situación, y de esa forma hacer un análisis y evaluación de la instrucción matemática. En esta investigación participaron 28 hombres y mujeres estudiantes de Ingeniería Agroforestal de la Universidad de las Regiones de la Costa Caribe Nicaragüense-Recinto Universitario Bluefields procedentes de comunidades de la Costa Caribe Sur de Nicaragua. Se aplicaron instrumentos de recolección de la información como una escala de actitud hacia las matemáticas; instrucción matemática sobre las aplicaciones de las derivada en el contexto de la ingeniería agroforestal; observaciones indirectas; prueba inicial o prueba diagnóstica; y la prueba final.

Los principales resultados muestran que el estudiantado tiene una actitud positiva hacia las matemáticas, en la cual se consideraron cinco factores agrado, ansiedad, motivación, utilidad y confianza. También, se encontró que el mayor problema del estudiantado son los obstáculos cognitivos, debido a que no traen un conocimiento solido de las matemática básica (algebra y geometría), dificultándose la comprensión y resolución de las derivadas. Además se evidenció a través del estadístico no paramétrico que existe estadísticamente diferencia entre las medianas entre las pruebas, por tanto el proceso de instrucción mejora la comprensión y rendimiento académico del estudiantado.

Se concluye, que el proceso de instrucción implementado es una herramienta pedagógica para el profesorado de matemática, ya que a través de él dará mayor información sobre el aprendizaje de las matemáticas por parte del estudiantado, debido a que no solo se evalúa cuantitativamente, sino que también cualitativamente a través del significado personal, permitiendo alcanzar los logros planteados en los programas de estudio a través del cumplimiento de los objetivos o competencia de la asignatura. Finalmente, es importante destacar que el enfoque ontosemiótico permite tanto al docente como estudiante ver las dificultades más allá de una calificación y que se debe de dominar los elementos lingüístico, conceptuales,

proposiciones, procedimiento y argumento del objeto matemático en estudio para la comprensión de la misma y adquirir el conocimiento matemático.

# I. Introducción

El cálculo es uno de las áreas de las matemáticas que mayor dificultad aducen los educandos de nivel universitario en Nicaragua. Es así que el aprendizaje de este (Cálculo) y en especial lograr comprender las aplicaciones de las derivadas significan un reto tanto para el docente como el educando, ya que trae consigo dificultades en cuanto al pensamiento numérico y abstracto se refiere. En este sentido, Artigue (1995) expresa que, si bien muchos estudiantes pueden aprender a realizar de forma mecánica cálculos de derivadas, primitivas y resolver algunos problemas, se encuentran grandes dificultades para alcanzar una verdadera comprensión de los conceptos y su aplicación.

En este sentido, existe una preocupación por parte de la comunidad de profesores e investigadores universitarios, por qué los educandos tienen carencias en sus habilidades de resolver situaciones y problemas relacionados en el cálculo diferencia e integral (Flores y Salinas, 2012; Vanegas, Bermúdez; López-Mairena; 2015; Flores y López-Mairena, 2016) esto se evidencia por conflictos relacionados con el dominio algebraico, dificultad en el planteamiento de la función, aplicación errónea de los conceptos y procedimientos de resolución de tareas sobre derivadas, en el análisis y por ende en la resolución de estos problemas, lo cual se ve evidenciado en las evaluaciones parciales. Es por ello, que en la actualidad se están haciendo diversos esfuerzos para estudiar las diferentes problemáticas que se enfrentan el conocimiento didáctico de las matemáticas a los que los docentes se enfrentan día con día para el desarrollo del proceso enseñanza aprendizaje, es importante señalar que este proceso está constituido por diferentes elementos que hacen un proceso de aprendizaje mucho más efectivo.

Desde esta perspectiva, Godino (2009) propone un modelo de conocimiento didáctico matemático que permite categorizar y analizar los conocimientos didácticos matemáticos del profesor, mediante la aplicación del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Por ello, la didáctica de la matemática debe valorar los conocimientos que sean útiles para el aprendizaje de estas. Esta disciplina es interdisciplinaria porque incluye aspectos que abordan otras disciplinas es por esta razón que Enfoque Ontológico y Semiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) (Godino Batanero y Font, 1994; D'Amore, 2007) se adopta un modelo epistemológico sobre las matemáticas basado en presupuestos antropológicos/ socioculturales. También, Font (2005) y Baccelli, Anchorena, Figueroa y Prieto (2011) y Contreras, Font, Luques y Ordoñes (2011) evidenciaron nuevas estrategias de enseñanza y dificultades de aprendizajes sobre la resolución de situaciones-problemas relacionado con el concepto de derivada a partir del enfoque ontológico y semiótico del conocimiento e instrucción matemático.

Entonces, en este trabajo se utilizaron las principales herramientas del EOS que ayuden a la resolución y reflexión sobre la utilidad de las aplicaciones de la derivada, así como la reflexión de la práctica docente en la educación superior, sabiendo que la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense (URACCAN) se oferta la carrera de Ingeniería Agroforestal, en donde los futuros ingenieros deben resolver problemas que implican tareas específicas, por ejemplo, optimizar la productividad de los recursos disponibles, esto consiste en lograr la producción máxima o bien obtener un nivel de producción dado utilizando la mínima cantidad de recursos, con el propósito de manejar en forma integrada, racional y sostenible los componentes arbóreos, animales, cultivos, suelo y agua, proporcionando alternativas productivas para una mejor utilización de la tierra y del capital.

En este sentido, la asignatura de matemática aplicada, referida a las aplicaciones de la derivada, se vinculan directamente con las competencias y capacidades que un ingeniero agroforestal debe de adquirir para llevar exitosamente este tipo de tarea. Actualmente una de las preocupaciones, es que, en el primer año de ingeniería agroforestal la mayoría de los estudiantes presentan dificultades en la resolución de problemas que están relacionados o no a la carrera que cursa, provocando una desmotivación por el estudio de la misma. Por tanto, esta investigación sobre *"Análisis ontosemiótico del proceso de instrucción en aplicaciones de la derivada con el estudiantado de Ingeniería Agroforestal* permite validar y dar aportes sobre el proceso de aplicación de la instrucción, así como como despertar el interés de los educandos para resolver problemas matemáticos teniendo en cuenta las diferentes fases del enfoque.

En consecuencia, la investigación aportará un proceso de instrucción diseñada desde un enfoque ontosemiótico y validada por los docentes y estudiantes, en donde ellos son los principales beneficiarios. Asimismo, el docente será participe de la implementación de este proceso de instrucción, con el fin de aportar en el enriquecimiento de la misma y de utilizarla en los diferentes grupos para mejorar el proceso de enseñanza de las aplicaciones de las derivadas en el primer año de la carrera de ingeniería agroforestal, de igual manera, los estudiantes podrán adquirir un aprendizaje significativo y de relacionar estos conocimientos en el ámbito laboral, permitiéndoles despertar un interés por el estudio de las derivadas.

Además, la investigación contribuirá a que el docente de matemática esté en constante cambio en las formas de enseñar, ya que vivimos en mundo dinámico en donde la educación superior nos plantea cada día nuevos retos y esto nos lleva a formar hombres y mujeres íntegros con habilidades, valores y capacidades científicas que respondan a las necesidades del mundo actual. Al mismo tiempo, esta investigación dará la pauta para que se realicen futuras investigaciones en este campo, ya sea aplicando este enfoque u otro que se considere pertinente en el estudio para dar respuesta a los diversos problemas que nos encontramos en la docencia de la asignatura de matemática o cálculo. Esto nos permitirá mejorar y alcanzar la calidad en la educación superior en la Región Autónoma de la Costa Caribe Sur y Norte (RACCS y RACCN).

## II. Objetivos

## 2.1. Objetivo general

Analizar desde un enfoque ontosemiótico el proceso de instrucción en aplicaciones de la derivada con el estudiantado de Ingeniería Agroforestal de la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense-Recinto Universitario Bluefields en el segundo semestre de 2017.

## 2.2. Objetivos específicos

1) Diseñar el proceso de instrucción en aplicaciones de la derivada desde una perspectiva ontosemiótico en el contexto de la Ingeniería Agroforestal.

2) Implementar un proceso de instrucción en aplicaciones de la derivada con el estudiantado de Ingeniería Agroforestal desde una perspectiva ontosemiótico.

3) Evaluar el proceso de instrucción sobre las aplicaciones de la derivada desde la configuración ontosemiótico (Institucional y personal) en el contexto de la Ingeniería Agroforestal.

# III. Hipótesis

Los estudiantes que recibieron el proceso de instrucción sobre las aplicaciones de las derivadas desde una perspectiva ontosemiótico en el contexto de la Ingeniería Agroforestal adquirieron una mejor comprensión sobre las derivadas y mejoraron su rendimiento académico.

## IV. Marco teórico

El fin específico de la didáctica de las matemáticas, como campo de investigación, es el estudio de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de programas de mejora y de dichos procesos. La teoría de la educación matemática propuesta por Steiner (1984) visualiza el desarrollo de una aproximación comprensiva a la educación matemática, que debe verse, en su totalidad, como un sistema interactivo que comprende investigación, desarrollo y práctica. Para lograr este objetivo, la didáctica de las matemáticas debe considerar las contribuciones de diversas disciplinas como la psicología, la pedagogía, la filosofía o la sociología. Además, debe tener en cuenta y basarse en un análisis de la naturaleza de los contenidos matemáticos, su desarrollo cultural y personal, particularmente, en el seno de las instituciones educativas (Flores, 2016).

Es por ello, que a continuación se puntualiza de manera breve, algunos de los constructos teóricos que fundamenta el marco teórico de esta investigación:

- Enfoque ontológico y semiótico del conocimiento e instrucción matemática.
- Dimensiones de un proceso de instrucción matemática.
- Perspectiva histórica de la enseñanza de las derivadas desde el enfoque ontosemiótico.
- Modelo de enseñanza en la educación superior (URACCAN).
- Evaluación de los aprendizajes desde el enfoque ontológico y semiótico del conocimiento e instrucción matemática y la URACCAN.

### 4.1. Enfoque ontológico y semiótico del conocimiento e instrucción matemática

El Enfoque Ontosemiótico (EOS) es un marco teórico que ha surgido en el seno de la Didáctica de las Matemáticas, con el propósito de articular diferentes puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje. El Enfoque Ontosemiótico articula diversos modelos teóricos que son usados en Educación Matemática. El Enfoque Ontosemiótico (EOS) de la cognición e instrucción matemática (Godino, Batanero y Font, 2008) procura explicar y valorar muchos de los sucesos que se producen en el aprendizaje de la matemática, teniendo en cuenta el triple aspecto de la actividad matemática como actividad de resolución de problemas socialmente compartida, como lenguaje simbólico y como sistema conceptual lógicamente organizado.

De acuerdo con Baccelli, Anchorena, Figueroa, y Prieto (2011) uno de los conceptos principales de este enfoque es el de práctica matemática. Según Godino, Batanero y Roa (2005) la actividad matemática juega un rol central y se encuentra modelada en términos de sistemas de prácticas operativas y discursivas.

Desde hace algún tiempo se ha intentado aportar diferentes soluciones a la problemática de aprendizaje de las matemáticas, en este sentido (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002; D'Amore y Godino, 2006; Godino, Batanero y Font, 2006) proponen el enfoque ontosemiótico integrando los objetos constituyentes del conocimiento matemático.

**Constructos del enfoque ontosemiótico**

El EOS es un sistema teórico inclusivo que trata de articular diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática a partir de presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas y su enseñanza.

**Sistemas de prácticas operativas y discursivas ligadas a tipos de problemas**

Consideramos práctica matemática a toda actuación o expresión (verbal, gráfica) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas (Godino y Batanero, 1994, p. 334). Las prácticas pueden ser idiosincrásicas de una persona o compartidas en el seno de una institución. Una institución está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas; el compromiso mutuo con la misma problemática conlleva la realización de unas prácticas sociales que suelen tener rasgos particulares, y son generalmente condicionadas por los instrumentos disponibles en la misma, sus reglas y modos de funcionamiento.

La relatividad socio epistémica y cognitiva de los significados, entendidos como sistemas de prácticas, y su utilización en el análisis didáctico lleva a introducir la tipología básica de significados que se resume en la figura 1 (Godino, 2003, p. 141). Con relación a los significados institucionales proponemos tener en cuenta los siguientes tipos:

- **Implementado**: en un proceso de estudio específico es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente.
- **Evaluado**: el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar los aprendizajes.
- **Pretendido**: sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.
- **Referencial**: sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido. En una institución de enseñanza concreta este significado de referencia será una parte del significado holístico del objeto matemático (Wilhelmi, Lacasta y Godino, 2007). La determinación de dicho significado global requiere realizar un estudio histórico – epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión, así como tener en cuenta la diversidad de contextos de uso donde se pone en juego dicho objeto.

  Respecto de los significados personales proponemos los siguientes tipos:

  - **Global**: corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencialmente el sujeto relativas a un objeto matemático.
  - **Declarado**: da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional.
  - **Logrado**: corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida. En el análisis del cambio de los significados personales que tiene lugar en un proceso de estudio interesará tener en cuenta los significados iniciales o previos de los estudiantes y los que finalmente alcancen.

En la parte central de la figura 1, indica las relaciones dialécticas entre enseñanza y aprendizaje, que supone el acoplamiento progresivo entre los significados personales e institucionales. Así mismo, la enseñanza implica la participación del estudiante en la comunidad de prácticas que soporta los significados institucionales, y el aprendizaje, en última instancia, supone la apropiación por el estudiante de dichos significados.

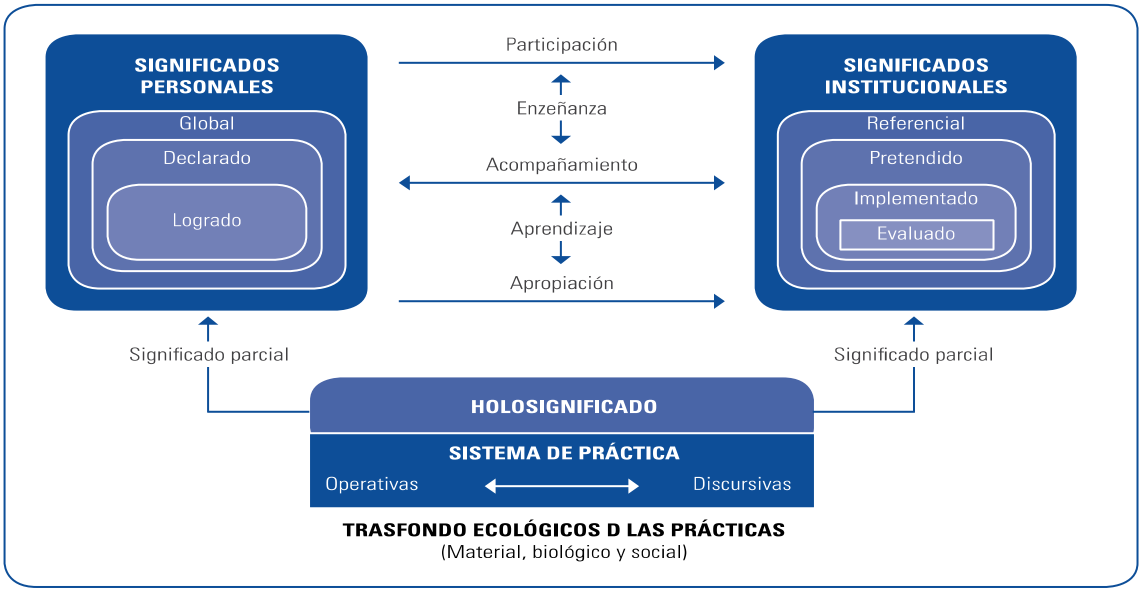



Figura 1: Tipología Básica de Significado (Godino, 2009).

## Los objetos personales y su significado

En el EOS son aceptados positivamente puesto que se considera a los objetos matemáticos como entidades emergentes de los sistemas de prácticas realizadas en un campo de problemas (Godino y Batanero, 1994) y, por tanto, son derivados de dichas prácticas. Al objeto matemático se le asigna un estatuto derivado, mientras que a la práctica se le dota de un lugar privilegiado, a diferencia de otras teorías en las cuales dicho objeto es el que tiene ese lugar privilegiado. En estas prácticas matemáticas intervienen objetos como los símbolos, gráficos entre otros, que pueden ser representados en forma textual, oral, gráfica.

Los objetos matemáticos personales, según Godino y Batanero (1994, p.335), son: “emergentes del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas”. Estos objetos personales van cobrando forma van emergiendo en un aprendizaje suscitado por la propia práctica. En el EOS se considera que el significado personal de un objeto matemático se puede entender de la siguiente manera:

*$S(O)$ = {Conjunto de prácticas $P_i$ tal que en cada práctica $P_i$, el sujeto utiliza el objeto $O$}*

Con los puntos de vistas anteriores, se podría interpretar la relación entre el objeto personal y la práctica en términos de brecha puesto que para la realización de una práctica primero hay que valorar y decidir lo que uno va a hacer, después tiene que decidir la acción más indicada para conseguir lo que se ha decidido y, por último, ha de mantener la acción desde el inicio hasta el final.

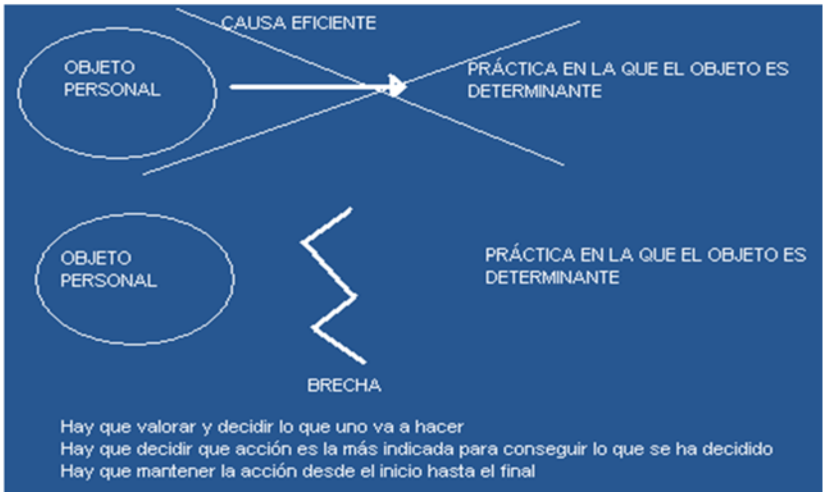



Figura 2: Objeto Matemático Personal

Los objetos personales es el conocimiento subjetivo que se puedan tener, estos son evidenciados como resultados de las prácticas significativas que involucre la interpretación entre la practicas (Lo que se ha de hacer y las acciones) esto implica tener claro lo que se debe hacer (actividades) y reconocer las diferentes posibles soluciones eligiendo la mejor alternativa, es así que con la experiencia que toma el verdadero sentido.

**Los objetos institucionales y su significado**

Una característica que presentan los significados y los objetos personales es que son fenómenos individuales, pero al estar inmerso el sujeto en instituciones donde necesariamente se dan interacciones, tienen también un carácter colectivo, por tanto, cualquier análisis que los abordara desde uno solo de estos aspectos resultaría reduccionista. Por este motivo en el EOS (Godino y Batanero, 1994) se introducen las instituciones, los objetos institucionales y los significados institucionales.

**Configuración de objetos matemáticos primarios**

Pino-Fan (2013), plantea que la noción de “sistema de prácticas” es útil para ciertos análisis de tipo macrodidáctico, particularmente cuando se trata de comparar la forma particular que adoptan los conocimientos matemáticos en distintos marcos institucionales, contextos de uso o juegos de lenguaje (p. 47). Para un análisis más “fino” de la actividad matemática, en el EOS se ha introducido la tipología de objetos matemáticos primario: situaciones, lenguaje, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos. Estos objetos matemáticos primarios están relacionados entre sí formando redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas, lo que en el EOS se conoce con el nombre de configuraciones. Estas configuraciones pueden ser socio-epistémicas (redes de objetos institucionales) o cognitivas (redes de objetos personales).

La definición de objeto como emergente de los sistemas de prácticas, y la tipología de objetos primarios responden a la necesidad de poder describir los sistemas de prácticas, a fin de compararlos entre sí y tomar decisiones en el diseño, desarrollo y evaluación de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Además, los objetos que emergen de las prácticas van sufriendo transformaciones a lo largo del tiempo, incrementando el campo de problemas y modificando el sistema de prácticas para ampliar sus significados. En un primer nivel, Godino (2003), propone los siguientes tipos de objetos denominados primarios:

- **Lenguaje** (términos, expresiones, notaciones, gráficos, etc.) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, etc.)
- **Situaciones-problemas** (aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios, etc.)
- **Conceptos- definición** (introducidos mediante definiciones o descripciones) (recta, punto, número, media, función, etc.)
- **Proposiciones** (enunciados sobre conceptos)
- **Procedimientos** (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, etc.)
- **Argumentos** (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo, etc.)” (Godino, 2003, p. 3).

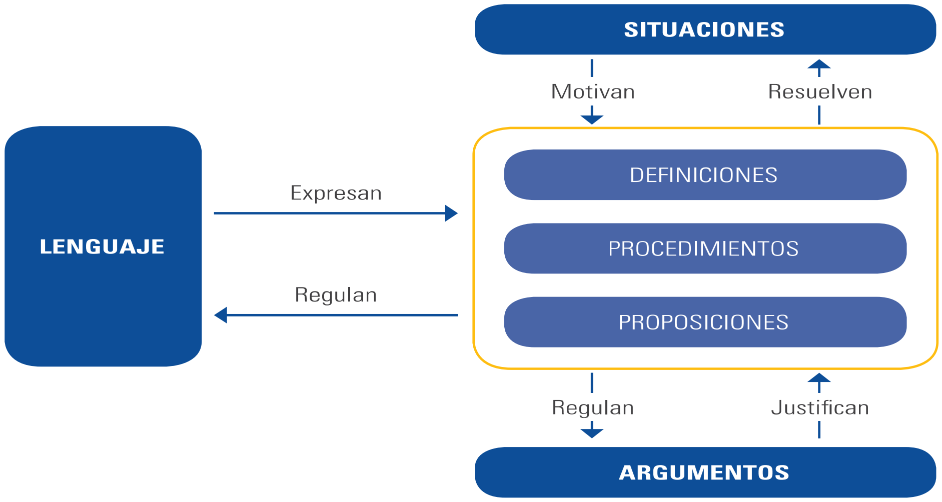



Figura 3: Tipología de objetos matemáticos primarios (D'Amore, Font & Godino, 2007)

**Instituciones**

Para Godino y Batanero (1994), una institución está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas. El compromiso mutuo con la misma problemática conlleva la realización de unas prácticas sociales compartidas; las cuales están, asimismo, ligadas a la institución a cuya caracterización contribuyen.

> "Las instituciones se conciben como "comunidades de prácticas", e incluyen, por tanto, las culturas, grupos étnicos y contextos socioculturales. Se asume, por tanto, el postulado antropológico de la relatividad socioepistémica de los sistemas de prácticas, de los objetos emergentes y los significados" (Godino, Batanero y Font, 2008, p.5).

Godino, Batanero y Font (2008) afirma que desde la sociología se suelen considerar las instituciones básicamente desde dos perspectivas: la primera, tendría que ver con la configuración de un conjunto de prácticas compartidas y, la segunda, las entiende como una organización que se compone de un cuerpo directivo, un edificio y unos trabajadores, destinada a servir algún fin socialmente reconocido y autorizado. Es evidente que las instituciones escolares encajan claramente en estas dos maneras de entender las instituciones.

Una de las señas de identidad de estas comunidades es el aprendizaje. El análisis de las diferentes experiencias habidas entorno a las *comunidades de* *práctica* muestra que son ámbitos idóneos para realizar los procesos de aprendizaje individual y, al mismo tiempo, desarrollar el aprendizaje conjunto. Es en la comunidad de práctica donde verdaderamente se logra consolidar los procesos formales del aprendizaje. (p.16).

Los objetos institucionales son concebidos como el lugar donde se realiza la práctica, tomando en cuenta los principios particularidades de la institución, estas configuraciones de las practicas deben de estar basada en objetivos que se pretenda lograr, pero tomando como base los conocimientos científicos ya existente.

**Significado y sentido**

Godino, Batanero, y Font (2009) afirma que cuando se adopta una perspectiva pragmatista y se define el significado de un objeto matemático en términos de prácticas, resulta que el significado de un objeto matemático queda ligado a otros significados y a otros objetos, puesto que en las prácticas interviene dicho objeto conjuntamente con otros objetos matemáticos. Este hecho, permite distinguir en el EOS dos términos que resultan difíciles de diferenciar, nos referimos a los términos *sentido* y *significado*. En efecto, puesto que el objeto se puede relacionar con unos u otros objetos según el contexto, el tipo de notación, entre otros, para dar lugar a diferentes prácticas, en el EOS se entiende el sentido como un subconjunto del sistema de prácticas que constituyen el significado del objeto.

El significado de un objeto matemático, entendido como sistema de prácticas, se puede parcelar en diferentes clases de prácticas más específicas que son utilizadas en un determinado contexto y con un determinado tipo de notación produciendo un determinado sentido. Cada contexto ayuda a producir sentido (permite generar un subconjunto de prácticas), pero no produce todos los sentidos.

**Realización de una práctica matemática**

En el estudio de las matemáticas, más que una práctica particular ante un problema concreto, interesa considerar los sistemas de prácticas (operativas y discursivas) puestas de manifiesto por las personas en su actuación ante tipos de situaciones problemáticas. “el sistema de prácticas que realiza una persona (significado personal), o compartidas en el seno de una institución (significado institucional) para resolver un tipo de situaciones-problemas en los cuales se requiere encontrar un representante de un conjunto de datos". Con esta formulación del significado el EOS asume los presupuestos de la epistemología pragmatista: "las categorías opuestas de sujeto y objeto pasan a un segundo plano, al asignárseles un estatuto derivado, y ceden su lugar privilegiado a la categoría de acción" (Faerna, 1996, p. 14).

En el EOS se considera *práctica matemática* (Godino y Batanero, 1994) a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas. Una vez asumida la centralidad del constructo "práctica" se distingue la práctica de la conducta. No se puede lograr una interpretación de la conducta observada en los estudiantes sino se logra atribuirla a una finalidad, por lo que la conducta humana se entiende como comportamiento de las personas por lo contrario la acción humana orienta a una finalidad que tiene una razón de ser.

En el EOS, se considera que resulta beneficioso cuando se hace un uso intermedio del término objeto, alguno de los siguientes elementos: lenguaje, acción, argumento, concepto, propiedades y problema. Estos elementos son emergentes de las prácticas que tiene como objetivo primordial la solución al problema matemático.

### 4.2. Dimensiones de un proceso de instrucción matemática

De acuerdo con Godines, Contreras y Font (2006) en el proceso de instrucción comprende distintas dimensiones interconectadas: epistémica (significados institucionales), docente (funciones del profesor), discente (funciones de los alumnos), mediacional (recursos materiales), cognitiva (significados personales), emocional (sentimientos y afectos). Cada una de estas dimensiones se puede modelizar como un proceso estocástico.

De acuerdo con Godino et al. (2006) es preciso estudiar con amplitud y profundidad las relaciones dialécticas entre las ideas matemáticas, el lenguaje matemático (sistemas de signos) y las situaciones-problemas, para progresar en el desarrollo de una ontología y una semiótica específica que estudie los procesos de interpretación de los sistemas de signos matemáticos puestos en juego en la interacción didáctica.

En cada uno de dichas dimensiones podemos identificar un conjunto de elementos, (tareas, acciones, etc.), los cuales se secuencian en el tiempo. En cada realización de un proceso de instrucción matemática sobre un objeto matemático se pondrán en juego una muestra de elementos del significado pretendido del objeto (Godino, 2002), así como una muestra de las funciones docentes y discentes. También se seleccionarán unos 6 recursos instruccionales específicos. Parece natural modelizar esta distribución temporal de funciones y componentes mediante procesos estocásticos, considerando tales funciones o componentes como sus estados posibles.

Según Godines y Contreras (2006) se produce una trayectoria muestral del proceso, que describe la secuencia particular de funciones o componentes que ha tenido lugar a lo largo del tiempo. Distinguiremos seis tipos de procesos y sus correspondientes trayectorias muéstrales:

1. **Trayectoria epistémica**, que es la distribución a lo largo del tiempo de la enseñanza de los componentes del significado institucional implementado. Estos componentes (problemas, acciones, lenguaje, definiciones, propiedades, argumentos) se van sucediendo en un cierto orden en el proceso de instrucción.
2. **Trayectoria docente**: distribución de las /tareas/acciones docentes a lo largo del proceso de instrucción.
3. **Trayectorias discentes**: distribución de las acciones desempeñadas por los estudiantes (una para cada estudiante).
4. **Trayectoria mediacional**, que representa la distribución de los recursos tecnológicos utilizados (libros, apuntes, manipulativos, software, etc.).
5. **Trayectorias cognitivas**: cronogénesis de los significados personales de los estudiantes.
6. **Trayectorias emocionales**: distribución temporal de los estados emocionales (actitudes, valores, afectos y sentimientos) de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido. (p. 6)

**El tiempo didáctico**

El tiempo didáctico se debe concebirlo como un vector cuyas componentes son los valores de las duraciones temporales de las diversas actividades docentes y discentes que tienen lugar en un proceso de estudio. (Godino y Contreras, 2004, p.7). El tiempo de aprendizaje podemos definirlo como la duración que un alumno requiere para lograr los objetivos de aprendizaje relativos a un contenido dado. (Godino, Contreras & Font, 2006, p.8). La estimación de estas duraciones presenta dificultades importantes, no sólo por las dificultades de determinar el tiempo de estudio personal, sino también por su dependencia de los criterios de evaluación de los aprendizajes, cuando estos no se refieren meramente a aspectos algorítmicos.

**Trayectoria epistémica**

Se trata de descomponerlo en unidades de análisis con el fin de caracterizar el tipo de actividad matemática que se implementa efectivamente. Esto requiere identificar los objetos matemáticos puestos en juego, las relaciones entre ellos, los modos de organización en que se agrupan y las relaciones ecológicas que se establecen entre los mismos. Con este fin consideramos útil introducir las nociones de configuración epistémica (matemática), trayectoria epistémica y estados potenciales de dichas trayectorias (Godino, Contreras & Font, 2006, p. 9).

La TFS distingue seis categorías de entidades primarias como constituyentes de los sistemas de prácticas: lenguaje, situaciones, acciones, conceptos, proposiciones y argumentos. La trayectoria epistémica es la distribución en el tiempo de estos componentes en un proceso de estudio. Distinguiremos en ella, por tanto, seis estados posibles, según el tipo de entidad que se estudia en cada momento.

**E1: Situacional**: se enuncia un ejemplar de un cierto tipo de problemas.

**E2: Actum nm ativo**: se aborda el desarrollo o estudio de una manera de resolver los problemas.

**E3: Lingüístico**: se introducen notaciones, representaciones gráficas, etc.

**E4: Conceptual**: se formulan o interpretan definiciones de los objetos puestos en juego.

**E5: Proposicional**: se enuncian e interpretan propiedades.

**E6: Argumentativo**: se justifican las acciones adoptadas o las propiedades enunciadas.

Estos estados se suceden a lo largo del proceso instruccional relativo a un tema o contenido matemático. La clasificación de las entidades matemáticas en las categorías que hemos definido no es absoluta, sino que, al tratarse de entidades funcionales, depende del nivel de análisis elegido y de los juegos de lenguaje en los cuales se generan. Podríamos entonces pensar que la identificación de los estados de las trayectorias tiene un carácter subjetivo. Sin embargo, si dos personas participan en el mismo juego de lenguaje y adoptan el mismo punto de vista, progresivamente llegarán a un acuerdo en la categorización de una cierta unidad de análisis (Godino y Contreras, 2004, p.10).

**Trayectoria docente**

Para Godino y Contreras (2004) plantea la 'trayectoria docente' para referirnos a la secuencia de actividades que realiza el profesor durante el proceso de estudio de un contenido o tema matemático. Cuando tales actividades se circunscriben a una situación-problema (o tarea) específica hablaremos de 'configuración docente', la cual irá asociada a una configuración epistémica. Estas actividades o acciones del profesor son su respuesta o manera de afrontar las tareas o funciones docentes, para las cuales proponemos la siguiente categorización.

**Funciones del docente:**

**P1: Planificación**: diseño del proceso, selección de los contenidos y significados a estudiar (construcción del significado pretendido y de la trayectoria epistémica prevista).

**P2: Motivación**: creación de un clima de afectividad, respeto y estímulo para el trabajo individual y cooperativo, a fin de que se implique en el proceso de instrucción.

**P3: Asignación de tareas**: dirección y control del proceso de estudio, asignación de tiempos, adaptación de tareas, orientación y estímulo de las funciones del estudiante.

**P4: Regulación**: fijación de reglas (definiciones, enunciados, justificaciones, resolución de problemas, ejemplificaciones), recuerdo e interpretación de conocimientos previos necesarios para la progresión del estudio, readaptación de la planificación prevista.

**P5: Evaluación**: observación y valoración del estado del aprendizaje logrado en momentos críticos (inicial, final y durante el proceso) y resolución de las dificultades individuales observadas.

**P6: Investigación**: reflexión y análisis del desarrollo del proceso para introducir cambios en futuras implementaciones del mismo, así como la articulación entre los distintos momentos y partes del proceso de estudio (Godino y Contreras, 2004, p.16)

**Trayectoria discente**

De manera similar al caso de las trayectorias epistémica y docente interesa definir la noción de configuración discente, como el sistema de funciones/acciones que desempeña un alumno a propósito de una configuración epistémica. La siguiente relación puede constituir un primer inventario de tipos potenciales de estados o funciones del estudiante en el proceso instruccional (Godino & Contreras, 2004).

**A1:** Aceptación del compromiso educativo, adopción de una actitud positiva al estudio y de cooperación con los compañeros.

**A2:** Exploración, indagación, búsqueda de conjeturas y modos de responder a las cuestiones planteadas.

**A3:** Recuerdo, interpretación y seguimiento de reglas (conceptos y proposiciones) y del significado de los elementos lingüísticos en cada situación.

**A4:** Formulación de soluciones a las situaciones o tareas propuestas, ya sea al profesor, a toda la clase o en el seno de un grupo.

**A5:** Argumentación y justificación de conjeturas (al profesor o los compañeros).

**A6:** Recepción de información sobre modos de hacer, describir, nombrar, validar.

**A7:** Demanda de información: estados en los que los alumnos piden información al profesor o a otros compañeros (por ejemplo, cuando no entienden el significado del lenguaje utilizado o no recuerdan conocimientos previos necesarios).

**A8:** Ejercitación: Realización de tareas rutinarias para dominar las técnicas específicas.

**A9:** Evaluación: Estados en los cuales el alumno realiza pruebas de evaluación propuestas por el profesor, o de autoevaluación (Godino & Contreras, 2004, pp. 20-21).

### 4.3. Perspectiva histórica de la enseñanza de las derivadas desde el enfoque ontosemiótico

El inicio del cálculo como todo proceso nacen de la necesidad de resolver diferentes problemas vinculados al movimiento de los cuerpos, problemas geométricos, de óptica y de valores máximos y mínimos de una función dada. Al manejar conceptos de derivadas permiten resolver dichos problemas el concepto de derivada se formuló hasta el siglo XVII, Sir Isaac Newton (1642- 1727) y Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716) de la relación entre estas dos ideas es lo que da inició al desarrollo del Cálculo. Después de que Newton y Leibniz se forman las bases del cálculo, los matemáticos de la época continuaron los desarrollos y sobre todo las aplicaciones de las nuevas ideas a una gran cantidad de problemas.

La derivada es uno de los conceptos que se debe manejar para la fundamentación del cálculo, sin embargo es frecuente que los docentes se enfoquen en la aplicación de fórmulas y sus procedimientos algebraicos, lo que dificulta la comprensión del concepto, Así lo afirma Zandieh (2000) que sugiere que un estudiante no tiene una comprensión completa sobre el concepto derivada, si éste no puede reconocer y construir cada uno de los tres procesos (razón, límite y función) involucrados en la comprensión del concepto de derivada en algún contexto relevante.

Pino citando a Kleiner (2013) afirma “que el cálculo es fundamental para áreas de las matemáticas tales como la probabilidad, la topología, la teoría de grupos y aspectos del álgebra, la geometría y la teoría de números”. Las derivadas es uno de los conceptos que los estudiantes deben conocer, estas forman parte primordial del conocimiento de las matemáticas modernas que son aplicadas a las ciencias de la computación, la ingeniería, las teorías de las probabilidades, entre otras. Así la plantea Pino (2013) quien dice que las derivadas es una noción clave en el estudio del cálculo y ha sido objeto de especial atención desde distintas aproximaciones teóricas, particularmente las cuestiones de índole cognitiva (concepciones de los estudiantes, esquemas cognitivos y tipos de errores) e instrucciones (estrategias y alternativas para la enseñanza de la derivada).

Investigaciones sobre las derivadas desde diferentes enfoques hay llegado a la conclusión de que a pesar de que los estudiantes pueden resolver diferentes aplicaciones de las derivadas de forma mecánica simplemente siguiendo reglas, se ven en dificultades para lograr hacer el análisis que es lo que revelaría el aprendizaje significativo del concepto de la derivada, en este sentido Pino (2011) afirma “que los estudiantes presentan dificultades cuando necesitan manejar el *significado del objeto derivada*, el cual comúnmente se presenta en la enseñanza a través de su expresión analítica.

El enfoque ontosemiótico ha centrado su esfuerzo en la práctica matemáticas, en el estudio de problemáticas de didácticas de las matemáticas, problemas relacionadas con el proceso enseñanza- aprendizajes de las matemáticas, busca superar limitaciones en este proceso, así lo afirman Godino, Batanero y Font (2007) quienes precisan que el EOS se basa en la noción de problemas matemático, practica matemática, institución, objeto matemático, función semiótica y las dualidades cognitivas.

### 4.4. Modelo de enseñanza en la educación superior (URACCAN)

La Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense es una Universidad Comunitaria Intercultural dedicada a la formación de hombres y mujeres con conocimientos, saberes, capacidades, valores, principios, actitudes humanistas, sentido del emprendimiento e innovación en equilibrio y armonía con la Madre Tierra para el fortalecimiento de las autonomías de los pueblos. La propuesta realizada por Flores (2017) sobre el sistema de evaluación de aprendizaje desde la pedagogía intercultural cita al modelo de formación de la Universidad comunitaria Intercultural enfatiza los siguientes elementos metodología del proyecto educativo institucional (URACCAN, 2016) de manera general:

- **El papel que juega la comunidad en la universidad, los sabios, sabias, ancianos, ancianas y autoridades tradicionales y no tradicionales en los procesos educativos**

Su función es de transmitir el saber tradicional, participa en la elaboración de conocimientos nuevos, en la concepción de nuevos procesos de enfoques metodológicos y epistemológicos, expresando la cosmovisión autóctona y conduciendo el sistema dominante a conocer y respetar su capacidad de ser el puente entre una tradición viva y una modernidad indígena, negra y campesina comunitaria.

- **La búsqueda de nuevos paradigmas en los enfoques pedagógicos y metodológicos para la generación de conocimientos para el buen vivir de los pueblos**

La Educación Superior se ha caracterizado por mantener como guía de su quehacer educativo, paradigmas que responden a determinados momentos históricos y contextos, hoy, debe impulsar, la búsqueda continua de nuevas opciones, que permitan dar una respuesta sistemática y científica a los retos con que debe enfrentarse la Educación Superior, ya que ella está llamada a ser parte inherente al desarrollo humano con identidad de los pueblos.

- **La espiritualidad y el pensamiento mágico religioso**

Se destaca la importancia que se asigna para que en los procesos educativos y de forjación de la personalidad, prevalezca por encima del realismo económico, la formación en el humanismo y la adquisición de valores éticos y espirituales. La espiritualidad de los pueblos indígenas, afrodescendientes y comunidad étnica mestiza se constituyen, por lo tanto, como cuadro general del pensamiento y de la organización social e intelectual de los pueblos en contextos multiculturales y de autonomía regional.

- **La Interculturalidad, la Educación Intercultural, La Educación Bilingüe**

Estas tres categorías conceptuales vinculantes, implican un complejo proceso. De ahí que la interculturalidad es un concepto que hace referencia a la acción y la comunicación entre las personas de diferentes culturas. La interculturalidad es un proceso en construcción que involucra a toda la sociedad a fin de fomentar el conocimiento y la valoración del otro. Parte del aprovechamiento de las enseñanzas de cada cultura.

- **Enfoque de género**

Se entiende como enfoque de género la construcción de nuevos roles que permita las relaciones entre hombres y mujeres dentro de un marco de equidad, igualdad de derechos y condiciones. Esto significa que es necesario primero, entender el rol que juegan mujeres y hombres en cada una de las culturas, como se organizan para interactuar.

- **El papel central de la investigación y la innovación**

Se constituye en el puente entre la expresión de los conocimientos transmitidos por la tradición, y la respuesta indígena y afrodescendiente a nivel intelectual y científico a los desafíos de hoy. Las actividades de docencia, son los espacios de reflexión y construcción conjunta para la generación de nuevos conocimientos. La aplicación de los nuevos conocimientos se produce en la elaboración de textos, la definición de nuevos programas docentes, en el acompañamiento de procesos de incidencia para la formulación de políticas y leyes, entre algunas cosas.

- **La articulación entre la teoría y la práctica**

La URACCAN mantiene el principio de la relación teoría y práctica en los procesos de enseñanza aprendizaje, lo cual permite ligar la docencia con la actividad investigativa y con la actividad de extensión, lo cual permite relacionar al sujeto en formación con la realidad de su entorno y de sus semejantes, los hace sensible a las necesidades sociales y les permite desarrollar el sentido del emprendimiento y la innovación en la solución a problemas de la sociedad.

- **Educación para la vida**

La oferta académica asegura la democratización de la educación, reduciendo las barreras económicas, lingüísticas, de género y generacionales, tecnológicas y culturales que han impedido la accesibilidad a procesos y programas de formación en diferentes niveles, fundamentalmente a la Educación Superior de parte de los pueblos indígenas, afrodescendientes y comunidades campesinas mestizas. (Flores, 2017, p 3-5).

También, Flores (2015) afirma que una metodología elegida para la formación matemática es la perspectiva de comunidades de aprendizajes, en términos teórico la comunidad de aprendizaje comprende todas las actividades orientadas a la creación, recreación, diseminación e intercambio de conocimientos, saberes, valores y prácticas desde dos vías: la interacción entre conocimientos locales y ancestrales y conocimientos occidentales para el desarrollo de competencias en el mundo del trabajo, el desarrollo de valores y actitudes que preparen a los educandos para enfrentar con éxito los desafíos de la vida (URACCAN, 2014).

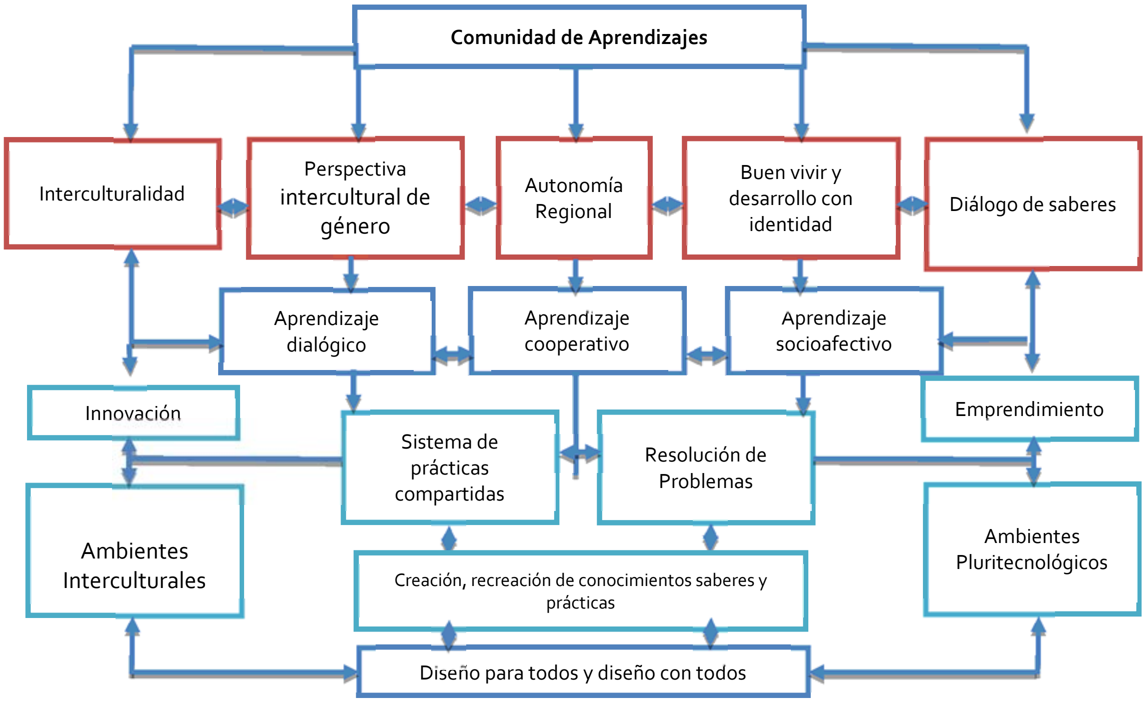



Figura 4: Modelo de enseñanza de las matemáticas (Flores, 2016).

Desde esta perspectiva, se orientará el procesos de enseñanza-aprendizaje utilizando el enfoque intercultural, el cual se pronuncia por el desarrollo de un diálogo intercultural como una estrategia para promover espacio de innovación de nuevos conocimientos, ya que confronta elementos de diferentes horizontes y perspectivas culturales, abriendo la posibilidad de impulsar un proceso de complementación y enriquecimiento entre la ciencia moderna y otros saberes (URACCAN, 2014). Así, la formación del estudiantado en contextos de diversidad se configura como un proceso de negociabilidad de lo matemático en una comunidad de práctica (León *et al*., 2013) en la que los aspectos siguientes se manifiestan y se tematizan: interculturalidad, perspectiva intercultural de género; autonomía regional, buen vivir y desarrollo con identidad; y diálogo de los saberes (Flores, 2015).

En esta dirección, la metodología se articula a partir de los fundamentos teóricos que ofrecen las pedagogías iluminadas por el enfoque histórico cultural. Por tal razón, se considera valioso orientar la formación hacia aspectos duales tales como: participación-cosificación, local y global, negociabilidad de significados-identificación, emergencia-diseño (Gil *et al*., 2013). En este sentido, es necesario que el profesorado produzca sus recursos didácticos y tecnológicos con la pareja (Diseño para todos y diseño con todos) para que el estudiantado en cualquier condición sensorial, lingüística, cultural o socioeconómica interactuando juntos aprendan matemáticas y así el estudiantado se forma en ambiente de coexistencia con la diversidad de poblaciones (León *et al*., 2013). También, hay que tomar en cuenta que, en los recursos didácticos y tecnológicos se incorpora un sistema de prácticas compartidas o práctica matemática, que se definen como el conjunto de acciones asociadas al hacer matemáticas, es decir, formular, probar, construir modelos, lenguajes, conceptos, teorías, intercambiar construcciones con otros y reconocer construcciones útiles a prácticas matemáticas en cada cultura (León *et al.*, 2014).

Referente con la evaluación en la enseñanza de las matemáticas en el modelo de Universidad Comunidad Intercultural es asumida desde la siguiente perspectiva:

- La importancia de la evaluación radica en el acercamiento del individuo a las normas y pautas culturales que permiten salvaguardar la identidad del pueblo.
- Una característica de la evaluación para poblaciones indígenas, afrodescendientes y mestiza, es que se da la relación estrecha de padre-hijo, madre-hija, y otros parientes en el momento mismo en el que el hijo o la hija realiza determinada actividad. Se evalúa diariamente.
- La evaluación para este tipo de poblaciones también se caracteriza por su carácter cualitativo y es evaluación integral porque se consideran todos los ámbitos de la vida del estudiantado: afectivo cognoscitivo y psicomotor.
- El aspecto valorativo en la evaluación para este contexto diverso es una responsabilidad colectiva, porque participan los miembros de la comunidad, tanto mayores como grupo de igual edad.

Por ello, la evaluación de los aprendizajes, es asumida por la estrategia de comunidades de práctica (Wenger, 2001). La comunidad de práctica se constituye si entre sus miembros existe un compromiso mutuo de realizar una cierta empresa, lo que lleva a una práctica compartida o sistemas de prácticas compartidas en la que se genera aprendizaje compartido y significativo. Por lo tanto, para evaluar una tarea matemática o resolver un problema matemático se promueve un aprendizaje dialógico que configure la discusión y argumentación entre la interacción estudiante-estudiante y estudiante-profesor (Coll y Colomina, 1991); un aprendizaje colaborativo entre estudiantes que ayude a representar, plantear, modelar y resolver problemas; y un aprendizaje socioafectivo que ayude a crear un ambiente comunicativo e interactuar entre estudiante-estudiante y estudiante-profesor para dar respuesta a la tarea o problema matemático.

### 4.5. Evaluación de los aprendizajes desde el enfoque ontológico y semiótico del conocimiento e instrucción matemática y URACCAN

Robles, Del Castillo y Font (2012) en su artículo Análisis y valoración de un proceso de instrucción sobre la derivada, propone como evaluación un proceso de cuatro niveles de análisis propuestos por el modelo teórico utilizado permitirá apreciar claramente la complejidad de la interacción didáctica que se observara a lo largo del proceso de instrucción efectuado, así como aquellos elementos discursivos y normativos que hubieran podido condicionar la situación de aprendizaje. Los niveles 1 y 2 se refieren a los contenidos matemáticos puestos en juego, mientras que los niveles 3 y 4 se orientan hacia la interacción didáctica.

**Identificación de prácticas matemáticas (Nivel 1)**

En este primer nivel de análisis, se hace una identificación de las prácticas matemáticas propuestas por la secuencia didáctica, entendidas como aquellas acciones o manifestaciones (lingüísticas o de otro tipo) realizadas a lo largo del proceso de instrucción, en cuanto a los problemas matemáticos involucrados, su resolución, comunicación o generalización a otros contextos y problemas.

**Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos (Nivel 2)**

En este segundo nivel de análisis, la atención se centra sobre los objetos matemáticos puestos en juego durante la realización de las prácticas matemáticas. Si consideramos los objetos matemáticos activados en la realización y evaluación de una práctica matemática que permite resolver una situación problema, observamos el uso de representaciones, verbales, icónica, analíticas, etc. Estas representaciones son la parte ostensiva de una serie de conceptos-definiciones, proposiciones y procedimientos que intervienen en la elaboración de argumentos para decidir si la práctica realizada es satisfactoria.

Así, cuando un alumno realiza y evalúa una práctica matemática, activa un conglomerado (llamado configuración epistémica en el EOS) formado por situaciones problema, representaciones, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, llamados objetos primarios en el EOS (Godino, Font & Batanero, 2007).

El análisis se orienta, esencialmente, hacia la identificación de las redes de objetos involucrados, a partir de la elaboración de *configuraciones epistémicas de objetos matemáticos,* sin dejar de aludir a los procesos matemáticos efectuados a lo largo del proceso de instrucción. La trama de objetos matemáticos *inter-vinientes* y *emergentes* (Font, 2007, pp. 113-114) es descrita para cada una de las actividades didácticas, de manera que el análisis de cada configuración permite identificar, además, procesos matemáticos asociados como los de significación, materialización, generalización, algoritmización, comunicación, enunciación, argumentación e institucionalización, entre los más relevantes.

***Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas (Nivel 3)***

Una configuración epistémica proporciona información sobre las prácticas matemáticas implementadas a partir de una situación problema y sus lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos asociados. Considerando que la implementación de dichas prácticas puede estar a cargo del profesor, de los estudiantes o bien distribuirse entre ambos, además de la configuración epistémica, hay que considerar las configuraciones docente y discente, de manera que la articulación de las tres constituye lo que se identifica como *configuración didáctica.* En cada proceso de instrucción se produce una *trayectoria de* *configuraciones didácticas,* que a su vez se descompone en trayectorias más específicas, cuyo análisis lleva a la comprensión global de la trayectoria didáctica en su conjunto. Las tres trayectorias específicas que consideramos en esta investigación pueden agruparse en dos: *trayectoria epistémica* (distribución temporal de prácticas, objetos y procesos) y *trayectoria instruccional* (docente y discente).

***Identificación del sistema de normas y metanormas (Nivel 4)***

Para analizar el aspecto normativo del proceso de estudio a investigar, además de considerar las respuestas registradas por el estudiantado en las hojas de trabajo, se tuvieron en cuenta las normas que intervinieron durante las sesiones de retroalimentación e institucionalización realizadas al inicio de cada nueva actividad con respecto a la inmediata anterior. A este respecto, cabe aclarar que las normas observadas se refieren al grupo en lo general, y no solamente a un grupo en especial.

**La evaluación de los aprendizajes desde la URACCAN**

La evaluación es un proceso donde se describen los conocimientos, saberes y prácticas que las personas adquieren durante los trayectos de sus vidas. Es decir, el mecanismo que busca hacer las valoraciones sobre los niveles de apropiación en los procesos de aprendizaje. La evaluación de los aprendizajes en contextos multiculturales y plurilingües es todo un proceso integral que parte de los conocimientos y saberes previos de los estudiantes, de la implementación de un proceso de enseñanza pertinente al contexto como lo es el contexto multicultural y plurilingüe, del proceso de enseñanza mismo implementando metodologías acertadas, pertinente y en armonía con el contexto. La evaluación de los aprendizajes mide o evalúa el nivel de apropiación de los conocimientos adquiridos en dicho proceso (Flores, 2017).

En este sentido, la URACCAN (2016) en cuanto a la evaluación del aprendizaje plantea en el Régimen Académico, Capítulo XXIII, Artículo 140. La evaluación del aprendizaje será integral y sistemática, a fin de contar con evidencias que muestren la adquisición o desarrollo de conocimientos, actitudes y valores contenidos en los objetivos de las asignaturas. La evaluación comprende tres etapas: diagnóstica, formativa y sumativa que sirve para retroalimentar el proceso formativo, estas pueden realizarse a través de diferentes técnicas y estrategias:

- Pruebas diagnósticas y parciales.
- Tareas realizadas en clase.
- Trabajos de estudio independiente: observaciones, informes de clases prácticas, investigaciones, carpetas, proyectos, reportes escritos, ensayos, estudios de caso, portafolios, entre otros.
- Observación a las y los estudiantes por parte de él o la docente.
- Autoevaluación y evaluación estudiantil.
- Desempeño estudiantil con respecto a aptitudes, actitudes, conocimientos, habilidades, Actividades de identidad, arte y cultura comunitaria (pág. 45-46).

Además, una técnica de evaluación responde a la pregunta ¿cómo se va evaluar? Es decir, es el procedimiento mediante el cual se llevará a cabo la evaluación. Mientras que un instrumento de evaluación responde a la pregunta ¿con qué se va a evaluar? Es el medio a través del cual se obtendrá la información, en este sentido, se presentan las técnicas de evaluación del desempeño, técnicas de observación, pruebas objetivas y herramientas de evaluación del ambiente tecnológico (Flores, 2017).

Tabla 1: Técnicas de evaluación de los aprendizajes

| **Técnicas de evaluación del desempeño** | **Técnicas de observación** |
|---|---|
| - Portafolio<br>- Diario de clases<br>- Debate<br>- Ensayo<br>- Demostraciones<br>- Estudio de casos<br>- Mapa conceptual<br>- Resolución de problemas<br>- Texto Paralelo<br>- Situación problema<br>- La investigación propia<br>- Sendas | - Lista de cotejo<br>- Escala de estimación<br>- Registro anecdótico<br>- Rúbrica |
| **Pruebas objetivas** | **Tecnologías para el aprendizaje** |
| - Las pruebas orales<br>- Las pruebas escritas<br>- Las pruebas de desarrollo | Plataforma virtual: Foros, Tareas, Chat, Glosarios, Consultas, Cuestionarios, Scorm, Lección, Encuesta, Wikis, Libros, Cita, Diario, Correo Electrónico.<br>Redes sociales: Twitter; Facebook, Google +,<br>Software para el aprendizaje: SPSS, Matlab, Maple, Derive, Mathematics, Infostat. Psint, MysqlWorkbench, Sublimetext, Netbeans, |

| | |
|---|---|
| | Xamarin, Geany, PagAdmin, Xampp, Wampp, Visual studio, Photoshop, Illustrator, Prepros, DIA, Terminal, CMD, Sistemas Operativos, Virtual Box, Vagrant, firefox, chrome, Atom, VS Code, aplicaciones de linea de comando diversas y compiladores de código. |

Fuente: Sistema de Evaluación de los Aprendizajes desde la Pedagogía Intercultural (Flores, 2017).

## V. Hipótesis

Los estudiantes que recibieron el proceso de instrucción sobre las aplicaciones de las derivadas desde una perspectiva ontosemiótica en el contexto de la Ingeniería Agroforestal tienen una mejor comprensión y rendimiento académico que los estudiantes que no recibieron el proceso de instrucción.

## VI. Metodología y Materiales

La metodología y materiales nos permiten ubicarnos en el tipo de estudio en el cual se desarrolló la investigación, así como cada prueba estadística usada para validar los datos recopilados, además muestra la confiabilidad del instrumento y la importancia que tiene el haber elegido la población.

### 6.1. Tipo de estudio

En esta investigación se integró los métodos cuantitativos y cualitativos con el fin de interpretar la situación vital en la que los sujetos han experimentado el fenómeno que se quiere investigar y así estudiar las semejanzas y diferencias que hay entre dos situaciones, con el propósito de describir los factores que parecen explicar la presencia del fenómeno en una situación y su ausencia en la otra (Stake, 1999). Es cualitativa porque nos permite recopilar información sobre la problemática del estudiantado al resolver un problema y para hacer una descripción amplia y profunda sobre el caso en cuestión, además, que la investigación cualitativa, es una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimiento (Bisquerra, 2012). Es cuantitativo y es el dominante en la investigación, este paradigma ayudara al tratamiento de la información de los datos a través de la categorización descripción de las propiedades, características y los perfiles de las personas, grupos, comunidades, procesos y objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010).

### 6.2. Diseño de la investigación

El diseño de esta investigación es un estudio de caso, debido a que se recopiló y se interpretó detalladamente toda la información obtenida por el grupo de estudiantes del primer año de la carrera de Ingeniería Agroforestal del curso 2017. Además, se eligen en base a una característica intrínseca de los sujetos que es el nivel educativo en una asignatura específica. Dicho grupo de estudiante se le aplicó una prueba diagnóstica antes de la intervención y otra después de la intervención en el proceso enseñanza aprendizaje de las aplicaciones de la derivada. Posteriormente se realizó la comparación entre las dos pruebas y de esa manera dar una explicación del fenómeno en un ambiente natural.

Al mismo tiempo esta investigación es de corte transversal puesto que se realizó en el II semestre del año 2017, en donde se aplicaron los diferentes instrumentos de recolección de la información y se recolectaron datos en un solo momento, en un tiempo único con el propósito de describir variables, y analizar su incidencia e interrelación en este momento dado. Este trabajo de investigación aborda aspectos del estudiante principalmente en la resolución de problemas o situaciones contextualizada a su carrera aplicando las derivadas para su solución, además valorar la unidad didáctica sobre las aplicaciones de las derivadas desde un enfoque ontosemiótico.

### 6.3. Población y muestra

La ´población de estudio son todos los estudiantes del primer año de la carrera de Ingeniería Agroforestal que reciben la asignatura de Matemática Aplicada

(Plan de estudio 2016) en la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense, específicamente, en el Recinto Universitario Bluefields.

Dicha población está compuesta por 28 estudiantes de las cuales 17 (60.7%) son masculino y 11 (39.3%) son femenino. Tal como se muestra en la siguiente tabla 2.

Tabla 2: Genero a la que pertenece cada estudiante universitario

| Género (Sexo) | Frecuencia | Porcentaje |
|---|---|---|
| Masculino | 17 | 60,7% |
| Femenino | 11 | 39,3% |
| Total | 28 | 100% |

En este estudio se tomó toda la población, debido a que es una población muy pequeña, por tanto, la muestra son los 28 estudiantes del primer año de la carrera de ingeniería. La edad de los participantes está comprendida entre los 16 y los 23 años. Además, los estudiantes están distribuido en tres etnias de las cuales 2 (7.1%) pertenece a la etnia Miskito, 4 (14.3%) a la etnia Creole y 22 (78.6%) a la etnia Mestiza. El proceso de instrucción de matemática se realizó en el aula de clase en su ambiente natural, en donde se observó todo el proceso de la trayectoria discente obteniendo los resultados para su análisis e interpretación.

## 6.4. Criterios de selección y exclusión

**Criterios de selección**:

- Estudiantes activos de la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense-Recinto Universitario Bluefields.
- Estudien en la carrera de Ingeniería agroforestal en el primer año.
- Que deseen participar en la investigación.

**Criterios exclusión:**

- Estudiantes no activo de la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense-Recinto Universitario Bluefields.
- Que los estudiantes estudien en otra carrera.
- Que los estudiantes no deseen participar en la investigación

## 6.5. Fuente y obtención de datos

a. Fuentes primarias: Información de los estudiantes y los docentes.

b. Fuentes secundarias: Bibliográficas, Programa de Matemática aplicada, estadísticas, hemerográficas y resultado de las pruebas.

Esta mención se realizó agrupando las fuentes por categorías (por ejemplo, libros, documentos, hechos o personas) y presentándolas en orden alfabético y con todos los elementos que permitieron su identificación completa.

### 6.6. Técnicas e instrumentos

En dicho estudio se utilizó la instrucción matemática sobre las aplicaciones de las derivadas, prueba diagnóstica y prueba final, para recolectar, analizar y vincular datos cuantitativos y cualitativos, con el propósito de constatar si el proceso de instrucción de las aplicaciones de la derivada en el estudiantado de Ingeniería Agroforestal en el primer año mejoro la compresión y resolución de problemas relacionado con su carrera.

**Las técnicas de recolección de información utilizadas son las siguientes:**

En la elaboración de la instrucción matemática se utilizó el programa de estudio de la asignatura de matemática aplicada, considerando el contenido de interés las aplicaciones de las derivadas, en las cuales se desarrolla el contenido utilizando la configuración epistémica para la resolución de problemas o situaciones en el contexto de la ingeniería agroforestal.

Dicha instrucción nos permitió determinar algunos factores que inciden en el aprendizaje de las derivadas y sus aplicaciones, ya que los docentes y estudiantes actuaron de manera natural en el ambiente educativo.

De igual manera se aplicó la escala de actitud hacia las matemáticas de Auzmendi (1992), para conocer la actitud del estudiantado, en dicha escala se consideran cinco factores dimensionales que miden: el agrado, el cual consiste en el gusto que provoca la realización de actividades matemáticas; la ansiedad, se refiere a la angustia que manifiestan los estudiantes ante la resolución de ejercicios y problemas matemáticos; la motivación, este factor puede interpretarse como la predisposición o gusto que tiene el estudiantado para la realización de las actividades matemáticas; la utilidad se determina al interés o beneficio que aporta las matemática al estudiantado para resolver situaciones al campo profesional; y la confianza, o el sentimiento de confianza que provoca la habilidad matemática. En dicha escala se aplicó el análisis de confiabilidad obteniendo un nivel de fiabilidad de Alfa de Cronbach de 0,778. Así mismo, los 5 factores se constituyen en 25 ítems que estudian aspectos variados de los afectos hacia las matemáticas tal como se muestra en la tabla 1(Anexo).

En todos los ítems las respuestas posibles oscilan del 1 al 5, escala tipo Likert, desde fuertemente en desacuerdo hasta fuertemente de acuerdo. Los ítems no se contabilizan con el número que constituye su respuesta, sino que para algunos totalmente en desacuerdo se mide con un 5 y para otras con un 1 (Auzmendi, 1992). En este sentido, se codificaron todas las respuestas de modo que una puntuación más alta signifique actitudes positivas en todos los aspectos. Por tanto, los códigos correspondientes a los 25 ítems son los siguientes:

Tabla 3: Criterio de corrección de los ítems (Auzmendi, 1992; Flores y Auzmendi, 2015)

| Criterio de corrección de los ítems | FD | NA | I | DA | FA |
|---|---|---|---|---|---|
| Los ítems 2, 5, 7, 10, 12, 15, 16, 17, 22, 25. Poseen el siguiente código. | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| Los ítems 1, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 13, 14, 18, 19, 20, 21, 23, 24. Poseen el siguiente código. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

Cabe señalar que al estudiantado se les aplicó una prueba diagnóstica para explorar cuáles eran sus conocimientos sobre algunas definiciones de las derivadas y las aplicaciones de las distintas reglas de derivación. Además el diagnóstico constaba de dos incisos, el primero de contestar algunas preguntas básicas y el segundo de unir con una línea las funciones con sus respectivas derivaciones describiendo a la par el tipo de regla empleada. En la prueba final el estudiantado resuelve tres problemas aplicadas a la ingeniería agroforestal haciendo uso de la primera y segunda derivada.

Para el análisis de los datos obtenidos de la implementación de la prueba diagnóstica y la prueba final, consideramos dos variables: *grado de corrección de del problema* (respuestas correctas, parcialmente correctas e incorrectas) y *tipo de configuración cognitiva* (tipología de resolución propuestas por los estudiantes, especificando los objetos y procesos puestos en juego en las mismas). Las características de lo que fue considerado una respuesta correcta, parcialmente correcta o incorrecta, para cada uno de los problemas de las pruebas, se describen brevemente en los resultados.

Para el análisis de los datos obtenidos respecto de la segunda variable *tipo de configuración cognitiva*, se utilizó la técnica de análisis denominada *análisis semiótico* (Godino, 2002; Malaspina y Font, 2010; Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011), citado por Godino, Font & Pino-Fan (2013), la cual permitió describir de manera sistemática tanto la actividad matemática realizada por el estudiantado al resolver los problemas, como los objetos matemáticos primarios que intervienen en sus prácticas. Esta segunda variable fue principalmente de corte descriptiva y dependió de los procesos, los objetos matemáticos primarios, y los significados que a éstos asignaban los estudiantes, movilizados en la solución que daban a los problemas planteados en las pruebas.

De esta manera los instrumentos y materiales que se utilizaron para encontrar y procesar la información, fueron: toma de notas, lapicero, cuadernos, Libreta de Campo, cámara fotográfica, dispositivos USB, CD’s computadoras, entre otros.

### 6.7. Procesamiento y análisis de datos

Se utilizó el programa SPSS para el análisis cuantitativo haciendo una comparación de las calificaciones obtenida en las dos pruebas utilizando el estadístico no paramétrico prueba de Wilcoxon de los rangos con signos para muestras relacionadas y para los datos cualitativos se realizó una comparación de la información a través del segundo nivel de análisis, en donde la atención se centró sobre los objetos matemáticos puestos en juego durante la realización de las prácticas matemáticas. Con el propósito de observar el uso de *representaciones,* verbales, icónica, analíticas, etc. Esto permitió decidir si la práctica realizada es satisfactoria. (Godino, Font & Batanero, 2007)

El análisis se orientó, esencialmente, hacia la identificación de las redes de objetos involucrados, a partir de la elaboración de *configuraciones epistémicas de objetos matemáticos,* sin dejar de aludir a los procesos matemáticos efectuados a lo largo del proceso de instrucción. La trama de objetos matemáticos *intervinientes* y *emergentes* (Font, 2007, pp. 113-114) es descrita para cada una de las actividades didácticas, de manera que el análisis de cada configuración permite identificar, además, procesos matemáticos asociados como los de significación, materialización, generalización, algoritmización, comunicación, enunciación, argumentación e institucionalización, entre los más relevantes.

Además, se hizo un análisis de las trayectorias e interacciones didácticas, lo cual proporcionó información sobre las prácticas matemáticas implementadas a partir de una situación problema y sus lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos asociados. Considerando que la implementación de dichas prácticas puede estar a cargo del profesor, de los estudiantes o bien distribuirse entre ambos, además de la configuración epistémica, hay que considerar las configuraciones docente y discente, de manera que la articulación de las tres constituye lo que se identifica como configuración didáctica.

## 6.8. Aspectos éticos

La investigación tiene un aporte social debido a que nos permite mejorar la enseñanza de las derivadas y sus aplicaciones al campo de estudio, con el propósito de alcanzar una enseñanza de calidad. Dicha investigación tendrá una validez científica ya que se utilizaron técnica de procesamiento de la información como el uso del software SPSS y el Enfoque Ontológico y Semiótico de la Instrucción Matemática, la cual da una confiabilidad de la información que se obtuvo. El análisis se hizo de manera imparcial sin distorsionar la información obtenida y de esa forma valorar el proceso de instrucción de las aplicaciones de la derivada en el estudiantado de Ingeniería Agroforestal, con el propósito que facilite la comprensión, el análisis y la aplicación de las derivadas al campo de la ingeniería agroforestal.

Además, los participantes aplicaron los instrumentos de recolección de la información de manera voluntaria con el conocimiento suficiente para decidir con responsabilidad sobre el mismo, tomando una decisión libre, no forzada sobre si es conveniente participar o no. Los instrumentos fueron aplicados de manera confidencial y la información nueva se les dio a conocer a los informantes claves.

### 6.9. Delimitación y limitación del estudio

La investigación se delimitó solamente a los estudiantes del primer año de la carrera de ingeniería agroforestal que cursaban la asignatura de Matemática Aplicada en el periodo del II semestre del año 2017 en la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense-Recinto Universitario Bluefields.

## VII. Resultados y Discusión

En este capítulo se describen los principales resultados obtenidos en esta investigación. Se detalla el proceso de instrucción matemática desde la perspectiva del enfoque ontológico y semiótico; los resultados relacionados con el proceso de implementación de la instrucción; y, la evaluación del proceso de instrucción sobre las aplicaciones de la derivada en la carrera de ingeniería agroforestal. A continuación se presentan los resultados encontrados a lo largo del proceso de investigación en estos tres apartados.

### 7.1. Instrucción matemática desde un enfoque ontosemiótico sobre las aplicaciones de la derivada en la carrera de ingeniería agroforestal.

La Instrucción matemática se elaboró con el objetivo de facilitar una herramienta a los docentes que imparten la asignatura de matemática aplicada, pero en especial al momento de aplicar problema de las derivadas en la carrera de ingeniería Agroforestal. Esta unidad da las pautas para una enseñanza significativa, en el que los estudiantes sean los protagonistas de su propio aprendizaje.

En la instrucción matemática se propone estrategias metodológicas desde una perspectiva del enfoque ontosemiótico para desarrollar correctamente las aplicaciones de las derivadas a estudiantes de ingeniería agroforestal, también se diseñaron dos pruebas una prueba inicial que nos permitió determinar si los educandos manejan conceptos sobres funciones, así como las aplicaciones de reglas de la derivación y una prueba final la que se aplicó posterior al desarrollo de la instrucción en la que se pretendía valorar la aplicación de técnicas de derivación, manejo de conceptos, de máximos y mínimos, teniendo presente las diferentes etapas y elementos propios de una instrucción matemática.

Una educación individualizada (libre de pensamiento) nos implica una actitud de cambio, no sólo en los principios filosóficos que orienta nuestra labor educativa ya sea como docente o educando, sino también en nuestros procesos didácticos, pedagógicos y metodológicos, los cuales deben favorecen el aprendizaje significativo en el estudiante, que el discente logre entender las aplicaciones de las derivadas en situaciones reales y sobre todo a su campo laboral futuro.

Según Martínez (2004) El aprendizaje significativo se genera cuando las personas encuentran sentido a lo que aprenden. Esto no se logra solamente con buscar temas de interés para las y los estudiantes. Este proceso implica efectuar diferentes actividades que estimulen sus destrezas de pensamiento (hacer comparaciones, resolver problemas, buscar causas y efectos), que permitan relacionar lo ya conocido con la nueva información.

Es importante que los estudiantes encuentren el verdadero sentido del aprendizaje para que pueda establecer la significancia de lo que aprenden con su correcta aplicación en su contexto social y profesional. Dicha instrucción matemática aborda la configuración epistémica, lo cual permitió el análisis del conocimiento cognitivo del estudiantado y compararlo con el objeto institucional, tal como se muestra en la instrucción Anexo 1.

## 7.2. Implementación de la instrucción matemática sobre las aplicaciones de la derivada con el estudiantado de Ingeniería Agroforestal desde una perspectiva ontosemiótico en la universidad URACCAN Recinto Bluefields.

En la implementación se describen cuatro trayectorias del proceso de instrucción:

- La trayectoria docente se describe los procesos de instrucción que el docente realiza durante todo el aprendizaje (las acciones/Asignaciones),
- La trayectoria discente en ella se describe el proceso de integración del estudiante en la construcción del aprendizaje (desempeño, asignaciones), en si la función del estudiante en el proceso de aprendizaje,
- La trayectoria mediacional que involucra todos los recursos utilizado tanto por el docente y el estudiantado en este proceso.
- La trayectoria emocional que involucran la parte emocional, afectiva, actitudinal.

**Trayectoria interaccional entre docentes y discente**

Para Godino y Contreras (2004) afirma que la 'trayectoria docente' es la secuencia de actividades que realiza el profesor durante el proceso de estudio de un contenido o tema matemático. Cuando tales actividades se circunscriben a una situación-problema (o tarea) específica hablaremos de 'configuración docente', la cual irá asociada a una configuración epistémica.

La mediación pedagógica da apertura desde el momento en que se ingresa al aula de clase dando inicio a la comunicación estudiante-docente, iniciando con la explicación de los objetivos que se pretendían alcanzar y la temática que se desarrollaría en la sesión de clase, posteriormente se aplicó la evaluación diagnóstica dando a conocer su propósito y las orientaciones para la realización de la prueba, seguidamente se resolvió la prueba en conjunto con los estudiantes teniendo en cuenta la aclaraciones de dudas surgida con la actividad o con la misma resolución de los problemas.

Durante la aplicación de la prueba diagnóstica se observó que los educando tenían ansiedad al momento de resolver las actividades propuesta por el docente, así mismo se logró notar temor, frustración por no lograr responder a todas las actividades propuesta en las evaluaciones que se realizaron. La evaluación se realizó luego de la prueba diagnóstica en el que se resolvió la prueba inicial con el objetivo de tener una visión sobre el dominio de contenido en cuanto al manejo de conceptos, teoremas y reglas que son la base para resolver aplicaciones de las derivadas y poder reforzar los conocimientos básicos antes de desarrollar el proceso de instrucción sobre las aplicaciones de las derivadas.

En cuanto al desarrollo del contenido se inició haciendo una exploración abordando mediante lluvia de idea sobre las reglas básicas y los teoremas de derivación que permitió darse la idea del conocimiento previo y básico que los educandos han de dominar para resolver posteriormente los problemas de aplicaciones de las derivadas, a partir de las lluvia de idea se realiza la retroalimentación tomando en cuenta la participación de los estudiantes mediante preguntas de exploración para introducir la temática que se trabajó en la sesión de clase aplicaciones de los extremos de funciones en la que los educandos participaron activamente y se elaboró esquemas como técnica de resumen para logran un mejor aprendizaje de los conceptos, reglas y teoremas.

A través de la explicación del proceso de instrucción los estudiantes valoraron la importancia de los conceptos básicos los cuales son determinante para resolver problemas de aplicación de las derivadas, esto hace posible una articulación entre los conocimientos básicos y la aplicabilidad de las derivadas, por lo que para resolver situaciones problemas el discente a de manejar conceptos y reglas además de haber identificado todos los elementos lingüísticos que están presente en el problema a resolver y posterior poder relacionar los conocimientos en el ámbito profesional y darle solución a diferentes situaciones aplicando derivadas.

Luego de la etapa de exploración se realiza la etapa de introducción en la que el docente explica mediante ponencia, auxiliándose de gráficos como técnica de resumen para trabajar definiciones, teoremas sobre el contenido que se desarrolló y posteriormente se dieron algunos ejemplos de aplicaciones, también se explica las etapas propias que tienen que ver con el enfoque ontosemiótico tomando en cuenta que es necesario definir en los problemas el lenguaje matemático, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentaciones.

En la fase de estructuración se establecieron las actividades que se realizarían y las orientaciones metodológica que se debían seguir, motivado, vigilando y acompañando el cumplimiento de las actividades de aprendizaje. También se explicó la utilización del programa wxmaxima que permitiera a los estudiantes comprobar la respuestas de las actividades orientadas. Se creó en el estudiantado espacios de confianza que les permitió disfrutar de un proceso de aprendizaje en el que los estudiantes participaron de forma activa, mostrando respeto, tolerancia además de motivar todo el proceso en que puedan sentirse parte de su propio proceso de aprendizaje.

Para el trabajo autónomo de los discentes se conformaron parejas para realizar las actividades con el sentido de colaboración y que los estudiantes logren una mejor consolidación del aprendizaje. Un aspecto importante que se tomó en cuenta durante el desarrollo de la instrucción fue el tiempo tanto en el desarrollo de las pruebas como en las actividades autónomas por parte del estudiantado y la mediación del docente. Para Godino & Contreras (2004) las trayectorias discentes son vista como el sistema de funciones/acciones que desempeña el alumno a propósito de una configuración epistémica.

**Trayectoria mediacional**

Durante el desarrollo de la instrucción mediacional se hicieron usos de diferentes recursos didácticos que ayudaron al desarrollo de este proceso, estos fueron utilizados como herramientas que permitieron sistematizar las alcances de una mediación en los que se involucre todos los elementos presenten en el aprendizaje de nuestros educandos, entre ellos están presente libros de textos que se les recomienda a los estudiante en la bibliografía, este fue orientado como herramienta de consulta permitiendo que los estudiantes puedan profundizar en los conceptos y tener acceso a información que les permita ampliar o profundizar sus conocimiento, en ellos también podemos encontrar guías de ejercicios que puedan ser apropiadas para un auto aprendizaje.

La Guía de instrucción fue la base de desarrollo de todo el proceso en ella se plasmaron los objetivos y las actividades a realizar por el estudiantado, el tiempo estimado para la realización de las actividades, los materiales didácticos que se han utilizados, así como también las fases del proceso de instrucción que se desarrolló durante la ejecución de dicha instrucción del aprendizaje, es en ella que se configuró el proceso a desarrollar de la dimensión cognitiva.

En cuanto a la demostración de los ejercicios sobre derivadas se utilizaron la pizarra y marcadores para la aplicación de las diferentes fases de la instrucción desde el enfoque ontosemiotico, además se hizo uso de presentación para el abordaje de algunos conceptos y ejemplos que se demostrarían al estudiantado, por lo tanto también se utilizó un proyector y ordenadores que facilitaran la presentación de la diapositiva. Entre los recurso tecnológico se utilizó el software de aplicación “wxMaxima” para constatar las respuestas de los ejercicios propuestos en la instrucción además de poder motivar a los estudiantes a que hagan buen uso de la tecnología y alfabetizar tecnológicamente a los estudiantes que tengan problemas con el uso de ordenadores y de softwares, al igual fue utilizada la calculadora para realizar los cálculos necesarios al resolver los ejercicios

**Trayectoria afectiva**

La actitud de los estudiantes hacia las matemáticas se distribuyó en cinco categorías: Actitud totalmente desfavorable, Actitud desfavorable, Actitud indiferente, Actitud favorable y Actitud totalmente favorable. El 71.4% de los estudiantes tienen una actitud favorable hacia las matemáticas, el 25% les he indiferente y el 3,6% tienen una actitud desfavorable hacia las matemáticas, en la cual se consideran cincos factores. Esto indica que las matemáticas son importantes, y que tienen utilidad en la carrera de ingeniería Agroforestal, además permite afirmar que la instrucción matemática estimuló los sentidos, despertando en ellos motivación para aprender y resolver problemas o situaciones que enfrenta un ingeniero en su profesión. Es importante destacar que el 63.6% del estudiantado femenino y el 76,5% masculino tienen una actitud favorable hacia las matemáticas, tal como se muestra en la tabla 4.

Tabla 4: Actitud * Genero a la que pertenece cada estudiante universitario

| | | | Genero a la que pertenece cada estudiante universitario | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | Masculino | Femenino | Total |
| Actitud | Desfavorable | Recuento | 1 | 0 | 1 |
| | | % de Actitud | 5.9% | 0.0% | 3.6% |
| | Indiferente | Recuento | 3 | 4 | 7 |
| | | % de Actitud | 17.6% | 36.4% | 25.0% |
| | Favorable | Recuento | 13 | 7 | 20 |
| | | % de Actitud | 76.5% | 63.6% | 71.4% |
| Total | | Recuento | 17 | 11 | 28 |
| | | % de Actitud | 100.0% | 100.0% | 100.0% |

Del mismo modo se refleja en la tabla 5, que la actitud promedio de los 28 estudiantes tienen actitudes favorables, ya que esta ubica en una puntuación de 81,21 en donde la puntuación máxima es de 125; la mitad de los estudiantes tienen una actitud por debajo de 79,5 y la otra mitad por encima, el valor que más veces se repite en los estudiantes es de 79; entre los estudiantes que tienen actitudes totalmente favorables y actitudes desfavorables existe una diferencia de 55; la actitudes de los estudiantes de la muestra se desvían, en promedio, 12,23 respecto a la media, la actitud promedio al cuadrado de las desviaciones de cada observación con respecto a la media es de 149.58.

Tabla 5: Estadístico Descriptivo de la Actitud

| | | Estadístico |
|---|---|---|
| Actitud | Media | 81.2143 |
| | Moda | 79.0000 |
| | Mediana | 79.5000 |
| | Varianza | 149.582 |
| | Desviación estándar | 12.23037 |
| | Mínimo | 45.00 |
| | Máximo | 100.00 |
| | Rango | 55.00 |

El estudiantado de la carrera de ingeniería agroforestal tienen una actitud hacia las matemáticas positiva debido a que el promedio de las puntuaciones es de 81,21 lo cual concuerda con estudios previos como el realizado por Flores (2015), en el que determinó que el estudiantado de la universidad de las Regiones Autónoma de la Costa Caribe Nicaragüense tienen una actitud positiva con tendencia media alta (M=76,56; SD=17; Error=0,57). Además cita otras investigaciones tales como las de Álvarez y Ruíz, (2010) llevados a cabo con estudiantes universitarios de Venezuela. En dichos estudios encontraron que la actitud del estudiantado hacia las matemáticas es globalmente positiva. Lo mismo ocurre con las investigaciones de

Granados y Pinillos (2008) quienes hallaron que el estudiantado universitario colombiano tiene actitudes altamente positivas hacia las matemáticas vinculadas a su futura profesión y hacia la necesidad de su aprendizaje.

Al mismo tiempo se determinó las medidas de tendencia central y dispersión en cada uno de los factores que comprende la actitud hacia las matemáticas de las cuales son los siguientes: Agrado, Ansiedad, Motivación, Utilidad y Confianza. Esto permitió valorar los factores que más inciden en la actitud del estudiando para aprender y resolver problemas matemáticos relacionado con la derivada en el contexto de la ingeniería agroforestal.

En primera instancia se refleja en la tabla 6 el factor "Agrado" en la cual el promedio de los 28 estudiantes tienen agrado indiferente, ya que esta ubica en la en la puntuación promedio de 11,82 en donde la puntuación máxima es de 20; la mitad de los estudiantes tienen un agrado por debajo de 12 y la otra mitad por encima, el valor que más veces se repite en los estudiantes es de 12, entre los estudiantes que tienen agrado totalmente desfavorables y agrado totalmente favorable existe una diferencia de 13; el agrado de los estudiantes hacia las matemáticas de la muestra se desvían, en promedio, 3,25 respecto a la media, el agrado promedio al cuadrado de las desviaciones de cada observación con respecto a la media es de 10,59.

Tabla 6: Estadístico Descriptivo del Factor Agrado

| | | Estadístico |
|---|---|---|
| Agrado | Media | 11.8214 |
| | Moda | 12.0000 |
| | Mediana | 12.0000 |
| | Varianza | 10.597 |
| | Desviación estándar | 3.25524 |
| | Mínimo | 5.00 |
| | Máximo | 18.00 |
| | Rango | 13.00 |

En relación al factor agrado, el estudiantado les he indiferente trabajar problemas matemáticos, lo cual concuerda con el estudio realizado por Flores (2015) en donde el estudiantado ve los problemas matemáticos como retos a su ingenio y a su esfuerzo reflejado a través de la puntuación promedio de 11,75, por lo que se siente cómodos al tratar de resolver problemas matemáticos. Además cita a varios investigadores como Gairín, (1990), Callejo (1994), Gómez-Chacón (2000) y Gil, Blanco y Guerrero (2005), quienes se refieren a dicho factor como el elemento de más fuerza y resistencia en la personalidad del estudiantado y el de mayor predominio en aprendizaje de las matemáticas.

En segunda instancia se refleja en la tabla 7 el factor “Ansiedad” en la cual el promedio de los 28 estudiantes demuestran una ansiedad indiferente, ya que esta ubica en una puntuación promedio de 26,5 en donde la puntuación máxima es de 45; la mitad de los estudiantes tienen una ansiedad por debajo de 26,5 y la otra mitad por encima, el valor que más veces se repite en los estudiantes es de 25; entre los estudiantes que tienen ansiedad totalmente baja y ansiedad totalmente alta existe una diferencia de 24; la ansiedad del estudiantado hacia las matemáticas de la muestra se desvían, en promedio, 6,43 respecto a la media, la ansiedad promedio al cuadrado de las desviaciones de cada observación con respecto a la media es de 41,37.

Tabla 7: Estadístico Descriptivo del Factor Ansiedad

| | | Estadístico |
|---|---|---|
| Ansiedad | Media | 26.5000 |
| | Moda | 25.0000 |
| | Mediana | 26.5000 |
| | Varianza | 41.370 |
| | Desviación estándar | 6.43198 |
| | Mínimo | 15.00 |
| | Máximo | 39.00 |
| | Rango | 24.00 |

En relación a este factor, el estudiantado demuestra una ansiedad indiferente o poca ansiedad ante la resolución de problemas matemáticos, lo cual concuerda con el estudio que realizó Flores (2015) donde encontró de forma global que los estudiantes no sienten temor ante la materia de matemático con una puntuación promedio de 25,89. Además cita a García- Fernández et al. (2013),donde explica que la ansiedad es una variable facilitadora del rendimiento académico ya que unos niveles moderados de la misma producirán, en el estudiantado, un estado de alerta o atención que mejorará su rendimiento, pudiendo ser beneficiosa para el funcionamiento académico, es por ello, que la ansiedad está presente en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas (Sánchez, Segovia & Miñán, 2011).

Por tal razón este factor debe manifestarse en el estudiantado universitario, ya que les permitirá adquirir aprendizajes y de esa manera resolver problemas matemáticos que les serán de utilidad en el contexto laboral.

En tercera instancia se refleja en la tabla 8 el factor “Motivación” en la cual el promedio de los 28 estudiantes tienen una motivación favorable, ya que esta ubica en la puntuación promedio de 10,21 en donde la puntuación máxima es de 15; la mitad de los estudiantes tienen una motivación por debajo de 10 y la otra mitad por encima, el valor que más veces se repite en los estudiantes es de 10; entre los estudiantes que tienen motivación desfavorables y motivación totalmente favorable existe una diferencia de 8; la motivación de los estudiantes hacia las matemáticas de la muestra se desvían, en promedio, 2,36 respecto a la media, la motivación promedio al cuadrado de las desviaciones de cada observación con respecto a la media es de 5,58.

Tabla 8: Estadístico Descriptivo del Factor Motivación

| | | Estadístico |
|---|---|---|
| Motivación | Media | 10.2143 |
| | Moda | 10.0000 |
| | Mediana | 10.0000 |
| | Varianza | 5.582 |
| | Desviación estándar | 2.36263 |
| | Mínimo | 6.00 |
| | Máximo | 14.00 |
| | Rango | 8.00 |

Con relación a este factor, el estudiantado tiene una motivación favorable hacia las matemáticas, lo cual concuerda con la investigación realizada por Flores (2015) donde manifiesta que el estudiantado se siente motivado hacia las matemáticas, esto se refleja en la puntuación promedio que es 8,40. En este mismo sentido la motivación es esencial para que el estudiante resuelva problemas matemática, además despierte el interés por aprender las matemáticas y logre relacionarlo al ámbito laboral.

El cuarto factor “Utilidad” se describe en la tabla 9, en la cual el promedio de los 28 estudiantes consideran que las matemáticas tienen una utilidad favorable, ya que esta ubica en la puntuación promedio de 21,32 en donde la puntuación máxima es 30; la mitad de los estudiantes consideran que la utilidad está por debajo de 21 y la otra mitad por encima, el valor que más veces se repite en los estudiantes es de 20; entre los estudiantes que consideran que las matemáticas tienen poca utilidad y gran utilidad existe una diferencia de 14, los estudiantes consideran que la utilidad de las matemáticas de la muestra se desvían, en promedio, 3,49 respecto a la media, la utilidad promedio al cuadrado de las desviaciones de cada observación con respecto a la media es de 12,23.

Tabla 9: Estadístico Descriptivo del Factor Utilidad

| | | Estadístico |
|---|---|---|
| Utilidad | Media | 21.3214 |
| | Moda | 20.0000 |
| | Mediana | 21.0000 |
| | Varianza | 12.226 |
| | Desviación estándar | 3.49660 |
| | Mínimo | 15.00 |
| | Máximo | 29.00 |
| | Rango | 14.00 |

El factor utilidad hacia las matemáticas, se manifestó con una utilidad favorable por parte de los estudiantes, lo cual concuerda con el estudio de Flores (2015) en donde manifiestan que las matemáticas tienen utilidad positiva reflejado en el promedio de la puntuación que es 19,84 por lo que la consideran como una materia muy interesante y necesaria para sus estudios, coincidiendo con los estudios de Hidalgo et al. (2004) y Cardoso et al. (2012), en el sentido de que el estudiantado percibe las matemáticas como una disciplina útil, pero difícil en el ámbito académico; sin embargo, reconocen su utilidad para su vida profesional futura. Así mismo, Álvarez y Ruíz (2010) afirman que las matemáticas, para el estudiante universitario, constituyen el encuentro con una asignatura que será el eje conductor en toda su carrera, así como el soporte y la herramienta de su vida profesional.

El quinto factor “Confianza” se describe en la tabla 10, en la cual el promedio de los 28 estudiantes tienen una confianza favorable hacia las matemáticas, ya que esta ubica en la puntuación promedio de 11,36 en donde la puntuación máxima es 15; la mitad de los estudiantes tienen una confianza por debajo de 11,5 y la otra mitad por encima, el valor que más veces se repite en los estudiantes es de 14; entre los estudiantes que consideran no tener confianza hacia las matemáticas y los que tienen confianza totalmente favorable existe una diferencia de 12, los estudiantes consideran que la confianza que tienen hacia las matemáticas de la muestra se desvían, en promedio, 3,02 respecto a la media, la confianza promedio al cuadrado de las desviaciones de cada observación con respecto a la media es de 9,13.

Tabla 10: Estadístico Descriptivo del Factor Confianza

| | | Estadístico |
|---|---|---|
| Confianza | Media | 11.3571 |
| | Moda | 14.0000 |

| | |
|---|---|
| Mediana | 11.5000 |
| Varianza | 9.127 |
| Desviación estándar | 3.02109 |
| Mínimo | 3.00 |
| Máximo | 15.00 |
| Rango | 12.00 |

En este factor el estudiantado manifiesta una confianza favorable hacia las matemáticas, coincidiendo con el estudio de Flores (2015) en donde refleja una puntuación promedio de 10,83 indicando que el estudiantado universitario le provoca un cierto grado de gozo y satisfacción el resolver tareas matemáticas, así como aprender más matemáticas.

De acuerdo a lo ante expuesto se afirma que el estudiantado tiene actitudes positivas hacia las matemáticas, ya que consideran que son fundamentales para resolver situaciones en el campo profesional. Además, al resolver ejercicios y problemas matemáticos se sienten satisfechos y les motiva por aprender la disciplina, siempre y cuando tengan una relación a la carrera de ingeniería agroforestal. Dicho planteamiento se asemeja a definición de Martínez (2008) sobre la actitud hacia las matemáticas, lo cual ha citado por Flores & Auzmendi (2015).

### 7.3. Análisis y Evaluación del proceso de instrucción matemática sobre las aplicaciones de las derivadas desde la configuración ontosemiótico (Institucional y personal) en el contexto de la Ingeniería Agroforestal.

En primera instancia se les aplico una prueba diagnóstica con el objetivo que el estudiantado definiera ¿Qué es una Función? ¿Que entendemos por extremo de una función? ¿Qué significado tiene para ti la derivada? y diferenciar las reglas que se utilizan para determinar la derivada de una función con una variable.

**Tarea 1: Que es una función.**

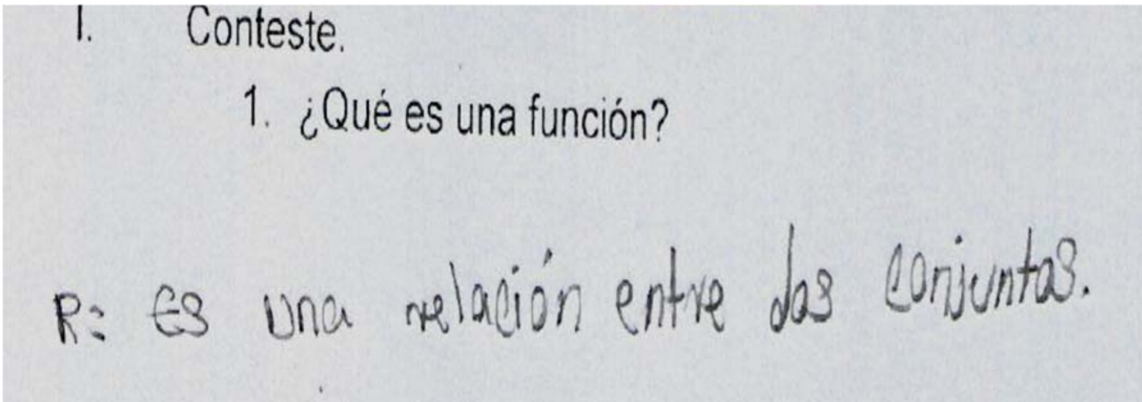
Esta tarea nos permite visualizar como el estudiantado define una función, es decir que recuerdan sobre ella durante su formación en secundaria. De acuerdo a la pregunta se obtuvieron resultados similares a los previstos en el análisis a priori del contenido de la tarea, en el cual se elaboró un listado de las posibles respuestas entre los que se encontró: “una función f de un conjunto D a un conjunto “E” es una correspondencia que se asigna a cada elemento x de D exactamente un elemento y de E”, “una función es un conjunto de pares ordenados de números (x, y) en los que no existen dos pares ordenados diferentes con el mismo primer números.

En relación a esto algunos estudiantes plantearon su definición que no eran del todo correcto pero tampoco eran del todo erróneos, por ejemplo: “Es una relación entre dos conjuntos”, “Es aquella que se hacen en proceso matemático”, “Es depender del primer número acompañado de segundo para sacar el resultado del ejercicio” entre otros. En la tabla 11 se muestran los resultados obtenidos con respecto al grado de corrección y tipo de configuración cognitiva.

Tabla 11: Grado de corrección y tipo de configuración cognitiva

| Grado de corrección | Tarea 1 | | Significado de una función | Tarea 1 F | Tarea 1 % |
|---|---|---|---|---|---|
| | F | % | Es una correspondencia que se asigna a cada elemento de x de D exactamente un elemento de y de E | 3 | 11 |
| | | | Es un conjunto de pares ordenados de números (x,y) en los que no existen dos pares ordenados diferentes con el mismo primer número | 0 | 0 |
| Correcta | 4 | 15 | Dos significados | 0 | 0 |
| Incorrecta | 18 | 67 | Otros | 1 | 4 |
| No respondieron | 5 | 19 | No dan solución | 23 | 85 |
| Totales | 27 | 100 | Total | 27 | 100 |

En la tabla 11 podemos observar los resultados de la tarea 1, en donde los participantes tuvieron dificultades para contestarla, respondiendo correctamente el 15 % de ellos. De los que respondieron correctamente solo 3 estudiante (11%) lo definieron con un solo significado tomando en cuenta una de las definiciones planteada y un estudiante (4%) lo definió de otra manera pero no era errónea; este significado se muestra en la figura 5. Además el 67% de los participantes respondieron incorrectamente y el 19% no respondió la pregunta, debido a que no asimilaron el significado de una función.


I. Conteste.

1. ¿Qué es una función?

R: es una relación entre dos conjuntos.

Figura 5: Otro significado sobre la función por parte de un estudiante.

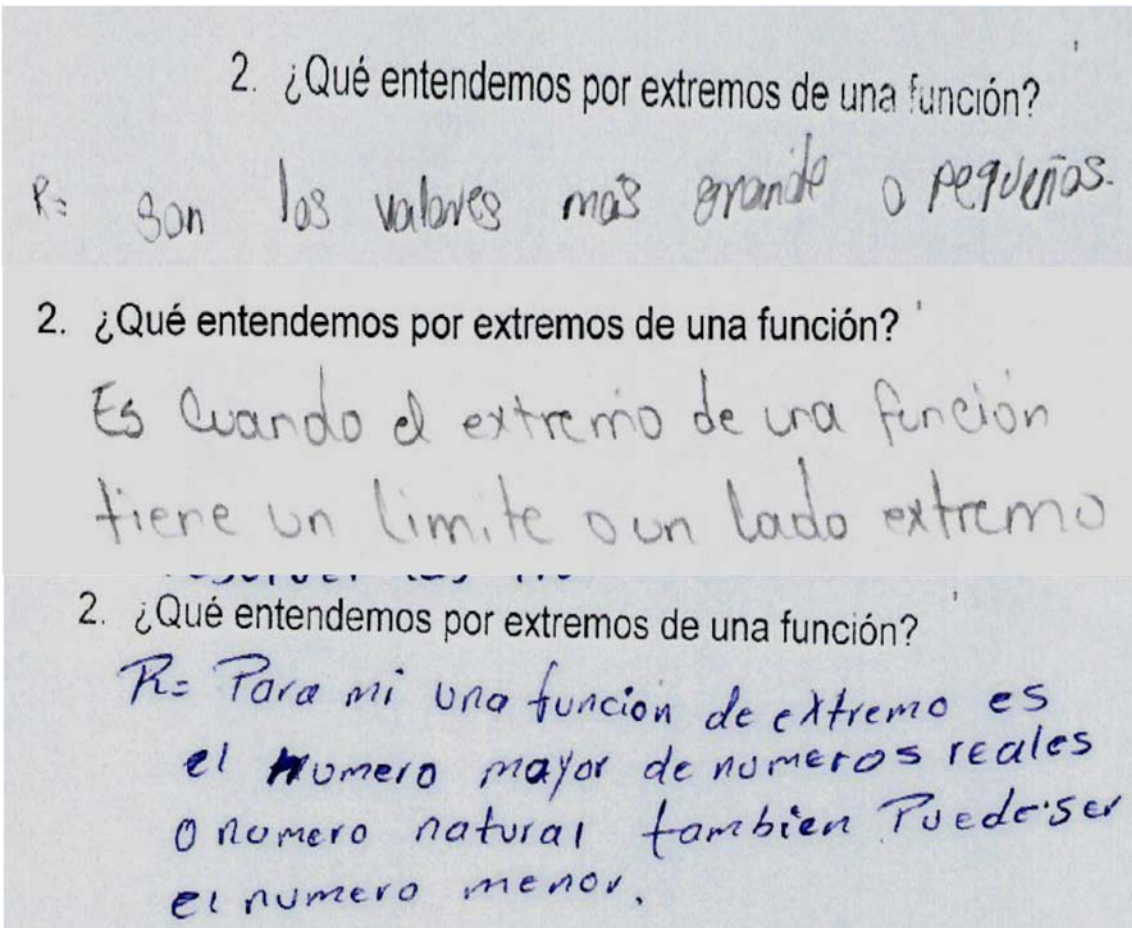
**Tarea 2: Que entendemos por extremos de una función**.

Esta tarea nos permite concebir como el estudiantado entiende por extremo de una función. De acuerdo a la pregunta se obtuvieron resultados similares a los previstos en el análisis a priori del contenido de la tarea, en el cual se elaboró un listado de las posibles respuestas entre los que se encontró: “Los mínimos y máximos de una función en un intervalo son los valores extremos o simplemente extremo, de la función en el intervalo”. De acuerdo a esta definición algunos estudiantes plantearon su definición que no eran del todo correcto pero tampoco eran del todo erróneos, por ejemplo: “son valores más grandes o pequeños de dicha función”, “Son todos los máximo y mínimo de una función”, “Número mayor o número menor” y ”Tener un límite”. En la tabla 12 se muestran los resultados obtenidos con respecto al grado de corrección y tipo de configuración cognitiva.

Tabla 12: Grado de corrección y tipo de configuración cognitiva

| | | | | Tarea 2 | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | Significado de extremo de una función | F | % |
| Grado de corrección | Tarea 2 | | Los mínimos y máximos de una función en un intervalo son los valores extremos o simplemente extremos, de la función en el intervalo. | 4 | 15 |
| | F | % | Otro | 10 | 37 |
| Correcta | 14 | 52 | No dan solución | 13 | 48 |
| Incorrecta | 7 | 26 | Total | 27 | 100 |
| No respondieron | 6 | 22 | | | |
| Totales | 27 | 100 | | | |

En la tabla 12 se observa los resultados de la tarea 2, en el cual los participantes no tuvieron problemas para contestarla, respondiendo correctamente el 52 % de ellos. De los que respondieron correctamente 4 estudiante (15 %) lo definieron tomando en cuenta una de las definiciones planteada y 10 estudiante (37%) lo definió de otra manera pero no era errónea; este significado se muestra en la figura 6. Además el 26% de los participantes respondieron incorrectamente y el 22% no respondió la pregunta, debido a que no asimilaron el significado de extremo de una función.


2. ¿Qué entendemos por extremos de una función?

R: Son los valores más grande o pequeños.

2. ¿Qué entendemos por extremos de una función?

Es cuando el extremo de una funcion tiene un limite o un lado extremo

2. ¿Qué entendemos por extremos de una función?

R= Para mi una funcion de extremo es el numero mayor de numeros reales o numero natural tambien puede ser el numero menor.

Figura 6: Otros significado sobre el extremo de una función por parte del estudiantado.

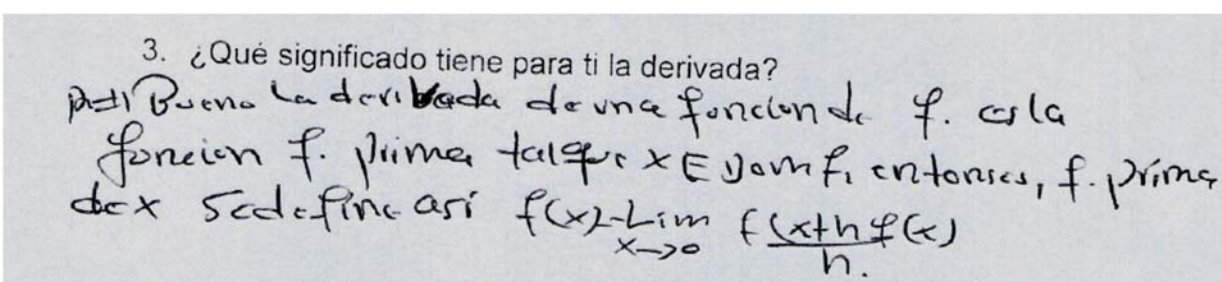
**Tarea 3: Que significado tiene para ti la derivada**.

Esta tarea nos permite conocer como el estudiantado define la derivada de una función. De acuerdo a la pregunta se obtuvieron resultados similares a los previstos en el análisis a priori del contenido de la tarea, en el cual se elaboró un listado de las posibles respuestas entre los que se encontró: “Pendiente de la recta tangente”, “Razón instantánea de cambio”, “Tasa instantánea de variación”. De acuerdo a esta definición algunos estudiantes plantearon su definición que no eran del todo correcto pero tampoco eran del todo erróneos, por ejemplo: “Es la que mide la rapidez con lo que cambia dicha función”, “formula de la derivación a través de límites. En la tabla 13 se muestran los resultados obtenidos con respecto al grado de corrección y tipo de configuración cognitiva.

Tabla 13: Grado de corrección y tipo de configuración cognitiva

| | | | | Tarea 3 | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | Significado de extremo de una función | F | % |
| Grado de corrección | Tarea 3 | | Pendiente de la recta tangente | 0 | 0 |
| | F | % | Razón instantánea de cambio | 1 | 3.7 |
| Correcta | 2 | 7 | Tasa instantánea de variación | 0 | 0 |
| Incorrecta | 17 | 63 | Otro | 1 | 3.7 |
| No respondieron | 8 | 30 | No dan solución | 25 | 92.6 |
| Totales | 27 | 100 | Total | 27 | 100 |

En la tabla 13 se observa los resultados de la tarea 3, en el cual los participantes tuvieron problemas para contestarla, respondiendo correctamente el 7 % de ellos. De los que respondieron correctamente un estudiante (3.7 %) lo definieron tomando en cuenta una de las definiciones planteada y otro estudiante (3.7%) lo definió de otra manera pero no era errónea; este significado se muestra en la figura 7. Además el 63% de los participantes respondieron incorrectamente y el 30% no respondió la pregunta, debido a que no asimilaron el significado de derivada de una función.


3. ¿Qué significado tiene para ti la derivada?

R/ Bueno la derivada de una funcion de f. es la funcion f. prima tal que x ∈ Dom f, entonces, f. prima de x se define así $f(x) = \lim_{x \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Figura 7: Otro significado sobre la derivada de una función por parte de un estudiante.

**Tarea 4: una con una línea cada función con su respectiva derivada e indique la regla utilizada.**

Esta tarea nos permite visualizar como el estudiantado ha interiorizado las reglas para derivar una función. De acuerdo a esta actividad se obtuvieron los resultados previstos en el análisis a priori del contenido de la tarea, en el cual se elaboró un listado de las respuestas entre los que se encontró:

| N° | Funciones | Derivaciones de las funciones | Tipos de reglas aplicadas |
|---|---|---|---|
| 1 | $F(x) = X^2$ | $F'(x)= - 4 / x^{-3}$ | Regla de la potencia |
| 2 | $F(x)= 2 / x^2$ | $F'(x) -5x^2+4x +5 / (x^2 + 1)^2$ | Regla del cociente |
| 3 | $F(x)= (x + 2)^3$ | $F'(x)= -24x^2 + 4x + 15$ | Regla de la cadena |
| 4 | $F(x) = x^3 – 4x + 5$ | $F'(x)= 3(x + 2)^2$ | Regla de la suma y diferencia |
| 5 | $F(x)= (3x – 2x^2)(5 + 4x)$ | $F'(x)= 3x^2 -4$ | Regla del producto |
| 6 | $F(x) = 5x-2/ x^2 +1$ | $F'(x)= 2x$ | Regla del cociente |

En relación a esto algunos estudiantes plantearon sus respuestas, tal como se muestra en la tabla 14 los resultados obtenidos con respecto al grado de corrección y tipo de configuración cognitiva.

Tabla 14: Grado de corrección y tipo de configuración cognitiva

| Grado de corrección | Tarea 4 F | Tarea 4 % |
|---|---|---|
| Todas Correctas | 11 | 40.8 |
| Tres correctas | 5 | 18.5 |
| Cuatro correctas | 8 | 29.6 |
| Todas Incorrecta | 1 | 3.7 |
| No respondieron | 2 | 7.4 |
| Totales | 27 | 100 |

| Reglas de las derivadas aplicadas | Tarea 4 F | Tarea 4 % |
|---|---|---|
| Regla de la potencia | 1 | 3.7 |
| Regla de la suma y diferencia | 1 | 3.7 |
| Regla del producto | 1 | 3.7 |
| Regla del cociente | 0 | 0 |
| Regla de la cadena | 0 | 0 |
| No dan solución | 25 | 92.5 |

En la tabla 14 podemos observar los resultados de la tarea 4, en donde los participantes no tuvieron dificultades para unir las funciones con su respectiva derivada, uniendo con una línea todas las funciones con su derivada correctamente fue de 40.8 % de ellos. Además el 18.5 % unió correctamente tres funciones y el 29.6 % unió cuatro funciones correctamente. También se muestra que un estudiante unió incorrectamente todas las funciones y dos no realizaron esta actividad, debido a que no asimilaron las diferentes reglas de derivación de una función.

De igual manera se les pregunto qué tipo de regla se utilizó en cada ejercicio de las cuales se obtuvieron los siguientes resultados: un estudiante que equivale al 3.7 % logro identificar una de las reglas (Regla de la potencia, regla de la suma y diferencia y regla del producto). Este resultado nos permite concluir que el estudiantado no ha asimilado las reglas de derivación de una función y no logro identificarlo en los ejercicios planteado.

Posteriormente se les aplico una prueba final con el objetivo que el estudiantado resolviera tres problemas de aplicación de las derivada en el ámbito profesional o sea aplicado a la carrera de ingeniería agroforestal, dicha actividad esta enmarca en la aplicación de la primera derivada y la segunda derivada, además el estudiantado aplicó la definición de los extremos para la determinación del valor máximo y mínimo de una función.

**Con referencia a lo anterior el estudiantado resolvió tres problemas en la prueba final obteniendo los siguientes resultados:**

**Problema 1:** El número total de bacterias (en miles) presentes en un cultivo después de t horas viene dado por $N(t) = 2t(t-10)^2 + 50$.

1) Calcula la función derivada.
2) Durante las 10 primeras horas, ¿en qué instante se alcanza la población máxima y la mínima?

El problema 1 proporciona la función con la cual el estudiantado va determinar la función derivada, por tanto permitirá constatar si aplica correctamente las reglas de derivación y logra visualizar la importancia de las derivadas en el campo agroforestal, además que recordara algunos conceptos básicos de la matemática que estudiaron durante su formación en secundaria. De acuerdo al problema se obtuvieron resultados similares a los previstos en el análisis a priori de la resolución del problema, en el cual se resolvió de manera algorítmica y utilizando el enfoque ontosemiótico, tal como se muestra en la instrucción matemática. En relación a esto algunos estudiantes resolvieron el problema que no era del todo correcto pero tampoco eran del todo erróneos, aunque algunos están incorrectos. En la tabla 15 se muestran los resultados obtenidos con respecto al grado de corrección y tipo de configuración cognitiva.

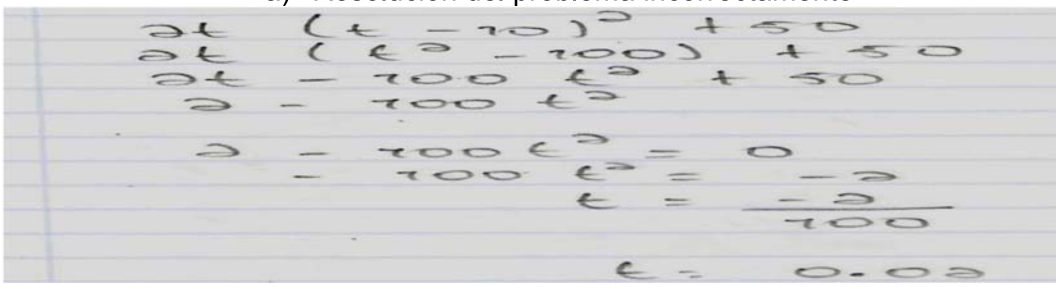
Tabla 15: Grado de corrección y tipo de configuración cognitiva

| | | | | Problema 1 | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | Significado del problema | F | % |
| Grado de corrección | Problema 1 | | Binomio al cuadrado | 0 | 0 |
| | F | % | Multiplicación de expresiones algebraica | 2 | 7.4 |
| Correcta | 0 | 0 | Función derivada | 2 | 7.4 |
| Parcialmente correcta | 10 | 37 | Factorización de un trinomio | 2 | 7.4 |
| Incorrecta | 4 | 15 | Despeje de las variables | 10 | 37 |
| No respondieron | 13 | 48 | Un valor de “t” | 12 | 44.4 |
| Totales | 27 | 100 | Dos valores “t” | 2 | 7.4 |
| | | | Aplicación de la segunda derivada | 8 | 30 |
| | | | Aplicación de las reglas del mínimo y máximo | 0 | 0 |
| | | | No dan solución | 17 | 63 |

En la tabla 15 podemos observar los resultados del problema 1, en donde los participantes tuvieron dificultades para resolver el problema. Solamente el 37% de ellos lo resolvió parcialmente correcto. El 15% lo resolvió pero incorrectamente y el 48% no realizó el problema, debido a que no asimilaron el significado de la primera y segunda derivada.

Además se constató que el estudiantado no pudo resolver el caso de producto notable (binomio de un cuadrado) y no aplico la regla del mínimo y máximo de la segunda derivada. De igual manera se observa que el 44.4% determino un valor de “t” y el 7.4% logro encontrar la función derivada, factorizar el trinomio y los dos valores de la función derivada. También podemos destacar aunque la función derivada era incorrecta lograron despejar la variable el 37% de ellos y el 30% aplicó la segunda derivada. Estos significados se muestran en las siguientes figura 8.

a) Resolución del problema incorrectamente



$2t\ (t-10)^2 + 50$

$2t\ (t^2 - 100) + 50$

$2t - 100\ t^2 + 50$

$2 - 100\ t^2$

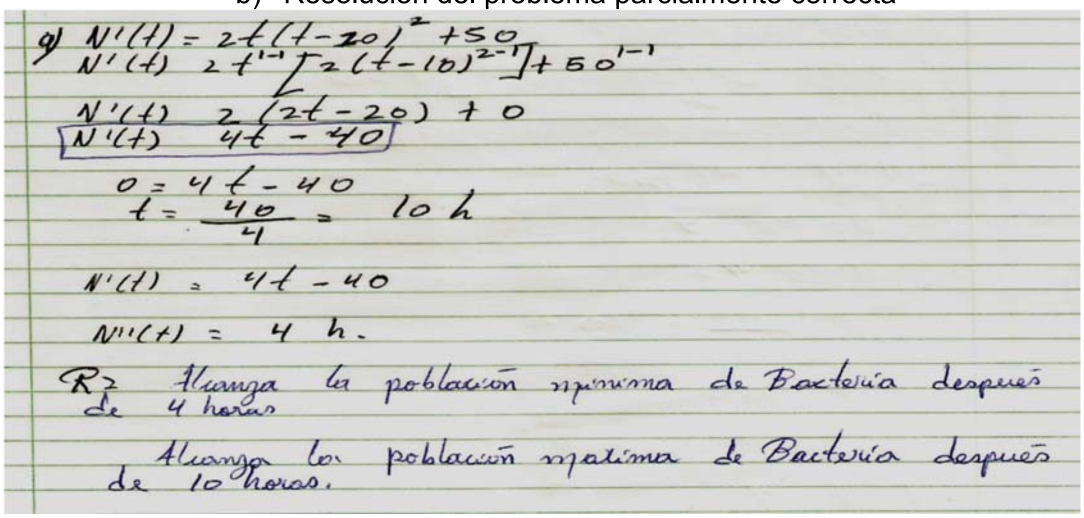
$2 - 100\ t^2 = 0$

$-100\ t^2 = -2$

$t = \frac{-2}{100}$

$t = 0.02$

b) Resolución del problema parcialmente correcta



a) $N'(t) = 2t(t-20)^2 + 50$

$N'(t)\ \ 2t^{1-1}[2(t-10)^{2-1}] + 50^{1-1}$

$N'(t)\ \ 2(2t-20) + 0$

$\boxed{N'(t)\ \ 4t - 40}$

$0 = 4t - 40$

$t = \frac{40}{4} = 10\ h$

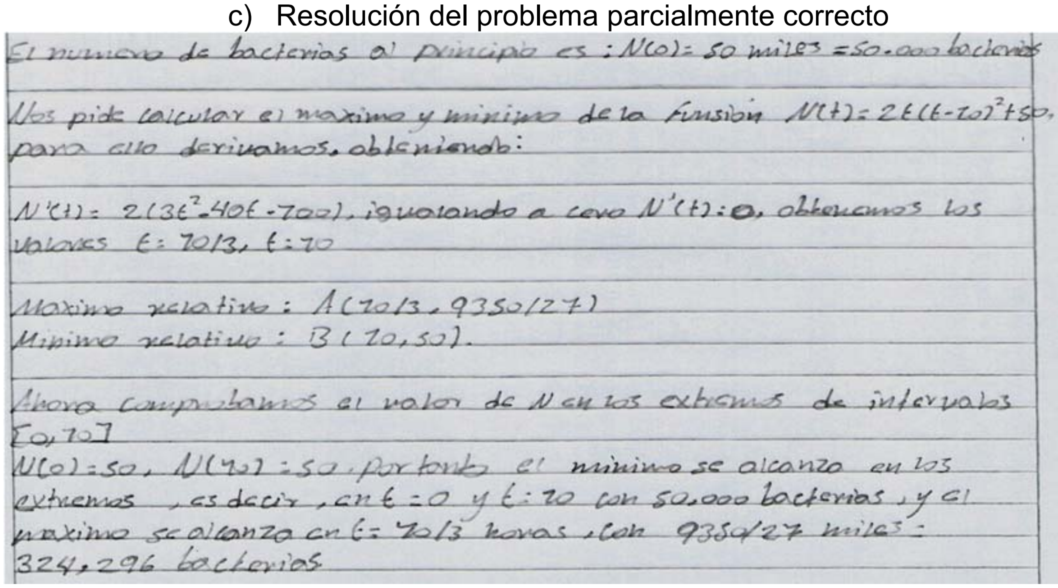
$N'(t) = 4t - 40$

$N''(t) = 4\ h.$

R: Alcanza la población mínima de Bacteria después de 4 horas

Alcanza la población máxima de Bacteria después de 10 horas.

c) Resolución del problema parcialmente correcto



El numero de bacterias al principio es : $N(0) = 50$ miles $= 50.000$ bacterias

Nos pide calcular el maximo y minimo de la funsión $N(t) = 2t(t-10)^2 + 50$, para ello derivamos, obteniendo:

$N'(t) = 2(3t^2 - 40t - 100)$, igualando a cero $N'(t) = 0$, obtenemos los valores $t = 10/3$, $t = 10$

Maximo relativo : $A(10/3, 9350/27)$

Minimo relativo : $B(10, 50)$.

Ahora comprobamos el valor de N en los extremos de intervalos $[0, 10]$

$N(0) = 50$, $N(10) = 50$, por tanto el minimo se alcanzo en los extremos, es decir, en $t = 0$ y $t = 10$ con 50.000 bacterias, y el maximo se alcanzo en $t = 10/3$ horas, con $9350/27$ miles $=$ 324,296 bacterias

Figura 8: Resultado de algunas de las pruebas por parte de los estudiantes

Además, se observa en la figura 8 que los estudiantes no justifican el uso de los elementos lingüísticos, conceptos, proposiciones y procedimientos utilizados en su solución, o sea no hicieron uso del enfoque ontosemiótico, sino que solamente lo resuelven algorítmicamente siguiendo el proceso que les han enseñado desde la educación primaria, secundaria y aun en la universidad.

**Problema 2:** Un cosechero calcula que si la recogida de la fruta se realiza hoy, obtendría una cosecha de 120 hectolitros de fruta que podría vender a C$2.500 cada hectolitro. Calcula también que si espera t semanas, la cosecha aumentaría a razón de 20 hectolitros cada semana, aunque a cambio el precio del hectolitro disminuiría en C$250 cada semana. ¿Cuándo debe recolectar para obtener la máxima ganancia, y cuál es esa ganancia máxima?

El problema 2 tiene una mayor complejidad, ya que no proporciona la función, por tanto el estudiantado debe de plantearla, determinar la función derivada, y aplicar correctamente las reglas de derivación, además les permitió visualizar el enfoque de las derivadas en el campo agroforestal. No obstante la resolución del problema les hace recordar algunos conceptos básicos de la matemática que estudiaron durante su formación en secundaria. De acuerdo al problema se obtuvieron resultados similares a los previstos en el análisis a priori de la resolución del problema, en el cual se resolvió de manera algorítmica y utilizando el enfoque ontosemiótico, tal como se muestra en la instrucción matemática. En relación a esto los estudiantes resolvieron el problema que no era del todo correcto pero tampoco eran del todo erróneos, aunque algunos están incorrectos. En la tabla 16 se muestran los resultados obtenidos con respecto al grado de corrección y tipo de configuración cognitiva.

Tabla 16: Grado de corrección y tipo de configuración cognitiva

| Problema 2 | | |
|---|---|---|
| Grado de corrección | Fr | % |
| Correcta | 0 | 0 |
| Parcialmente correcta | 0 | 0 |
| Incorrecta | 27 | 100 |
| No respondieron | 0 | 0 |
| Totales | 27 | 100 |

| | Problema 2 | | |
|---|---|---|---|
| Significado del problema | C | Inc | % |
| Extracción de los datos | 20 | 0 | 74 |
| Planteamiento de la función | 0 | 27 | 0 |
| Multiplicación de expresiones algebraica | 27 | 0 | 100 |
| Primera derivada | 21 | 6 | 78 |
| Despeje de las variable | 27 | 0 | 100 |
| Aplicación de la segunda derivada | 3 | 0 | 11 |
| Aplicación de las reglas del mínimo y máximo | 0 | 0 | 0 |

En la tabla 16 podemos observar los resultados del problema 2, en donde los participantes tuvieron dificultades para resolver el problema. El 100% de ellos lo resolvió incorrectamente, debido a que no pudieron plantear correctamente la función. Además en la configuración cognitiva podemos observar que el 74% logró extraer los datos del problema, pero no plantearon correctamente la expresión matemática o función, por esta razón el estudiantado determino una solución incorrecta. De igual manera permite valorar el proceso que desarrollaron los estudiantes en la resolución del problema de las cuales se mencionan que el 100% multiplico y despejo correctamente las expresiones algebraicas, aunque la función derivada era incorrecta lograron despejar la variable el 37% de ellos, el 78% realizó la primera derivada y el 11% aplico la segunda derivada. Estos significados se muestran en las siguientes figura 9.

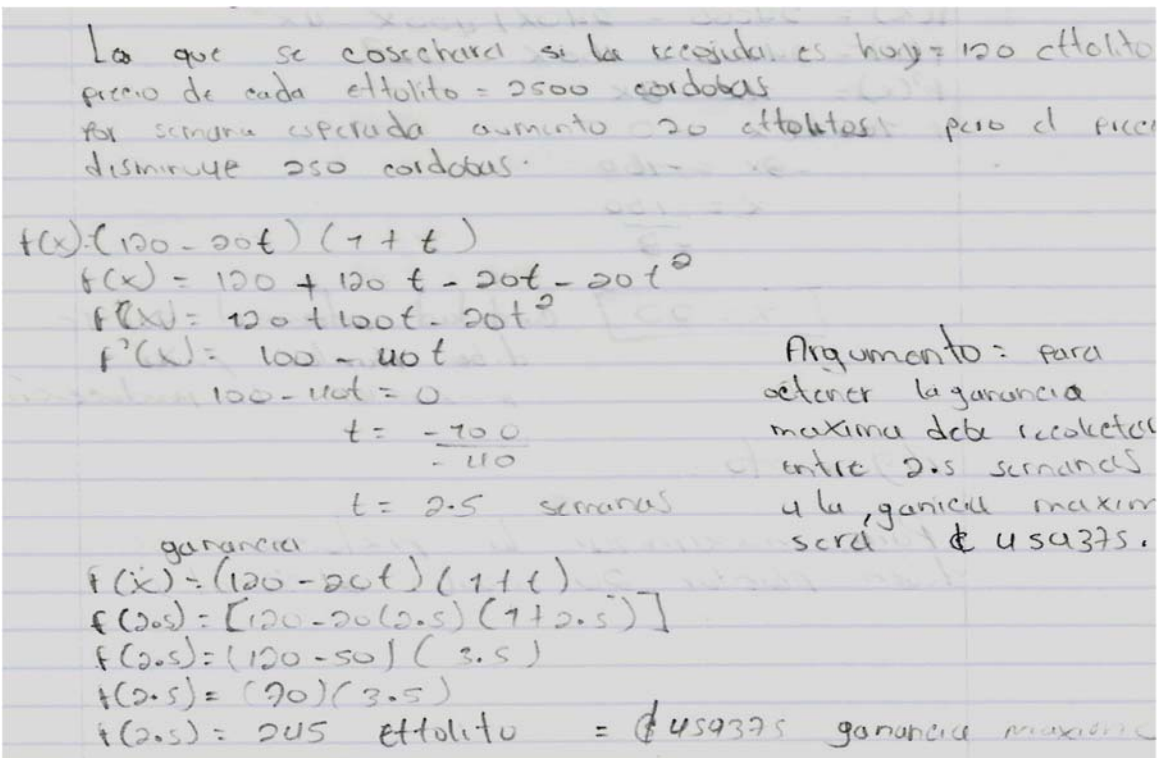



Figura 9: Significado sobre el problema 2 por parte de un estudiante.

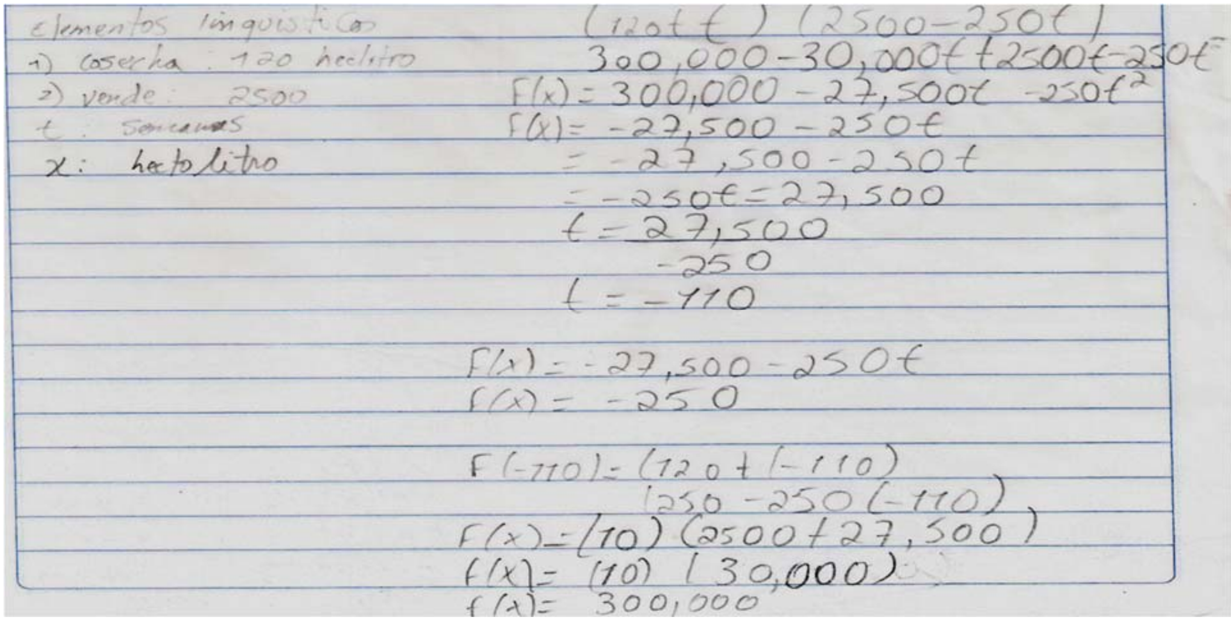



Figura 10: Significado sobre el problema 2 por parte de otro estudiante.

En las figuras 9 y 10 se observa que los estudiantes hacen el planteamiento del problema, pero al traducir el lenguaje común al lenguaje algebraico no logran expresarlo correctamente con las condiciones planteadas en el problema, por lo cual la expresión algebraica es incorrecta por ende la solución del problema es incorrecta. Además en la figura 10 se demuestra que el estudiante aplica la primera derivada de manera incorrecta y la segunda derivada lo hace correctamente, esto nos permite manifestar los diferentes errores que cometen los estudiantes en el desarrollo del problema.

**Problema 3:** Un cultivados de frutas cítricas estima que, si se plantan 60 naranjos, cada árbol producirá un promedio de 400 naranjas. La producción media por árbol disminuirá en 4 unidades de la fruta por cada planta adicional que se tenga en el área. Calcula la cantidad total de árboles que el cultivador debería plantar para maximizar la producción.

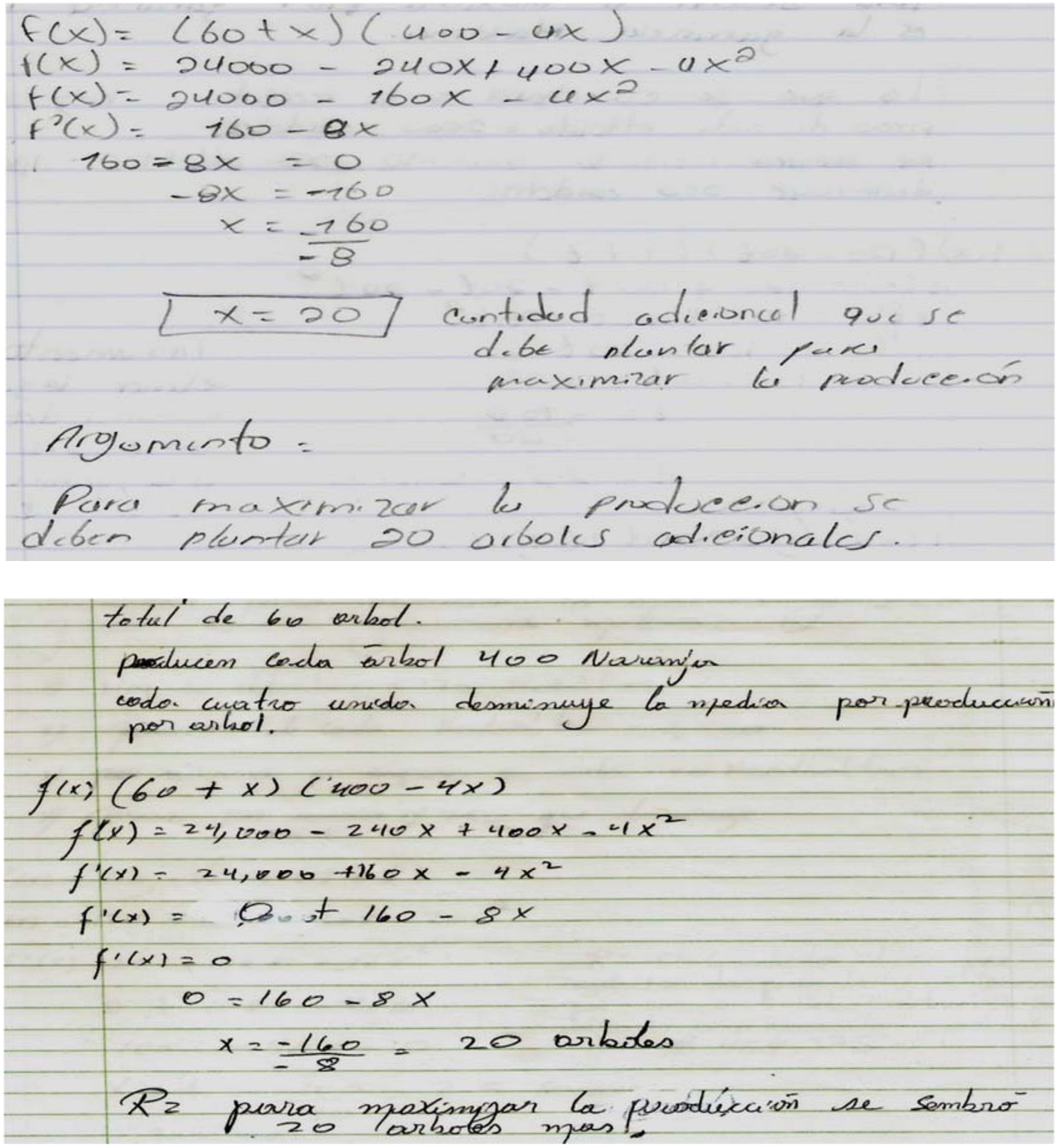
El problema 3 tiene la misma complejidad del problema 2, ya que no proporciona la función, por tanto el estudiantado debe de plantearla, determinar la función derivada, y aplicar correctamente las reglas de derivación, además les permitió visualizar el enfoque de las derivadas en el campo agroforestal. No obstante la resolución del problema les hace recordar algunos conceptos básicos de la matemática que estudiaron durante su formación en secundaria. De acuerdo al problema se obtuvieron resultados similares a los previstos en el análisis a priori de la resolución del problema, en el cual se resolvió de manera algorítmica y utilizando el enfoque ontosemiótico, tal como se muestra en la instrucción matemática. En relación a esto los estudiantes resolvieron el problema sin ninguna dificultad, aunque algunos no aplicaron la segunda derivado, sino que argumentaron en su respuesta la máxima plantación que debía plantar el cultivador para obtener una producción máxima. En la tabla 17 se muestran los resultados obtenidos con respecto al grado de corrección y tipo de configuración cognitiva.

Tabla 17: Grado de corrección y tipo de configuración cognitiva

| | | | Problema 3 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | Significado del problema | C | % |
| Problema 3 | | | Extracción de los datos | 6 | 22.2 |
| Grado de corrección | F | % | Planteamiento de la función | 27 | 100 |
| Correcta | 27 | 100 | Multiplicación de expresiones algebraica | 27 | 100 |
| Parcialmente correcta | 0 | 0 | Primera derivada | 27 | 100 |
| Incorrecta | 0 | 0 | Despeje de las variables | 27 | 100 |
| No respondieron | 0 | 0 | Aplicación de la segunda derivada | 0 | 0 |
| Totales | 27 | 100 | Aplicación de las reglas del mínimo y máximo | 27 | 100 |

En la tabla 17 se observa los resultados del problema 3, en donde los participantes no tuvieron dificultades para resolver el problema. El 100% de ellos lo resolvió, debido a que plantearon correctamente la función.

Además en la configuración cognitiva podemos observar que el 22.2% logró extraer los datos del problema.  De igual manera permite valorar el proceso que desarrollaron los estudiantes en la resolución del problema de las cuales se mencionan que el 100% del estudiantado realizaron el planteamiento de la función, multiplicación de expresiones algebraicas, aplicaron la primera derivada, despejaron la ecuación y argumentaron que el valor encontrado era el máximo de árbol que se debía de sembrar adicionalmente para tener una máxima producción. Cabe mencionar que el 100% de los estudiantes no aplico la segunda derivada. Estos significados se muestran en las siguientes figura 11.


$f(x) = (60 + x)(400 - 4x)$
$f(x) = 24000 - 240x + 400x - 4x^2$
$f(x) = 24000 - 160x - 4x^2$
$f'(x) = 160 - 8x$
$160 - 8x = 0$
$-8x = -160$
$x = \frac{-160}{-8}$
$\boxed{x = 20}$ cantidad adicional que se debe plantar para maximizar la producción

Argumento:

Para maximizar la produccion se deben plantar 20 arboles adicionales.

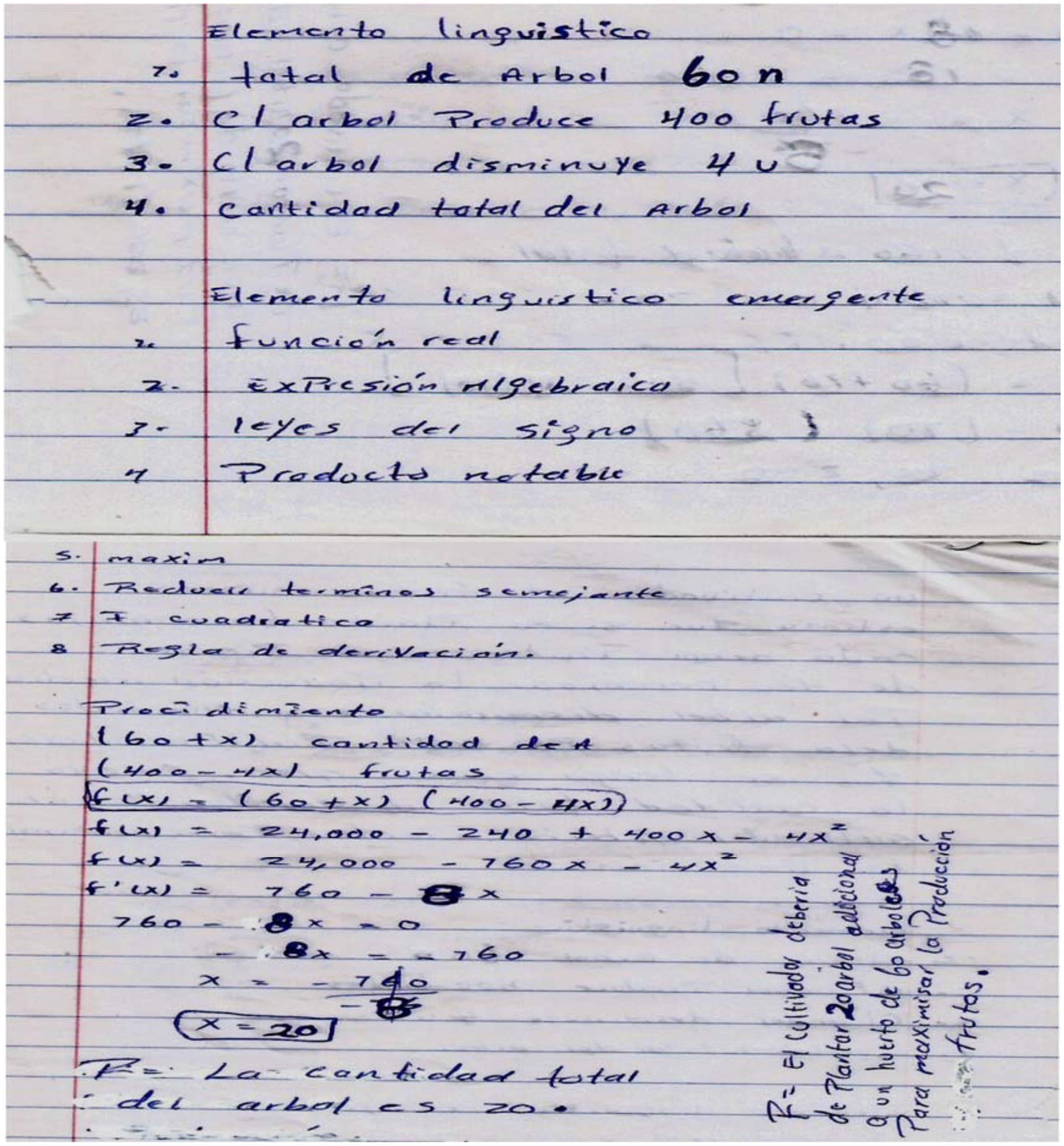
total de 60 arbol.
producen cada arbol 400 Naranja
cada cuatro unidad desminuye la media por produccion por arbol.

$f(x)\ (60 + x)(400 - 4x)$
$f(x) = 24,000 - 240x + 400x - 4x^2$
$f'(x) = 24,000 + 160x - 4x^2$
$f'(x) = 0 + 160 - 8x$
$f'(x) = 0$
$0 = 160 - 8x$
$x = \frac{-160}{-8} = 20$ arboles

R= para maximizar la produccion se sembró 20 arboles mas!

Figura 11: Significado sobre el problema 3 por parte de un estudiante.

En la figura 11 se observa que los estudiantes resuelve el problema 3 sin ninguna dificultad, pero no emplean la configuración epistémica en su resolución, sino que lo hacen de manera algorítmica sin demostrar el lenguajes lingüístico, los conceptos, propiedades y argumentos que se utilizan para desarrollar el problema.


Elemento linguistico
1. total de Arbol 60 n
2. el arbol Produce 400 frutas
3. el arbol disminuye 4 u
4. cantidad total del Arbol

Elemento linguistico emergente
1. función real
2. exPresión Algebraica
3. leyes del signo
4. Producto notable
5. maxim
6. Reducir terminos semejante
7. F cuadratico
8. Regla de derivación.

Procedimiento
(60 + x) cantidad de A
(400 − 4x) frutas
$\boxed{f(x) = (60 + x)(400 - 4x)}$
$f(x) = 24{,}000 - 240 + 400x - 4x^2$
$f(x) = 24{,}000 - 760x - 4x^2$
$f'(x) = 760 - 8x$
$760 - 8x = 0$
$-8x = -760$
$x = \frac{-760}{-8}$
$\boxed{x = 20}$
R= La cantidad total del arbol es 20.

R= El cultivador deberia de Plantar 20 arbol adicional a un huerto de 60 arboles para maximisar la Produccion frutas.

Figura 12: Significado del problema 3 por parte de un estudiante.

En la figura 12 se demuestra que un estudiante de los 27 resuelve el problema 3 haciendo uso de la configuración epistémica, esto nos permite evidenciar que la instrucción matemática incide en el mejoramiento y comprensión de las matemática, pero hay implementar este enfoque en todos los contenidos para lograr las competencias u objetivos planteados en los planes de estudios.

De acuerdo a los resultados, se destaca que la evaluación de las prácticas matemáticas realizadas por el estudiantado permite una caracterización de los conocimientos personales en cada una de las facetas epistémicas, esto permitió la identificación de los objetos matemático que utilizaron para la resolución de cada una de las tareas asignadas.

Dicha proceso ha permitido explorar la pertinencia del vínculo entre las configuraciones cognitivas y el conocimiento didáctico-matemático requerido para la enseñanza, concretamente, el referente a la faceta epistémica. El uso e identificación de objetos matemáticos primarios (elementos lingüísticos, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos), sus significados y los procesos involucrados en la solución de tareas matemáticas, son la base de los procesos de enseñanza y aprendizaje, y por tanto, actividades para promover la identificación de dichos procesos de significación son importantes en la formación del estudiantado.

## VIII. Conclusiones

La presente investigación se centró en el diseño y aplicación de una instrucción desde el enfoque ontosemiótico en las aplicaciones de las derivadas con los estudiantes de ingeniería agroforestal. En particular, se ha valorado el conocimiento cognitivo y afectivo del estudiantado al momento de resolver situaciones didácticas sobre la derivada en el contexto de la ingeniería agroforestal. En la literatura se expresan los constructos teóricos del enfoque ontológico y ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, Batanero y Font, 2008), así como, la noción de trayectorias didácticas con la finalidad de contribuir al análisis e implementación de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Desde esta perspectiva se presentan las principales conclusiones:

Se diseñó un proceso de instrucción como herramienta que permite al docente abordar la temática sobre las aplicaciones de las derivadas en la que se proponen estrategias metodológicas que favorezcan un mejor aprendizaje. El enfoque ontosemiótico proporciona hacer un análisis en profundidad, de las tareas realizadas por el estudiantado, dando cuenta de la complejidad del objeto matemático en estudio (lingüístico, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos). Además permite obtener diferentes formas de desarrollar un problema por parte del estudiantado. La implementación del proceso de instrucción describe la importancia que tiene el proceso de instrucción por parte del docente, así como el proceso de integración del discente en las diferentes etapas de proceso de su aprendizaje, así mismo se detallan en la trayectoria mediacional los recursos didácticos que se utilizaron en el proceso de aplicación de la instrucción.

Los estudiantes asumen una actitud positiva hacia las matemáticas, su media se ubica en la puntuación 81,21 entre el intervalo de 25 a 125 puntos, ya que consideran que son primordiales para resolver problemas relacionados a su campo profesional, Además, se determinaron cada uno de los factores que componen la escala de actitud hacia las matemáticas, obteniendo que el factor agrado tienen tendencia indiferentes según el estudiantado, lo cual ubica la media en 11,82 entre el intervalo de 4 a 20 puntos, también se presenta un grado de ansiedad relativamente bajo, ya que su media es 26,50 entre el intervalo de 9 a 45 puntos; en el factor utilidad se considera que tiene una utilidad favorable ubicando la media en 21,32 entre el intervalo de 6 a 30 puntos; la motivación de los discentes tiende a ser favorable ya que su media es 10,21 entre el intervalo de 3 a 15 puntos y también se considera que el factor confianza es propicio y su media es de 11,35 entre las puntuaciones de 3 a 15.

Se analizó el proceso de instrucción sobre las aplicaciones de las derivadas desde la configuración ontosemiótico, en la evaluación inicial se logró constatar que 67% de los estudiantes no manejan conceptos sobre función, y que solamente un 11% tiene dominio sobre el concepto, en cuanto a lo que se entiende por extremo solamente el 7% respondió correctamente a esta actividad. Además 40.8% de los estudiantes identificaron correctamente la derivada de la función, sin embargo no pudieron escribir la regla que se aplicó en el proceso de derivación, los estudiantes presentaron dificultades al pasar del lenguaje natural a un lenguaje matemático, así también se evidencio dificultades en donde el estudiantado no logra identificar las reglas de derivación, no aplica correctamente los productos notables, no aplica las reglas de máximo y mínimo, y no hacen uso de los elementos de la configuración epistémica (Lingüístico, conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentos). De acuerdo a lo ante expuesto se considera que el estudiantado manifiesta un obstáculo cognitivo sobre las derivadas y sus aplicaciones en el campo de la ingeniería agroforestal.

Al aplicar el estadístico no paramétrico prueba de Wilcoxon de los rangos con signos para muestras relacionada aplicada a las pruebas (Prueba Inicial y Prueba Final) se obtuvo un valor de significancia $p=0.000$, donde $p<0.05$, por lo tanto existe evidencia estadísticamente significativa para rechazar la hipótesis nula (La mediana de las diferencias entre la prueba inicial y prueba final es igual a cero), por consiguiente, podemos afirmar que las mediana de las diferencias entre las prueba inicial y la prueba final es diferente de cero. Por tanto, el proceso de instrucción sobre las aplicaciones de las derivadas desde una perspectiva ontosemiótico en el contexto de la Ingeniería Agroforestal mejora la comprensión y rendimiento académico en el estudiantado.

## IX. Recomendaciones

Esta investigación se centró en analizar desde un enfoque ontosemiótico el proceso de instrucción en aplicaciones de la derivada con estudiantes de Ingeniería Agroforestal. En este sentido, esta investigación aporta un modelo de diseño y análisis en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, partiendo de las trayectorias didácticas y su relación con el aprendizaje de las matemáticas. Por lo tanto, a continuación, se recomienda:

- A los docentes utilizar el proceso de instrucción matemática como herramienta metodológica que permita mejor la comprensión del objeto matemático en estudio.
- Este enfoque contribuye a valorar el conocimiento cognitivo que el estudiantado utiliza para la resolución de problemas de derivadas en el contexto de la ingeniería agroforestal.
- Tener en cuenta que al desarrollar los contenidos debe de partirse siempre de los elementos como la parte lingüística, conceptos, proposiciones que puedan ser aplicados en diferentes situaciones de aprendizaje.
- Es necesario que como docente se tenga presente lo afectivo y motivacional que ha de garantizar un mejor nivel de agrado y actitud positiva hacia las matemáticas.

- Implementar y validar la instrucción sobre la derivada que permitan dar aportes didácticos que puedan ayudar a mejorar la comprensión de las aplicaciones de las derivadas.
- Aplicar tecnología (software matemático) como una herramienta que facilite el aprendizaje.
- La instrucción matemática es un modelo que se puede adoptar a otros contenidos matemático con el propósito que el docente y estudiantes logren la comprensión del objeto matemático estudiado.

En definitiva, el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, los diseños didácticos suponen proponer un conjunto de actividades y tareas que orientan las experiencias en las que participan los estudiantes, teniendo como referentes generales la diversidad y la incorporación de tecnologías accesibles. Así, se debe seleccionar, organizar y planificar las experiencias de aprendizaje necesarias para que una persona aprenda y, en particular, para que un estudiante en un contexto de diversidad adquiera el conocimiento matemático.

## X. Lista de referencias


Baccelli, S., Anchorena, S., Figueroa, S. y Prieto, G. (2011). Análisis De Un Problema De Optimización Desde El Enfoque Ontosemiótico. Revista de Educación Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina, Disponible en https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10189/10841

Bisquerra, R. (2012). Metodología de la Investigación Educativa. Madrid: La Muralla.

Coll, C. & Colomina, R. (1991). *Interacción entre alumnos y aprendizaje escolar*. En C. Coll, J. Palacios, & A. Marchesi (Eds.). *Desarrollo psicológico y educación, II, Psicología de la Educación (335-352).* Madrid: Alianza Editorial.

Faerna, A. M. (1996). Introducción a la teoría pragmatista del conocimiento. Madrid: Siglo XXI.

Flores, W., O., & López-Mairena, E. (2016). Recursos didácticos y tecnológicos para la enseñanza de la integral definida en el modelo de Universidad Comunitaria Intercultural. Ciencia e Interculturalidad, 18(1), 63-78.

Flores, W., O. (2015a). *La formación de profesores de matemática desde el ámbito de la universidad comunitaria intercultural*. *Ciencia e Interculturalidad, 16(1), 32-53.*

Flores, W., O. (2015b). *Actitudes hacia las matemáticas en la enseñanza universitaria y su relación con las variables género y etnia*. Profesorado: Revista de currículum y formación del profesorado.

Flores, W., O. (2016). *Análisis ontosemiótico en los procesos de resolución de problemas matemáticos por estudiantes universitarios*. Bilbao: Universidad de Deusto.

Flores, W., O. (2017). Sistema de evaluación de los aprendizajes desde la pedagogía intercultural. Managua: URACCAN.

Flores, W., O., & Auzmendi, E. (2015). *Análisis de la estructura factorial de una escala de actitud hacia las matemáticas.* Aula de Encuentro, nº 17, (1). 45-77

Font, V. (2005). Una aproximación ontosemiótica a la didáctica de la derivada. Universitat de Barcelona.

Gil, D., Sáiz, M., Cavanzo, A., León, O., Medina, R., Bonilla, M., Romero, J., Correal, M., Flores, W., O., Rojas, N., Peralta, M., Baca, J., Ávila, C., & Márquez, A. (2013). *Una experiencia de construcción de recursos educativos abiertos, para la formación de profesores de matemáticas en contexto diversidad en el proyecto ALTER-NATIVA.* En A. Moreira, L. Bengochea, & J. Hilera (Eds.). *Congreso Internacional para una formación virtual accesible y de calidad (170-177).* Lisboa: Universidad de Lisboa.

Godino, J. D. (2002) Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. Recherches en Didactiques des Mathematiques.

Godino, J. D. (2003). Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en Internet: http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_tfs.htm.

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de temáticas. Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, v. 20.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Recherches en Didactique des Mathématiques.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007) El enfoque ontosemiótico de la investigación en la educación matemática. Educación Matemática, 39 (1), 127-135.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2009) Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática.Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en Internet: URL: http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm

Godino, J. D., Batanero, C. y Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. Educational Studies in Mathematics.

Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. (2008). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Versión ampliada del artículo: Godino, J.D., Batanero, C. & Font, V. (2007). The Onto-Semiotic Approach to Research in Mathematics Education, ZDM-The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), 127-135. Disponible en: http://www.ugr.es/local/jgodino.

Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. Recherches en Didactiques des Mathematiques

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2010). Metodología de la Investigación. México: McGraw-Hill.

León, O., Bonilla, M., Romero, J., Gil, D., Correal, M., Ávila, C., C., Bacca, J., Cavanzo, A., Guevara, C., Sáiz, M., García, R., Saíz, E., Rojas, N., Peralta, M., Flores, W., O., & Márquez, H. (2014). *Referentes Curriculares con Incorporación de Tecnologías para la Formación del Profesorado de Matemática en y para la Diversidad.* Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

León, O., Medina, R., Sáiz, M., Bonilla, M., Romero, J., Gil, D., Correal, M., Flores, W., O., Rojas, N., Peralta, M., Cavanzo, A., Baca, J., Ávila, C., & Márquez, A. (2013). *Relaciones entre "Diseño para Todos" y "Diseño con Todos" en*

*Formación de Profesores de Matemáticas*. En A. Moreira, L. Bengochea, & J. Hilera (Eds.). *Congreso Internacional para una formación virtual accesible y de calidad (162-169).* Lisboa: Universidad de Lisboa.

Pino-Fan L, Godino J & Font V, (2013). Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada. REVEMAT. eISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 08, Ed. Especial (dez.), p. 1-47.

Pino-Fan, L. (2013). Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico – matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada. Tesis doctoral, Universidad de Granada, España.

Stake, R. (1999). Investigación con estudio de caso. Madrid: Morata.

URACCAN (2014). *Plan Estratégico Institucional 2015-2019.* Nicaragua: URACCAN.

Wenger, E. (2001). *Comunidades de Práctica. Aprendizaje, significado e identidad.* Buenos Aires: Paidós.

Wilhelmi, M. R., Lacasta, E. y Godino, J. D. (2007). Configuraciones epistémicas asociadas a la noción de igualdad de números reales. Recherches en Didactique des Mathematiques, 27 (1), 77-120.

# XI. Anexo

**Anexo 1**

Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense
URACCAN

# Instrucción Matemática sobre las aplicaciones de la derivada en el contexto de la Ingeniería Agroforestal

Autores:
Lic. Ernesto Vanegas Sevilla
Lic. Yahaira Bermúdez Vargas

Tutor:
Dr. William Oswaldo Flores López

Nueva Guinea, Septiembre 2017

**Objetivo General**

Aplicar la Instrucción Matemática desde un enfoque ontosemiótico en el proceso enseñanza aprendizaje sobre las aplicaciones de las derivadas en el campo de la ingeniería agroforestal, como una herramienta que facilite el aprendizaje significativo en los estudiante del primer año de la carrera de ingeniería agroforestal.

**Objetivo Específicos**

- ✓ Implementar la tipología de objetos Matemáticos primario como estrategias para la enseñanza de las aplicaciones de las derivadas a los estudiantes de Ingeniería Agroforestal.

- ✓ Hacer uso de softwares de aplicación para la solución de las aplicaciones de las derivadas.

## I. DATOS GENERALES

**Universidad:** URACCAN

**Área:** Matemática Aplicada

**Carrera:** Ingeniería Agroforestal

**Nivel:** I año

**Unidad Temática:** Aplicaciones de las derivadas

**Contenidos:** Aplicaciones a los extremos de una función: Criterios de la primera y segunda derivada.

a. Mínima dimensión de una cerca conociéndole área del terreno.

b. Volumen máximo de recipientes con dimensiones mínimas

**Tiempo:** 10 Horas Clases

**Objetivos Generales:**

**Instructivos:**

1. Aplicar las técnicas de derivada de funciones en una variable real en la solución de ejercicios y problemas de aplicación en la carrera. Utilizar los criterios de la primera y segunda derivada para la construcción de graficas en una variable.

2. Emplear las técnicas de derivadas en la solución de problemas de máximos y mínimos (área, volumen entre otros) relacionados a la carrera.

**Educativos:**

1. Despertar en los estudiantes el interés del estudio de Cálculo I, como una herramienta fundamental para el desempeño de los futuros ingenieros / as y licenciados.

2. Propiciar el compañerismo, la disciplina, la puntualidad, la honestidad y el respeto mutuo durante el proceso de enseñanza aprendizaje.

3. Fomentar la práctica de interculturalidad, género y derechos humanos como respeto a la diversidad étnica – cultural.

**Objetivos específicos:**

1. Utilizar los criterios de la primera y segunda derivada en la solución de ejercicios y la construcción de graficas funciones en una variable.

2. Emplear las técnicas de derivadas en la solución de problemas de máximos y mínimos de una función.

**FASES PARA EL DESARROLLO DE LA UNIDAD DIDACTICA**


**Derivadas:** En esta temática utilizamos los procedimientos necesarios y adecuados para facilitar la enseñanza de las derivadas, mediante el uso de las propiedades y teoremas aplicándolo a un aprendizaje basado en problemas, que se encuentran en el programa de Calculo I en la tercera unidad, apoyándose en software.

**Reglas de derivación**

| **Función** | **Derivada** | **Función** | **Función Derivada** |
|---|---|---|---|
| $Y = K$ | $Y' = 0$ | $Y = x$ | $Y' = 1$ |
| $Y = u \pm v \pm w$ | $Y' = u' \pm v' \pm w'$ | $Y = u.v$ | $Y' = u.v' + u'.v$ |
| $Y = \frac{u}{v}$ | $Y' = \frac{v.u' - v'.u}{v^2}$ | $Y = log_k u$ | $Y' = \frac{u'}{ú} . log_k e$ (*) |
| $Y = u^n$ | $y' = u'.n.u^{n-1}$ | $Y = L_n u$ | $Y' = \frac{u'}{u}$ |
| $Y = k^u$ | $Y' = u'.k^u.L_n k$ (*) | $Y = e^u$ | $Y' = u'.e^u$ |
| **Trigonométricas** | | **Trigonométricas** | |
| $Y = sen\, u$ | $Y' = u'.\cos u$ | $Y = cosec\, u$ | $Y' = -u'.cosec\, u.cotg\, u$ |
| $Y = \cos u$ | $Y' = -u'.sen\, u$ | Y= sec u | Y'= u'.sec u. tg u |
| $Y = tg\, u$ | $Y' = u'.(1 + tg^2 u)$ = (**) | $Y = cotg\, u$ | $Y' = -u.cosec^2\, u$ |
| $Y = arsen\, u$ | $Y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$ | $Y = arcosec\, u$ | $Y' = \frac{-u'}{\lvert u\rvert.\sqrt{u^2-1}}$ |
| $Y = arcos\, u$ | $Y' = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$ | $Y = arsec\, u$ | $Y' = \frac{u'}{\lvert u\rvert.\sqrt{u^2-1}}$ |
| $Y = artg\, u$ | $Y' = \frac{u'}{1+u^2}$ | $Y = arcotg\, u$ | $Y' = \frac{-u'}{1+u^2}$ |

| | |
|---|---|
| $Y = u^v$ | $y' = v'.\ u^v.L_n\,\mathrm{u}\ +\ v.u^{n-1}.u'8$ |
| $Y = f(x) => L_n Y =\ L_n\ \ f(x) => \left({}^{Y'}/_{Y}\right) = \left(L_n\,f(x)\right)' => Y' = Y.\left(\ L_n\,f(x)\right)'$ | |
| (*) $L_n\,\mathrm{k} =\ 1/(\log_k e)$ ; (**) = ${}^{u'}/_{cos^2 u} = u'.sec^2 u$ ; | |
| u, v , w son funciones de x; u´ es la deriva de u respecto a x; u´= du/dx ; k es una constante<br>$L_n\ es\log base\ \ e$; n y b son números racionales ; \|u\| es valor absoluto de u. | |

**Para lograr los objetivos de aprendizajes de las aplicaciones de las derivadas, seguiremos el siguiente orden metodológico:**

- ✓ **<u>Actividad de exploración:</u>** El propósito es indagar sobre los conocimientos previos que tiene el estudiante basados en la necesidad que el contenido necesita para que el estudiante pueda hacer suyo el aprendizaje.

- ✓ **<u>Actividad de retroalimentación:</u>** En esta actividad es brindar una herramienta al alcance de sus manos, con algunos contenidos básicos en los que los estudiantes presentan dificultades y son vitales para el dominio correcto del tema en estudio.

- ✓ **<u>Actividad de introducción del uso de las reglas básicas de derivación:</u>** es presentar una forma didáctica que permitan hacer más concretos el uso de cada una de las reglas y diferenciarlas entre sí, posteriormente sean utilizadas en la resolución de problemas de esta forma los estudiantes podrán vincular la regla a las necesidades que plantea el problema.

- ✓ Estas actividades nos permitirá inducir a los estudiantes a construir su propio concepción de las derivadas a través los diferentes métodos y estrategias, el cual representa un conjunto de procedimientos que facilitan a las y los estudiantes la adquisición y desarrollo de las funciones psicológicas superiores y de modo más concreto, la construcción de reglas y estrategias para operar con la información; es decir para pensar a través de la observación activa del desempeño del mediador o experto.

- ✓ **<u>Actividad de estructuración:</u>** Con esta actividad el estudiante logre utilizar las reglas de las derivadas y pueda resolver problemas vinculados a la ingeniería agroforestal, verificando sus respuestas a través del software educativo como "wxMaxima" o "Derive".

- ✓ **<u>Actividad de Aplicaciones</u>**: Esta actividad cuenta con una serie de ejercicios cuya aplicación está basados en problemas sencillos en los cuales los estudiantes puedan aplicar las reglas básicas y teoremas.

## I. FASE EXPLORATORIA

**Diagnóstico de matemática aplicada**

**Nombre: ___________________________ Fecha:_________ Nivel: _____**
**Carrera: _____________________**

### I. Conteste

1. ¿Qué es una función?
2. ¿Qué entendemos por extremo de una función?
3. ¿Qué significado tiene para ti la derivada?

### II. A continuación se presentan dos listados de funciones. Una con una línea cada función con su respectiva derivada y diga que regla se aplicó.

| N° | Funciones | Derivaciones de las funciones | Tipos de reglas aplicadas |
|---|---|---|---|
| 1 | $F(x) = X^2$ | $F'(x)= - 4 / x^{-3}$ | |
| 2 | $F(x)= 2 / x^2$ | $F'(x)$ $-5x^2+4x +5 / (x^2 + 1)^2$ | |
| 3 | $F(x)= (x + 2)^3$ | $F'(x)= -24x^2 + 4x + 15$ | |
| 4 | $F(x) = x^3 – 4x + 5$ | $F'(x)= 3(x + 2)^2$ | |
| 5 | $F(x)= (3x – 2x^2)(5 + 4x)$ | $F'(x)= 3x^2 -4$ | |
| 6 | $F(x) = 5x-2/ x^2 +1$ | $F'(x)= 2x$ | |

**ORIENTACIONES METODOLÓGICAS**

Para la presente prueba el estudiante deberá resolver el test de forma individual, Se sugiere para su realización un tiempo promedio de 30 minutos. El docente puede hacer aclaraciones que considere pertinentes a los estudiantes, lo cual no vayan en contra de lo que se quiere lograr mediante el diagnóstico.

Esta prueba tiene el propósito de determinar los conocimientos sobre las derivadas. Posterior al test, el docente debe revisar los ejercicios en la pizarra con el objetivo de que los estudiantes verifique sus respuestas, esto permitirá conocer las principales debilidades que deben fortalecerse.

**RETROALIMENTACIÓN DE LA FASE EXPLORATORIA**

Se revisa en la pizarra lo resuelto anteriormente por los alumnos y se llega mediante un consenso a la respuesta correcta.

**CONTENIDO 1: Aplicaciones de los extremos de funciones.**

- Mínima dimensión de una cerca conociéndole área del terreno.
- Volumen máximo de recipientes con dimensiones mínimas.

**Objetivo:**

- ➢ Emplear las técnicas de derivadas en la solución de problemas de máximos y mínimos de una función.
- ➢ Propiciar el compañerismo, la disciplina, la puntualidad, la honestidad y el respeto mutuo durante el proceso de enseñanza aprendizaje.

**Fase Exploratoria**

Mediante estrategia lluvia de idea se exploraran los conocimientos previos de los educandos teniendo como referencia las siguientes preguntas:

¿Qué entendemos por extremos?

¿Qué es una función?

Usted considera que los extremos se utilizan en el campo de la ingeniería forestal, argumente su respuesta.

**Fase de desarrollo:**

El docente presenta las definiciones de los Extremos de una función (teoremas de los valores extremos, extremos relativos, números críticos). Posteriormente ejemplifica aplicando las definiciones y teoremas planteados.

En esta sección se muestra cómo usar la primera y segunda derivada de una función en la búsqueda de valores extremos en los llamados: “problemas de aplicaciones” o “problemas de optimización”. Aunque los ejemplos son esencialmente geométricos, ellos ilustran un procedimiento general.

Antes de enumerar los pasos que se deben seguir al abordar problemas que incluyen extremos absolutos, se enuncia sin demostración, un teorema, conocido como el criterio de la segunda derivada, el cual permite, en algunos casos, determinar, de una manera más fácil, si un punto crítico dado corresponde a un máximo o a un mínimo relativo.

**Definición de extremos**

Sea $f$ definida en un intervalo I que contiene a *c*.

$f(c)$ es el *(valor)* mínimo de $f$ en $I$ $f(c) \leq f(x) \quad \forall x \epsilon I$

$f(c)$ es el *(valor)* máximo de $f$ en $I$ $f(c) \geq f(x) \quad \forall x \epsilon I$

El máximo y el mínimo de una función en un intervalo son los valores extremos, o simplemente extremos, de la función en ese intervalo. El mínimo y el máximo de una función en un intervalo se llaman también el mínimo absoluto y el máximo absoluto de la función en el intervalo.

**Teorema del valor extremo:** Si una función es continua en un intervalo cerrado, entonces la función tiene necesariamente un valor máximo y un valor mínimo absolutos en ese intervalo.

**Definición de extremo relativo:** Si existe un intervalo abierto que contiene a c y en que f(c) es máximo, entonces f(c) se llama un máximo relativo de una función *f*.

Si existe un intervalo abierto que contiene a c y en que f(c) es mínimo, entonces f(c) se llama un mínimo relativo de una función *f*.

**Definición de valor crítico:** Un valor crítico de una función *f(x)* es un número *c* en su dominio para el cual *f'(c)=0* ó *f'(c)* no está definido en c.

**Teorema:** Si una función *f(x)* tiene un extremo relativo en un número *c*, entonces *c* es un valor crítico.

Pasos a seguir para determinar los extremos absolutos de una función en un intervalo cerrado:

**Sea f(x) continúa en un intervalo cerrado.**

1. Se obtienen los valores críticos de la función.
2. Se evalúa la función en los valores críticos que pertenecen al intervalo cerrado y también en los extremos del intervalo.
3. Se seleccionan, de entre estos valores, el valor más grande y el valor más pequeño de la función, los cuales serán respectivamente el máximo absoluto y el mínimo absoluto de esta en el intervalo cerrado dado.

**Criterios de la segunda derivada para máximos y mínimos relativos**

Sea *f* una función con su primera derivada definida, al menos, en un intervalo abierto conteniendo al número *a*. Si *f´´* está definida entonces podemos considerar los siguientes aspectos:

a) Si $f'(a)=0$ y $f''(a)<0$ entonces se dice que *f* tiene un máximo local en *a.*

b) Si $f'(a)=0$ y $f''(a)>0$ entonces se dice que *f* tiene un mínimo local en *a.*

**Actividades de síntesis**

Dada una función se pide determinar los valores extremos, relativos y los números crítico.

**Aplicación de la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas y el enfoque ontosemiótico contextualizado en la carrera de ingeniería agroforestal.**

- **Primera Actividad**

a) **Una huerta tiene actualmente 24 árboles, que producen 600 frutos cada uno. Se calcula que, por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos.**

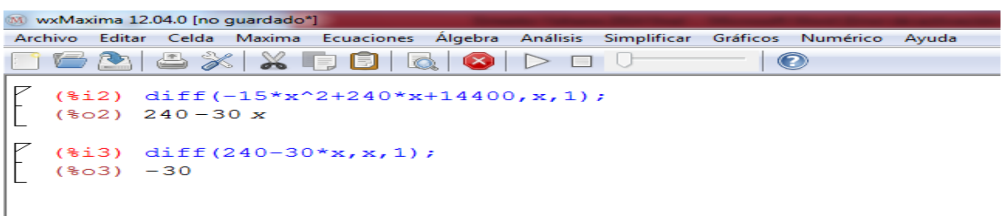
   1) **¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para que la producción sea máxima?**

## 2) ¿Cuál será esa producción?

**Primera Solución posibles**

| | |
|---|---|
| X | Cantidad de árbol adicional |
| 24 + X | Total de árboles |
| 600 – 15X | Frutos producidos |
| F(x)=(24+x)(600-15x) | Función de posición |
| F(x)=-15x$^2$+240x+14.400 | Reescribir la función |
| F'(x)= -30x+240 | Derivar utilizando la regla de la potencia de una suma y resta. |
| -30x+240=0<br>X=8 | Sustituir el valor de F'(x)= 0 en función derivada.<br>Despejar la variable X |
| F''(x)= -30 | Aplicar la segunda derivada. |
| F''(8)= -30 | Sustituir el valor de x encontrado de la primera derivada. |
| F''(8)= -30 < 0 | Hay máximo |
| Resultado | Se deben plantar 8 árboles. Así habrá un total de 24+8= 32 árboles, que producir 15.360 frutos. |

**Utilizando el programa wxMaxima**




**Segunda solución posible aplicando el enfoque ontosemiótico: análisis epistémico**

### a) Lenguaje matemático

Entre los elementos lingüísticos previos que identificamos se encuentran:

- Total de árboles 24
- Producen 600 frutos cada uno
- Árbol adicional "x"
- Por cada árbol adicional la producción de cada árbol disminuye 15 frutos
- Número total de árbol que debe de tener la huerta
- La producción debe ser máxima
- La producción de la huerta

Entre los elementos lingüísticos emergentes podemos destacar:

- Expresiones algebraicas (x + a).
- Productos notables (ax + b)(cx + d) = acx$^2$ + (ad + bc)x + bd

- Función cuadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$,  con respecto a una variable
- Regla de derivación de una función lineal o de un producto
  $F(x) = X^m$ la derivada es $F'(x) = mX^{m-1}$
  $F(x) = U*V$ la derivada del producto $F'(x) = U'*V + U*V'$
- Despejar una incógnita de una ecuación: Se despeja
- Regla de la derivada de una constante
  $F(x) = K$, siendo K una constante la derivada $F'(x) = 0$
- Aplicación de una segunda derivada

**b) Conceptos**

Entre los conceptos previos requeridos para la solución de la tarea se encuentran:

- **Función real de variable real** es toda correspondencia f que asocia a cada elemento de un determinado subconjunto de números reales, llamado dominio, otro número real.

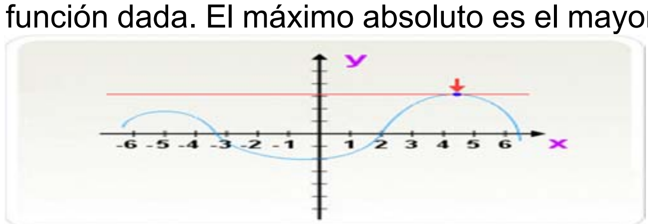
$$f : A \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \rightarrow y = f(x)$$

- **Expresión de una función: Expresión algebraica**. Es la relación matemática entre las dos variables en la que la variable dependiente (y) está despejada con respecto a (x).

- **La función derivada de una función f(x)** es una función que asocia a cada número real su derivada, si existe. Se expresa por f'(x).

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- **Máximo absoluto**: Valor de una función dada, que es mayor o igual que cualquier valor de la función dada. El máximo absoluto es el mayor de todos los valores.




**c) Proposiciones**

**Criterios de la segunda derivada para máximos y mínimos relativos**

Sea *f* una función con su primera derivada definida, al menos, en un intervalo abierto conteniendo al número *a*. Si *f´´* está definida entonces podemos considerar los siguientes aspectos:
a).Si *f´(a)=0* y *f´´(a) <0* entonces se dice que *f* tiene un máximo local en *a.*
b).Si *f´(a)=0* y *f´´(a)>0* entonces se dice que *f* tiene un mínimo local en *a.*

**d) Procedimientos**

| | |
|---|---|
| X | Cantidad de árbol adicional |
| 24 + X | Total de árboles |
| 600 – 15X | Frutos producidos |
| F(x)=(24+x)(600-15x) | Función de posición |
| F(x)=-15$x^2$+240x+14.400 | Reescribir la función |
| F'(x)= -30x+240 | Derivar utilizando la regla de la potencia de una suma y resta. |
| -30x+240=0<br>X=8 | Sustituir el valor de F'(x)= 0 en función derivada. Despejar la variable X |
| F''(x)= -30 | Aplicar la segunda derivada. |
| F''(8)= -30 | Sustituir el valor de x encontrado de la primera derivada. |
| F''(8)= -30 < 0 | Hay máximo |
| Resultado | Se deben plantar 8 árboles. Así habrá un total de 24+8= 32 árboles, que producir 15.360 frutos. |

**e) Argumentación**

Al aplicar la segunda derivada a la función resultante de la primera derivada el valor es una constante, al sustituir el valor en la función es menor que cero, por lo tanto existe un máximo relativo.

La producción al plantar 8 árboles adicional en el huerto que tenía 24 árboles va hacer de 15,360 frutos.

**f) Contenido curricular**

**Unidad II: Derivada de funciones en una variable**
**Contenido: Aplicaciones a la derivada**

1. Derivada como razón de cambio
2. Máximos y mínimos de funciones
    2.1. Criterio de la primera derivada
    2.2. Criterio de la segunda derivada

**PRUEBA FINAL SOBRE LAS APLICACIONES DE LAS DERIVADAS**

**Nombre: ____________________________ Fecha: _________ Nivel: _____**
**Carrera: ______________________**

I. **Resuelva los siguientes problemas relacionado a la carrera agroforestal aplicando correctamente las reglas de derivadas.**

a) El número total de bacterias (en miles) presentes en un cultivo después de t horas viene dado por $N(t) = 2t(t-10)^2 + 50$.

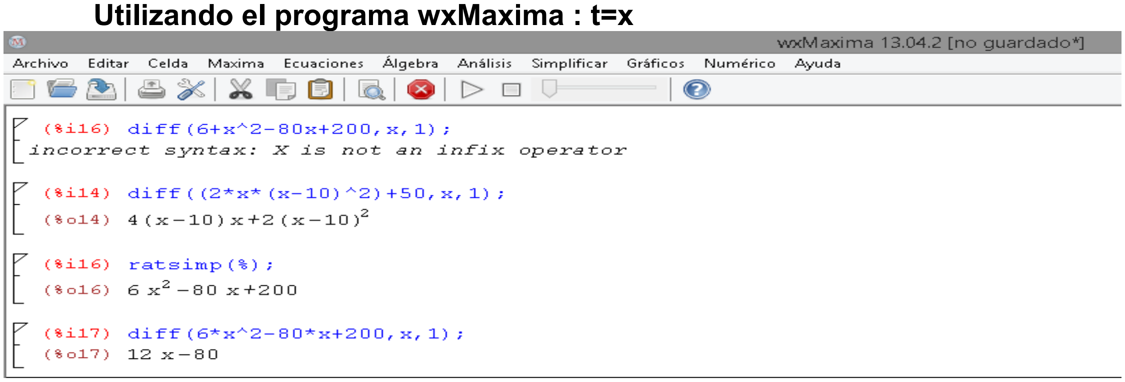
1) Calcula la función derivada.

2) Durante las 10 primeras horas, ¿en qué instante se alcanza la población máxima y la mínima?

**Primera Solución posibles**

| | |
|---|---|
| $N(x)=2t(t-10)^2+50$ | Función de posición |
| $N'(x)=2(t-10)^2+2t*2(t-10)*1$<br>$N'(x)=2(t^2-20t+100)+4t^2-40t$<br>$N'(x)=2t^2-40t+200+4t^2-40t$<br>$N'(x)=6t^2-80t+200$ | Derivar utilizando: Regla de la potencia de una suma y resta. Regla del producto. Regla de la cadena. Productos notables. Simplificación. Función derivada |
| $6t^2-80t+200=0$<br>$3t^2-40t+100=0$<br>$(3t-10)(t-10)=0$<br>$t_1=10/3 \quad t_2=10$ | Sustituir el valor de N'(x)= 0 en función derivada. Simplificar dividiendo entre 2 toda la función. Factorizar<br>Despejar la variable X |
| $N''(x)=12t-80$ | Aplicar la segunda derivada. |
| $N''(x)=12(10/3)-80=-40$<br>$N''(x)=12(10)-80=40$ | Sustituir el valor de x encontrado de la primera derivada. |
| $N''(10/3)=-40<0$<br>$N''(10)=40>0$ | Máximo<br>Mínimo |
| Resultado | Las bacterias alcanzan la población máxima en 10/3 de horas y la mínima en 10 horas. |

**Utilizando el programa wxMaxima : t=x**




**Segunda solución aplicando el enfoque ontosemiótico: análisis epistémico**

**a) Lenguaje matemático**

Entre los elementos lingüísticos previos que identificamos se encuentran:

- Número total de bacteria en un cultivo N(t)
- Tiempo (t) en horas
- Función derivada N'(t)
- Durante 10 horas
- Tiempo que alcanza la cantidad Máxima de bacterias
- Tiempo que alcanza la cantidad Mínima de bacterias

Entre los elementos lingüísticos emergentes podemos destacar:

- Regla de la potencia de una suma y resta.
  $F(x) = X^m$ la derivada es $F'(x) = mX^{m-1}$
- Regla de la derivada de una constante
  F(x) = K, siendo K una constante la derivada F'(x) = 0
- Regla del producto.
  $$\frac{d}{dx}\left[f(x)g(x)\right] = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$$
- Regla de la cadena.
  $$(g\circ f)'(x) = g'\left[f(x)\right]\cdot f'(x)$$
- Productos notables.
  a(x+b)= ax + ab
- Simplificación de términos semejante.
- Función derivada N'(t)

**b) Conceptos**

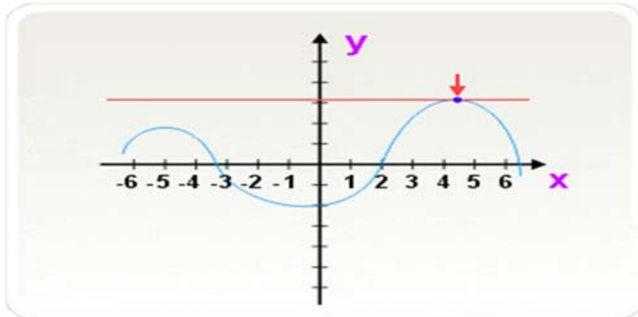
Entre los conceptos previos requeridos para la solución de la tarea se encuentran:

- **Función real de variable real** es toda correspondencia f que asocia a cada elemento de un determinado subconjunto de números reales, llamado dominio, otro número real.
  $$f : A \rightarrow \mathbb{R}$$
  $$x \rightarrow y = f(x)$$
- **Expresión de una función: Expresión algebraica**. Es la relación matemática entre las dos variables en la que la variable dependiente (y) está despejada con respecto a (x).

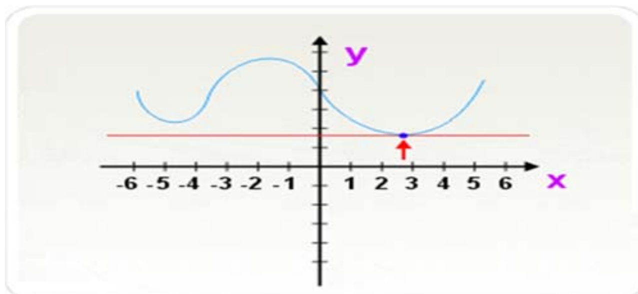
- **La función derivada de una función f(x)** es una función que asocia a cada número real su derivada, si existe. Se expresa por f'(x).

  $$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

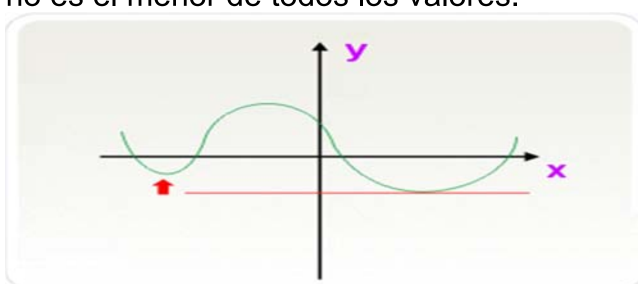
- **Máximo absoluto**: Valor de una función dada, que es mayor o igual que cualquier valor de la función dada. El máximo absoluto es el mayor de todos los valores.




- **Mínimo absoluto:** Valor de una función que es menor o igual a cualquier valor de la función dada. El mínimo absoluto es el menor de todos los valores.




- **Mínimo local (mínimo relativo):** Valor de una función, que es menor que los valores de la función en puntos cercanos, pero que no es el menor de todos los valores.




c) **Proposiciones**

**Criterios de la segunda derivada para máximos y mínimos relativos**

Sea *f* una función con su primera derivada definida, al menos, en un intervalo abierto conteniendo al número *a*. Si $f''$ está definida entonces podemos considerar los siguientes aspectos:

a).Si $f'(a)=0$ y $f''(a) < 0$ entonces se dice que *f* tiene un máximo local en *a.*

b).Si $f'(a)=0$ y $f''(a)>0$ entonces se dice que *f* tiene un mínimo local en *a.*

d) **Procedimientos**

| | |
|---|---|
| $N(x)=2t(t - 10)^2 + 50$ | Función de posición |

| | |
|---|---|
| $N'(x)=2(t–10)^2+2t*2(t-10)*1$<br>$N'(x)=2(t^2–20t+100)+4t^2-40t$<br>$N'(x)= 2t^2-40t+200+4t^2 -40t$<br>$N'(x)= 6t^2-80t+200$ | Derivar utilizando:<br>Regla de la potencia de una suma y resta. Regla del producto. Regla de la cadena. Productos notables. Simplificación. Función derivada |
| $6t^2-80t+200=0$<br>$3t^2-40t+100=0$<br>$(3t - 10)(t - 10)=0$<br>$t_1= 10/3 \quad t_2= 10$ | Sustituir el valor de $N'(x)= 0$ en función derivada. Simplificar dividiendo entre 2 toda la función. Factorizar<br>Despejar la variable X |
| $N''(x)= 12t-80$ | Aplicar la segunda derivada. |
| $N''(x)= 12(10/3)-80=-40$<br>$N''(x)= 12(10)-80= 40$ | Sustituir el valor de x encontrado de la primera derivada. |
| $N''(10/3)= -40< 0$<br>$N''(10)= 40>0$ | Máximo<br>Mínimo |
| Resultado | Las bacterias alcanzan la población máxima en 10/3 de horas y la mínima en 10 horas. |

### e) Argumentación

Al aplicar la segunda derivada a la función resultante de la primera derivada el resultado es una función lineal, al sustituir el valor de $t= 10/3$ resulta un valor menor que cero, por lo tanto existe un máximo relativo y al sustituir el valor de $t=10$ se obtiene un valor mayor que cero, por lo tanto existe un mínimo relativo.
Las bacterias alcanzan la población máxima en 10/3 de horas y la mínima población de bacteria en 10 horas.

### f) Contenido curricular

**Unidad II: Derivada de funciones en una variable**

**Contenido: Aplicaciones a la derivada**

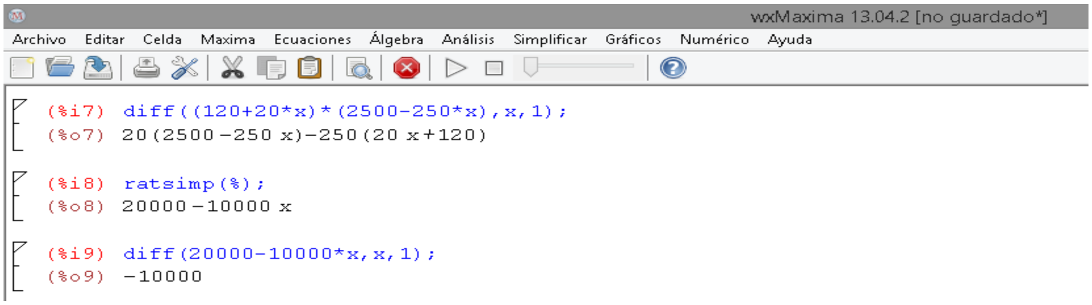
1. Derivada como razón de cambio
2. Máximos y mínimos de funciones
    2.1. Criterio de la primera derivada
    2.2. Criterio de la segunda derivada

**b) Un cosechero calcula que si la recogida de la fruta se realiza hoy, obtendría una cosecha de 120 hectolitros de fruta que podría vender a C$2.500 cada hectolitro. Calcula también que si espera t semanas, la cosecha aumentaría a razón de 20 hectolitros cada semana, aunque a cambio el precio del hectolitro disminuir´a en C$250 cada semana. ¿Cuándo debe recolectar para obtener la máxima ganancia, y cuál es esa ganancia máxima?**

**Primera solución**

| | |
|---|---|
| **Hoy**<br>Cosecha=120 hectolitros de frutas<br>Precio=C$2500 cada hectolitro<br><br>**t semanas**<br>cosecha aumentaría a razón de 20 hectolitros cada semana: 20t<br><br>El precio disminuiría en C$250 cada semana:<br>-250t | Planteamiento del problema |
| $f(t) = (120 + 20t)(2500 - 250t)$ | Función de posición |
| $f(t) = (120 + 20t)(2500 - 250t)$<br>$f'(t) = (20)(2500 - 250t) + (120 + 20t)(-250)$<br>$f'(t) = 50000 - 5000t - 30000 - 5000t$<br>$f'(t) = 20000 - 10000t$ | Derivar utilizando:<br>Regla del producto.<br>Productos notables.<br>Simplificación de término semejante de la Función derivada. |
| $f'(t) = 20000 - 10000t$<br>$20000 - 10000t = 0$<br>$-10000t = -20000$<br>$t = -\frac{20000}{-10000}$<br>$t = 2\, semanas$ | Sustituir el valor de f'(x)= 0 en función derivada.<br>Despejar la variable "t" |
| $f'(t) = 20000 - 10000t$<br><br>$f''(t) = -10000$ | Aplicar la segunda derivada en la función de la primera derivada.<br>.Como el resultado es una constante no se sustituye el valor encontrado de "t". |
| f''(t) < 0<br>-10000 < 0 | El valor encontrado es Máximo |
| **Resultado**<br><br>t = 2 semanas<br><br><br>$f(t) = (120 + 20t)(2500 - 250t)$<br>$f(t) = (120 + 20 \times 2)(2500 - 250 \times 2)$<br>$f(t) = (120 + 40)(2500 - 500)$<br>$f(t) = (160)(2000)$<br>$f(t) = 320.000$ | Debe recolectar entre dos semanas para obtener la máxima ganancia<br><br>La ganancia máxima es de C$ 320.000 |

**Utilizando el programa wxMaxima : t=x**




**Segunda solución aplicando el enfoque ontosemiótico: análisis epistémico**

a) **Lenguaje matemático**

Entre los elementos lingüísticos previos que identificamos se encuentran:

Hoy:

- Cosecha 120 hectolitros de frutas
- El Precio de cada hectolitros es de C$2500

Después:

- Semanas adicional “t”
- Por cada semana adicional la producción aumenta a razón de 20 hectolitros de frutas.
- Por cada semana adicional el precio disminuiría en C$250.
- Tiempo de la recolecta de las frutas para obtener la máxima ganancia.
- Producción de la cosecha
- Ganancia máxima

Entre los elementos lingüísticos emergentes podemos destacar:

- Expresiones algebraicas (x + a).
- Productos notables $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$
- Función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, con respecto a una variable
- Regla de derivación de una función lineal o de un producto
  $F(x) = X^m$ la derivada es $F^{'}(x) = mX^{m-1}$
  $F(x) = U*V$ la derivada del producto $F^{'}(x) = U^{'}*V + U*V^{'}$
- Despejar una incógnita de una ecuación
- Regla de la derivada de una constante
  $F(x) = K$, siendo K una constante la derivada $F'(x) = 0$
- Aplicación de una segunda derivada

b) **Conceptos**

Entre los conceptos previos requeridos para la solución de la tarea se encuentran:

- **Función real de variable real** es toda correspondencia f que asocia a cada elemento de un determinado subconjunto de números reales, llamado dominio, otro número real.

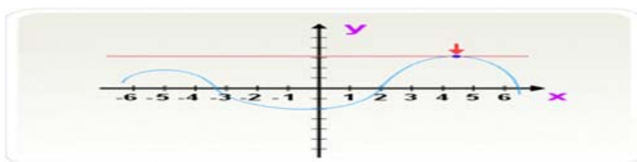
$$f : A \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \rightarrow y = f(x)$$

- **Expresión de una función: Expresión algebraica**. Es la relación matemática entre las dos variables en la que la variable dependiente (y) está despejada con respecto a (x).

- **La función derivada de una función f(x)** es una función que asocia a cada número real su derivada, si existe. Se expresa por f'(x).

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- **Máximo absoluto**: Valor de una función dada, que es mayor o igual que cualquier valor de la función dada. El máximo absoluto es el mayor de todos los valores.




c) **Proposiciones**

**Criterios de la segunda derivada para máximos y mínimos relativos**

Sea *f* una función con su primera derivada definida, al menos, en un intervalo abierto conteniendo al número *a*. Si *f´´* está definida entonces podemos considerar los siguientes aspectos:

a) Si *f´(a)=0* y *f´´(a) <0* entonces se dice que *f* tiene un máximo local en *a.*

b)Si *f´(a)=0* y *f´´(a)>0* entonces se dice que *f* tiene un mínimo local en *a.*

d) **Procedimientos**

| | |
|---|---|
| **Hoy**<br>Cosecha=120 hectolitros de frutas<br>Precio=C$2500 cada hectolitro<br><br>**t semanas**<br>cosecha aumentaría a razón de 20 hectolitros cada semana: 20t<br><br>El precio disminuiría en C$250 cada semana:<br>-250t | Planteamiento del problema |
| $f(t) = (120 + 20t)(2500 - 250t)$ | Función de posición |
| $f(t) = (120 + 20t)(2500 - 250t)$ | Derivar utilizando:<br>Regla del producto. |

| | |
|---|---|
| $f'(t) = (20)(2500 - 250t) + (120 + 20t)(-250)$<br>$f'(t) = 50000 - 5000t - 30000 - 5000t$<br>$f'(t) = 20000 - 10000t$ | Productos notables.<br>Simplificación de término semejante de la Función derivada. |
| $f'(t) = 20000 - 10000t$<br>$20000 - 10000t = 0$<br>$-10000t = -20000$<br>$t = -\frac{20000}{-10000}$<br>$t = 2\, semanas$ | Sustituir el valor de f'(x)= 0 en función derivada.<br>Despejar la variable "t" |
| $f'(t) = 20000 - 10000t$<br><br>$f''(t) = -10000$ | Aplicar la segunda derivada en la función de la primera derivada.<br>.Como el resultado es una constante no se sustituye el valor encontrado de "t". |
| f''(t) < 0<br>-10000 < 0 | El valor encontrado es Máximo |
| **Resultado**<br><br>t = 2 semanas<br><br><br>$f(t) = (120 + 20t)(2500 - 250t)$<br>$f(t) = (120 + 20 \times 2)(2500 - 250 \times 2)$<br>$f(t) = (120 + 40)(2500 - 500)$<br>$f(t) = (160)(2000)$<br>$f(t) = 320.000$ | <br>Debe recolectar entre dos semanas para obtener la máxima ganancia<br><br>La ganancia máxima es de C$ 320.000 |

### e) Argumentación

Al aplicar la segunda derivada a la función resultante de la primera derivada el valor es una constante, al sustituir el valor en la función es menor que cero, por lo tanto existe un máximo relativo.

Se Debe recolectar entre dos semanas para obtener la máxima ganancia, la cantidad de hectolitros recolectado fue de 160, obteniendo una ganancia máxima de C$320.000

### f) Contenido curricular

**Unidad II: Derivada de funciones en una variable**
**Contenido: Aplicaciones a la derivada**

1. Derivada como razón de cambio
2. Máximos y mínimos de funciones
    2.1. Criterio de la primera derivada
    2.2. Criterio de la segunda derivada

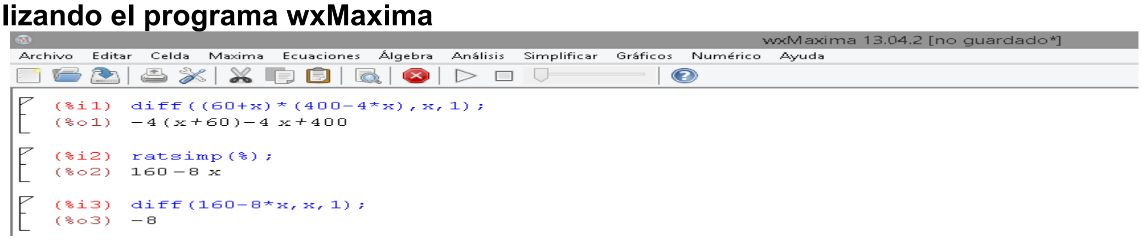
c) **Un cultivador de frutas cítricas estima que, si se plantan 60 naranjos, cada árbol producirá un promedio de 400 naranjas. La producción media por árbol disminuirá en 4 unidades de la fruta por cada planta adicional**

**que se tenga en el área. Calcula la cantidad total de árboles que el cultivador debería plantar para maximizar la producción.**

**Primera solución**

| | |
|---|---|
| Plantaciones=60 Naranjo<br>Plantación Adicional= x<br>Plantaciones = (60 + x)<br>Producción promedio de naranjo por árbol= 400<br>La producción disminuiría por cada plantación adicional= 4 unidades de frutas<br>Producción = (400 – 4x)<br>Cantidad total de árbol<br>Producción Máxima | Planteamiento del problema |
| $f(t) = (60 + x)(400 - 4x)$ | Función de posición |
| $f(t) = (60 + x)(400 - 4x)$<br>$f'(t) = (1)(400 - 4x) + (60 + x)(-4)$<br>$f'(t) = 400 - 4x - 240 - 4x$<br>$f'(t) = 160 - 8x$ | Derivar utilizando:<br>Regla del producto.<br>Productos notables.<br>Simplificación de término semejante de la Función derivada. |
| $f'(t) = 160 - 8x$<br>$160 - 8x = 0$<br>$-8x = -160$<br>$x = -\frac{160}{-8}$<br>$x = 20\ \acute{a}rboles\ adicionales$ | Sustituir el valor de f'(x)= 0 en función derivada.<br>Despejar la variable "t" |
| $f'(x) = 160 - 8x$<br>$f''(x) = -8$ | Aplicar la segunda derivada en la función de la primera derivada.<br>.Como el resultado es una constante no se sustituye el valor encontrado de "t". |
| f''(x) < 0<br>-8 < 0 | El valor encontrado es Máximo |
| **Resultado**<br>$x = 20\ \acute{a}rboles\ adicionales$<br>$f(x) = (60 + x)(400 - 4x)$<br>$f(x) = (60 + 20)(400 - 4 \times 20)$<br>$f(t) = (80)(400 - 80)$<br>$f(t) = (80)(320)$<br>$f(t) = 25600\ frutas$ | Debe de plantar 20 árboles adicionales para obtener la máxima producción de frutas<br><br>La máxima producción de fruta es de 25600 |

**Utilizando el programa wxMaxima**



**Segunda solución aplicando el enfoque ontosemiótico: análisis epistémico**

a) **Lenguaje matemático**

Entre los elementos lingüísticos previos que identificamos se encuentran:

- Total de árboles 60 naranjo
- Producen 400 frutos cada uno
- Árbol adicional "x"
- Por cada árbol adicional la producción de cada árbol disminuye 4 frutos
- Número total de árbol que debe de tener para obtener una máxima producción.
- La producción debe ser máxima

Entre los elementos lingüísticos emergentes podemos destacar:

- Expresiones algebraicas (x + a).
- Productos notables $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$
- Función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, con respecto a una variable
- Regla de derivación de una función lineal o de un producto
  $F(x) = X^m$ la derivada es $F'(x) = mX^{m-1}$
  $F(x) = U*V$ la derivada del producto $F'(x) = U'*V + U*V'$
- Despejar una incógnita de una ecuación
- Regla de la derivada de una constante
  $F(x) = K$, siendo K una constante la derivada $F'(x) = 0$
- Aplicación de una segunda derivada

b) **Conceptos**

Entre los conceptos previos requeridos para la solución de la tarea se encuentran:

- **Función real de variable real** es toda correspondencia f que asocia a cada elemento de un determinado subconjunto de números reales, llamado dominio, otro número real.

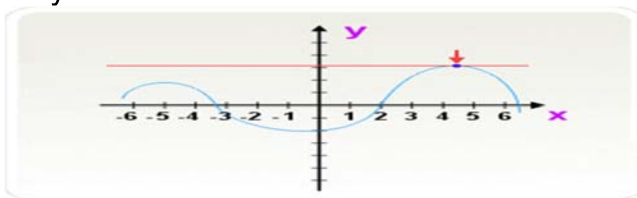
  $$f : A \to \mathbb{R}$$
  $$x \to y = f(x)$$

- **Expresión de una función: Expresión algebraica**. Es la relación matemática entre las dos variables en la que la variable dependiente (y) está despejada con respecto a (x).

- **La función derivada de una función f(x)** es una función que asocia a cada número real su derivada, si existe. Se expresa por f'(x).

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- **Máximo absoluto**: Valor de una función dada, que es mayor o igual que cualquier valor de la función dada. El máximo absoluto es el mayor de todos los valores.




c) **Proposiciones**

**Criterios de la segunda derivada para máximos y mínimos relativos**

Sea *f* una función con su primera derivada definida, al menos, en un intervalo abierto conteniendo al número *a*. Si *f´´* está definida entonces podemos considerar los siguientes aspectos:

a).Si $f'(a)=0$ y $f''(a) <0$ entonces se dice que *f* tiene un máximo local en *a.*

b).Si $f'(a)=0$ y $f''(a)>0$ entonces se dice que *f* tiene un mínimo local en *a.*

## Anexo 2

**Tabla 18: Factores e ítems de la escala de actitud hacia las matemáticas de Auzmendi, (1992).**

| Factores | k | Ítems |
|---|---|---|
| **Agrado** | 4 | Utilizar las matemáticas es una diversión. |
| | 9 | Me divierte el hablar con otros de matemáticas. |
| | 14 | Las matemáticas son agradables y estimulantes para mí. |
| | 24 | Si tuviera oportunidad me inscribiría en más cursos de matemáticas de los que son obligatorios. |
| **Ansiedad** | 2 | La asignatura de matemáticas se me da bastante mal. |
| | 3 | Estudiar o trabajar con las matemáticas no me asusta en absoluto. |
| | 7 | Las matemáticas es una de las asignaturas que más temo. |
| | 8 | Tengo confianza en mí mismo/a cuando me enfrento a un problema de matemáticas. |
| | 12 | Cuando me enfrento a un problema de matemáticas me siento incapaz de pensar con claridad. |
| | 13 | Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de matemáticas. |
| | 17 | Trabajar con las matemáticas hace que me sienta nervioso/a. |
| | 18 | No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de matemáticas. |
| | 22 | Las matemáticas hacen que me sienta incómodo/a y nervioso/a. |
| **Motivación** | 5 | La matemática es demasiado teórica para que pueda servirme de algo. |
| | 10 | Las matemáticas pueden ser útiles para el que decida realizar una carrera de "ciencias", pero no para el resto de los estudiantes. |
| | 25 | La materia que se imparte en las clases de matemáticas es muy poco interesante. |
| **Utilidad** | 1 | Considero las matemáticas como una materia muy necesario en mis estudios. |
| | 6 | Quiero llegar a tener un conocimiento más profundo de las matemáticas. |
| | 15 | Espero tener que utilizar poco las matemáticas en mi vida profesional. |
| | 16 | Considero que existen otras asignaturas más importantes que las matemáticas para mi futura profesión. |
| | 19 | Me gustaría tener una ocupación en la cual tuviera que utilizar las matemáticas. |
| | 21 | Para mi futuro profesional la matemática es una de las asignaturas más importantes que tengo que estudiar. |
| **Confianza** | 11 | Tener buenos conocimientos de matemáticas incrementará mis posibilidades de trabajo. |
| | 20 | Me provoca una gran satisfacción el llegar a resolver problemas de matemáticas. |
| | 23 | Si me lo propusiera creo que llegaría a dominar bien las matemáticas. |

## Anexo 3

**Tabla 19: Estadísticas de fiabilidad**

| Alfa de Cronbach | N de elementos |
|---|---|
| .778 | 25 |

## Anexo 4

**Tabla 20: Resumen de contraste de hipótesis**

| | Hipótesis nula | Prueba | Sig. | Decisión |
|---|---|---|---|---|
| 1 | La mediana de las diferencias entre PD y PF es igual a 0. | Prueba de Wilcoxon de los rangos con signo para muestras relacionadas | .000 | Rechace la hipótesis nula. |

Se muestran significaciones asintóticas. El nivel de significancia es .05.

## Anexo 5

**Tabla 21: Escala de Actitud hacia las Matemáticas de Auzmendi (1992)**

| Recinto Universitario | Bluefields | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Etnia | Miskito | | Ulwa | | Creole | | Garífuna | | Rama | | Mestizo | |
| Carrera: | Agroforestal | | | | | | | | | | | |
| Edad | 16-19 | | 20-23 | | 24-27 | | 28-31 | | 32-35 | | Más de 36 | |
| Género | Masculino | | | | | | Femenino | | | | | |

Apreciable estudiantes, estamos realizando una investigación que tiene como objetivo Analizar desde un enfoque ontosemiótico el proceso de instrucción en aplicaciones de la derivada, el propósito de esta encuesta es conocer la actitud de ustedes hacia las matemáticas, esto permitirá la implementación de métodos y estrategias para despertar el interés por el estudio de las matemáticas y por ende mejorar el proceso enseñanza aprendizaje de las derivadas y sus aplicaciones.

Para cada una de las siguiente preguntas indica en la escala 1 a 5 tu grado de acuerdo, según el siguiente convenio

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| **Fuertemente en desacuerdo** | **No estoy de acuerdo** | **Indiferente** | **De acuerdo** | **Fuertemente de acuerdo** |

| N° | Preguntas | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Considero las matemáticas como una materia muy necesario en mis estudios. | | | | | |
| 2 | La asignatura de matemáticas se me da bastante mal. | | | | | |
| 3 | Estudiar o trabajar con las matemáticas no me asusta en absoluto. | | | | | |
| 4 | Utilizar las matemáticas es una diversión. | | | | | |
| 5 | La matemática es demasiado teórica para que pueda servirme de algo. | | | | | |
| 6 | Quiero llegar a tener un conocimiento más profundo de las matemáticas. | | | | | |
| 7 | Las matemáticas es una de las asignaturas que más temo. | | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **8** | Tengo confianza en mí cuando me enfrento a un problema de matemáticas. | | | | | |
| **9** | Me divierte el hablar con otros de matemáticas. | | | | | |
| **10** | Las matemáticas pueden ser útiles para el que decida realizar una carrera de "ciencias", pero no para el resto de los estudiantes. | | | | | |
| **11** | Tener buenos conocimientos de matemáticas incrementará mis posibilidades de trabajo. | | | | | |
| **12** | Cuando me enfrento a un problema de matemáticas me siento incapaz de pensar con claridad. | | | | | |
| **13** | Estoy calmado/a y tranquilo/a cuando me enfrento a un problema de matemáticas. | | | | | |
| **14** | Las matemáticas son agradables y estimulantes para mí. | | | | | |
| **15** | Espero tener que utilizar poco las matemáticas en mi vida profesional. | | | | | |
| **16** | Considero que existen otras asignaturas más importantes que las matemáticas para mi futura profesión. | | | | | |
| **17** | Trabajar con las matemáticas hace que me sienta nervioso/a | | | | | |
| **18** | No me altero cuando tengo que trabajar en problemas de matemáticas. | | | | | |
| **19** | Me gustaría tener una ocupación en la cual tuviera que utilizar las matemáticas. | | | | | |
| **20** | Me provoca una gran satisfacción el llegar a resolver problemas de matemáticas | | | | | |
| **21** | Para mi futuro profesional la matemática es una de las asignaturas más importantes que tengo que estudiar. | | | | | |
| **22** | Las matemáticas hacen que me sienta incómodo/a y nervioso/a | | | | | |
| **23** | Si me lo propusiera creo que llegaría a dominar bien las matemáticas. | | | | | |
| **24** | Si tuviera oportunidad me inscribiría en más cursos de matemáticas de los que son obligatorios. | | | | | |
| **25** | La materia que se imparte en las clases de matemáticas es muy poco interesante. | | | | | |

Fuente: Cuestionario de actitudes hacia las matemáticas de Auzmendi (1992)

## Anexo 6

**Tabla 22: Ficha de observación de cada problema planteado en las pruebas desde un enfoque ontosemiótico**

| Actividad | Tipo de Actividad | Estrategias | Comentario/Reflexiones |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |