

**SISTEMA PARA LEVANTAMIENTO GEOMÉTRICO EN 3D DE
ESTRUCTURAS DEFORMADAS SOMETIDAS A GRANDES
DESPLAZAMIENTOS**

**PROYECTO “EVALUACIÓN DE LA CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL DE
PANELES NAVALES ABOLLADOS POR CARGAS DINÁMICAS”**

**DIANA MARCELA RAMÍREZ WILCHES
LILIANA MARGARITA ROMERO CUETO**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE BOLÍVAR
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA INGENIERÍA MECÁNICA Y MECATRÓNICA
CARTAGENA DE INDIAS D.T
2005**

**SISTEMA PARA LEVANTAMIENTO GEOMÉTRICO EN 3D DE
ESTRUCTURAS DEFORMADAS SOMETIDAS A GRANDES
DESPLAZAMIENTOS**

**PROYECTO “EVALUACIÓN DE LA CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL DE
PANELES NAVALES ABOLLADOS POR CARGAS DINÁMICAS”**

**DIANA MARCELA RAMÍREZ WILCHES
LILIANA MARGARITA ROMERO CUETO**

**Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de
Ingeniera Mecánica**

**Juan Gabriel Fajardo Cuadro, ME, MSc.
Director**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE BOLÍVAR
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA INGENIERÍA MECÁNICA Y MECATRÓNICA
CARTAGENA DE INDIAS D.T
2005**

Nota de aceptación

Presidente del jurado

Jurado

Jurado

Cartagena de indias, Junio de 2005

A Dios que me iluminó con la gracia
de una familia maravillosa, a mi novio
Carlos
Con amor...

Diana Marcela

A Dios, a mis padres, Alu y Cayo, a
mis abuelos Alu y Marcial, y a mi novio
Jair con mucho amor...

Liliana Margarita

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a:

M.Sc. Jairo Useche Vivero, por haber depositado su confianza en nosotras para llevar a cabo esta investigación.

M.Sc. Juan Gabriel Fajardo Cuadro, director del presente trabajo, por sus valiosos aportes.

M.Sc. Juan Carlos Martínez, por su asesoría y contribución para la realización de este trabajo.

S.J. Pedro Colina, por el préstamo continuo de los equipos, aportes y hospitalidad en el Laboratorio de Metrología de COTECMAR.

Ing. Dawin Jiménez, por su enorme apoyo y amistad.

M.Sc. Jair Meza, por su amistad, ayuda incondicional y hospitalidad.

M.Sc. Carlos Cano, Alfredo Abuchar y demás investigadores y estudiantes (Luís Fernando, Andrés, Lyda, Grace) que hacen parte del grupo de investigación DIPROM por su colaboración, compañerismo y amistad.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	11
1. GENERALIDADES DE LOS SISTEMAS DE LEVANTAMIENTO GEOMÉTRICOS EN 3D	13
1.1. DISPOSITIVOS DE MEDICIÓN UTILIZADOS EN LOS SISTEMAS DE LEVANTAMIENTO GEOMÉTRICO	15
2. LEVANTAMIENTO GEOMÉTRICO EN 3D DE LA ESTRUCTURA DE ACERO ASTM A 131	19
2.1. ESPECIFICACIÓN DEL MESURANDO OBJETO A MEDIR	19
2.2. MÉTODO DE MEDICIÓN DE COORDENADAS	20
2.2.1. Diseño y construcción del sistema de levantamiento geométrico	20
2.2.2. Equipos e instrumentos utilizados en el sistema de levantamiento geométrico	26
2.3. PROCEDIMIENTO DE MEDICIÓN DE COORDENADAS	28
2.3.1. Enmallado del panel	28
2.3.2. Medición de coordenadas en los puntos de control antes de la aplicación de la carga	29
2.3.3. Medición de distancias en los puntos de control después de la aplicación de la carga	30
3. ERRORES E INCERTIDUMBRES EN LA MEDICIÓN	31
3.1. INCERTIDUMBRE EN LA MEDICIÓN DE LAS COORDENADAS DE LOS PUNTOS DE CONTROL DEL PANEL DE ACERO ASTM A 131	32
3.1.1. Pasos a seguir para la determinación de la incertidumbre en la medición	34
3.1.2. Evaluación de incertidumbres en la medición de coordenadas mediante el sistema de levantamiento geométrico	36
4. AJUSTES DE CURVAS	40
4.1. INTERPOLACIÓN Y APROXIMACIÓN POLI NÓMICA EN 1D	41
4.1.1. Polinomios de interpolación de Taylor	42
4.1.2. Polinomios de Lagrange	43

4.2. INTERPOLACIÓN Y APROXIMACIÓN POLI NÓMICA EN 2D	44
4.2.1. Polinomio lineal	44
4.2.2. Polinomio bilineal	44
4.2.3. Polinomio cuadrático	45
4.3. EVALUACIÓN DE UN POLINOMIO DE INTERPOLACIÓN BILINEAL	45
5. ANÁLISIS NO LINEAL EN ESTRUCTURAS	48
5.1. DESPLAZAMIENTOS Y DEFORMACIONES	49
5.2 DEFORMACIONES UNITARIAS	50
5.3 ESFUERZOS	51
6. ANÁLISIS DE RESULTADOS	53
6.1. VISUALIZACIÓN EN TRES DIMENSIONES DE LAS CONDICIONES NO DEFORMADA Y DEFORMADA DE LA ESTRUCTURA	54
6.2. RECONSTRUCCIÓN APROXIMADA DEL CAMPO DE DEFORMACIONES UNITARIAS Y DE ESFUERZOS CONSIDERANDO UN ESTADO DE ESFUERZO PLANO	55
6.3. DETERMINACIÓN DEL CAMPO BIAxIAL DE ESFUERZOS EN EL PANEL	56
7. ANÁLISIS DE UNA MEMBRANA ELÁSTICA SOMETIDA A GRANDES DESPLAZAMIENTOS	64
7.1 LEVANTAMIENTO GEOMÉTRICO DE LA MEMBRANA	64
7.2 ANÁLISIS NO LINEAL DE LA MEMBRANA	65
8. CONCLUSIONES	68
9. RECOMENDACIONES	70
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	71
ANEXOS	74

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Maquina de Medición de Coordenadas	14
Figura 2. Probeta de acero ASTM A 131	20
Figura 3. Sistema de levantamiento	21
Figura 4. Viga simplemente apoyada.	22
Figura 5. Deslizador longitudinal	24
Figura 6. Dimensiones en mm del rodamiento rígido de una hilera de bolas SKF 61800 2Z	25
Figura 7. Sistema porta indicador.	26
Figura 8. Enmallado del panel.	29
Figura 9. Elemento lineal rectangular de 4 nodos	45
Figura 10. (a) Configuración no deformada de Ω . (b). Configuración deformada de Ω .	49
Figura 11. Estado biaxial de esfuerzos	52
Figura 12. Gráfico en 3D del panel en la condición inicial y final. La magnitud de desplazamiento \vec{u} esta representado por la barra de colores.	54
Figura 13. Grafico comparativo. Izquierda: Geometría del panel abollado obtenida con SLG 3D; derecha: foto del panel real después de la aplicación de la carga.	55
Figura 14. Distribución de esfuerzo normal en x sobre el panel abollado. La barra de colores describe el valor del esfuerzo.	56
Figura 15. Distribución de esfuerzo normal en Y sobre el panel abollado. La barra de colores describe el valor del esfuerzo.	57
Figura 16. Distribución de esfuerzo cortante sobre el panel abollado. La barra de colores describe el valor del esfuerzo.	58
Figura 17. Gráficos de contorno. Deformaciones unitarias y esfuerzos en el panel	58
Figura 18. Nodelist.txt. Nodos del panel y sus coordenadas iniciales.	60
Figura 19. listelem.txt. Definición de elementos.	61
Figura 20 Nodesol.txt. Valores nodales de desplazamientos	61
Figura 21. Membrana de SBS fija en los extremos con marco metálico atornillado.	64
Figura 22. Distribución de desplazamientos en la membrana deformada	65

Figura 23. Gráficos de contorno. Izq. y centro: Distribución de deformaciones unitarias normales en las direcciones x y y. Derecha: distribución de deformaciones unitarias cortantes.	66
Figura 24. Gráficos de contorno. izq. y centro: distribución de esfuerzos normales en x, y. Derecho: Distribución de esfuerzo cortante.	66
Figura 25. Distribución de esfuerzos en la membrana SBS deformada.	67

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Dispositivos de medición utilizados en los sistemas de levantamiento geométrico.	16
Tabla 2. Características rodamientos 61800-2Z	25
Tabla 3. Clasificación de los bloques patrón	28
Tabla 4. Tipos de curvas de ajuste	41
Tabla 5. Clasificación de análisis no lineales	48
Tabla 6. Esfuerzos máximos y coordenadas de los nodos donde se presentan.	59

INTRODUCCIÓN

El levantamiento geométrico de objetos tridimensionales es muy utilizado en áreas como la medicina, robótica, procesos industriales, diseño naval, arquitectura, modelamiento computacional de fenómenos físicos, entre otros. En el área de modelamiento computacional de estructuras deformadas, los levantamientos geométricos brindan información específica necesaria para analizar los mecanismos de deformación y comportamientos mecánicos de estas.

En la actualidad existen diversos métodos para obtener registros tridimensionales, estos pueden diferir unos de otros dependiendo de como adquieren la información necesaria para conocer o calcular la forma geométrica deseada. Por medio de este trabajo se diseña e implementa un sistema de levantamiento geométrico, que permite realizar gráficos tridimensionales de la geometría deformada de una estructura de acero ASTM A 131 sometida a grandes desplazamientos, con el fin de validar modelos computacionales que serán llevados a cabo durante el proyecto, *“Evaluación de la confiabilidad de paneles navales abollados por cargas dinámicas”*, proyecto que es coordinado por el programa de ingeniería mecánica de la Universidad Tecnológica de Bolívar COTECMAR y el apoyo de COLCIENCIAS.

El presente trabajo empieza con una descripción de los sistemas de levantamiento geométricos utilizados en los últimos años, así como los

métodos utilizados para el registro de objetos tridimensionales; seguido por la descripción del método y el procedimiento de medición de coordenadas, de puntos de control, necesarias para llevar a cabo el levantamiento geométrico de una estructuras sometida a grandes desplazamiento. Finalmente en el análisis de resultados se desarrollan gráficos tridimensionales de la estructura deformada y se analiza el comportamiento dinámico del material.

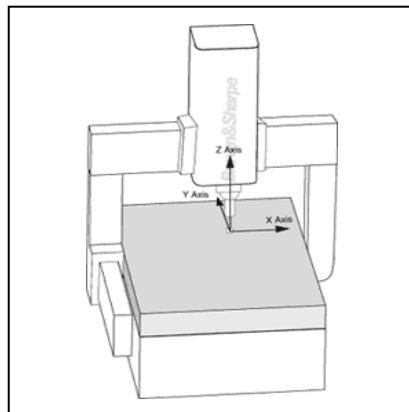
1. GENERALIDADES DE LOS SISTEMAS DE LEVANTAMIENTO GEOMÉTRICOS EN 3D

Un levantamiento geométrico consiste en la reconstrucción numérica o geométrica de un modelo u objeto real, este se realiza mediante la medición de distancias globales o relativas de todos los puntos de una figura para luego ubicar estos en el espacio con sus respectivas coordenadas. Estos sistemas han sido de suma importancia en campos de la medicina y en los procesos de ingeniería tales como diseño, fabricación, teorías de fallas entre otros; puesto que estos permiten tener una descripción física, real y detallada de cada proceso.

Los levantamientos geométricos en estructuras han sido objeto de estudio debido a su importancia en la validación de modelos matemáticos y experimentales; como es el caso del levantamiento geométrico del alabe de una turbina Westinghouse W101, el cual se realizó mediante una máquina de medición por coordenadas MMC (véase *Figura 1*), donde se obtuvieron un conjunto de puntos que definen el perfil tridimensional del álabe. Se midieron un total de 1664 puntos sobre toda la superficie del álabe, para cada uno de los cuales se registraron sus tres coordenadas en unidades milimétricas, con una precisión de milésima de milímetro (4992 valores) [14].

Las Máquinas de Medición de Coordenadas MMC son instrumentos de medición con los cuales se pueden medir características geométricas tridimensionales de objetos en general, la extracción de la geometría de piezas se hace mediante: punto, línea, plano, círculo, cilindro, cono, esfera y toroide; y con estos elementos puede hacerse la medición completa de una pieza [6].

Figura 1. Máquina de Medición de Coordenadas



Tomado de [14]

En la medida en que las piezas fabricadas se hacen más pequeñas y las tolerancias requeridas son menores, es preciso adquirir y analizar más datos para poder determinar la viabilidad del proceso de fabricación. Las MMC con funciones de barrido proporcionan los medios para ello. El barrido es simplemente una forma de recoger automáticamente un conjunto de coordenadas de puntos para definir con exactitud la forma de la pieza de trabajo. Con sistemas de levantamiento que utilizan el rayo láser como palpador se adquieren todos los datos de forma automática, datos que posteriormente se elaboran en modo diverso para realizar un modelo numérico o geométrico del objeto levantado. Los escáneres láser para la medición en 3D

son instrumentos que permiten explorar el espacio y adquirir las coordenadas de los puntos interceptados por el rayo. Este sistema tiene la capacidad de medir la distancia entre el láser y el objeto que hay que levantar. En el momento de la activación, el láser genera un rayo que se mueve a intervalos regulares a lo largo de 576 líneas horizontales creando una malla de puntos sobre el objeto que hay que levantar, generando la llamada "nube de puntos". La medida del tiempo que emplea el rayo en llegar al instrumento, golpear la superficie del monumento y volver atrás, permite al escáner medir la distancia del punto y sus coordenadas. Cada uno de los puntos levantados es individuado a través de sus tres coordenadas cartesianas; y el levantamiento geométrico que se obtiene es a escala real del modelo [5].

Otro método utilizado para realizar levantamientos geométricos o registros tridimensionales de sólidos simples, consiste en la implementación de un sistema de estereo visión. Este método es una técnica pasiva utilizada para conocer los datos de profundidad de un objeto en la que se adquieren dos o más imágenes simultáneas o en forma secuencial desde puntos de observación diferentes, conociendo la orientación relativa entre cámaras que captan las imágenes y un sistema de coordenadas espaciales [13].

1.1. DISPOSITIVOS DE MEDICIÓN UTILIZADOS EN LOS SISTEMAS DE LEVANTAMIENTO GEOMÉTRICO.

Los sistemas de levantamiento geométrico utilizan diferentes dispositivos de medición de distancias, dependiendo del principio de operación, la velocidad

de medición, precisión y exactitud en el resultado, costos de los equipos, entre otros. Debido a los factores mencionados, existe una gran variedad de instrumentos de medición de distancias, entre estos se encuentran los sensores eléctricos, electrónicos, ópticos y dispositivos mecánicos. Los cuales están clasificados en la *Tabla 1* según su principio físico de operación utilizado en la recolección de información [1].

Tabla 1. Dispositivos de medición utilizados en los sistemas de levantamiento geométrico.

Tipo De Dispositivo	Sensor o instrumento	Descripción, Principio Físico De Operación	Tipo De Lectura	Aplicación
Electrónicos, eléctricos	Resistivos	Potenciómetros, galgas y magnetorresistencias	Acondicionador de señal Digital	Desplazamiento, temperatura
	Transductores capacitivos	Condensador diferencial	Acondicionador de señal Digital	Desplazamiento, área, nivel presión
	Transductores inductivos y electromagnéticos	Corrientes de foucault	Acondicionador de señal Digital	Desplazamientos, radiación, ondas
	Digitales	Codificadores incrementales y absolutos	Digital	Desplazamientos, radiación, ondas, conteo
	Uniones p-n	Fotoeléctricos	Acondicionador de señal Digital	Desplazamientos, radiación, ondas, conteo
	Ultrasonidos	Reflexión	Digital	Longitud
Ópticos	Interferómetro	Interferencia de luz, rayo láser	Digital	Desplazamientos, superficie,
	Posicionado global			
Mecánicos	Calibradores de vernier	Escalas deslizantes	Análoga o digital	Longitud
	Micrómetros	Giro de tornillo	Análogo o digital	Longitud
	Indicadores de carátula	Comparación con bloques patrón	Análogo o digital	Alineación, longitud,

Entre los diversos tipos de dispositivos de medición existen ciertas diferencias relacionadas con la exactitud y precisión que estos presentan, como también

se ven involucradas otras diferencias con respecto a su sistema de lectura, que puede ser análogo o digital en cualquier tipo de instrumento.

El sistema de lectura análoga puede presentar una precisión de 4 o más cifras decimales representativas, aunque está sometido a ciertos errores de medición puesto que en sus lecturas se cometen errores aleatorios de apreciación y sistemáticos en la toma de medidas, a diferencia del sistema de lectura digital, en el cual estos errores no son tan comunes, sin embargo dicho sistema no suele ser tan preciso como el análogo.

Teniendo en cuenta el sistema de lectura adecuado, la opción del micrómetro siempre es preferible en términos de precisión de medidas con dispositivos mecánicos de medición. El sistema de medida basado en el avance de un tornillo micrométrico, que incorporan los micrómetros, es intrínsecamente más preciso que el sistema de medida de calibradores de vernier, basado en el desplazamiento relativo entre unas reglas que deslizan entre sí [7]. Además los indicadores de carátula presentan una gran ventaja, en cuanto a la medición de distancias, debido a su gran sensibilidad y por esto su alta precisión.

Sin embargo los sensores eléctricos, electrónicos, y ópticos muestran una ligera ventaja sobre los instrumentos mecánicos de medición, en la forma de obtener las mediciones, ya que estos permiten hacer mediciones correctas a distancia en puntos algunas veces inasequibles y a mayor velocidad de

adquisición de datos en particular los sensores ópticos que se basan en el principio de la interferencia de luz.

2. LEVANTAMIENTO GEOMÉTRICO EN 3D DE UNA ESTRUCTURA DE ACERO ASTM A 131

Para llevar a cabo el levantamiento o la representación geométrica de una estructura de acero ASTM A 131, es necesaria la selección de los puntos de control del objeto que a de ser levantado, antes de la toma de las medidas respectiva.

El objetivo de una medición es determinar el valor del mesurando, esto es, el valor de la cantidad particular (distancia) a ser medida. Una medición entonces comienza con la especificación apropiada del mesurando, el método de medición y el procedimiento de medición [9].

2.1. ESPECIFICACIÓN DEL MESURANDO U OBJETO A MEDIR.

El objeto que va a ser representado geométricamente es un panel de acero ASTM A 131 sometido a la acción de una carga explosiva (pentolita), produciendo sobre él deformaciones que superan el límite elástico del material. Este panel es la probeta de prueba utilizada por el grupo de experimentación del proyecto “Evaluación De La Confiabilidad De Paneles Navales Abollados Por Cargas Dinámicas”, ver *Figura 2*.

Figura 2. Probeta de acero ASTM A 131



La probeta es una lámina de 6.35 mm (1/4 in) de espesor, con dimensiones de 725 x 550 mm, reforzada con vigas en L de 50.8 x 50.8 mm, ver Anexo A.

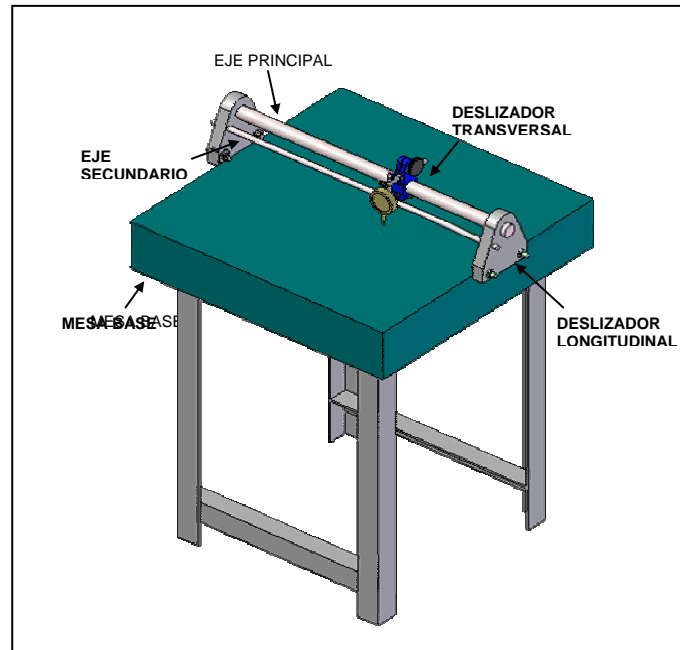
2.2. MÉTODO DE MEDICIÓN DE COORDENADAS

En el caso del levantamiento geométrico del panel sometido a cargas explosivas, este debe ser discretizado en un número considerable de elementos, cada uno de estos definido por cuatro puntos o nodos espaciados 25.4 mm (1 in) entre sí. Sobre estos puntos se toman medidas de distancias iniciales (antes de la aplicación de la carga) y finales (después de la aplicación de la carga) con referencia al sistema de ejes coordenados (x, y, z). Estas mediciones se hacen a través de un sistema de levantamiento geométrico, cuyas características se describen a continuación.

2.2.1. Diseño y construcción del sistema de levantamiento geométrico. El sistema de levantamiento geométrico esta fundamentado en instrumentos mecánicos de medición de distancias, consta de un indicador de carátula, un calibrador pie de rey y un juego de bloques patrón (patrones de referencia). Los

componentes principales del sistema son: eje principal, eje secundario, deslizador longitudinal, deslizador transversal y mesa base, véase *Figura 3* y Anexo B.

Figura 3. Sistema de levantamiento



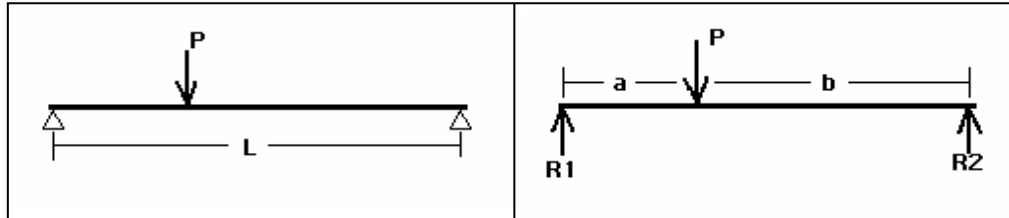
- **Eje principal:** Este eje permite desplazar el deslizador transversal a lo largo de la probeta en los diferentes puntos de control. Está fabricada de acero estructural y posee un recubrimiento de cromo duro (0.1 mm de espesor) que permite fácil desplazamiento del deslizador transversal sobre la viga.

Su longitud esta limitada a las dimensiones de la mesa base donde se ubica el sistema, la cual posee 630 mm de ancho. Igualmente su diámetro lo define el deslizador transversal que posee un orificio de 30 mm para ubicar dicho eje.

Ya descritas las dimensiones del eje, es necesario conocer la deformación máxima que puede presentar al momento de ubicar los instrumentos de medición sobre esta. Esta deformación debe ser nula, ya que deformaciones del eje ocasionarían errores en la medición de distancia por parte del indicador de carátula.

En la *Figura 4* se muestra una viga simplemente apoyada la cual soporta una carga P (peso de deslizador transversal e indicador de carátula) a una distancia a de su extremo izquierdo. La mayor deformación se presentara en la viga cuando la carga P se aplica en el centro de esta [15].

Figura 4. Viga simplemente apoyada.



La deformación en esta configuración de viga se describe en la *Ec. 1* como:

$$y(x) = \frac{Px}{48EI}(4x^2 - 3l^2) \quad \text{Ec. 1}$$

Donde P es la carga aplicada y x es la distancia desde el extremo izquierdo de la viga hasta el punto de aplicación de la carga.

La máxima deformación se presenta en $x = l/2$, como:

$$y(\text{max}) = \frac{Pl^3}{48EI}$$

En este caso,

$P = mg = 0.9\text{kg} * 9.8\text{m/s}^2 = 8.82\text{ N}$ donde $m = \text{masa del indicador}$
y *deslizador transversal*.

$$l = 0.63\text{ m}$$

$$E = 207\text{ Gpa}$$

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi(0.03)^4}{64} = 3.97(10)^{-2}\text{ m}^4$$

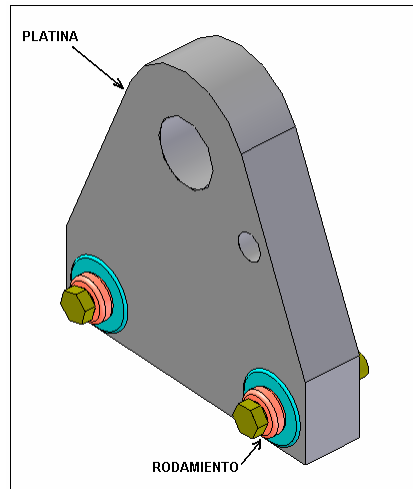
Finalmente el valor de la deformación máxima del eje principal es:

$$y(\text{max}) = 5.6(10)^{-12}\text{ m} \approx 0$$

El resultado anterior muestra que el eje principal de sección circular no posee deformaciones bajo esas condiciones de carga y que es apta para ser usada en el sistema de levantamiento.

- **Deslizador longitudinal:** el sistema posee dos deslizadores longitudinales ubicados paralelamente en los extremos del eje principal y el eje secundario. Este componente consta de dos platinas de acero estructural (SAE 1020), cuyas dimensiones se observan en el plano del sistema de levantamiento geométrico, Anexo B. En estas platinas van alojados dos rodamientos (ver *figura 5*), que permiten el desplazamiento del deslizador longitudinal lo largo de la mesa base (mesa de mármol).

Figura 5. Deslizador longitudinal

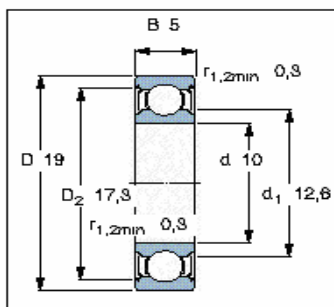


Las condiciones que se deben tener en cuenta para la selección del tipo de rodamiento utilizado para la construcción del deslizador longitudinal se describen a continuación:

- Tipo de carga a soportar: Carga estática radial.
- Cantidad de carga: aproximadamente 400 N (peso del deslizador transversal, deslizador longitudinal, ejes e indicador de carátula).

Teniendo en cuenta las condiciones anteriores, el rodamiento escogido para la construcción del sistema de levantamiento, es un rodamiento rígido de una hilera de bolas con designación 61800 2Z [15]. Las dimensiones del rodamiento se describen en *Figura 6*, y sus características en la *Tabla 2*.

Figura 6. Dimensiones en mm del rodamiento rígido de una hilera de bolas SKF 61800 2Z



Tomado de Catalogo SKF 1982.

Tabla 2. Características rodamientos 61800-2Z

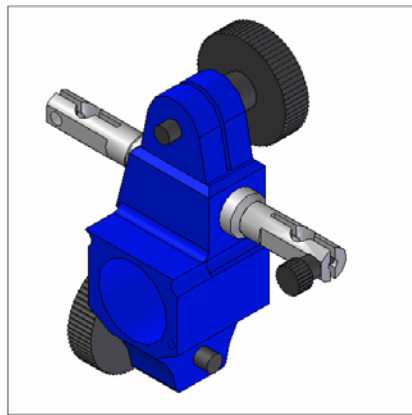
Rodamientos rígidos de bolas, de una hilera							
Dimensiones principales (mm)			Capacidad de carga (kN)		Carga límite por fatiga (kN)	Masa (Kg.)	Designación
d	D	B	dinámica	estática			
10	19	5	1,38	0,585	0,025	0,0055	61800-2Z

Tomado de Catalogo SKF 1982.

- **Mesa base:** la mesa base es la que soporta el sistema de levantamiento como tal; es una mesa de mármol completamente rectificadas, que además proporciona el plano de referencia para la medición de distancias. Las características de la mesa base están descritas en los equipos e instrumentos usados en el sistema de levantamiento, ver Anexo C.
- **Deslizador transversal:** es el soporte central del sistema de levantamiento. Está fabricado en acero SAE 1020, es el encargado de sostener el indicador de carátula y desplazarlo a lo largo del eje principal; posee un orificio central de 30 mm de diámetro en el cual se

aloja el eje principal y otro en la parte superior para ubicar la barra del indicador de carátula, ver Anexo B. También esta compuesto de dos botones de apriete que impiden la rotación del indicador de carátula en el momento de la medición. El deslizador transversal se muestra en la *Figura 7*.

Figura 7. Sistema porta indicador.



2.2.2 Equipos e instrumentos utilizados en el sistema de levantamiento

geométrico: a continuación se describen los equipos utilizados para las mediciones y en el Anexo C se muestra una fotografía de cada uno de ellos. Estos equipos son propiedad del laboratorio de metrología de COTECMAR (Mamonas) y se encuentran calibrados bajo las Normas Técnicas Colombianas para calibración de instrumentos, los certificados de calibración y características de los equipos se muestran en el Anexo D.

- **Calibrador pie de rey.** El calibrador pie de rey se usa para la medición de las coordenadas iniciales y finales de los puntos marcados sobre la probeta, en el plano xy (horizontal).

- **Indicador de carátula.** El indicador de carátula hace parte del sistema de levantamiento geométrico y está ubicado en el deslizador transversal. Este indicador se emplea para la medición de coordenadas de los puntos de control en la dirección z (plano vertical).
- **Mesa de mármol.** La mesa de mármol es empleada como base para la ubicación de la probeta y del sistema de levantamiento. También actúa como plano referencia para las medidas de las coordenadas de los puntos a lo largo del eje z. Esta es una mesa completamente nivelada y lisa que garantiza la horizontalidad de la probeta al momento de medir.
- **Bloques patrón.** Los bloques patrón son elementos de forma rectangular, con gran exactitud dimensional y geométrica, capacidad de adherencia con otros bloques, estabilidad dimensional a través del tiempo, duros y resistentes y con gran resistencia a la corrosión. Estos sirven como referencia en la consecución del método de medición comparativa. En el caso particular del sistema de levantamiento geométrico, sirve como patrón de referencia para el indicador de carátula, para las mediciones de los puntos de control en el plano vertical. Para cada fila que conforma el enmallado de la probeta se utiliza un bloque o un sistema de varios bloques patrón como medida de referencia para el indicador. Los bloques patrón se clasifican en términos de exactitud como se muestra en la Tabla 3. Los bloques utilizados se muestran en el Anexo C.

Tabla 3. Clasificación de los bloques patrón

CLASIFICACIÓN	USO	GRADO
Referencia	Investigación tecnología y científica.	00(k)
Calibración	Calibración de instrumentos de medición. Calibración de bloques patrones.	0 y 00(k)
Inspección	Inspección de partes, maquinas, herramientas. Calibración de instrumentos.	1 y 2
Taller	Montaje de herramientas de cortes. Fabricación de dispositivos.	2 y 1

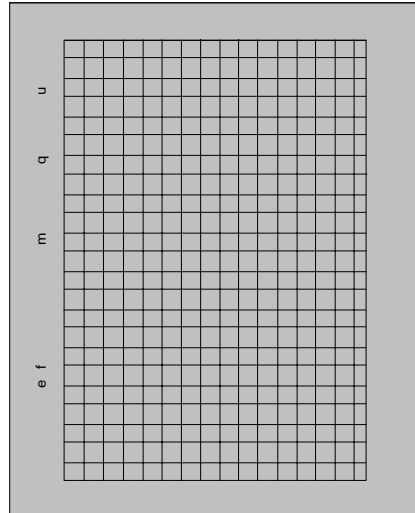
Tomado de Norma española CEM.

2.3. PROCEDIMIENTO DE MEDICIÓN DE COORDENADAS

El procedimiento para la medición de coordenadas de los puntos del panel se describe a continuación.

2.3.1. Enmallado del panel: el enmallado se efectúa en la superficie del panel con el fin de localizar los puntos de control que van a ser medidos. Se lleva a cabo dibujando líneas verticales y horizontales espaciadas a 25.4 mm (1 in), con un trazador metálico. De esta manera los puntos de control se ubican y enumeran en las intersecciones de las líneas. La *Figura 8* muestra la vista superior del panel enmallado y la designación de cada punto de control o nodo, cada nodo posee una letra (a - w) y un número (0 - 18) que representan la ubicación vertical y horizontal de estos respectivamente. En total se deben medir las coordenadas de 475 nodos y 432 elementos rectangulares.

Figura 8. Enmallado del panel.



2.3.2. Medición de coordenadas en los puntos de control antes de la aplicación de la carga. La medición de distancias en los puntos de control, sobre el plano horizontal de la probeta (plano xy), se efectúa con el calibrador pie de rey. Estas medidas se realizan a partir de un punto de referencia ubicado en la parte inferior izquierda de la probeta (punto 00) Ver *Figura 8*. Las distancias verticales de los puntos de control (eje z) se realizan con el sistema de levantamiento, desplazando el indicador de carátula a lo largo y ancho de la probeta y ubicándolo en cada uno de los puntos para su respectiva medición. Los siguientes pasos describen el procedimiento a seguir para efectuar las mediciones de distancia en los planos verticales.

- Ubicar la probeta en el sistema de levantamiento, justo en la parte superior de la mesa base (mesa de mármol).
- Seleccionar el conjunto de bloques patrones a utilizar, cuya altura sea igual a la altura del primer punto de la cada fila, es decir, configurar un conjunto de patrones para cada una de las filas de puntos sobre la superficie de la probeta.

- Desplazar el deslizador longitudinal y vertical hasta llegar al primer punto (nodo 00).
- Hacer coincidir la punta del indicador de carátula con la superficie del sistema de patrones y ubicar la aguja en el ceros.
- Desplazar el deslizador transversal sobre los puntos de cada fila y medir las alturas de estos.
- Sumar el valor de la altura del sistema de patrones y el valor leído en el indicador de carátula y así obtener la altura total de cada punto.
- Repetir el proceso para cada fila.

Finalmente se almacenan las coordenadas (distancias medidas con relación al punto de referencia 00) en un archivo de texto.

2.3.3. Medición de distancias en los puntos de control después de la aplicación de la carga. Las mediciones de distancias después de la aplicación de la carga se realizan siguiendo el procedimiento para medición de distancias antes de la aplicación de la carga.

Los resultados obtenidos luego de realizar el procedimiento para la medición de distancias en los puntos de control antes y después de la aplicación de la carga, se recopilan en los Anexos E y F respectivamente.

3. ERRORES E INCERTIDUMBRES EN LA MEDICIÓN

Aunque existen innumerables procesos de medición, todos ellos culminan con la obtención de un resultado, el cual es afectado por distintos errores que surgen de la interacción entre el aparato de medida, el observador y el sistema bajo estudio.

En ciencias e ingeniería, el concepto de error tiene un significado diferente del uso habitual de este término. Usualmente, el empleo del término error se entiende como análogo o equivalente a equivocación. En ciencia e ingeniería, el error, está más bien asociado al concepto de incerteza en la determinación del resultado de una medición. Más precisamente, lo que se procura en toda medición es conocer las cotas (o límites probabilísticos) de estas incertezas.

Se pretende establecer un intervalo $\bar{x} - \Delta x \leq x \leq \bar{x} + \Delta x$ donde con cierta probabilidad, se pueda decir que se encuentra el mejor valor de la magnitud medida x . Este mejor valor \bar{x} es el más representativo de la medición y al semiancho Δx se le denomina incerteza o error absoluto de la medición.

La incertidumbre es el parámetro asociado con el resultado de una medición que caracteriza la dispersión de los valores, que en forma razonable se le podría atribuir a una magnitud por medir. Esta también se define como la medida del posible error en el valor estimado del mesurando (objeto que se va

a medir) proporcionado por el resultado de una medición o como una estimación que caracteriza el intervalo de valores dentro de los cuales se halla el valor verdadero de un mesurando [9].

Tanto los instrumentos que se utilizan para medir como las magnitudes mismas son fuente de incertezas al momento de medir. Los instrumentos tienen una precisión finita, por lo que, para un instrumento dado, siempre existe una variación mínima de la magnitud que puede detectar. Esta mínima cantidad se denomina la apreciación nominal del instrumento.

3.1. INCERTIDUMBRE EN LA MEDICIÓN DE LAS COORDENADAS DE LOS PUNTOS DE CONTROL DEL PANEL DE ACERO ASTM A 131.

Según las normas técnicas Colombianas la dispersión de los valores que describen la medición de un objeto puede originarse por los siguientes aspectos [9]:

- Definición incompleta del mesurando.
- Realización imperfecta de la definición del mesurando.
- Muestreos no representativos: la muestra medida puede no representar el mesurando definido.
- Conocimiento inadecuado de los efectos de las condiciones ambientales sobre las mediciones imperfectas de dichas condiciones ambientales.
- Errores de apreciación del operador en la lectura de instrumentos análogos.

- Resolución finita del instrumento o umbral de discriminación finito.
- Valores inexactos de patrones de medición y materiales de referencia.
- Valores inexactos de constantes y otros parámetros obtenidos de fuentes externas y usadas en los algoritmos de reducción de datos.
- Aproximaciones y suposiciones incorporadas en los métodos y procedimientos de medición.
- Vibraciones en observaciones repetidas del mesurando bajo condiciones aparentemente iguales.

Existen dos maneras diferentes de evaluar componentes de incertidumbre, estas son:

- Evaluación de incertidumbre tipo A: es el método para evaluar la incertidumbre mediante el análisis estadístico de una serie de observaciones.
- Evaluación de incertidumbre tipo B: es el método para evaluar la incertidumbre por otro medio que no sea el análisis estadístico de una serie de observaciones.

Ambos tipos de evaluación están basados en distribuciones de probabilidad, y las componentes de incertidumbres resultantes de cualquier tipo son cuantificadas por varianzas y desviaciones estándar.

Antes de calcular la incertidumbre debemos tener presente las siguientes definiciones.

- **Incertidumbre estándar.** Incertidumbre de los resultados de una medida expresada como una desviación estándar.
- **Incertidumbre estándar combinada.** Incertidumbre estándar del resultado de una medición cuando el resultado se obtiene a partir de los valores de algunas otras magnitudes, igual a la raíz cuadrada positiva de una suma de términos, siendo esto las varianzas y covarianzas de estas otras magnitudes ponderadas de acuerdo a como el resultado de la medición varía con respecto a cambios en estas magnitudes.
- **Incertidumbre expandida.** Cantidad que define el intervalo (sobre el resultado de una medición), dentro del cual los valores que se podrán atribuir razonablemente a la medición, se espera que estén incluidos con un alto nivel de confianza.
- **Factor de cobertura (k).** Factor numérico, utilizado como un multiplicador de la incertidumbre estándar combinada, con el propósito de obtener una incertidumbre expandida. Este factor normalmente se encuentra en el intervalo de 2 a 3.

3.1.1. Pasos a seguir para la determinación de la incertidumbre en la medición. En metrología dimensional generalmente se siguen los siguientes pasos para la determinación de incertidumbres en la medición.

- Calcular incertidumbre tipo A: Hacer mediciones repetidas y calcular la desviación estándar.
- Calcular la incertidumbre tipo B: Esta posee diferentes contribuciones definidas como:

- U_{B1} incertidumbre del patrón de calibración.
 - U_{B2} incertidumbre debida a la diferencia de temperatura.
 - U_{B3} incertidumbre relacionada con la resolución.
 - U_{Bn} incertidumbre específica del caso de estudio.
- Calcular la incertidumbre combinada con la *Ec. 2*:

$$U_c = \sqrt{U_A^2 + U_{B1}^2 + U_{B2}^2 + U_{B3}^2 + \dots + U_{Bn}^2} \quad \text{Ec. 2}$$

- Calcular la incertidumbre expandida con la *Ec. 3*:

$$U_E = kU_c = 2U_c \quad \text{Ec. 3}$$

- Expresar la incertidumbre: xxx μm

3.1.2. Evaluación de incertidumbres en la medición de coordenadas mediante el sistema de levantamiento geométrico. La incertidumbre en las mediciones obtenidas, utilizando el sistema de levantamiento, se calcula con base en la medición de distancias en el plano vertical, puesto que en este caso se utiliza una mayor cantidad de instrumentos y se considera como el procedimiento más crítico en todo el proceso de medición.

Incetidumbre tipo A: esta contribución a la incertidumbre se calcula por repetición de medidas de coordenadas en los puntos de la probeta antes de la aplicación de la carga (coordenadas iniciales) y se compara con un sistema de bloques patrón cuya magnitud es igual a la altura teórica del panel medida desde la mesa base hasta su superficie. La incertidumbre tipo A se calcula con la *Ec. 4* tomada de [10]:

$$U_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

Ec. 4

Donde,

n : Número de repeticiones efectuadas en cada fila de la probeta, que en este caso son 19.

X_i : Lectura del indicador en la n -ésima repetición.

\bar{X} : Promedio de las lecturas por filas.

Después de calcular la incertidumbre en cada una de las filas, se escoge el mayor valor entre estas y así queda determinada la contribución de la incertidumbre debida a la repetibilidad. Este procedimiento se observa en el informe desarrollado en el laboratorio de metrología de COTECMAR, ver Anexo G.

Incertidumbre tipo B:

- Incertidumbre del patrón de calibración (bloques patrón) U_{B1} esta posee dos formas de contribución:

U_{B11} es la contribución teniendo en cuenta la estabilidad dimensional más la incertidumbre heredada del patrón de calibración: Esta se calcula mediante la *Ec. 5* tomada de [4]:

$$U_{B11} = \sqrt{\left(\frac{U_{cal}}{2}\right)^2 + \left(\frac{0,05 + 0,001 \times L}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

Ec. 5

Donde U_{cal} = Incertidumbre de calibración de cada bloque patrón. Este se encuentra en el certificado de calibración de los bloques patrón. Ver.

El segundo término expresa la incertidumbre heredada o adquirida por tiempo de uso de los bloques, donde L representa la longitud nominal de cada bloque.

U_{B12} Es la contribución por la planitud de las caras de contacto de cada bloque, observadas mediante un plano óptico (ver certificado de calibración del plano óptico (ver Anexo D) ésta contribución se calcula con la Ec. 6 de [4]:

$$U_{B12} = 0.29 \times \sqrt{\left[\frac{\lambda}{2} \times \left(1 + \frac{n}{10}\right)\right]^2 + (P.op.)^2} \quad \text{Ec. 6}$$

Donde,

λ = longitud de la onda de luz utilizada, para el plano óptico utilizado y es igual a $0,575 \mu m$ (ver certificado de calibración del plano óptico Anexo D).

n = número máximo de franjas observadas en los bloques (ver certificado de calibración de bloques patrón Anexo D).

$P.op$ = Incertidumbre de calibración del plano óptico usado y es igual a $0.1 \mu m$

- La Incertidumbre debida a la diferencia de temperatura U_{B2} al igual que la anterior posee dos contribuciones que se explican a continuación:

U_{B21} Es la contribución debida a la incertidumbre del coeficiente de dilatación lineal, esta se obtiene de la Ec. 7, tomada de [9]:

$$U_{B21} = L * U_{(\alpha)} * U_{(\Delta t)} \quad \text{Ec. 7}$$

Donde $U_{(\alpha)}$ se calcula con la Ec. 8, y $U_{(\Delta t)}$ en la Ec. 9.

$$U_{(\alpha)} = \sqrt{\left(\frac{(\alpha 1)}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{(\alpha 2)}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad \text{Ec. 8}$$

Donde,

α_1 = Coeficiente expansión térmica de la lámina medida = 1,2E-05 °C.

α_2 = Coeficiente de dilatación térmica del bloque = 1,1E-05 °C.

$$U_{(\Delta t)} = \sqrt{\left(\frac{\partial t}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{U_{calt}}{k_{cal}}\right)^2} \quad \text{Ec. 9}$$

En esta expresión,

∂t = Diferencia de temperatura nominal y la temperatura promedio del Laboratorio. La temperatura nominal debe ser 20°C.

U_{calt} = Valor máximo incertidumbre termohigrómetros, ver Anexo D.

k_{cal} = Factor de cobertura = 2

U_{B22} es la contribución por expansión térmica de la lámina definida por la Ec.10, así:

$$U_{B22} = L \times U_{(\Delta t)} \times U_{(\alpha)} \quad \text{Ec. 10}$$

Los términos de esta ecuación están explicados en las Ec. 8 y Ec. 9.

- **La incertidumbre relacionada con la resolución U_{B3}** ; posee dos formas de contribución, la primera tiene que ver con la resolución del observador, y la segunda se relaciona con la resolución del instrumento de medición (indicador de carátula y calibrador pie de rey).

La contribución por la resolución del metrólogo U_{B31} se calcula reemplazando en la *Ec.11* los valores de la resolución del instrumento usado r y el número de subdivisiones observadas por el metrólogo en cada instrumento N [3].

$$U_{B31} = \frac{r/N}{2\sqrt{3}} \times 1000 \quad \text{Ec. 11}$$

Por otra parte la contribución del instrumento utilizado como referencia se calcula empleando la *Ec. 12*.

$$U_{B32} = \left(\frac{U_{cal}(\text{indicador de carátula})}{2 = k_{cal}} \right) \quad \text{Ec. 12}$$

Donde,

U_{cal} es la incertidumbre del instrumento empleado, según certificado de calibración indicador de carátula Anexo D. De la misma forma se calcula la contribución a la incertidumbre por resolución del calibrador pie de rey.

De esta manera se suman todas las contribuciones de las incertidumbres tipo A y tipo B para obtener así la incertidumbre combinada y finalmente la incertidumbre expandida un valor total de $36.7 \mu m$, referirse al informe del cálculo de la incertidumbre en la medición, Anexo G.

4. AJUSTE DE CURVAS

En muchas situaciones de la vida real, se presentan problemas en los cuales existe una relación entre dos o más variables y se hace necesario encontrar la naturaleza de esta relación. Esto puede presentarse al concluir la fase de recolección de datos de un experimento, en donde el investigador cuenta normalmente con un conjunto de medidas de alguna variable dependiente en relación con ciertos valores seleccionados de una variable independiente.

Es muy importante la medición de variables que intervienen en un fenómeno, ya que esta proporciona una serie de datos que indicaran la validez de alguna hipótesis presentada y de esta manera establecer conclusiones acerca del fenómeno en estudio.

Los datos obtenidos de las variables que intervienen en un proceso o fenómeno normalmente se expresan en forma gráfica, ya que trabajar con tablas de datos resultaría engorroso, de esta manera se obtiene la distribución o dispersión de los puntos obtenidos. Existen funciones que aproximan la distribución de datos y se conoce con el nombre de curvas de ajuste. En la *Tabla 4* se muestran los tipos de curvas de ajuste comúnmente utilizadas [18].

Tabla 4. Tipos de curvas de ajuste

AJUSTE	FORMA	DESCRIPCIÓN
Lineal	$y = f(x) = ax + b$	a y b son constantes de ajuste
Potencial	$y = f(x) = ax^b$	Donde $b > 1$
Logarítmico	$y = f(x) = a + b \ln(x)$	
Exponencial	$y = f(x) = ab^x$	
Polinomios de interpolación	$p(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + \dots + a_{n+1}x^n$	Estas son curvas que no siguen o no caen dentro de las formas anteriores

4.1. INTERPOLACIÓN Y APROXIMACIÓN POLINÓMICA EN 1D

Este tipo de aproximaciones son utilizadas, cuando una serie de datos no sigue una distribución que ajuste en las curvas anteriormente mencionadas, o no caben dentro del rango de estas. Este procedimiento aproxima funciones desconocidas que pasan por los puntos que representan los datos obtenidos [2]. Una de las mas útiles y bien conocidas clases de funciones de aproximación son los polinomios algebraicos, o sea, el conjunto de funciones descrito en la *Ec. 13*.

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad \text{Ec. 13}$$

Esta es la fórmula general de un polinomio de n-ésimo, donde n es el entero no negativo y a_0, a_1, \dots, a_n son constantes reales.

Para $n+1$ puntos, existe uno y sólo un polinomio de n-ésimo orden o menor que pasa a través de todos los puntos. Por ejemplo, hay sólo una línea recta (es decir un polinomio de primer orden) que conecta dos puntos. El polinomio de interpolación consiste en determinar el único polinomio de n-ésimo orden que se ajusta a los $n+1$ puntos dados.

Aunque existe uno y sólo un polinomio de n -ésimo orden que se ajusta a los $n+1$ puntos, existen una gran variedad de fórmulas matemáticas mediante las cuales se puede expresar este polinomio.

Si aplicamos el hecho de que si un polinomio pasa por un punto x_i, y_i estos deben cumplir la anterior relación, se tiene entonces en la *Ec. 14* que para $n+1$ puntos:

$$\begin{aligned}
 P(x_1) &= a_1 + a_2x_1 + a_3x_1^2 + \dots + a_{n+1}x_1^n = y_1 \\
 P(x_2) &= a_1 + a_2x_2 + a_3x_2^2 + \dots + a_{n+1}x_2^n = y_2 \\
 P(x_3) &= a_1 + a_2x_3 + a_3x_3^2 + \dots + a_{n+1}x_3^n = y_3 \\
 &\vdots \\
 P(x_{n+1}) &= a_1 + a_2x_{n+1} + a_3x_{n+1}^2 + \dots + a_{n+1}x_{n+1}^n = y_{n+1}
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 14}$$

De esta manera se obtiene un sistema de $n+1$ ecuaciones con $n+1$ incógnitas las cuales son los coeficientes a_{n+1} del polinomio.

Debe tenerse en cuenta que para ajustar una serie de puntos a través de un polinomio de interpolación deben tenerse por lo menos $n+1$ puntos para poder obtener un sistema de ecuaciones homogéneo. Si el número de puntos es inferior a $n+1$, el sistema de ecuaciones es no homogéneo y no puede ser resuelto. Si es mayor a $n+1$ no existirá un único polinomio de interpolación y deben hallarse condiciones adicionales (ecuaciones adicionales) para formar un sistema homogéneo.

4.1.1. Polinomios de interpolación de Taylor. Estos polinomios son útiles sobre intervalos pequeños para funciones cuyas derivadas existen y son fáciles

de evaluar. Se considerará el problema de encontrar un polinomio de grado específico que este “cerca” de una función dada, alrededor de un punto. Un polinomio P coincidirá con una función f en el punto x_0 precisamente cuando $P(x_0) = f(x_0)$. El polinomio de n -ésimo grado que mejor aproxima a la función f cerca de x_0 tendrá tantas derivadas en x_0 como sea posible que coincidan con las de f . Esta es precisamente la condición que satisface el polinomio de Taylor de n -ésimo grado, *Ec. 15*, para la función en x_0 :

$$P_n(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + f''(x_0)\frac{(x - x_0)^2}{2!} + \dots + f^{(n)}(x_0)\frac{(x - x_0)^n}{n!} \quad \text{Ec. 15}$$

4.1.2. Polinomio de Lagrange. Estos polinomios aproximantes pueden determinarse simplemente especificando algunos puntos en el plano por los cuales deben pasar. Un polinomio de interpolación de Lagrange se define en la *Ec. 16*:

$$P(x) = y_0l_0(x) + y_1l_1(x) + \dots + y_nl_n(x) = \sum_{k=0}^n y_k l_k(x) \quad \text{Ec. 16}$$

En donde l_0, l_1, \dots, l_n son polinomios que dependen solo de los números tabulados x_0, x_1, \dots, x_n , pero no de las ordenadas y_0, y_1, \dots, y_n . La formula general del polinomio l_i se presenta en la *Ec. 17*:

$$l_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \quad \text{Ec. 17}$$

donde \prod denota “producto de”

4.2. INTERPOLACIÓN Y APROXIMACIÓN POLI NÓMICA EN 2D

El polinomio de aproximación $P(x, y)$ sobre un dominio en dos dimensiones debe satisfacer las siguientes condiciones para que la solución aproximada converja con la realidad [12]: P debe ser diferenciable, el polinomio debe ser completo (empezar con un término constante y terminar con el término de mayor orden) y todos los términos en el polinomio deben ser linealmente independientes. El número de términos linealmente independientes en la representación de P delimita la forma y el número de grados de libertad del elemento a interpolar. A continuación se exponen algunos de los polinomios de Lagrange básicos.

4.2.1. Polinomio lineal: este polinomio consta de tres términos linealmente independientes (ver *Ec. 18*) y es lineal en x y y . Para conocer el valor de las constantes (a_1, a_2, a_3) , en el polinomio, se deben identificar tres puntos o nodos, que definen la geometría de cada elemento dentro del dominio. De esta manera la forma geométrica definida por tres puntos en un dominio en dos dimensiones es un triángulo, cuyos nodos son los vértices de este.

$$P(x, y) = a_1 + a_2x + a_3y \quad \text{Ec. 18}$$

4.2.2. Polinomio bilineal: este polinomio se muestra en la *Ec. 19* y contiene cuatro términos linealmente independientes y es lineal en x y y con un término bilineal. Este requiere un elemento con cuatro nodos para su solución. Este elemento puede tener dos formas geométricas, un triángulo con un nodo

en su centro, o un rectángulo con nodo en cada uno de sus vértices; normalmente se utilizan elementos rectangulares.

$$P(x, y) = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy \quad \text{Ec. 19}$$

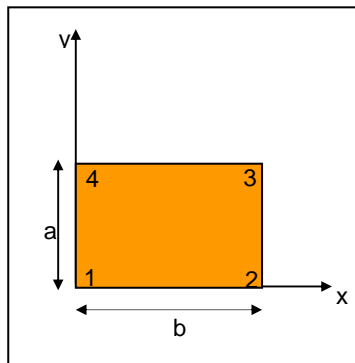
4.2.3. Polinomio cuadrático: el polinomio de la Ec. 20 tiene seis constantes cuya solución puede ser realizada utilizando elementos triangulares con un nodo en cada vértice y un nodo en la mitad de cada uno de sus lados.

$$P(x, y) = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy + a_5x^2 + a_6y^2 \quad \text{Ec. 20}$$

4.3. EVALUACIÓN DE UN POLINOMIO DE INTERPOLACIÓN BILINEAL

Podemos considerar un polinomio de interpolación bilineal (ver Ec. 19) utilizando un elemento rectangular (4 nodos) con dominio $\Omega = [a, b]$ como se muestra en la Figura 9.

Figura 9. Elemento lineal rectangular de 4 nodos



Este polinomio debe satisfacer la condición de:

$$P(x_i, y_i) = U_i \quad \text{Donde } i = 1, 2, 3, 4$$

(x_i, y_i) Son las coordenadas de los cuatro vértices del rectángulo.

Si se conocen los valores en los nodos de cierta función $f(x, y)$ continua en el dominio Ω y se quiere determinar el polinomio de interpolación $P(x, y)$ definido en Ω de tal forma que P sea una aproximación para $f(x, y)$, es decir, se tiene:

$$f(x_1, y_1) = f_1, \quad f(x_2, y_2) = f_2, \quad f(x_3, y_3) = f_3, \quad f(x_4, y_4) = f_4 \quad \text{Ec. 21}$$

Y se quiere:

$$f(x, y) \approx P(x, y) \quad \text{Ec. 22}$$

Las constantes del polinomio se pueden determinar aplicando las condiciones dadas en *Ec. 21* y *Ec. 22*:

$$P(x_1, y_1) = f_1 = a_1 + a_2x_1 + a_3y_1 + a_4x_1y_1$$

$$P(x_2, y_2) = f_2 = a_1 + a_2x_2 + a_3y_2 + a_4x_2y_2$$

$$P(x_3, y_3) = f_3 = a_1 + a_2x_3 + a_3y_3 + a_4x_3y_3$$

$$P(x_4, y_4) = f_4 = a_1 + a_2x_4 + a_3y_4 + a_4x_4y_4 \quad \text{Ec. 23}$$

Los cuales representan un sistema de ecuaciones con cuatro incógnitas *Ec. 23*

En forma de matriz tenemos la *Ec. 24* como:

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \vec{f} = \underline{C} \cdot \vec{a} \quad \text{Ec. 24}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones con cuatro incógnitas, de la forma: $\vec{a} = \underline{C}^{-1} \cdot \vec{f}$, y sustituyendo el valor de las constantes en la *Ec. 19*, tenemos:

$$P(\bar{x}, \bar{y}) = N_1f_1 + N_2f_2 + N_3f_3 + N_4f_4 \quad \text{Ec. 25}$$

Donde

$$N_1 = \frac{1}{ab}(a - \bar{x})(b - \bar{y}); N_2 = \frac{1}{ab}(b - \bar{y})x; N_3 = \frac{\bar{xy}}{ab}; N_4 = \frac{1}{ab}(a - \bar{x}) \quad \text{Ec. 26}$$

Con:

$$\bar{x} = \frac{x - x_i}{a}; \bar{y} = \frac{y - y_i}{b} \quad \text{Ec. 27}$$

Estos polinomios son utilizados en la interpolación de los datos obtenido en la medición de coordenadas para realizar los gráficos en tres dimensiones del panel antes y después de la aplicación de la carga explosiva.

5. ANÁLISIS NO LINEAL EN ESTRUCTURAS

Los problemas que presentan respuestas no lineales en estructuras se clasifican en tres tipos de análisis, el primer análisis se realiza cuando la estructura presenta desplazamientos y deformaciones unitarias infinitesimales, el segundo considera grandes desplazamientos y pequeñas deformaciones unitarias y el tercero considera grandes desplazamientos y grandes rotaciones y deformaciones unitarias. Se consideran deformaciones unitarias pequeñas cuando $\varepsilon < 0.04$. [10]. La tabla describe estos tipos de análisis y las formulaciones necesarias para conocer las relaciones entre esfuerzos y deformaciones unitarias.

Tabla 5. Clasificación de análisis no lineales

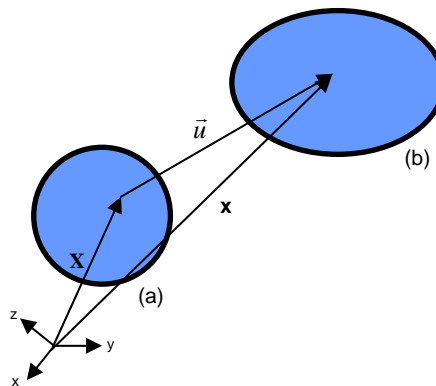
Tipo de análisis	Descripción	Formulación Esfuerzo-deformación
1	Desplazamientos y deformaciones unitarias infinitesimales. Relación esfuerzo-deformación unitaria no lineal.	Esfuerzos y deformaciones de ingeniería.
2	Grandes desplazamientos y rotaciones de las fibras del material, pero pequeñas extensiones y cambios de ángulo entre las fibras.	Deformaciones unitarias de Green-Lagrange, esfuerzos de Cauchy.
3	Grandes desplazamientos y rotaciones de las fibras del material, y también grandes extensiones y cambios de ángulo entre las fibras.	Deformaciones unitarias de Green-Lagrange, esfuerzos de Cauchy.

El panel de acero ASTM A 131 sometido a cargas explosivas es una estructura que presenta grandes desplazamientos, grandes deformaciones y pequeñas deformaciones unitarias [17]. La relación entre estas variables, así como la distribución de esfuerzos normales y cortantes a los que esta sometida la estructura se describen a continuación.

5.1. DESPLAZAMIENTOS Y DEFORMACIONES

Si Ω es un cuerpo continuo en un estado de referencia no deformado, ver *Figura 10 (a)*, cada punto que conforma este cuerpo se identifica por sus coordenadas de posición en este estado de referencia, con respecto a un sistema de coordenadas constante en todo el proceso de deformación.

Figura 10. (a) Configuración no deformada de Ω . (b) Configuración deformada de Ω .



Cada uno de los puntos que constituyen a Ω se trasladan, rotan y se deforman como resultado de la acción de fuerzas [11]. La deformación de este cuerpo (ver *Figura 10 (b)*) se describe a través de un vector desplazamiento en función de la posición inicial como se ve en la *Ec. 28* y *Ec. 29*.

$$\vec{u}(x, y, z) = u(x, y, z)i + v(x, y, z)j + w(x, y, z)k \quad (\text{Distribución triaxial}). \quad \text{Ec. 28}$$

$$\vec{u}(x, y) = u(x, y)i + v(x, y)j + w(x, y)k \quad (\text{Distribución biaxial}) \quad \text{Ec. 29}$$

Donde u, v, w son las componentes del vector deformación \vec{u} respecto a las coordenadas rectangulares.

La posición final (después de la aplicación de las cargas) de cada uno de los puntos del cuerpo depende de su posición inicial en la configuración no deformada y se describe como:

$$x = \vec{X}(x, y, z) + \vec{u}(x, y, z) = \vec{X}(x, y, z) + u(x, y, z)i + v(x, y, z)j + w(x, y, z)k \quad \text{Ec. 30}$$

ó

$$x = \vec{X}(x, y) + \vec{u}(x, y) = \vec{X}(x, y) + u(x, y)i + v(x, y)j + w(x, y)k \quad \text{Ec. 31}$$

Donde x es la posición final del punto, \vec{X} es la posición inicial y \vec{u} es el vector desplazamiento.

5.2. DEFORMACIONES UNITARIAS

Las deformaciones de un cuerpo pueden descomponerse en una deformación volumétrica (deformaciones unitarias axiales) y en una deformación distorsional (deformaciones unitarias cortantes). Una estructura con grandes desplazamientos, grandes deformaciones y pequeñas deformaciones unitarias presenta una relación no lineal entre las deformaciones unitarias y los desplazamientos. El campo de deformaciones unitarias de este tipo está desarrollado bajo la formulación de Green-Lagrange [17].

La distribución biaxial de deformaciones unitarias de Green-Lagrange está definida en las *Ec. 32* como:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \\ \gamma_{xy} &= \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right)\end{aligned}\tag{Ec. 32}$$

En estas ecuaciones se observa que las deformaciones unitarias, normales y cortantes, dependen de las derivadas parciales de las componentes del vector desplazamiento respecto a los ejes de coordenadas rectangulares x, y, z. En las ecuaciones se refleja la no linealidad entre deformaciones y desplazamientos.

5.3. ESFUERZOS

El panel de acero ASTM A 131, por ser una estructura con espesor despreciable, se considera como un material sometido a un estado de esfuerzo biaxial, en la *Figura 11* se muestra el estado biaxial de esfuerzos en un punto de un material. Estos esfuerzos se pueden relacionar con las deformaciones unitarias siguiendo la ley de Hooke que esta dada por la *Ec. 33*.

$$S_{xx} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\epsilon_{xx} + \nu\epsilon_{yy}]$$

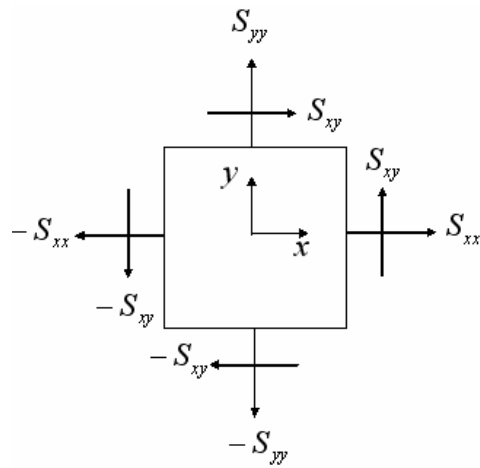
$$S_{yy} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\epsilon_{yy} + \nu\epsilon_{xx}]$$

Ec. 33

$$S_{xy} = \frac{E}{(1+\nu)} \gamma_{xy}$$

Donde S_{xx} es el esfuerzo normal en la dirección x, S_{yy} es el esfuerzo normal en la dirección y, y S_{xy} es el esfuerzo cortante en el plano xy (ver *Figura 11*).

Figura 11. Estado biaxial de esfuerzos



6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para el análisis de resultados obtenidos en la medición (coordenadas iniciales y finales de los puntos del panel) se sigue el siguiente procedimiento:

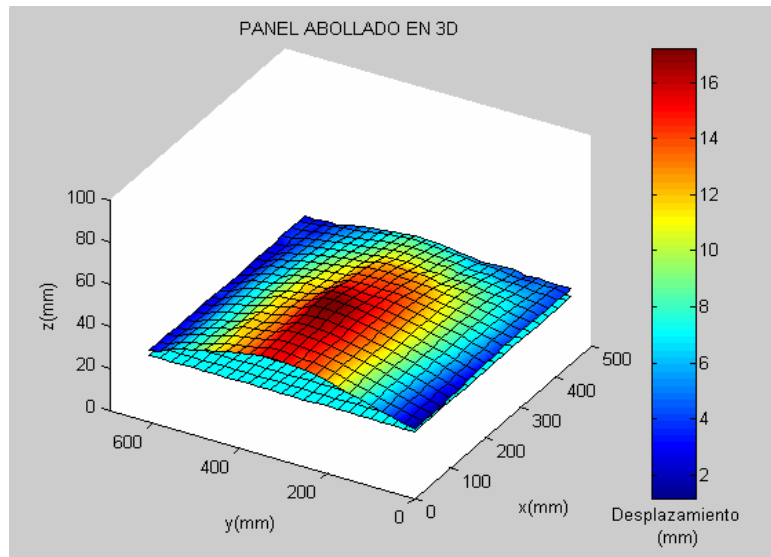
6.1. VISUALIZACIÓN EN TRES DIMENSIONES DE LAS CONDICIONES NO DEFORMADA Y DEFORMADA DE LA ESTRUCTURA

Estas graficas se llevan a cabo con la herramienta *fill3* (X,Y,Z,C) de *MATLAB* 6.5, la cual llena polígonos en 3D de los vectores X, Y, Z con un color definido por otro vector C de igual tamaño. *fill3* utiliza polinomios de interpolación bilineales (ver sección 4.3) para especificar la variable C.

A partir de los datos obtenidos en la medición de coordenadas, X, Y, Z, dentro de la herramienta *fill3*, se definen como las coordenadas iniciales (panel no deformado) y finales (panel deformado) y C es el vector desplazamiento representado con diferentes colores de acuerdo a la su magnitud.

La *Figura 12* muestra la condición no deformada y deformada del panel de acero ASTM A 131, usando la herramienta *fill3* de *MATLAB* 6.5.

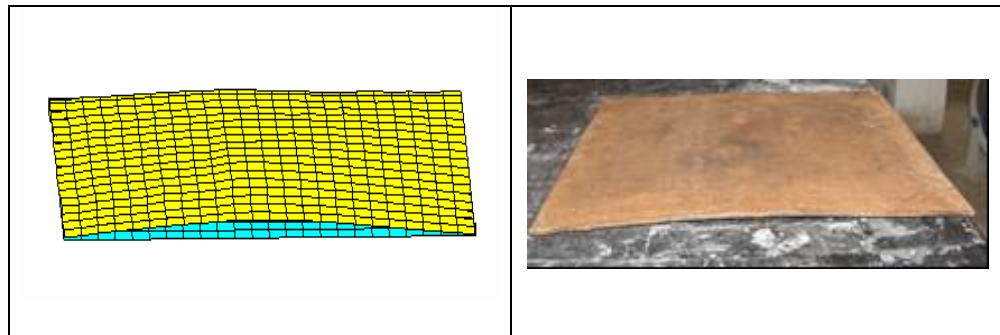
Figura 12. Gráfico en 3D del panel en la condición inicial y final. La magnitud de desplazamiento \vec{u} esta representado por la barra de colores.



De la *Figura 12* se puede observar que la distribución del desplazamiento en el panel no es uniforme ya que los valores de estos no se encuentran de forma simétrica a lo largo y ancho del panel, Sin embargo se ve cierta simetría respecto al eje central del panel paralelo al eje x.

Los valores máximos de desplazamientos están en el orden de los 16-17 mm y se presentan en el rango de 100-450 mm en el eje x, y 300-500 mm en el eje y.

Figura 13. Grafico comparativo. Izquierda: Geometría del panel abollado obtenida con SLG 3D; derecha: foto del panel real después de la aplicación de la carga.



La *Figura 13* se compara la geometría del panel abollado utilizando el sistema de levantamiento y graficado en *MATLAB 6.5*; con una foto del panel real tomada después de la aplicación de la carga explosiva. Se observa la gran similitud entre la geometría obtenida por el sistema de levantamiento y la geometría real del panel.

6.2. RECONSTRUCCIÓN APROXIMADA DEL CAMPO DE DEFORMACIONES UNITARIAS Y DE ESFUERZOS CONSIDERANDO UN ESTADO DE ESFUERZO PLANO

La reconstrucción del campo de deformaciones unitarias se realiza desarrollando las ecuaciones de Green-Lagrange (*Ec 32*). Para resolver estas ecuaciones consideramos como variables conocidas las componentes de los desplazamientos en los puntos de control o nodos de la estructura, (u, v, w) definidas así:

$$u = x_f - x_i; \quad v = y_f - y_i; \quad w = z_f - z_i \quad \text{Ec. 34}$$

Donde los subíndices f e i , significan el estado final e inicial de las coordenadas, respectivamente para cada uno de los nodos del panel.

Las componentes del vector $\bar{\mu}$ pueden ser interpoladas mediante polinomios bilineales de la forma:

$$\begin{aligned}u(x, y) &= N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4 \\v(x, y) &= N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 + N_4 v_4 \\w(x, y) &= N_1 w_1 + N_2 w_2 + N_3 w_3 + N_4 w_4\end{aligned}\tag{Ec. 35}$$

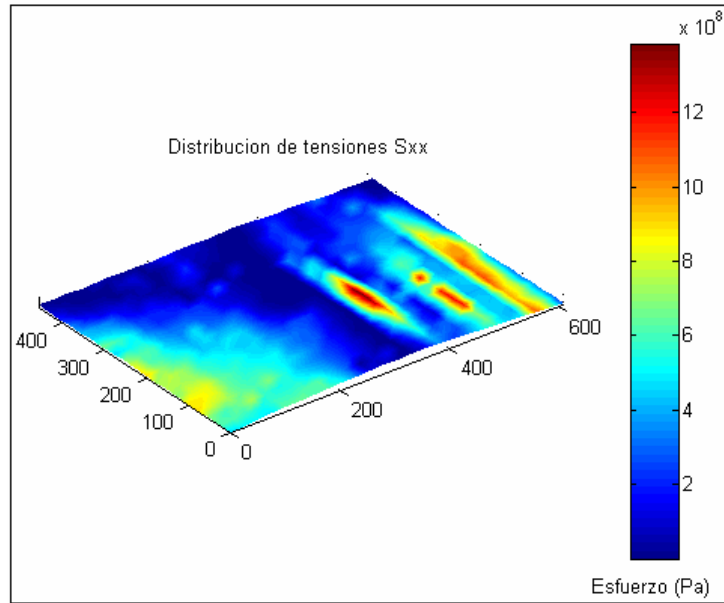
En estas expresiones N son las funciones de forma para cada nodo del elemento (Ec.26). Finalmente se derivan estos polinomios respecto a los ejes de referencia y se reemplazan en la Ec. 32 para obtener la distribución de deformaciones unitarias.

6.3. DETERMINACIÓN DEL CAMPO BIAxIAL DE ESFUERZOS EN EL PANEL.

Desarrollando las ecuaciones de esfuerzos cortantes y normales (Ec. 33) a partir de los valores de deformaciones unitarias determinadas en la sección 6.2, utilizando MATLAB 6.5 obtenemos los valores de esfuerzos cortantes y normales en cada uno de los nodos que conforma el panel.

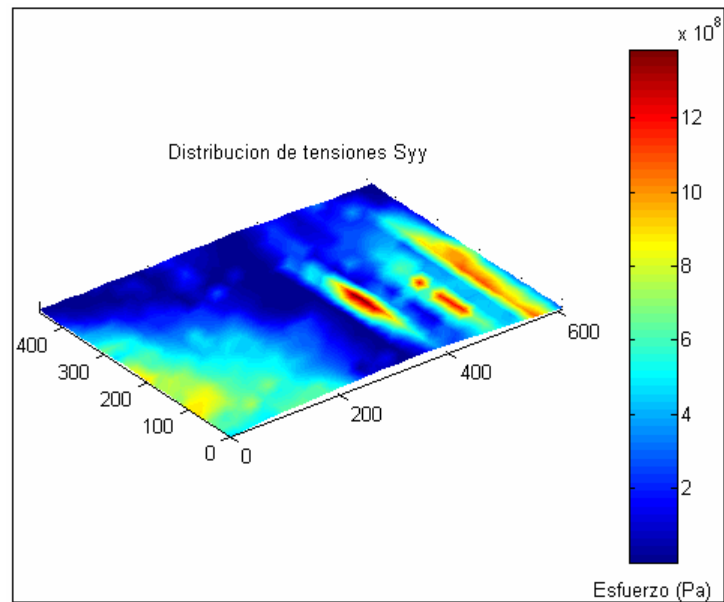
En este caso E es el módulo de elasticidad del acero ASTM A 131 y es igual a 209 Gpa; y ν es la relación de poisson igual a 0.3. Las *Figura 14*, *Figura 15* y muestran la distribución de esfuerzos en el panel de acero ASTM A 131. En la *Figura 14* se observa la distribución de esfuerzo normal en dirección x , la *Figura 15* la distribución normal en dirección y y la *Figura 16* la distribución de esfuerzo cortante.

Figura 14. Distribución de esfuerzo normal en x sobre el panel abollado. La barra de colores describe el valor del esfuerzo.



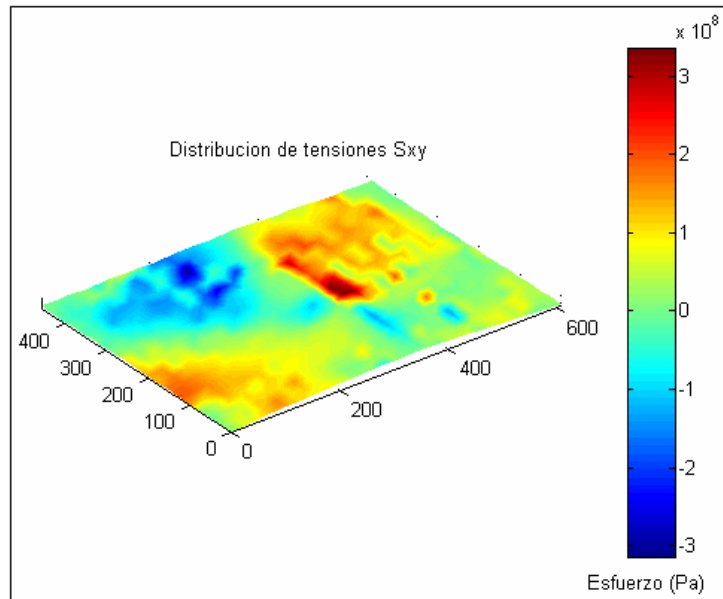
En esta figura se observa la distribución no simétrica del esfuerzo normal en dirección al eje x en el panel. Los valores máximos del esfuerzo están en el orden de los 13×10^8 Pa (1.3 GPa).

Figura 15. Distribución de esfuerzo normal en Y sobre el panel abollado. La barra de colores describe el valor del esfuerzo.



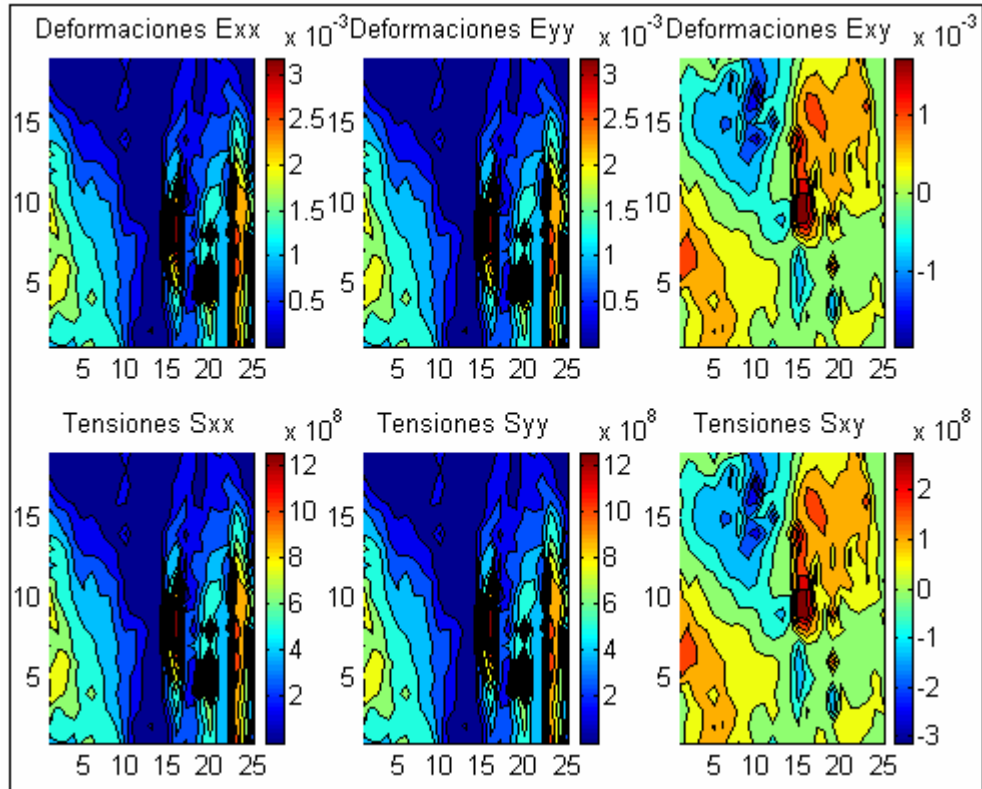
En esta figura se observa la distribución no simétrica del esfuerzo normal en dirección al eje y en el panel. Los valores máximos del esfuerzo están en el orden de los $13E8$ Pa.

Figura 16. Distribución de esfuerzo cortante sobre el panel abollado. La barra de colores describe el valor del esfuerzo.



La *Figura 17* muestra las distribuciones de estos esfuerzos en gráficos de contorno.

Figura 17. Gráficos de contorno. Deformaciones unitarias y esfuerzos en el panel



La configuración de esta distribuciones depende de la los desplazamientos experimentados por el panel, es decir, se observara simetría en la distribución de esfuerzos y deformaciones siempre y cuando el panel sea deformado simétricamente.

La *Tabla 6* muestra la magnitud de los esfuerzos máximos, los nodos del panel que presentan estos valores y las coordenadas de dichos nodos.

Tabla 6. Esfuerzos máximos y coordenadas de los nodos donde se presentan.

σ_{max}	Nodo	X(mm)	y(mm)
1.3851	294	203.2	381

$\sigma_{y \max}$ (E9 Pa)			
1.3851	294	203.2	381
$\tau_{xy \max}$ (E8 Pa)			
3.3615	275	203.2	355.6

El análisis de los resultados; la visualización del panel en tres dimensiones, los cálculos de deformaciones unitarias y esfuerzos, las distribuciones de esfuerzos normales y cortantes en la estructura y los valores máximos de estos, se obtienen utilizando el programa SLG 3D desarrollado en MATLAB 6.5 (ver Anexo H). Este programa puede ser utilizado para cualquier tipo de estructura que presente grandes deformaciones y grandes desplazamientos, y que además posea pequeño espesor con relación a las demás dimensiones (ancho y largo).

A continuación se describen los pasos para utilizar correctamente el programa SLG 3D en MATLAB 6.5:

- a. **Almacenar los datos obtenidos de la medición:** para esto es necesario copiar los datos en tres archivos “.txt”, el primero esta descrito como **nodelist.txt** que contiene la identificación de los nodos y sus coordenadas iniciales en x, y, z (ver *Figura 18*). La primera columna contiene el número del nodo, la segunda la coordenada x, la tercera la coordenada y y la cuarta la coordenada z de cada nodo.

Figura 18. Nodelist.txt. Nodos del panel y sus coordenadas iniciales.

1	0	0	31.7
2	25.4	0	31.78
3	50.8	0	31.69
4	76.2	0	31.78
5	101.6	0	31.75
6	127	0	31.69
7	152.4	0	31.73
8	177.8	0	31.75
9	203.2	0	31.78
10	228.6	0	31.75
11	254	0	31.69
12	279.4	0	31.73
13	304.8	0	31.8
14	330.2	0	31.69
15	355.6	0	31.69
16	381	0	31.73
17	406.4	0	31.8
18	431.8	0	31.73
19	444.5	0	31.75
20	0	25.4	31.73
21	25.4	25.4	31.73
22	50.8	25.4	31.75
23	76.2	25.4	31.75

El segundo archivo es **listelem.txt**, muestra la definición de los elementos (ver *Figura 19*). La primera columna contiene el número del elemento y en las demás columnas se escriben los nodos que definen cada uno elemento. Para esto se utiliza la convención de numeración en sentido contrario a las manecillas del reloj.

Figura 19. listelem.txt. Definición de elementos.

1	1	2	21	20
2	2	3	22	21
3	3	4	23	22
4	4	5	24	23
5	5	6	25	24
6	6	7	26	25
7	7	8	27	26
8	8	9	28	27
9	9	10	29	28
10	10	11	30	29
11	11	12	31	30
12	12	13	32	31
13	13	14	33	32
14	14	15	34	33
15	15	16	35	34
16	16	17	36	35
17	17	18	37	36
18	18	19	38	37
19	20	21	40	39
20	21	22	41	40
21	22	23	42	41
22	23	24	43	42
23	24	25	44	43

Finalmente el tercer archivo **nodesol.txt** contiene los valores nodales de las variables de interés, que en este caso son los desplazamientos (u, v, w). La primera columna contiene el número del nodo, la segunda el desplazamiento del nodo en dirección x (u), la tercera el desplazamiento en la dirección y (v) y la cuarta el desplazamiento en la dirección z (w) ver *Figura 20*

Figura 20

Figura 20 Nodesol.txt. Valores nodales de desplazamientos

Node	X	Y	Z	U	V	W
1	0	0	0	1.18		
2	-1.04	0	0	1.19		
3	-0.80	0	0	1.27		
4	-0.96	0	0	1.14		
5	-1.17	0	0	1.349		
6	-1.11	0	0	1.895		
7	-0.93	0	0	2.41		
8	-0.82	0	0	2.815		
9	-0.75	0	0	3.115		
10	-0.6	0	0	3.497		
11	-0.8	0	0	3.694		
12	-1.26	0	0	4.067		
13	-0.71	0	0	3.806		
14	-0.78	0	0	3.982		
15	-1.13	0	0	3.806		
16	-1.42	0	0	3.839		
17	-1.35	0	0	3.778		
18	-1.25	0	0	3.581		
19	-0.30	0	0	3.624		
20	0	0	0.58	2.389		
21	-1.23	0	0.07	2.61		
22	-1.09	0	0.45	2.764		
23	-1.18	0	0.25	2.848		

Deben incluirse de igual manera los las coordenadas finales en la dirección z en forma de matriz con el nombre de **z2.txt** en un archivo de texto, y los desplazamientos U,V y en forma de matriz con la misma dimensión de Z, como **U.txt**, **V.txt**, **W.txt** respectivamente.

b. Definir valores constantes del problema: el programa SLG 3D en MATLAB 6.5 pide en este orden el número de nodos horizontales y verticales existentes en la estructura, el módulo de elasticidad y la relación de poisson del material de la estructura como valores constantes necesarios para resolver el problema.

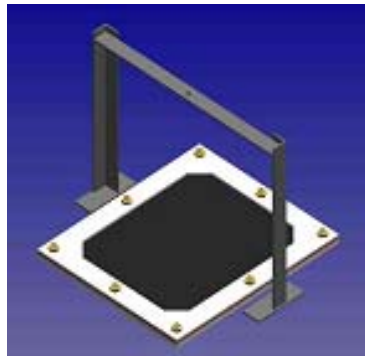
c. Resultados arrojados por el programa: finalmente, el programa arroja cinco gráficas, la primera es el levantamiento geométrico de la estructura antes y después de la aplicación de la carga, la segunda contiene la distribución de esfuerzos normales en dirección x, la tercera la distribución de esfuerzos normales en dirección y, la cuarta la distribución de esfuerzo cortante, y la quinta muestra las distribución de deformaciones unitaria y esfuerzos, a través de gráficos de contorno. El programa también arroja los máximos valores de esfuerzos y los nodos donde ocurren estos, al mismo

tiempo graba un archivo llamado "Resultados.txt" en la carpeta de trabajo de MATLAB 6.5. La primera columna de este archivo contiene el número de los nodos, la segunda los esfuerzos normales en x, la tercera los esfuerzos normales en y, y la cuarta el esfuerzo cortante.

7. ANÁLISIS DE UNA MEMBRANA ELÁSTICA SOMETIDA A GRANDES DESPLAZAMIENTOS

Un análisis similar al del panel de acero naval ASTM A 131, se desarrolla al someter una membrana de SBS (estireno-butadieno-estireno, material usado para la fabricación de neumáticos), de forma rectangular y fija en los extremos por dos marcos metálicos atornillados y sometida a grandes desplazamientos por la acción del aire a una presión constante de 1.25 psi (ver *Figura 21*). Las dimensiones de la membrana son 500x430x3 mm.

Figura 21. Membrana de SBS fija en los extremos con marco metálico atornillado.

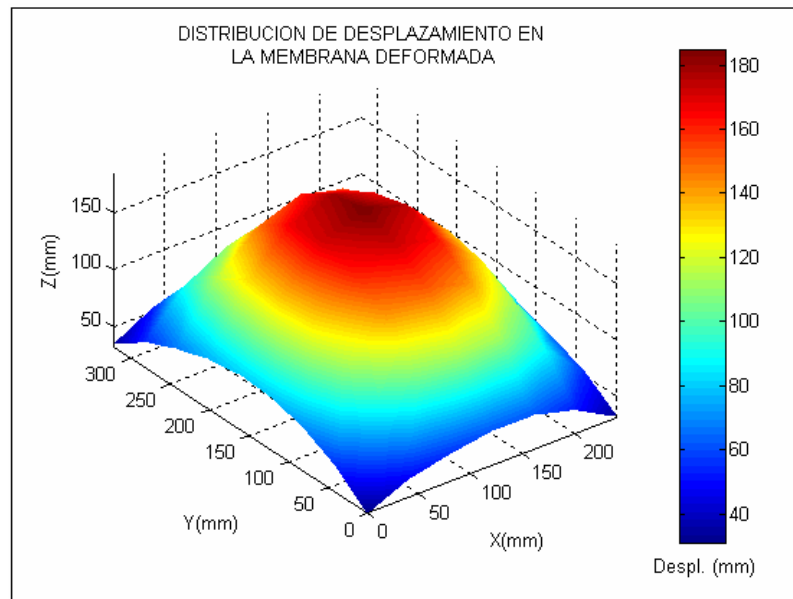


7.1 LEVANTAMIENTO GEOMÉTRICO DE LA MEMBRANA

A partir de los datos obtenidos por la medición de coordenadas expuestas en el ANEXO G y utilizando el programa SLG3D desarrollado en *matlab* 6.5, se obtiene la geometría deformada en tres dimensiones de la membrana al ser sometida a presión constante.

La *Figura 22* muestra la distribución de desplazamiento sobre la superficie de la membrana de SBS.

Figura 22. **Distribución de desplazamientos en la membrana deformada**



En la *Figura 22* se observa una distribución de desplazamiento uniforme en la membrana, el máximo desplazamiento lo representa el color rojo con un rango de valores de 145 a 185 mm aproximadamente, lo que garantiza un buen parámetro de comparación para el modelamiento computacional.

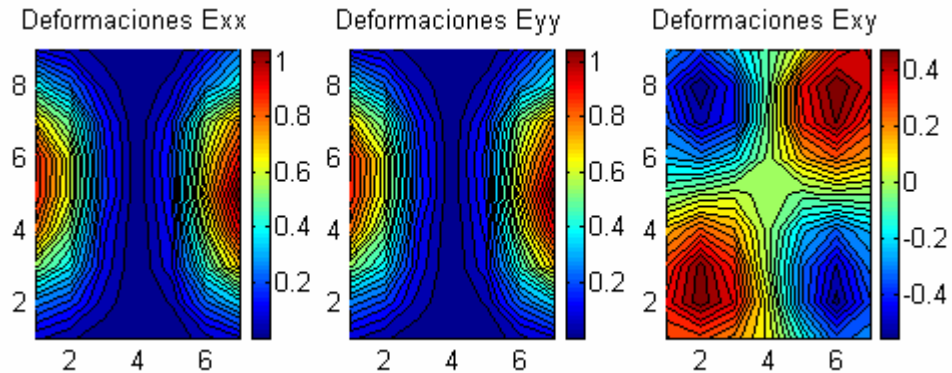
Según los datos medidos y calculados, la membrana presenta un máximo desplazamiento en las coordenadas ($x = 120$, $Y = 160$) de magnitud igual a 185 mm. Este valor representa la máxima deformación en dirección y de la membrana al ser sometida a una presión estática de 1.25 psi.

7.2 ANÁLISIS NO LINEAL DE LA MEMBRANA

Desarrollando las ecuaciones 32 de la sección 5.2, y partiendo de los valores calculados de desplazamientos u, v, w se obtiene la distribución de

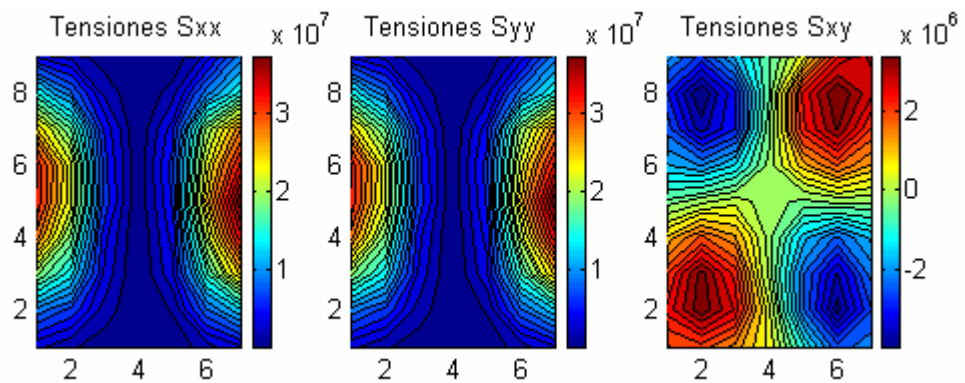
deformaciones unitarias normales ε_{xx} , ε_{yy} y cortante γ_{xy} . Estas distribuciones se observan en los siguientes gráficos de contorno sobre la membrana de SBS (Figura 23).

Figura 23. Gráficos de contorno. Izq. y centro: Distribución de deformaciones unitarias normales en las direcciones x y y. Derecha: distribución de deformaciones unitarias cortantes.



Igualmente siguiendo la ecuación 33 de la sección 5.3 se calculan los esfuerzos normales y cortantes, considerando el modulo de elasticidad del copolimero estireno-butadieno con un valor de $100E5$ Pa y la relación de Poisson igual a 0.4. Estos resultados se observan en la Figura 24.

Figura 24. Gráficos de contorno. izq. y centro: distribución de esfuerzos normales en x ,y. Derecho: Distribución de esfuerzo cortante.



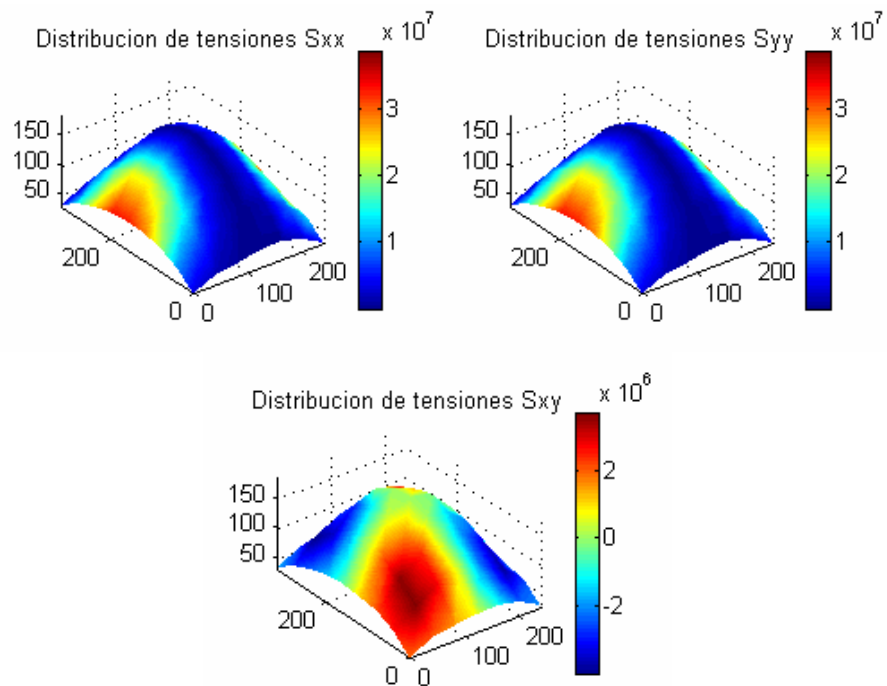
La *Tabla 7* muestra los valores máximos de deformaciones unitarias y esfuerzos y las coordenadas del nodo evaluados con el programa SLG 3D en *matlab 6.5*.

Tabla 7. Valores máximos de deformaciones unitarias y esfuerzos y coordenadas de los nodos de la membrana SBS.

	Máximo	Nodo	X(mm)	Y(mm)
ϵ_{xx}	1.0860 mm/mm	59	80	320
ϵ_{yy}	1.0860 mm/mm	59	80	320
ϵ_{xy}	0.5189 mm/mm	53	120	280
S_{xx}	3.878E7 Pa	59	80	320
S_{yy}	3.878E7 Pa	59	80 <td 320	
S_{xy}	3.706E6 Pa	53	120	280

En la *Figura 25* se muestra la distribución de esfuerzos generados por la membrana en su estado deformado.

Figura 25. Distribución de esfuerzos en la membrana SBS deformada.



8. CONCLUSIONES

Con la terminación de este trabajo se concluye lo siguiente:

- Los sistemas para realizar levantamientos geométricos que utilizan instrumentos mecánicos análogos para la medición distancias, poseen gran precisión y bajo costo respecto a los sistemas que utilizan instrumentos eléctricos, electrónicos y ópticos. A pesar de que en la lectura de los instrumentos mecánicos se cometen errores de apreciación, las fuentes de estos pueden ser identificados fácilmente.
- La incertidumbre global del sistema de levantamiento geométrico es de $\pm 36,7 \mu m$, este valor representa el 0.1% del valor mínimo medido ($31.690 mm$) por este, de esto se concluye que el sistema posee alta precisión.
- Según las gráficas en tres dimensiones obtenidas por el programa SLG 3D, el panel presenta una distribución de desplazamiento simétrica respecto a un eje que pase por su centro y que sea paralelo al eje x y no simétrica respecto a un eje paralelo al eje y, los mayores desplazamientos se presentaron en el centro de la estructura con una valor máximo de $17.208 mm$.

- La membrana de SBS estudiada presenta deformaciones unitarias por encima de 0.04 (40%) , lo que significa que este material presento grandes deformaciones unitarias y grandes desplazamientos. Por el contrario las deformaciones unitarias obtenidas en el panel de acero ASTM A 131 fueron menores a 0.004 (4%) presentándose en este caso un material sometido a deformaciones unitarias pequeñas.

9. RECOMENDACIONES

Para complementar los resultados obtenidos en este trabajo, recomienda lo siguiente:

- Para validar el modelo matemático de este tipo de evento dinámico es necesario controlar en el experimento las condiciones de fronteras (cero desplazamiento en los extremos), para que coincidan con las requeridas en el modelo, ya que los resultados en este análisis no demuestran que se halla cumplido esta condición y se presentan grandes desplazamientos en los límites de la estructura.
- Para verificar la validez de los valores de deformaciones unitarias y esfuerzos calculados a partir de los desplazamientos de los puntos sobre la estructura, deben ser comparados con mediciones directas de estas variables con instrumentos de medición como strain gages.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BAIRD, D. Experimentación: una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos 2ª Edición. México, D. F, Editorial Prentice Hall, 1991. Cap 4-5.
- [2] BURDEN, Richard y FAIRES, Douglas. Análisis numérico. México D.F, grupo editorial iberoamerica, 1985. P. 280-290.
- [3] CENAN. Incertidumbre en la calibración de cuadrantes, México, Agosto 2002. 85p.
- [4] CENTRO ESPAÑOL DE METROLOGIA. Procedimiento de calibración pie de rey procedimiento DI-008, Madrid: CEM, 2000. 191p.
- [5] DOCCI, Mario. Nuevas Fronteras Del Levantamiento Arquitectónico. Los Escáner Láser 3D. En: CONGRESO INTERNACIONAL DE EXPRESIÓN GRÁFICA ARQUITECTÓNICA. (10: 2002: Italia). Ponencias del IX Congreso Internacional De Expresión Gráfica Arquitectónica. Enfoques En Docencia E Investigación. Italia: Universidad de Génova, 2002. 575p.
- [6] Entender la MMC. Club mexicano de usuarios de máquinas de medición de coordenadas. [Página Web]. Agosto de 2003. 1p.
- [7] HOFFMAN, Edward G. Instrumentos básicos de medición. México, D. F, Editorial Limusa, 1986. P 47-53.
- [8] HOLMAN, Jack. Métodos experimentales para ingenieros. México D. F, 4º Edición, Editorial McGraw Hill, 1986. Cap. 4 – 5.

- [9] INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TECNICAS Y CERTIFICACION. Guía para la expresión de incertidumbre en las mediciones GTC 51, Bogota: ICONTEC, 1997. P. 5, 8.
- [10] KLAUS, Jürgen Bathe. Finite element procedures. New Jersey, Prentice-Hall, 1996. P. 485-488.
- [11] MITUTOYO. Calibración de instrumentos: implementando la ISO 10012-1 y la guía ISO/IEC 25, México, 2000. P. 164-165.
- [12] REDDY, JN. Finite elements methods. 2º edición, Mc Graw Hill, 1991. P. 404-410.
- [13] RUIZ, Magda y MÚJICA, Luis. Registro de objetos tridimensionales por el método de estéreo visión. Bucaramanga 2000, 90 h. Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander. Facultad de ciencias físico mecánica, escuela de ingeniería eléctrica, electrónica y telecomunicaciones. P 1-7.
- [14] SANJUAN A. Xavier, Análisis de las frecuencias naturales de un álabe de turbina Westinghouse W101 - 5^{ta} etapa año 2000. En: Reunión Latinoamericana de Usuarios de ABAQUS (2: 2000: Caracas) Ponencias de la segunda Reunión Latinoamericana de Usuarios de ABAQUS Universidad de Los Andes. Mérida. Caracas Venezuela, 2000. 4p.
- [15] SHIGLEY, Joseph y MISCHKE, Charles. Diseño en ingeniería mecánica. 6º edición. México, Mc Graw Hill, 2002. 1191 p.
- [16] SKF. Catalogo general, Editorial Carl Gerber, Alemania, 1982. P.111-116.
- [17] USECHE, J. Análisis no lineal de estructuras bajo cargas dinámicas: formulación básica por elementos finitos. Documento de trabajo - proyecto de

investigación COTECMAR, Facultad de Ingeniería, Universidad Tecnológica de Bolívar, 2004. P. 4-8.

[18]_____Curvas de ajuste, análisis de regresión y polinomios de interpolación de uso en ingeniería. Documento de trabajo, Facultad de Ingeniería, Universidad Tecnológica de Bolívar, 2003. P. 1-14.

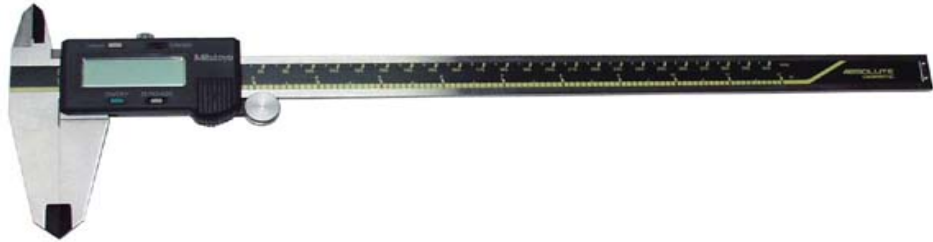
[19]_____Elementos finitos. Documento de trabajo, Facultad de Ingeniería, Universidad Tecnológica de Bolívar, 2003. P. 3.3-3.6.

ANEXO A PLANO DE LA PROBETA (PANEL DE ACERO ASTM A 131)

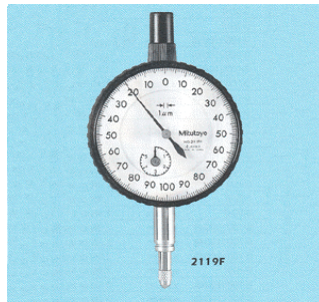
ANEXO B PLANOS DEL SISTEMA DE LEVANTAMIENTO GEOMÉTRICO

ANEXO C EQUIPOS E INSTRUMENTOS UTILIZADOS EN EL LEVANTAMIENTO GEOMÉTRICO DEL PANEL.

Calibrado pie de rey modelo 500-173 12" digital. Marca Mitutoyo



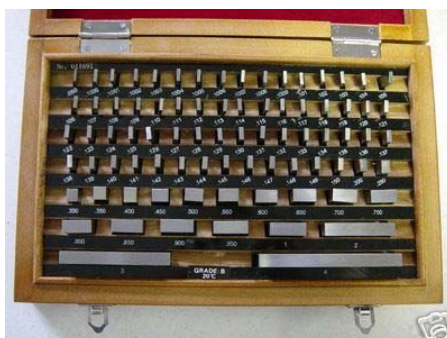
Indicador de carátula Análogo modelo 2119F. Marca Mitutoyo



Mesa de mármol marca Mitutoyo



Bloques patrón, marca CARY. Rango de medición 0.5-100 mm. Clasificación 1.



Numero y valor nominal de bloques patrón empleados en la medición de coordenadas.

Nº del bloque	Valor nominal (mm)
1921278	1
621061	1.3
1921284	1.1
1811480	1.44
311461	1.37
2111865	1.18
2411361	1.24
2221230	4
2021288	1.5
221262	3
521028	15
139803	6
511422	12
1610919	13.5
1720304	11
820082	21
1621300	25
121128	20
720416	23
620413	24
211193	23.5
710427	20.5
220819	22
1520109	13

ANEXO D CERTIFICADO DE CALIBRACIÓN DE EQUIPOS DE MEDICIÓN.

**ANEXO E COORDENADAS DE LOS NODOS MEDIDOS ANTES DE
APLICAR LA CARGA (PANEL ACERO ASTM A 131).**

Posición Inicial											
N	x	y		N	X	y	Z	N	x	y	Z
00	0,000	0,000	31,700	b0	0,000	50,800	31,700	d0	0,000	101,600	31,735
01	25,400	0,000	31,780	b1	25,400	50,800	31,780	d1	25,400	101,600	31,820
02	50,800	0,000	31,690	b2	50,800	50,800	31,820	d2	50,800	101,600	31,690
03	76,200	0,000	31,780	b3	76,200	50,800	31,780	d3	76,200	101,600	31,800
04	101,600	0,000	31,750	b4	101,600	50,800	31,735	d4	101,600	101,600	31,820
05	127,000	0,000	31,690	b5	127,000	50,800	31,690	d5	127,000	101,600	31,700
06	152,400	0,000	31,730	b6	152,400	50,800	31,735	d6	152,400	101,600	31,750
07	177,800	0,000	31,750	b7	177,800	50,800	31,690	d7	177,800	101,600	31,690
08	203,200	0,000	31,780	b8	203,200	50,800	31,800	d8	203,200	101,600	31,690
09	228,600	0,000	31,750	b9	228,600	50,800	31,820	d9	228,600	101,600	31,780
010	254,000	0,000	31,690	b10	254,000	50,800	31,750	d10	254,000	101,600	31,780
011	279,400	0,000	31,730	b11	279,400	50,800	31,700	d11	279,400	101,600	31,730
012	304,800	0,000	31,800	b12	304,800	50,800	31,750	d12	304,800	101,600	31,800
013	330,200	0,000	31,690	b13	330,200	50,800	31,750	d13	330,200	101,600	31,750
014	355,600	0,000	31,690	b14	355,600	50,800	31,730	d14	355,600	101,600	31,750
015	381,000	0,000	31,730	b15	381,000	50,800	31,820	d15	381,000	101,600	31,730
016	406,400	0,000	31,800	b16	406,400	50,800	31,750	d16	406,400	101,600	31,800
017	431,800	0,000	31,730	b17	431,800	50,800	31,735	d17	431,800	101,600	31,750
018	444,500	0,000	31,750	b18	444,500	50,800	31,730	d18	444,500	101,600	31,750
a0	0,000	25,400	31,735	c0	0,000	76,200	31,750	e0	0,000	127,000	31,700
a1	25,400	25,400	31,735	c1	25,400	76,200	31,750	e1	25,400	127,000	31,735
a2	50,800	25,400	31,750	c2	50,800	76,200	31,750	e2	50,800	127,000	31,820
a3	76,200	25,400	31,750	c3	76,200	76,200	31,800	e3	76,200	127,000	31,730
a4	101,600	25,400	31,780	c4	101,600	76,200	31,780	e4	101,600	127,000	31,750
a5	127,000	25,400	31,800	c5	127,000	76,200	31,750	e5	127,000	127,000	31,690
a6	152,400	25,400	31,700	c6	152,400	76,200	31,780	e6	152,400	127,000	31,735
a7	177,800	25,400	31,750	c7	177,800	76,200	31,820	e7	177,800	127,000	31,700
a8	203,200	25,400	31,730	c8	203,200	76,200	31,800	e8	203,200	127,000	31,820
a9	228,600	25,400	31,750	c9	228,600	76,200	31,750	e9	228,600	127,000	31,735
a10	254,000	25,400	31,820	c10	254,000	76,200	31,690	e10	254,000	127,000	31,730
a11	279,400	25,400	31,690	c11	279,400	76,200	31,750	e11	279,400	127,000	31,730
a12	304,800	25,400	31,730	c12	304,800	76,200	31,730	e12	304,800	127,000	31,780
a13	330,200	25,400	31,730	c13	330,200	76,200	31,820	e13	330,200	127,000	31,690
a14	355,600	25,400	31,750	c14	355,600	76,200	31,690	e14	355,600	127,000	31,750
a15	381,000	25,400	31,750	c15	381,000	76,200	31,735	e15	381,000	127,000	31,700
a16	406,400	25,400	31,700	c16	406,400	76,200	31,750	e16	406,400	127,000	31,750
a17	431,800	25,400	31,700	c17	431,800	76,200	31,750	e17	431,800	127,000	31,780
a18	444,500	25,400	31,730	c18	444,500	76,200	31,700	e18	444,500	127,000	31,690

Posición Inicial											
N	x	y	z		X	y	Z	N	x	y	z
f0	0,000	152,400	31,750	h0	0,000	203,200	31,780	j0	0,000	254,000	31,735
f1	25,400	152,400	31,780	h1	25,400	203,200	31,800	j1	25,400	254,000	31,800
f2	50,800	152,400	31,750	h2	50,800	203,200	31,800	j2	50,800	254,000	31,735
f3	76,200	152,400	31,820	h3	76,200	203,200	31,780	j3	76,200	254,000	31,750
f4	101,600	152,400	31,780	h4	101,600	203,200	31,800	j4	101,600	254,000	31,750
f5	127,000	152,400	31,750	h5	127,000	203,200	31,690	j5	127,000	254,000	31,735
f6	152,400	152,400	31,780	h6	152,400	203,200	31,780	j6	152,400	254,000	31,780
f7	177,800	152,400	31,800	h7	177,800	203,200	31,780	j7	177,800	254,000	31,820
f8	203,200	152,400	31,780	h8	203,200	203,200	31,750	j8	203,200	254,000	31,735
f9	228,600	152,400	31,730	h9	228,600	203,200	31,700	j9	228,600	254,000	31,750
f10	254,000	152,400	31,730	h10	254,000	203,200	31,750	j10	254,000	254,000	31,735
f11	279,400	152,400	31,735	h11	279,400	203,200	31,750	j11	279,400	254,000	31,750
f12	304,800	152,400	31,780	h12	304,800	203,200	31,780	j12	304,800	254,000	31,700
f13	330,200	152,400	31,750	h13	330,200	203,200	31,690	j13	330,200	254,000	31,730
f14	355,600	152,400	31,750	h14	355,600	203,200	31,735	j14	355,600	254,000	31,700
f15	381,000	152,400	31,750	h15	381,000	203,200	31,700	j15	381,000	254,000	31,750
f16	406,400	152,400	31,750	h16	406,400	203,200	31,750	j16	406,400	254,000	31,700
f17	431,800	152,400	31,750	h17	431,800	203,200	31,750	j17	431,800	254,000	31,750
f18	444,500	152,400	31,750	h18	444,500	203,200	31,750	j18	444,500	254,000	31,750
g0	0,000	177,800	31,735	i0	0,000	228,600	31,750	k0	0,000	279,400	31,750
g1	25,400	177,800	31,800	i1	25,400	228,600	31,780	k1	25,400	279,400	31,820
g2	50,800	177,800	31,800	i2	50,800	228,600	31,780	k2	50,800	279,400	31,780
g3	76,200	177,800	31,750	i3	76,200	228,600	31,820	k3	76,200	279,400	31,780
g4	101,600	177,800	31,800	i4	101,600	228,600	31,750	k4	101,600	279,400	31,780
g5	127,000	177,800	31,700	i5	127,000	228,600	31,780	k5	127,000	279,400	31,700
g6	152,400	177,800	31,750	i6	152,400	228,600	31,750	k6	152,400	279,400	31,730
g7	177,800	177,800	31,735	i7	177,800	228,600	31,820	k7	177,800	279,400	31,735
g8	203,200	177,800	31,730	i8	203,200	228,600	31,780	k8	203,200	279,400	31,730
g9	228,600	177,800	31,750	i9	228,600	228,600	31,750	k9	228,600	279,400	31,750
g10	254,000	177,800	31,820	i10	254,000	228,600	31,700	k10	254,000	279,400	31,800
g11	279,400	177,800	31,700	i11	279,400	228,600	31,800	k11	279,400	279,400	31,690
g12	304,800	177,800	31,750	i12	304,800	228,600	31,750	k12	304,800	279,400	31,700
g13	330,200	177,800	31,690	i13	330,200	228,600	31,820	k13	330,200	279,400	31,690
g14	355,600	177,800	31,700	i14	355,600	228,600	31,690	k14	355,600	279,400	31,820
g15	381,000	177,800	31,750	i15	381,000	228,600	31,750	k15	381,000	279,400	31,780
g16	406,400	177,800	31,735	i16	406,400	228,600	31,750	k16	406,400	279,400	31,750
g17	431,800	177,800	31,750	i17	431,800	228,600	31,820	k17	431,800	279,400	31,700
g18	444,500	177,800	31,690	i18	444,500	228,600	31,700	k18	444,500	279,400	31,750

Posición Inicial											
N	x	y	z	N	x	y	Z	N	x	y	z
I0	0,000	304,800	31,780	n0	0,000	355,600	31,700	p0	0,000	406,400	31,735
I1	25,400	304,800	31,780	n1	25,400	355,600	31,800	p1	25,400	406,400	31,780
I2	50,800	304,800	31,750	n2	50,800	355,600	31,735	p2	50,800	406,400	31,750
I3	76,200	304,800	31,750	n3	76,200	355,600	31,780	p3	76,200	406,400	31,750
I4	101,600	304,800	31,700	n4	101,600	355,600	31,690	p4	101,600	406,400	31,780
I5	127,000	304,800	31,820	n5	127,000	355,600	31,750	p5	127,000	406,400	31,750
I6	152,400	304,800	31,750	n6	152,400	355,600	31,735	p6	152,400	406,400	31,820
I7	177,800	304,800	31,700	n7	177,800	355,600	31,690	p7	177,800	406,400	31,690
I8	203,200	304,800	31,820	n8	203,200	355,600	31,735	p8	203,200	406,400	31,800
I9	228,600	304,800	31,735	n9	228,600	355,600	31,750	p9	228,600	406,400	31,780
I10	254,000	304,800	31,700	n10	254,000	355,600	31,700	p10	254,000	406,400	31,800
I11	279,400	304,800	31,750	n11	279,400	355,600	31,800	p11	279,400	406,400	31,750
I12	304,800	304,800	31,735	n12	304,800	355,600	31,690	p12	304,800	406,400	31,700
I13	330,200	304,800	31,800	n13	330,200	355,600	31,780	p13	330,200	406,400	31,690
I14	355,600	304,800	31,780	n14	355,600	355,600	31,730	p14	355,600	406,400	31,780
I15	381,000	304,800	31,750	n15	381,000	355,600	31,750	p15	381,000	406,400	31,780
I16	406,400	304,800	31,730	n16	406,400	355,600	31,700	p16	406,400	406,400	31,750
I17	431,800	304,800	31,750	n17	431,800	355,600	31,750	p17	431,800	406,400	31,730
I18	444,500	304,800	31,700	n18	444,500	355,600	31,700	p18	444,500	406,400	31,750
m0	0,000	330,200	31,735	o0	0,000	381,000	31,780	q0	0,000	431,800	31,700
m1	25,400	330,200	31,800	o1	25,400	381,000	31,750	q1	25,400	431,800	31,820
m2	50,800	330,200	31,735	o2	50,800	381,000	31,700	q2	50,800	431,800	31,780
m3	76,200	330,200	31,735	o3	76,200	381,000	31,800	q3	76,200	431,800	31,690
m4	101,600	330,200	31,750	o4	101,600	381,000	31,735	q4	101,600	431,800	31,800
m5	127,000	330,200	31,690	o5	127,000	381,000	31,735	q5	127,000	431,800	31,690
m6	152,400	330,200	31,750	o6	152,400	381,000	31,780	q6	152,400	431,800	31,700
m7	177,800	330,200	31,750	o7	177,800	381,000	31,735	q7	177,800	431,800	31,700
m8	203,200	330,200	31,750	o8	203,200	381,000	31,750	q8	203,200	431,800	31,690
m9	228,600	330,200	31,690	o9	228,600	381,000	31,735	q9	228,600	431,800	31,750
m10	254,000	330,200	31,750	o10	254,000	381,000	31,690	q10	254,000	431,800	31,700
m11	279,400	330,200	31,800	o11	279,400	381,000	31,780	q11	279,400	431,800	31,700
m12	304,800	330,200	31,820	o12	304,800	381,000	31,780	q12	304,800	431,800	31,750
m13	330,200	330,200	31,750	o13	330,200	381,000	31,800	q13	330,200	431,800	31,700
m14	355,600	330,200	31,735	o14	355,600	381,000	31,700	q14	355,600	431,800	31,780
m15	381,000	330,200	31,730	o15	381,000	381,000	31,750	q15	381,000	431,800	31,750
m16	406,400	330,200	31,750	o16	406,400	381,000	31,820	q16	406,400	431,800	31,700
m17	431,800	330,200	31,735	o17	431,800	381,000	31,700	q17	431,800	431,800	31,820
m18	444,500	330,200	31,750	o18	444,500	381,000	31,730	q18	444,500	431,800	31,700

Posición Inicial											
N	x	y	z	N	X	y	Z	N	x	y	z
r0	0,000	457,200	31,690	t0	0,000	508,000	31,735	v0	0,000	558,800	31,750
r1	25,400	457,200	31,700	t1	25,400	508,000	31,700	v1	25,400	558,800	31,735
r2	50,800	457,200	31,735	t2	50,800	508,000	31,780	v2	50,800	558,800	31,780
r3	76,200	457,200	31,735	t3	76,200	508,000	31,730	v3	76,200	558,800	31,700
r4	101,600	457,200	31,780	t4	101,600	508,000	31,750	v4	101,600	558,800	31,735
r5	127,000	457,200	31,750	t5	127,000	508,000	31,735	v5	127,000	558,800	31,750
r6	152,400	457,200	31,735	t6	152,400	508,000	31,690	v6	152,400	558,800	31,700
r7	177,800	457,200	31,750	t7	177,800	508,000	31,820	v7	177,800	558,800	31,735
r8	203,200	457,200	31,780	t8	203,200	508,000	31,730	v8	203,200	558,800	31,700
r9	228,600	457,200	31,750	t9	228,600	508,000	31,730	v9	228,600	558,800	31,750
r10	254,000	457,200	31,750	t10	254,000	508,000	31,750	v10	254,000	558,800	31,750
r11	279,400	457,200	31,735	t11	279,400	508,000	31,800	v11	279,400	558,800	31,750
r12	304,800	457,200	31,780	t12	304,800	508,000	31,820	v12	304,800	558,800	31,750
r13	330,200	457,200	31,750	t13	330,200	508,000	31,690	v13	330,200	558,800	31,700
r14	355,600	457,200	31,735	t14	355,600	508,000	31,750	v14	355,600	558,800	31,690
r15	381,000	457,200	31,735	t15	381,000	508,000	31,700	v15	381,000	558,800	31,735
r16	406,400	457,200	31,735	t16	406,400	508,000	31,800	v16	406,400	558,800	31,690
r17	431,800	457,200	31,730	t17	431,800	508,000	31,730	v17	431,800	558,800	31,700
r18	444,500	457,200	31,750	t18	444,500	508,000	31,735	v18	444,500	558,800	31,690
s0	0,000	482,600	31,750	u0	0,000	533,400	31,700	w0	0,000	584,200	31,730
s1	25,400	482,600	31,820	u1	25,400	533,400	31,780	w1	25,400	584,200	31,780
s2	50,800	482,600	31,780	u2	50,800	533,400	31,735	w2	50,800	584,200	31,750
s3	76,200	482,600	31,730	u3	76,200	533,400	31,750	w3	76,200	584,200	31,735
s4	101,600	482,600	31,820	u4	101,600	533,400	31,700	w4	101,600	584,200	31,750
s5	127,000	482,600	31,820	u5	127,000	533,400	31,730	w5	127,000	584,200	31,730
s6	152,400	482,600	31,735	u6	152,400	533,400	31,750	w6	152,400	584,200	31,735
s7	177,800	482,600	31,735	u7	177,800	533,400	31,700	w7	177,800	584,200	31,730
s8	203,200	482,600	31,700	u8	203,200	533,400	31,750	w8	203,200	584,200	31,700
s9	228,600	482,600	31,735	u9	228,600	533,400	31,730	w9	228,600	584,200	31,700
s10	254,000	482,600	31,780	u10	254,000	533,400	31,800	w10	254,000	584,200	31,750
s11	279,400	482,600	31,690	u11	279,400	533,400	31,735	w11	279,400	584,200	31,780
s12	304,800	482,600	31,750	u12	304,800	533,400	31,735	w12	304,800	584,200	31,780
s13	330,200	482,600	31,780	u13	330,200	533,400	31,780	w13	330,200	584,200	31,750
s14	355,600	482,600	31,700	u14	355,600	533,400	31,750	w14	355,600	584,200	31,700
s15	381,000	482,600	31,820	u15	381,000	533,400	31,750	w15	381,000	584,200	31,750
s16	406,400	482,600	31,800	u16	406,400	533,400	31,750	w16	406,400	584,200	31,690
s17	431,800	482,600	31,750	u17	431,800	533,400	31,750	w17	431,800	584,200	31,750
s18	444,500	482,600	31,730	u18	444,500	533,400	31,750	w18	444,500	584,200	31,750

Posición Inicial			
N	x	y	Z
x0	0,000	609,600	31,700
x1	25,400	609,600	31,730
x2	50,800	609,600	31,700
x3	76,200	609,600	31,750
x4	101,600	609,600	31,700
x5	127,000	609,600	31,750
x6	152,400	609,600	31,735
x7	177,800	609,600	31,690
x8	203,200	609,600	31,730
x9	228,600	609,600	31,750
x10	254,000	609,600	31,780
x11	279,400	609,600	31,750
x12	304,800	609,600	31,690
x13	330,200	609,600	31,750
x14	355,600	609,600	31,750
x15	381,000	609,600	31,690
x16	406,400	609,600	31,750
x17	431,800	609,600	31,690
x18	444,500	609,600	31,750

**ANEXO F. COORDENADAS DE LOS NODOS MEDIDOS DESPUES DE
APLICAR LA CARGA (PANEL DE ACERO ASTM A 131).**

Posición Final											
N	x	y	z	N	x	y	Z	N	x		z
00	0,000	0,000	32,880	b0	0,000	50,940	35,410	d0	0,000	101,220	37,949
01	24,360	0,000	32,970	b1	24,210	50,570	35,786	d1	24,440	101,040	38,439
02	49,990	0,000	32,960	b2	49,720	51,010	35,880	d2	49,890	101,330	38,862
03	75,230	0,000	32,920	b3	75,020	50,870	36,146	d3	75,300	101,330	39,067
04	100,420	0,000	33,099	b4	99,910	50,870	36,452	d4	100,420	100,990	39,414
05	125,890	0,000	33,585	b5	125,230	50,910	36,822	d5	125,780	101,150	39,735
06	151,460	0,000	34,140	b6	150,740	51,110	37,246	d6	151,410	101,560	40,035
07	176,980	0,000	34,565	b7	175,950	50,910	37,657	d7	176,780	101,430	40,322
08	202,450	0,000	34,895	b8	201,460	51,190	37,970	d8	202,110	101,900	40,545
09	228,000	0,000	35,247	b9	226,820	51,330	38,147	d9	227,560	101,760	40,617
010	253,200	0,000	35,384	b10	252,080	51,200	38,278	d10	252,920	101,360	40,650
011	278,140	0,000	35,797	b11	276,900	51,560	38,363	d11	278,150	101,840	40,568
012	304,090	0,000	35,606	b12	302,800	51,660	38,341	d12	304,110	101,770	40,361
013	329,410	0,000	35,672	b13	328,010	51,470	38,130	d13	329,550	101,670	39,887
014	354,460	0,000	35,496	b14	353,220	51,460	37,721	d14	354,840	101,730	39,241
015	379,570	0,000	35,569	b15	378,460	51,700	37,209	d15	380,130	102,040	38,361
016	405,040	0,000	35,578	b16	403,810	51,760	36,557	d16	405,510	101,860	37,356
017	430,540	0,000	35,311	b17	429,070	53,050	35,999	d17	430,960	103,450	35,803
018	444,190	0,000	35,374	b18	442,420	51,790	35,521	d18	444,070	102,150	35,307
a0	0,000	25,980	34,124	c0	0,000	76,200	36,687	e0	0,000	126,790	39,526
a1	24,170	25,470	34,345	c1	24,320	75,850	37,101	e1	24,350	126,860	39,863
a2	49,700	25,850	34,514	c2	49,840	76,170	37,433	e2	49,760	127,290	40,233
a3	75,010	25,650	34,598	c3	75,180	76,090	37,738	e3	75,010	127,390	40,482
a4	100,120	25,810	34,821	c4	100,220	75,930	38,071	e4	100,070	126,990	40,785
a5	125,610	25,800	35,207	c5	125,750	76,010	38,423	e5	125,270	127,120	41,140
a6	151,340	25,940	35,681	c6	151,390	76,280	38,812	e6	151,010	127,630	41,402
a7	176,680	25,600	36,107	c7	176,780	76,090	39,218	e7	176,270	127,460	41,698
a8	202,020	26,030	36,562	c8	202,220	76,310	39,452	e8	201,570	127,900	41,845
a9	227,590	26,060	36,901	c9	227,830	76,420	39,625	e9	226,890	127,740	41,918
a10	253,060	25,980	37,029	c10	253,280	76,110	39,698	e10	252,220	127,340	41,874
a11	278,070	26,210	36,981	c11	278,180	76,420	39,675	e11	278,110	127,880	41,663
a12	304,140	26,230	37,008	c12	304,110	76,430	39,570	e12	304,020	127,800	41,298
a13	329,290	26,020	36,937	c13	329,600	76,460	39,212	e13	329,270	127,760	40,721
a14	354,340	26,120	36,730	c14	354,750	76,350	38,696	e14	354,430	127,900	39,927
a15	379,630	26,140	36,632	c15	380,160	76,650	37,909	e15	379,960	128,180	38,946
a16	405,070	26,070	36,270	c16	405,760	76,380	37,073	e16	405,350	128,210	37,394
a17	430,420	26,410	35,797	c17	431,440	77,820	36,174	e17	430,890	129,710	36,189
a18	443,800	26,110	35,502	c18	444,910	76,790	35,590	e18	444,450	128,120	36,476

Posición Final											
N	x	y	z	N	x	y	z	N	x	y	z
f0	0,000	151,800	40,896	h0	0,000	202,790	43,786	j0	0,000	253,230	45,875
f1	24,420	151,850	41,151	h1	24,520	202,870	44,034	j1	24,580	253,230	46,070
f2	49,950	152,380	41,564	h2	49,970	203,510	44,130	j2	49,920	253,920	46,070
f3	75,330	152,430	42,078	h3	75,220	203,370	44,414	j3	75,390	254,000	46,320
f4	100,660	152,010	42,129	h4	100,350	202,480	44,638	j4	100,640	252,870	46,638
f5	125,990	152,090	42,404	h5	125,500	202,840	44,900	j5	125,590	253,200	46,920
f6	151,750	152,680	42,720	h6	151,330	203,360	45,128	j6	151,450	253,870	47,158
f7	177,070	152,660	42,943	h7	176,500	203,350	45,350	j7	176,580	253,880	47,175
f8	202,360	153,140	43,026	h8	201,900	203,870	45,420	j8	201,970	254,400	46,875
f9	227,850	152,990	43,049	h9	227,300	203,630	45,280	j9	227,620	254,340	46,525
f10	253,240	152,620	43,086	h10	252,560	203,090	45,000	j10	253,080	254,080	46,109
f11	278,320	153,350	42,595	h11	277,540	204,060	44,376	j11	278,180	254,540	45,445
f12	304,270	153,400	42,012	h12	303,490	204,270	43,685	j12	303,960	255,020	44,650
f13	329,620	153,160	41,485	h13	328,750	204,010	41,822	j13	329,210	254,820	43,745
f14	354,810	153,370	40,578	h14	353,840	203,390	40,859	j14	354,460	254,110	41,300
f15	380,300	153,700	39,133	h15	379,250	204,250	39,693	j15	379,730	255,180	41,100
f16	405,880	153,760	37,970	h16	404,660	204,800	38,209	j16	405,000	255,760	39,870
f17	431,450	155,150	36,741	h17	430,070	205,620	37,180	j17	430,270	256,290	38,460
f18	444,880	154,310	35,974	h18	443,390	204,770	36,000	j18	443,620	255,270	37,553
g0	0,000	177,180	42,385	i0	0,000	228,040	45,092	k0	0,000	278,420	46,300
g1	24,410	177,190	42,740	i1	24,390	227,930	45,190	k1	24,380	278,454	45,830
g2	49,760	177,710	42,889	i2	49,800	228,690	45,200	k2	49,930	279,240	46,815
g3	75,020	177,640	43,200	i3	75,360	228,820	45,448	k3	75,450	279,270	47,067
g4	100,120	177,030	43,472	i4	100,510	227,720	45,730	k4	100,580	278,020	47,415
g5	125,390	177,010	43,700	i5	125,660	228,020	45,935	k5	125,790	278,380	47,746
g6	151,050	177,680	43,908	i6	151,550	228,670	46,145	k6	151,740	279,120	48,041
g7	176,350	177,710	44,120	i7	176,870	228,610	46,266	k7	176,730	279,160	48,026
g8	201,770	178,240	44,265	i8	202,200	229,170	46,240	k8	202,090	279,560	47,320
g9	227,210	177,920	44,195	i9	227,620	229,090	46,095	k9	227,760	279,560	46,760
g10	252,530	177,440	43,932	i10	252,920	229,080	45,640	k10	252,830	279,220	46,250
g11	277,480	178,160	43,511	i11	277,770	228,410	44,940	k11	277,790	279,790	45,580
g12	303,340	178,370	42,975	i12	303,550	229,790	44,220	k12	302,390	280,200	44,850
g13	328,590	177,940	42,180	i13	328,940	229,550	43,348	k13	327,900	280,020	43,990
g14	355,790	177,700	40,858	i14	354,190	228,870	41,925	k14	353,410	279,570	42,495
g15	379,310	178,130	39,633	i15	379,560	229,830	40,975	k15	378,740	280,270	41,366
g16	404,730	178,560	38,365	i16	404,950	230,480	39,334	k16	404,070	280,870	40,195
g17	430,450	179,820	37,365	i17	430,340	231,040	38,060	k17	429,400	281,330	38,922
g18	443,820	179,070	36,000	i18	443,620	230,150	37,060	k18	442,800	280,480	38,153

Posición Final											
N	x	y	z	N	x	y	z	N	x	y	z
l0	0,000	304,300	46,875	n0	0,000	354,640	46,956	p0	0,000	405,830	44,839
l1	24,550	303,620	47,116	n1	24,910	354,930	47,000	p1	24,970	405,640	44,655
l2	49,960	304,930	47,255	n2	50,180	355,640	47,204	p2	50,490	406,490	44,529
l3	75,310	304,790	47,545	n3	75,520	355,650	47,452	p3	76,010	406,240	44,576
l4	100,520	303,380	47,900	n4	100,920	354,270	47,846	p4	101,430	404,870	44,633
l5	125,610	303,930	48,287	n5	126,020	354,810	48,267	p5	126,500	405,370	44,659
l6	151,460	304,680	48,642	n6	151,740	356,030	48,643	p6	152,260	406,650	44,634
l7	176,460	304,440	48,751	n7	176,770	355,540	48,647	p7	177,090	406,290	44,419
l8	201,640	304,870	47,814	n8	202,140	356,510	48,059	p8	202,290	407,420	43,876
l9	227,250	304,770	46,766	n9	227,980	356,240	46,958	p9	227,830	407,000	43,372
l10	252,720	304,210	46,155	n10	253,410	355,810	45,971	p10	253,510	406,260	42,882
l11	277,660	304,760	45,555	n11	278,670	356,490	45,366	p11	278,460	407,100	42,907
l12	303,440	305,190	44,952	n12	304,270	357,170	44,686	p12	304,370	407,600	42,215
l13	328,910	304,810	44,100	n13	329,300	356,870	43,444	p13	329,420	407,470	41,536
l14	354,580	304,000	42,597	n14	355,090	355,920	42,509	p14	355,240	406,280	40,730
l15	380,010	305,030	41,580	n15	379,780	357,590	41,437	p15	380,630	408,140	39,829
l16	405,510	305,080	40,493	n16	405,560	358,390	40,547	p16	406,100	408,660	39,000
l17	430,850	305,950	39,302	n17	431,340	358,510	39,548	p17	431,280	408,910	38,472
l18	444,080	305,240	38,544	n18	444,470	357,780	38,955	p18	444,740	408,140	38,040
m0	0,000	329,600	46,938	o0	0,000	380,380	45,783	q0	0,000	431,480	43,938
m1	24,750	329,560	47,169	o1	24,780	380,030	45,759	q1	24,870	431,050	43,817
m2	50,120	330,410	47,325	o2	50,060	381,130	45,509	q2	50,250	432,040	43,764
m3	75,670	330,230	47,725	o3	75,450	380,970	45,493	q3	75,630	431,740	43,678
m4	100,870	328,910	47,940	o4	100,850	379,630	45,653	q4	101,010	430,230	43,618
m5	126,070	329,480	48,517	o5	126,200	380,090	45,684	q5	126,240	430,650	43,598
m6	151,880	330,490	48,958	o6	152,170	381,260	45,781	q6	152,230	431,960	43,513
m7	177,010	330,060	48,955	o7	177,270	380,830	45,600	q7	177,260	431,700	43,352
m8	202,340	330,700	48,210	o8	202,370	381,860	45,080	q8	202,640	432,930	43,094
m9	228,130	330,600	46,948	o9	227,760	381,590	44,335	q9	228,020	432,270	43,378
m10	253,410	330,080	46,070	o10	253,560	380,910	43,726	q10	253,570	431,610	42,427
m11	278,500	330,790	45,575	o11	278,360	381,590	43,013	q11	279,410	432,510	42,023
m12	304,240	331,350	44,845	o12	304,460	382,220	42,810	q12	305,070	432,570	41,352
m13	329,410	331,040	44,076	o13	329,670	382,080	42,000	q13	330,120	432,500	40,783
m14	354,970	330,080	42,637	o14	355,380	380,960	41,550	q14	355,940	431,280	39,775
m15	380,030	331,420	41,632	o15	380,610	382,560	40,675	q15	381,380	433,450	38,818
m16	405,690	332,430	40,575	o16	406,460	383,090	39,880	q16	406,810	433,440	38,031
m17	430,830	332,390	39,488	o17	431,720	383,350	39,036	q17	432,380	434,200	37,383
m18	444,090	331,560	38,840	o18	444,090	382,580	38,505	q18	445,810	433,020	37,002

Posición Final											
N	x	y	z	N	x	y	z	N	x	y	Z
r0	0,000	457,000	42,744	t0	0,000	507,460	40,025	v0	0,000	558,260	37,484
r1	24,910	456,550	42,733	t1	25,160	507,120	39,746	v1	25,040	557,670	37,492
r2	50,200	457,350	42,536	t2	50,580	508,330	39,555	v2	50,510	558,800	37,140
r3	75,750	456,970	43,400	t3	76,270	507,880	39,478	v3	76,140	557,880	37,077
r4	101,120	455,520	43,387	t4	101,640	506,390	39,396	v4	101,630	556,590	37,068
r5	126,380	456,000	43,335	t5	126,910	507,050	39,408	v5	126,650	557,190	37,028
r6	152,370	457,450	42,266	t6	152,920	508,770	39,364	v6	152,690	559,040	36,995
r7	177,270	457,030	43,153	t7	177,650	508,130	39,269	v7	177,240	558,560	36,997
r8	202,610	458,390	41,968	t8	202,870	509,460	39,177	v8	202,700	559,650	36,911
r9	227,950	457,700	41,859	t9	228,290	508,670	38,984	v9	228,380	558,860	36,904
r10	253,620	457,040	41,205	t10	254,100	508,270	38,660	v10	254,080	558,480	36,652
r11	278,560	457,930	40,700	t11	279,010	509,000	38,302	v11	279,390	559,200	36,413
r12	304,520	458,460	40,534	t12	304,880	508,720	38,466	v12	305,430	559,130	36,162
r13	329,470	457,960	39,948	t13	329,530	508,760	37,984	v13	330,180	559,090	35,841
r14	355,070	456,580	39,291	t14	354,750	507,510	37,400	v14	355,720	557,980	35,449
r15	380,160	458,930	38,546	t15	380,260	510,000	36,772	v15	381,260	560,880	35,073
r16	405,250	458,800	37,841	t16	405,770	510,110	36,388	v16	406,580	560,780	34,074
r17	430,790	459,620	37,075	t17	430,990	510,620	35,489	v17	431,700	561,520	33,850
r18	444,270	458,560	36,625	t18	444,590	509,440	35,070	v18	445,080	560,360	33,689
s0	0,000	482,230	41,446	u0	0,000	533,020	38,990	w0	0,000	583,640	35,258
s1	24,890	481,740	41,364	u1	25,160	532,640	38,925	w1	24,530	582,940	35,293
s2	50,170	482,690	41,133	u2	50,590	533,450	38,710	w2	49,920	584,360	35,176
s3	75,700	482,340	41,005	u3	76,020	532,790	38,587	w3	75,220	583,210	35,025
s4	101,020	480,810	40,939	u4	101,440	531,370	38,523	w4	100,520	582,290	34,866
s5	126,150	481,400	40,962	u5	126,360	531,960	38,505	w5	125,470	582,730	34,700
s6	151,910	482,880	40,866	u6	152,520	533,690	38,485	w6	151,460	584,550	34,736
s7	176,660	482,370	40,811	u7	177,160	533,130	38,450	w7	175,980	584,160	34,695
s8	202,010	483,730	40,633	u8	202,510	534,150	38,375	w8	201,200	585,000	34,736
s9	227,530	482,830	40,894	u9	228,040	533,400	38,184	w9	226,670	584,040	34,694
s10	253,050	482,260	40,515	u10	253,640	532,980	37,942	w10	252,480	583,900	34,458
s11	278,070	483,030	40,075	u11	278,480	533,670	37,739	w11	277,410	584,580	34,368
s12	303,820	483,750	39,566	u12	304,250	534,430	37,314	w12	303,430	584,590	34,238
s13	328,800	483,150	38,985	u13	329,010	533,620	36,870	w13	327,960	584,370	34,009
s14	354,230	481,780	38,372	u14	354,480	532,270	36,575	w14	353,320	583,480	33,821
s15	378,940	484,400	37,672	u15	379,940	535,170	35,882	w15	378,410	586,600	33,711
s16	404,480	484,160	37,039	u16	405,280	534,830	35,373	w16	403,770	586,350	33,613
s17	430,320	484,870	36,323	u17	430,380	535,380	35,000	w17	429,130	586,400	33,446
s18	443,700	483,870	36,000	u18	443,830	534,390	33,985	w18	442,840	585,410	33,338

Posición Final			
N	x	y	z
x0	0,000	609,020	34,374
x1	24,780	608,390	34,300
x2	50,200	609,920	34,088
x3	75,570	608,760	33,983
x4	100,940	607,810	33,849
x5	125,900	608,560	33,734
x6	152,160	610,240	33,677
x7	176,750	609,840	33,590
x8	200,020	611,000	33,384
x9	227,400	609,740	33,303
x10	253,010	609,830	33,355
x11	277,940	610,590	33,455
x12	304,020	610,570	33,373
x13	328,780	610,190	33,374
x14	354,220	609,010	33,214
x15	379,620	612,350	33,114
x16	405,020	612,140	33,233
x17	429,860	611,850	33,245
x18	443,190	610,750	33,300

ANEXO G. COORDENADAS Y DESPLAZAMIENTOS DE LOS NODOS DE UNA MEMBRANA DE SBS CON AIRE A 1.25 PSI.

Nodo	COORDENADAS						DESPLAZAMIENTOS			Nodo	COORDENADAS						DESPLAZAMIENTOS		
	X1	Y1	Z1	X2	Y2	Z2	U	V	W		X1	Y1	Z1	X2	Y2	Z2	U	V	W
1	0	0	0	0	5,2	31,05	0	5,2	31,05	33	160	160	0	220,5	219,1	174,4	60,5	59,1	174,4
2	40	0	0	40,5	7,3	48,3	0,5	7,3	48,3	34	200	160	0	290	220	137,45	90	60	137,45
3	80	0	0	83,5	10,1	56,1	3,5	10,1	56,1	35	240	160	0	345	215,7	78,5	105	55,7	78,5
4	120	0	0	128,7	11,2	61,7	8,7	11,2	61,7	36	0	200	0	14	264,6	76,3	14	64,6	76,3
5	160	0	0	175,8	9,6	61,8	15,8	9,6	61,8	37	40	200	0	60,3	267,3	130,75	20,3	67,3	130,75
6	200	0	0	217,3	8,4	52,8	17,3	8,4	52,8	38	80	200	0	109,5	264,3	167,1	29,5	64,3	167,1
7	240	0	0	256,9	5,3	33,2	16,9	5,3	33,2	39	120	200	0	189,9	265,2	179,05	69,9	65,2	179,05
8	0	40	0	9,5	55,4	55,7	9,5	15,4	55,7	40	160	200	0	243,1	269,4	167,05	83,1	69,4	167,05
9	40	40	0	55,8	60,7	85,4	15,8	20,7	85,4	41	200	200	0	294,7	269,5	130,6	94,7	69,5	130,6
10	80	40	0	102,3	60,5	106,2	22,3	20,5	106,2	42	240	200	0	345,4	264,6	76	105,4	64,6	76
11	120	40	0	154,5	63,7	114,5	34,5	23,7	114,5	43	0	240	0	9	316,7	67,6	9	76,7	67,6
12	160	40	0	203,5	64,8	111,39	43,5	24,8	111,39	44	40	240	0	51,3	317,5	115,55	11,3	77,5	115,55
13	200	40	0	250,7	65	90	50,7	25	90	45	80	240	0	100,7	313,7	147,8	20,7	73,7	147,8
14	240	40	0	292,2	57,5	55,8	52,2	17,5	55,8	46	120	240	0	150,7	315,8	161,15	30,7	75,8	161,15
15	0	80	0	10	108,4	70,6	10	28,4	70,6	47	160	240	0	205,4	324,1	151,7	45,4	84,1	151,7
16	40	80	0	64,2	110	112,75	24,2	30	112,75	48	200	240	0	262,4	326,5	118,1	62,4	86,5	118,1
17	80	80	0	121,5	108,7	141,8	41,5	28,7	141,8	49	240	240	0	316,8	319	67,8	76,8	79	67,8
18	120	80	0	175,5	112,7	151,65	55,5	32,7	151,65	50	0	280	0	10,5	367,2	54,6	10,5	87,2	54,6
19	160	80	0	225,9	114,2	142,2	65,9	34,2	142,2	51	40	280	0	52,3	359,3	91,3	12,3	79,3	91,3
20	200	80	0	275,2	113,3	114,1	75,2	33,3	114,1	52	80	280	0	99,6	361	111,6	19,6	81	111,6
21	240	80	0	317,8	103,7	66	77,8	23,7	66	53	120	280	0	148,6	364,8	121,65	28,6	84,8	121,65
22	0	120	0	9,2	154,4	79,1	9,2	34,4	79,1	54	160	280	0	200,6	376,1	115,8	40,6	96,1	115,8
23	40	120	0	59,5	162	130,1	19,5	42	130,1	55	200	280	0	246,8	372,7	93,6	46,8	92,7	93,6
24	80	120	0	110,5	162	161,6	30,5	42	161,6	56	240	280	0	293,4	365,6	56,6	53,4	85,6	56,6
25	120	120	0	167,6	162,9	172,1	47,6	42,9	172,1	57	0	320	0	0	407	33,8	0	87	33,8
26	160	120	0	227,6	165,8	162,6	67,6	45,8	162,6	58	40	320	0	41,7	400,8	53	1,7	80,8	53
27	200	120	0	285,9	163	130,4	85,9	43	130,4	59	80	320	0	87,9	407,2	64,4	7,9	87,2	64,4
28	240	120	0	325,1	155,7	75,4	85,1	35,7	75,4	60	120	320	0	131,8	408,7	67,6	11,8	88,7	67,6
29	0	160	0	9	206,6	80,6	9	46,6	80,6	61	160	320	0	179,1	423,4	68,1	19,1	103,4	68,1
30	40	160	0	56,5	212,3	134,7	16,5	52,3	134,7	62	200	320	0	219,5	413,1	62	19,5	93,1	62
31	80	160	0	104,7	212,1	171,6	24,7	52,1	171,6	63	240	320	0	260	406,1	32,4	20	86,1	32,4
32	120	160	0	170,8	214,1	185	50,8	54,1	185										

**ANEXO H. INFORME DE CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE EN LA
MEDICIÓN**

ANEXO I. PROGRAMA SLG 3D EN MATLAB 6.5

```
%Análisis de estructuras sometidas a grandes desplazamientos.

clear all;

try load nodelist.txt
catch disp('Error!!! cargue el archivo nodelist.txt en la carpeta de trabajo')
end

try load listelem.txt
catch error('Error!!! cargue el archivo listelem.txt en la carpeta de trabajo')
end

try load nodesol.txt
catch error('Error!!! cargue el archivo nodesol.txt en la carpeta de trabajo')
end

E = input('Introduzca el modulo de elasticidad en Pa');
v = input('Introduzca el modulo de Poisson');

load nodelist.txt;
load listelem.txt;
load nodesol.txt;
nodelistf = nodelist + nodesol;
load Z2.txt;

%MATRICES DE DESPLAZAMIENTOS
load U.txt;
load W.txt;
load V.txt;

figure(1)
hold on
% Levantamiento geometrico utilizando polinomios de interpolación bilineales.

for k=1:length(listelem)
    x = nodelist(listelem(k,2:5),2)';
    y = nodelist(listelem(k,2:5),3)';
    z = nodelist(listelem(k,2:5),4)';

    UT=sqrt((nodesol(listelem(k,2:5),2)).^2+(nodesol(listelem(k,2:5),3)).^2+(nodesol(listelem(k,2:5),
4)).^2)');
    fill3(x,y,z,'c')

    xf = nodelistf(listelem(k,2:5),2)';
    yf = nodelistf(listelem(k,2:5),3)';
    zf = nodelistf(listelem(k,2:5),4)';
    fill3(xf,yf,zf,UT);
end

title('Levantamiento geometrico en 3D del panel');
```

```

axis([0 500 0 700 0 100])
xlabel('x(mm)')
ylabel('y(mm)')
zlabel('z(mm)')

%ANÁLISIS NO LINEAL
[X,Y] = meshgrid([0:25.4:609.6],[0:25.4:457.2]); %definicion de la malla

%CALCULO DE LOS GRADIENTES
[Ux,Uy] = gradient(U,25.4,25.4);
[Vx,Vy] = gradient(V,25.4,25.4);
[Wx,Wy] = gradient(W,25.4,25.4);

% DEFORMACIONES UNITARIAS
Exx = Ux + (1/2)*(Ux.^2 + Vx.^2 + Wx.^2);
Eyy = Uy + (1/2)*(Ux.^2 + Vy.^2 + Wx.^2);
Exy = (Vx+Uy)+(Ux.*Uy + Vx.*Vy + Wx.*Wy);

figure(2)
contourf(Exx,10)
colorbar
title('Deformaciones Exx')
figure(3)
contourf(Eyy,10)
colorbar
title('Deformaciones Eyy')
figure(4)
contourf(Exy,10)
colorbar
title('Deformaciones Exy')

% CALCULO DE TENSIONES
Sxx = (E/((1+v)*(1-2*v)))*((1-v)*Exx + v*Eyy);
Syy = (E/((1+v)*(1-2*v)))*((1-v)*Eyy + v*Exx);
Sxy = (E/(1+v))*Exy;

figure(5)
contourf(Sxx,10)
colorbar
title('Tensiones Sxx')
figure(6)
contourf(Syy,10)
colorbar
title('Tensiones Syy')
figure(7)
contourf(Sxy,10)
colorbar
title('Tensiones Sxy')

%DISTRIBUCION DE ESFUERZOS EN EL PANEL DEFORMADO
Z = Z2;

figure (8)
surf(X,Y,Z,Sxx)
axis equal
shading interp
title('Distribucion de tensiones Sxx')

```

```
figure (9)
surf(X,Y,Z,Syy)
axis equal
shading interp
title('Distribucion de tensiones Syy')
```

```
figure (10)
surf(X,Y,Z,Sxy)
axis equal
shading interp
title('Distribucion de tensiones Sxy')
```

```
%MAXIMO ESFUERZO
```

```
NodoX = find(Sxx(:)==max(Sxx(:)));
Maximo_Eje_X = max(Sxx(:));
NodoY = find(Syy(:)==max(Syy(:)));
Maximo_Eje_Y = max(Syy(:));
NodoXY = find(Sxy(:)==max(Sxy(:)));
Maximo_Plano_XY = max(Sxy(:));
```

```
Resultados = [nodelist(:,1), Sxx(:), Syy(:), Sxy(:)];
save resultados.txt Resultados -ASCII -TABS
```

```
disp("");
disp('El nodo maximo valor de esfuerzo normal en x es: ')
NodoX
```

```
disp('El maximo valor de esfuerzo normal en x es: ')
Maximo_Eje_X
```

```
disp('El nodo maximo valor de esfuerzo normal en y es: ')
NodoY
```

```
disp('El maximo valor de esfuerzo normal en y es: ')
Maximo_Eje_Y
```

```
disp('El nodo maximo valor de esfuerzo cortante es:')
NodoXY
```

```
disp('El maximo valor de esfuerzo cortante es: ')
Maximo_Plano_XY
```

ANEXO J. FOTOGRAFIAS SISTEMA DE LEVANTAMIENTO GEOMÉTRICO

