

LA BARRA DE HOPKINSON: AVANCE, TEORIA Y DISEÑO

**LUIS FERNANDO BERMÚDEZ VALENCIA
ANDRES HENRIQUE BORDA MOJICA**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE BOLÍVAR
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA MECÁNICA Y MECATRÓNICA
CARTAGENA DE INDIAS**

2005

LA BARRA DE HOPKINSON: AVANCE, TEORIA Y DISEÑO

**LUIS FERNANDO BERMÚDEZ VALENCIA
ANDRES HENRIQUE BORDA MOJICA**

**Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de
Ingeniero Mecánico**

Director

Alfredo Miguel Abuchar Curi, ME, MSc.

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE BOLÍVAR
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA MECÁNICA Y MECATRÓNICA
CARTAGENA DE INDIAS**

2005

Nota de aceptación:

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Cartagena de Indias, Octubre de 2005

A Ti, Autor de mi salvación; por darle a mis manos el don de sintetizar conceptos.

A mis padres Vilma y Rafael, a mi hermana Martha; que escriben conmigo cada pagina de mi existencia.

A Angie, amor de mi vida y mi razón para sonreír.

Luis Fdo.

A mi Padre Celestial, a quien agradezco todos los días por las bendiciones que sin merecer de él he recibido.

A mis padres, Nicolás y Rosario, por haber creído en mí, y ayudarme a materializar este sueño, que hoy es prácticamente una realidad.

A mis hermanas, Laura y Daniela, por que con su alegría muchas veces me dieron las fuerzas que necesité para seguir trabajando.

A mi amor, Yiri; mi novia, mi compañera incondicional y mi mejor amiga.

Andrés.

de sus aportes.

Ing. Dawin Jiménez, por su valiosa colaboración, dedicación e interés desde las fases iniciales de esta investigación.

PhD. Taina Vuoristo, por su inmenso y desinteresado aporte a esta investigación, al poner a nuestra disposición el código programable para la manipulación de los datos del ensayo.

Ing. Víctor Meza, por su gran aporte en el desarrollo de los sistemas electrónicos que complementan el diseño experimental.

MSc. Carlos Cano, por su asesoría y contribución en la realización de este proyecto.

ME, MSc. Juan Fajardo, MSc. Juan Carlos Martínez, demás investigadores y estudiantes (Liliana Romero, Diana Ramírez, Lyda Herrera y Grace Beleño), que conforman el grupo el grupo de investigación DIPROM, por sus aportes, apoyo y amistad.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	16
1. ASPECTOS INTRODUCTORIOS	18
1.1 REGÍMENES DE VELOCIDADES DE DEFORMACIÓN	19

1.1.1 Ensayos compresivos a altas velocidades de deformación	20
1.2 PERSPECTIVA HISTÓRICA DE LA BARRA DE HOPKINSON	22
1.3 PRINCIPIOS BÁSICOS DE LA BARRA DE HOPKINSON	29
1.4 DIFICULTADES EN LOS PROCEDIMIENTOS DE ENSAYO Y PROCESAMIENTO DE DATOS EN LA BARRA DE HOPKINSON	31
2. FUNDAMENTACION TEORICA DEL ENSAYO DE BARRA DE HOPKINSON	33
2.1 ECUACIÓN DE GOBIERNO DEL MOVIMIENTO DE ONDAS EN BARRAS LARGAS	33
2.2 TEORÍA DE PROPAGACIÓN UNIDIMENSIONAL DE LA ONDA	36
2.2.1 Características básicas de propagación	36
2.2.2 Reflexión de ondas en fronteras	39
2.2.3 Transmisión de ondas a otra barra (cambio de sección transversal e impedancia)	44
2.3 IMPACTO LONGITUDINAL ENTRE DOS BARRAS	48

2.4 CALCULO DE ESFUERZO, DEFORMACIÓN Y VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN DE UN ESPÉCIMEN	54
2.5 CONDICIONES PARA LA VALIDEZ DEL ENSAYO DE HOPKINSON	59
2.6 FENÓMENO DE DISPERSIÓN EN LA PROPAGACIÓN DE ONDAS EN BARRAS CILÍNDRICAS	60
2.6.1 Corrección teórica de la dispersión	72
2.7 EFECTOS DE LA INERCIA LATERAL SOBRE LA PROPAGACIÓN DEL PULSO EN EL ENSAYO DE BARRA DE HOPKINSON	77
2.7.1 Corrección de errores por inercia lateral - condiciones para deformación uniforme en el espécimen (diseño del espécimen)	82
3. COMPONENTES Y CARACTERÍSTICAS DEL ENSAYO DE BARRA DE HOPKINSON	86
3.1 BARRAS DE PRESIÓN	89
3.1.1 Características deseables en las barras de Presión	89
3.2 ALINEACIÓN Y SOPORTES	90
3.3 GENERACIÓN DE LA ONDA INCIDENTE	91
3.3.1 Pistola De Gas (Gas Gun)	92

3.4 FRICCIÓN	95
3.5 ADQUISICIÓN DE DATOS E INSTRUMENTACIÓN	96
3.5.1 Medidores de desplazamiento en las barras de presión	96
3.5.2 Puente De Wheatstone	97
3.5.3 Sistema Amplificador	100
3.5.4 Medidor de velocidad de la barra golpeadora (striker)	101
3.6 PROCEDIMIENTO PARA LA REALIZACIÓN DEL ENSAYO DE BARRA DE HOPKINSON	103
3.7 PROCESAMIENTO DE DATOS	105
3.7.1 Corrección de La dispersión	106
3.7.2 Identificación de los pulsos de esfuerzo y deformación	107
4. MATERIALES DE FABRICACIÓN Y DISEÑO DE LA BARRA DE HOPKINSON	109
4.1 MATERIAL DE FABRICACIÓN Y DIMENSIONAMIENTO DE LAS BARRAS DE PRESIÓN	109
4.2 CALCULO DE LAS DIMENSIONES DE LA PROBETA Y DE LA BARRA GOLPEADORA (STRIKER)	110

4.3 ANÁLISIS POR ENERGÍA DE DEFORMACIÓN ABSORBIDA EN EL IMPACTO	114
4.4 COMPARACIÓN CON EL MODULO DE RESILIENCIA	118
4.5 DISEÑO DE SOPORTES Y MONTAJE	119
4.6 DISEÑO DE LA PISTOLA DE GAS (GAS GUN)	122
4.6.1 Criterios de selección del gas	126
4.6.2 Mecanismo de suministro de presión	128
4.7 SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS	129
4.7.1 Selección de Medidores de desplazamiento en las barras de presión (Strain Gages)	130
4.7.2 Puente De Wheatstone	133
4.7.3 Diseño del sistema Amplificador	135
4.7.4 Tarjeta de adquisición de datos	136
4.7.5 Diseño del Medidor de velocidad de la barra golpeadora (striker)	137
5. CONCLUSIONES	142
6. RECOMENDACIONES	145

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

148

ANEXOS

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Aparato desarrollado por B. Hopkinson para medir la presión producida por la detonación de una bala	23
Figura 2. Esquema del primer experimento de B. Hopkinson en 1914	23

Figura 3. Esquema General del aparato desarrollado por Davies	27
Figura 4. Esquema general del aparato desarrollado por Kolsky	28
Figura 5. Esquema General de la Barra de Hopkinson	29
Figura 6. Propagación de una onda producida por el impacto de una barra	34
Figura 7. Propagación sin distorsión de un pulso $f(x-C_0t)$	37
Figura 8. Ondas de desplazamiento con su respectivo pulso de esfuerzo	38
Figura 9. Pulso incidente sobre una barra con final fijo	40
Figura 10. Imagen de un Pulso sobre una barra con final fijo	41
Figura 11. Desplazamiento de imagen y pulso de esfuerzo, interacción y reflexión de un final fijo	41
Figura 12. Pulso incidente sobre una barra con final libre	42
Figura 13. Imagen de un Pulso sobre una barra con final libre	43
Figura 14. Desplazamiento de imagen y pulso de esfuerzo, interacción y reflexión de un final libre	43
Figura 15. Interacción en la interfase	45
Figura 16. Impacto contra una barra estacionaria semiinfinita	48
Figura 17. Propagación de ondas, velocidad y esfuerzo en el instante inicial de un impacto colineal entre dos barras	50
Figura 18. Diferentes instantes de propagación de ondas en el impacto colineal de dos barras similares	51
Figura 19. Seguimiento de las ondas compresivas producto de un impacto	52
Figura 20. Pulso Ideal y pulso real registrado en las barras	54
Figura 21. Diagrama de interfaces Barra – Espécimen	55
Figura 22. Velocidad de fase de ondas longitudinales en barras cilíndricas de longitud infinita, como función de la relación Radio- Longitud de onda	62
Figura 23. Datos de desplazamiento Radial registrados y analizados por Davies	65
Figura 24. Datos de desplazamiento axial registrados y analizados por Davies	65

Figura 25. Velocidad de Fase como función de a/λ	68
Figura 26. Registro típico de deformación en la Barra de Hopkinson	69
Figura 27. Transformada de Fourier para un pulso Trapezoidal	70
Figura 28. Señales de las galgas (strain gages) obtenidas para un ensayo de Hopkinson para un acero inoxidable (340L)	71
Figura 29. Velocidades de Ondas longitudinales como función de d/L (Bancroft)	75
Figura 30. Curvas desplazamiento axial- tiempo del final libre de una barra sujeta al paso de pulso de presión	80
Figura 31. Curvas esfuerzo predicho- tiempo de una barra sujeta al paso de pulso de presión	81
Figura 32. Componentes Básicos de la barra de Hopkinson	87
Figura 33. Barra de Hopkinson de NSWCDD vista desde el final de la barra de impacto (strike bar)	88
Figura 34. Barra de Hopkinson de NSWCDD vista desde el final de la barra transmisora (transmitter bar)	88
Figura 35. Cilindro y pistón del sistema de propulsión (Gas Gun)	93
Figura 36. Diagrama de cuerpo libre del sistema Pistón- Barra Golpeadora (striker bar)	94
Figura 37. Técnica para alinear espécimen y barras	95
Figura 38. Galga extensiométrica Uniaxial (Strain Gage)	96
Figura 39. Puente de Wheatstone	98
Figura 40. Configuración balanceada “Medio Puente (Half-Bridge)	99
Figura 41. Instrumentación de un Amplificador Convencional	100
Figura 42. Esquema medidor de velocidad de la barra golpeadora (striker)	102
Figura 43. Alojamiento del Láser y Detectores	103
Figura 44. Esquema general de procedimiento de ensayo	104
Figura. 45. Dimensiones de las barras de presión y para metros de la barra golpeadora	111

Figura 46. Sistema Masa- Resorte equivalente para el análisis de energía de deformación de las barras de presión	114
Figura 47. Soporte de barras de presión	119
Figura 48. Relación entre la deformación radial y el incremento del radio de una barra sometida a compresión	121
Figura 49. Diagrama de cuerpo libre del sistema cilindro pisto y barra golpeadora	122
Figura 50. Principales dimensiones del pistón del sistema de propulsión (Gas Gun)	125
Figura 51. Esquema del mecanismo de suministro de presión	128
Figura 52. Componentes del “Medio Puente” y resistencias a utilizar	134
Figura 53. Circuito del Amplificador a Utilizar	135
Figura 54. Circuito Transmisor	139
Figura 55. Circuito de Conversión Opto-Electrónica	140

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Regímenes de Velocidades de deformación y técnicas Experimentales.	21
Tabla 2. Velocidades de Ondas longitudinales como función de d/L y σ según D. Bancroft	76
Tabla 3. Características de Fabricación de las barras de Presión	110
Tabla 4. Propiedades del Acero ASTM A-131	110

Tabla 5. Relación de presión y volumen para N2 y aire (AGA FANO)	127
Tabla 6. Especificaciones de las galgas seleccionadas	133
Tabla 7. Especificaciones de la Tarjeta de Adquisición de Datos	137
Tabla 8. Parámetros de Operación del DL	139
Tabla 9. Parámetros del Fotorreceptor	140

LISTA DE ANEXOS

Anexo A. Algoritmo para procesamiento de datos en Matlab 7.0

Anexo B. Planos de construcción de componentes del ensayo.

Anexo C. Vistas de montaje de componentes del ensayo .

Anexo D. Especificaciones técnicas del integrado LM837 del amplificador.

Anexo E. Especificaciones técnicas de la tarjeta de adquisición de datos NI PCI-6259

Anexo F. Ejemplos de curvas obtenidas a partir de utilización del Algoritmo para el procesamiento de datos en Matlab 7.0

INTRODUCCION

En la actualidad, la mayor parte de los diseños a los que se enfrenta la ingeniería, solo dispone de información de las propiedades mecánicas del material a utilizar, ensayado bajo efectos de cargas cuasi estáticas. Por lo tanto, nos enfrentamos a un nuevo reto cuando en el planteamiento del problema es necesario conocer los efectos producidos en el material al ser afectado por altas velocidades de deformación; lo que conduce a manejar el concepto de las cargas dinámicas.

En el marco del presente proyecto, **“LA BARRA DE HOPKINSON: AVANCE, TEORIA Y DISEÑO”**, se busca conocer en detalle toda la historia, evolución y teoría de una técnica experimental que permite determinar las propiedades mecánicas cualquier material de ingeniería, cuando es afectado por altas velocidades de deformación, ya que permite la determinar curvas dinámicas esfuerzo-deformación. Esto permitirá generar todo el soporte teórico necesario para futuras investigaciones en este campo de investigación, que apenas comienza a ser objeto de estudio en nuestro país.

Una vez conocidos los aspectos mas sobresalientes de este ensayo, se podrá proceder a aplicar toda la teoría en el desarrollo y diseño de este aparato; en el que intervienen una variada gama de conceptos de varios campos de las Ingenierías Mecánica y Electrónica; para de esta forma establecer las bases para su posterior construcción y aplicación específica en la realización de ensayos sobre el acero naval (**ASTM A-131**), lo que permitirá generar curvas dinámicas de esfuerzo-deformación de este material, y así obtener información necesaria para la validación del modelo matemático y computacional que simulará la condición de carga dinámica requerida para el proyecto **“ESTUDIO DE LA**

CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL DE PANELES NAVALES ABOLLADOS POR CARGAS DINAMICAS”, Proyecto coordinado por el grupo de investigación DIPROM del Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica de la Universidad Tecnológica de Bolívar, COTECMAR S.A. y apoyados por COLCIENCIAS.

1. ASPECTOS INTRODUCTORIOS

El diseño de estructuras, está basado principalmente en las propiedades mecánicas de los materiales, que están tabuladas por lo general en forma de diagramas Esfuerzo–Deformación. Diseños óptimos, requieren tablas y diagramas mas completos, es decir que los materiales sean probados bajo diferentes tipos de condiciones. La mayoría de las propiedades mecánicas tabuladas fueron halladas por medio de una lenta deformación de una probeta (Maquina Universal de Ensayos). La velocidad de deformación promedio para obtener un diagrama Esfuerzo – Deformación, es aproximadamente de $0.001 \text{ in/s}\cdot\text{in}$ o incluso menos [19], la cual produce una deformación de 0.5, en 500 s. Los ensayos a velocidades de deformación más altas, necesitan nuevas técnicas, en las cuales sea posible alcanzarlas.

Múltiples investigaciones desarrolladas en los últimos años han demostrado que gran parte de los materiales de ingeniería y específicamente los aceros son sensibles a la velocidad de deformación, normalmente su tensión de plastificación aumenta cuando se incrementa la velocidad de deformación, lo cual puede ser causado por un impacto.

Durante las ultimas décadas se ha venido avanzando de manera significativa en el desarrollo de un método en particular para determinar propiedades mecánicas de materiales a altas velocidades de deformación conocido con el nombre de “ensayo barra de Hopkinson”, el cual será analizado y diseñado en el presente trabajo, y posteriormente será construido e implementado para obtener un conjuntos de

datos (propiedades mecánicas a altas velocidades de deformación); que permitan realizar un aporte significativo en el marco del proyecto *“Evaluación de la confiabilidad de paneles navales abollados por cargas dinámicas”*.

El mencionado ensayo de barra de Hopkinson es un método relativamente nuevo, y por lo tanto, es foco de múltiples investigaciones a nivel mundial, lo que está permitiendo que su desarrollo avance considerablemente. No es el único método existente, pero sí es el que más cercano se encuentra del evento real que se busca estudiar. Otros métodos para obtener propiedades mecánicas, dependiendo de la velocidad de deformación se relacionarán a manera de información en la siguiente sección.

1.1 ENSAYOS COMPRESIVOS A ALTAS VELOCIDADES DE DEFORMACIÓN

Muchos eventos de deformación ocurren a una velocidad de deformación superior a la que se hallaron sus propiedades mecánicas en ensayos mecánicos estandarizados. Son ejemplos de estos, los eventos de impacto (choque de autos, impactos de proyectiles, y explosiones confinadas).

Las propiedades de los materiales son sensibles a la variación de la velocidad de deformación, lo cual hace necesario una determinación de las mismas que esté lo más cercana posible al mecanismo de deformación y las velocidades de deformación que se podrían presentar durante el servicio que preste.

1.1.1 Regímenes de velocidades de deformación. Se define como velocidad de deformación ($\dot{\varepsilon}$), como la razón de cambio de la deformación (ε), en el tiempo (t):

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad \text{Ec. 1}$$

Donde (ε) también es conocida como deformación verdadera o de ingeniería. También es importante destacar, que la deformación de compresión y la velocidad de deformación son cantidades negativas, el signo negativo frecuentemente se omite, pues se entiende que es un ensayo de compresión. Para un experimento a velocidad de deformación constante, esta es simplemente calculada al dividir la deformación total por la duración del ensayo:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{t} \quad \text{Ec. 2}$$

Las unidades de la velocidad de deformación es el inverso del tiempo: s^{-1} ; lo cual resulta de reemplazar la deformación de ingeniería en la Ec. 1.

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{L_0} \frac{dL}{dt} = \frac{V}{L_0} \quad \text{Ec. 3}$$

Donde L es la longitud del espécimen, cuyo valor inicial L_0 , y V es la velocidad a la cual el espécimen está siendo deformado.

Las técnicas usadas dependen de las velocidades a alcanzar las cuales están clasificadas en rangos, conocidos como "Regímenes de Velocidades de deformación". La Tabla 1 muestra los diferentes regímenes de velocidades de deformación, las técnicas usadas, y las principales características del método.

Tabla 1. Regímenes de Velocidades de deformación y técnicas Experimentales

VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN	TECNICA EXPERIMENTAL	CONSIDERACIONES DINAMICAS
REGIMEN BAJO: $\dot{\epsilon} < 0.1 s^{-1}$	Procedimientos Estándar de Ensayos Mecánicos	No es significativa la propagación de ondas.
REGIMEN MEDIO: $0.1 s^{-1} \leq \dot{\epsilon} \leq 200 s^{-1}$	Marco Servo-hidráulico Leva Plastométrica Ensayo de caída	La onda influye la medición de cargas. La resonancia Mecánica en el espécimen y la maquina es importante.
REGIMEN ALTO: $200 s^{-1} \leq \dot{\epsilon} \leq 10^5 s^{-1}$	Barra de Hopkinson. Ensayo de Taylor (Barra de impacto) Anillo Expandible	Propagación de ondas Plásticas.
REGIMEN MUY ALTO: $\dot{\epsilon} > 10^5 s^{-1}$	Placa de impacto.	Propagación de ondas de choque.

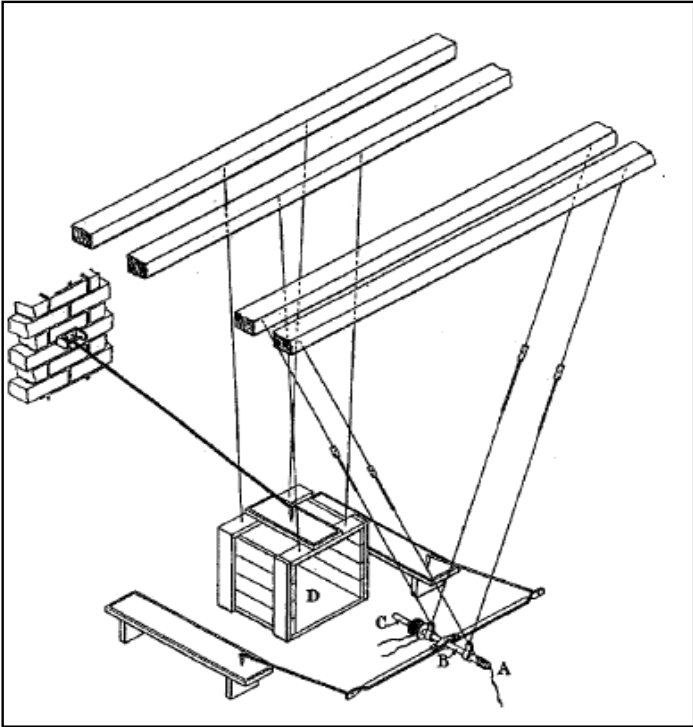
El objetivo de este proyecto no es precisamente detallar, cada una de estas técnicas experimentales, pues resultaría en un desarrollo muy extenso y distante del propósito principal de la investigación realizada, existen textos especializados donde se puede encontrar toda la información referente. [7]

Nuestro énfasis radicará en la técnica seleccionada para analizar el comportamiento dinámico del acero Naval (es decir la Barra de Hopkinson), la cual simula experimentalmente, y de manera más exacta, las condiciones reales de cargas y de velocidad de deformación a las que se buscan analizar el material en el marco del proyecto: “Confiabilidad estructural de paneles navales abollados por cargas dinámicas”; que es el destinatario final de la información recopilada por la presente investigación.

1.2 PERSPECTIVA HISTORICA DE LA BARRA DE HOPKINSON

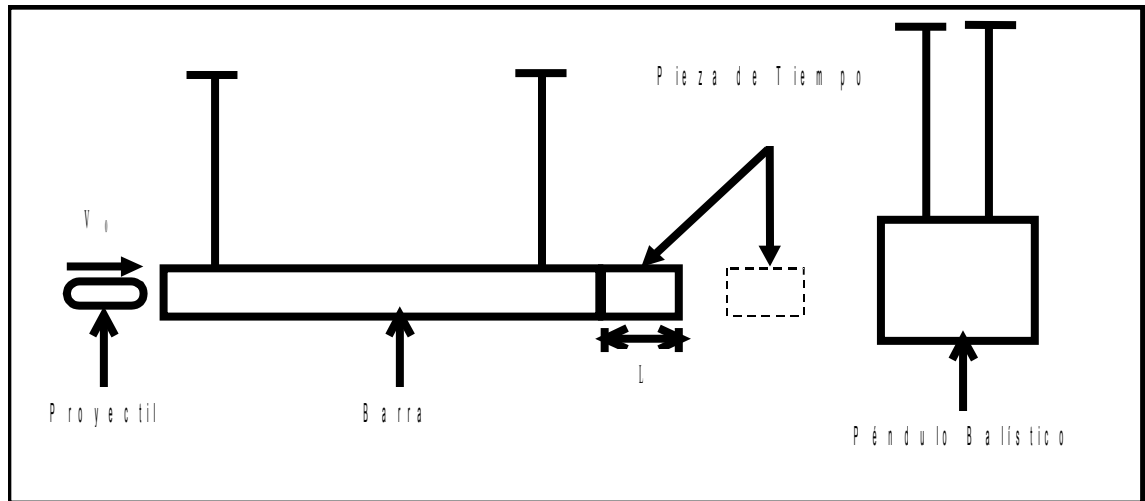
En 1913 Bertram Hopkinson desarrolló una técnica para determinar las relaciones entre tiempo y presión debidas al impacto producido por una bala o la detonación de un explosivo. Este trabajo fue publicado bajo el título *“The Pressure Bar”* [13]. El aparato desarrollado por Hopkinson se puede apreciar en la figura 1, que muestra su diseño original. Y en la figura 2, se puede apreciar esquemáticamente.

Figura 1. Aparato desarrollado por B. Hopkinson para medir la presión producida por la detonación de una bala



Tomado de [13]

Figura 2. Esquema del primer experimento de B. Hopkinson en 1914



Este aparato consta de una barra cilíndrica; uno de sus extremos sirve de superficie de impacto y el otro lado está en contacto íntimo con una pequeña pieza de longitud L llamada “Pieza de Tiempo” la cual se sostiene mediante una delgada capa de grasa, la interfase entre la barra y la pieza de tiempo es capaz de transmitir pulsos de compresión pero no de tensión.

Por acción de un impacto en uno de los lados de la barra, se genera una onda compresiva de longitud finita. Cuando esta onda alcanza el otro lado de la barra, se transmite a través de la interfase y luego pasa a la pieza de tiempo, donde el fenómeno de inversión de esfuerzo en el extremo libre (cuya naturaleza se explicará en el capítulo 2), hará que se refleje como una onda de tensión. En la interfase el esfuerzo comienza a pasar de compresión a cero y luego a tensión.

Dado que el lubricante no puede soportar ninguna carga de tensión apreciable, entonces la pieza de tiempo saldrá disparada con un momento definido, que podrá ser medido por un péndulo balístico.

Por medio del conocimiento de la longitud de la pieza de tiempo y de la velocidad de vuelo, es posible calcular muchas características del pulso. De esta forma Hopkinson demostró que el tiempo en el que actúa el momento, es igual al tiempo que tarda la onda en recorrer la pieza de tiempo, por lo tanto:

[CAMBIO EN EL MOMENTO = IMPULSO]

$$ma = F$$

$$m \frac{dV}{dt} = F \Rightarrow m dV = F dt$$

$$m \int_0^{V_f} dV = \int_0^{t_0} F dt$$

$$mV_f = \int_0^{t_0} AP(t) dt \quad \text{donde } t_0 = \frac{2L}{C_0}$$

Ec. 4

m y A, son la masa y el área transversal de la pequeña pieza, C₀ es la velocidad de la onda en la barra, calculada como:

$$C_o = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Ec. 5

Donde E y ρ son el modulo y la densidad de la barra respectivamente. La velocidad de la pieza de tiempo (V_f) se determina por medio del péndulo balístico.

Realizando diversas pruebas con idéntica magnitud de impacto, pero variando la longitud de las piezas de tiempo, obtuvo una serie de curvas Presión vs. Tiempo, en las cuales se describía el evento del impacto. Hopkinson pudo determinar la presión máxima y la duración total de esos impactos, pero las curvas Presión vs. Tiempo que obtuvo no fueron tan exactas.

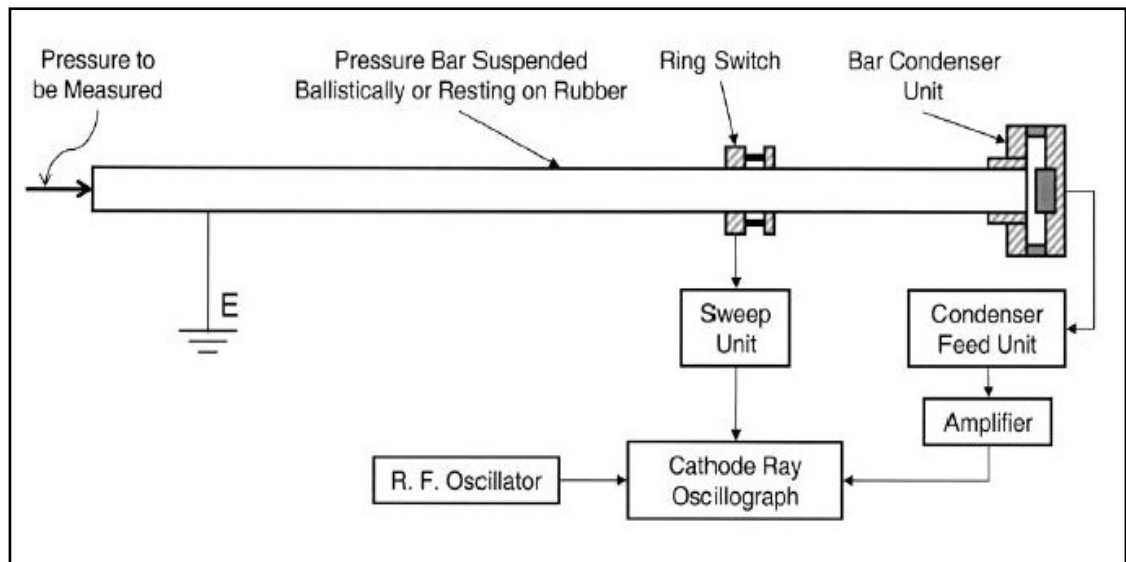
En 1941 Dennison Bancroft resolvió la llamada ecuación de frecuencia de Pochhammer y Love para las velocidades de ondas longitudinales en barras cilíndricas. Bancroft expresó esta velocidad en términos de una onda de longitud infinita, el modulo de Poisson y la relación del diámetro de la barra con la longitud de onda de interés. La mayor utilidad del trabajo de Bancroft (aplicado a la Barra de Hopkinson), solo fue posible mucho tiempo después cuando la velocidad de los computadores aumentó el procesamiento de datos.

Nuevos desarrollos en técnicas experimentales, ocurrieron algunas décadas después del experimento original, cuando Davies y Kolsky [8] diseñaron condensadores para medir desplazamientos en las barras de presión. El artículo de Davies, titulado "***A critical Study of the Hopkinson Pressure***" [4] y publicado en 1948 discutió las limitaciones y los efectos de la dispersión en la técnica de Barras de Presión usada por Hopkinson. Las tres limitaciones descritas por Davies serán profundizadas en el próximo capítulo...Ver capítulo dos... pero pueden ser resumidas así:

- 1) La suposición de propagación de ondas elásticas en la barra, limita la presión que puede ser medida por esta técnica.
- 2) La suposición de que el pulso de presión se propaga sin distorsión solo es cierta para largas longitudes de ondas en comparación con la dimensión lateral de la barra
- 3) La suposición que el pulso de presión es uniforme sobre la sección transversal, no se cumple en la vecindad de los extremos de la barra.

Davies, discutió los efectos de la dispersión en la Barra de Hopkinson usando (al igual que Bancroft en 1941) la solución general 3D de una barra infinita, transmitiendo una onda longitudinal sinusoidal descrita por Pochhammer. El esquema general del Aparato con el que Davies mejoró los experimentos de Hopkinson se aprecia en la figura 3.

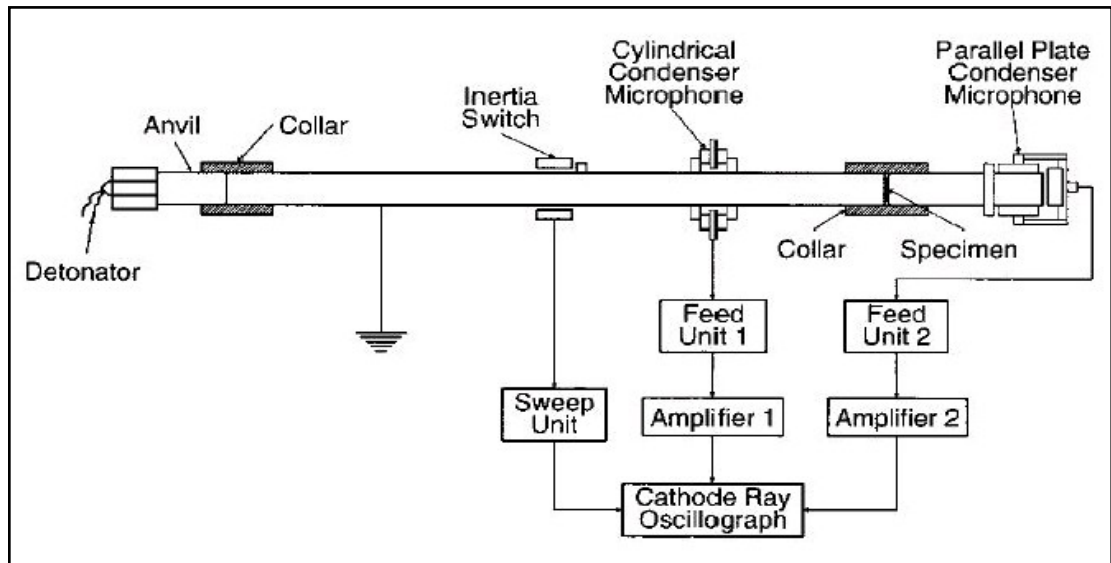
Figura 3. Esquema General del aparato desarrollado por Davies



Tomado de [4]

Un año después, en 1949, Kolsky publica su famoso artículo de medición de propiedades mecánicas de diferentes materiales a altas velocidades de deformación usando una barra de Hopkinson modificada [15], Kolsky agregó una segunda barra de presión al diseño original de Hopkinson, e intercaló la probeta entre las dos barras. Él demostró como el esfuerzo y la deformación en la probeta deformada están relacionados con los desplazamientos en las barras de presión. De allí en adelante, al aparato se le denominó “**Split Pressure Hopkinson Bar**”, y por sus contribuciones también es conocida como “*la barra de Kolsky*”. La cual se aprecia en la figura 4.

Figura 4. Esquema general del aparato desarrollado por Kolsky



Tomado de [15]

En las últimas dos décadas, ha habido numerosos avances en procedimientos experimentales basados en la barra de Hopkinson. El uso de galga (**strain gages**) para medir los desplazamientos en la superficie en las barras de presión, fue reportado por primera vez en 1961, y las técnicas para pruebas en condiciones de temperaturas elevadas fueron descritas en 1963. La barra de Hopkinson fue configurada por primera vez para carga torsional en 1966.

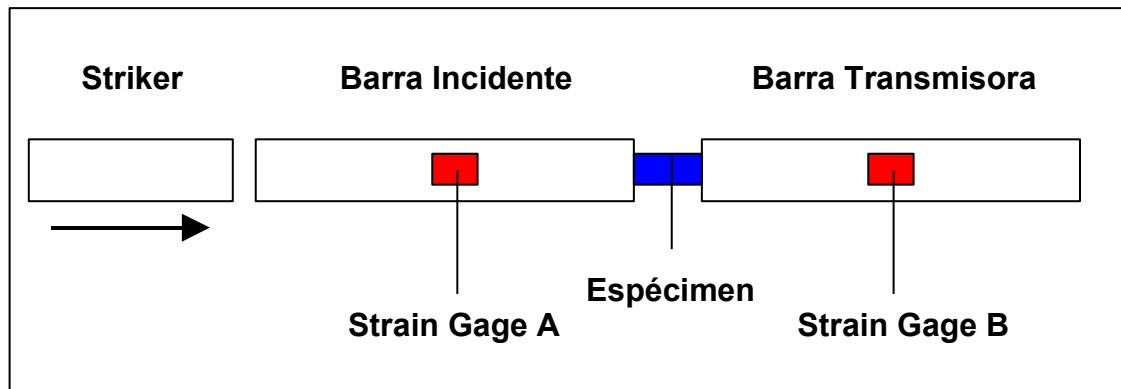
En la actualidad, la teoría general que gobierna la barra de Hopkinson sigue siendo un área de numerosas investigaciones, algunas de estas tratan los efectos

de la geometría de las probetas, el uso de interferómetros para medir la velocidad de la barra, calculo de la dispersión natural de la onda, entre otros.

1.3 PRINCIPIOS BÁSICOS DE LA BARRA DE HOPKINSON

La configuración actual de la barra de Hopkinson, consiste en dos barras de presión que intercalan la probeta entre ellas.

Figura 5. Esquema General de la Barra de Hopkinson.



Una barra impulsora es propulsada hacia una barra incidente. A raíz del impacto una onda compresiva elástica es generada en la barra incidente y la deformación, que depende del tiempo, en la barra de presión, es medida por la galga (**strain gage**) "A", localizado en el punto medio de la barra incidente. En la interfase entre la barra incidente y la probeta la onda es parcialmente reflejada, y parcialmente transmitida a la probeta. La porción que es reflejada viaja de regreso

a través de la barra incidente como una onda tensil, y la deformación es nuevamente medida por la galga (**strain gage**) "A".

La galga (**strain gage**) "A", que se encuentra sobre la barra incidente esta localizado en el punto medio de la barra de tal manera que la onda incidente y la onda reflejada pueden ser medidas independientemente. Si esta galga (**strain gage**) estuviera localizada cerca de la interfase entre la barra incidente y la probeta, la lectura en el limite de la onda reflejada, podría interferir con el limite de la onda incidente.

La deformación compresiva asociada a la porción de la onda que es transmitida a través de la probeta, a la barra de salida es medida por la galga (**strain gage**) "B", localizado en el punto medio de la barra de salida.

Cuando la probeta es deformada uniformemente, la tasa de deformación en la probeta es directamente proporcional a la amplitud de la onda reflejada. De la misma manera el esfuerzo en la probeta es directamente proporcional a la amplitud de la onda transmitida. Estas dos señales pueden ser registradas, y combinadas darán la curva dinámica de esfuerzo-deformación del material ensayado. [8]

Bajo condiciones de deformación uniforme en la probeta, solo es importante conocer dos pulsos de deformación. Estos son el pulso reflejado y el transmitido a través del espécimen. Kolsky desarrollo la siguiente expresión para calcular el esfuerzo en la probeta [15]:

$$\sigma_S(t) = E \frac{A_o}{A} \varepsilon_T(t) \quad \text{Ec. 6}$$

Donde E es modulo elástico de la barra de presión de salida, A_o es el área de la sección transversal de la barra de salida, A es el área de la sección transversal de la probeta y $\varepsilon_T(t)$ es el registro de la deformación transmitida. La velocidad de deformación de la probeta puede ser calculada por:

$$\frac{d\varepsilon_S(t)}{dt} = -\frac{2C_o}{L} \varepsilon_R(t) \quad \text{Ec. 7}$$

Donde $\varepsilon_R(t)$ es el registro de deformación reflejada en la barra de entrada, L es la longitud del espécimen antes del impacto y C_o es la velocidad de la onda de longitud infinita en la barra de presión de entrada, calculada como:

$$C_o = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{Ec. 8}$$

Donde E y ρ son el modulo de elasticidad y la densidad de la barra respectivamente. La Ec. 7 puede ser integrada en el tiempo para obtener la deformación del espécimen expresada como:

$$\varepsilon_S(t) = -\frac{2C_o}{L} \int_0^t \varepsilon_R(t) dt \quad \text{Ec. 9}$$

1.4 DIFICULTADES EN LOS PROCEDIMIENTOS DE ENSAYO Y PROCESAMIENTO DE DATOS EN LA BARRA DE HOPKINSON

Varias conclusiones se pueden sacar de la sección anterior, por ejemplo, en las ecuaciones de la 6 a la 9, se puede apreciar que los pulsos propios del ensayo de barra de Hopkinson son dependientes del tiempo. Además, para una deformación homogénea en el espécimen, esos pulsos son proporcionales a la velocidad de deformación y al esfuerzo, respectivamente. Y la deformación puede ser obtenida de la integración de la velocidad de deformación.

De esta manera se pueden generar diagramas Esfuerzo- Tiempo y Deformación- Tiempo con mucha facilidad, pero estos diagramas no son muy útiles. Sin embargo estos diagramas pueden combinarse y generar un diagrama dinámico Esfuerzo- Deformación, que si es de utilidad en la ingeniería.

Un método simple de obtener una curva Esfuerzo- Deformación de las de Esfuerzo- Tiempo y Deformación- Tiempo, sería alinear el primer punto temporal de cada diagrama, luego el segundo y así sucesivamente [14]. Pero determinar el primer punto de cada pulso no es tan sencillo, dado que el evento de impacto está en el orden de pocos microsegundos, por lo que alinear los pulsos de esfuerzo y de deformación se dificulta bastante. Por lo tanto se requiere de ciertos métodos numéricos, y equipos sofisticados con la capacidad de adquirir e interpretar los datos con mucha rapidez, y así estos pulsos puedan ser alineados.

Otro aspecto importante en la propagación longitudinal de la onda, en la Barra de Hopkinson es el llamado “Fenómeno de Dispersión”; el cual es resultado de la velocidad de fase de la barra que a su vez depende de la frecuencia. Este fenómeno distorsiona la onda a medida que se propaga, por lo tanto es necesario tener en cuenta diferentes consideraciones, para que las mediciones no se vean afectadas por este fenómeno. La Dispersión y su corrección serán aspectos analizados en detalle en el capítulo 2.

2. FUNDAMENTACION TEORICA DEL ENSAYO DE BARRA DE HOPKINSON

Para lograr obtener las ecuaciones básicas que rigen el funcionamiento de este experimento, es necesario acudir a un estudio detallado de las “Ondas Elásticas”, pues de su estudio y seguimiento, depende todo el alcance de la barra de Hopkinson.

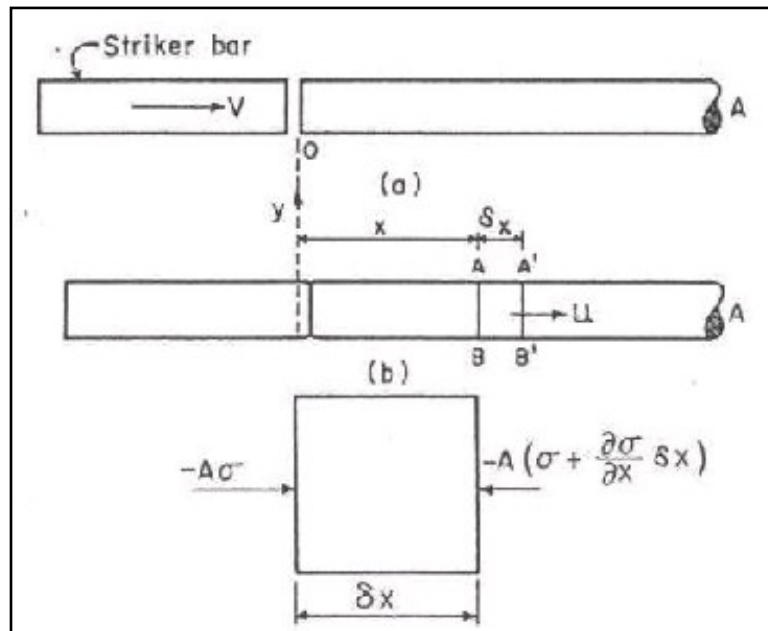
La teoría de ondas elásticas es muy extensa, y existen muchos textos especializados en la materia. Durante el desarrollo de este capítulo, solo se desarrollarán los aspectos de las ondas elásticas que tengan alguna inherencia en la barra de Hopkinson, como son los aspectos de la ecuación del movimiento de una onda en una barra elástica, la teoría de propagación unidimensional, las ecuaciones básicas del ensayo (esfuerzo, deformación y velocidad de deformación.), las condiciones de deformación uniforme y los fenómenos de reflexión y dispersión.

2.1 ECUACION DE GOBIERNO DEL MOVIMIENTO DE ONDAS EN BARRAS LARGAS

El ensayo de barra de Hopkinson consta de dos barras de presión de sección transversal constante, y con las mismas propiedades tales como, Modulo de elasticidad (E) y densidad (ρ).

Dado que las barras son idénticas solo es necesario considerar una de ellas para el desarrollo de la ecuación de gobierno. Existen diversas maneras de obtener la ecuación de gobierno del movimiento de ondas en una barra uniforme, pero todas parten de la consideración de un elemento diferencial de la sección transversal. De todos los métodos posibles presentamos el más directo. La figura 6 muestra una barra golpeadora (**striker**) que impacta a una barra cilíndrica con velocidad V .

Figura 6. Propagación de una onda producida por el impacto de una barra (a) antes del impacto (b) después del impacto



Tomado de [16] p. 26

Un esfuerzo compresivo es producido en la barra, el cual viaja de izquierda a derecha. En un tiempo t el frente de esta perturbación esta a x .

No se consideran en el análisis, deformaciones e inercia en la dirección O_y . Consideramos una sección AB y $A'B'$ en el frente de onda en el tiempo t . La sección $A'B'$ esta a una distancia $x + \delta x$ del origen. Aplicando la segunda Ley de Newton, tenemos:

$$-A\sigma + A\left(\sigma + \frac{\partial\sigma}{\partial x}\delta x\right) = A\delta x\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{Ec. 10}$$

Simplificando tendríamos:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial x} = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{Ec. 11}$$

La deformación ε , por ser elástica cumple la Ley de Hooke ($\sigma = E\varepsilon$), y esta definida como $\partial u / \partial x$, por lo tanto:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[E\frac{\partial u}{\partial x}\right] = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{Ec. 12}$$

La velocidad de la onda que se propaga sin dispersión, en la barra está definida como $C_o = \sqrt{E/\rho}$, por lo que la ecuación de gobierno para el movimiento de ondas en una barra elástica que da expresada como:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = C_o^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{Ec. 13}$$

La Ec. 13 es una ecuación diferencial parcial de segundo orden lineal y homogénea y tiene una solución general que se aplica para pulsos de propagación general. Pero al resolverla para un desplazamiento uniaxial u , existen distintos métodos para solucionarla (Separación de variables y transformación) pero de manera general la solución está dada como:

$$u(x, t) = f(x - C_o t) + g(x + C_o t) \quad \text{Ec. 14}$$

Donde f y g son dos funciones arbitrarias de integración (por lo general armónicas), que estarán específicamente definidas por las condiciones iniciales o funciones de fuerzas de cada problema en particular.

2.2 TEORIA DE PROPAGACION UNIDIMENSIONAL DE LA ONDA

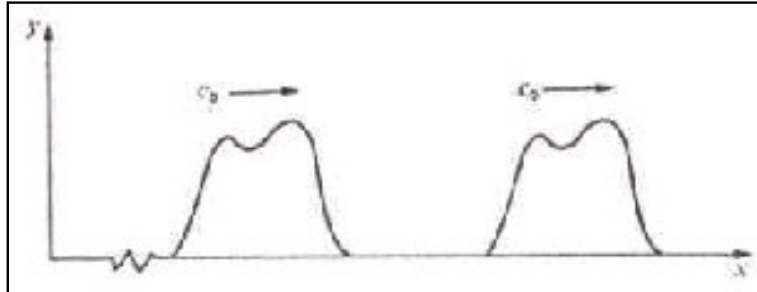
2.2.1 Características básicas de propagación. Muchos aspectos importantes se derivan de la ecuación de gobierno para barras (Ec. 13) y de su solución (Ec. 14); el significado físico de esta solución es amplio y está muy relacionado con la naturaleza de las funciones f y g . Las cuales representan propagación de perturbaciones. En el caso de $f(x - C_0 t)$, si consideramos el argumento de la función constante tenemos que:

Si $x - C_0 t = \text{Constante}$, entonces la función es constante y un incremento en el tiempo amerita un incremento en el valor de x para mantener el argumento de la función constante. Esto correspondería, entonces, a una onda propagándose en la dirección positiva del eje x , con una velocidad de C_0 .

De la misma forma se puede demostrar que $g(x + C_0 t)$, es una perturbación propagándose en la dirección negativa de x , con una velocidad de C_0 .

Una segunda consideración importante, es que sin importar la forma inicial de las perturbaciones $f(x - C_0 t)$ y $g(x + C_0 t)$, esta forma se mantendrá durante la propagación. Así las ondas se propagan sin distorsión. La figura 7 muestra la propagación en dos instantes de tiempo distintos.

Figura 7. Propagación sin distorsión de un pulso $f(x-C_0t)$.



Tomado de [11]. p.14

Esta apreciación de propagación sin distorsión, representa la característica fundamental de la ecuación de la onda en propagación unidimensional. Derivaciones sucesivas de la Ec. 14 proporcionan expresiones para la deformación (ϵ_x), esfuerzo (σ_x) y velocidad de la partícula (v):

$$\epsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} = f'(x-C_0t) + g'(x+C_0t) \quad \text{Ec. 15}$$

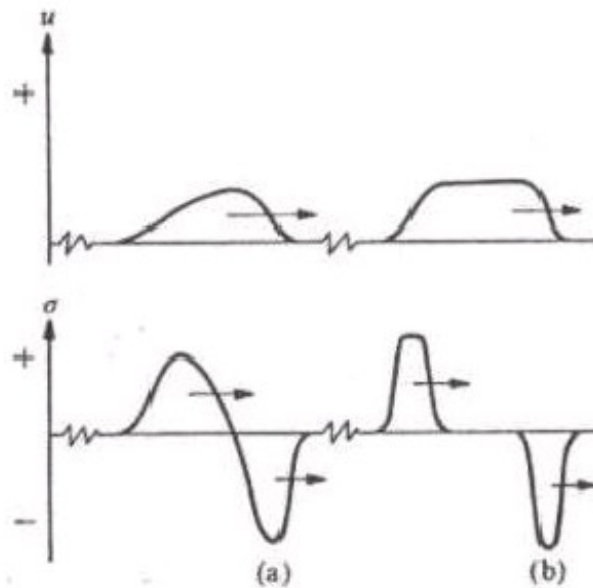
$$\sigma_x = E\epsilon_x = E \frac{\partial u_x}{\partial x} = E[f'(x-C_0t) + g'(x+C_0t)] \quad \text{Ec. 16}$$

$$v = \frac{\partial u_x}{\partial t} = C_0[-f'(x-C_0t) + g'(x+C_0t)] \quad \text{Ec. 17}$$

Para profundizar un poco mas en el significado de estas ecuaciones, consideremos una propagación en una dirección $u = f(x-C_0t)$ y $\sigma_x = E \partial u_x / \partial x$, por lo tanto la configuración de esfuerzo a lo largo de la barra en cualquier instante

de tiempo, esta en relación directa con la pendiente de la onda de desplazamiento. Como se aprecia en la figura 8.

Figura 8. Ondas de desplazamiento con su respectivo pulso de esfuerzo



Tomado de [11]. p. 78

Se nota que a pesar de que las formas de las ondas de desplazamiento (a) y (b) son siempre positivas, producen en ambos casos, pulsos de esfuerzo con componentes de tensión y compresión. En el caso (b), la onda de desplazamiento

tiene un tramo constante, lo que origina una región de cero esfuerzo. Al combinar Ec. 15, 16 y 17; tendríamos:

$$u = f(x - C_0 t)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} = f'(x - C_0 t)$$

$$v(x, t) = \frac{\partial u_x}{\partial t} = -C_0 f'(x - C_0 t)$$

La Velocidad de la partícula también podría expresarse en función del esfuerzo, de la siguiente manera:

$$\sigma(x, t) = E \frac{\partial u_x}{\partial x} = E [f'(x - C_0 t)]$$

Entonces:

$$v(x, t) = \frac{-C_0}{E} \sigma(x, t)$$

Multiplicando ambos miembros por C_0 , tenemos:

$$vC_0 = \frac{-C_0^2}{E} \sigma$$

$$vC_0 = \frac{-E/\rho}{E} \sigma \rightarrow vC_0 = -\frac{1}{\rho} \sigma$$

$$|\sigma| = \rho C_0 v$$

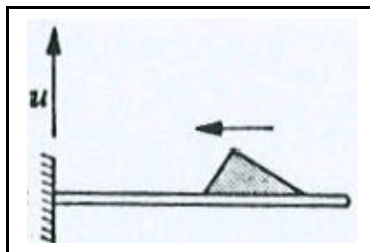
Ec. 18

2.2.2 Reflexión de ondas en fronteras. Dado que ninguna barra puede ser de longitud infinita, debe existir algún tipo de terminación de esta; algunos de los tipos de terminación pueden ser: Finales fijos, Finales libres o Unión a otra barra.

Lo que ocurre con una onda incidente al llegar a una frontera depende precisamente del tipo de frontera que encuentra. Analicemos primeramente la reflexión desde una frontera fija; la cual representa la interacción más simple con una frontera.

Todo problema de reflexión de onda puede ser abordado de una manera puramente matemática. Sin embargo es posible, para nuestro caso, usar un método más sencillo. Se trata de un método intuitivo llamado “método de Imágenes” [11], el cual también es aplicable a problemas más complejos. Consideremos una barra con un final fijo y un pulso incidente viajando en ella, como la mostrada en la figura 9:

Figura 9. Pulso incidente sobre una barra con final Fijo



Tomado de [11] . p. 80

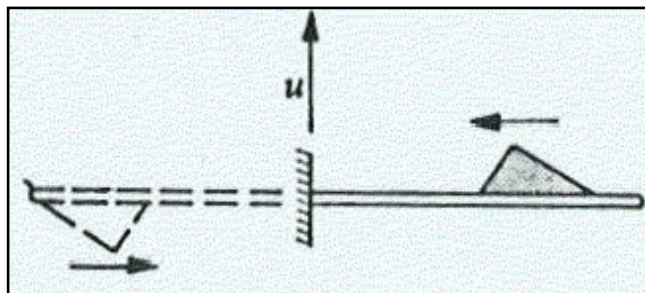
Es razonable que para esta configuración, la condición de frontera será:

$$u(0,t)=0$$

Ec. 19

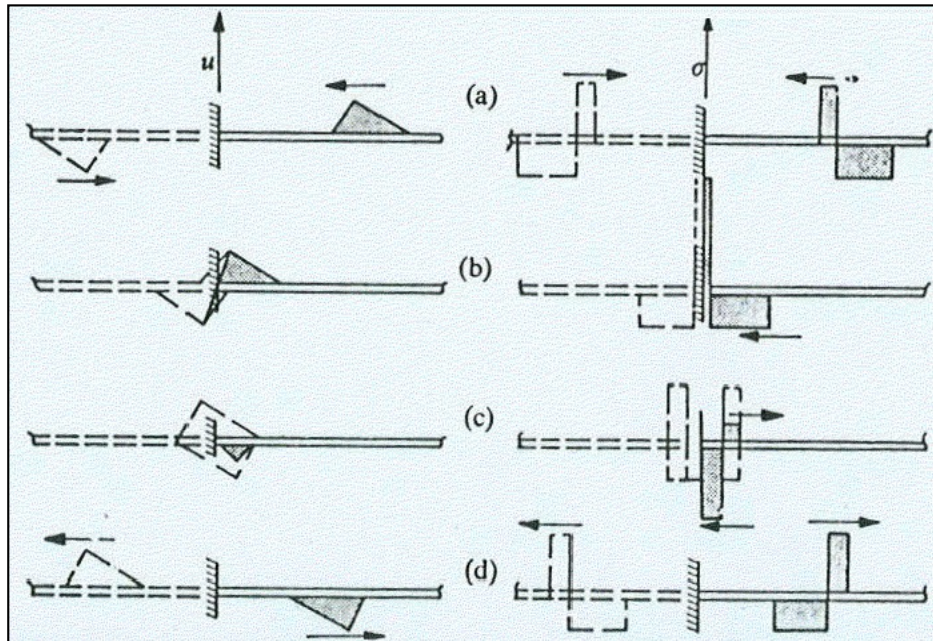
El método de imágenes, consiste en considerar un sistema de pulso de desplazamiento, que haga satisfacer esa condición de frontera, es decir un pulso como el de la figura 10; después se analiza la secuencia mostrando también los esfuerzos de cada situación de pulso (figura 11).

Figura 10. Imagen de un Pulso sobre una barra con final fijo



Tomado de [11] . p. 80

Figura 11. Desplazamiento de imagen y pulso de esfuerzo, interacción y reflexión de un final fijo



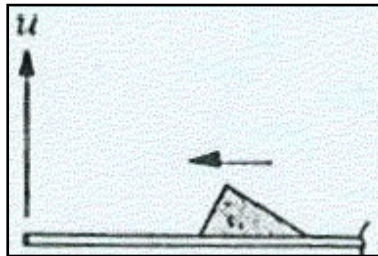
Tomado de [11] . p. 80

La interacción con la frontera, ocurre en los pasos (b) y (c); en los cuales se puede ver la superposición de los pulsos de esfuerzo, los cuales generan un valor de doble pico conocido como “Fenómeno de multiplicación de esfuerzo” el cual es característico de las fronteras fijas. Después de la interacción se puede apreciar los dos aspectos más relevantes de esta condición:

- 1 El pulso de esfuerzo reflejado es idéntico al pulso incidente. Así, un pulso de compresión, se reflejara como un pulso de compresión, y uno de tensión como de tensión (Mantiene su signo).
- 2 Un seguimiento al pulso de desplazamiento, nos llevará a observar que el signo de la velocidad de la partícula, es invertido en la interacción con la frontera.

Ahora consideremos la condición de final libre para una barra sometida a un pulso incidente, tal como se aprecia en la figura 12.

Figura 12. Pulso incidente sobre una barra con final libre



Tomado de [11] . p. 81

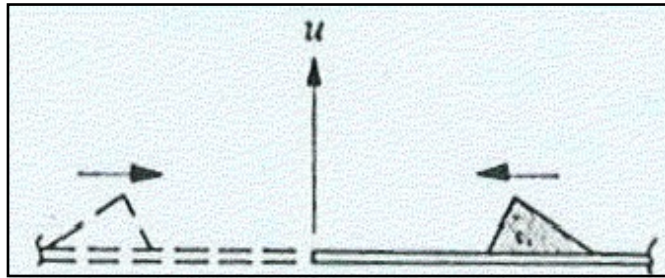
En este caso, es razonable que el desplazamiento tendrá un valor máximo, cuando el pulso alcance la frontera. Por lo tanto:

$$\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0$$

Ec. 20

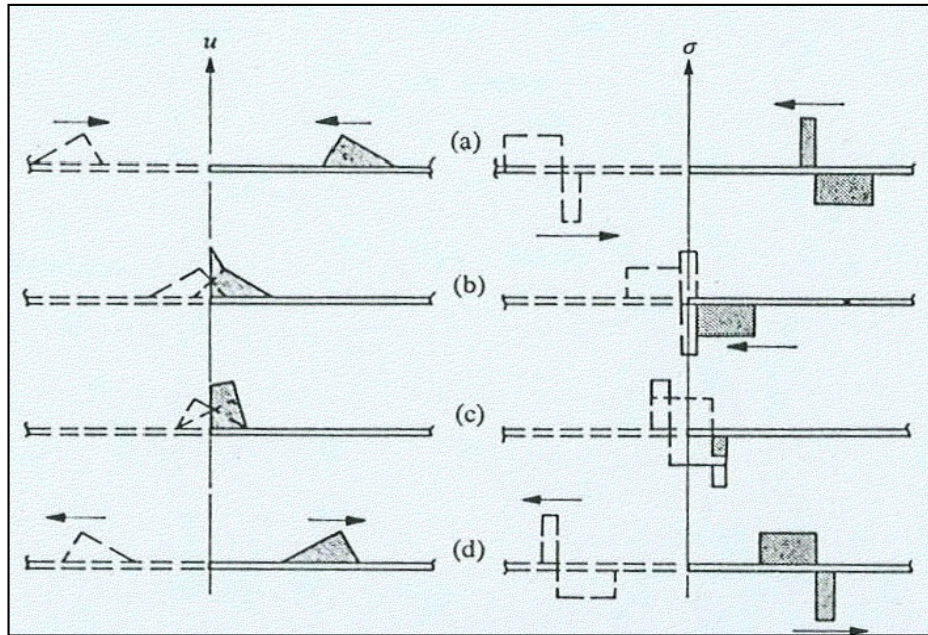
Al aplicar el método de imágenes para satisfacer esta condición de frontera (figura 13) y analizar una secuencia que además muestre los esfuerzos correspondientes a cada situación de pulso (figura 14), tendríamos:

Figura 13. Imagen de un Pulso sobre una barra con final libre



Tomado de [11]. p. 81

Figura 14. Desplazamiento de imagen y pulso de esfuerzo, interacción y reflexión de un final libre



Tomado de [11]. p. 81

Se observa la interacción en los puntos (b) y (c), también se aprecia el doble efecto asociado al desplazamiento y no al esfuerzo, el cual es igual a cero.

Después de la interacción, podemos observar los dos aspectos más relevantes de esta condición:

1. El pulso de esfuerzo reflejado es opuesto al incidente. Por lo que cuando una onda compresiva alcanza una frontera libre, se reflejará como una onda tensil y viceversa. (El signo del esfuerzo es cambiado).

2. Un seguimiento al pulso de desplazamiento nos permitirá observar que el signo de la velocidad de la partícula se mantiene igual.

La primera de estas dos condiciones, es conocida como “Fenómeno de inversión de esfuerzo” para un final libre. Este fenómeno tiene varias implicaciones prácticas relacionadas al hecho de que si una onda incidente es compresiva, esta se reflejará como una onda de tensión. Una de estas aplicaciones, fue detallada en el capítulo 1...Ver sección 1.2... donde se demostró que este fenómeno hace parte del funcionamiento de la barra de Hopkinson, desde sus inicios en 1914.

2.2.3 Transmisión de ondas a otra barra (cambio de sección transversal e impedancia). El fenómeno de la reflexión ocurre en las terminaciones de la barra; pero el comportamiento es particularmente distinto, cuando la onda encuentra una discontinuidad al final de la barra. Las discontinuidades más comunes en el ensayo de barra de Hopkinson son: un cambio en la sección transversal y/o en las propiedades mecánicas (cambio de material)

El encuentro con discontinuidades, son generalmente estudiados en términos de “Impedancia”. Un término y concepto, tomado de la teoría de circuito eléctrico, que expresa la relación entre una fuerza aplicada y la velocidad resultante en un determinado punto de la barra.

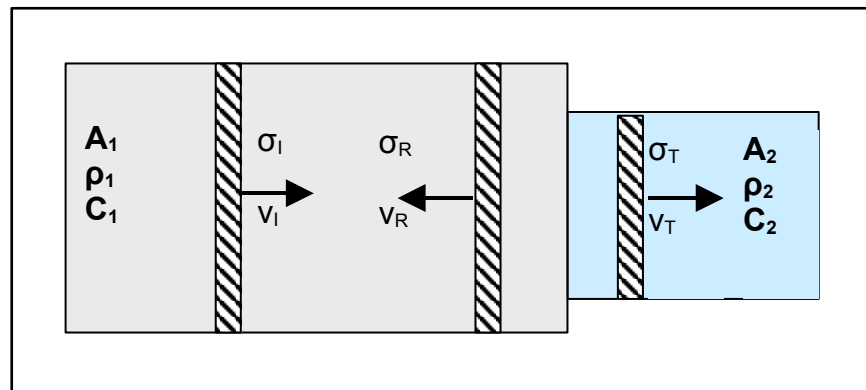
Para el ensayo de Hopkinson, la impedancia mecánica (Z), esta expresada como:

$$Z = \frac{F}{v} = \frac{\sigma A}{v} = \frac{(\rho C_0 v) A}{v}$$
$$Z = \rho C_0 A$$

Ec .21

Donde A es el área transversal, ρ es la densidad, C_0 es la velocidad de la onda en la barra. Es de notar que, las variables que intervienen en la impedancia, son propiedades físicas; el impacto no afecta la impedancia. Además, se puede ver que en un mismo material, la impedancia solo cambia cuando hay un cambio en la sección transversal. Para la barra de Hopkinson, nos interesan particularmente los lugares donde exista un cambio de sección transversal, de propiedades mecánicas o de ambas. Esto ocurre en las interfaces Barra-Especimen.

Figura 15. Interacción en la interface



El nivel de reflexión o transmisión depende de la impedancia de cada interface. Cuantificar la amplitud de los esfuerzos y la porción de onda que es transmitida y reflejada en la interface, requiere entender la dinámica de cada interface.

En cada interface Barra-Especimen, la velocidad de cada material, justamente a la izquierda y a la derecha de cada interface debe ser igual, ya que están en contacto íntimo todo el tiempo. Por otra parte, las fuerzas a la izquierda y a la derecha de la interface deben satisfacer la condición de equilibrio.

Entonces, los efectos de las interfaces en la propagación de la onda, pueden describirse en función de las ecuaciones de continuidad:

$$A_1(\sigma_I + \sigma_R) = A_2 \sigma_T \quad \text{Ec. 22}$$

$$v_I - v_R = v_T \quad \text{Ec. 23}$$

Es posible expresar los esfuerzos reflejado y transmitido en función del incidente. Para esto es necesario reemplazar Ec. 18 en Ec. 23:

$$\frac{\sigma_I}{\rho_1 C_1} - \frac{\sigma_R}{\rho_1 C_1} = \frac{\sigma_T}{\rho_2 C_2} \quad \text{Ec. 24}$$

Despejando σ_T de Ec. 22 y sustituyéndolo en Ec. 24 tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_I - \sigma_R}{\rho_1 C_1} &= \frac{(\sigma_I + \sigma_R) A_1}{\rho_2 C_2 A_2} \\ A_2 \rho_2 C_2 \sigma_I - A_2 \rho_2 C_2 \sigma_R &= A_1 \rho_1 C_1 \sigma_I + A_1 \rho_1 C_1 \sigma_R \\ A_2 \rho_2 C_2 \sigma_I - A_1 \rho_1 C_1 \sigma_I &= A_1 \rho_1 C_1 \sigma_R + A_2 \rho_2 C_2 \sigma_R \\ \sigma_I (A_2 \rho_2 C_2 - A_1 \rho_1 C_1) &= \sigma_R (A_1 \rho_1 C_1 + A_2 \rho_2 C_2) \\ \sigma_R &= \frac{A_2 \rho_2 C_2 - A_1 \rho_1 C_1}{A_2 \rho_2 C_2 + A_1 \rho_1 C_1} \sigma_I \end{aligned} \quad \text{Ec. 25}$$

En términos de Impedancia, la expresión queda:

$$\begin{aligned} \sigma_R &= \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \sigma_I = \frac{\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) - 1}{\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) + 1} \sigma_I \\ \frac{\sigma_I}{\rho_1 C_1} - \left(\frac{A_2 \sigma_T - A_1 \sigma_I}{A_1 \rho_1 C_1}\right) &= \frac{\sigma_T}{\rho_2 C_2} \end{aligned} \quad \text{Ec. 26}$$

Por otra parte, si despejamos σ_T de Ec. 22 y sustituyéndolo en Ec. 24 tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_I}{\rho_1 C_1} - \frac{A_1 \rho_1 C_1 \sigma_I + A_1 \rho_1 C_1 \sigma_R}{A_1 \rho_1 C_1} &= \frac{A_1 \rho_1 C_1 \sigma_I + A_1 \rho_1 C_1 \sigma_R}{(A_1 \rho_1 C_1)(\rho_2 C_2)} \sigma_T \\ \sigma_T &= \frac{(2A_1 \rho_2 C_2)(\rho_1 C_1)}{(\rho_1 C_1)(A_2 \rho_2 C_2 + A_1 \rho_1 C_1)} \sigma_I \\ \sigma_T &= \frac{(2A_1 \rho_2 C_2)}{A_1 \rho_1 C_1 + A_2 \rho_2 C_2} \sigma_I \end{aligned}$$

Ec.

27

En términos de impedancia:

$$\sigma_T = \frac{2 \left(\frac{Z_2}{Z_1} \right) \left(\frac{A_1}{A_2} \right)}{1 + \left(\frac{Z_2}{Z_1} \right)} \sigma_I$$

Ec.

28

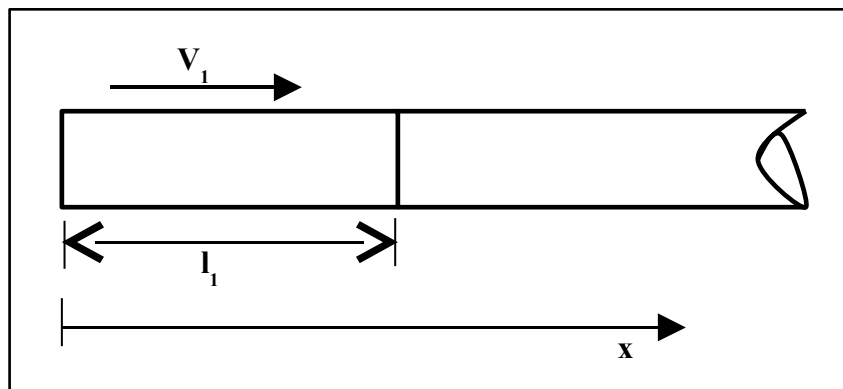
Las expresiones dadas desde Ec. 25 hasta Ec. 28, ayudan a calcular las proporciones de la onda transmitida y reflejada en función de la incidente. Cuando se conocen los valores de impedancia.

2.3 IMPACTO LONGITUDINAL ENTRE DOS BARRAS

Hasta aquí los desarrollos planteados han considerado la existencia de las cargas que generan los pulsos estudiados. Pero aun no hemos hablado de cómo han sido generadas esas cargas. El impacto mecánico, representa una de las formas de generación de ondas de esfuerzo y es precisamente la que está presente en el ensayo de barra de Hopkinson, por lo tanto dedicaremos esta sección a estudiar este fenómeno.

Consideremos dos barras del mismo material y de la misma sección transversal, por lo que: $E_1 = E_2$, $\rho_1 = \rho_2$, $A_1 = A_2$. La segunda barra esta estacionaria ($V_2 = 0$) y es de longitud semiinfinita.

Figura 16. Impacto contra una barra estacionaria semiinfinita



Cuando las barras chocan en $t = 0$, ondas de esfuerzo se propagan a la derecha y a la izquierda del punto de contacto. Las funciones correspondientes a estas ondas, pueden ser halladas por medio de la aplicación de las condiciones iniciales y de frontera del proceso y como se ha mencionado antes, esas funciones tienen la forma:

$$u_1(x, t) = f_1(x - C_1 t) + g_1(x + C_1 t) \quad u_2(x, t) = f_2(x - C_1 t) + g_2(x + C_1 t)$$

Ec. 29

Inicialmente las barras están libres de esfuerzos, la velocidad de la barra mas larga es cero, y la de la barra en movimiento es V_1 . Las expresiones de velocidad y esfuerzo halladas anteriormente nos dicen que:

$$v = C_1 \left[-f'(x - C_1 t) + g'(x + C_1 t) \right]$$

$$\sigma_x = E \left[f'(x - C_1 t) + g'(x + C_1 t) \right] \quad \text{Ec. 30}$$

Reemplazando las condiciones iniciales tenemos:

$$-C_1 f'_1(x) + C_1 g'_1(x) = V_1$$

$$E_1 A_1 f'_1(x) + E_1 A_1 g'_1(x) = 0 \quad \text{Ec. 31}$$

$$-C_1 f'_2(x) + C_1 g'_2(x) = 0$$

$$E_1 A_1 f'_2(x) + E_1 A_1 g'_2(x) = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones simultáneas para f'_1 , g'_1 , f'_2 y g'_2 tenemos:

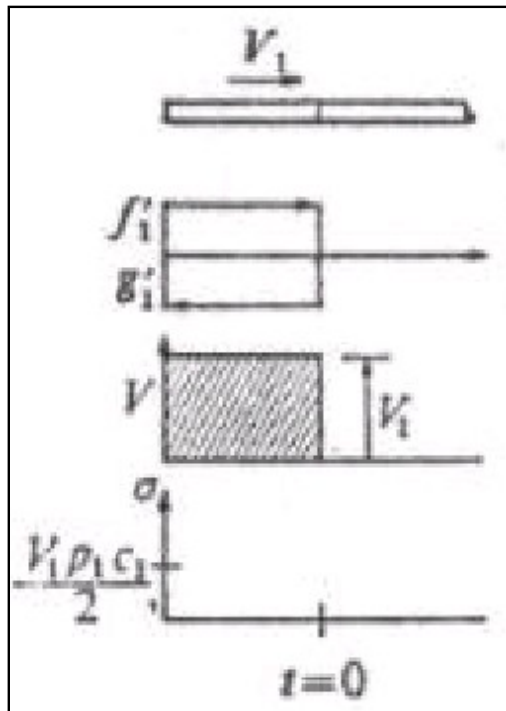
$$f'_2 = g'_2 = 0$$

$$f'_1 = -g'_1 = \frac{-V_1}{2C_1} \quad (0 < x < l_1) \quad \text{Ec. 32}$$

Así, en el instante del impacto, la velocidad constante y la condición de no esfuerzo, que existen en la barra de la izquierda, están representadas por dos

ondas de forma rectangular. Al “congelar” las ondas f_i , g_i en $t=0$, y teniendo en cuenta que f_i es una onda propagándose hacia la derecha y que g_i a la izquierda, obtendríamos la figura 17.

Figura 17. Propagación de ondas, velocidad y esfuerzo en el instante inicial de un impacto colineal entre dos barras



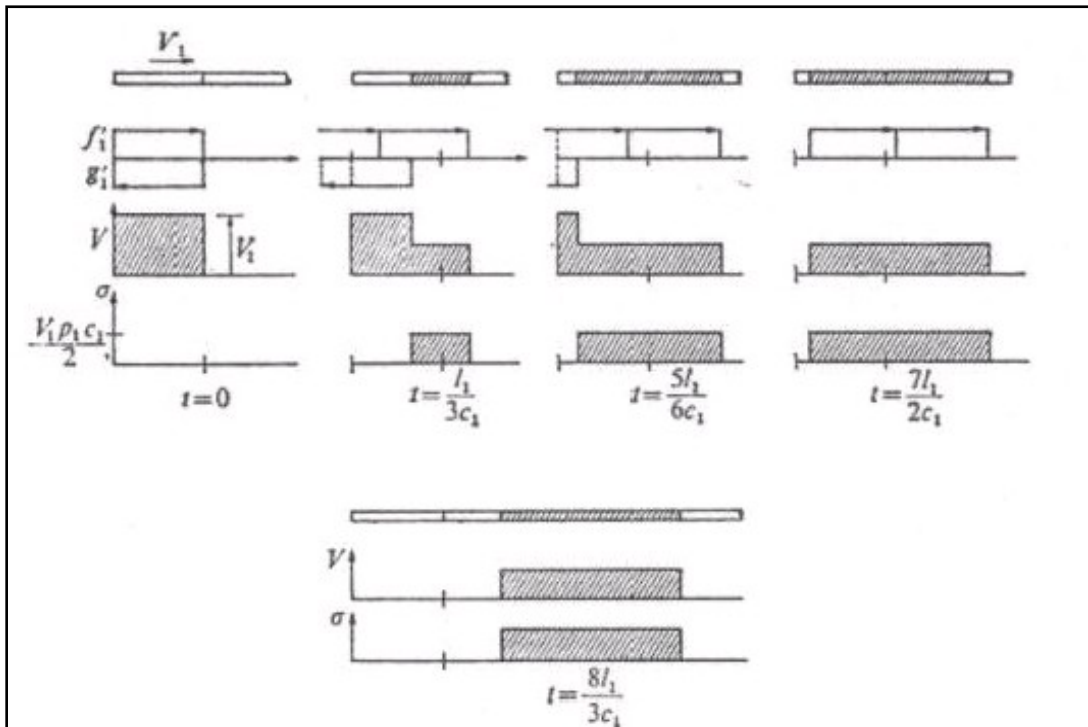
Tomado de [11]. p. 97

La acción de la onda, que ocurre para $t > 0$, estará regida por la interacción de esas propagaciones con las fronteras y discontinuidades. La onda g_i , del lado izquierdo se reflejará en el extremo libre, de la misma manera vista en la figura 2.9. analicemos, la interacción de las dos ondas en diferentes instantes de tiempo.

En la figura 18 se muestra para cada instante de tiempo:

1. La localización de las funciones f_i y g_i
2. La velocidad resultante
3. El esfuerzo resultante

Figura 18. *Diferentes instantes de propagación de ondas en el impacto colineal de dos barras similares*



Tomado de [11]. p. 97

Como se puede apreciar, un pulso rectangular de magnitud $\sigma = \frac{V_1 \rho_1 C_1}{2}$, y de

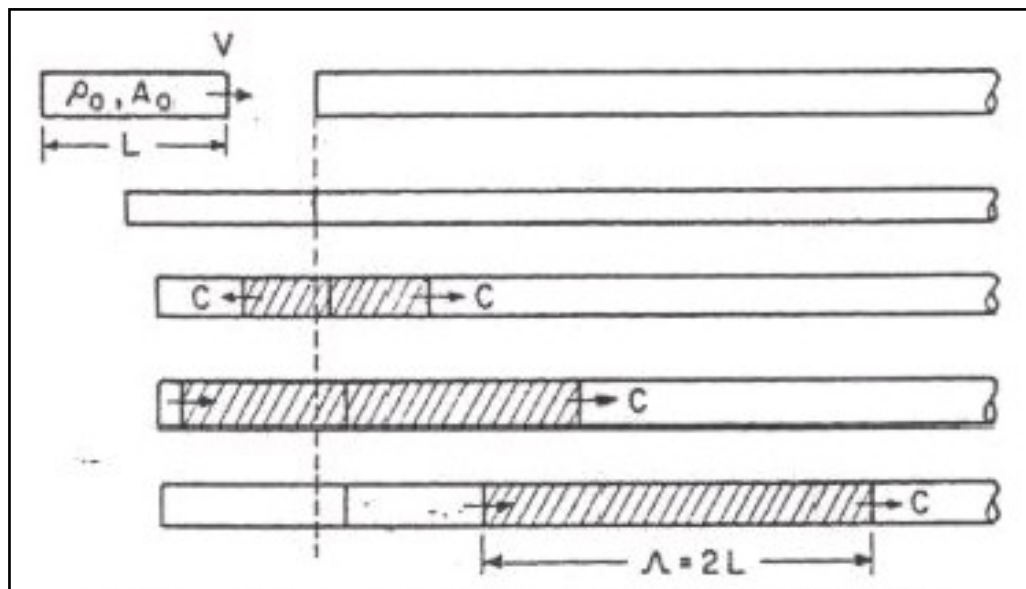
duración $T = \frac{2L_1}{C_1}$ se propaga en la barra semi-infinita, la longitud del pulso es $2L_1$

(dos veces la longitud de la barra de impacto). El significado físico de todo este

desarrollo matemático, se puede apreciar si hacemos un seguimiento aun más detallado del impacto para demostrar cada una de estas ecuaciones.

Tal como se ha dicho, el impacto de dos barras del mismo material y de igual sección transversal, produce ondas compresivas propagándose con velocidad C_0 , tanto en el proyectil como en el objetivo.

Figura 19. Seguimiento de las ondas compresivas producto de un impacto



La reflexión del pulso en el final de la barra de impacto, determina la longitud del pulso ($\lambda=2 L_1$), ya que ambas barras permanecen en contacto íntimo hasta que el pulso reflejado (como pulso de tensión) vuelve a la interface, por lo tanto, el tiempo que necesita el pulso para ir y volver a la interface es igual a $T=2L_1/C_1$.

La velocidad de la interface, igual a la velocidad de la partícula, puede ser calculada a partir de la conservación de momento (Momento antes del impacto = Momento después del impacto):

Antes: $\rho_1 A_1 L_1 V_1$

Después: $\rho_1 A_1 \lambda v_P = 2 \rho_1 A_1 L_1 V_P$

$$v_P = \frac{V_1}{2} \quad \text{Ec.}$$

33

El esfuerzo generado en el impacto a la velocidad V_1 , estará dado por la Ec. 18, al sustituir en ella Ec. 33.

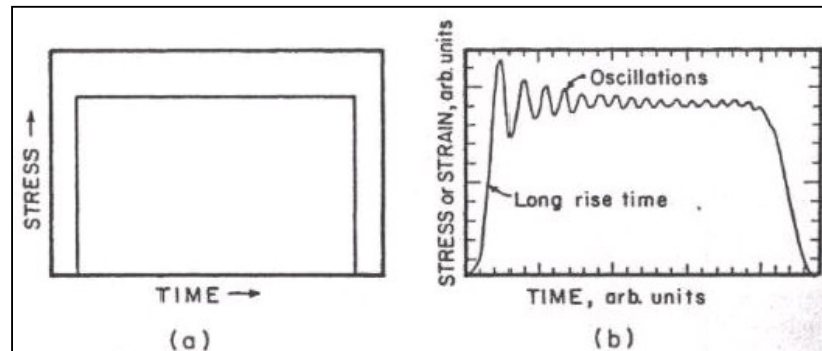
$$\sigma = \rho_1 C_1 v_P = \frac{V_1 \rho_1 C_1}{2}$$

Ec. 34

De esta manera se corrobora, lo planteado en la figura 18, la producción de un pulso rectangular, con duración $T=2L_1/C_1$. Esta configuración de impacto, es aplicada en muchos estudios de propagación de ondas, ya que permite la generación de un pulso de forma y duración predecible. Usando galgas (**strain gages**), sobre las barras, es posible obtener registros confiables de los pulsos de

esfuerzo. Estos pulsos presentan fluctuaciones significativas, como las mostradas en la figura 20.

Figura 20. Pulso Ideal (a) y pulso real registrado en las barras (b)



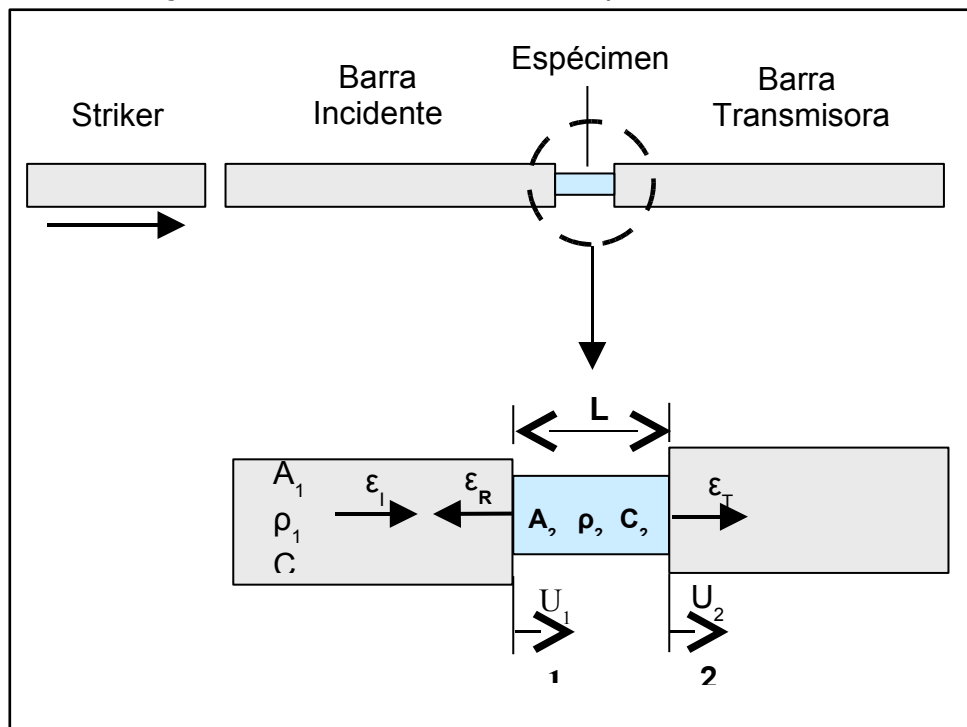
Tomado de [16]. p. 55

La naturaleza de las fluctuaciones mostradas en (b), se conocerá en detalle mas adelante. Ellas son llamadas efectos de “*dispersión*” y son producto de que en la practica, pueden existir imperfecciones en el sistema físico o de que en el desarrollo de la teoría de gobierno no se incluyeron todos los posibles efectos, como los de la inercia radial y longitudinal ya que está basada en esfuerzo uniaxial y no consideró la inercia radial causada por la energía cinética del material al expandirse radialmente por la compresión.

2.4 CALCULO DE ESFUERZO, DEFORMACION Y VELOCIDAD DE DEFORMACION DE UN ESPÉCIMEN

La barra de Hopkinson ha tenido una gran aceptación como instrumento para pruebas a velocidades de deformación en el rango de $10^2 - 10^4 \text{ s}^{-1}$. En este ensayo, una barra de impacto golpea a una barra incidente, y produce un pulso con una longitud mas larga que la longitud del espécimen (L).

Figura 21. Diagrama de interfaces Barra – Espécimen.



La onda elástica viaja a través de la barra incidente y alcanza al espécimen, que se encuentra intercalado entre la incidente y la transmisora. La amplitud de esta onda produce una deformación plástica en el espécimen.

Mediante el uso de galgas (**Strain gages**) colocados sobre las barras, es posible medir directamente los pulsos incidente, reflejado y transmitido, que tienen amplitudes ϵ_I , ϵ_R , ϵ_T , respectivamente.

Es posible determinar la relación esfuerzo- deformación en el espécimen, a partir de estos tres pulsos. Existen diversas maneras de desarrollar las ecuaciones de esfuerzo, deformación y velocidad de deformación en el espécimen, cuando se conoce la deformación en las barras (los registros dados por las galgas), pero presentamos el método más cercano a los conceptos desarrollados hasta aquí. En nuestro caso el espécimen , tiene una impedancia más baja que la de la barra, por lo tanto : $\rho_1 C_1 A_1 > \rho_2 C_2 A_2$

Llamemos V_1 y V_2 a las velocidades de la interface en 1 y 2. Dado que $V_1(t) > V_2(t)$, la distancia L decrece con el tiempo, bajo deformación plástica.

La velocidad de deformación (que también es función del tiempo), se calcula como:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} = \frac{V}{L}$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{V_1(t) - V_2(t)}{L}$$

Ec. 35

Las velocidades se pueden expresar en función de las deformaciones en las galgas, pues según Ec. 18: $\sigma = \rho C v$, pero $\sigma = E\varepsilon$. Por lo que al igualar estas dos expresiones obtenemos:

$$\rho C v = E\varepsilon \rightarrow v = \frac{E\varepsilon}{\rho C}$$

Sustituyendo el valor de C y reduciendo términos tenemos:

$$v = \frac{\left(\frac{E}{\rho}\right)\varepsilon}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}} = \left(\sqrt{\frac{E}{\rho}}\right)\varepsilon$$

$$v = C\varepsilon$$

36

Ec.

Así en la interface 1, la deformación total es $\varepsilon_I - \varepsilon_R$, por lo tanto:

$$V_1 = C_0(\varepsilon_I - \varepsilon_R)$$

37

Ec.

Y la velocidad de la interface 2 es:

$$V_2 = C_0\varepsilon_T$$

Ec. 38

Al sustituir Ec. 37 y Ec. 38 en Ec. 35 tenemos:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{V_1(t) - V_2(t)}{L} = \frac{C_0(\varepsilon_I - \varepsilon_R) - C_0(\varepsilon_T)}{L}$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{C_0}{L} [\varepsilon_I(t) - \varepsilon_R(t) - \varepsilon_T(t)]$$

Ec. 39

Para obtener el esfuerzo, asumimos condiciones de equilibrio, por lo tanto el esfuerzo promedio en el espécimen es:

$$\sigma(t) = \frac{P_1(t) - P_2(t)}{2A}$$

Ec.

40

Donde P_1 y P_2 , son las fuerzas en las interfaces 1 y 2 respectivamente y A es el área instantánea de la sección transversal del espécimen.

Para hallar las expresiones correspondientes a estas fuerzas, acudimos a la Ec. 22. Por lo tanto :

$$\begin{aligned}
 P_1(t) &= A_0(\sigma_I + \sigma_R) = A_0 E_0 (\varepsilon_I + \varepsilon_R) \\
 P_2(t) &= A_0(\sigma_T) = A_0 E_0 (\varepsilon_T)
 \end{aligned}$$

Ec. 41

Al sustituir estas dos expresiones en Ec. 40 , obtenemos:

$$\sigma(t) = \frac{A_0 E_0}{2A} [\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t) + \varepsilon_T(t)]$$

Ec. 42

Donde E_0 y A_0 , son respectivamente, el modulo elástico y la sección transversal de las barras. Para cumplir la condición de equilibrio $P_1(t) = P_2(t)$

$$\begin{aligned}
 A_0 E_0 (\varepsilon_I + \varepsilon_R) &= A_0 E_0 (\varepsilon_T) \\
 \varepsilon_T &= \varepsilon_I + \varepsilon_R
 \end{aligned}$$

Ec.

43

Al sustituir Ec. 43 en Ec. 42 :

$$\sigma(t) = E_0 \frac{A_0}{A} [\varepsilon_T(t)]$$

Ec.

44

De igual manera, al sustituir la Ec. 43 en Ec. 39, es posible hallar la velocidad de deformación:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{-2C_0}{L} [\varepsilon_R(t)]$$

Ec.

45

Para hallar la deformación, integramos la velocidad de deformación :

$$\varepsilon(t) = \frac{-2C_o}{L} \int_0^t \varepsilon_R(t) dt$$

Ec.

46

De esta manera se puede apreciar que el comportamiento Esfuerzo-deformación, se puede determinar simplemente con mediciones hechas a las barras de presión. Estas ecuaciones, requieren del cumplimiento de dos condiciones importantes. La primera es que la propagación de la onda en la barra, debe ser unidimensional y la segunda es que el espécimen debe deformarse uniformemente.

En un análisis posterior del fenómeno de dispersión, se ampliará, la naturaleza y la importancia del cumplimiento de estas dos condiciones, en el ensayo de barra de Hopkinson.

2.5 CONDICIONES PARA LA VALIDEZ DEL ENSAYO DE HOPKINSON

Antes de usar las expresiones Ec. 44 , Ec. 45, y Ec. 46 para calcular el comportamiento promedio Esfuerzo – Deformación del material del espécimen ensayado a altas velocidades de deformación, es necesario que el experimento se valide verificando el cumplimiento de ciertas condiciones [12].

Por eso es importante analizar la siguiente lista de suposiciones y condiciones que necesitan satisfacerse para que el ensayo de Hopkinson tenga validez:

1.) *La propagación de la onda en la barra debe ser unidimensional.*

Las condiciones que satisfacen esta suposición son:

- a) Las barras deben ser Homogéneas e Isotrópicas: Esta condición puede ser satisfecha con una adecuada selección del material de la barra.
- b) La sección Transversal a largo de toda la Barra debe ser uniforme y el eje neutro debe ser completamente recto: Esto se garantiza con un maquinado de precisión de las barras.
- c) Las Barras deben estar bajo un estado de esfuerzo Elástico-Lineal cuando sean sometidas a la carga del pulso de esfuerzo que se va a propagar: Mediante un control de la velocidad del impacto, es posible mantener el esfuerzo en el pulso por debajo del límite elástico del material de la barra... Ver Sección 4.3 y 4.4...
- d) Las Barras deben mantener la distribución uniforme de esfuerzo, a lo largo de toda su sección transversal: Según el trabajo de Davies [4], La relación $L_B / D_B > 20$, en las barras satisface esta condición ...Ver Sección 3.1.1...
- e) Las barra deben estar libres de efectos de Dispersión : Esta suposición no es valida para una barra de diámetro finito. Hay dos tipos de efectos de dispersión que deben ser corregidos, Oscilaciones que distorsionan la forma natural del pulso y además causa que la porción inicial del pulso, tenga bajo incremento, lo que dificulta la determinación de un punto “cero”. La naturaleza del fenómeno de dispersión en la propagación de ondas en barras cilíndricas y la corrección de sus efectos se merece un análisis especial, que será realizado en la próxima sección.

2.) *Mínimos efectos de Fricción y de inercia lateral:*

La condición de fricción puede ser satisfecha con el uso de lubricantes en las interfaces barra-especimen ...Sección 3.4...mientras que la de efectos de inercia lateral se cumplen con un cuidadoso diseño del espécimen ...Sección 2.7.1...

2.6 FENOMENO DE DISPERSION EN LA PROPAGACION DE ONDAS EN BARRAS CILINDRICAS

Cuando la barra golpeadora (**striker**) , impacta la barra incidente, la onda generada es altamente compleja, debido a que la interface Striker-Incidente no es uniforme, y a que también se propagan otros tipos de ondas elásticas (por ejemplo ondas dilatacionales esféricas).

Sin embargo esos efectos de frontera, desaparecen rápidamente después que la onda se ha propagado aproximadamente 10 diámetros. El comportamiento de la propagación de la onda puede entonces ser descrito por la ecuación de movimiento de la onda en barras largas [8].

En el desarrollo de la ecuación de la onda, varias suposiciones fueron hechas, incluyendo esfuerzo uniaxial, sección transversal constante y homogeneidad del material. Además , se enfatizó en que no se tuvieron en cuenta los efectos de inercia lateral y radial; al ignorar estos efectos, la naturaleza dispersiva de la propagación, no se pudo describir.

La derivación de la ecuación de la onda, que incluya los efectos de las inercias mencionadas, resulta en un sistema cuya velocidad de propagación tiene una relación funcional con la frecuencia de la onda.

El primer calculo de velocidad de ondas elásticas en barras cilíndricas, se debe a Pochhammer y Chree. Pochhammer [11] resolvió la ecuación de propagación de

onda de esfuerzo en una barra infinita de diámetro finito en 3D, atravesada por una onda armónica sinusoidal infinita. Bajo esas condiciones el obtuvo la siguiente expresión de frecuencia de propagación de onda armónica:

$$\frac{4\pi^2}{A^2} \left(\frac{\rho c^2}{\mu} - 2 \right) J_1(ga) \cdot \left[2\mu \frac{\partial^2 J_0(ga)}{\partial a^2} - \frac{4\pi^2 \lambda \rho c^2}{A^2 (\lambda + 2\mu)} J_0(ga) \right] + \frac{16\pi^2 \mu}{A^2} \frac{\partial J_0(ga)}{\partial a} \frac{\partial J_1(ha)}{\partial a} = 0$$

Donde:

$$g = \frac{A}{2\pi} \left[\frac{\rho c^2}{\lambda + 2\mu} - 1 \right]^{0.5}, h = \frac{A}{2\pi} \left[\frac{\rho c^2}{\lambda} - 1 \right]^{0.5}, \frac{\partial ()}{\partial a} = \frac{\partial ()}{\partial r} \Big|_{r=a}$$

Ec. 47

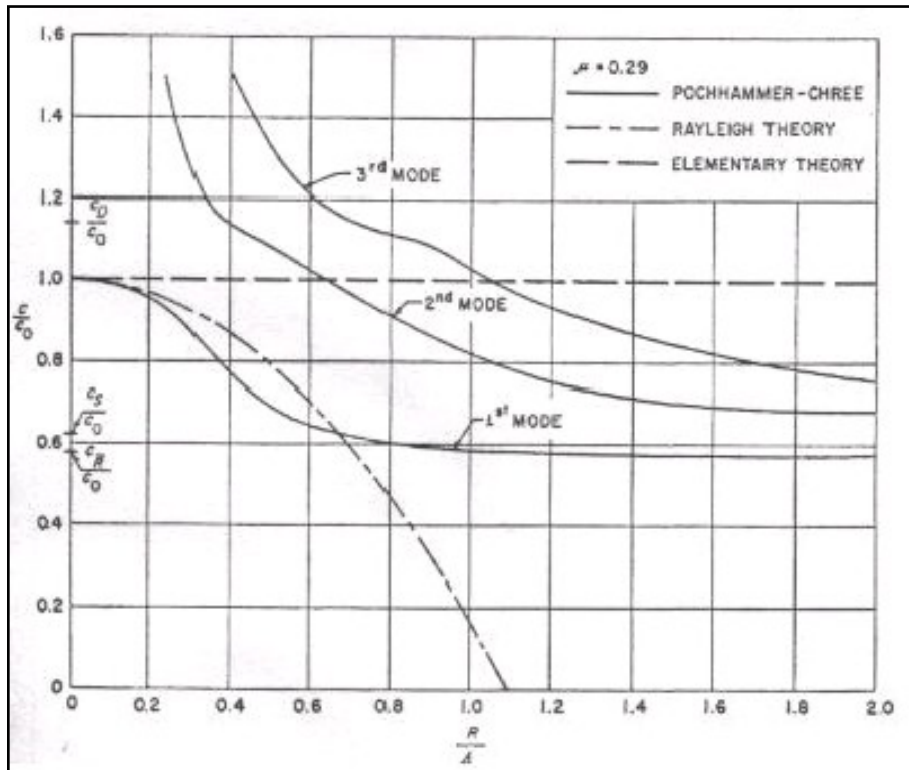
Donde J_0 y J_1 son funciones de Bessel de primera clase y orden cero y uno, a es el radio de la barra, λ y μ son las constantes de Lamé, ρ es la densidad de la barra, c es la velocidad de propagación de la perturbación armónica de longitud de onda Λ . Para facilitar los desarrollos, algunos investigadores prefieren usar la formula aproximada a la que conduce las series de expansión de las funciones de Bessel:

$$\frac{C}{C_0} = 1 - \nu^2 \pi^2 \left(\frac{R}{\lambda} \right)^2 \tag{Ec. 48}$$

Donde C es la velocidad general de fase, dependiente de la frecuencia, ν es el modulo de Poisson, R es el radio de la barra, λ es la longitud de la onda.

Para la ecuación de Pochhammer existe un numero infinito de soluciones según el modo de vibración asumido en la barra. La solución para el primer modo de esta ecuación fue primero publicada por Bancroft [1] y después por Davies [4]. La figura 22 muestra los resultados obtenidos por Davies [5], para los tres primeros modos de vibración para barras cilíndricas vibrando en el modo fundamental de vibración para un acero representativo con Modulo de Poisson de $\nu=0.29$.

Figura 22. Velocidad de fase de ondas longitudinales en barras cilíndricas de longitud infinita, como función de la relación Radio- Longitud de onda.



Tomado de [10]. p. 33

Para las condiciones que prevalecen en el Ensayo de Barra de Hopkinson, las barras vibran en el primer modo de vibración (modo fundamental) y aunque las

condiciones planteadas por esta expresión no son aplicables a las condiciones de frontera del ensayo, se puede concluir aspectos como:

- $\frac{C}{C_0}=1$ para $\frac{R}{\lambda} \rightarrow 0$. Esto ocurre cuando la longitud de onda es mucho más grande, que el radio de la barra.
- Para valores de $\frac{R}{\lambda} < 0.1$, la corrección de Rayleigh está bastante cercana a la teoría de Pochhammer-Cheer.
- Para valores altos $\frac{R}{\lambda}$, hay una gran desviación de C_0 y las teorías difieren marcadamente.
- La teoría de Pochhammer-Cheer, predice una "meseta" para $\frac{C}{C_0}$ en 0.58, también conocida como onda no dispersiva de superficie de Rayleigh (C_s).

En la Teoría de Ondas, un sistema es llamado "*dispersivo*", si la velocidad de fase de la onda armónica es una función de su longitud de onda. La ecuación de Pochhammer demostró que la propagación de una onda elástica, en una barra de diámetro finito es "*Dispersiva*" por naturaleza.

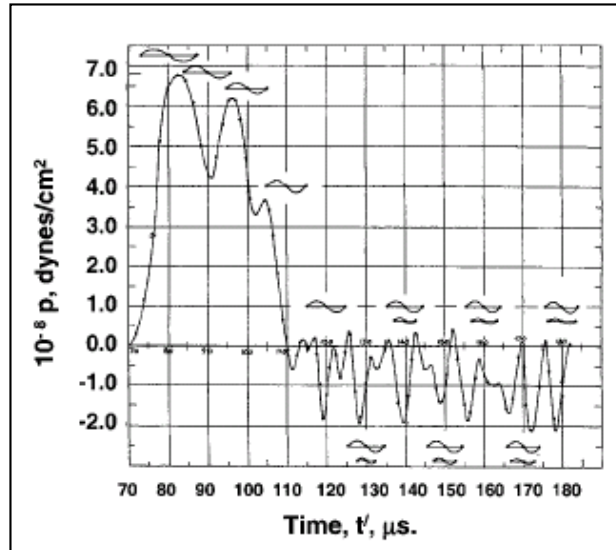
Generalmente la forma de un pulso contiene ondas armónicas de longitud de onda corta (alta frecuencia), las cuales se propagan más lentas que las ondas de longitudes largas (baja frecuencia). Por consiguiente la forma del pulso presentará oscilaciones de alta frecuencia durante la propagación a lo largo de la barra. Una barra de diámetro finito como las usadas en el ensayo de Barra de Hopkinson es por lo tanto un sistema Dispersivo y los efectos se verán en que, a lo ancho del pulso rectangular de esfuerzo que debería propagarse a lo largo de la barra, aparecerán oscilaciones de alta frecuencia que cambiaran la forma del pulso.

Otras consecuencias de este comportamiento de propagación han sido comprobadas por distintos investigadores como por ejemplo, que en el ensayo de barra de Hopkinson la mayor parte de la energía en ondas generadas, está contenida en longitudes de onda que exceden diez veces el radio de la barra ($10R$) y numerosos estudios han demostrado que, cuando $\frac{R}{\lambda} < 1$, el desplazamiento y los esfuerzos pueden asumirse constante a lo largo de toda la sección transversal y que para $\frac{R}{\lambda} < 0.1$, la diferencia entre los desplazamientos de la superficie de la barra, difieren en un 5% del desplazamiento del eje central de la misma. [16]

Estas dos condiciones de la relación $\frac{R}{\lambda}$ se cumplen con facilidad en el ensayo de Hopkinson, por lo que la onda se puede asumir unidimensional y la medición de los desplazamientos superficiales se constituye en un indicador muy aproximado de los desplazamientos axiales de la barra de presión [6].

Los datos de Presión - Tiempo obtenidos por Davies [4], a través de condensadores, obviamente presentaron distorsión del pulso principal y contenían oscilaciones de grupos de altas frecuencias viajando en el pulso.

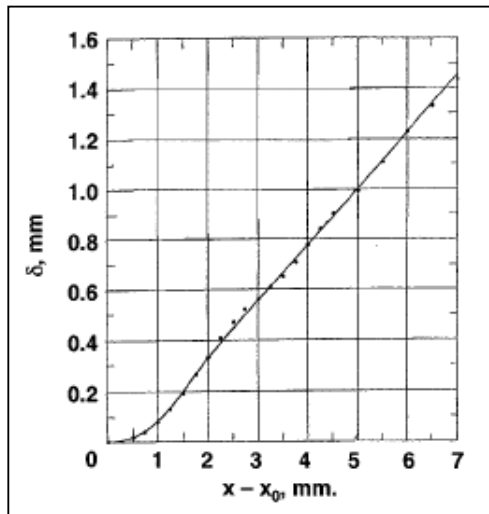
Figura 23. Datos de desplazamiento Radial registrados y analizados por Davies



Tomado de [4]

El desplazamiento medido por Davies en el extremo libre de la barra, usando condensadores de placas paralelas, también contenían efectos dispersivos.

Figura 24. Datos de desplazamiento axial registrados y analizados por Davies



Tomado de [4]

Este comportamiento, Davies lo pudo corroborar matemáticamente pero usando la ecuación de frecuencia de Love ...Ver sección 2.7..., y no la de Pochhammer – Cheer, pues esta última presentaba un inconveniente, y es que no puede satisfacer condiciones de frontera de desplazamientos o esfuerzos preestablecidos en el extremo de una barra finita o semiinfinita [10].

Además, la complicada forma de esta ecuación de frecuencia, virtualmente impide un análisis de problemas de impacto por este medio. Por consiguiente, teorías menos rigurosas fueron postuladas posteriormente con la intención de tener mayor número de ingredientes de exactitud y simplificar las soluciones matemáticas. Las teorías aproximadas, generalmente son juzgadas por la comparación de su espectro de velocidad de fase y de grupo con el análisis de Pochhammer-Cheer.

La ecuación de Love fue publicada en 1934, y esta presentó la ecuación de gobierno del movimiento de ondas en barras, en su máxima expresión, este desarrollo esta basado en consideraciones de energía [11] y la ecuación que Love obtuvo fue:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\nu^2 k^2}{C_{02}} \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} = \frac{1}{C_{02}} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{Ec. 49}$$

Donde ν es el modulo de Poisson, y k el radio polar de giro de la sección transversal en la expresión de momento polar de inercia ($J = Ak^2$).

En esta ecuación se puede apreciar que el segundo término es el que incluye los efectos de inercia radial y longitudinal, y cuando se desprecian estos efectos, la ecuación se convierte en la Ec. 13

Teniendo la ecuación, el siguiente paso es determinar la influencia de la inercia lateral en la dispersión característica de la barra, mediante la consideración de una solución de la forma:

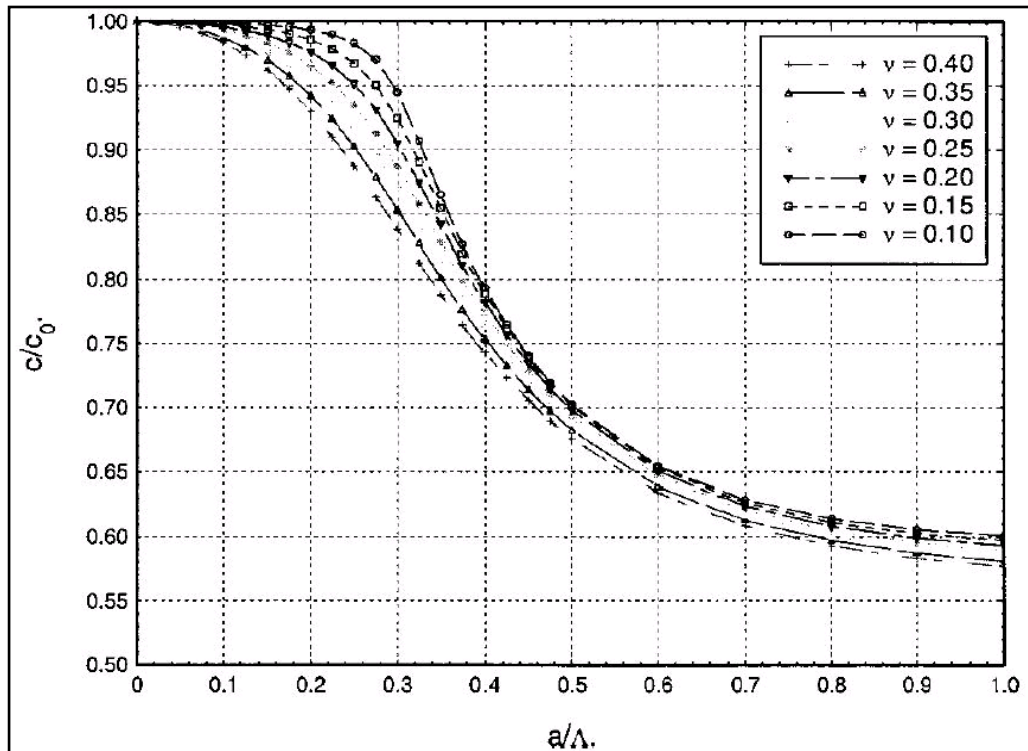
$$u = Ae^{if(x-ct)} \quad \text{Ec. 50}$$

Donde A esta determinada por el tipo de onda asumida y la naturaleza de las condiciones de frontera, f es la frecuencia de la onda, C es la tasa de propagación de una de las componentes de la onda tridimensional, llamada "Velocidad General de fase" la cual depende de la frecuencia, según la relación $C = \omega / f$, donde ω es la frecuencia Angular.

Recordemos que de la ecuación de Pochhammer-Cheer (Ec. 47) se dijo que Davies no fue el único en resolverla, y mencionamos el trabajo realizado por Bancroft [1] en 1941.

Los resultados para el primer modo de esta ecuación de frecuencia se pueden apreciar en la figura 25.

Figura 25. Velocidad de Fase como función de a/λ



Tomado de [9]

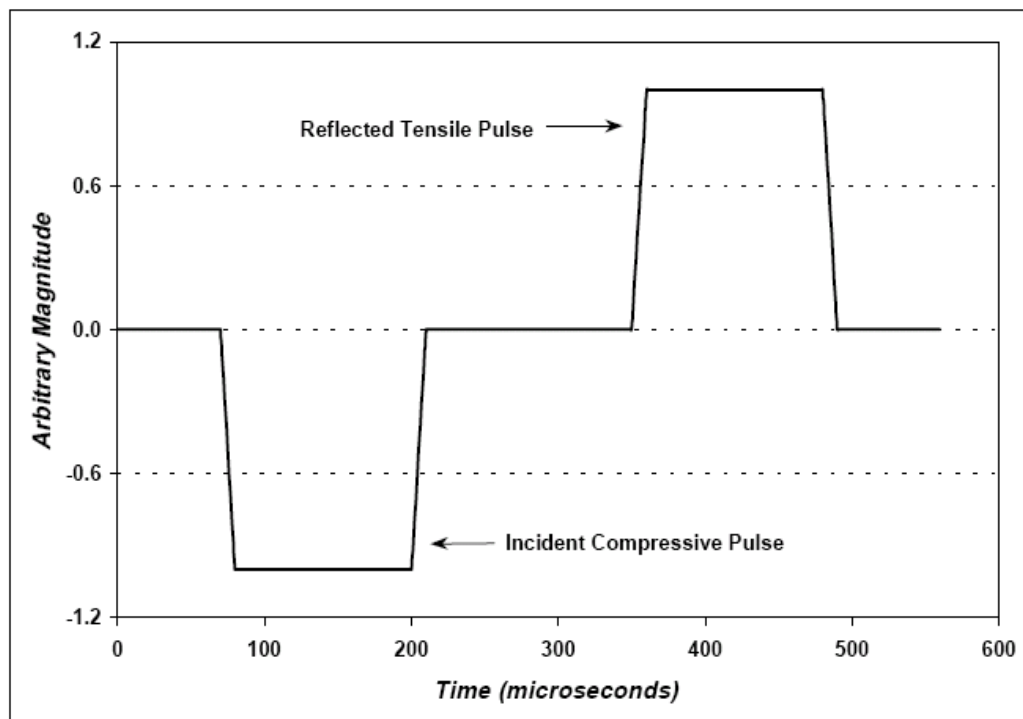
El principal aporte de Bancroft fue ofrecer soluciones numéricas, a la ecuación de frecuencia de la velocidad longitudinal de barras cilíndricas, luego las presentó en forma tabular en términos de la velocidad de una onda de longitud infinita y de las variables: Modulo de Poisson y la relación diámetro de la barra sobre la longitud

de la onda. Esta solución nos dice que la propagación de la onda en una barra cilíndrica es dispersiva por naturaleza dado que $c = f(\lambda)$.

Si el pulso que se propaga contiene muchas frecuencias, los armónicos con frecuencias mas altas tienen longitudes de ondas cortas que se propagaran más lentas que los de baja frecuencia y largas longitudes de ondas. Todos estos efectos se manifiestan en la variación de la forma del pulso y aparecerán oscilaciones mientras se propague en la barra.

Para el caso de la barra de Hopkinson, los efectos de la dispersión se manifiestan en formas de oscilaciones en el dominio del tiempo de la señal. Un registro típico de deformación en la Barra de Hopkinson sin distorsión, tendría una forma como la que se aprecia en la figura 26:

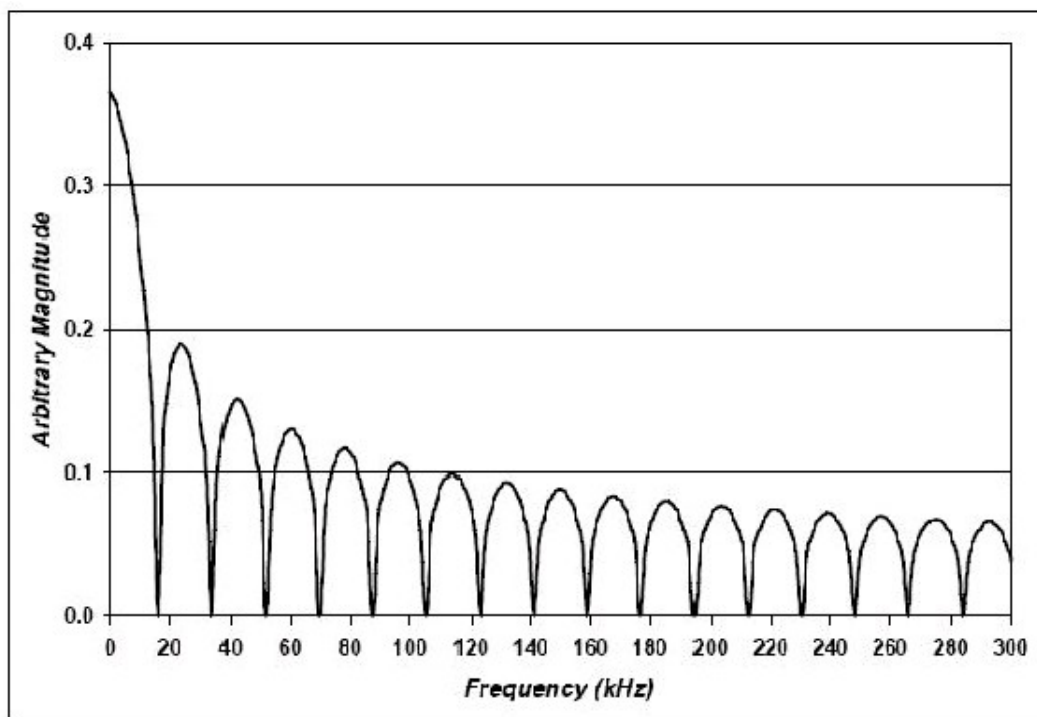
Figura 26. Registro típico de deformación en la Barra de Hopkinson



Tomado de [14]. p. 33

Sin dispersión, el registro de deformación de la onda que viaja esta contenida en el pulso compresivo incidente y en su reflexión no cambia de forma sino solamente de signo. Pero al examinar en detalle la Transformada de Fourier para este registro de deformación (aspecto que se analizará profundamente mas adelante), se pueden encontrar componentes de frecuencia esparcidas sobre un gran rango de dispersión, como se muestra en la figura 27.

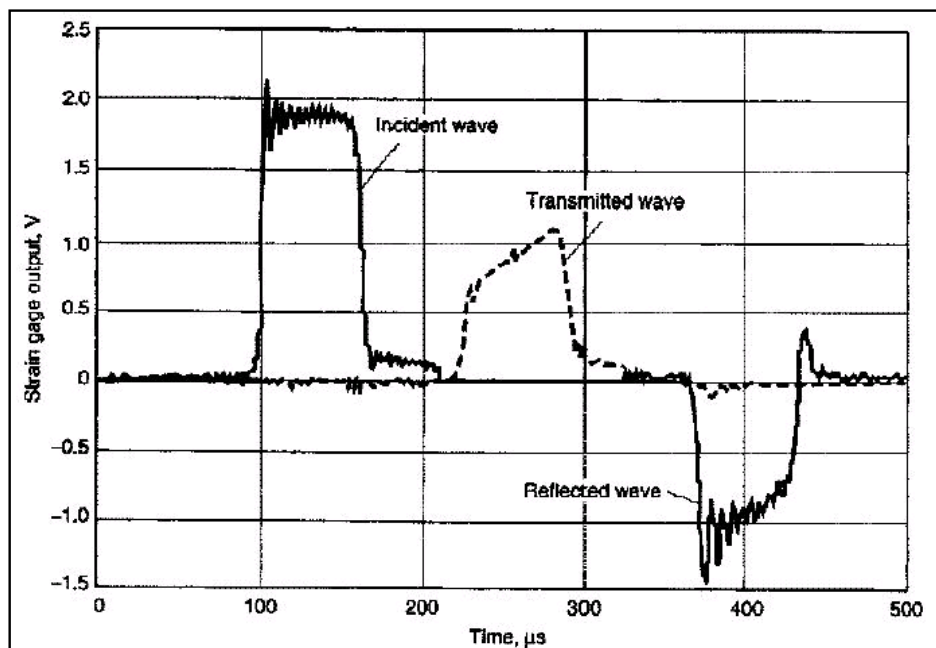
Figura 27. Transformada de Fourier para un pulso Trapezoidal



Tomado de [14]. p. 34

Cada una de esas frecuencias viaja con una velocidad diferente, por lo que la forma del pulso mostrado en la figura 26, no puede permanecer invariable en forma después de viajar a través de la barra, un ejemplo de los registros que realmente se obtienen de las galgas (**strain gages**) colocados en la mitad de cada una de las barras de presión, utilizadas en el ensayo de Hopkinson, se puede apreciar en la figura 28.

Figura 28. Señales de las galgas (strain gages) obtenidas para un ensayo de Hopkinson para un acero inoxidable (340L)



Tomado de [12]

Se puede concluir que en el dominio del tiempo, la dispersión puede reconocerse por oscilaciones en la forma de la onda, mientras que el dominio de la frecuencia puede describirse como un cambio de fase de cada componente espectral.

Estos efectos del fenómeno de dispersión deben ser corregidos dado que van en contra de la Teoría de la Propagación unidimensional de la onda, la cual fue la principal suposición realizada para el desarrollo de las ecuaciones de gobierno del ensayo de Hopkinson descritas en las secciones 2.2, 2.3 y 2.4 de este capítulo, y además dificulta el procesamiento de las señales de las galgas (**strain gages**) para la realización de las curvas Esfuerzo-Deformación.

2.6.1 Corrección teórica de la dispersión. Tal como se ha anunciado anteriormente, los pulsos de interés en el ensayo de barra de Hopkinson son: el transmitido y el reflejado, ambos dependientes del tiempo. Pues para una deformación uniforme en el espécimen, las amplitudes de esos pulsos son proporcionales a la velocidad de deformación y al esfuerzo, respectivamente.

Con esta información resulta fácil generar curvas Esfuerzo-Tiempo y Deformación-Tiempo y para hallar una curva Esfuerzo-Deformación, es necesario combinar estas dos curvas. En el capítulo uno, se insinuó la posibilidad de utilizar un método de alineación de cada uno de los puntos temporales de cada diagrama, pero determinar con precisión cada punto no es tan simple, dado que el impacto

es del orden de pocos microsegundos, lo que dificulta alinear los pulsos de esfuerzo y deformación.

Otros investigadores alinean esos pulsos, con base en el tiempo que toma el pulso en viajar en la barra y el espécimen. Esto requiere que la velocidad en cada espécimen diferente, sea conocida antes de ensayarlos. Además, las interfaces Barra-Especimen, deben ser perfectas para que el esquema trabaje efectivamente, lo cual es muy difícil de lograr.

Existen ciertos métodos numéricos, por medio de los cuales esos pulsos pueden ser alineados sin depender de la perfección de la interface ni del conocimiento de las velocidades de la onda en el espécimen. El aspecto a tener en cuenta en la aplicación de estos métodos es la dispersión, que es consecuencia de la velocidad de fase de la barra, la cual depende de la frecuencia; y cuyo efecto distorsiona la propagación longitudinal de la onda.

Típicamente las historias de deformación se registran en un punto situado en la mitad de la barra, pues esto permite la separación del pulso incidente del reflejado. Las ecuaciones planteadas (Ec. 44, Ec. 45 y Ec. 46), requieren el conocimiento del registro de deformación en las interfaces Barra – Especimen. Predecir la apariencia de estos pulsos en dichas interfaces requiere una manipulación sustancial de los datos. El medio mas conveniente para manipular estos datos es transformar el dominio del tiempo de las señales de deformación al dominio de la frecuencia, y entonces aplicar cambios de fase apropiados en cada componente espectral y así compensar la dispersión de la barra, después de realizar esto, se transforman los pulsos de deformación corregidos en el dominio de frecuencia, nuevamente al dominio del tiempo.

Cualquier onda periódica puede ser descrita por la superposición de un número determinado de ondas armónicas de diferente frecuencia, utilizando la forma general de la Transformada de Fourier:

$$F(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [A_n \cos(2\pi \cdot nt) + B_n \sin(2\pi \cdot nt)] \quad \text{Ec. 51}$$

Donde N, f, n y t son respectivamente, el número total de puntos de datos, la frecuencia de resolución, el índice temporal, y el tiempo. Las constantes A_n y B_n son las magnitudes de las componentes Real e imaginaria.

Para corregir los efectos distorsionantes en el dominio de la frecuencia, es necesario conocer la velocidad de la onda para la barra utilizada y luego corregir la dispersión de cada componente espectral. Para esto en cada componente espectral se debe cambiar la fase, con el fin de compensar la variación en la velocidad de la onda, lo cual se logra ajustando la expresión Ec. 51, los efectos de la dispersión de la onda pueden removerse del frente de onda si:

$$F_{\text{Corregida}}(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [A_n \cos(2\pi \cdot nt + \phi) + B_n \sin(2\pi \cdot nt + \phi)] \quad \text{Ec. 52}$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 - \varphi_n \\ \varphi &= 2\pi y \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_n} \right) \\ \varphi &= 2\pi n \left(\frac{1}{C_0} - \frac{1}{C_n} \right) y \end{aligned} \quad \text{Ec.}$$

53

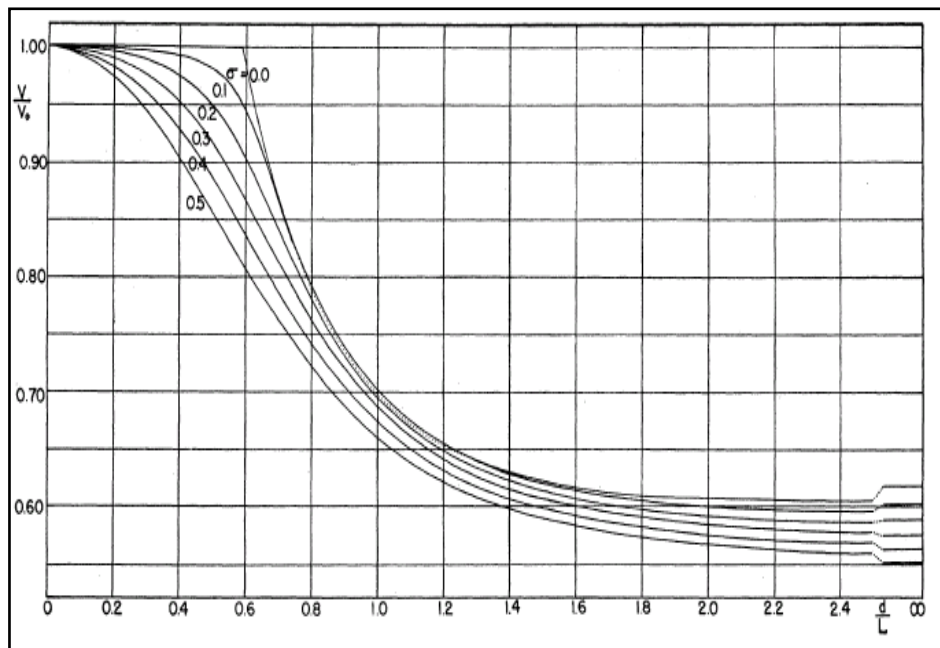
Donde φ corresponde al ángulo de desfase de las componentes de frecuencias mas altas que atraviesan las interfaces Barra- Espécimen. C_0 es la velocidad de la onda de longitud infinita y C_n es la velocidad de la onda para cada componente particular de frecuencia dada por la Transformada de Fourier. λ_x , es la longitud de onda dada por C_x / f . La constante y , la distancia recorrida por la onda antes de ser registrada.

Antes de calcular el ángulo de desfase, los investigadores tienen una decisión que tomar con respecto a C_n . Muchos investigadores usan las velocidades de onda longitudinal (C_n), publicadas por Bancroft [1]. Ya que a través de este trabajo teórico, se puede predecir la naturaleza dispersiva de las barras de presión y conocer de esta manera la apariencia de los pulsos de presión en las interfaces Barra – Espécimen, dejando de ser una medición local.

Este procedimiento numérico, mejora la alineación de los pulsos y determina experimentalmente relaciones de dispersión para las barras usadas en el ensayo. Como hemos mencionado anteriormente El principal aporte de Bancroft fue ofrecer soluciones numéricas, a la ecuación de frecuencia de la velocidad longitudinal de barras cilíndricas, luego las presentó en forma tabular en términos de la velocidad de una onda de longitud infinita y de las variables: Modulo de Poisson y la relación diámetro de la barra sobre la longitud de la onda.

La figura 29, muestra los resultados publicados por Bancroft [1], para obtener la velocidad longitudinal de una onda, a partir de características de la barra conocidas.

Figura 29. Velocidades de Ondas longitudinales como función de d/L (Bancroft)



Tomado de [1]

Se ha utilizado la misma nomenclatura usada por Bancroft, donde d es el diámetro de la barra, L la longitud de onda, V Velocidad de la onda longitudinal, V_0 la

llamada velocidad de la Barra o velocidad de la onda de longitud infinita (C_0). La forma tabular de estos resultados donde el modulo de Poisson se reprecnda con σ , esta representado en la Tabla 2:

Tabla 2. Velocidades de Ondas longitudinales como función de d/L y σ según D. Bancroft

d/L	σ						
	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40
0.00	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
0.05	0.99994	0.99986	0.99975	0.99961	0.99944	0.99924	0.99901
0.10	0.99975	0.99943	0.99899	0.99843	0.99774	0.99694	0.99602
0.15	0.99941	0.99868	0.99766	0.99638	0.99482	0.99302	0.99097
0.20	0.99890	0.99754	0.99568	0.99333	0.99054	0.98732	0.98373
0.25	0.99816	0.99591	0.99287	0.98909	0.98466	0.97967	0.97418
0.30	0.99710	0.99362	0.98899	0.98337	0.97691	0.96979	0.96214
0.35	0.99556	0.99038	0.98366	0.97572	0.96688	0.95739	0.94747
0.40	0.99323	0.98569	0.97627	0.96559	0.95410	0.94218	0.93007
0.45	0.98951	0.97866	0.96592	0.95220	0.93810	0.92397	0.91001
0.50	0.98296	0.96771	0.95133	0.93479	0.91854	0.90277	0.88758
0.55	0.97014	0.95037	0.93119	0.91288	0.89549	0.87899	0.86333
0.60	0.94487	0.92436	0.90502	0.88681	0.86964	0.85341	0.83806
0.65	0.90658	0.89086	0.87432	0.85800	0.84222	0.82709	0.81265
0.70	0.86493	0.85471	0.84201	0.82841	0.81466	0.80110	0.78792
0.75	0.82653	0.82009	0.81074	0.79982	0.78818	0.77632	0.76452
0.80	0.79306	0.78893	0.78202	0.77332	0.76357	0.75330	0.74284
0.85	0.76445	0.76167	0.75644	0.74943	0.74125	0.73236	0.72310
0.90	0.74013	0.73812	0.73402	0.72826	0.72130	0.71355	0.70532
0.95	0.71949	0.71791	0.71454	0.70967	0.70365	0.69682	0.68946
1.00	0.70196	0.70058	0.69768	0.69344	0.68814	0.68203	0.67537
1.20	0.65419	0.65266	0.65030	0.64712	0.64321	0.63869	0.63368
1.40	0.62836	0.62623	0.62361	0.62048	0.61687	0.61284	0.60844
1.60	0.61393	0.61118	0.60815	0.60479	0.60111	0.59713	0.59289
1.80	0.60565	0.60236	0.59892	0.59526	0.59139	0.58731	0.58304
2.00	0.60080	0.59707	0.59326	0.58932	0.58524	0.58101	0.57664
∞	0.60213	0.59491	0.58804	0.58148	0.57516	0.56903	0.56307

Tomado de [1]

Al manipular adecuadamente estos datos se puede incorporar la velocidad de onda longitudinal de Bancroft para el calculo del ángulo de desfase ϕ planteado en

Ec. 53, y de esta manera corregir los efectos de la dispersión, según la metodología planteada de transformada de Fourier dada por Ec. 52.

2.7 EFECTOS DE LA INERCIA LATERAL SOBRE LA PROPAGACIÓN DEL PULSO EN EL ENSAYO DE BARRA DE HOPKINSON

Como se mencionó en la sección 2.4, para que las ecuaciones halladas de esfuerzo, deformación y velocidad de deformación se cumplan, además de que la onda sea unidimensional, se requiere que el espécimen se deforme uniformemente; En este último aspecto sí ejercen oposición la inercia longitudinal y radial, y la fricción en las interfaces del espécimen y las barras.

El problema de la fricción es solucionado con una óptima lubricación de las interfaces con el lubricante apropiado ... Ver sección 3.4..., pero la corrección de errores ocasionados por la inercia lateral en la deformación uniforme del espécimen, amerita un poco más de análisis en este capítulo.

En 1948 Davies [4], utilizó la ecuación hallada por Love (Ec. 49) en el análisis de la propagación de formas de pulsos en barras cilíndricas. Este fue solo una parte del amplio estudio que realizó de la barra de Hopkinson, que además incluyó experimentos extensivos y análisis basados en las ecuaciones de elasticidad [11]. El problema que Davies consideró en esta ocasión, fue una barra de longitud l , libre en el extremo $x = 0$ y sometida a un pulso de presión P_0 en el extremo $x = l$

y los pasos básicos de este análisis inician tomando la transformada de La Place de la ecuación de Love (Ec. 49):

$$\frac{d^2 \bar{u}}{dx^2} - \frac{s^2}{C_{0^2}(1+H^2 s^2)} \bar{u} = 0 \quad \text{Ec. 54}$$

Donde $H^2 = \frac{v^2 k^2}{C_{0^2}}$,

La Ec. 54 tiene por solución:

$$\bar{u} = A \sinh \frac{s}{C_0 \sqrt{(1+H^2 s^2)}} x + B \cosh \frac{s}{C_0 \sqrt{(1+H^2 s^2)}} x \quad \text{Ec. 55}$$

55

Las condiciones transformadas de fronteras, del problema son:

$$\frac{d\bar{u}}{dx} \Big|_{x=0} = 0 \quad \text{y} \quad E \frac{d\bar{u}}{dx} \Big|_{x=l} = \frac{P_0}{s}$$

Ec. 56

La primera condición da $A = 0$.

Aplicando la segunda condición y sustituyendo el valor de B, la solución de la transformada queda:

$$\bar{u} = \frac{P_0 C_0 \sqrt{(1+H^2 s^2)}}{E s^2} \frac{\cosh \left\{ \frac{sx}{C_0 \sqrt{(1+H^2 s^2)}} \right\}}{\sinh \left\{ \frac{sl}{C_0 \sqrt{(1+H^2 s^2)}} \right\}} \quad \text{Ec. 57}$$

La inversión formal da:

$$u(x,t) = \frac{P_0 C_0}{2\pi i E} \int_{\infty-j\infty}^{\infty+i\infty} \frac{\sqrt{1+H^2 s^2}}{s^2} \left[\cosh \left\{ \frac{sx}{C_0 \sqrt{1+H^2 s^2}} \right\} / \sinh \left\{ \frac{sl}{C_0 \sqrt{1+H^2 s^2}} \right\} \right] e^{st} ds \quad \text{Ec. 58}$$

La solución por medio de la inversión, involucra la integración a lo largo de la llamada, Línea de Bromwich. La solución final, proporcionada por Davies fue:

$$u(x,t) = \frac{P_0 t^2}{2m} + \frac{P_0 H^2}{m} + \frac{2P_0 l^2}{\pi^2 C_0^2 m} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos \frac{n\pi x}{l} \left(1 - \frac{1}{1+n^2 \psi^2} \cos \frac{n\pi C_0 t}{l \sqrt{1+n^2 \psi^2}} \right)$$

Ec. 59

Donde: $m = \rho l$ y $\psi = \frac{\pi H C_0}{l}$

Esta expresión también puede simplificarse en la siguiente serie de Fourier:

$$\frac{\pi^2}{4} \left(\frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{3} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos \frac{n\pi x}{l}, \quad (-l < x < l) \quad \text{Ec.}$$

60

Interpretando los resultados obtenidos por Davies en la ecuación (2.49), podemos notar que el primer termino, $P_0 t^2 / 2m$, corresponde al movimiento de un cuerpo rígido. El segundo termino, $P_0 H^2 / m$, según Davies es un pequeño desplazamiento constante e independiente del tiempo, asociado con la propagación instantánea de distorsione y el resto de los términos representan los modos normarles de la barra.

Numerosos resultados fueron presentados por Davies para predecir matemáticamente los desplazamientos y las presiones, de esta forma comparó y comprobó los resultados experimentales que había hallado antes, los cuales ya se mencionaron ...Ver sección 2.6...

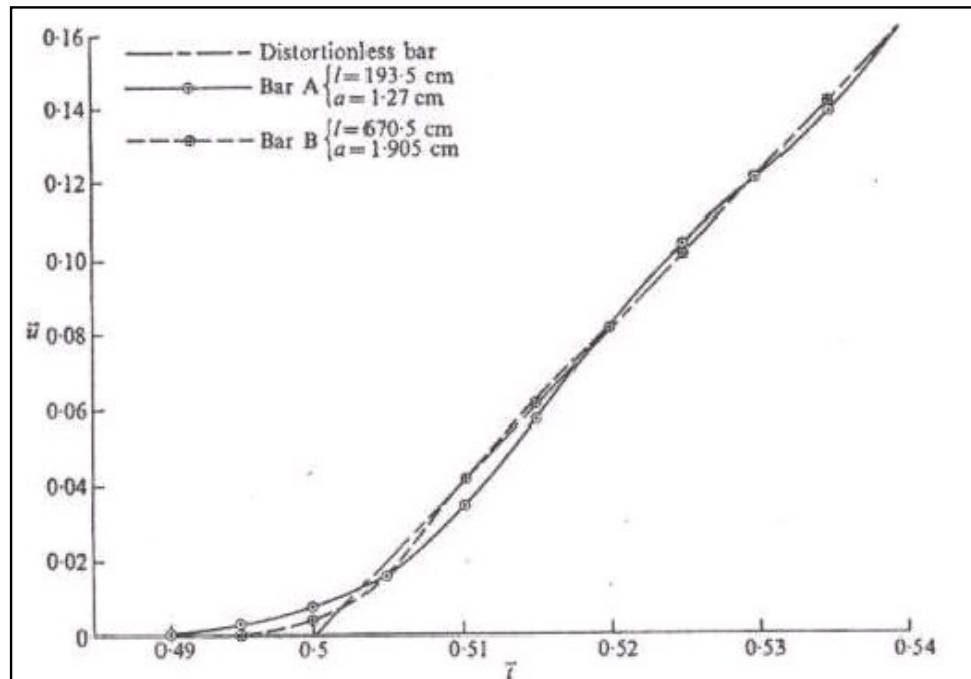
La figura 30 muestra los desplazamientos del extremo libre de la barra. En esta figura los resultados se adimensionalizaron así:

$$\bar{u} = k \frac{u(0,t)}{u_s}, \quad \bar{t} = \frac{t}{T_0} \quad \text{Ec.}$$

61

Donde u_s es el desplazamiento bajo una presión estática de P_0 , y T_0 es el tiempo necesario para que un pulso atraviese dos veces la longitud de la barra. El parámetro k es un factor de ajuste para que los datos de las dos barras (A y B) sean dibujadas en la misma escala. Para A, $k = 1$ y para B, $k = 3.465$

Figura 30. *Curvas desplazamiento axial- tiempo del final libre de una barra sujeta al paso de pulso de presión*



Tomado de [11]. p. 124

En la obtención de esta gráfica, se ha considerado previamente el caso de un pulso de presión rectangular, incidiendo el extremo de la barra y se muestra que por acción continua de las reflexiones que sufra en los extremos de la barra, el desplazamiento tendrá una función de la forma mostrada por la línea punteada, el cual sería el descrito por la teoría clásica (La que no incluye efectos de inercia lateral).

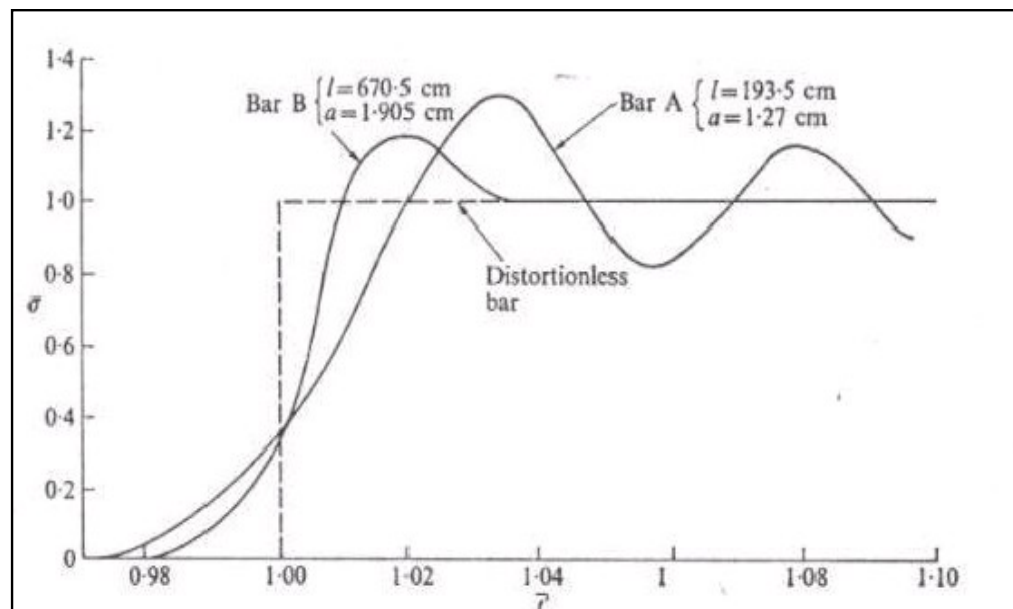
En la figura 30, se puede observar, que los efectos de inercia lateral, en la respuesta predicha, solo se hacen notar con una discontinuidad en la base de la curva. Para tiempos posteriores las oscilaciones son muy leves, con respecto a los resultados de la teoría clásica.

Un segundo resultado presentado por Davies fue, determinar el esfuerzo dentro de una barra, causado por el paso de un pulso. Esto se puede apreciar en la figura 31. En la cual, las cantidades se adimensionalizaron así:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{P_0} \quad , \quad \bar{t} = \frac{2t}{T_0} \quad \text{Ec}$$

.62

Figura 31. Curvas esfuerzo predicho- tiempo de una barra sujeta al paso de pulso de presión



Tomado de [11]. p. 125

La curva presentada representa los esfuerzos que existirían en $x = 0$ (al final de la barra, según la convención tomada por Davies), si la barra fuera continua y no terminara en un punto. Además muestra, con una línea punteada, el pulso sin distorsión que sería descrito por la teoría clásica de la barra.

En conclusión, se puede decir que el trabajo de Davies, mejoró el análisis de la teoría exacta que estaba basado en la teoría de Love. Los estudios experimentales que se realizaron posteriormente, confirmaron fuertemente las predicciones teóricas mostradas en las figuras 30 y 31.

La consecuencia más importante del acuerdo, entre la teoría y los experimentos, es que se pudo concluir que los efectos de la inercia lateral solo son apreciables, con un comportamiento oscilatorio inicial del pulso. También se pudo concluir que, inclusive efectos mayores, tales como los involucrados en esfuerzos cortantes radiales y otros modos de deformación, no afectan significativamente el comportamiento oscilatorio inicial del pulso. La corrección de los posibles errores por inercia lateral, será objeto de estudio de las dos próximas secciones.

2.7.1 Corrección de errores por inercia lateral. condiciones para deformación uniforme en el espécimen (diseño del espécimen). El gran aporte de Davies al avance de la técnica experimental de Barra de Hopkinson, también se extendió al estudio de las condiciones necesarias para que las ecuaciones halladas de esfuerzo, deformación y velocidad de deformación, tengan cumplimiento. Como se ha enfatizado, las dos restricciones más importantes para lograr esto, son la

propagación unidimensional de la onda y que a deformación del espécimen sea uniforme. Para que esta última condición se cumpla, se debe tener en cuenta dos consideraciones planteadas por Davies [3], y que fueron resultado del amplio análisis del que ya se han mencionado algunos apartes.

La primera consideración, es el tiempo que se requiere para que el esfuerzo dentro del espécimen se equilibre. Este fue estimado como:

$$t = \frac{\pi^2 \rho_s L^2}{\frac{d\sigma}{d\varepsilon}}$$

Ec. 63

Donde, ρ_s es la densidad del espécimen, L es la longitud del mismo, y $d\sigma/d\varepsilon$ es la pendiente de la curva esfuerzo- deformación verdadera. Para la mayoría de los materiales de ingeniería, $d\sigma/d\varepsilon$ es aproximadamente igual a 1 % del módulo de elasticidad (E). [7]

Para tiempos menores al planteado por Ec. 63, la deformación en el espécimen no puede asumirse constante y se generaría un error en los datos obtenidos de Esfuerzo-deformación. Una consideración importante en el diseño de un experimento de barra de Hopkinson, es garantizar que durante el ensayo el tiempo alcanzado por el pulso, esté lo más cercano posible al de Ec. 63.

En esta ecuación, se puede observar que una manera de hacer decrecer el tiempo t, es disminuir la longitud del espécimen. Pero, como veremos cuando analicemos la segunda consideración, existen ciertas restricciones para la relación longitud-diámetro del espécimen que no permitirían variar la longitud sin

alterar también el diámetro. Como el tiempo en Ec. 63 no puede decrecer significativamente, en el evento que fuese necesario aproximarlos al tiempo del ensayo y lograr que los datos de deformación sean válidos, un método alternativo consistiría en incrementar el tiempo del pulso incidente. Tal como se mencionó en la sección 2.3, un impacto simétrico entre la barra golpeadora (**striker**) y la barra incidente, produce un pulso de tiempo de forma aproximadamente rectangular ($T = 2L_{striker} / C_{striker}$); por lo general este tiempo es mucho menor que el de la Ec. 63 de ser así este tiempo se debe incrementar para que los datos obtenidos tengan mayor validez.

Experimentalmente, el tiempo del pulso incidente puede incrementarse utilizando un disco deformable en la interface de la barra golpeadora (**striker**) y la barra incidente. Típicamente, el disco es del mismo material y el mismo diámetro del espécimen con un espesor de 0.1 a 2 mm (0.004 a 0.08 in). Un beneficio adicional de esta pequeña pieza, es que ofrece una mayor uniformidad en la velocidad de deformación del experimento [8].

La segunda consideración de importancia cuando se busca validez de los datos obtenidos, es que, aun cuando el espécimen alcance el tiempo necesario para deformarse uniformemente, también influye sobre el comportamiento esfuerzo-deformación del material estudiado, la inercia longitudinal y radial que se produce por la rápida aceleración de las partículas al ser sometidas a altas velocidades de deformación. En la búsqueda de correcciones para los efectos derivados de esta inercia, Davies halló la expresión [3]:

$$\sigma(t) = \sigma_m(t) + \rho_s \left[\frac{L^2}{6} - \nu_s \frac{D^2}{8} \right] \frac{d^2 \varepsilon(t)}{dt^2} \quad \text{Ec.}$$

64

Donde $\sigma_m(t)$ es el esfuerzo medido, ρ_s es la densidad, ν_s es el modulo de Poisson, L es la longitud y D el diámetro del espécimen.

La expresión Ec. 64 ha demostrado ser muy útil, pues predice que los errores se minimizaran, si la velocidad de deformación es constante, y/o si el término entre corchetes es igual a cero, si esto último ocurre es posible hallar las dimensiones adecuadas en el espécimen:

$$\frac{L^2}{6} - \nu_s \frac{D^2}{8} = 0 \Rightarrow \left(\frac{L}{D} \right)^2 = \frac{6\nu_s}{8}$$

$$\frac{L}{D} = \sqrt{\frac{3\nu_s}{4}} \quad \text{Ec.}$$

65

Lo que quiere decir, que para un material con modulo de Poisson de 0.33 la expresión Ec. 65 sugiere una relación entre las dimensiones del espécimen optima para reducir los errores por inercia de $L/D = 0.5$.

Cabe anotar Ec. 65 debe usarse para determinar las dimensiones adecuadas del espécimen, aun cuando la velocidad de deformación se asuma constante, pues proporciona mayor seguridad en la validez de los resultados. Por otro lado, esta relación es menor que la recomendada para la reducción de errores debidos a la fricción establecidas por la ASTM E9 (1984), la cual especifica que: $1.5 \geq L/D \geq 2.0$ [2]. Sin embargo, la deformación total en el ensayo de barra de Hopkinson está limitada a aproximadamente 25% de reducción de la diferencia de

áreas entre el espécimen y la barra. Por lo que es de esperar que una relación de $L/D=0.5$, no introduzca errores serios debidos a la fricción, siempre y cuando las interfaces estén bien lubricadas [8]. El fenómeno de la fricción se analizará en detalle en la sección 3.4.

3. COMPONENTES Y CARACTERISTICAS DEL ENSAYO DE BARRA DE HOPKINSON

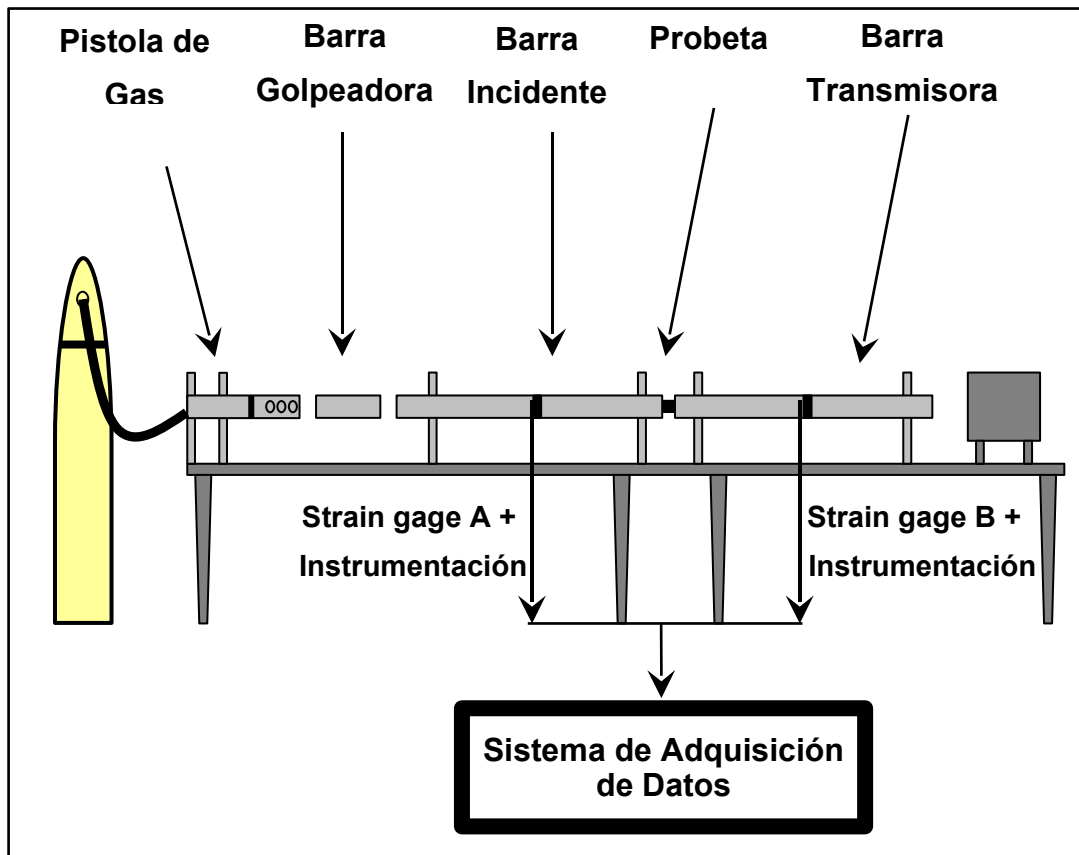
Aunque no hay una norma estandarizada para el diseño de este ensayo, todas las configuraciones existentes de Barra de Hopkinson a Compresión comparten cinco elementos comunes:

- 1.) Dos barras de presión largas y simétricas con sección transversal uniforme , de relación Longitud – Diámetro (L_B/D_B) en el rango de 20 a 150 y generalmente construidas del mismo material, que puede ser Acero ($E=210$ GPa), Titanio (110 GPa), Aluminio (90 GPa), Magnesio ($E=40$ Gpa) o Materiales Polímeros ($E < 20$ GPa). Los extremos de las barras se maquinan ortogonalmente al eje de la barra con alta precisión (No hay un rango de tolerancia estandarizado) para asegurar un buen contacto entre espécimen y barra, y entre barra y la golpeadora (**striker**).
- 2.) Un sistema de cojinetes que permitan obtener una alineación correcta y así satisfacer las condiciones de propagación unidimensional de la onda.

- 3.) Un sistema de gas comprimido (**Gas Gun**) para la propulsión de la barra golpeadora (**striker**), la cual esta fabricada del mismo material de las barras de presión.
- 4.) Galgas Extensiométricas (**Strain Gages**), montados sobre ambas barras para medir la propagación de los pulsos de esfuerzos en las barras.
- 5.) Un sistema de adquisición de datos para controlar, registrar, y analizar los datos de los pulsos de esfuerzo en las barras.

Esquemáticamente la configuración de este experimento, se puede apreciar en la figura 32.

Figura 32. Componentes Básicos de la barra de Hopkinson



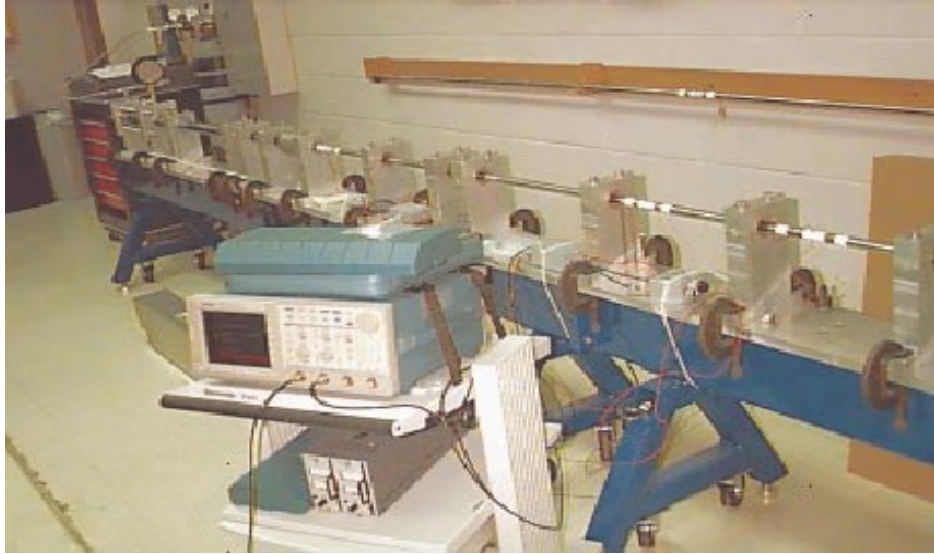
Muchos laboratorios a nivel mundial, analizan propiedades mecánicas de materiales a altas velocidades de deformación, mediante el uso de una barra de Hopkinson. Algunos se han convertido en verdaderos pioneros de esta área de investigación, pero en todas los aparatos utilizados, la configuración es la misma o con variaciones muy mínimas. Por citar un ejemplo veamos la barra de Hopkinson del “**Naval Surface Warfare Center Dahlgren Division. (NSWCDD)**” en Blacksburg, Virginia.

Figura 33. Barra de Hopkinson de NSWCDD vista desde el final de la barra de impacto (strike bar)



Tomado de [14]. p. 43

Figura 34. Barra de Hopkinson de NSWCDD vista desde el final de la barra transmisora (transmitter bar)



Tomado de [14]. p. 44

3.1 BARRAS DE PRESION

3.1.1 Características deseables en las barras de presión. La teoría que gobierna los ensayos realizados en la barra de Hopkinson enumera muchas características deseables en cada una de las barras de presión, las que condicionan la escogencia del material y el dimensionamiento de las barras. Dentro de estas características podemos destacar las siguientes:

- El punto de fluencia del material de fabricación de las barras, determina el máximo esfuerzo alcanzable en el espécimen. Lo que repercute en la escogencia de un material con muy alta resistencia.
- El diámetro depende de las velocidades de deformación deseadas. Las velocidades más altas se obtienen con diámetros más pequeños.
- La longitud apropiada depende del cumplimiento de 2 condiciones [14] :
 - 1.) La relación L/D debe cumplir los requerimientos de la teoría de propagación unidimensional de la onda. La cual requiere aproximadamente 10 veces el diámetro de barra; Así, cada barra debe tener una relación $L/D > 20$.
 - 2.) La longitud debe permitir medir el pulso incidente y el reflejado de manera independiente. Lo que significa que la longitud de la barra debe ser por lo menos, el doble de la longitud de onda del pulso incidente.
- La longitud de las barras de presión afecta considerablemente la cantidad de deformación que se puede obtener en el espécimen, ya que dicha deformación está relacionada con la duración total del pulso incidente; el cual es directamente proporcional a la longitud de la barra de presión.
- Cuando se desea obtener deformaciones en el espécimen, superiores al 25%, es necesario que la relación L/D sea igual o mayor a 100 [8].

3.2 ALINEACIÓN Y SOPORTES

Una adecuada alineación es el factor experimental más importante, que afecta la naturaleza de la onda. Es necesaria una alineación correcta de las barras para cumplir una ideal propagación unidimensional y para la compresión uniaxial en el espécimen. Si la barra de impacto, golpea la barra incidente con un ángulo, se producirá una propagación de la onda no uniforme en la sección transversal. También es necesario un correcto alineamiento, en lugar donde se unen la barra incidente, el espécimen y la barra transmisora.

Las barras están soportadas por un sistema de cojinetes que además de contribuir a mantener una alineación correcta deben ser flexibles a variaciones mínimas del radio de la barra. Cuando un pulso de esfuerzo es inducido en la barra incidente por la barra golpeadora (**striker**), una onda compresiva se propaga a lo largo de la longitud de la barra, generando en esta una expansión radial. La cantidad de expansión radial es una función del esfuerzo, el módulo Elástico y el módulo de Poisson del material de la barra. Por lo que el cálculo de esta expansión radial, juega un papel importante en la determinación de las tolerancias del soporte. Esta expansión se puede calcular utilizando las siguientes relaciones materiales:

$$\varepsilon_{Longitudinal} = \frac{\sigma}{E}$$
$$\varepsilon_{Radial} = -\varepsilon_{Longitudinal} \nu$$

Ec. 66

Donde σ es el máximo esfuerzo inducido por la striker sobre la barra incidente y ν es el módulo de Poisson.

Otro factor importante en el diseño del sistema de soportes es la fricción entre estos y las barras, ya que si esta es muy alta, el pulso de esfuerzo será debilitado.

Todos los factores mencionados indican que el diseño de los soportes de las barras es crítico para la operación de el aparato.

3.3 GENERACION DE LA ONDA INCIDENTE

La forma más común de generar la onda incidente, es a través del impacto de la barra de impacto a un extremo de la barra incidente y la manera más común de propulsar la barra de impacto (**striker**) es a través de una pistola de gas (**Gas Gun**).

La barra de impacto esta fabricada en el mismo material y tienen el mismo diámetro de las barras de presión. La longitud y la velocidad de esta barra, se escogen con base a la deformación total deseada y a la velocidad de deformación dentro del espécimen. A velocidades de deformación constante, la máxima deformación en el espécimen es directamente proporcional a la longitud de la striker, (l) según [8]:

$$\varepsilon = 2 \varepsilon^i \frac{l}{C_o} \quad \text{Ec.}$$

67

Donde, ε es la Máxima deformación obtenida en el espécimen, ε^i la Velocidad de deformación, y C_o la velocidad de la onda en las barras de presión.

Por otro lado, si aplicamos la expresión Ec. 45, hallada en la sección 2.4 del Capítulo anterior, a la interface de la barra golpeadora (**striker**) y la barra incidente. Al reemplazar la deformación por la relación dada por la Ley de Hooke y tomando el esfuerzo como el resultante del análisis de conservación de momento entre la barra golpeadora (**striker**) y la barra incidente, realizado en la sección 2.3 (Ec. 34), obtenemos que:

$$\varepsilon \leq \frac{V_0}{L}$$

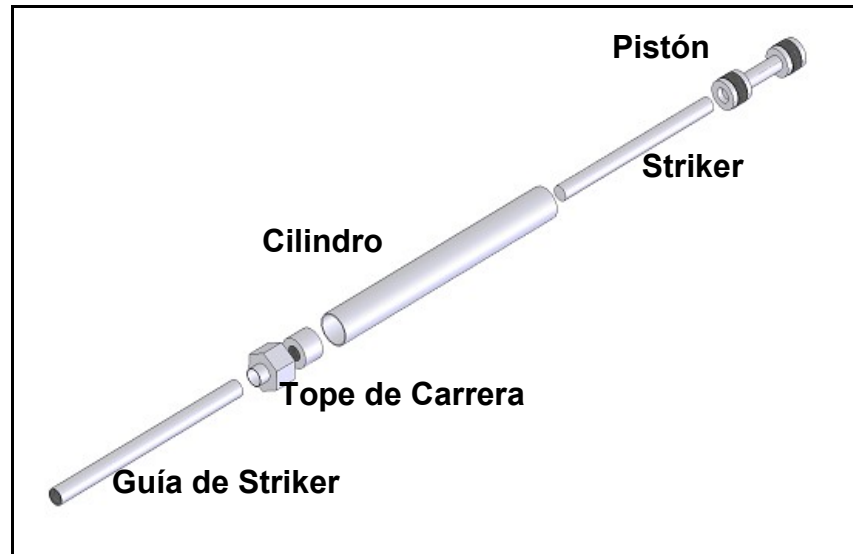
Ec.

68

Donde V_0 es la velocidad de la barra golpeadora (**striker**), y L es la longitud del espécimen. Las expresiones Ec. 67 y Ec. 68, pueden usarse para obtener aproximadamente, la longitud y la velocidad deseadas de la barra golpeadora para una deformación y velocidad de deformación deseada.

3.3.1 Pistola de gas (Gas Gun). Este componente consta de cuatro partes básicas: Un tanque de almacenamiento del gas, una válvula de accionamiento rápido de alto caudal, un cilindro y un pistón de compresión. En la figura 35, se puede apreciar la disposición de los dos últimos componentes mencionados, es decir el Cilindro y el Pistón de compresión con el conjunto de accesorio, que conforman esta parte del sistema de presión:

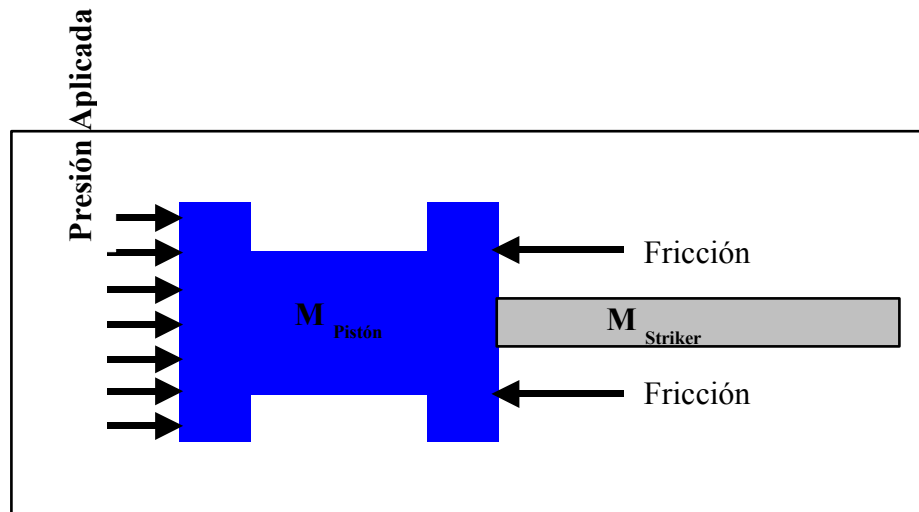
Figura 35. *Cilindro y pistón del sistema de propulsión (Gas Gun)*



La pistola de gas funciona como un actuador neumático a excepción de que la striker es lanzada desde el pistón al finalizar la carrera. El tanque de reserva se ajusta a la presión deseada mediante la graduación de la válvula. Para accionar el pistón, la válvula de accionamiento rápido de alto caudal, se abre permitiendo el paso del gas del tanque al cilindro causando que el pistón y la striker se aceleren, una vez el pistón alcance el final del cilindro, este se detiene abruptamente, disparando la barra golpeadora (**striker**).

El diseño de este dispositivo se puede simplificar determinando la aceleración del pistón, aplicando un análisis de fuerzas. La figura 36 muestra un diagrama de cuerpo libre del sistema.

Figura 36. Diagrama de cuerpo libre del sistema Pistón- Barra Golpeadora (Striker)



Aplicando

la segunda Ley de Newton, tenemos que la aceleración del pistón se puede expresar como:

$$\sum F = M_{Sistema} a_{Sistema} = F_{Aplicada} - F_{Fricción} \quad \text{Ec. 69}$$

Donde:

$$\begin{aligned} M_{Sistema} &= M_{Pistón} + M_{Striker} \\ F_{Aplicada} &= P_{Tanque} A_{Pistón} \\ a_{Sistema} &= a_{Pistón} = a_{Striker} \end{aligned} \quad \text{Ec. 70}$$

Asumiendo aceleración uniforme, presión del tanque constante e ignorando los efectos de fricción, la velocidad del striker cuando sale del cilindro estará dada por:

$$2a_{Sistema} d = V_f^2 - V_0^2 \rightarrow V_{Striker} = \sqrt{2a_{Sistema} d}$$

Ec.

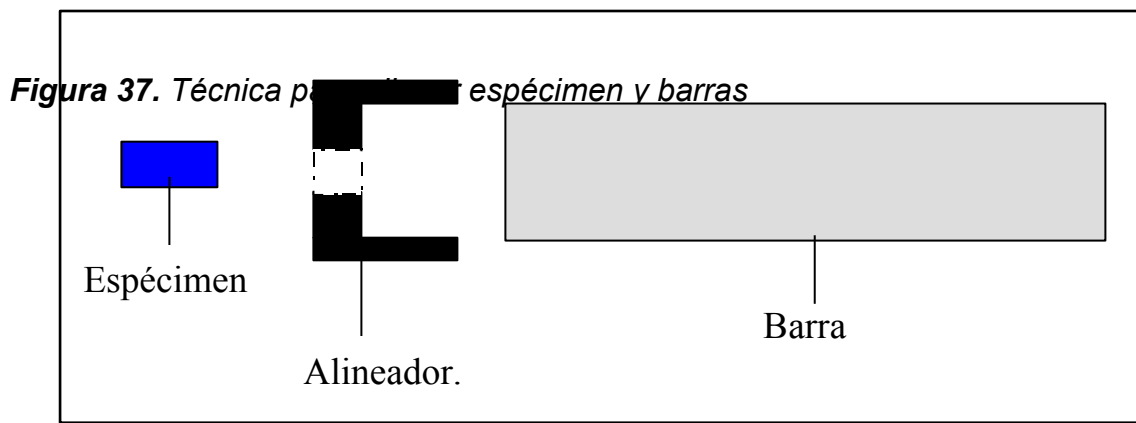
71

Donde d es la longitud del cilindro menos la longitud del pistón.

3.4 FRICCIÓN

Este aspecto es de mucha importancia en cualquier ensayo de compresión, ya que en este tipo de ensayos, la probeta reduce su longitud mientras se expande. La relación óptima L/D para el espécimen de la barra de Hopkinson, es de aproximadamente la mitad de la recomendada para la minimización de errores ocasionados por la fricción [2]. Por lo tanto, es necesaria una óptima lubricación en las interfases de las barras y el espécimen, con una delgada capa de lubricante que por lo general se aplica a las caras de este último, dado que aquí es donde se forman las fuerzas de fricción ocasionadas por su expansión radial.

Los lubricantes de uso frecuente son los di-sulfuros de molibdeno a base de aceite [8]. La delgada capa aplicada es suficiente para mantener en el sitio correcto el espécimen durante el ensayo, pues es muy importante que la línea de centro del espécimen esté correctamente alineada con la línea de centro de las barras, para este fin se puede usar un dispositivo similar al mostrado en la figura 37, diseñado en “NSWCDD” en Blacksburg, Virginia (EE.UU.).

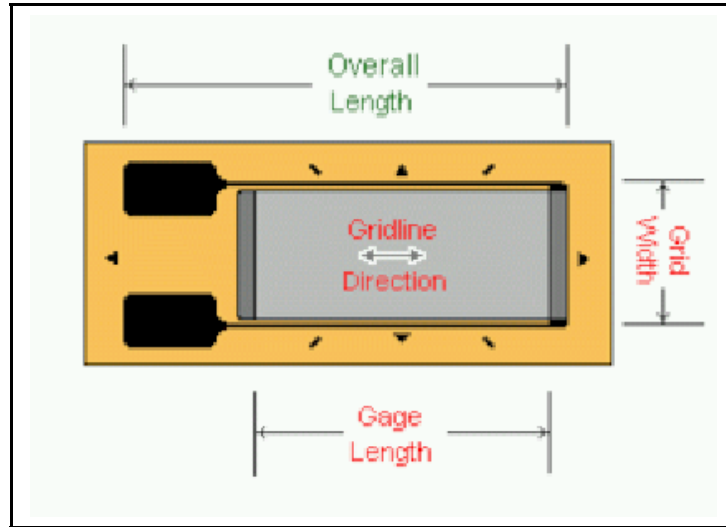


3.5 ADQUISICION DE DATOS E INSTRUMENTACIÓN

3.5.1 Medidores de desplazamiento en las barras de presión. Las expresiones Ec. 44 y Ec. 45 demostraron que la velocidad de deformación y el esfuerzo en el espécimen, están relacionados con las deformaciones axiales en las barras de presión. El método mas común para medir esas deformaciones es el uso de Galgas extensiométricas (**Strain Gages**) montados sobre las barras.

Una galga está compuesta por un elemento sensible a la deformación , que generalmente es un alambre fino o filamento configurado sobre una delgada lamina, de forma tal que cualquier deformación aplicada elongará o comprimirá el filamento cambiando su área transversal y por lo tanto su resistencia. La figura 38 muestra un diagrama de una galga extensiométrica:

Figura 38. Galga extensiométricas Uniaxial (Strain Gage)



Tomado de Vishay Inc.

Otra característica de mucha importancia de las galgas (**strain gages**) es el llamado “Factor de Galga”. El cual relaciona la deformación (ϵ) con el cambio en la resistencia (R) y esta expresado como:

$$\frac{\Delta R}{R} = FG \epsilon$$

Ec.

72

Donde R es la resistencia, FG es el factor de galga y ϵ es la deformación. En la expresión Ec. 72, FG es la constante de proporcionalidad entre el cambio en la resistencia y la deformación. El factor de galga y el valor inicial de resistencia son propiedades inherentes del material de la lamina y del filamento con el que se fabricó la galga. El fabricante normalmente calibra y proporciona el factor de galga

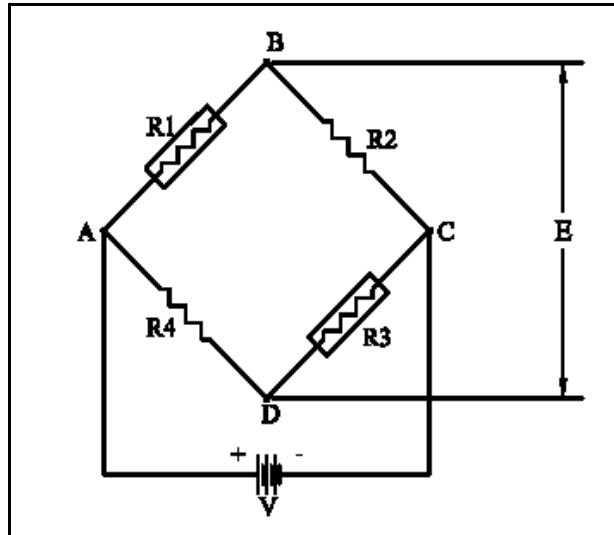
pero normalmente estos valores oscilan entre 2.0 y 5.0 y las resistencias entre 120 y 350 Ω [18].

En el caso del ensayo de barra de Hopkinson , son necesarias dos galgas colocadas diametralmente opuestas sobre cada barra, conectadas en una configuración conocida como “Puente de Wheatstone” en el que se profundizará mas adelante.

La mayor dificultad del uso de galgas, radica en la fijación de los alambres a ellas. Pues está demostrado que si no se realiza una correcta unión, están expuestas a desprenderse con facilidad al paso del pulso de esfuerzo.

3.5.2 Puente de Wheatstone. Es generalmente usado para determinar el cambio en la resistencia que ocurre cuando una galga es sometida a deformación axial. La configuración de este puente, se puede apreciar en la figura 39.

Figura 39. Puente de Wheatstone



La configuración mostrada en la figura 39 esta compuesta por cuatro brazos; cada uno de estos brazos puede contener una galga o un resistor, dependiendo de la configuración deseada. En el caso de la barra de Hopkinson cualquier deformación flexionante debe ser eliminada y para esto se requiere que dos brazos opuestos se conviertan en activos. En la figura 39, R_1 y R_3 serian galgas activas (denotadas por el recuadro) y R_2 y R_4 son resistores de igual resistencia que las galgas. El Voltaje (V) es suministrado al puente en los puntos A y C, mientras que el voltaje de salida (E), medido entre los puntos B y D puede ser relacionado con la deformación. El voltaje E es igual a:

$$E = V_{BD} = V_{AB} - V_{AD}$$

Ec.

Mediante la Ley de Ohm, V_{AB} y V_{AD} se pueden relacionar a las resistencias según:

$$V_{AB} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V \quad ; \quad V_{AD} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V \quad \text{Ec. 74}$$

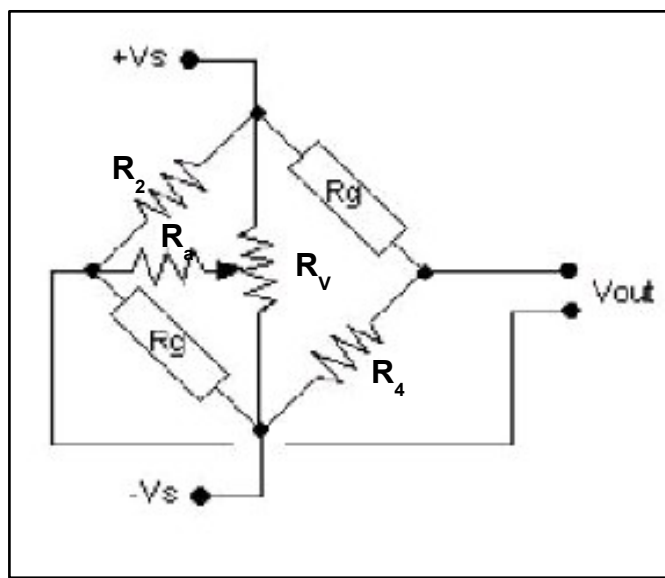
Al sustituir Ec. 74 en Ec. 73 podemos obtener:

$$E = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} V \quad \text{Ec. 75}$$

Mediante la expresión Ec. 72 es posible relacionar la resistencia con la deformación, al sustituir el valor final de resistencia en la expresión Ec. 75.

Examinando la expresión Ec. 75 se puede apreciar que para que el puente este inicialmente en balance ($E=0$) en cero deformación, entonces $R_1 R_3 = R_2 R_4$, pero las tolerancias de las resistencias, hacen que sea improbable que esta relación ocurra, por lo que se requiere de un balanceador de circuito. A esta configuración balanceada se le llama “Medio Puente (**Half-Bridge**)”, y se muestra esquemáticamente en la figura 40.

Figura 40. Configuración balanceada “Medio Puente (Half-Bridge)”



Tomado de [18]. p. 77

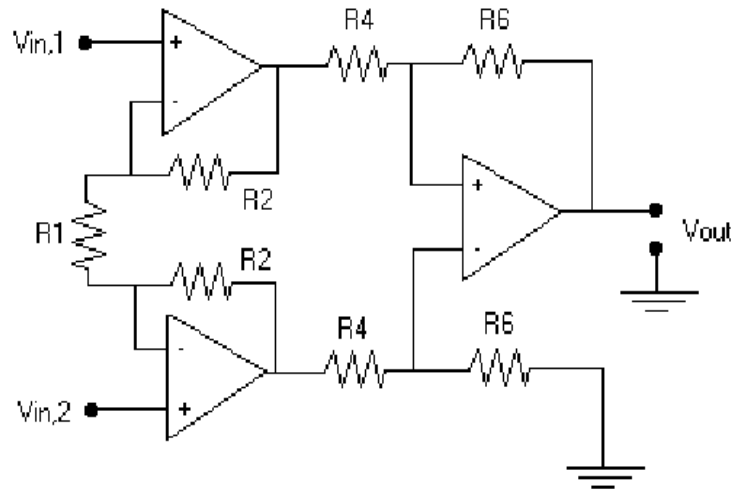
Con el circuito balanceado, el cambio de la resistencia de las galgas (**strain gages**), causa un respectivo desbalance y por consiguiente, un voltaje de salida.

3.5.3 Sistema amplificador. Por lo general los registros de señales de deformación de los strain gages, son de muy pequeña magnitud (pocos milivolts).

Por lo general se usa un amplificador que ayuda a aliviar los problemas asociados a señales de pequeñas magnitudes diferenciales. El diseño de un amplificador típico se puede ver en la figura 41.

Figura 41. *Instrumentación de un Amplificador Convencional*





Tomado de [18]. p. 60

La instrumentación mostrada en la figura 41, utiliza tres amplificadores operacionales (Op-Amp) proporcionando dos estaciones de amplificación (asociadas una ganancia). En un típico amplificador operacional, la ganancia estará relacionada con la selección de R_1 , que puede ser un resistor fijo o un potenciómetro, y la selección de R_4 y R_6 que pueden ser un par de resistores. La ganancia de la instrumentación del amplificador puede calcularse por [18]:

$$Ganancia = \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) \left(\frac{R_6}{R_4}\right)$$

Ec. 76

Según la expresión Ec. 76 es posible obtener un amplio rango de valores de ganancia, por medio de un rango de valores desde los pocos ohms hasta cientos

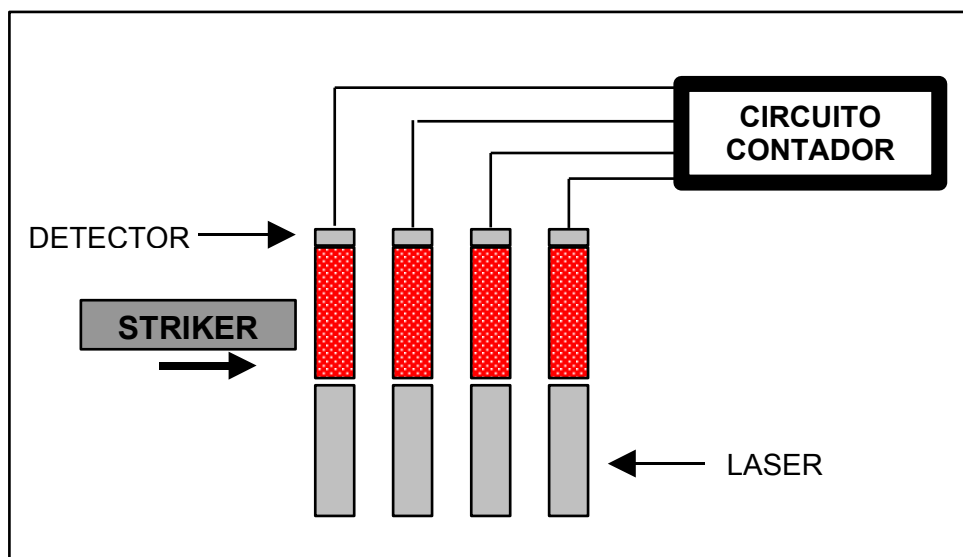
de mega ohms en los resistores. Sin embargo los valores de estos, son seleccionados desde 1000 hasta 100,000 Ω .

3.5.4 Medidor de velocidad de la barra golpeadora (striker). Al obtener la velocidad teórica de la barra golpeadora (**striker**), en el análisis realizado para obtener las ecuaciones de diseño de la pistola de gas (**Gas Gun**) en la sección 3.3.1, no se tuvo en cuenta el efecto producido por la fricción en el interior del cilindro.

Es necesario determinar la variabilidad de la velocidad de la barra golpeadora (**striker**) en el momento de la realización del ensayo, ya que esta velocidad antes del impacto proporciona una condición adicional de entrada cuando se analicen los resultados.

Para esto se puede utilizar un sistema muy económico de medición de velocidad, como el que se muestra de manera esquemática en la figura 42.

Figura 42. Esquema medidor de velocidad de la barra golpeadora (striker)

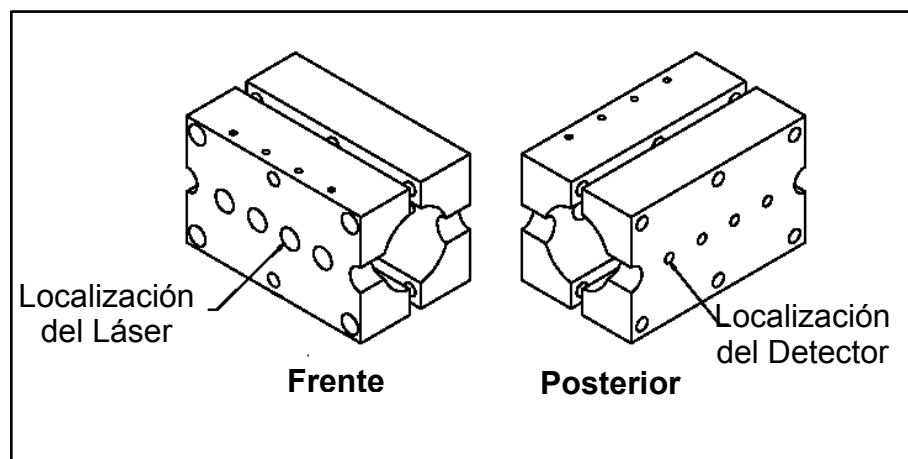


El sistema está compuesto por cuatro láseres, cuatro detectores y un circuito contador asociado. Cuando la barra golpeadora (**striker**) interrumpe la primera columna láser, el circuito comienza a contar hasta que la segunda columna láser es interrumpida.

De igual manera otros conteos de tiempo se realizan al pasar la barra golpeadora entre cada par de láser. Para la configuración mostrada, se realizan tres mediciones de tiempo; que al combinarse con la distancia conocida entre cada láser, pueden ser traducidos en una velocidad promedio de la barra.

Para alojar los láseres y los detectores, se utiliza un alojamiento como el que se puede apreciar en la figura 43.

Figura 43. Alojamiento del Láser y Detectores



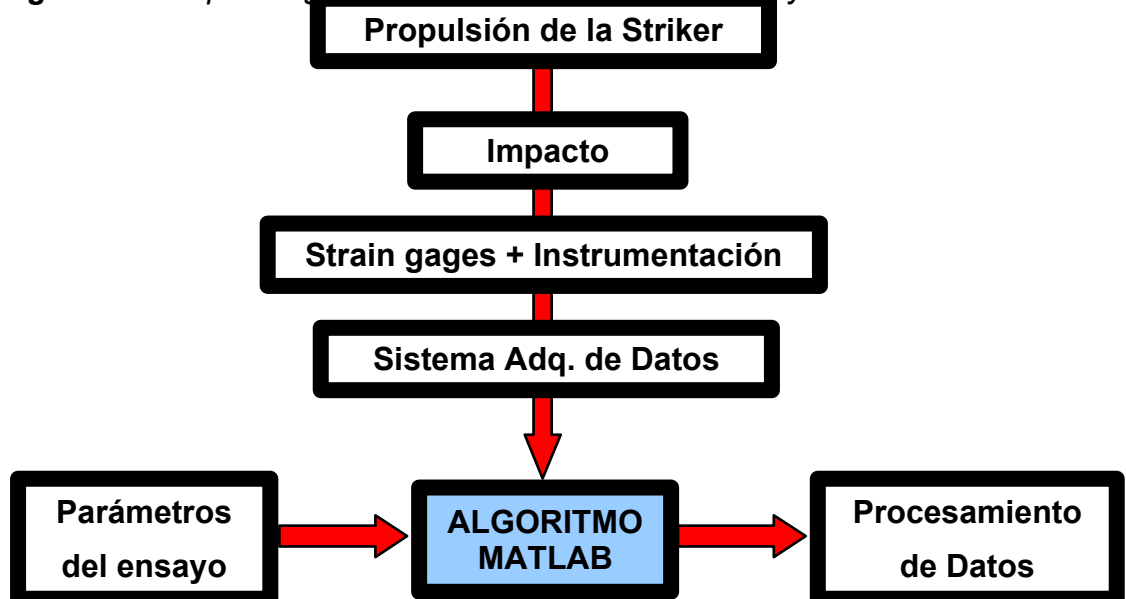
Tomado de [18]. p.86

3.6 PROCEDIMIENTO PARA LA REALIZACIÓN DEL ENSAYO DE BARRA DE HOPKINSON

Para la realización de los ensayos en la barra de Hopkinson, es necesario tomar ciertas decisiones y efectuar cierta preparación. Como primera medida el investigador necesita decidir cuales son las propiedades del espécimen que le interesan; específicamente cual es la velocidad de deformación deseada y cual es la deformación máxima que quiere hallar en el espécimen.

Después de haber decidido las propiedades de interés, es necesario seguir ciertos pasos para garantizar que esas propiedades sean obtenidas en el ensayo. El Procedimiento típico de realización de cada ensayo es mostrado en la figura 44.

Figura 44. Esquema general de procedimiento de ensayo



El bloque central de la figura hacen notar el ambiente donde se digitalizarán y analizarán los datos del ensayo: MATLAB. Inicialmente el usuario deberá ingresar algunos parámetros al programa en MATLAB. Dentro de la lista de parámetros necesarios para la realización de los ensayos tenemos:

- Parámetros del Espécimen: Diámetro, Longitud.
- Parámetros de las barras de Presión: Diámetro, Longitud, Velocidad de la Barra (C_0), Modulo de Elasticidad (E), Modulo de Poisson.
- Galgas (**Strain Gages**): Factor de Galga, distancia entre las galgas y las interfases barra- espécimen.

Con todos estos parámetros ingresados, el algoritmo puede realizar todos los procedimientos previos necesarios para recibir los datos cuando le sean entregados por el sistema de Adquisición de datos. Una vez la barra golpeadora (**striker**) es disparada e impacta la barra incidente, se genera una onda compresiva que se propaga a través de esta barra, parte de esta onda atraviesa el espécimen y continua propagándose a la barra Transmisora. Las galgas que están montadas sobre cada una de estas barras de presión, responden a la deformación instantánea generada por el evento de impacto. Estas señales son digitalmente capturadas y enviadas al programa en MATLAB para el Procesamiento de datos.

3.8 PROCESAMIENTO DE DATOS

Una vez se tengan todos los datos y hallan sido ingresados al Algoritmo en MATLAB, hay que realizar varias manipulaciones antes de generar las relaciones dinámicas de Esfuerzo- Deformación; procedimiento que también es realizado en el mismo ambiente programable. El procedimiento incluye:

- Graficar las Señales del pulso Incidente, Reflejado y Transmitido en tiempo real.
- Encontrar la línea base y el punto de inicio de cada pulso mediante el método del intercepto y de esta forma alinear en el mismo instante de tiempo los tres pulsos. (Ver Sección 3.7.2)
- Procesar los pulsos con base a los factores de escala.
- Corregir la Dispersión mediante el método de Transformada de Fourier y velocidades longitudinales de onda de Bancroft. (Ver sección 3.7.1)
- Calcular Esfuerzo, Deformación y Velocidad de formación verdadera en el Espécimen.
- Graficar Deformación Verdadera vs. Tiempo, Esfuerzo verdadero vs. Tiempo, Velocidad de deformación vs. Tiempo.
- Graficar Esfuerzo de ingeniería vs. Deformación
- Graficar la curva Esfuerzo- Deformación Verdadera
- Trabajo realizado sobre el espécimen.

El algoritmo en mención, puede ser utilizado por esta investigación gracias a la valiosa colaboración de la Dra. Taina Vuoristo, Investigadora de amplia experiencia en el Ensayo de Barra de Hopkinson perteneciente al ***“Institute of Materials Science of Tampere University of Technology,”*** (Finlandia); el

código completo se encuentra en el apéndice A de este trabajo.

3.7.1 Corrección de la dispersión. Como se discutió en el capítulo dos, la dispersión de las barras de presión distorsionan la forma original del pulso. Para corregir adecuadamente los efectos de la dispersión en el dominio de la frecuencia se requiere de un apropiado cambio de fase sobre cada componente espectral.

Utilizando la Transformada de Fourier de cada pulso de deformación, la fase puede ser ajustada de acuerdo a las ecuaciones:

$$F_{\text{Corregida}}(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [A_n \cos(2\pi \cdot nt + \varphi) + B_n \sin(2\pi \cdot nt + \varphi)] \quad \text{Ec. 77}$$

$$\varphi = \varphi_0 - \varphi_n$$

$$\varphi = 2\pi y \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_n} \right)$$

$$\varphi = 2\pi n \left(\frac{1}{C_0} - \frac{1}{C_n} \right) y$$

Ec.

78

Las velocidades teóricas calculadas por Bancroft [1], mostradas en la Figura 29 y en la tabla 2, son utilizadas por el programa en MATLAB para calcular φ .

3.7.2 Identificación de los pulsos de esfuerzo y deformación. El inicio y el final de cada pulso debe ser propiamente identificado, para permitir una corrección adecuada de los efectos de dispersión y una construcción precisa de las curvas dinámicas de Esfuerzo- Deformación.

Dado que el pulso incidente y el reflejado están contenidos en el mismo paquete de datos tomados de la Barra incidente, estas señales deben ser separadas, de

igual manera el pulso transmitido debe ser separados de datos irrelevantes contenidos en la señal registrada. Separar los pulsos del resto de los datos registrados es posible mediante una adecuada manipulación de datos, a través de un algoritmo en MATLAB, el cual a utiliza un método conocido como “*El método de Intercepto*” [17].

Este método usa dos umbrales (uno primario y uno secundario), los cuales son datos que al ser alcanzados y atravesados inician o finalizan el proceso. El umbral primario está ubicado a una distancia que es proporcional al máximo valor de todo el conjunto de datos (para la programación del algoritmo a utilizar se empleó el 20%), es decir que el algoritmo primero busca el máximo valor del pulso en el eje de las ordenadas y luego lo multiplica por un valor programado (en nuestro caso 0.2) y fija en esa posición el umbral primario. El lado del pulso que contiene el máximo valor y el umbral primario, se le conoce como lado primario.

El umbral secundario se determina multiplicando otro límite programado (en nuestro caso 0.8) por el máximo valor del pulso del lado primario.

El método del intercepto permite separar los pulsos mediante la localización de los puntos donde los pasos de voltaje atraviesan el punto cero. La rutina programada en el algoritmo, explora los datos desde el instante de tiempo cero hasta el punto donde cruza el umbral del lado primario. Los datos son explorados de atrás hacia delante, con dirección al tiempo cero, hasta que el voltaje alcance un valor de cero; y este será el punto de inicio del pulso. El final del pulso se determina explorando los valores de voltaje desde el umbral secundario de la onda hasta su paso a través de cero.

El comienzo y el final del pulso reflejado se determinan de manera similar, a diferencia que se usa un valor negativo para los umbrales.

Una vez conocidos los puntos de inicio y final de cada uno de los pulsos, el algoritmo procede a alinear los pulsos, llevándolos a un cero común, es decir como si todos comenzaran en un mismo instante de tiempo; este procedimiento es necesario para darle validez a las curvas dinámicas esfuerzo –deformación que se hallen con la información derivada de estos pulsos.

4. MATERIALES DE FABRICACION Y DISEÑO DE LA BARRA HOPKINSON

Después de revisar todos los aspectos referentes a la barra de Hopkinson, aplicaremos toda la teoría al diseño y selección de los materiales de fabricación de nuestra Barra de Hopkinson.

4.1 MATERIAL DE FABRICACION DE LAS BARRAS DE PRESION

Son muchos los factores que influyen en la correcta selección de los materiales de fabricación de cada uno de los elementos de la barra de Hopkinson.

Para seleccionar el material de las barras de presión, es necesario tener en cuenta todos los aspectos mencionados en el capítulo 3, en la sección 3.1.1 titulada “Características deseables en las barras de presión”. Donde la característica más relevante para la selección del material es:

- El punto de fluencia del material de fabricación de las barras, determina el máximo esfuerzo alcanzable en el espécimen. Lo que repercute en la selección de un material con muy alta resistencia.

Las características mencionadas en la sección 3.1.1, relacionadas con el dimensionamiento de las barras, nos permiten determinar estas las dimensiones de longitud (L) y de diámetro (D) para nuestras barras. Para cumplir con todas las características deseadas, las especificaciones para nuestra barra de Hopkinson, son las mostradas en la tabla 3.

Tabla 3. *Características de Fabricación de las barras de Presión.*

Material:	AISI –SAE 4340
Rest. Ultima:	250 Ksi. (1720 MPa)

Rest. Fluencia:	230 Ksi. (1590 MPa)
Longitud:	60 in (1.524 m)
Diámetro:	1/2 in (12.7 mm)
L/D :	120

Mientras que las características del material a ensayar (Acero ASTM A-131), son las mostradas en la tabla 4:

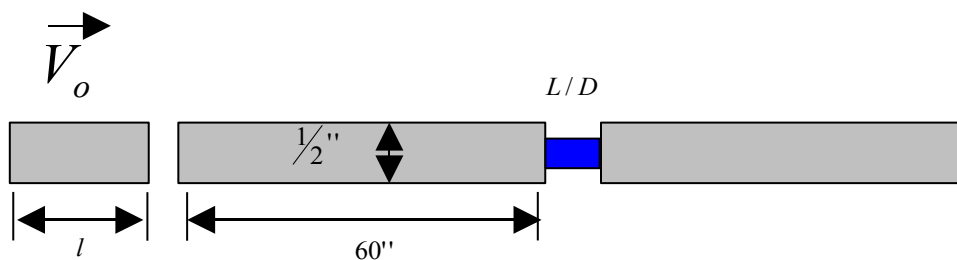
Tabla 4. Propiedades del Acero ASTM A-131

Material:	ASTM A-131
Rest. Ultima:	58 a 75 Ksi. (400 a 516 MPa)
Rest. Fluencia:	34 Ksi. (235 MPa)

4.2 CALCULOS DE LAS DIMENSIONES DE LA PROBETA Y DE LA BARRA GOLPEADORA

La figura 45, muestra las principales dimensiones de las barras de presión, e indica los dos parámetros de la barra golpeadora (**striker**), que deben calcularse con base a las condiciones deseadas durante el ensayo.

Figura. 45 Dimensiones de las barras de presión y para metros de la barra golpeadora



Consideramos una reducción en el del 25% en el área, entre las barras y el espécimen para limitar la máxima deformación a obtener en el mismo. Por lo tanto el diámetro del espécimen será:

$$D = 0.5 - (0.5 \times 0.25) \Rightarrow D = 0.375 \text{ in } (9.525 \text{ mm})$$

Para corregir el error debido a la inercia longitudinal y radial producidas por la rápida aceleración de las partículas impuesta por las altas velocidades de deformación, en el espécimen debe cumplirse la expresión Ec 65.

$$\frac{L}{D} = \sqrt{\frac{3v_s}{4}} \Rightarrow L = D \sqrt{\frac{3v_s}{4}} = (0.375) \sqrt{\frac{3(0.33)}{4}} \Rightarrow L = 0.18656 \text{ in } (4.738 \text{ mm})$$

A una velocidad de deformación constante es directamente proporcional a la longitud de la striker (l) según la expresión Ec. 67.

$$\varepsilon = 2 \varepsilon \frac{l}{C_o},$$

Donde ε = Máx. Deformación obtenida en el espécimen, $\dot{\varepsilon}$ = Velocidad de deformación y C_o = Velocidad de la onda en la barra

Para las Barras de Acero AISI-SAE 4340 el Modulo de elasticidad y la densidad tienen los siguientes valores:

$$E = 303 \times 10^5 \text{ psi } (209.180 \text{ GPa})$$

$$\rho = 0.283 \text{ lbm/in}^3 (7834 \text{ kg/m}^3)$$

$$C_o = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{303 \times 10^5 \text{ lbf/in}^2}{0.283 \text{ lbm/in}^3}} = \sqrt{1.07067 \times 10^8 \frac{\text{lbf} \times \text{in}}{\text{lbm}} \times \left(\frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}}\right)} = \sqrt{8.92226 \times 10^6 \frac{\text{lbf} \times \text{ft}}{\text{lbm}}}$$

$$C_o = \sqrt{8.92226 \times 10^6 \frac{\text{lbf} \times \text{ft}}{\text{lbm}} \times \left(\frac{32.2 \text{ lbm} \times \text{ft}}{\text{lbf} \times \text{s}^2}\right)} = \sqrt{2.87296 \times 10^8 \text{ ft}^2/\text{s}^2} = 16949.83244 \text{ ft/s}$$

$$C_o = 203400 \text{ in/seg. (5166 m/s.)}$$

Despejando la longitud de la striker en la expresión Ec. 67:

$$l = \frac{\varepsilon \times C_o}{2\varepsilon}$$

Consideraciones:

- La máxima deformación que se puede obtener en el espécimen es de 25%
 $\varepsilon = 0.25$.
- La máxima velocidad de deformación es un parámetro de diseño por lo tanto depende de nuestras necesidades.

De acuerdo a las necesidades del presente proyecto, y considerando que se busca simular velocidades de deformación comparables a una explosión confinada, se utilizará para la realización de los cálculos de las ecuaciones de diseño del experimento y para la realización de los planos de construcción del mismo, una velocidad de deformación de 4000 s^{-1} . Sin embargo, para prever la posible realización de ensayos a una velocidad de deformación menor, también se incluirán los cálculos necesarios si la velocidad deseada fuese 3000 s^{-1} , con el fin de ilustrar las consideraciones y variaciones necesarias para otras velocidades de deformación.

Caso 1: Para la velocidad de deformación de 4000 s^{-1} tenemos:

$$l = \frac{\varepsilon \times C_o}{2\varepsilon} = \frac{(0.25)(203400\text{ in/s})}{2(4000\text{ s}^{-1})} \Rightarrow l = 6.356\text{ in} \quad (16.145\text{ cm})$$

Caso 2: Para una velocidad de deformación de 3000 s^{-1} tenemos:

$$l = \frac{\varepsilon \times C_o}{2\varepsilon} = \frac{(0.25)(203400\text{ in/s})}{2(3000\text{ s}^{-1})} \Rightarrow l = 8.475\text{ in} \quad (21.526\text{ cm.})$$

Para calcular la velocidad del impacto del striker se utiliza la expresión Ec. 68:

$$\varepsilon = \frac{V_o}{L}$$

Donde V_o = Velocidad de la barra Golpeadora (**Striker**), L = Longitud del Espécimen.

Para el caso 1:

$$V_o = (4000\text{ s}^{-1})(0.18656\text{ in}) = 746.241\text{ in/s} = 62.187\text{ ft/s.} \quad (18.9545\text{ m/s.})$$

Para el caso 2:

$$V_o = (3000\text{ s}^{-1})(0.18656\text{ in}) = 559.68\text{ in/s} = 46.64\text{ ft/s} \quad (14.2159\text{ m/s.})$$

4.3 ANALISIS POR ENERGIA DE DEFORMACION ABSORBIDA EN EL IMPACTO

Para determinar la deformación aproximada y el esfuerzo desarrollado en el cuerpo deformable (Barras), cuando es sometido al impacto, hay que hacer las hipótesis necesarias para que el comportamiento de los cuerpos que chocan sea similar a la respuesta de un modelo Bloque – Resorte.

Figura 46. *Sistema Masa- Resorte equivalente para el análisis de energía de deformación de las barras de presión*

Consideraciones:

- El cuerpo en movimiento es rígido (Bloque).
- El cuerpo estacionario es deformable (Resorte)
- No se pierde energía por calor, sonido o deformaciones plásticas locales
- Cuando ocurre el choque, los cuerpos permanecen en contacto hasta que el cuerpo alcanza su deformación máxima.
- Durante el movimiento se desprecia la inercia o masa del cuerpo elástico.

Estas consideraciones conducen a una estimación conservadora del esfuerzo y deformación en el cuerpo. Es decir sus valores serán mayores que los que en realidad ocurren.

Si la fuerza P causada en el impacto desplaza la parte superior de la barra una distancia Δ .

Dado que $\Delta = \frac{PL}{AE}$; entonces un resorte de rigidez $K = \frac{AE}{L}$, sería desplazado la misma cantidad por la fuerza P (Según la ley de Hooke).

En nuestro caso la energía cinética de la barra golpeadora (**striker**), se transforma en energía almacenada en nuestro resorte equivalente:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}K\Delta_{\max}^2 \Rightarrow \left(\frac{W}{g}\right)v^2 = K\Delta_{\max}^2 \Rightarrow \Delta_{\max} = \sqrt{\frac{Wv^2}{Kg}}$$

$$\Delta_{\max} = \sqrt{\frac{mv^2}{K}}$$

$$K = \frac{AE}{L} = \frac{\left(\frac{\pi(0.5)^2}{4}\right)(3 \times 10^7)}{5 \text{ ft}} \Rightarrow K = 1.178 \times 10^6 \frac{\text{Lbf}}{\text{ft}} \quad (17.19 \times 10^6 \text{ N/m})$$

- Para el primer caso (4000 s.⁻¹) los datos de la barra golpeadora (**Striker**) son:

$$V_o = 62.187 \text{ ft/s} \quad (18.9545 \text{ m/s})$$

$$l = 6.356 \text{ in} \quad (16.145 \text{ cm.})$$

La masa de la barra golpeadora (Striker) puede calcularse a partir del valor de la densidad del material (AISI-SAE 4340) y calculando el volumen de la barra conociendo su longitud y diámetro, de esta manera se obtiene en este caso que:

$$m = 0.3529 \text{ lbm}$$

$$m = 0.01096 \text{ slug} \quad (0.1601 \text{ Kg.})$$

Por tanto:

$$\Delta_{max} = \sqrt{\frac{mv^2}{K}} = \sqrt{\frac{(0.01096 \text{ slug})(62.187 \text{ pie/s})^2}{1.178 \times 10^6 \left(\frac{\text{slug} \cdot \text{ft/s}^2}{\text{ft}}\right)}} \Rightarrow \Delta_{max} = 0.00599 \text{ ft}$$

$$\Delta_{max} = 0.07198 \text{ in} (1.828 \text{ mm})$$

Una vez calculada Δ_{max} , se puede calcular la fuerza dinámica máxima como:

$$P_{max} = K\Delta_{max} = \left(1.178 \times 10^6 \frac{\text{Lbf}}{\text{ft}}\right)(0.00599 \text{ ft})$$

$$P_{max} = 7055.74 \text{ lbf} (31.383 \text{ kN})$$

Esta es una carga estática equivalente, por lo tanto el esfuerzo máximo en el miembro puede calcularse como:

$$\sigma_{max} = \frac{7055.74 \text{ lbf}}{(\pi/4)(0.5)^2} \Rightarrow \sigma_{max} = 35.934 \text{ Kpsi} (247.250 \text{ MPa})$$

- Para el segundo caso (3000 s^{-1}) los datos de la barra golpeadora (**Striker**) son:

$$V_o = 46.64 \text{ ft/s} (14.2159 \text{ m/s.})$$

$$l = 8.475 \text{ in} (21.526 \text{ cm.})$$

La masa de la barra golpeadora (Striker) puede calcularse a partir del valor de la densidad del material (AISI-SAE 4340) y calculando el volumen de la barra conociendo su longitud y diámetro, de esta manera se obtiene en este caso que:

$$m = 0.4709 \text{ lbm}$$

$$m = 0.01462 \text{ slug} (0.2136 \text{ Kg.})$$

Por tanto:

$$\Delta_{max} = \sqrt{\frac{mv^2}{K}} = \sqrt{\frac{(0.01462 \text{ slug})(46.64 \text{ ft/s})^2}{1.178 \times 10^6 \left(\frac{\text{slug} \cdot \text{ft/s}^2}{\text{ft}}\right)}} \Rightarrow \Delta_{max} = 0.005196 \text{ ft}$$

$$\Delta_{max} = 0.06235 \text{ in (1.58 mm)}$$

Una vez calculada Δ_{max} , se puede calcular la fuerza dinámica máxima por medio de:

$$P_{max} = K\Delta_{max} = 1.178 \times 10^6 \frac{\text{Lbf}}{\text{ft}} (0.005196 \text{ ft})$$

$$P_{max} = 6120.888 \text{ lbf (27.225 kN)}$$

Esta es una carga estática equivalente, por lo tanto el esfuerzo máximo en el miembro puede calcularse como:

$$\sigma_{max} = \frac{6120.888 \text{ lbf}}{(\pi/4)(0.5)^2} \Rightarrow \sigma_{max} = 31.1204 \text{ Kpsi (187.711 MPa)}$$

4.4 COMPAPARACION CON EL MODULO DE RESILENCIA

Ahora es necesario comparar los resultados hallados en la sección anterior de la energía absorbida durante el impacto, con la cantidad de energía que el material

de las barras puede absorber antes de alcanzar el punto de fluencia (modulo de resiliencia.). El cual se calcula como:

$$U_r = \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_y^2}{E} \right) \nabla = \frac{1}{2} \left(\frac{(230)^2}{303 \times 10^5} \right) (0.19635)(60)$$

$$U_r = 10.284 \text{ Kip} \cdot \text{in} \quad (1.161 \text{ kN m})$$

Hallemos la energía absorbida en cada caso planteado:

Caso 1:

$$U_1 = \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_{\max}^2}{E} \right) \nabla = \frac{1}{2} \left(\frac{(35.934)^2}{303 \times 10^5} \right) (0.19635)(60)$$

$$U_r = 0.25102 \text{ Kip} \cdot \text{in} \quad (28.36 \text{ N m})$$

Caso 2:

$$U_2 = \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_{\max}^2}{E} \right) \nabla = \frac{1}{2} \left(\frac{(31.1204)^2}{303 \times 10^5} \right) (0.19635)(60)$$

$$U_r = 0.1882 \text{ Kip} \cdot \text{in} \quad (21.27 \text{ N m})$$

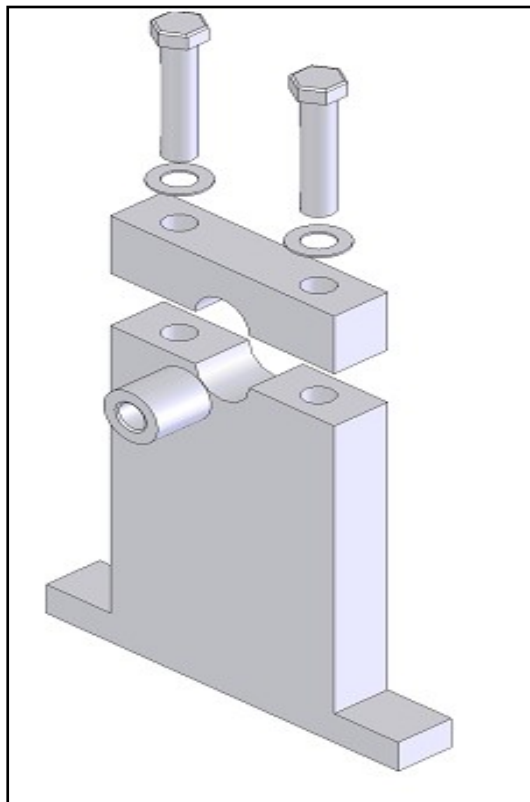
Dado que $U_r \gg U_1$ y $U_r \gg U_2$ en ninguno de los dos casos el miembro fallará por fluencia.

4.5 DISEÑO DE SOPORTES Y MONTAJE

Las barras de presión están montadas sobre una viga rígida (un perfil en I) y sujetadas por soportes espaciados entre sí, de 100 a 200 mm (4 a 8 in). Estos soportes se fabrican en aluminio 6061 T-6, con un buje de bronce, cuyo diámetro interior debe proporcionar una tolerancia que permita una expansión radial de las barras después que se presente el evento de impacto.

El tipo de soporte a usar en el ensayo se puede apreciar en la figura 47.

Figura 47. Soporte de barras de presión.



En el capítulo 3...Ver sección 3.2 ... se mencionó que era posible calcular la cantidad de expansión radial de que experimenta la barra cuando un pulso de esfuerzo es inducido en la barra incidente por la striker o barra golpeadora; por medio de expresiones en función del esfuerzo, el modulo Elástico y el modulo de Poisson del material de la barra. Por lo que el valor de esta expansión puede determinarse a partir de la expresión Ec. 66:

$$\varepsilon_{Longitudinal} = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_{Radial} = -\varepsilon_{Longitudinal} \nu$$

Donde σ es el máximo esfuerzo inducido por la barra golpeadora (**striker**) sobre la barra incidente, el cual fue calculado en la sección 4.3, para una velocidad de deformación de 4000 s^{-1} . Dando como resultado :

$$\sigma_{\max} = 35.934 \text{ Kpsi} \quad (247.250 \text{ MPa})$$

Para el material de fabricación de las barras (AISI-SAE 4340) el modulo de Poisson (ν) tiene un valor de 0.329. Al sustituir cada uno de estos valores se obtiene:

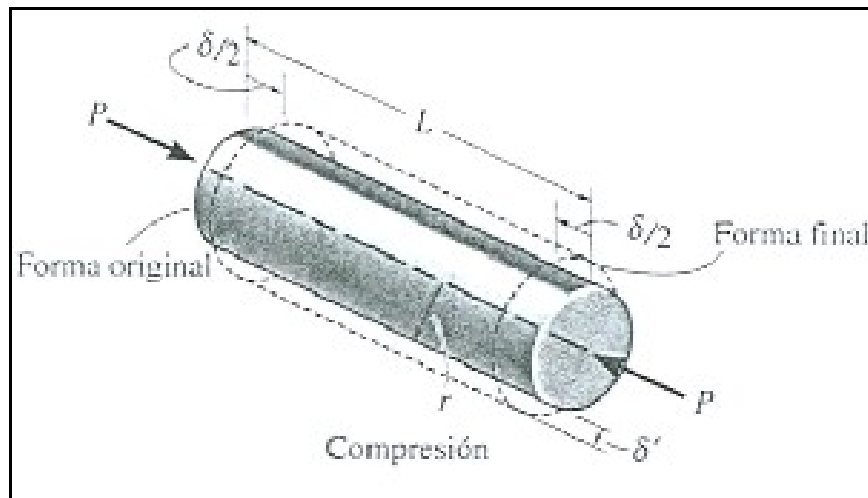
$$\varepsilon_{Longitudinal} = \frac{\sigma}{E} = \frac{35934 \text{ psi}}{303 \times 10^5 \text{ psi}} = 0.0011859$$

$$\varepsilon_{Radial} = \varepsilon_{Longitudinal} \nu$$

$$\varepsilon_{Radial} = 0.0011859(0.329) = 0.000390174$$

La deformación radial guarda relación con el incremento del radio de la barra, como se puede apreciar en la figura 48.

Figura 48. Relación entre la deformación radial y el incremento del radio de una barra sometida a compresión



Tomado de Resistencia de Materiales. Hibbeler. p.107

Por lo tanto:

$$\varepsilon_{Radial} = \frac{\delta}{r} \Rightarrow \delta = (0.000390174)(0.25 \text{ in})$$

$$\delta = 9.8 \times 10^{-5} \text{ in}$$

Lo que indica que el diámetro interior del buje de bronce, debe permitir una expansión diametral mínima de $19.5 \times 10^{-5} \text{ in}$ ($5 \times 10^{-3} \text{ mm}$); Sin embargo estos bujes se fabrican con tolerancias de 0.001 a 0.002 in (25 a 50 μm) [8],

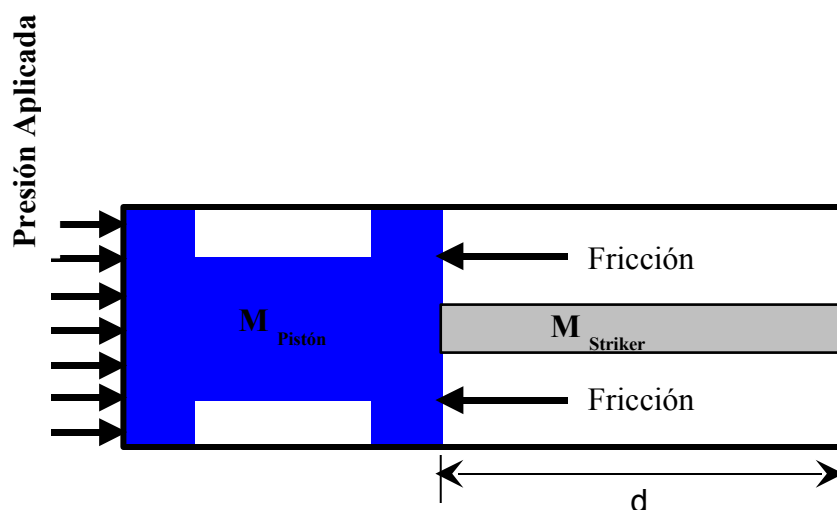
contemplando la posibilidad de realizar ensayos a velocidades de deformación mas altas.

4.6 DISEÑO DE LA PISTOLA DE GAS (GAS GUN)

Los aspectos relacionado con el funcionamiento y los principales componentes de este dispositivo fueron desarrollados en detalle en el capítulo 3... ver sección 3.3.1 ... en el cual se planteó que el medio para proporcionar la velocidad requerida a la barra golpeadora (**striker**) es un sistema conformado por un cilindro que contiene un pistón impulsado por la presión de un gas.

También se mencionó que el diseño simplificado de este dispositivo se logra mediante la determinación de la aceleración del sistema, a través de un análisis de fuerzas al diagrama de cuerpo libre mostrado en la figura 49:

Figura 49. Diagrama de cuerpo libre del sistema cilindro pisto y barra golpeadora.



Luego de asumir aceleración uniforme, presión del tanque constante e ignorando los efectos de fricción, se determinó que la velocidad de la barra golpeadora (**striker**) esta relacionada con la aceleración del sistema , según la expresión Ec. 71:

$$V_{Striker} = \sqrt{2a_{Sistema} d}$$

Donde d es la longitud del cilindro menos la longitud del pistón, y que según consideraciones de diseño, será igual a la longitud de la barra golpeadora (**Striker**). Para la velocidad de deformación de diseño, $4000 s^{-1}$, los valores calculados de velocidad y longitud de la barra golpeadora (**Striker**) fueron:

$$V_{Striker} = 62.187 ft/s \quad (18.9545 m/s.)$$

$$l = d = 6.356 in \quad (16.145 cm.)$$

Por lo tanto:

$$a_{Sistema} = \frac{(V_{Striker})^2}{2d} = \frac{(62.187 ft/s)^2}{2(6.356)(1/12 ft)} = 3042.16 ft/s^2 \quad (927.25 m/s^2)$$

Este valor de aceleración, puede ser sustituido en la expresión Ec. 70, para estimar la presión del gas. De esta manera se obtiene:

$$F_{Aplicada} = M_{Sistema} a_{Sistema}$$

$$P_{Tanque} A_{Piston} = (M_{Piston} + M_{Striker}) a_{Sistema}$$

$$P_{Tanque} = \frac{(M_{Piston} + M_{Striker}) a_{Sistema}}{A_{Piston}}$$

De donde son valores conocidos:

$$a_{Sistema} = 3042.16 \text{ ft/s}^2 \quad (927.25 \text{ m/s}^2)$$

$$m = 0.3529 \text{ lbm}$$

$$m = 0.01096 \text{ slug} \quad (0.1601 \text{ Kg.})$$

El resto de los valores necesarios para determinar la presión requerida, tienen que ver con las dimensiones del pistón y deberán asumirse con base a criterios específicos. Para determinar el área efectiva del pistón que estará en contacto con el gas, se ha tomado como criterio el diámetro de la tubería de alta presión sin costura, que transportará el gas desde el tanque hasta el pistón. Como se busca que la liberación de presión sea súbita, y que el gas contacte el área efectiva del pistón de manera uniforme, se hará coincidir el diámetro de la tubería seleccionada con el del área del pistón.

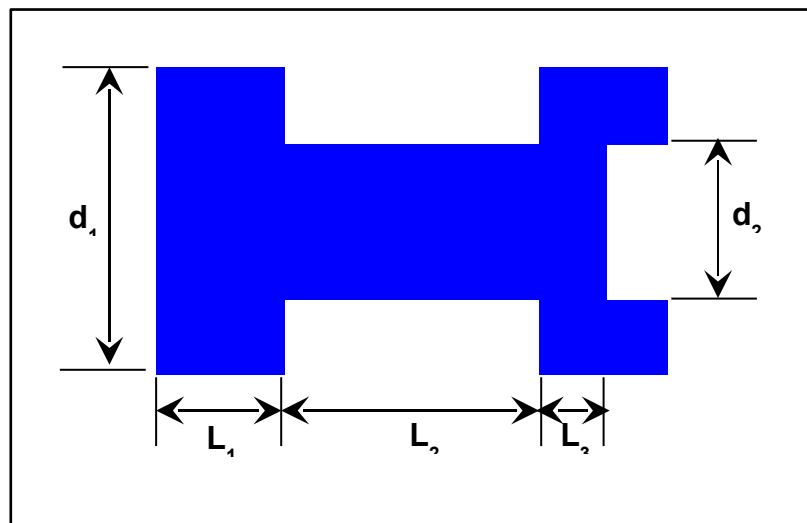
La tubería sin costura de alta presión, seleccionada tiene un diámetro de 1 in (12.7 mm), por lo tanto el área efectiva del pistón será:

$$A_{Piston} = \frac{\pi (1 \text{ in})^2}{4} = 0.7853 \text{ in}^2 \quad (506.644 \text{ mm}^2)$$

El otro parámetro de interés es la masa del pistón, la cual está relacionada con el material de fabricación y con las otras dimensiones de este componente.

Como material de fabricación se ha seleccionado Aluminio 6061 T-6, por tener una densidad mas baja que otros materiales que podrían usarse (0.098 lb/in³ o 2790 Kg/ m³). Esto conlleva a que la pieza sea mas liviana optimizando la presion requerida. Las principales dimensiones del pistón fueron establecidas como se puede apreciar en la figura 50 y sus dimensiones completas se detallan en su plano de construcción ...Ver Anexo B...:

Figura 50. Principales dimensiones del pistón del sistema de propulsión (Gas Gun)



$$d_1 = 1 \text{ in (1.27 cm)}, \quad d_2 = 0.5 \text{ in (0.635 cm)}, \quad L_1 = 0.787 \text{ in (2 cm)}$$

$$L_2 = 1.574 \text{ in (4 cm)}, \quad L_3 = 0.393 \text{ in (1 cm)}.$$

De esta forma se puede calcular la masa del pistón de la siguiente manera:

$$M_{Piston} = \rho \nabla_{Piston}$$

$$\nabla_{Piston} = \left[2 \left(\pi (1 \text{ in})^2 / 4 \right) (0.787 \text{ in}) \right] + \left[\left(\pi (0.5 \text{ in})^2 / 4 \right) (1.574 \text{ in}) \right] - \left[\left(\pi (0.5 \text{ in})^2 / 4 \right) (0.393 \text{ in}) \right]$$

$$\nabla_{Piston} = 1.4678 \text{ in}^3 \quad (24.052 \text{ cm}^3)$$

Por lo tanto:

$$M_{Piston} = (0.098 \text{ lbm/in}^3) (1.4678 \text{ in}^3) = 0.1438 \text{ lbm}$$

$$M_{Piston} = 0.00446 \text{ slug} \quad (0.0652 \text{ Kg})$$

Con el valor de la masa del pistón, se ha completado los parámetros para determinar la presión necesaria en el tanque, por medio de la expresión Ec. 70:

$$P_{Tanque} = \frac{(M_{Piston} + M_{Striker}) a_{Sistema}}{A_{Piston}}$$

$$P_{Tanque} = \frac{(0.00446 \text{ slug} + 0.0109 \text{ slug}) 3042.16 \text{ ft/s}^2}{0.7853 \text{ in}^2}$$

$$P_{Tanque} = 60 \text{ psi} \quad (413.67 \text{ KPa})$$

$$P_{Tanque} = 4.1367 \text{ bar}$$

Este valor de presión efectiva representa la presión que debe suministrarse directamente al pistón para producir una velocidad de 62.187 ft/s (18.9545 m/s) en la barra golpeadora (**Striker**) para que al impactar la barra incidente se obtenga una velocidad de deformación de 4000 s^{-1} .

4.6.1 Criterios de selección del gas. Las principales características que debe tener el gas que se va a utilizar para suministrar la presión requerida al sistema de

propulsión de la barra golpeadora y que se convierten en los principales criterios de selección son las siguientes:

- 1) Debe ser un gas inerte, ya que debido a la fricción a la que va a ser sometido durante la realización del ensayo, una chispa podría desatar una reacción explosiva del gas.
- 2) No debe ser un gas tóxico, ya que en el momento del ensayo hay operarios presentes en el área de pruebas y el gas luego de ser utilizado, se libera inmediatamente al ambiente.
- 3) Debe ser un gas económico.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, fueron preseleccionados dos gases inertes que pueden superar ampliamente las presiones deseadas y además no son tóxicos, estos dos gases son: Nitrógeno (N_2) y aire.

Las propiedades físico-químicas de ambos tipos de gases son bastante similares, por lo que selección dependerá únicamente de la variable costo.

Los siguientes datos fueron suministrados por la empresa **AGA FANO** y corresponden a las presentaciones comerciales de los gases seleccionados, las cuales se ven claramente representadas en la tabla 5:

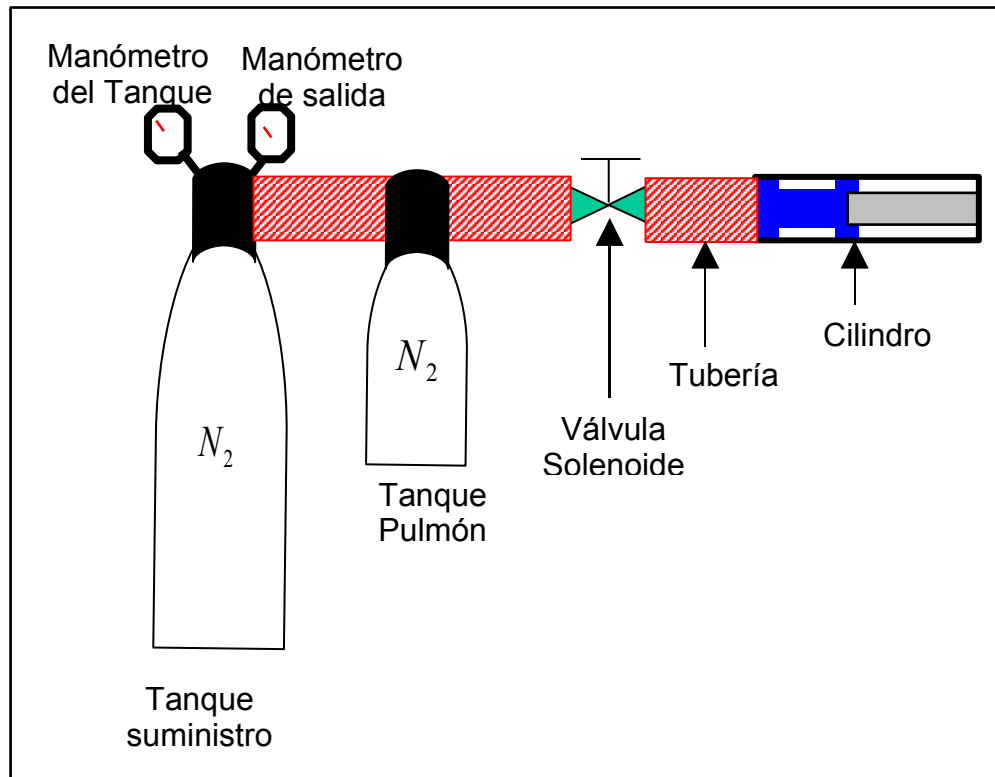
Tabla 5. *Relación de presión y volumen para N_2 y aire (AGA FANO)*

Volumen del Recipiente.	Volumen de Gas para una presión de 200 bares	
	Nitrógeno	Aire
40Lt	8,5 m ³	8,5 m ³
50Lt	9,5 m ³	10,5 m ³

Teniendo en cuenta el precio actual de 1 metro cúbico de cualquier gas (8.000 pesos m/l), es más rentable seleccionar balas de Nitrógeno de 50Lt, dado que alcanza la misma presión que el aire, pero con menos volumen, lo que genera un ahorro de 1 metro cúbico de gas por cada 200 bares de presión efectiva.

4.6.2 Mecanismo de suministro de presión. La siguiente etapa del diseño consiste en idear un mecanismo que permita extraer de la bala de nitrógeno la cantidad de gas necesaria para suministrarle al sistema la presión del ensayo que se ha calculado en 60 psi (4.136 bar). El mecanismo propuesto para este fin, se puede apreciar esquemáticamente en la figura 51:

Figura 51. Esquema del mecanismo de suministro de presión



La descripción del funcionamiento de este mecanismo de suministro de presión puede simplificarse en los siguientes pasos:

- 1.) Del tanque suministro se hace circular gas hacia el tanque pulmón, hasta que en el mismo se registren aproximadamente 5 bares + 1, ya que como la liberación de presión se realizará súbitamente la única oposición que encontrará el gas al salir del tanque será la presión atmosférica (1 bar).
- 2.) Se cierran las válvulas del regulador tanto del tanque suministro como del tanque pulmón.

- 3.) Con el tanque pulmón cargado, se desconecta la manguera que comunica el tanque pulmón con el tanque suministro y se conecta inmediatamente el tanque pulmón con la válvula solenoide la cual regula el paso de gas al sistema de impulso manejando de una manera mas exacta la liberación súbita de la presión del tanque pulmón.
- 4.) Se activa la válvula solenoide y se produce la liberación súbita de presión al ambiente, impulsando así, la barra golpeadora (Striker) a la velocidad necesaria para producir la velocidad de deformación deseada.

4.7 SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS

La otra parte fundamental del diseño del ensayo de barra de Hopkinson, son todos los componentes electrónicos que permiten recopilar, digitalizar, manipular y visualizar cada uno de los datos de interés. Un completo sistema de adquisición de datos esta conformado por:

- Medidores de desplazamiento en las barras de presión (**Strain Gages**).
- Puente De Wheatstone.
- Sistema Amplificador.
- Tarjeta de adquisición de datos.
- Medidor de velocidad de la barra golpeadora.

Algunos de estos componentes hay que diseñarlos cuidadosamente según las necesidades de la investigación, mientras que otros se seleccionan de una amplia

gama de posibilidades. A continuación se detalla el proceso selección y diseño de estos componentes.

4.7.1 Selección de medidores de desplazamiento en las barras de presión (strain gages). Para seleccionar los medidores de desplazamientos que se van a montar sobre cada una de las barras del ensayo, hay que tener en cuentas varios aspectos:

1.) *Modelo de la Galga:* Hace referencia al tipo de configuración de la red de la galga (Uniaxial o Multiaxial).

Se escogen galgas uniaxiales cuando:

- Se necesita investigar la deformación en una sola dirección.
- El costo es un factor indispensable, dado que las galgas uniaxiales son mas económicas que las biaxiales y triaxiales.

Se escoge galgas Biaxiales o Triaxiales (Rosetas $0^\circ - 90^\circ$, $0^\circ - 45^\circ - 90^\circ$, Rosetas Delta $0^\circ - 60^\circ - 120^\circ$) cuando:

- Se necesita investigar los esfuerzos principales y se conoce los ejes principales.

2.) *Longitud de las galgas:* La cual expresa la longitud de la galga, que es sensible a deformación, el rango comercial de longitudes va desde 0.2 mm a 100 mm (0.008 in - 4 in) pero para aplicaciones comunes, fabricantes recomiendan galgas de 3 mm a 6 mm (0.125 in a 0.25 in).

Se escogen galgas más cortas ($\geq 3\text{ mm}$ - 0.125 in) cuando:

- Se disponga de poco espacio para montar las galgas.
- Se necesite medir un gradiente de deformación específico.
- La exactitud no es crítica.

Se escogen galgas más largas (6 mm - 0.25 in) cuando:

- La velocidad de instalación es importante; pues las galgas más grandes son más fáciles de montar e instalar.
- Los ensayos se realizan a elevada temperatura o bajo estados de esfuerzo cíclicos. Las galgas más grandes son menos sensibles a los efectos del calor.
- El objeto a medir no tiene propiedades materiales homogéneas, como el concreto.
- El costo es un factor indispensable. Las galgas de 5 mm a 12.7 mm (0.2 in a 0.5 in) son mas económicas que las galgas de otra longitud.

3.) *Resistencia de la Galga:* La resistencia eléctrica de la galga está directamente relacionada con su sensibilidad.(A mayor resistencia, mayor sensibilidad).

Se escogen galgas con alta resistencia (350 a 1000 Ω) cuando:

- Se desea sensibilidades mas altas
- Se desea compatibilidad con instrumentación existente.

Se escogen galgas con baja resistencia (120 Ω) cuando:

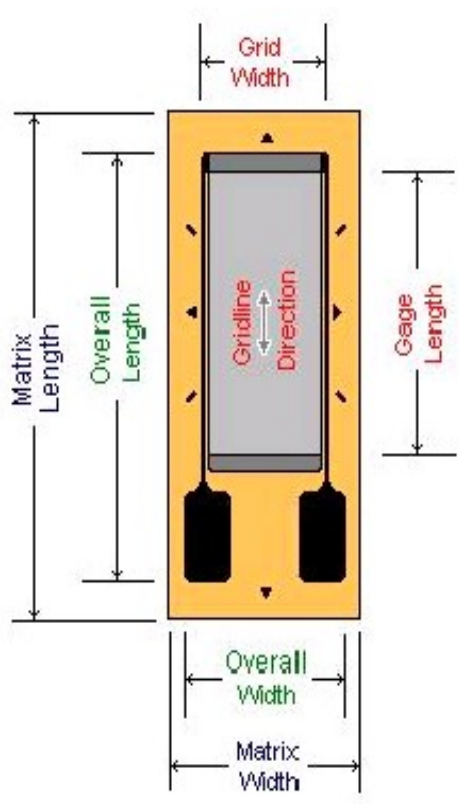

- Se analizan cargas por fatiga. (Los alambres de este tipo de galgas tienen mayor diámetro y son más resistentes a la fatiga.)
- El costo es un factor indispensable. Las galgas de 120 Ω son más económicas que las de 350 Ω .

Teniendo en cuenta todos estos criterios, se seleccionarán las galgas que utilizaremos en el desarrollo de los ensayos en La Barra de Hopkinson, para este fin las características de las galgas son:

- *Uniaxial*: Pues durante solo deben obtenerse deformaciones en una sola dirección (Axial), esto se garantiza a través del cumplimiento de las condiciones para la propagación unidimensional de la onda.
- *Longitud*: La recomendada por los fabricantes para propósitos generales, es decir, de 3 mm a 6 mm (0.125 in a 0.25 in). Lo más cercano posible al límite inferior (3 mm) dado que las deformaciones alcanzadas durante el ensayo son muy pequeñas.
- *Resistencia*: Dado que el costo es un factor indispensable. Se seleccionarán galgas de 120 Ω .

En cumplimiento a estas características, las galgas seleccionadas son: EP-08-125AD-120 fabricadas por “**VISHAY**”. Y cuya ficha técnica de especificaciones se puede apreciar en la tabla 6:

Tabla 6 . Especificaciones de las galgas seleccionadas

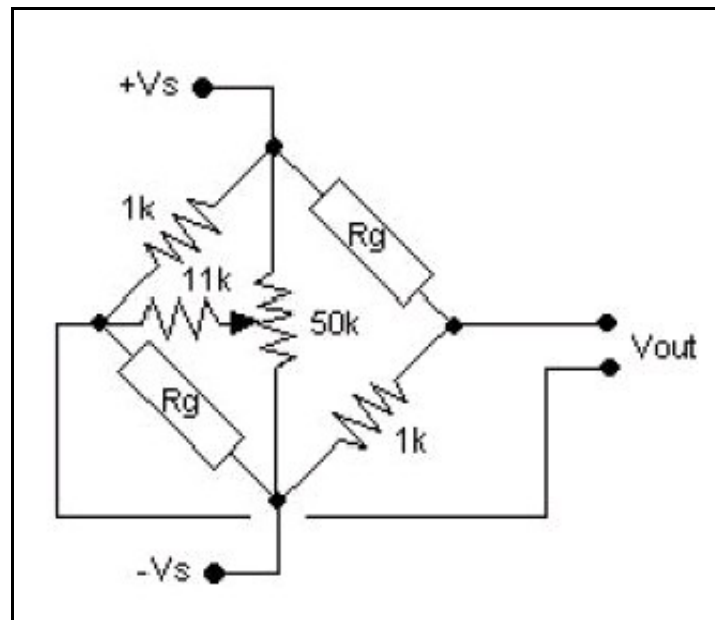
	EP-08-125AD-120
	Longitud de Galga (Gage Length): 3.18 mm (0.125 in)
	Longitud Total (Overall Length): 6.35 mm (0.250 in)
	Ancho de Red (Grid Width): 3.18 mm (0.125 in)
	Ancho Total (Overall Width): 3.18 mm (0.125 in)
	Longitud de Portador (Matrix Length) 10.2 mm (0.4 in)
	Ancho del Portador(Matrix Width): 5.6 mm (0.22 in)
	Resistencia Eléctrica: 120 ±0.15% Ω
	Fabricante:
	

4.7.2 Puente de Wheatstone. La instrumentación a utilizar en la configuración de puente de Wheatstone para este proyecto, fue cuidadosamente seleccionada, pero posteriormente deberá ser probada y chequeada para verificar una adecuada operación. Por lo tanto, está sujeta a cualquier modificación o reparación que fuese necesaria.

Como se mencionó en el Capítulo 3, la configuración a usar consta de dos resistores y dos galgas (**strain gages**) como las mostradas en la tabla 6, todos

estos componentes estarán configurados como dos circuitos paralelos. Se le suministra un voltaje de excitación ($\pm V_s$), y cuando las galgas (**strain gages**) sean sometidos a un evento de deformación su respuesta genera un voltaje de salida V_{OUT} . Con el fin de anular pequeñas variaciones en los valores de las resistencias, se utiliza un balanceador en el circuito, el cual proporciona un medio adecuado para tener una condición de cero en el voltaje de salida, cuando el voltaje de entrada también sea cero. La manera más adecuada de lograr esto es con una configuración “Medio-Puente”, cuyos componentes y valores de las resistencias se indican en la figura 52:

Figura 52. Componentes del “Medio Puente” y valores de las resistencias a utilizar

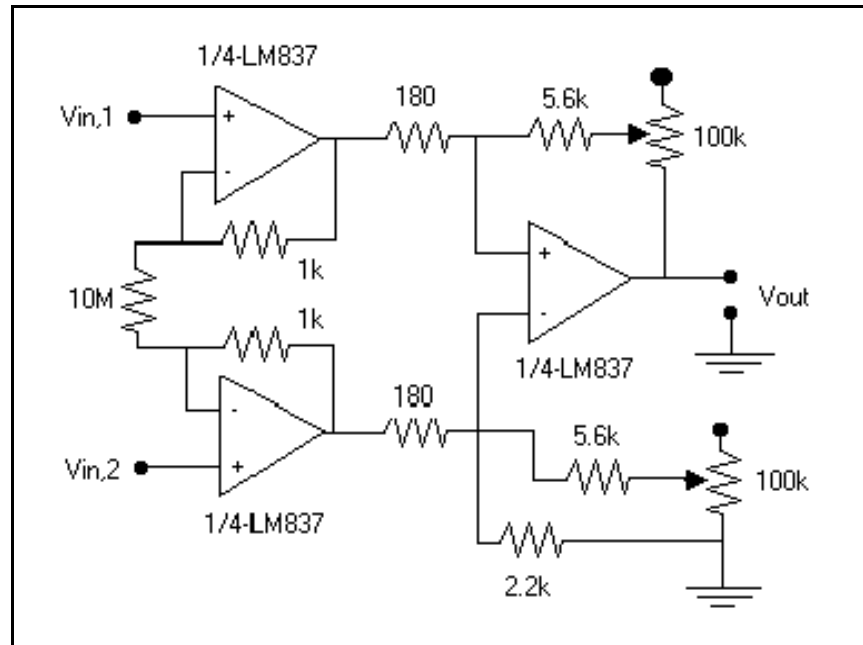


Tomado de [18]. p. 77.

En esta configuración, que ha sido utilizada exitosamente en “**Naval Surface Warfare Center Dahlgren Division. (NSWCDD)**” en Blacksburg, Virginia. El voltaje de excitación V_s es introducido al circuito a través de un potenciómetro de 50 k Ω y un resistor de 11 k Ω . El potenciómetro puede ser ajustado a cambios del nivel de voltaje introducidos y a desbalances causados por las tolerancias de las resistencias y de las galgas, balanceando de esta manera el circuito. Con el circuito balanceado, el cambio de la resistencia de las galgas (**strain gages**), producido por un evento cualquiera de deformación, causa un respectivo desbalance y por consiguiente, un voltaje de salida.

4.7.3 Diseño del sistema amplificador. Dado que las deformaciones generadas en el ensayo de barra de Hopkinson, son relativamente pequeñas, se hace necesario el uso de amplificadores para captar adecuadamente la señal del voltaje de Salida (V_{out}). En el capítulo 3 se mencionó, que un amplificador diferencial bien diseñado, es un medio efectivo para lograr este propósito. El circuito del amplificador que complementa, el puente de Wheastone estudiado en la sección anterior, se puede apreciar en la figura 53 (Todos los valores en Ohmios).

Figura 53. *Circuito del Amplificador a Utilizar*



Tomado de [18]. p. 79

La principal característica de este amplificador, es que es de ganancia ajustable, y contiene amplificadores de instrumentación de bajo ruido electrónico. La ganancia ajustable se suministra a través de potenciómetros de 100 kΩ en el circuito.

Este diseño consta de tres amplificadores de instrumentación con ganancia ajustable que se construye utilizando el Op-Amp de bajo ruido LM837. El cual es un integrado que consta de cuatro Op-Amp individuales de bajo ruido. Por lo tanto en la figura 53, aparece cada Op-Amp particular del integrado LM837. Las

especificaciones técnicas de este integrado aparecen en el Anexo D de este trabajo.

4.7.4 Tarjeta de adquisición de datos. En todo sistema de monitoreo de variables análogas es necesario un dispositivo capaz de tomar estas señales y digitalizarlas para su posterior manipulación y visualización. De esta forma, para complementar todo el sistema de adquisición de datos de La Barra de Hopkinson, es necesario utilizar una tarjeta de alta tasa de muestreo, que sea capaz de tomar las señales análogas proporcionadas por las galgas (**strain gages**), digitalizarlas y de esta manera permitir su manipulación y visualización en un ambiente programable.

Para las características de ensayos a altas velocidades de deformación la frecuencia de respuesta debe ser del orden de 1 a 10 MHz [8], la tarjeta de adquisición de datos seleccionada en este proyecto tiene las siguientes características (Para información detallada la hoja técnica de esta Tarjeta esta incluida en el Anexo E):

Tabla 7. Especificaciones de la Tarjeta de Adquisición de Datos

	ESPECIFICACIONES TECNICAS
	NI PCI-6259
	<i>Frecuencia de Respuesta de 10 MHz</i>
	32 entradas Análogas a 16 bits.
	4 Salidas Análogas a 16 bits.
	1 MS/s en modo multicanal
	1,25MS/s en modo monocanal
	7 Rangos programables de entrada (+/- 100 mV a +/- 10 V) por canal.
	<i>Fabricante:</i>



4.7.5 Diseño del medidor de velocidad de er). En el diseño de la barra de Hopkinson, una de las variables críticas relacionadas con los parámetros de la barra golpeadora es la velocidad a la que esta impactará a la Barra incidente, para generar la velocidad de deformación deseada en el espécimen.

Dado que durante la realización de los cálculos de la aceleración del sistema de propulsión de la barra golpeadora (**striker**) en la pistola de gas (**Gas Gun**) se efectuaron varias suposiciones (aceleración uniforme, presión del tanque constante y efectos de fricción despreciables), se hace necesario medir la velocidad real de la barra golpeadora (**striker**) ya que es un factor crítico en los resultados esperados.

Para la medición de esta variable, se ha dispuesto del sistema mencionado en el capítulo 3...Ver sección 3.5.4... y cuya representación esquemática se mostró en la figura 42. Este sistema utiliza un circuito de barrera lumínico (Foto-transmisores y Foto-receptores) que establece un rayo que al ser interrumpido por el paso de la barra golpeadora (**striker**), inicia un conteo de tiempo (llevado a cabo por un módulo contador) que parará cuando la barra interrumpa el rayo entre la siguiente pareja Foto-transmisor – Foto-receptor.

El sistema en general, como ya se ha mencionado, consta de dos bloques funcionales principales que son: Circuitos Foto-transmisores y Foto-receptores, y el Módulo Contador. El Circuito Foto-transmisor es un arreglo cuya principal función es la emisión de un rayo luminoso. En su contra parte, el circuito foto-detector, es un receptor de la señal luminosa transmitida que cambiará su tensión de salida al interrumpirse el haz luminoso entre los dos circuitos (Foto-transmisor y Foto-receptor). El modulo contador es un sub-sistema cuya función principal es llevar a cabo el conteo de tiempo entre la interrupción del rayo de una pareja Foto-transmisor – Foto-receptor y otra.

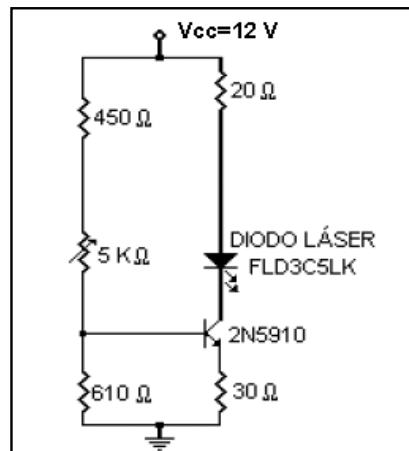
Circuito Fototransmisor: está construido a partir de un diodo láser (DL) y un transistor polarizado en la región lineal. El DL se coloca en el colector del transistor, por tanto, al circular una corriente constante por el DL emite una potencia luminosa constante, lo que se requiere para esta aplicación. Se caracteriza el DL para determinar el valor adecuado de la corriente de colector y del punto de operación del DL. El diodo ha utilizar en el diseño es el modelo FLD3C5LK de la compañía FUJITSU. Los parámetros proporcionados por el fabricante se muestran en la tabla 8.

Tabla 8. Parámetros de Operación del DL

Corriente máxima del diodo:	$I_P = 150 \text{ mA}$
Potencia máxima del diodo:	$P_0 = 7 \text{ mW}$
Ancho espectral de la luz:	$\Delta\lambda = 80 \text{ nm}$
Tiempo de respuesta:	$t_r = 3 \text{ ns}$
Longitud de onda de emisión:	$\lambda = 1.3 \text{ }\mu\text{m}$

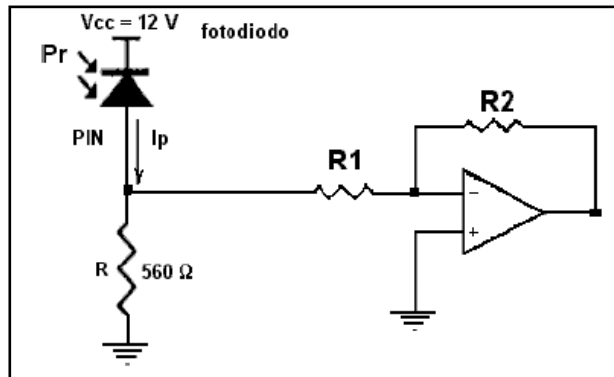
Debido a que la aplicación no necesita características especiales en la transmisión, se utilizará el circuito típico para este tipo de casos, ilustrado en la figura 54 , en el cual se coloca una resistencia variable que permita la polarización y ajuste la intensidad de luz del diodo transmisor para darle la graduación correcta una vez sea instalado.

Figura 54. Circuito Transmisor



Circuito Fotoreceptor: Se utilizará un fotodiodo en la configuración de alta impedancia ilustrado en la figura 55.

Figura 55. Circuito de Conversión Opto-Electrónica



El Fotoreceptor utilizado es tipo PIN, de la compañía FUJITSU, cuyas características se muestran en la tabla 9.

Tabla 9. Parámetros del Fotoreceptor

Fotodetector:	<i>PIN de InGaAs</i>
Responsividad del Fotoreceptor:	$R = 0.75 \text{ A/W} @ 1300\text{nm}$
Ancho de banda del Fotoreceptor:	$BW = 10 \text{ MHz}$
Longitud de onda:	$\lambda = 1.3 \mu\text{m}$
Capacitancia equivalente:	$C_0 = 40 \text{ pF}$
Resistencia equivalente:	$R_0 = 382 \Omega$
Corriente en oscuridad:	$I_0 = 10 \text{ nA} @ T = 25^\circ \text{C}$

Módulo Contador: A este módulo funcional llegarán las señales provenientes de los Fotoreceptores. Cuando la luz incidente sea interrumpida por el paso de la barra golpeadora (**Striker**), estas entradas cambiarán de estado, en base a esto, el programa interno comenzará un conteo de tiempo que parará una vez la barra haya terminado de pasar, en otras palabras, una vez la entrada haya regresado a su nivel de tensión inicial.

Debido a que la distancia entre cada pareja de Fototransmisor y Fotoreceptor es una variable conocida y el tiempo es contado y registrado por los módulos contadores, se dispone en su programación la herramienta para que se realice un cálculo de velocidad promedio, teniendo en cuenta que son tres parejas Fotoreceptor – Fototransmisor y que cada una dará un valor independiente de la variable calculada.

La velocidad promedio calculada por el módulo contador puede ser enviada vía puerto serial a una terminal de computo o ser mostrado en un display independiente. Para esta aplicación se sugiere un microcontrolador MC68HC908GP32 de Motorola, que cumple con todas las características requeridas por la aplicación del presente proyecto.

5. CONCLUSIONES

Después de realizar este trabajo se puede concluir lo siguiente:

- La técnica experimental conocida actualmente como la barra de Hopkinson, ha sido el resultado de muchos años de investigación y de avances realizados por una gran variedad de investigadores. Entre los aportes mas sobresalientes podemos destacar el trabajo pionero de Bertram Hopkinson en 1914 [13] quien estableció los primeros experimentos con barras de presión, también cabe mencionar el trabajo realizado por Davies en 1948 [4] quien formuló muchas de las condiciones que dan validez a la realización de los ensayos en la Barra de Hopkinson, y por ultimo el trabajo de Kolsky en 1949 [15], quien desarrolló las expresiones que hoy permiten relacionar la deformación en las barras de presión con el esfuerzo y la deformación en el espécimen ensayado.
- La barra de Hopkinson consiste en dos barras de presión que intercalan una probeta entre ellas. Una barra golpeadora es propulsada hacia una barra incidente. A raíz del impacto una onda compresiva elástica es generada en la barra incidente y la deformación, que depende del tiempo, en la barra de presión, es medida por una galga sobre la barra.

En la interface entre la barra incidente y la probeta la onda es parcialmente reflejada, y parcialmente transmitida a la probeta. La porción que es reflejada viaja

de regreso a través de la barra incidente como una onda tensil, y la deformación es medida otra vez por la galga colocada sobre la barra incidente.

La deformación compresiva asociada a la porción de la onda que es transmitida a través de la probeta, a la barra de salida es medida por otra galga localizada en el punto medio de la barra de salida.

Cuando la probeta es deformada uniformemente la tasa de deformación en la probeta, es directamente proporcional a la amplitud de la onda reflejada. De la misma manera el esfuerzo en la probeta es directamente proporcional a la amplitud de la onda transmitida. Estas dos señales pueden ser registradas, y combinadas darán la curva dinámica de esfuerzo-deformación del material ensayado.

- Para que los ensayos realizados durante el ensayo de barra de Hopkinson tengan validez, se requiere el cumplimiento de dos condiciones fundamentales:
 - 1.) *La propagación de la onda en la barra debe ser unidimensional:* Para esto es necesario que el material de las barras sea homogéneo e isotrópico, la sección Transversal a largo de toda la barra debe ser uniforme y el eje neutro debe ser completamente recto, además las barras deben estar bajo un estado de esfuerzo Elástico-Lineal cuando sean sometidas a la carga del pulso de esfuerzo que se va a propagar, mantener la distribución uniforme de esfuerzo a lo largo de toda su sección transversal y estar libres de efectos de dispersión.
 - 2.) *Mínimos efectos de Fricción y de inercia lateral:* La fricción puede reducirse con el uso de lubricantes en las interfaces barra-espécimen

mientras que la de efectos de inercia lateral se cumplen con un cuidadoso diseño del espécimen.

- El fenómeno de dispersión está presente en la toda barra de diámetro finito y distorsiona el pulso durante su propagación, es un resultado directo de que la velocidad de fase de propagación de la onda sea una función de su longitud de onda, tal como ocurre en las barras del ensayo de Hopkinson. Este fenómeno debe corregido ya que va en contra de una de las condiciones de validez del ensayo (propagación unidimensional), y esto se logra mediante la manipulación de la onda a través de un desarrollo mediante series de Fourier, el cual permite llevar el pulso al dominio de la frecuencia y corregir el ángulo de desfase de cada componente espectral y luego regresar el pulso corregido al dominio del tiempo.
- La configuración del experimento de Barra de Hopkinson esta formada por una serie de componentes mecánicos y electrónicos que deben ser cuidadosamente diseñados y seleccionados. Estos componentes incluyen: Dos barras de presión largas y simétricas con sección transversal uniforme, una barra golpeadora (**striker**) del mismo material y sección transversal de las barras de presión, un sistema de soportes que permitan obtener una alineación correcta y así satisfacer las condiciones de propagación unidimensional de la onda, un sistema de gas comprimido (**Gas Gun**) para la propulsión de la barra golpeadora y un completo sistema electrónico de adquisición de datos que incluye: galgas para medir la deformación en las barras de presión las cuales se colocan en una configuración particular (Puente de Wheastone), un sistema amplificador de señales, una tarjeta de adquisición de datos de alta velocidad de muestreo, un medidor de velocidad de la barra golpeadora . Todo este conjunto de componentes es complementado por un detallado algoritmo cuyo

ambiente programable permite digitalizar las señales y obtener las curvas deseadas durante la realización de cada ensayo.

6. RECOMENDACIONES

Con el fin de complementar este proyecto se realizan las siguientes recomendaciones:

- Durante la construcción del experimento es necesario tener en cuenta cada una de las condiciones planteadas a lo largo de este proyecto, las cuales ayudan a validar los resultados a obtener; dentro de estas condiciones de construcción podemos mencionar: seleccionar un material para la fabricación de las barras con calidad certificada para garantizar que sea homogéneo y cuyo maquinado de alta precisión proporcione una sección transversal constante, un maquinado de alta precisión en los extremos de las barras para asegurar un buen contacto entre espécimen-barra, y entre barra incidente y la golpeadora (**striker**), por último se recomienda la verificación de una correcta alineación de las barras mediante el sistema de soportes.
- Realizar un seguimiento continuo a cada uno de los componentes del ensayo una vez este sea construido, con el objetivo de optimizar, mejorar y actualizar sus condiciones de realización, y de esta forma obtener resultados cada vez más precisos, que apunten al perfeccionamiento del modelo matemático y computacional planteado para describir el evento de cargas dinámicas sobre paneles navales.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] BANCROFT, Dennison. The velocity of longitudinal waves in cylindrical Bars. Cambridge: Physical Review, 1941. v. 59, p. 588-593.
- [2] Compression Testing of Metallic Materials at Room Temperature E 9. Philadelphia: Annual Book of ASTM Standards, 1984.
- [3] DAVIES and HUNTER. The dynamic compression testing of solids by the method of the Split Hopkinson Pressure Bar. London: J. Eng. Mat. Phys. Solids, 1963. v.11, p.155.
- [4] DAVIES. A critical Study of the Hopkinson Pressure. London: Philos, Trans. R. Soc., Ser. A 240 (821), 1948. p. 375 -457.
- [5] ----- . Stress waves in solids. Cambridge: Surveys in Mechanics Press, 1956. p. 64.
- [6] FOLLANSBEE and FRANTZ. Wave propagation in the Split Hopkinson Pressure Bar. London: J. Eng. Mat. Technol, 1983. v.105, p. 61.
- [7] FOLLANSBEE, Paul. High strain rate compression testing. ASM HANDBOOK (Mechanical testing and Evaluation), 1995. v.8, p. 191.
- [8] ----- . The Hopkinson Bar, Mechanical testing. ASM HANDBOOK (Mechanical testing and Evaluation), 1995. v.8, p. 198- 203.

- [9] GAMA, Bazle, LOPATNIKOV, Sergey and GILLESPIE, John. Hopkinson Bar experimental technique: A critical review. Delaware: Appl Mech Rev, 2004. v.57, p. 223-250.
- [10] GOLDSMITH, Werner. Impact . New York: Dover Publications, 2001. p. 32.
- [11] GRAFF, Karl. Wave motion in elastic solids. 1 ed. New York: Dover Publications, 1991. p. 80, 117, 122-123, 133.
- [12] GRAY III. Classic split-Hopkinson pressure bar testing. ASM HANDBOOK (Mechanical testing and Evaluation), 2000. v.8, p. 462-476.
- [13] HOPKINSON, Bertram. A method of measuring the pressure produced in the detonation of high explosives or by the impact of bullets. London: Philos, Trans. R. Soc., Ser. A 213, 1914. P. 437-456.
- [14] KAISER, Michael. Advancements in split Hopkinson bar test. Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998. p 5, 8, 10, 64.
- [15] KOLSKY. An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of strain. London: Proc. Roy. Phys. Soc, 1949. p. 676-700.
- [16] MEYERS, Marc. Dynamic Behavior of Materials. USA: Wiley-Interscience, 1994. p.57.
- [17] SALISBURY, Christopher. Spectral Analysis of waves propagation through a Polymeric Hopkinson Bar. Ontario: University of Waterloo, 2001. p. 35

[18] SEWANTEC, Steven. An Optical Method of Strain Measurement in the Split Hopkinson Pressure Bar. Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2000. p. 52, 61

[19] SHIGLEY, Joshep y MISCHKE, Charles. Diseño en ingeniería Mecánica. 4 ed. New York: Mc Graw- Hill, 1993. p. 177

**ANEXO A. ALGORITMO PARA PROCESAMIENTO DE
DATOS EN MATLAB 7.0**

**ANEXO B. PLANOS DE CONSTRUCCIÓN DE
COMPONENTES DEL ENSAYO**

**ANEXO C. VISTAS DE MONTAJE DE COMPONENTES
DEL ENSAYO**

**ANEXO D. ESPECIFICACIONES TÉCNICAS DEL
INTEGRADO LM837 DEL AMPLIFICADOR**

**ANEXO E. ESPECIFICACIONES TÉCNICAS DE LA
TARJETA DE ADQUISICIÓN DE DATOS NI PCI-6259**

**ANEXO F. EJEMPLOS DE CURVAS OBTENIDAS A
PARTIR DE UTILIZACIÓN DEL ALGORITMO PARA EL
PROCESAMIENTO DE DATOS EN MATLAB 7.0**