

Прогнозування деформацій в зоні впливу мостового переходу на підставі запропонованої математичної моделі заплавного потоку

О. С. Славінська, А. О. Цинка, І. В. Башкевич

Для розробки методів прогнозування деформацій на заплавних ділянках в зоні впливу мостових переходів розроблена математична модель зависенесного потоку з трав'яною рослинністю. Задача розрахунку гідродинамічних полів швидкостей та тиску в штучно стиснутих потоках відносяться до теорії мілкої води, оскільки вертикальний розмір (глибина потоку) суттєво менший від горизонтальних розмірів, довжини та ширини. Відповідно до цього запропонована модель ґрунтується на рівнянні розподілу швидкісної структури та глибини заплавного потоку в наближенні до двовимірних залежностей з урахуванням силових факторів. Силкові фактори обумовлюють опір при обтіканні рослинності на заплавних ділянках та опір розмиву дрібнозернистих ґрунтів.

Для отримання однозначного розв'язку розглядуваної задачі до представленої замкнутої системи вихідних рівнянь додані граничні і початкові умови. Ці умови дозволяють визначити рівень вільної поверхні потоку та зону впливу мостового переходу на різних етапах проходження розрахункового паводка. За скінченно-різницеви аналогами рівнянь переносу розраховано розподіл швидкостей та глибин в розрахункових створах. За допомогою ітерацій визначено поздовжню швидкість в усталеному заплавному потоці з елементами рослинності. Отримані результати розрахунку розмиву на заплавних ділянках підмостового русла рівнинної річки Сіверський Донець. Глибина заплавного потоку після розмиву визначається на основі співвідношень дійсної та нерозмивної швидкостей. При порівнянні з початковими донними відмітками розмив більшої заплави становить 0,96 м, меншої заплави – 1,28 м.

Запропоноване науково-обґрунтоване рішення з забезпечення оптимальної взаємодії заплавних потоків з мостовими переходами вносить певний вклад в підвищення надійності їх функціонування за рахунок якості проектних робіт та відповідного зниження будівельно-експлуатаційних витрат

Ключові слова: зона впливу моста, мостовий перехід, рослинність на заплавах, зависенесний потік, деформації на заплавах, заплавний потік, моделі турбулентності

1. Вступ

Підтвердженням актуальності досліджень служить аналіз руйнувань мостових переходів, які зазнають найбільшої шкоди від стихійного лиха – високих повеней. Деформації річища, заплавних ділянок, розмиви проміжних опор та стоянів можуть досягати таких критичних розмірів, що стають основною причиною аварій на мостах. Основна вимога до мостового переходу, як до однієї з найважливіших складових дорожньо-транспортної галузі, – найкраще обслуговування пере-

везень. Мостовий перехід містить у собі комплекс складних і дорогих споруд, витрати на будівництво та експлуатацію яких залежать від вибору місця переходу, правильного призначення конструкцій, їхніх генеральних розмірів.

В свою чергу, мостові переходи відносяться до такої категорії споруд, які порушують природні форми русла та створюють своїми зовнішніми контурами додаткове вихроутворення. Споруди, охоплюючи не тільки русло річки, а й частини заплав, призводять до таких змін поля швидкостей, при яких транспортуюча здатність потоку розподіляється дуже нерівномірно. Після перекриття частини заплав по ширині насипами підходів вода почне притікати до мосту, через стислий перетин річки прохідимуть збільшені витрати води.

На заплавах ділянках відбувається територіальний перерозподіл водних ресурсів, виникає проблема у регулюванні стоку, прогнозуванні пропускної здатності і розвитку деформацій. Фактори, що обумовлюють розвиток розмивів на заплавах ділянках, кардинально відрізняються від відповідних процесів у руслах. На відміну від русла, заплави мають значний рослинний покрив. Рослинність працює за принципом гасника швидкостей та зумовлює додаткову турбулентність в нижній зоні. Швидкості на заплавах ділянці, а отже і потенціальна енергія потоку, будуть значно меншими ніж в руслі через меншу витрату.

Геоморфометрія заплавах ділянок характеризується наявністю значної рослинності, намулків від попередніх повеней та паводків і обумовлює генетичну несхожість з руслами.

Заплава представлена рослинним ґрунтом у верхній своїй частині, а в нижній зоні велика ймовірність присутності піщаних та супіщаних ґрунтів. Заплавний потік, як і русловий, є гетерогенним, насиченим зависсю, що за рахунок гасіння швидкості потоку буде осідати на дні. Під час паводку швидкість буде наростати, а рослинний ґрунт, як правило, не має достатніх механічних властивостей щоб опиратися деструктивним процесам. Значний же час протікання паводку зумовлює вирівнювання відміток дна русла та низу заплави.

В результаті цієї взаємодії можна спостерігати звуження русла та утворення нових заплав або розширення русла за рахунок розмиву заплави. Для мостових переходів небезпечними є саме ерозійні процеси.

Правильне призначення розмірів споруд мостового переходу, зокрема ширини отвору, як домінуючої характеристики, залежать від умов їх роботи, прогнозу можливого притоку води до мосту і неминучих руслових та заплавах деформацій.

Існуючі методики розрахунку розмивів в зоні впливу мостового переходу в неповній мірі враховують процеси, що протікають на заплавах ділянках. Розмиви на двох характерних частинах отвору моста відбуваються з різних причин. Неврахування характерних відмінностей роботи заплавної та руслового потоків приводить до викривлення результатів та до неправильної оцінки ситуації. Русловий потік, що затоплює заплаву у період паводку, насичений часточками твердої фази, а отже є неоднорідним. В сучасних методиках не враховується взаємодія неоднорідного потоку з рослинним покривом, котрий суттєво впливає на формування потоку, а також на розмивні процеси всередині нього.

Ця проблема досить суттєва, адже рельєф заплавних ділянок є сприятливим для розміщення мостового переходу.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Мостові переходи – найпоширеніші транспортні споруди на автомобільних дорогах загального користування. Їх вагомість, як відзначено в роботі [1], за техніко-функціональним станом та кошторисною вартістю суттєво велика у порівнянні з більшістю елементів дороги. Актуальний стан таких транспортних споруд оцінити дуже складно. Це пов'язано з багатьма факторами. Одночасний вплив таких процесів, як неусталений рух водного середовища і річкових структур; наявність значних областей з вирами; переформування руслових та заплавних форм в процесі деформацій призводить до розвитку загальних та місцевих розмивів у зоні впливу мостових переходів. З метою дослідження руйнівного впливу стихійних повеней, як наслідків зміни клімату, в роботі [2] представлено лабораторне дослідження фізичної моделі – ділянки річкового потоку з мостовим переходом. На основі проведених досліджень зроблено висновок щодо суттєвого впливу мостового переходу за рахунок перекриття заплавного потоку, відповідного переформування та збільшення швидкостей, посилення інтенсивності переносу наносів в руслі, але не розглядаються деформаційні процеси на заплавах. Це пов'язано з проблемою моделювання таких потоків в лабораторних умовах.

Дослідження водного режиму, визначення концентрації зважених наносів в умовах екстремальних кліматичних явищ, які суттєво відобразилися на гідрологічному стані річкової системи, представлені в роботі [3]. Але це не дозволяє в повній мірі розкрити механізм деформацій, як в руслах, так і на заплавах, та, відповідно, провести більш об'єктивну кількісну оцінку ступеня впливу на цей процес різних факторів.

Фактична швидкість течії води на заплаві менше від руслової та, відповідно, і за розмивну. Грунтові частинки переважно знаходяться в нерухомому стані. Розмив на цій ділянці розпочнеться тільки при умові, якщо швидкість потоку перевищить нерозмивну для частинок наносів. Особливості рельєфу заплав та переходу річкового потоку на заплаву, розмиви берегів, умови формування заплавного потоку проаналізовані в роботі [4].

Великі заплави мають множинні і складні рельєфні утворення, рівень поверхні яких змінюється на різних масштабах. В западинах, під час повені, формуються заплавні потоки та створюються заболочені ділянки. В роботі [4] проаналізовано зони взаємодії річкового та заплавного потоку, особливості зміни рельєфу заплави через ерозію та осідання намулку на певних ділянках. Але не розглянуто питання щодо впливу гідротехнічних споруд або забудов на зміни рельєфних утворень заплав особливо під час проходження повені або паводку.

Поверхня заплави сформована в попередні періоди. Беручи це до уваги, дослідників цікавить пропускання здатність зарослих ділянок заплав. Вивчення зміни морфологічних процесів, конфігурації звивистого русла річки в умовах зарослих заплав під час повені на основі двовимірної моделі наведено в роботі [5]. Та слід зазначити, що запропоновані рішення мають в більшості емпірич-

ний характер, а у рівняннях руху потоку визначається узагальнений член, що враховує гідравлічний опір поверхні заплави.

Створення цифрової моделі річки з урахуванням топографічних та морфометричних змін дозволило авторам роботи [6] отримати штучний ландшафт річкової системи. Запропоновані морфодинамічні та стохастичні підходи засновані на узагальненні природних кількісних закономірностей змін ландшафту та не дозволяють визначати величини розмивних деформацій руслової і заплавної частин отвору мосту.

Згідно наведених в [7] результатів лабораторних досліджень з рухомим шаром рослинності, швидкість розвитку деформацій, формування заплавного потоку та рельєфу самих заплав обумовлені розподілом, ростом та походженням рослинності. Відсутність рослинності сприяє формуванню потоку з найменшою звивистістю, річкова рослинність уповільнює розвиток деформацій на заплавах та сприяє поглибленню русла. Рослинність різнорідного походження на одній заплаві сприяє осіданню намулку та розвитку деформацій на другій, збільшує звивистість русла, створює умови для розвитку нових заплав та островів.

Дослідження шорсткості на заплавних ділянках в залежності від типу та параметрів рослинності проводилося в роботі [8]. Порівняння повітряних та водних умов показало, що шорсткість значно зменшується на затоплених ділянках, що обумовлено їх гідравлічними умовами, видаленням рослинності та розвитком деформацій на заплавах.

Вплив заплавної рослинності на річкові форми в плані та транспортуючу здатність заплавного потоку було досліджено в роботі [9] за допомогою 2D морфодинамічної моделі з підмоделями для стійкості до потоку та розподілу рослин. Складові опору потоку поділені на опір ґрунту та опір рослинності. Вплив типу, конфігурації та щільності заплавної рослинності на транспортування та осідання річкової зависі, розвиток деформацій на заплавах наведено в роботі [10].

Будь-яка аналітична апроксимація для визначення величин як загальних, так і місцевих розмивів на заплаві, з урахуванням розподілу швидкості всередині шару рослин, а саме в зоні впливу мостових переходів, у сучасній науковій літературі поки що не виявлена. Це пов'язано зі складністю моделювання деформаційних процесів на заплавах та відсутністю однозначного розв'язку основних рівнянь гідродинаміки.

3. Мета та задачі дослідження

Мета роботи полягає в розробці методу прогнозування деформацій на заплавах в зоні впливу мостового переходу на основі запропонованої математичної моделі зависених потоків, з урахуванням наявності елементів рослинності.

Для досягнення мети роботи необхідно вирішити наступні задачі:

– проаналізувати та визначити силові фактори, які враховують опір розмиву дрібнозернистих ґрунтів та опір при обтіканні рослинності на заплавних ділянках;

– розробити математичну модель для зависеного заплавного потоку з трав'яною рослинністю з дотриманням узгодженості з полем тиску;

- сформулювати початкові і межові умови для реалізації запропонованої математичної моделі заплавного потоку з елементами рослинності;
- провести розрахунок деформацій на заплавних ділянках рівнинної річки в зоні впливу мостового переходу за запропонованою математичною моделлю.

4. Математична модель зависенесного потоку з трав'яною рослинністю для прогнозування розподілу глибин і швидкостей на заплаві

4. 1. Вихідні рівняння

Основою для розробки математичної моделі руху заплавного потоку в зоні впливу мостового переходу є рівняння динаміки реальної рідини в „напруженнях”, або, що теж саме, рівняння Нав'є-Стокса. Для отримання рівнянь осередненого турбулентного руху Рейнольдсом запропонований прийом заміни актуальних швидкостей V_i та тиску p на осереднені \bar{V}_i , \bar{p} та пульсаційні V_i' , p_i' [11–14]. Ці рівняння відрізняються від рівняння Нав'є-Стокса наявністю додаткового тензора турбулентних або рейнольдсових напружень $\overline{V_i'V_j'}$. Для практичних цілей і зручності роботи рівняння Рейнольдса доцільно представити в скалярній формі через проєкції на осі декартових координат з урахуванням вищенаведеного зі знехтуванням в'язких напружень $\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$:

$$\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial t} + \bar{V}_j \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_{LS}} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{V}_i \bar{V}_j'}{\partial x_j} - g_i - \sum \bar{f}_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_j} = 0, \quad (2)$$

де x_i ($i=1,2,3$) – координати; ρ_{LS} – густина води, кг/м^3 ; g – прискорення вільного падіння, м/с^2 ; $\sum \bar{f}_i$ – сума масових сил.

У розгорнутій формі рівняння (1) та (2) запишуться наступним чином:

$$\frac{\partial \bar{V}_1}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_1^2}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_1 \bar{V}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_1 \bar{V}_3}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho_{LS}} \frac{\partial p}{\partial x_1} - \frac{\partial \bar{V}_1^2'}{\partial x_1} - \frac{\partial \bar{V}_1' \bar{V}_2'}{\partial x_2} - \frac{\partial \bar{V}_1' \bar{V}_3'}{\partial x_3} - \bar{f}_{P1}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{V}_2}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_2 \bar{V}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_2^2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_2 \bar{V}_3}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho_{LS}} \frac{\partial p}{\partial x_2} - \frac{\partial \bar{V}_2' \bar{V}_1'}{\partial x_1} - \frac{\partial \bar{V}_2^2'}{\partial x_2} - \frac{\partial \bar{V}_2' \bar{V}_3'}{\partial x_3} - \bar{f}_{P2}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{V}_3}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_3 \bar{V}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_3 \bar{V}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_3^2}{\partial x_3} = \\ = - \frac{1}{\rho_{LS}} \frac{\partial p}{\partial x_3} - \frac{\partial \bar{V}_3' \bar{V}_1'}{\partial x_1} - \frac{\partial \bar{V}_3' \bar{V}_2'}{\partial x_2} - \frac{\partial \bar{V}_3'^2}{\partial x_3} - g - \bar{f}_{Ch} - \bar{f}_{P3}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \bar{V}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_3}{\partial x_3} = 0. \quad (6)$$

де f_{Ch} – сила зчеплення або сила опору відриву зерна ґрунту; f_{Pi} – сила опору рослинності; g – проекція об'ємної сили на вісь x_3 .

Наведена система рівнянь турбулентного руху, які описують гідродинамічне поле швидкостей, тиску в водостоках, є незамкненою, тому її інтегрування та числова реалізація дискретних аналогів пов'язані з великими труднощами. Для розв'язування прикладних задач гідродинаміки переважно використовують наближені математичні моделі течій, в яких враховують тільки головні, визначальні фактори, а дією другорядних, як правило, нехтують.

4. 2. Визначення силових факторів опору розмиву ґрунтів та обтікання рослинності на заплавах ділянках

За результатами досить великої кількості експериментальних досліджень [12], властивості дна зависенесного потоку залежать від процесу кольматації. Річковий зависенесний потік при впливі на дно з часом кольматує його. Кольматація, у результаті заповнення пор між зернами піску та каміння колоїдним намулком, перетворює незв'язне дно у зв'язне. У результаті кольматації вирівнюються та згладжуються нерівності дна, а також збільшується зчеплення зерен донного ґрунту.

Сила зчеплення – це один з факторів, від якого залежить підвищення опору розмиву дрібнозернистих ґрунтів (діаметром менше 0,1–0,15 мм), відкладених, як правило, на заплавах ділянках рівнинних річок. Згідно проведених у роботі [12] досліджень, силу опору відриву множини часток можна визначити за залежністю:

$$\bar{F}_{Ch} = \frac{k_{Cp} C_{Ch} \cdot \bar{S} g}{C_{\Phi 1} D}, \quad (7)$$

де k_{Cp} – межа втомленості розриву зв'язних ґрунтів, за експериментами [12]; C_{Ch} – зчеплення ґрунту у стані повного водонасичення, кг/м²; \bar{S} – розподіл зважених наносів по вертикалі або мутність потоку, формула для визначення наведена далі; $C_{\Phi 1}$ – перший коефіцієнт форми частки наносів, дорівнює відношенню об'єму частки до діаметра рівновеликого шару у третьому ступені; D – діаметр частинок наносів, м.

Поверхня заплавної частини переважно покрита рослинністю, різною за густістю та розмірами заростів, що впливає на пропускну здатність заплави. Сила опору рослинності, згідно [13], визначається за залежністю:

$$\overline{f_{Pi}} = \frac{C_X s_p}{2V} \left(\overline{V^2 V_i} + \overline{V_j V_j' V_i'} \right), \quad (8)$$

де $V = \sqrt{\sum_{i=1+3} V_i^2}$ – актуальна швидкість; C_X – коефіцієнт опору, який визначають за експериментальними дослідженнями, для випадку опору рослинності, згідно [13]; s_p – загальна міделева площа, яка розподілена у об'ємі шару, визначається за залежністю:

$$s_p = \frac{D_{ct} \Delta z_{ct}}{\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3}, \quad (9)$$

де D_{ct} – діаметр стебла рослини, що обтікається, $D_{ct} = 7 \cdot 10^{-3}$ м; Δz_{ct} – частина стебла рослини, що обтікається, за висотою, м.

Задачі розрахунку гідродинамічних полів швидкостей та тиску в проривних та штучно стиснутих потоках відносяться до задач теорії мілкої води, оскільки вертикальний розмір (глибина потоку) суттєво менша від горизонтальних розмірів, довжини та ширини. Це дозволяє розглядувати розподіл середніх за глибиною швидкостей в двовимірній постановці.

4.3. Розробка математичної моделі заплавного потоку з дотриманням узгодженості з полем тиску

Наведемо рівняння розподілу швидкісної структури та глибини заплавного потоку в наближенні до двовимірних. Ці рівняння отримаємо із загальних тривимірних рівнянь гідродинаміки (3)–(6) шляхом інтегрування останніх по вертикалі від відмітки дна z_0 до вільної поверхні H , тобто по глибині потоку $h = H - z_0$.

Скориставшись способом та позначеннями, які наведені в роботах [11, 18], середнє за глибиною значення будь-якої змінної функції – характеристики потоку $\Phi(x_1, x_2, x_3, t)$ позначено ламаними дужками:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{h} \int_{z_0}^H \Phi dx_3. \quad (10)$$

При інтегруванні за глибиною доданків, які містять похідні по горизонтальним координатам та за часом, були використані властивостями інтегралів, які залежать від параметрів [11].

Інтегруючи рівняння (5), в результаті отримано закон розподілу осередненого гідростатичного тиску по вертикалі, який використаний при інтегруванні рівнянь (3) та (4).

Для цього обмежимося випадком усталеного руху. Враховуючи, що розглядається задача теорії мілкої води, тобто $h \ll L$, складовими, які мають порядок похідних величин $\langle \bar{V}_i \rangle$ і їх квадратів та виражають турбулентні напруження, можна знехтувати. На поверхні потоку виконується очевидна умова, що $\bar{V}'_{3H} = 0$. При $\bar{V} \approx \bar{V}_1$ або $\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}} \approx 1$ розподіл тиску в потоці запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} \bar{p} = & \bar{p}_H + \bar{\rho}_{LS} g (H - x_3) - \bar{\rho}_{LS} \bar{V}_3^{2''} - \\ & - \frac{C_{x_s p}}{2} \bar{\rho}_{LS} \langle \bar{V}_1' \bar{V}_3' \rangle (H - x_3) - \frac{k_{cp} C_{ch} \cdot \langle \bar{S} \rangle g}{C_{\phi 1} D} (H - x_3). \end{aligned} \quad (11)$$

Розподіл зважених наносів по вертикалі, мутність потоку визначається, як правило, за формулою Рауза [11]

$$\bar{S}(x_3) = \bar{S}(z) \left(\frac{h - x_3}{x_3} \frac{z}{h - z} \right)^{\frac{W_z}{\kappa U_\tau}},$$

де W_z – гідравлічна швидкість, κ – параметр Кармана $\kappa = 0,435$, U_τ – динамічна швидкість $U_\tau = \sqrt{ghI_{x_1}}$, I_{x_1} – уклон вільної поверхні потоку.

Для розрахунку за цією формулою необхідно знати придонний вміст наносів $\bar{S}(z)$. Однак величину $\bar{S}(z)$ повинна була б давати раціонально побудована теорія руху тягнених наносів, але такої теорії поки не існує. Певним кроком в усуненні вище відміченого недоліку існуючих теорій донних наносів дає методика, яка розглянута в роботі [2], де наведені залежності для визначення питомої витрати зважених наносів. Таку залежність $q_{вз} = \int_{\Delta}^h \bar{V} \bar{S} dx_3$ можна представити як $q_{вз} = \langle \bar{V} \bar{S} \rangle h$,

тоді залежність для визначення осередненої мутності $\langle \bar{S} \rangle$ матиме вигляд:

$$\langle \bar{S} \rangle = FS_0, \quad (12)$$

де S_0 – відлікова концентрація донних наносів, визначається за методикою [2]; F – фактор, який враховує параметр зважування частинок наносів, визначається за методикою [2].

Приймаючи $\bar{p}_H = \text{const.}$, тобто виключаючи із розгляду бароклінні течії, підставивши значення \bar{p} із рівняння (11) та \bar{f}_{P1} , \bar{f}_{P2} із (12) у формули (3) та (4) у поздовжньому і поперечному напрямках, отримаємо рівняння:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \bar{V}_1}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_1^2}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_1 \bar{V}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_1 \bar{V}_3}{\partial x_3} = \\
& = -g \frac{\partial h}{\partial x_1} - \frac{C_x s_p}{2} \frac{\partial}{\partial x_1} h \langle \bar{V}_1' \bar{V}_3' \rangle - \frac{k_{cp} C_{ch} \cdot g}{C_{\Phi 1} D \rho_{LS}} \frac{\partial}{\partial x_1} h \langle \bar{S} \rangle - \\
& - \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\bar{V}_1^{2'} - \bar{V}_3^{2'} \right) - \frac{\partial \bar{V}_1' \bar{V}_2'}{\partial x_2} - \frac{\partial \bar{V}_1' \bar{V}_3'}{\partial x_3} - \\
& - \frac{C_x s_p}{2} \left(\bar{V}_1^2 + \bar{V}_1^{2'} + \frac{\bar{V}_2}{V_1} \bar{V}_2' \bar{V}_1' + \frac{\bar{V}_3}{V_1} \bar{V}_3' \bar{V}_1' \right).
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \bar{V}_2}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_2 \bar{V}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{V}_2^2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{V}_2 \bar{V}_3}{\partial x_3} = \\
& = -g \frac{\partial h}{\partial x_2} - \frac{C_x s_p}{2} \frac{\partial}{\partial x_2} h \langle \bar{V}_1' \bar{V}_3' \rangle - \frac{k_{cp} C_{ch} \cdot g}{C_{\Phi 1} D \rho_{LS}} \frac{\partial}{\partial x_2} h \langle \bar{S} \rangle - \\
& - \frac{\partial \bar{V}_2' \bar{V}_1'}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\bar{V}_2^{2'} - \bar{V}_3^{2'} \right) - \frac{\partial \bar{V}_2' \bar{V}_3'}{\partial x_3} - \\
& - \frac{C_x s_p}{2} \left(\bar{V}_1 \bar{V}_2 + \bar{V}_1' \bar{V}_2' + \frac{\bar{V}_2}{V_1} \bar{V}_2^{2'} + \frac{\bar{V}_3}{V_1} \bar{V}_3' \bar{V}_2' \right).
\end{aligned} \tag{14}$$

Помножимо рівняння (13) і (14) на dx_3 та проінтегруємо за глибиною та оцінимо порядок доданків, користуючись способом та оцінкою наведеними в роботі [11].

Перед інтегруванням нелінійних доданків рівнянь виду $\frac{\partial \bar{V}_i^2}{\partial x_i} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \bar{V}_i \bar{V}_j; i, j = 1, 2 \right)$, які виражають інерційні сили, обумовлені конвективним прискоренням, необхідно врахувати, що в реальному потоці спостерігається нерівномірність розподілу швидкостей по вертикалі та в результаті інтегрування за глибиною потоку в доданках з'являються коефіцієнти, що враховують цю нерівномірність. Для отримання значень та фізичного змісту вказаних коефіцієнтів представимо локальну швидкість V_i у вигляді:

$$\bar{V}_i = U_i + u_i, \tag{15}$$

де $u_i = \bar{V}_i - U_i \neq 0$ – відхилення локальної швидкості \bar{V}_i від осередненої за глибиною U_i .

Причому величина u_i повинна тотожно відповідати умові:

$$\langle u_i \rangle = \frac{1}{h} \int_{z_0}^H u_i dx_3 = 0. \quad (16)$$

Тоді, згідно [11], коефіцієнт, який враховує нерівномірність розподілу швидкостей на вертикалі та приймає значення більше одиниці, тобто $\alpha_h > 1$ до-

$$\text{рівнює } \alpha_h = 1 + \frac{\int_{z_0}^H u_i^2 dx_3}{U_i^2 h}.$$

Інтегрування доданків, що містять похідні турбулентних напружень за вертикальною координатою x_3 , дасть наступне:

$$\int_{z_0}^H \frac{\partial \bar{V}_i' \bar{V}_3'}{\partial x_3} dx_3 = \int_{z_0}^H d(\bar{V}_i' \bar{V}_3') = (\bar{V}_i' \bar{V}_3')_H - (\bar{V}_i' \bar{V}_3')_{z_0}. \quad (17)$$

Тобто різницю дотичних турбулентних напружень, що діють на вільній поверхні $\tau_{iH} = (\bar{V}_i' \bar{V}_3')_H$ та на дні потоку $\tau_{iz_0} = (\bar{V}_i' \bar{V}_3')_{z_0}$.

Після інтегрування рівнянь руху (13) та (14) представимо двовимірні рівняння. При цьому будемо нехтувати доданками вищого порядку мализни у порівнянні з основними доданками $\frac{V^2 h}{L}$ і $\frac{\tau h}{L}$. Порядок доданків сили опору рос-

линності $\frac{C_x s_p h}{2} \frac{\partial \langle \bar{V}_1'' \bar{V}_3'' \rangle}{\partial x_1} \approx \frac{h \tau}{L}$ і сили тертя на дні та вільній поверхні τ_{iH} , τ_{iz_0}

($i = 1, 2$) залежать від конкретних умов задачі та в загальному випадку можуть бути сувимірними з порядком вище основних доданків. Тому ці доданки також будуть присутніми в кінцевих двовимірних рівняннях руху. Прийемо:

$$N_p = \frac{C_x s_p}{2}, \quad N_{Ch} = \frac{k_{Cp} C_{Ch} \cdot g}{C_{\Phi 1} D \rho_{LS}}. \quad (18)$$

Двовимірні рівняння руху після ділення на h та з врахуванням (18) запишуться у вигляді:

– рівняння кількості руху(в напрямленні на вісь X_1) –

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U_1}{\partial t} + \alpha_h \left[\frac{\partial U_1^2}{\partial x_1} + \frac{\partial U_1 U_2}{\partial x_2} \right] &= - \left(g + N_p \langle \overline{V_1' V_3'} \rangle - N_{Ch} \langle \overline{S} \rangle \right) \frac{\partial h}{\partial x_1} - \\
-h \left(N_p \frac{\partial \langle \overline{V_1' V_3'} \rangle}{\partial x_1} + N_{Ch} \frac{\partial \langle \overline{S} \rangle}{\partial x_1} \right) &- \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\langle \overline{V_1^{2'}} \rangle - \langle \overline{V_3^{2'}} \rangle \right) - \frac{\partial \langle \overline{V_1' V_2'} \rangle}{\partial x_2} - \\
-\frac{1}{h} \left[\left(\overline{V_1' V_3'} \right)_H - \left(\overline{V_1' V_3'} \right)_{z_0} \right] &- N_p \left[\alpha_h U_1^2 + \langle \overline{V_1^{2'}} \rangle + \frac{U_2}{U_1} \langle \overline{V_2' V_1'} \rangle \right],
\end{aligned} \tag{19}$$

рівняння кількості руху (в напрямленні на вісь X_2) –

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U_2}{\partial t} + \alpha_h \left[\frac{\partial U_1 U_2}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2^2}{\partial x_2} \right] &= - \left(g + N_p \langle \overline{V_1' V_3'} \rangle + N_{Ch} \langle \overline{S} \rangle \right) \frac{\partial h}{\partial x_2} - \\
-h \left(N_p \frac{\partial \langle \overline{V_1' V_3'} \rangle}{\partial x_2} + N_{Ch} \frac{\partial \langle \overline{S} \rangle}{\partial x_2} \right) &- \frac{\partial \langle \overline{V_2' V_1'} \rangle}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\langle \overline{V_2^{2'}} \rangle - \langle \overline{V_3^{2'}} \rangle \right) - \\
-\frac{1}{h} \left[\left(\overline{V_2' V_3'} \right)_H - \left(\overline{V_2' V_3'} \right)_{z_0} \right] &- N_p \left[\alpha_h U_1 U_2 + \langle \overline{V_1' V_2'} \rangle + \frac{U_2}{U_1} \langle \overline{V_2^{2'}} \rangle \right],
\end{aligned} \tag{20}$$

рівняння нерозривності –

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial U_1 h}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2 h}{\partial x_2} = 0. \tag{21}$$

Розрахунок усталених двовимірних течій на заплавах з трав'яною рослинністю проводиться з метою прогнозування розподілу середніх за глибиною швидкостей та глибин по ширині потоку. Рівняння розподілу середніх за глибиною швидкостей та глибин можливо отримати із динамічних двовимірних рівнянь (19)–(21), якщо в останніх прийняти, $U_1 = U$, $U_2 \approx 0$ та використати умову стаціонарності $\frac{\partial}{\partial t} = 0$. У результаті осереднення турбулентних характеристик за гли-

биною потоку в двовимірних рівняннях (19), (20) присутні доданки $\frac{\partial \langle \overline{V_i' V_j'} \rangle}{\partial x_i}$ та

$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\langle \overline{V_i^{2'}} \rangle - \langle \overline{V_3^{2'}} \rangle \right)$, де ($i = 1, 2$) що виражають вклад дотичних та нормальних напружень в динамічний баланс імпульсу сил в двовимірних течіях.

На відміну від рівнянь тривимірних турбулентних течій, в двовимірних рівняннях вплив нормальних турбулентних напружень на формування двовимірних течій виражається лише різницею середніх за глибиною нормальних напружень по вертикальному та горизонтальному напрямках. В роботі [11] був

проведений аналіз оцінки значень різності дисперсії вертикальної пульсаційної компоненти швидкості $\overline{V_3^{2'}}$ та дисперсій поздовжньої і поперечної компонент швидкості $\overline{V_1^{2'}}$ і $\overline{V_2^{2'}}$. Це дозволяє при розгляді задач в рамках двовимірної ідеалізації реальних течій обґрунтувати припущення щодо нехтування нормальними турбулентними напруженнями.

Наявність в рівняннях турбулентних напружень приводить до необхідності апроксимації за допомогою певних співвідношень та моделей турбулентності членів турбулентного переносу.

У деяких випадках є достатнім лише наближений опис турбулентності. Так, в задачах про великі водні маси значення турбулентної в'язкості приймається постійним [11]. Більш складні моделі в таких задачах себе не виправдують через значні невизначеності в завданні межових умов та погрешностей в числових рішеннях.

Для розрахунку двовимірних течій необхідно виразити величини дотичних та нормальних турбулентних напружень, які діють між струминками двовимірних течій, через швидкість U . Значення $\langle \overline{V_i'V_j'} \rangle$, $\langle \overline{V_i^{2'}} \rangle$ будемо визначати, як прийнято в роботах [11], ґрунтуючись на гіпотезі Буссінеска, та приймаючи турбулентну в'язкість ν_t пропорційною швидкості U , згідно [11]:

$$\nu_t = 2\Lambda U, \quad (22)$$

де Λ – коефіцієнт турбулентного обміну, $\Lambda = \frac{h}{2MC}$; C – коефіцієнт Шезі,

$C = \frac{Q_{f-p}}{B_{f-p} h_{\text{сер}}^{3/2} I^{1/2}}$; M – функція коефіцієнта Шезі, при $10 \leq C \leq 60$ $M = 0,7C + 6$, при $C > 60$ – $M = 48$; Q_{f-p} – витрата заплавного потоку; B_{f-p} – ширина заплавного потоку; $h_{\text{сер}}$ – середня глибина заплавного потоку.

Тоді на основі гіпотези Буссінеска з урахуванням формули (22) для двовимірної задачі:

$$\begin{aligned} -\langle \overline{V_1'V_2'} \rangle &= \Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_2}, \quad -\langle \overline{V_1'V_3'} \rangle = \Lambda \frac{U^2}{h}, \\ -\langle \overline{V_1^{2'}} \rangle &= 2\Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_1}. \end{aligned} \quad (23)$$

Для розрахунку дотичних напружень на дні приймається квадратичний закон тертя [11] з урахуванням $U_1=U$, $U_2 \approx 0$:

$$\left(\overline{V_1'V_3'}\right)_{z_0} = \frac{C_f \overline{U^2}}{K_\Phi}, \quad \left(\overline{V_2'V_3'}\right)_{z_0} = 0. \quad (24)$$

де C_f – емпіричний коефіцієнт тертя, $C_f = \frac{n^2 g}{h^{1/3}}$; n – коефіцієнт шорсткості.

Для русел довільного перетину у вираз розрахунку локального значення сили тертя по дну необхідно вводити поправочний коефіцієнт K_Φ , який враховує форму русла. Доцільність введення коефіцієнту K_Φ наведено в роботах [11, 18]. Значення коефіцієнта K_Φ визначається за залежністю:

$$K_\Phi = \frac{C^2}{x_2 V_{\text{сєр}}^2} \int_0^{x_2} \frac{U^2}{C_h^2} dx_2, \quad (25)$$

де $V_{\text{сєр}}$ – середня швидкість, $V_{\text{сєр}} = Q_{f-p}/B_{f-p}$, C_h – коефіцієнт Шезі по висоті:

$$C_h = \frac{1}{n} h_{\text{сєр}}^{1/6}. \quad (26)$$

Для прогнозування розподілу глибин і швидкостей, враховуючи залежності для турбулентних напружень (23), після перетворень представимо усталені рівняння двовимірних течій на заплавах з трав'яною рослинністю:

– поздовжньої рівноваги потоку –

$$\begin{aligned} [\alpha_h - N_p 2\Lambda] 2U \frac{\partial U}{\partial x_1} = & - \left(g - N_p \Lambda \frac{U^2}{h} + N_{ch} \langle \bar{S} \rangle \right) \frac{\partial h}{\partial x_1} - \\ & - h \left(-N_p \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right) + N_{ch} \frac{\partial \langle \bar{S} \rangle}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_2} \right) - \left[\frac{C_f}{h K_\Phi} + N_p \alpha_h \right] U^2, \end{aligned} \quad (27)$$

– поперечної рівноваги потоку –

$$\begin{aligned} \left(g - N_p \Lambda \frac{U^2}{h} + N_{ch} \langle \bar{S} \rangle \right) \frac{\partial h}{\partial x_2} = & - h \left(-N_p \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right) + N_{ch} \frac{\partial \langle \bar{S} \rangle}{\partial x_2} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_2} \right) + N_p \Lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_2}, \end{aligned} \quad (28)$$

– рівняння нерозривності –

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = 0. \quad (29)$$

Для отримання однозначного розв'язку розглядуваної задачі, а саме визначення глибини потоку на заплаві після розмиву, до представленої замкнутої системи вихідних рівнянь необхідно додати граничні і початкові умови.

4. 4. Початкові і межові умови для реалізації запропонованої математичної моделі заплавного потоку

На границях розрахункової області, у вузлах, сусідніх з твердими поверхнями – дамбами мостового переходу, в якості межових умов використовується залежність для швидкості:

$$U_{i,j} = \frac{U_{\tau_{i,j}}}{\kappa} \ln \left((x_2)_c^+ E \right), \quad (30)$$

де E – коефіцієнт шорсткості [14]; $U_{\tau_{i,j}}$ – динамічна швидкість на заплавах; κ – параметр Кармана; $(x_2)_c^+$ – безрозмірна відстань від стінки [14], визначається за залежністю:

$$(x_2)_c^+ = \frac{\Delta x_2 U_{\tau_{i,j}}}{\nu}. \quad (31)$$

Безпосередньо на самих твердих поверхнях (стінці дамби, мостової опори), а також для випадку пологих берегів діє умова прилипання, тобто значення швидкості потоку приймається рівним нулю.

Гранична відмітка вільної поверхні H , як для випадку пологих берегів, так і для випадку вертикальних стінок (крутих берегів, мостових опор, дамб), визначається за допомогою лінійної екстраполяції [11] за значеннями відміток вільної поверхні внутрішніх точок розрахункової області:

$$h(x_1, x_2) = 2h(x_1, x_2 - 1) - h(x_1, x_2 - 2). \quad (32)$$

Всі розрахунки проводяться відповідно на кожній гілці повені або паводку, на певну добу. Будь які з наведених величин Φ_i розраховуються по поздовжній координаті для всього розрахункового створу (ряду значень), Φ_{ij} – розраховуються по двом координатам x_1, x_2 у вигляді числової матриці.

Визначення відміток вільної поверхні потоку на всіх розрахункових поперечниках проводиться в одномірній постановці на основі рівняння усталеного нерівномірного руху у відкритих руслах, ґрунтуючись на розв'язку, представленому в роботі [2]. Запропонований підхід до рішення задачі базується на методі Ю.В. Абрамова з використанням властивостей центральної струмини річ-

кового потоку в зоні штучного стиснення. Скінченно-різницевий аналог диференційного рівняння, яке описує зміну глибин потоку, має вигляд:

$$h_i - h_{i-1} = J(l_i - l_{i-1}) - JR \left[\left(1 - \frac{l_i}{R}\right)^{-1} - \left(1 - \frac{l_{i-1}}{R}\right)^{-1} \right] \pm \pm \frac{Jh_r^{4/3} m^2}{2g} \left[\left(1 - \frac{l_i}{R}\right)^{-2} - \left(1 - \frac{l_{i-1}}{R}\right)^{-2} \right], \quad (33)$$

де J – поздовжній похил дна; m – зворотна величина до коефіцієнту шорсткості русла n , $m = \frac{1}{n}$; R – параметр центральної струмини; h_r – глибина русла, м; l_i – поздовжня координата розрахункового створу, м; g – прискорення вільного падіння, м/с². Початкові умови: $h=h_0$ при $l=0$; $h=h_i$ при $l=l_i$.

4. 5. Послідовність розрахунку деформацій на заплавах рівнинної річки в зоні впливу мостового переходу

Запропонована система рівнянь (27)–(29) в комплексі з межовими умовами (30)–(33) розв’язується в наступній послідовності:

1. Вводяться вихідні дані для заплавного потоку, за необхідністю їх розрахунок, констант, межових умов, дані наведені в табл. 1. З метою скорочення об’єму вихідної інформації використовуються інтерполяційні поліноми, які дозволяють її скоротити у 2–3 рази.

2. Визначаються параметри розрахункової області, обумовлених зоною впливу мостового переходу. Обґрунтування меж зон стиснення і розтікання, побудова кривої вільної поверхні на мостових переходах, трансформація руслової витрати на мостових переходах проводяться за методами розрахунку, запропонованими в роботі [15].

Виконується розрахунок значень кривої вільної поверхні річкового потоку в зоні впливу мостового переходу за рівнянням (33). Обчислення проводять знизу вгору, починаючи зі створу повного розтікання, де всі гідравлічні характеристики потоку відомі, бо мають природні значення, третій доданок рівняння (33) береться зі знаком «+». При чому $l_{i-1}=0$ та l_i змінюється від 0 до l_{z_s} в зоні розтікання. Величина параметру центральної струмини в зоні розтікання дорівнює $R=R_{z_s}$. Значенню $l_i=l_{z_s}$ відповідає величина підмостового підпору.

Дійшовши до мостового створу, для продовження розрахунку в зоні стиснення необхідно замінити знак перед третім доданком на «-», надати величині h_{i-1} значення отриманої глибини під мостом, відстань прийняти $l_{i-1}=0$ та змінити величину параметру центральної струмини в зоні стиснення $R=R_{z_c}$. Значення l_i змінюється від 0 до l_{z_c} величини, що є відстанню від мосту до початку зони стиснення, де утворюється повний підпір під мостом.

Ґрунтуючись на рівнянні (33), проводять розрахунок похилу вільної поверхні річкового потоку:

$$I_{x_1} = \frac{h_i - h_{i-1}}{l_i - l_{i-1}} = J - \frac{JR}{l_i - l_{i-1}} \left[\left(1 - \frac{l_i}{R}\right)^{-1} - \left(1 - \frac{l_{i-1}}{R}\right)^{-1} \right] \pm \frac{Jh_r^{4/3} n^{-2}}{2g(l_i - l_{i-1})} \left[\left(1 - \frac{l_i}{R}\right)^{-2} - \left(1 - \frac{l_{i-1}}{R}\right)^{-2} \right]. \quad (34)$$

3. Після отримання параметрів розрахункової зони в першому наближенні проводять розрахунок на основі уточнених вихідних даних: двовимірних матриць відміток дна та вільної поверхні річкового потоку. Ці матриці описують в повній відповідності до реальних умов конфігурацію дна та вільної поверхні. Розраховують розподіл швидкостей та глибин в розрахункових створах на заплавах ділянках за скінченно-різницевиими аналогами рівнянь (27), (28).

За допомогою ітерацій визначають поздовжню швидкість в усталеному заплавному потоці з елементами рослинності.

На заплавах потоках можна приймати $\frac{\partial h}{\partial x_1} = 0$ та проводити розрахунок за спрощеним рівнянням:

$$U_{i+1,j} = U_{i,j} - \frac{\Delta x_1}{[\alpha_h - N_P 2\Lambda] 2U_{i,j}} \times \left[h_{i,j} \left[-\frac{N_P}{\Delta x_1} \left[\left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i+1,j} - \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i,j} \right] + N_{Ch} \frac{\langle \bar{S} \rangle_{i+1,j} - \langle \bar{S} \rangle_{i,j}}{\Delta x_1} \right] - \left[-\frac{1}{\Delta x_2^2} \left[\Lambda_{i,j} (U^2)_{i,j+1} - (\Lambda_{i,j} + \Lambda_{i,j-1}) \times \right] \times (U^2)_{i,j} + \Lambda_{i,j-1} (U^2)_{i,j-1} \right] + \left[\frac{C_f}{h_{i,j} K_\Phi} + \alpha_h N_P \right] (U^2)_{i,j} \right]. \quad (34)$$

Визначають розподіл глибини в поперечних перетинах заплавного потоку:

$$h_{i,j+1} = h_{i,j} - \frac{\Delta x_2}{g - N_P \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i,j} + N_{Ch} \langle \bar{S} \rangle_{i,j}} \times$$

$$\times \left[h_{i,j} \left(-\frac{N_P}{\Delta x_2} \left[\left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i,j+1} - \left(\Lambda \frac{U^2}{h} \right)_{i,j} \right] + N_{Ch} \frac{\langle \bar{S} \rangle_{i,j+1} - \langle \bar{S} \rangle_{i,j}}{\Delta x_2} \right) + \right. \quad (35)$$

$$\left. -\frac{1}{2\Delta x_1 \Delta x_2} \left[\Lambda_{i+1,j} \left((U^2)_{i+1,j+1} - (U^2)_{i+1,j-1} \right) - \Lambda_{i,j} \left((U^2)_{i,j+1} - (U^2)_{i,j-1} \right) \right] - \right.$$

$$\left. -N_P \Lambda_{i,j} \frac{(U^2)_{i,j+1} - (U^2)_{i,j}}{\Delta x_2} \right]$$

Проводять розрахунок межових умов біля струмененапрямних дамб за залежністю (32).

Визначення глибин після розмиву виконують за співвідношенням:

$$h_{i,j}^{n+1} = \frac{h_{i,j}^n U_{i,j}}{U_{\text{нерозмі},j}}, \quad (36)$$

де $U_{\text{нерозмі},j}$ – нерозмивна швидкість ґрунту.

Виконують перевірку умови нерозривності згідно (29). При перевірці умови нерозривності обчислюють питомі витрати потоку на вертикалях $q_{f-pij} = U_{i,j} \cdot h_{ij}$. Після того обчислюють повну витрату шляхом підсумовування питомих витрат за кожним поперечним перерізом і множення на ширину розрахункової смуги $Q_{f-pi} = \sum_j q_{f-pij} \cdot \Delta B$, де $\Delta B = x_{2i} - x_{21}$. Обчислюють коефіцієнти

$k_i = \frac{Q_{f-pi}}{Q_{f-p0}}$, де Q_{f-p0} – витрата в початковому створі. Коректуються швидкості –

$U_{i,j}^{\text{II}} = \frac{U_{i,j}^{\text{I}}}{k_i}$, де I, II – номери відповідних наближень. При розрахунку швидкості

коректуються два рази. Необхідно проводити перевірку умови нерозривності, обчислюючи питомі витрати $q_{f-pij} = U_{i,j} \cdot h_{ij}$. Далі знов обчислюють швидкості

$U_{i,j}^{\text{II}} = \frac{U_{i,j}^{\text{I}}}{k_i}$. За корегованими швидкостями обчислюють питомі витрати, знов

знаходять коефіцієнти, які повинні дорівнювати одиниці. При необхідності можна збільшити кількість ітераційних циклів перевірки масивів величин. Кінцеву перевірку виконують за дискретним аналогом рівняння (29):

$$(U \cdot h)_{i,j} = \frac{(U \cdot h)_{i+1,j}}{\Delta x_1}. \quad (37)$$

Роблять перерахунок поздовжнього похилу водної поверхні заплави:

$$I_{x_1} = \frac{h_{i+1,j} - h_{i,j}}{\Delta x_1}. \quad (38)$$

Далі перераховуються в наступному наближенні величини витрат заплавних потоків в зоні стиснення та розтікання; коефіцієнт, який враховує нерівномірність розподілу швидкостей на вертикалі; коефіцієнт турбулентного обміну; коефіцієнт, який враховує опір елементів рослинності на заплаві; осереднена мутність по вертикалі $\langle \bar{S} \rangle$. За допомогою ітерацій визначають поздовжню швидкість в усталеному заплавному потоці з елементами рослинності та розподіл глибини в поперечних перетинах заплавного потоку до виконання умови нерозривності. Матриця відміток поверхні рельєфу дна заплави на розрахунковій області Z_{f-p} та матриця глибин заплавного потоку h_{f-p} оновлюються після кожної сходинки паводка.

5. Результати розрахунку розмивів на заплавах в зоні впливу мостового переходу

Розрахунок загального та максимального розмиву проведено на заплавних ділянках підмостового русла на р. Сіверський Донець біля с. Брусівка на автомобільній дорозі Т-05-14, км 83+575, Донецька область (Україна). Заплава переважно 2-стороння, чергується по берегах. Ґрунти мулисто-піщані та глинисті, на заболочених ділянках торф'яністі. Щорічно в період весняної повені та дощових паводків заплава затоплюється на глибину від 0,5 м до 3,3 м на 1–2 тижні, на пониженнях вода тримається на протязі 1–3 місяців. Запроектований автодорожній міст перетинає р. Сіверський Донець під кутом 26° , має довжину 297 м.

5.1. Розрахунок положення кривої вільної поверхні річкового потоку в зоні впливу мостового переходу

Для проведення розрахунку проводиться збір вихідних даних, які наведені у табл. 1, 2. Далі були визначені параметри зони впливу мостового переходу: довжина зони стиснення та зони розтікання.

На рис. 1, 2 наведено в першому наближенні глибину в зоні впливу мостового переходу та похил вільної поверхні річкового потоку. На 10 та 11 кроках чітко видно зміну глибини та похилу в створі мостового переходу.

Отримані початкові умови по довжині розрахункової ділянки (рис. 1, 2) в комплексі з межовими умовами (30)–(33) дозволяють розв'язати запропоновану систему рівнянь (27)–(29).

Таблиця 1
Вихідні дані розрахунку

№ п/п	Назва параметра	Позначка	Од. виміру	Примітки (у якому вигляді задається)
1	Поздовжній похил дна	J	–	0,00018
2	Середня відмітка дна русла	Z_r	м	143,7
3	Середня відмітка дна заплав	Z_{f-p}	м	146,64
4	Прискорення вільного падіння	g	м/с ²	9,81
5	Ширина розливу річки	B_{riv}	м	466,3
6	Середня ширина русла	B_r	м	58,11
7	Середня ширина більшої заплави	b_{f-pb}	м	212,26
8	Середня ширина меншої заплави	b_{f-ps}	м	149,08
9	Коефіцієнт шорсткості на заплавах	n	–	0,067
10	Ширина отвору мостового переходу	B_{br}	м	267

Таблиця 2
Вихідні параметри розрахункової області

Доба	Загальна витрата річки Q_{riv} , м ³	Руслова витрата Q_r , м ³	Рівень поверхні річки, Н,м	Глибина русла, h_r , м	Глибина заплави h_{f-p} , м
1,2	448	207,65	147,24	3,54	0,6
4	506	215	147,5	3,8	0,86
8,4	864	293,32	147,98	4,28	1,34
13,6	1193	368,08	148,27	4,57	1,63
18,8	1658	465,03	148,62	4,92	1,98
24,6	1992	534,73	148,83	5,13	2,19

Таблиця 3
Обчислені параметри розрахункової області

Доба	Природна питома витрата заплав, q_{f-p} , м	Коефіцієнт стиснення β_{br}	Довжина впливу мостового переходу R_{z-br} , м	Число Фруда F_r	Значення повного підпору, ξ	Довжина зони стиснення l_{z-c} , м	Довжина зони розтікання l_{z-s} , м	Параметри центральної струминни в зоні розтікання R_{z-s} , м	Параметри центральної струминни в зоні стиснення R_{z-c} , м
1,2	0,589	1,355	1194,8	0,01061	0,794	245,7	949,1	3621,6	937,5
4	0,713	1,391	1349,2	0,0095	0,823	239,5	1109,8	3950,5	852,4
8,4	1,398	1,476	1673,6	0,01578	0,7232	464,4	1209,3	3748,1	1439,3
13,6	2,021	1,51	1842,2	0,0224	0,613	713,7	1128,6	3341,3	2112,9
18,8	2,923	1,542	2035,0	0,0314	0,464	1090,3	944,7	2687,9	3102,1
24,6	3,57	1,556	2144,3	0,0379	0,355	1382,0	762,3	2133,2	3867,5

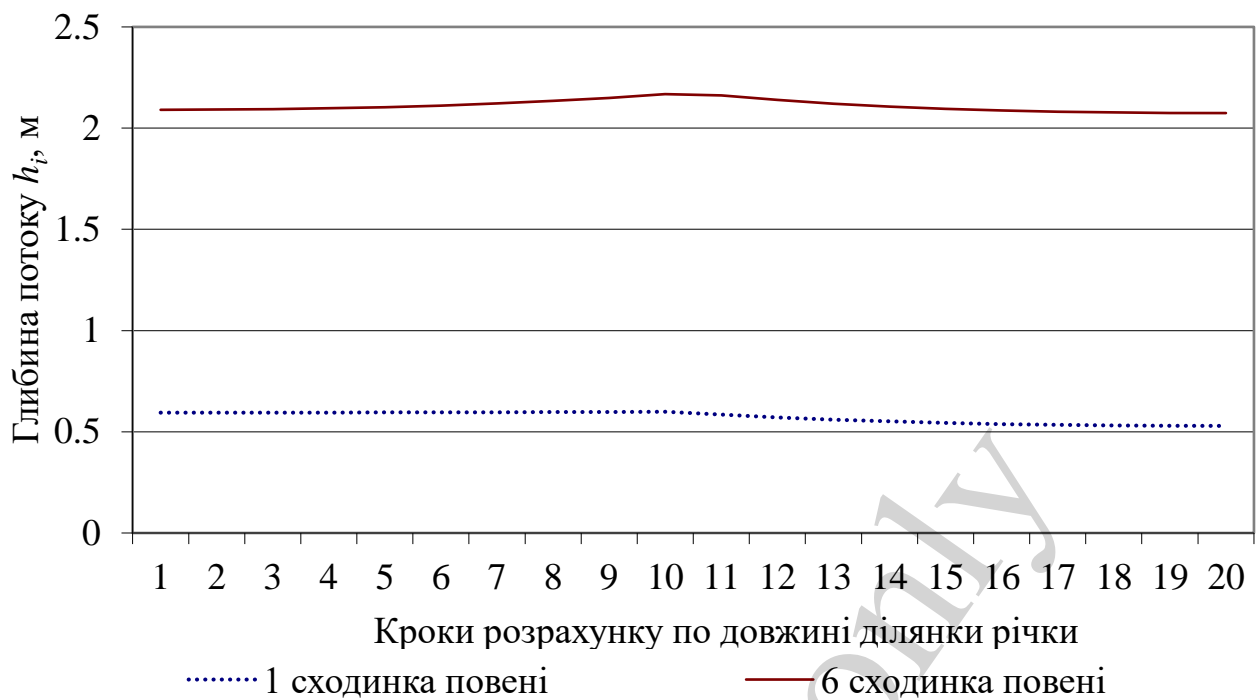


Рис. 1. Розрахунок глибин потоку h_i (1–10 крок – зона стиснення, 11–20 крок – зона розтікання потоку)

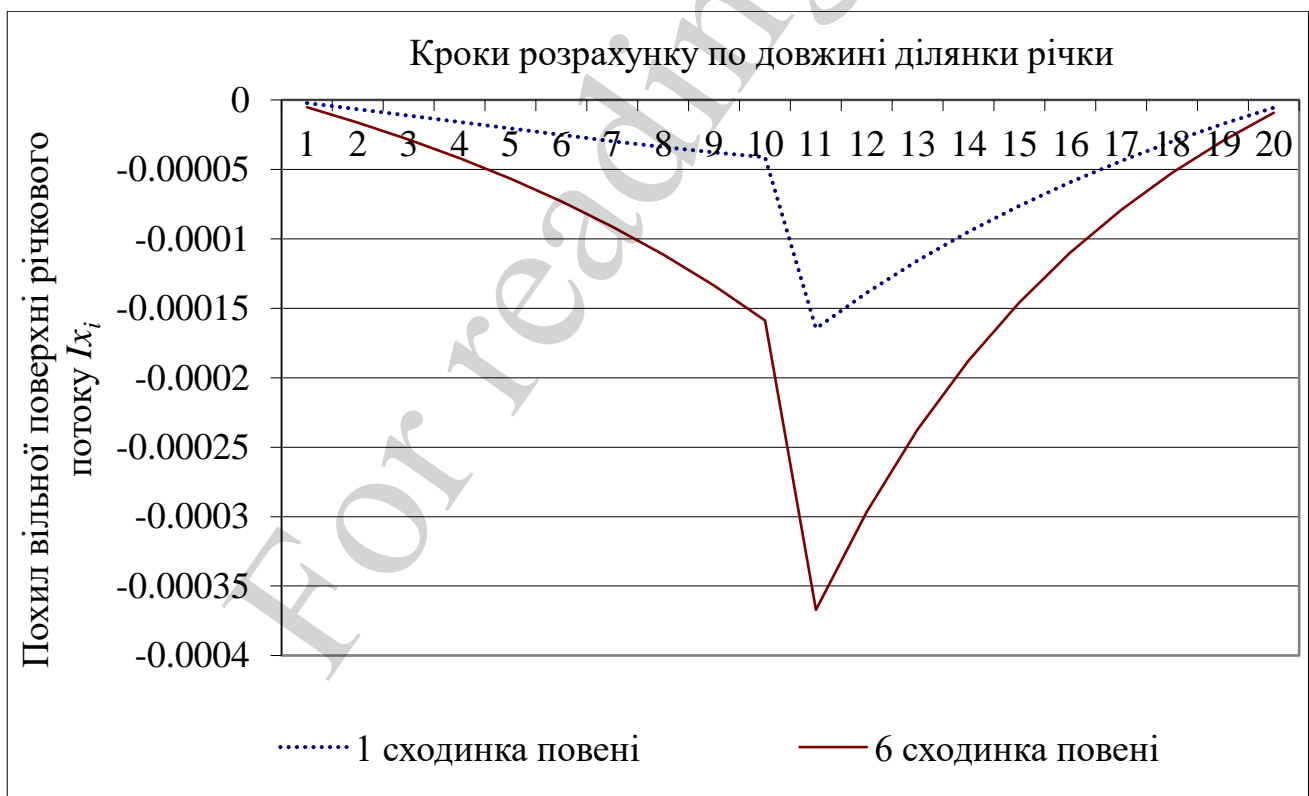


Рис. 2. Розрахунок похилу вільної поверхні річкового потоку Ix_i (1–10 крок – зона стиснення, 11–20 крок – зона розтікання потоку)

5. 2. Розрахунок деформацій на заплавах в зоні впливу мостового переходу

На основі визначених початкових умов (рис. 1, 2) та початкових відміток поверхні і глибин річкового потоку (рис. 3, 4) проводився розрахунок на ділянці р. Сіверський Донець довжиною 220 м, шириною 540 м. Розв'язок проводився на основі вихідних даних, наведених у табл. 4.

Були визначені гідродинамічні показники заплавних потоків від середньої швидкості (рис. 5), для дотримання умов нерозривності, до розрахунку глибин в поперечних перетинах (рис. 6) та відміток донної області після проходження паводку за розрахунковими сходами (рис. 7).

Таблиця 4

Вихідні данні для розрахунку розподілу поздовжніх швидкостей та глибин заплавного потоку

№ п/п	Назва параметра	Позначка	Од. вим.	Примітки (у якому вигляді задається)
1	Коефіцієнт кінематичної в'язкості води (в залежності від температури води)	ν	м ² /с	$115 \cdot 10^{-8}$
2	Густина води річкового потоку	ρ_{LS}	кг/м ³	998
3	Параметр Кармана	k	–	0,435
4	Середній або медіанний діаметр фракції ґрунту	d_m	мм	0,41
5	Щільність донного ґрунту	ρ_s	кг/м ³	2620
6	Гідравлічна швидкість	W_z	м/с	0,185 (визначена розрахунком)
7	Зчеплення ґрунту у стані повного водонасичення	C_{Ch}	кг/м ²	0,19
8	Функція коефіцієнта Шезі	M	–	при $10 \leq C \leq 60$ $M=0,7C+6$, при $C > 60$ – $M=48$
9	Коефіцієнт для визначення сили зчеплення	k_{Ch}	–	0,035
10	Перший коефіцієнт форми частки наносів	$C_{\Phi 1}$	–	$\pi/6$
11	Коефіцієнт опору рослинності	C_X	–	0,4
12	Висота рослинності	$h_{росл.}$	м	1,5
13	Діаметр стебла рослини, що обтікається	$D_{ст.}$	м	$7 \cdot 10^{-3}$
14	Частина стебла рослини, що обтікається за висотою	$\Delta z_{ст.}$	м	якщо $h_{росл.} > h_{f-p}$, ТОДІ $\Delta z_{ст.} = h_{f-p}$, якщо $h_{росл.} < h_{f-p}$, ТОДІ $\Delta z_{ст.} = h_{росл.}$

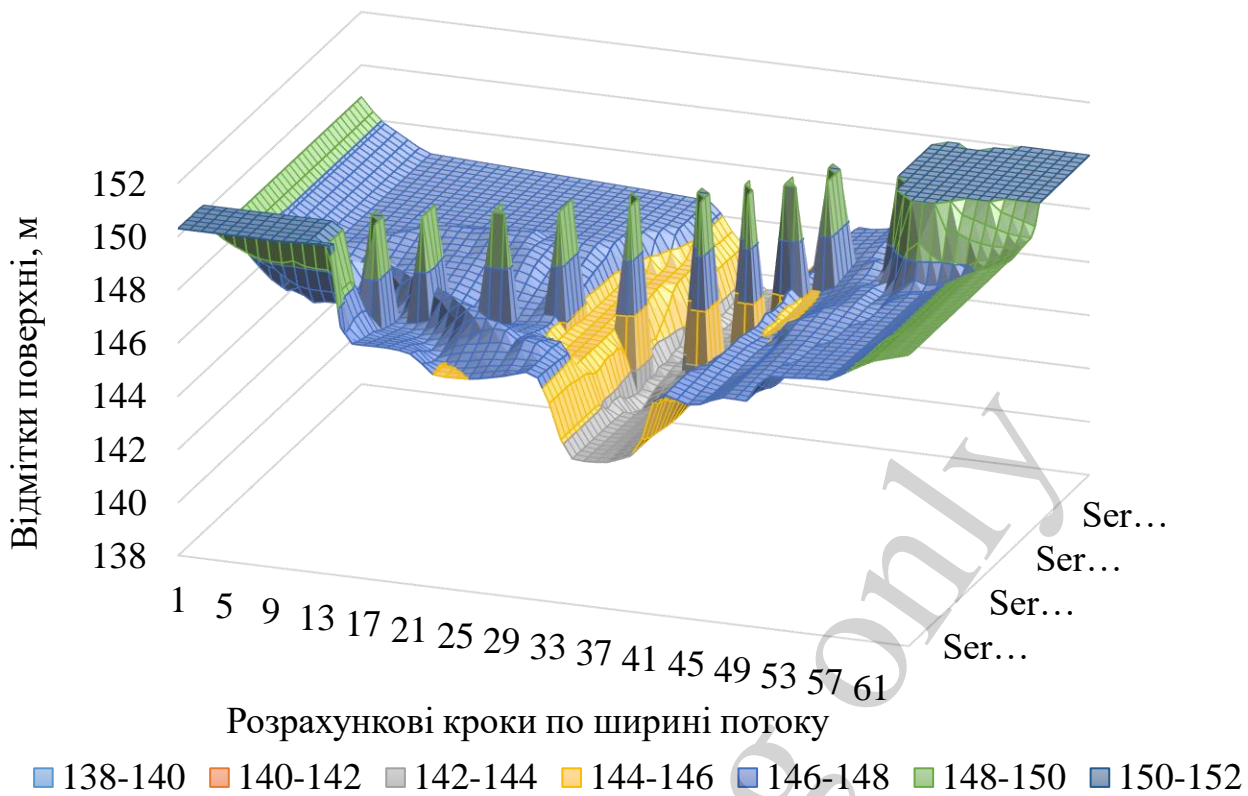


Рис. 3. Початкові відмітки поверхні Z_{f-p} рельєфу дна потоку русла та заплав на розрахунковій області до проходження повені

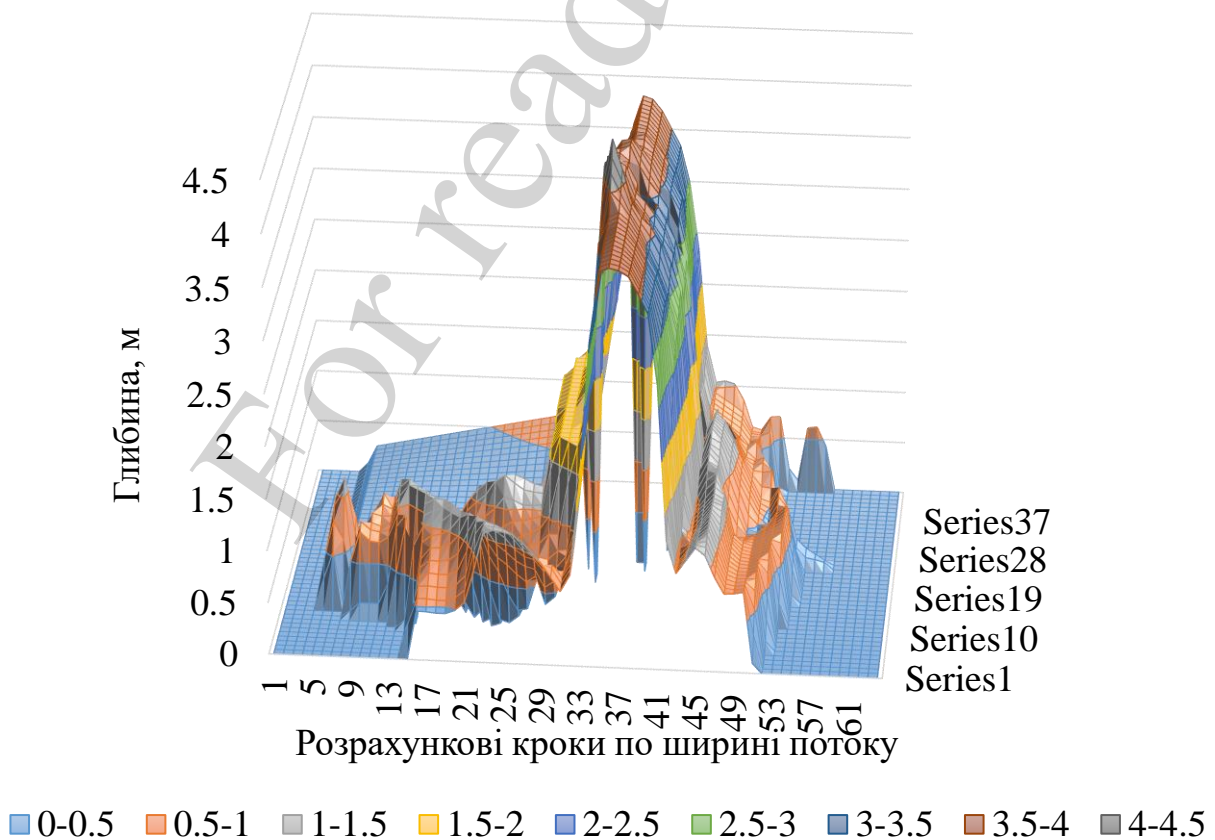


Рис. 4. Початкова глибина річкового потоку на розрахунковій області

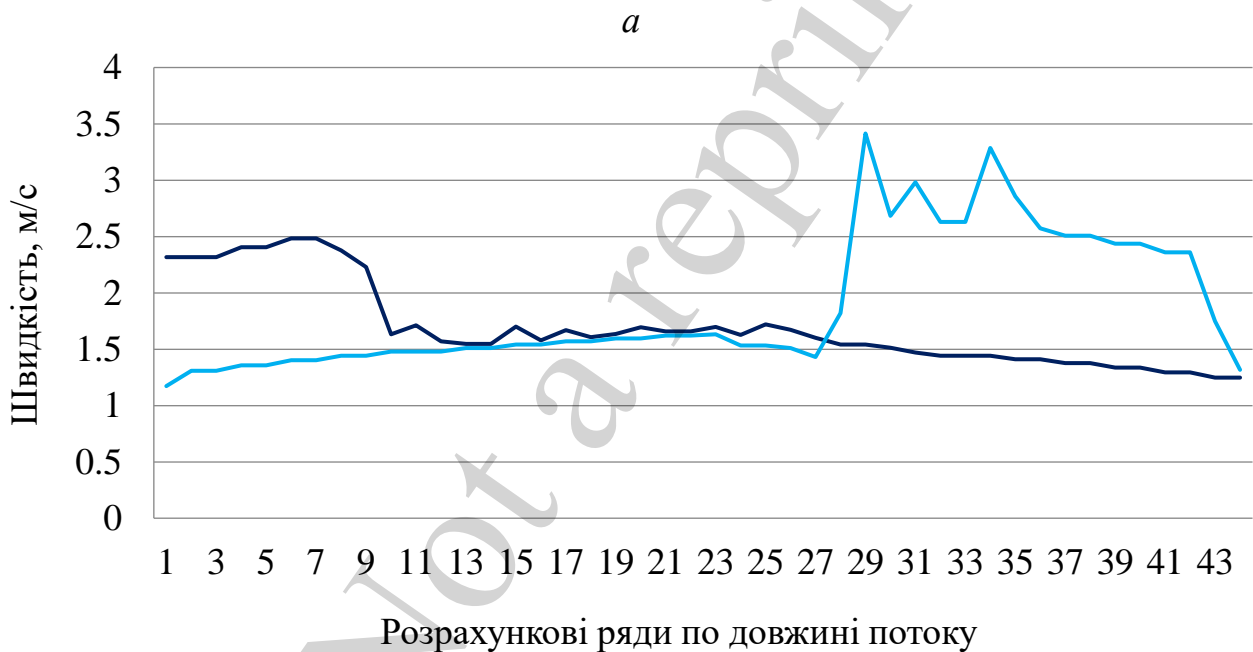
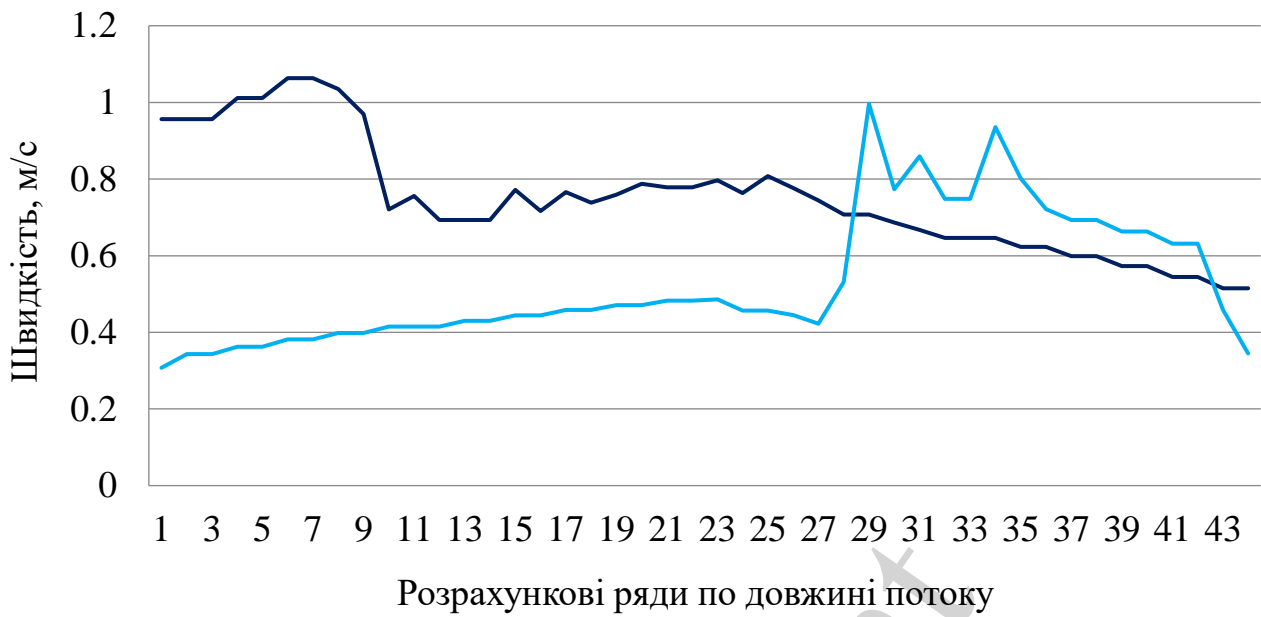


Рис. 5. Розрахунок середньої швидкості заплавного потоку $V_{f-pb(s)сери}$: *а* – після 1-ої сходинки розрахункового паводку; *б* – після 6-ої сходинки розрахункового паводку

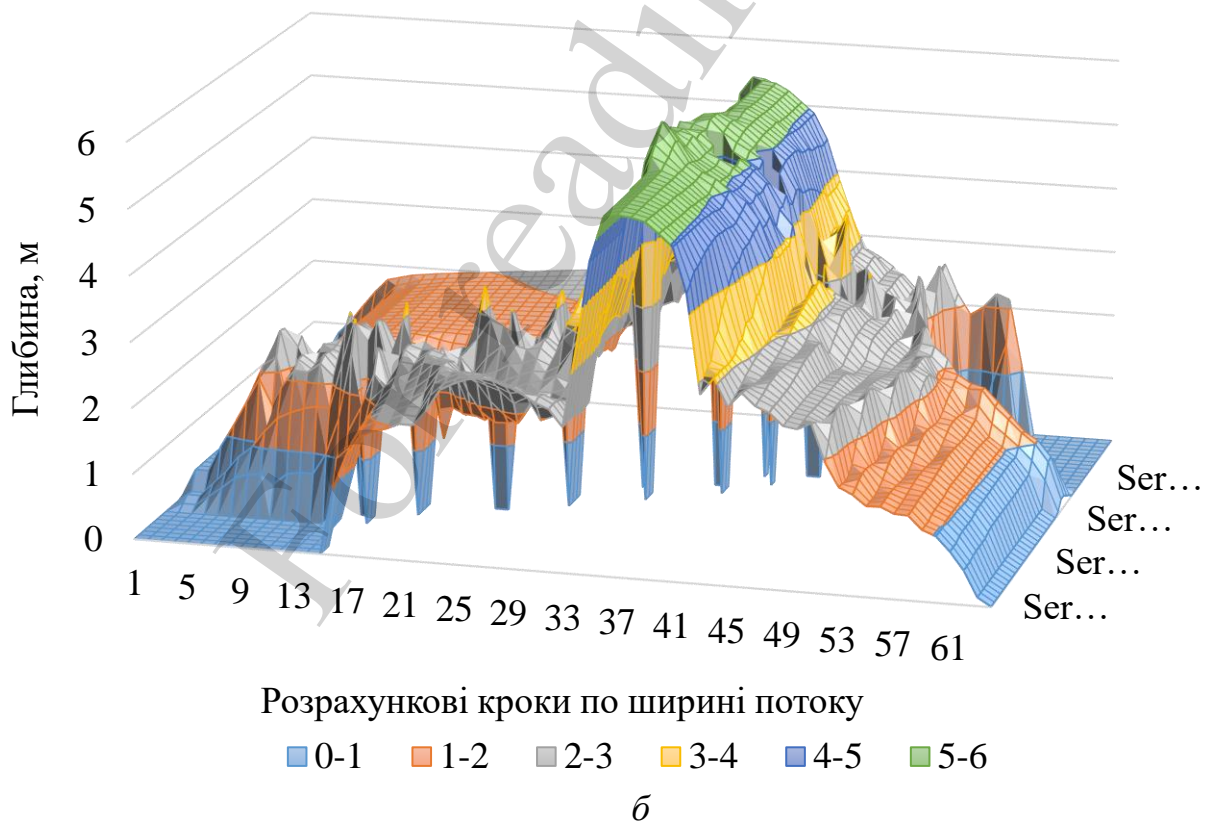
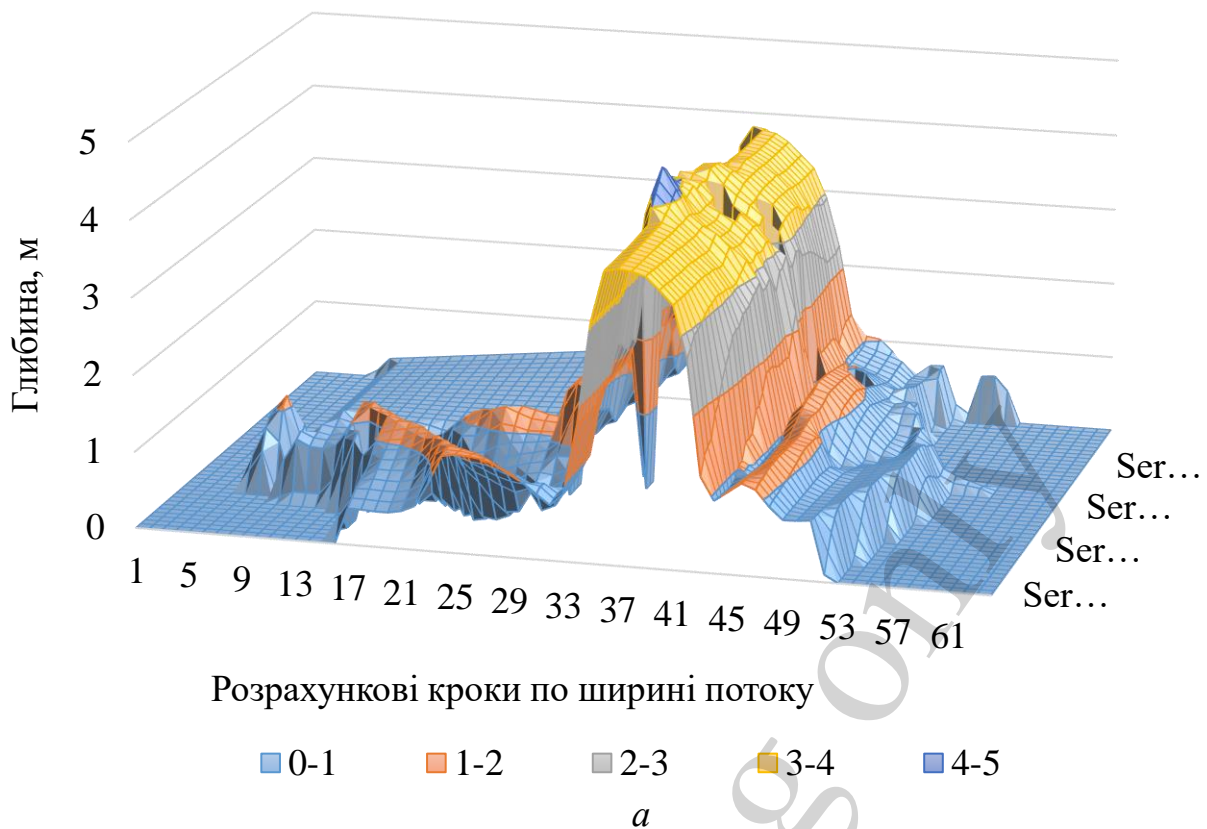
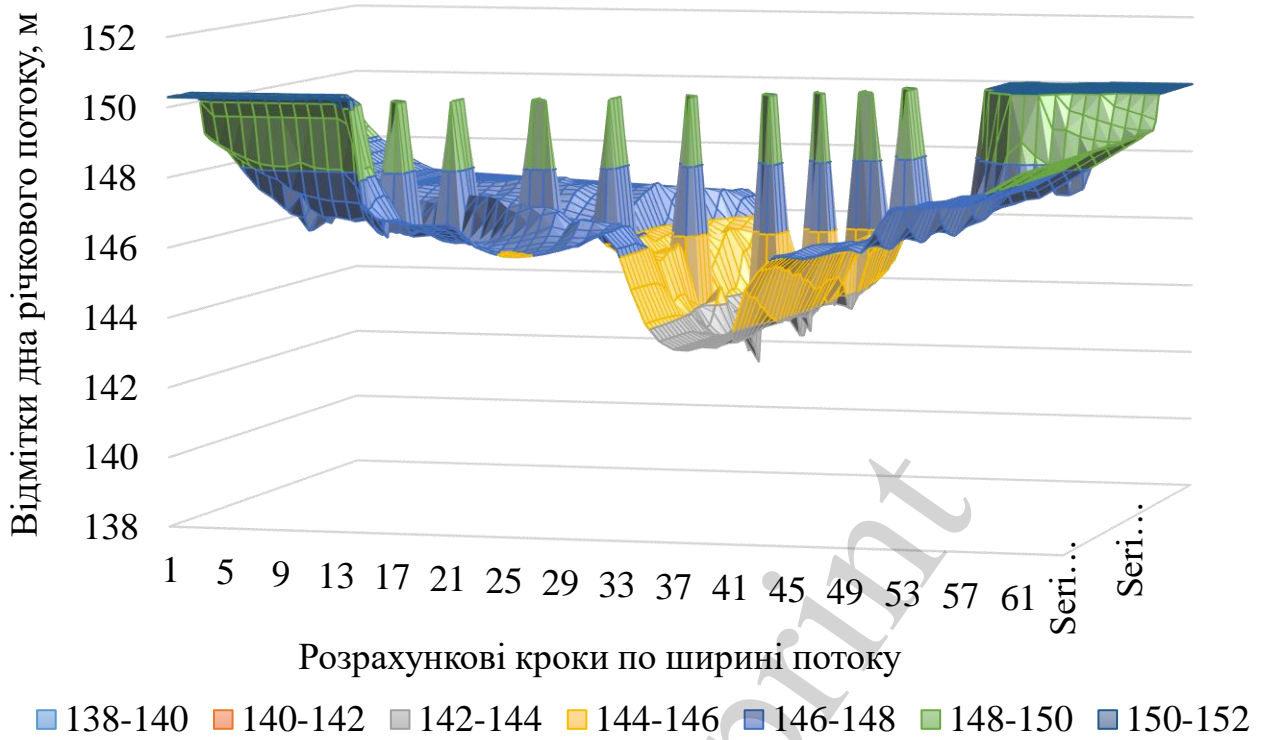
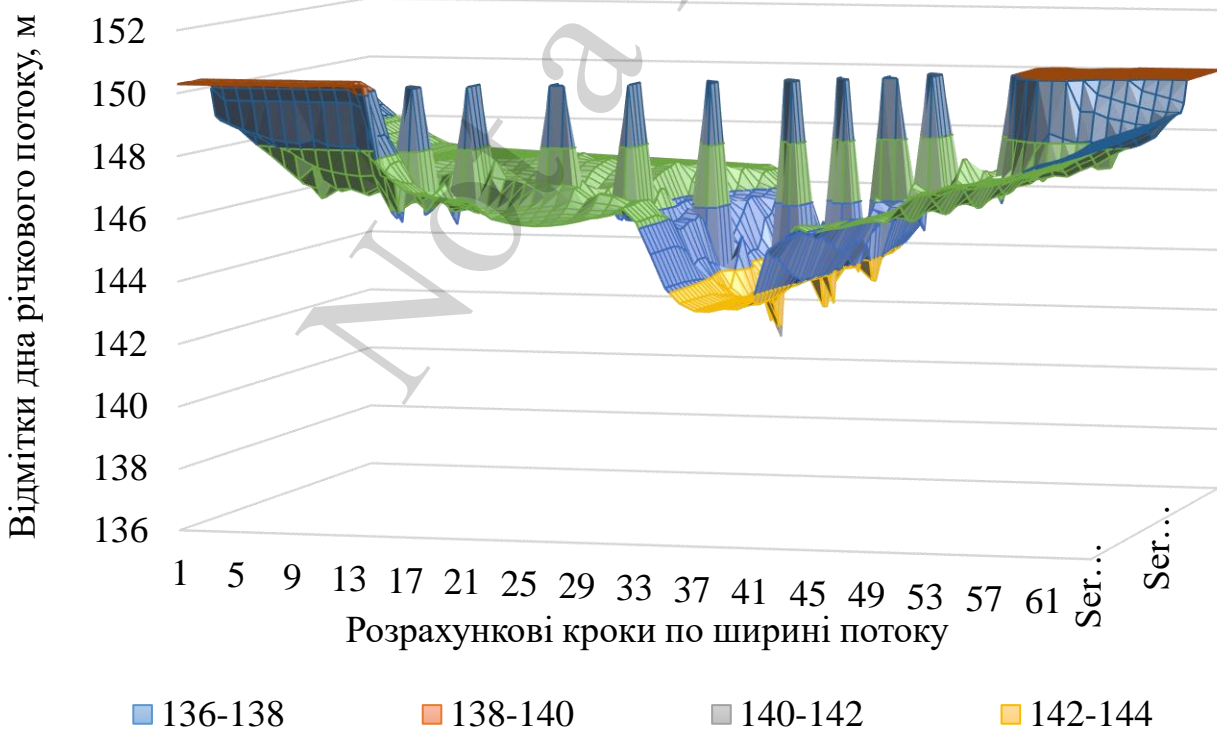


Рис. 6. Розрахунок глибини в поперечних перетинах заплавного потоку $h_{i,j}$: *a* – після 1-ої сходинки розрахункового паводку; *б* – після 6-ої сходинки розрахункового паводку



a



б

Рис. 7. Відмітки поверхні рельєфу дна заплав: *a* – після 1-ої сходинки розрахункового паводку; *б* – після 6-ої сходинки розрахункового паводку

Розмив русла р. Сіверський Донець зупиняється лише на спаді весняної по-вені після 6-ої за вихідним гідрографом розрахункової сходинки. Згідно з розрахунками, проведеними за методикою, при порівнянні з початковими відмітками, розмив більшої заплави становить $h_p=0,96$ м, меншої заплави – $h_p=1,28$ м.

6. Обговорення результатів розрахунку деформацій на заплавах в зоні впливу мостового переходу

Математична модель заплавного потоку ґрунтується на загальних рівняння переносу неоднорідного потоку та рівнянні нерозривності (3)–(6). Модельна форма рівнянь отримана, спираючись на припущення про мализну часток та мализну прискорень потоку в порівнянні з прискоренням сили тяжіння. В рівняннях переносу (27), (28) врахований закон розподілу осередненого гідростатичного тиску по вертикалі (11), що дає наступні переваги: пряму залежність між тиском і швидкістю, наявність глибини потоку. Розроблені рівняння заплавного потоку враховують в своєму складі розподіл зважених наносів за рахунок осередненої мутності, силу зчеплення дрібнозернистих ґрунтів та силу опору рослинності (18).

Для розв'язання конкретних прикладних задач і одержання, відповідно, однозначного розв'язку, обґрунтовані та сформульовані початкові та граничні умови по всій числовій області (30) та (32)–(34). Глибина заплавного потоку після розмиву визначатиметься на основі співвідношень дійсної та нерозмивної швидкостей (36).

Запропонований підхід дозволяє в двовимірній постановці визначити параметри зони впливу мостового переходу (рис. 1, 2) та для дотримання умов нерозривності провести розрахунок середньої швидкості на кожній з заплав. Визначені початкові та межові умови є основою для реалізації скінченно-різницевого аналогів рівнянь переносу (34), (35). Відповідно до цього, отримані масиви даних глибин в поперечних перетинах потоку (рис. 6) та відміток поверхні рельєфу заплав (рис. 7), що дозволяє надавати точний прогноз розвитку деформаційних процесів.

Розроблена математична модель дозволяє враховувати особливості заплавних ділянок стосовно розподілу рослинності та намулу, дає можливість визначити реальний розподіл швидкісної структури в шарі рослин неоднорідного потоку та деформацій на заплавах.

Запропоновані підходи [7–10] щодо дослідження процесів формування заплавних потоків відповідають їх природному стану, а не в штучно стиснутому. Представлені результати числового експерименту дозволяють дослідити розвиток деформацій на заплавах саме в зоні впливу мостового переходу з урахуванням особливостей рельєфу та взаємодії з русловим потоком на реальних об'єктах транспортних споруд.

Наступним кроком досліджень авторів є визначення параметрів максимального розмиву з урахуванням в модельних рівняннях сили опору при обтіканні мостових опор. Це дозволить в повній мірі надавати прогноз розвитку деформацій на заплавах в зоні впливу мостових переходів при проектуванні дорожніх об'єктів та споруд на рівнинних та передгірських ділянках річок.

7. Висновки

1. З метою врахування особливостей формування заплавних потоків використано підхід, згідно якого розподіл поля швидкостей по вертикалі визначається з урахуванням розподіленої сили, діючої в шарі рослин. Також враховано суттєвий вплив опору відриву зерен дрібнозернистого ґрунту на динаміку заплавного потоку. Для складових сил опору рослинності та зчеплення ґрунту отримані відповідні залежності.

2. Геоморфометрія заплавних ділянок характеризується наявністю значної рослинності, намулів від попередніх повенів та паводків і обумовлює генетичну несхожість з руслами. Обтікання потоком рослинності на заплавних ділянках мостових переходів створює специфічні умови переносу як конвективних, так і турбулентних характеристик течії. Для врахування цих умов запропоновано двовимірну математичну модель зависеного потоку з трав'яною рослинністю для прогнозування розподілу глибин і швидкостей на заплаві.

Запропонована математична модель дозволяє отримати розподіл середніх за глибиною швидкостей з дотриманням узгодженості з полем тиску в двовимірній постановці. Це суттєво спрощує її реалізацію та відповідає умовам задач теорії мілкої води для штучно стиснутих відкритих потоків.

3. Сформульовані та розраховані початкові та межові умови для р. Сіверський Донець дають можливість отримати параметри зони впливу мостового переходу та розподіл в першому наближенні глибини і зміну похилу вільної поверхні. Врахування характерних особливостей руху заплавних потоків дозволяє проводити числову реалізацію запропонованої математичної моделі за ітераційними методами розрахунку гідродинамічних характеристик на визначеній за довжиною ділянці річкового потоку з дотриманням умов нерозривності. На початку весняної повені, після першої, за вихідним гідрографом, розрахункової сходинки в першому наближенні середня глибина річкового потоку змінюється в межах від 0,598 до 0,529 м. На спаді повені, після шостої сходинки – в межах від 2,16 м до 2,09 м.

4. Запропонований метод розрахунку розмивів на заплавах ґрунтується на особливостях протікання відкритих штучно-стиснутих потоків в зоні впливу мостових переходів. Цей метод дозволяє врахувати суттєвий вплив опору від елементів рослинності та опір відриву зерен ґрунту в процесі розмиву на динаміку заплавного потоку. Визначення глибини розмиву заплавної ділянки проводиться на основі співвідношення дійсної та нерозмивної швидкостей.

Розрахунок після кожної сходинки розрахункового паводку проводиться на основі уточнених вихідних даних, які описують в повній відповідності до реальних умов конфігурацію дна та вільної поверхні. Визначені гідродинамічні показники заплавних потоків р. Сіверський Донець на спаді повені змінюються в достатньо широкому діапазоні. Максимальна середня швидкість на більшій заплаві складає 2,68 м/с, на меншій – 3,41 м/с. Максимальна глибина водного потоку в поперечних перетинах, як на більшій так і на меншій заплавах, може сягати до 3 м, а різниця максимальних значень розмивів донної області – 0,32 м. Більше значення величини розмиву, після проведення розрахунку на р. Сіверський Донець,

визначено на меншій заплаві, яка має нижчу пропускну здатність та більше стиснення, що відповідає реальним умовам.

Література

1. Slavinska, O., Stozhka, V., Kharchenko, A., Bubela, A., Kvatadze, A. (2019). Development of a model of the weight of motor roads parameters as part of the information and management system of monetary evaluation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1 (3 (97)), 46–59. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.156519>
2. Yoon, K., Lee, S., Hong, S. (2019). Time-Averaged Turbulent Velocity Flow Field through the Various Bridge Contractions during Large Flooding. *Water*, 11 (1), 143. doi: <https://doi.org/10.3390/w11010143>
3. Dragičević, S., Živković, N., Novković, I., Petrović, A., Tošić, R., Milevski, I. (2016). Hydrological and suspended sediment regime in the Kolubara River during the extreme year of 2014. *Revista de Geomorfologie*, 18 (1), 32–46. doi: <https://doi.org/10.21094/rg.2016.054>
4. Lewin, J., Ashworth, P. J. (2014). The negative relief of large river floodplains. *Earth-Science Reviews*, 129, 1–23. doi: <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2013.10.014>
5. Iwasaki, T., Shimizu, Y., Kimura, I. (2016). Numerical simulation of bar and bank erosion in a vegetated floodplain: A case study in the Otofuke River. *Advances in Water Resources*, 93, 118–134. doi: <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2015.02.001>
6. Brown, R. A., Pasternack, G. B. (2019). How to build a digital river. *Earth-Science Reviews*, 194, 283–305. doi: <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2019.04.028>
7. Vargas-Luna, A., Duró, G., Crosato, A., Uijttewaal, W. (2019). Morphological Adaptation of River Channels to Vegetation Establishment: A Laboratory Study. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 124 (7), 1981–1995. doi: <https://doi.org/10.1029/2018jf004878>
8. Konsoer, K., Rhoads, B., Best, J., Langendoen, E., Ursic, M., Abad, J., Garcia, M. (2017). Length scales and statistical characteristics of outer bank roughness for large elongate meander bends: The influence of bank material properties, floodplain vegetation and flow inundation. *Earth Surface Processes and Landforms*, 42 (13), 2024–2037. doi: <https://doi.org/10.1002/esp.4169>
9. Crosato, A., Saleh, M. S. (2010). Numerical study on the effects of floodplain vegetation on river planform style. *Earth Surface Processes and Landforms*, 36 (6), 711–720. doi: <https://doi.org/10.1002/esp.2088>
10. Västilä, K., Järvelä, J. (2017). Characterizing natural riparian vegetation for modeling of flow and suspended sediment transport. *Journal of Soils and Sediments*, 18 (10), 3114–3130. doi: <https://doi.org/10.1007/s11368-017-1776-3>
11. Савенко, В. Я. (1995). Математические модели и методы расчета квазитрехмерных безнапорных потоков. К.: Техніка, 184.
12. Славінська, О. С. (2011). Метод прогнозування загальних і місцевих деформацій підмостових русел з урахуванням процесів у придонній області.

Автомобільні дороги і дорожнє будівництво, 81, 123–135. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/81/123-135.pdf

13. Гаев, Е. А., Никитин, И. К. (1982). Гидродинамика потока при наличии легко проницаемой шероховатости. Ламинарный режим. Гидромеханика, 45, 65–73.

14. Савенко, В. Я., Славинская, Е. С. (2004). Моделирование процессов развития внутренних течений с учетом анизотропии открытых турбулентных потоков. К.: НТУ, 176.

15. Ткачук, С. Г. (2004). Прогнозування руслових деформацій на мостових переходах. Ч. 3-4. К.: НТУ, 98.

Not a reprint