

Une nouvelle loi constitutive pour la description du comportement cyclique des matériaux quasi-fragiles : effet unilatéral régularisé et effets hystérétiques

M. VASSAUX ^a, B. RICHARD ^b, F. RAGUENEAU^c, A. MILLARD ^d

a. LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris) 61, avenue du Président Wilson, 94230 Cachan, France.

Maxime.Vassaux@lmt.ens-cachan.fr

b. CEA, DEN, DANS, DM2S, SEMT, Laboratoire d'Etudes de Mécanique Sismique, F-91191, Gif-sur-Yvette, France. Benjamin.Richard@cea.fr

c. LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris) 61, avenue du Président Wilson, 94230 Cachan, France.

Frédéric.Ragueneau@lmt.ens-cachan.fr

d. CEA, DEN, DANS, DM2S, SEMT, Laboratoire de Simulation des Systèmes et des Structures, F-91191, Gif-sur-Yvette, France. Alain.Millard@cea.fr

Résumé :

Une nouvelle loi de comportement visant à étudier le comportement du béton sous chargement cyclique est proposée. La formulation de la loi repose en partie sur une approche par expérimentation numérique à l'aide d'un modèle de type lattice. Ainsi, une prise en compte de l'effet unilatéral régularisé est proposée afin de décrire le phénomène de refermeture progressif des fissures. La loi de comportement développée a été validée à l'échelle de la structure sur le cas d'un voile en béton armé sous chargement cyclique.

Abstract :

A continuum model for quasi-brittle materials able to reproduce mechanical phenomena related to cyclic loading is proposed. A virtual testing approach is set up to analyze the evolution of microscopic quantities during uniaxial cyclic tests and justify an original and efficient modeling of these phenomena. Thus, a regularized formulation of the homogenized multiple contact problem induced by the non-simultaneous closure of microscopic cracks is proposed. The proposed continuum model is validated by means of member-scale simulations of alternately loaded reinforced concrete shear wall.

Mots clefs : Béton, effet unilatéral régularisé, effets hystérétiques, Cast3M

1 Introduction

La description et la prédiction de la réponse dynamique des structures en béton armé sous chargement complexe nécessitent la formulation de lois de comportement prenant en compte de manière satisfaisante et robuste les principaux mécanismes dissipatifs survenant à l'échelle du volume élémentaire représentatif (VER). D'un point de vue industriel, cette problématique représente un enjeu fort, surtout dans un contexte de réévaluation et d'extension de la durée de vie des installations classées. La littérature est très riche en matière de lois constitutives dédiées à la description du comportement des matériaux quasi-fragiles, preuve de l'activité intense sur le sujet.

Les premières lois constitutives ont été proposées dans un cadre uniaxial et reposaient essentiellement sur l'observation des variations de grandeurs macroscopiques sous chargement monotone [8, 19, 10] ou cyclique [29]. Ces lois restaient essentiellement empiriques et ne pouvaient s'intégrer dans une analyse à l'échelle de la structure. Les premières lois de comportement applicables à l'échelle de la structure ont été développées essentiellement dans les cadres théoriques de l'endommagement [13, 15] ou de la plasticité [6] essentiellement pour des applications sous chargement monotone. Des travaux importants ont été réalisés afin de prendre en compte des phénomènes intrinsèques aux matériaux quasi-fragiles permettant de bien décrire leur réponse uniaxiale sous chargement cyclique [11, 18, 16].

Si sous chargement monotone la description multiaxiale du comportement des matériaux quasi-fragiles est maîtrisée, le cas des chargements cycliques multiaxiaux n'est pas totalement traité [12, 22, 20, 26, 14]. Les raisons à cela peuvent être nombreuses : (i) manque de robustesse numérique des schémas d'intégration locale, (ii) manque de régularité de la solution essentiellement en phase de refermeture des fissures ou encore (iii) difficultés inhérentes à l'identification des paramètres matériaux. La question de la dépendance pathologique des solutions au maillage sera laissée de côté dans cet article; les techniques pour réduire cet effet étant nombreuses [9, 17, 3, 7].

L'objectif de cet article est de présenter une nouvelle approche continue permettant de décrire le comportement cyclique de structures complexes sous chargement cyclique. L'approche proposée est fondée sur deux composantes complémentaires qui permettent d'apporter des éléments de réponses aux problématiques soulevées dans le paragraphe précédent. En premier lieu, la question de l'identi-

fication des paramètres matériaux, parfois dénuée de sens physique, est traitée en s'appuyant sur une approche par expérimentation numérique. Ainsi, il est possible de simuler à l'aide d'un modèle local fin [27] des expériences dont la réalisation est très difficile. En second lieu, le caractère robuste du schéma d'intégration de la loi constitutive proposée est assuré en introduisant le phénomène de refermeture des fissures de manière régularisée. En dernier lieu, une nouvelle manière de prendre en compte des effets hystérétiques, essentiels en dynamique lente, est proposée. La loi de comportement proposée a été implantée dans le code de calcul Cast3M, développé par le Commissariat à l'Energie Atomique et aux Energies Alternatives (CEA) [28] et la méthodologie de modélisation (identification et simulation) a été validée sur le cas d'un des voiles en béton armé sujet à un chargement cyclique testé dans le cadre du projet national CEOS.fr [25].

Cet article s'articule autour de trois axes. En premier lieu, la formulation continue de la loi de comportement proposée est présentée. En second lieu, l'étape d'identification des paramètres matériaux à partir d'un outil d'expérimentation numérique est exposée. L'outil d'expérimentation numérique considéré étant présenté en détail dans [27], le parti de ne pas s'étendre sur sa formulation dans cet article a été pris. En troisième lieu, quelques réponses locales de la loi de comportement proposée sont montrées avant de présenter, en dernier lieu, une validation de l'approche à l'échelle de la structure.

2 Formulation continue

Le tenseur des contraintes de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}}$ est décomposé en deux contributions indépendantes :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}^m + \underline{\underline{\sigma}}^f \quad (1)$$

où $\underline{\underline{\sigma}}^m$ représente la contribution des contraintes dans la matrice fissurée et $\underline{\underline{\sigma}}^f$ celle liée aux contraintes qui se développent dans les fissures lorsque ces dernières se referment. À ces deux contributions du tenseur des contraintes correspondent deux contributions de l'énergie libre d'Helmholtz, Ψ^m et Ψ^f respectivement. Ainsi, l'énergie libre totale s'écrit :

$$\Psi = \Psi^m + \Psi^f \quad (2)$$

La contribution Ψ^m est présentée en détail dans le paragraphe suivant alors que Ψ^f ne sera que très sommairement introduite en raison du fait que le recours à une expérimentation numérique est nécessaire. Ce dernier point sera discuté dans la suite de l'exposé.

2.1 Représentation de la fissuration

Le processus de fissuration est introduit à l'aide de la théorie de l'endommagement isotrope. Ainsi, le caractère scalaire de la variable d'endommagement est conservé, propriété reconnue comme contribuant à la robustesse du schéma d'intégration local. La contribution de l'énergie libre de Helmholtz est donc prise sous la forme suivante :

$$\Psi^m = \frac{1}{2} (1 - D) \underline{\underline{\epsilon}} : \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\epsilon}} + \Psi^{m,D}(z) \quad (3)$$

où D est la variable d'endommagement scalaire, $\underline{\underline{\epsilon}}$ est le tenseur des déformations totales, $\underline{\underline{C}}$ le tenseur de Hooke d'ordre 4, z la variable d'écroissage isotrope et $\Psi^{m,D}$ une fonction de consolidation isotrope dont l'expression est précisée dans la suite. Le potentiel de dissipation φ^m permettant de gérer l'activation du mécanisme d'endommagement est fondé sur le critère de Mazars et s'exprime comme suit :

$$\varphi^m = \bar{Y} - (Y_0 + Z) \quad (4)$$

où Z est la force thermodynamique associée à l'écroissage isotrope, $\bar{Y} = \frac{1}{2} E \epsilon_0 \epsilon^{eq}$ est la part de l'énergie dissipée par endommagement s'exprimant en fonction de la déformation équivalente de Mazars $\epsilon^{eq} = \sqrt{\langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle_+ : \langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle_+}$, ϵ_0 est la déformation équivalente limite au-delà de laquelle l'endommagement est activé et Y_0 le taux d'énergie limite qui s'exprime en fonction de la déformation équivalente limite $Y_0 = \frac{1}{2} E \epsilon_0^2$. La dissymétrie entre les réponses en traction et en compression n'est introduite qu'à travers la loi d'évolution de la variable d'endommagement qui est fonction de $\Psi^{m,D}$. La fonction de consolidation proposée est adaptée des travaux de [4]. Un terme supplémentaire κ est introduit afin de prendre en compte des effets de confinement sur la propagation de l'endommagement, c'est-à-dire l'augmentation du pic en contrainte et de la ductilité en compression. Ainsi, la fonction de consolidation s'exprime selon :

$$\frac{d\Psi^{m,D}}{dz}(z) = -\frac{\kappa}{B_0} \ln \left[\frac{Y_0}{Y} (1 + z) \right] \quad (5)$$

où B_0 est un des paramètres contrôlant l'énergie de fissuration et κ , le terme additionnel pour le confinement qui s'exprime comme suit :

$$\kappa = 1 + k_0 \left(\frac{\langle \underline{\underline{\sigma}}^m \rangle_- : \langle \underline{\underline{\sigma}}^m \rangle_-}{(\underline{\underline{\sigma}}^m) : (\underline{\underline{\sigma}}^m)} \right)^{1/2} = 1 + k_0 \left(\frac{\langle \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\epsilon}} \rangle_- : \langle \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\epsilon}} \rangle_-}{(\underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\epsilon}}) : (\underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\epsilon}})} \right)^{1/2} \quad (6)$$

k_0 permet de contrôler l'influence du confinement et donc, influence le comportement à rupture lorsque l'endommagement est induit par effets Poisson. Il

peut être noté que k_0 n'influence pas la réponse en traction puisque dans ce cas, κ est égal à l'unité. Après quelques calculs analytiques et l'application de la condition de consistence, l'expression analytique suivante de la variable d'endommagement peut être obtenue :

$$D = 1 - \frac{Y_0}{\bar{Y}} \exp \left[-\frac{B_0}{\kappa} (\bar{Y} - Y_0) \right] \quad (7)$$

2.2 Représentation de la refermeture des fissures

Le mécanisme de refermeture des fissures est reconnu pour, d'une part, engendrer une augmentation de la raideur ayant été diminuée au préalable en traction et, d'autre part, créer des frottements entre les lèvres des fissures qui sont la cause principale des effets hystérétiques dont la prise en compte est essentielle lorsque le cas de chargement dynamique lent est considéré. Ainsi, la prise en compte de ces deux effets ne peut être envisagée séparément puisqu'ils sont liés par la physique.

2.2.1 Effet unilatéral régularisé

L'effet unilatéral est une conséquence de la fermeture des fissures étant préalablement ouvertes. Cela signifie que progressivement, au cours de leur refermeture, des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}^f$ se développent dans leur voisinage et les traversent. La gestion de cette contribution au tenseur des contraintes de Cauchy permet d'assurer une représentation efficace du regain de raideur. À la contribution des contraintes dans les fissures, une contribution en termes de déformation lui est associée $\underline{\underline{\epsilon}}^f = D \times \underline{\underline{\epsilon}}$. Cette approche est très voisine de celle adoptée par [12]. Le terme $\underline{\underline{\sigma}}^f$ est supposé évoluer en fonction de $\underline{\underline{\epsilon}}^f$ comme suit :

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}}^f = \vartheta(\underline{\underline{\epsilon}}^f) \mathbf{C} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^f \quad (8)$$

où ϑ est une fonction scalaire. En d'autres termes, le module tangent caractérisant la relation contraintes-déformations est supposé proportionnel au tenseur de Hooke vierge. Ainsi, ϑ représente la part de la raideur dégradée due à la fissuration qui est récupérée par effet unilatéral. Cette fonction peut prendre des valeurs entre 0 (les fissures sont totalement ouvertes) et 1 (les fissures sont totalement fermées). De plus, ϑ évolue en fonction du chargement et est supposée dépendante de $\underline{\underline{\epsilon}}^f$. La fonction ϑ peut être considérée comme une formulation régularisée de la condition de Signorini, dans le cas des problèmes de contacts multiples. Cette dernière devra être choisie afin de garantir des propriétés de régularité suffisante permettant d'éviter la présence de singularités

de la contrainte de Cauchy ou de ses dérivées. Le choix de cette fonction est exposé par la suite.

Puisque fonction de $\underline{\underline{\epsilon}}^f$, l'aspect scalaire de ϑ est obtenu au moyen d'un indicateur scalaire de ce tenseur. Un indicateur simple, et dépendant du signe du chargement, est nécessaire afin d'observer le regain de rigidité au passage de la traction à la compression. Le premier invariant est donc retenu. Ainsi, la partie de l'énergie libre d'Helmholtz associée aux fissures peut être exprimée comme suit :

$$\Psi^{f,e} = \int \left(\int \vartheta (I_1 (\underline{\underline{\epsilon}}^f)) \mathbf{C} : d\underline{\underline{\epsilon}}^f \right) d\underline{\underline{\epsilon}}^f \quad (9)$$

On peut noter qu'une première condition permettant de restreindre le choix de la fonction ϑ est qu'elle soit au moins de classe \mathcal{C}^0 pour garantir la continuité de l'énergie libre.

2.2.2 Effets hystérétiques

La modélisation des effets hystérétiques à l'aide de la théorie de la plasticité peut être justifiée en raison de la présence de glissement frottant [26]. Ainsi, les déformations résiduelles sont introduites à l'aide d'un critère de Drucker-Prager. Une déformation plastique $\underline{\underline{\epsilon}}^{f,p}$ est considérée au niveau des fissures telle que $\underline{\underline{\epsilon}}^f = \underline{\underline{\epsilon}}^{f,e} + \underline{\underline{\epsilon}}^{f,p}$. La partie de l'énergie libre d'Helmholtz prend donc la forme suivante:

$$\begin{aligned} \Psi^f &= \Psi^{f,e} (\underline{\underline{\epsilon}}^f - \underline{\underline{\epsilon}}^{f,p}) \\ &= \int \left(\int \vartheta (\underline{\underline{\epsilon}}^f - \underline{\underline{\epsilon}}^{f,p}) \mathbf{C} : d(\underline{\underline{\epsilon}}^f - \underline{\underline{\epsilon}}^{f,p}) \right) d(\underline{\underline{\epsilon}}^f - \underline{\underline{\epsilon}}^{f,p}) \end{aligned} \quad (10)$$

On peut noter que $\underline{\underline{\epsilon}}^{f,p}$ est indépendante de $\underline{\underline{\epsilon}}^f$. De plus, $\underline{\underline{\epsilon}}^{f,p}$ est supposée liée à une transformation isochore en raison de son caractère parfaitement plastique. Ainsi, $\vartheta (\underline{\underline{\epsilon}}^f - \underline{\underline{\epsilon}}^{f,p}) = \vartheta (\underline{\underline{\epsilon}}^f)$ ce qui permet d'aboutir à l'expression finale de Ψ^f :

$$\Psi^f = \Psi^{f,e} (\underline{\underline{\epsilon}}^f) - \frac{1}{2} \vartheta (\underline{\underline{\epsilon}}^f) \underline{\underline{\epsilon}}^{f,p} : \mathbf{C} : \underline{\underline{\epsilon}}^{f,p} \quad (11)$$

Les conditions de régularité de Ψ^f restent inchangées lorsque le mécanisme de glissement frottant est introduit. Le pseudo-potential de dissipation est de type Drucker-Prager et s'exprime comme suit :

$$\varphi^f = \sqrt{J_2 (\underline{\underline{\sigma}}^f)} + \mu_0 I_1 (\underline{\underline{\sigma}}^f) \quad (12)$$

où μ_0 est un paramètre qui pourrait être assimilé à un coefficient de frottement.

3 Expérimentation numérique

La formulation de la loi constitutive a été présentée dans ce qui précède à l'exception d'un point particulier qui est la fonction ϑ . Il a été montré que cette dernière pouvait être interprétée comme la proportion des fissures fermées. Pour garantir le respect du sens physique de la fonction ϑ , il est nécessaire de recourir à une approche par expérimentation numérique. L'objectif de cette partie est de présenter la mise en œuvre de cette approche à l'aide d'un modèle de type lattice décrit dans [27].

3.1 Caractérisation de la refermeture de fissures

L'évolution de la fonction ϑ est étudiée en analysant les résultats d'une simulation d'un essai de traction réalisé à partir du modèle lattice. De manière plus précise, le rapport entre le nombre de contacts détectés ainsi que le nombre de liens préalablement rompus a été suivi au cours de la simulation. Plusieurs simulations ont été réalisées à différents niveaux d'endommagement, c'est-à-dire à différentes déformations maximales dans les fissures atteintes ϵ_{\max}^f , définies par $\underline{\underline{\epsilon}}_{\max}^f = \underline{\underline{\epsilon}}^{f,t_m}$, où t_m représente le pseudo-temps tel que $I_1(\underline{\underline{\epsilon}}^{f,t_m}) = \max_{t_0 \leq t \leq t} [I_1(\underline{\underline{\epsilon}}^{f,t})]$ avec t le temps courant. L'évolution de la proportion de fissures fermées au cours des phases de décharge de la simulation pour différentes valeurs de ϵ_{\max}^f est montrée sur la figure 1.

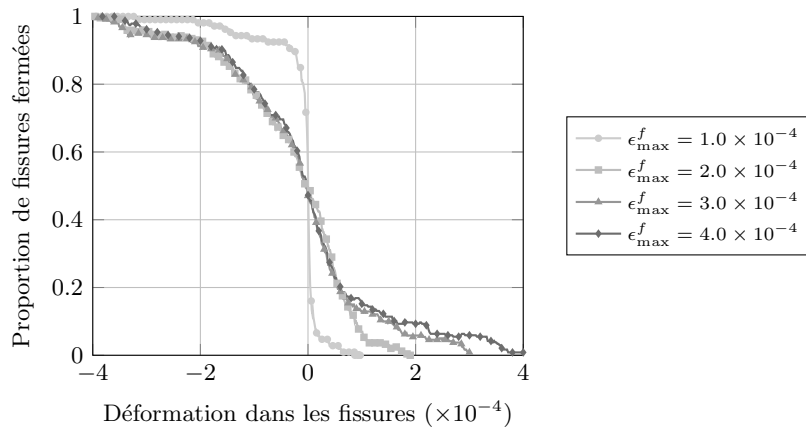


Figure 1: Dépendance entre la proportion des fissures fermées et ϵ_{\max}^f simulée à l'aide d'un modèle lattice.

Les résultats obtenus permettent d'interpréter la fonction ϑ comme la fonction de répartition empirique de l'évènement probabiliste : *une fissure se ferme*. Ainsi, ϑ peut être approchée par l'expression analytique d'une fonction de répartition de type Gaussienne :

$$\vartheta = 1 - \frac{1}{1 + \exp[-f \times \mathbf{I}_1(\underline{\underline{\epsilon}}^f)]} \quad (13)$$

où la fonction f est liée à la variance de la loi Gaussienne. La déformation maximale liée aux fissures ϵ_{\max}^f affecte la fonction ϑ de manière à ce que plus le VER est endommagé, plus la variance associée à l'évènement probabiliste *une fissure se ferme* est importante. Cette dernière est choisie afin de prendre en compte cette dépendance :

$$\vartheta = 1 - \frac{1}{1 + \exp\left[-\frac{\alpha_0}{\mathbf{I}_1(\underline{\underline{\epsilon}}_{\max}^f)} \mathbf{I}_1(\underline{\underline{\epsilon}}^f)\right]} \quad (14)$$

où α_0 est un paramètre contrôlant la variance de référence de l'évènement évoqué précédemment. Un exemple de variation de la fonction ϑ est présenté sur la figure 2 pour une valeur fixée de α_0 . ϑ prend finalement la forme d'une sigmoïde et est donc de classe \mathcal{C}^0 . La continuité de l'énergie libre d'Helmholtz est donc assurée.

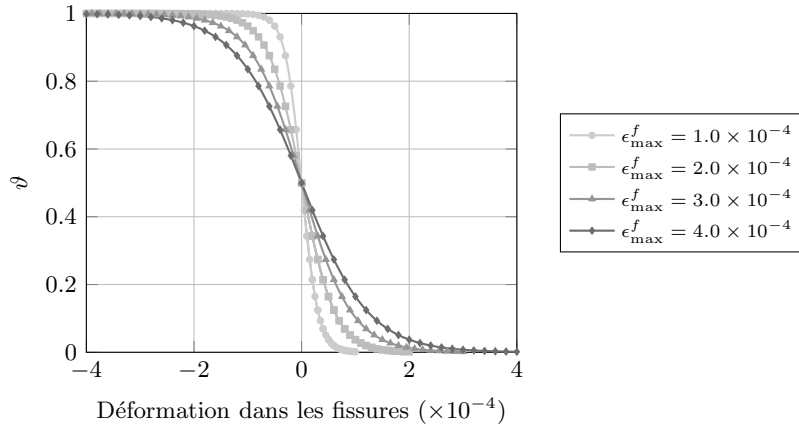


Figure 2: Dépendance de la proportion des fissures fermées à ϵ_{\max}^f évaluée à l'aide de la fonction ϑ pour $\alpha_0 = 6.5$.

3.2 Caractérisation des effets hystérétiques

Bien que les approches permettant de prendre en compte les effets hystérétiques aient été largement développées dans la littérature, la question de l'identification des paramètres en lien avec ce mécanisme dissipatif reste souvent en suspens. Dans le cas de la loi de comportement proposée, le seul paramètre à identifier est μ_0 . Une justification de la valeur considérée pour ce paramètre est proposée en s'appuyant sur la simulation expérimentale. Le principe de l'identification est de simuler un essai de traction cyclique. L'amplitude des cycles est choisie telle que $\epsilon_{\max}^f = 2.0 \times 10^{-4}$ à $\epsilon_{\max}^f = -1.0 \times 10^{-4}$ puis retour à $\epsilon_{\max}^f = 2.0 \times 10^{-4}$. L'énergie de dissipation par frottement est évaluée à l'aide des relations suivantes :

- pour le modèle lattice, l'énergie dissipée est évaluée incrémentalement comme la somme des variations des taux d'énergie dissipée par l'ensemble des contacts détectés entre les particules i et j , ainsi :

$$E_{\mu}^{d,t+1} = E_{\mu}^{d,t} + \sum_{i=1, \dots, n_{\text{particules}}} \left[\sum_{j=1, \dots, n_{\text{contact}}^i} \frac{1}{2} \left(T \left(\underline{F}_{\text{fric},ij}^{t+1} + \underline{F}_{\text{fric},ij}^t \right) \cdot (\Delta \delta u_{s,ij} \underline{t}_{c,ij})^{t+1} \right) \right] \quad (15)$$

où $\underline{F}_{\text{fric},ij}$ et $\Delta \delta u_{s,ij}$ représentent respectivement la force de frottement et l'incrément de glissement relatif entre deux particules i et j , t étant le pseudo-temps courant et n_{contact}^i le nombre total de contacts détectés sur la particule i ;

- pour la loi de comportement proposée, l'énergie dissipée est évaluée incrémentalement comme l'intégrale sur le volume de référence Ω du produit du tenseur des contraintes dans les fissures $\underline{\underline{\sigma}}^f$ et l'incrément du tenseur des déformations dans les fissures $\Delta\underline{\underline{\epsilon}}^f$, ainsi :

$$E_{\mu}^{c,t+1} = E_{\mu}^{c,t} + \int_{\Omega} \left[\frac{1}{2} (\underline{\underline{\sigma}}^{f,t+1} + \underline{\underline{\sigma}}^{f,t}) : \Delta\underline{\underline{\epsilon}}^{f,p,t+1} \right] dV \quad (16)$$

Les évolutions des énergies au cours des différents cycles sont exposées sur la figure 3. On peut noter que ces énergies sont nulles en phase de chargement, lors de laquelle les fissures sont entièrement ouvertes. Ainsi, une augmentation importante est observée en phase de décharge, lorsque les fissures se referment progressivement. Lors de la recharge, les énergies restent constantes avant que leur augmentation ne se poursuive.

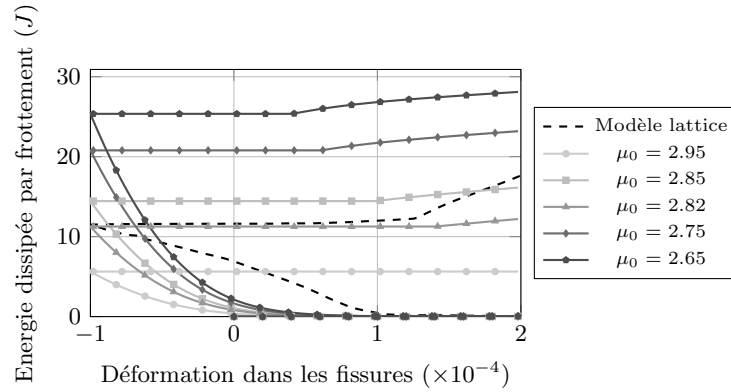


Figure 3: Sensibilité de l'énergie dissipée par frottement au paramètre μ_0 .

Le paramètre μ_0 est estimé égal à $\mu_0 = 2.82$. De plus, on peut noter des tendances similaires pour l'évolution des énergies dissipées par frottement pour les deux modèles (lattice et loi constitutive continue), ce qui tend à conforter le choix de recourir à de la plasticité parfaite et au critère de Drucker-Prager pour décrire ce mécanisme.

3.3 Caractérisation de la réponse multi-axiale

Les effets multi-axiaux sont essentiellement liés à la sensibilité au confinement de la loi constitutive. Dans la partie précédente, le paramètre k_0 a été décrit comme capable de contrôler cet effet et donc, par conséquent, de contrôler la réponse multi-axiale de la loi proposée. Cependant, le paramètre k_0 n'a pas de sens physique bien établi et donc, son identification n'est a priori pas aisée. Ce

paramètre est identifié de manière à reproduire les réponses complètes multi-axiales obtenues sous chargements complexes tels que des chargements en cisaillement pur ou encore en bi-compression. Un essai de cisaillement simple (cf. 4 et 5) a donc été réalisé à l'aide du modèle lattice, ce type d'essai étant très rare dans la littérature.

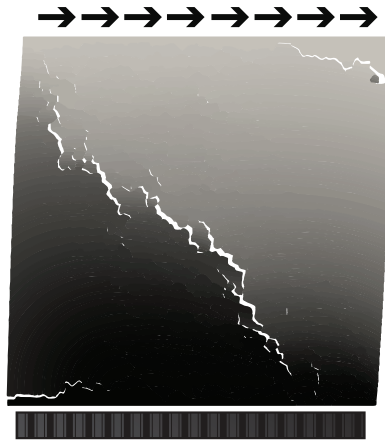


Figure 4: Essai de cisaillement simple simulé à l'aide du modèle lattice.

Le paramètre k_0 est estimé égal à $k_0 = 4.5$. Par ailleurs, notons que ce paramètre n'influence pas la réponse en traction de la loi de comportement. Cela confère une certaine facilité d'identification et permet de n'interpréter ce paramètre qu'en fonction des mécanismes survenant en cisaillement ou encore en compression. Ce découplage est également relativement rare dans la littérature lorsqu'une variable d'endommagement purement scalaire est considérée.

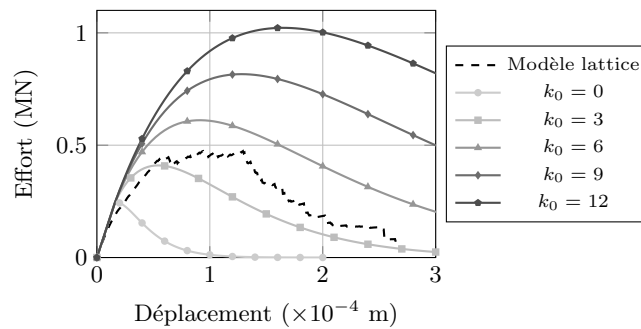


Figure 5: Sensibilité de la réponse en cisaillement simple au paramètre k_0 .

4. Schéma d'intégration locale

La loi de comportement a été implantée dans le code de calcul Cast3M [28]. Le schéma d'intégration locale est présenté sur la figure 8. L'intégration des équations constitutives liées au mécanisme d'endommagement est explicite alors qu'elle est implicite pour ce qui est du mécanisme de plasticité.

5. Réponses locales

Les paramètres matériaux ayant été calibrés par expérimentation numérique, quelques réponses locales de la loi de comportement proposée sont exposées et discutées dans cette partie. L'ensemble des valeurs des paramètres de la loi constitutive est présenté dans la tableau 1.

E (GPa)	ϵ_0	B_0 ($\text{kJ}^{-1} \cdot \text{m}^3$)	k_0	α_0	μ_0
37	1.0×10^{-4}	4 ($G_f = 56 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2}$)	4.5	6.5	2.82

Table 1: Valeurs identifiées des paramètres matériaux de la loi constitutive proposée.

La réponse à un chargement de traction cyclique avec refermeture des fissures a été simulée à l'aide de la loi de comportement proposée; les résultats sont exposés sur la figure 6a. On peut noter que le phénomène unilatéral progressif est bien reproduit. De plus, la présence du mécanisme de plasticité parfaite permet de bien décrire les effets hystérétiques. Les boucles d'hystérèses exhibent une concavité bien orientée, comme on peut l'observer sur la figure 6b.

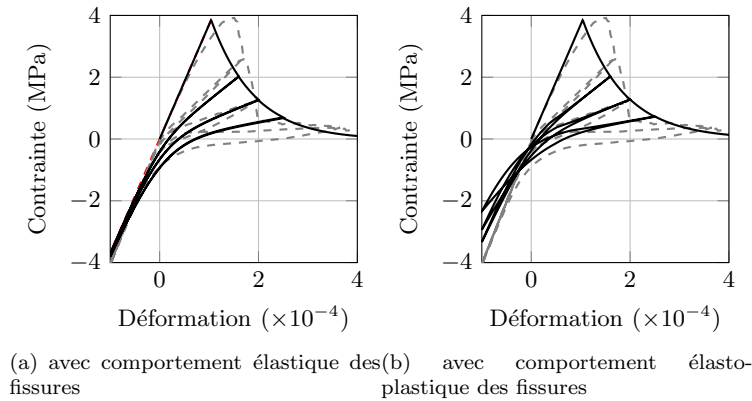


Figure 6: Réponse uni-axiale de la loi de comportement proposée sous chargement de traction cyclique.

Un essai de compression uni-axiale cyclique a également été simulé. Les résultats sont montrés sur la figure 7, une comparaison du résultat obtenu en

tenant compte ou non de la contrainte dans les fissures est présentée. Parce que la réponse expérimentale obtenue par cet essai est connue pour exhiber une forte dépendance aux conditions de frottement entre l'éprouvette et les appuis, la simulation a été réalisée en l'absence de tout frottement. Autrement dit, des conditions *parfaites* ont été considérées lors de la simulation. On peut noter la bonne adéquation entre les résultats issus du modèle lattice et ceux issus de la loi de comportement proposée en termes de résistance au pic et d'énergie dissipée en régime post-pic. La pertinence de ces résultats se doit d'être soulignée puisqu'ils sont une conséquence de la formulation proposée. En effet, aucun ingrédient spécifique n'a été introduit afin de bien décrire la réponse en compression de la loi constitutive proposée. En particulier, on peut noter la présence d'effets hystériques en compression et une énergie dissipée par frottements internes correspondants bien plus importante que celle notée en traction cyclique.

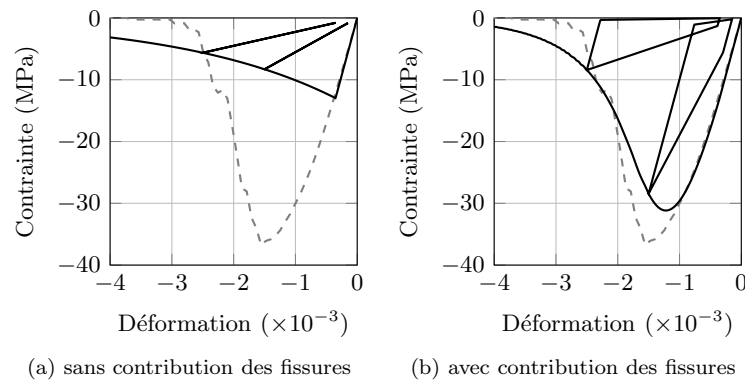


Figure 7: Réponse uni-axiale de la loi de comportement proposée sous chargement de compression cyclique.

La surface de rupture liée à la loi de comportement proposée est comparée à celle obtenue à l'aide du modèle lattice sur la figure 9. De nouveau, on peut observer l'effet de la fonction ϑ . En effet, même si l'endommagement tend à augmenter par effets Poisson, les fissures sont considérées comme fermées puisque le premier invariant du tenseur des déformations liées aux fissures est négatif. Ainsi, la rupture ne pourra jamais être atteinte en bi-compression. Ce point constitue un des axes d'amélioration de la loi proposée.

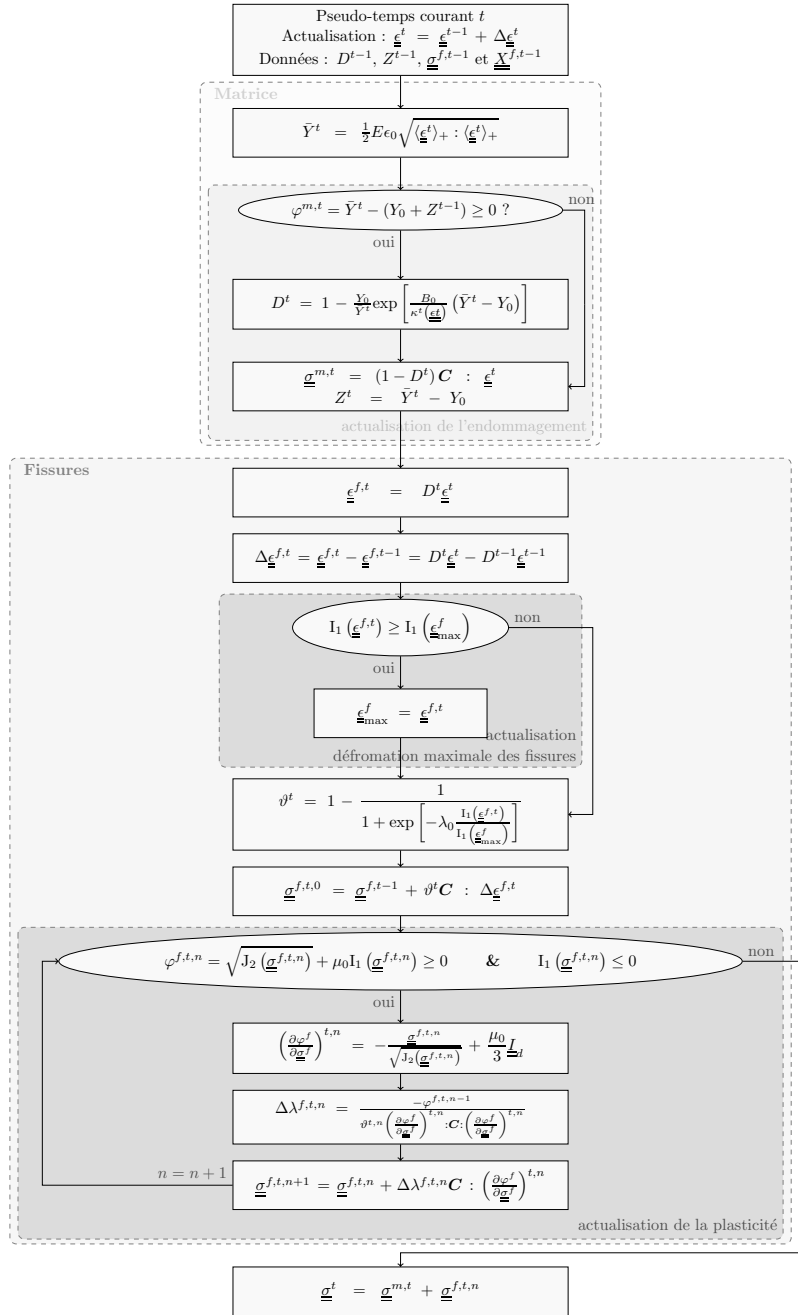


Figure 8: Schéma d'intégration locale de la loi de comportement proposée.

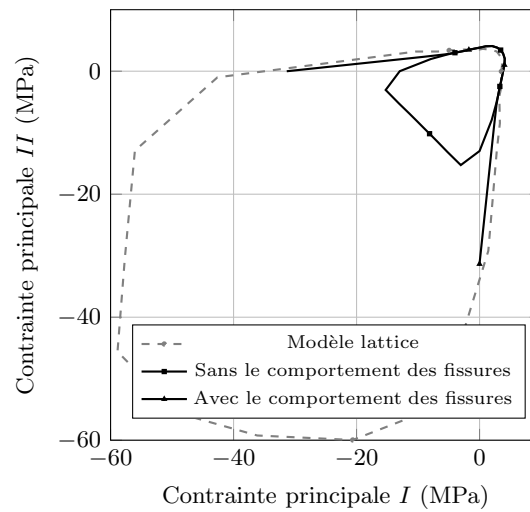


Figure 9: Surface de rupture.

6. Validation structurale

L'approche proposée (identification et simulation) a été éprouvée à l'échelle de la structure. Pour cela, un des voiles en béton armé testés dans le cadre du projet national CEOS.fr [24] a été considéré. Ce cas test permet d'éprouver deux aspects de la loi constitutive présentée dans cet article :

- la robustesse du schéma d'intégration locale, puisque ce cas structural met en jeu des états de contraintes de cisaillement, des fissures multiples, des rotations des repères principaux des contraintes et des déformations totales et enfin, les phénomènes d'ouverture et de refermeture des fissures ; de plus, les résultats du benchmark international ConCrack [1] ont montré la difficulté des lois de comportement à simuler le comportement cyclique de ce type d'éléments de structure ;
- la capacité de la loi de comportement proposée à bien décrire les phénomènes dissipatifs en jeu dans le cas de chargements cycliques alternés.

La loi de comportement proposée a été considérée dans la partie centrale du voile en béton armé. Cette dernière a été calibrée, d'une part, en considérant les paramètres fournis dans le rapport d'essai et, d'autre part, en considérant une série d'expérimentations numériques afin de compléter l'identification des paramètres restants. De plus, la simulation a été conduite dans un cadre tridimensionnel à l'aide de code de calcul Cast3M.

6.1 Modélisation

La structure a été modélisée à l'aide d'éléments finis de type cube à 8 nœuds. Les longrines supérieure et inférieure (en vert - cf. figure 11) sont considérées élastiques linéaires. Le comportement de la partie centrale du voile est décrit à l'aide de la loi de comportement proposée (en gris - cf. figure 11). Les paramètres propres aux mécanismes non linéaires ont entièrement été identifiés à l'aide d'expérimentations numériques, à l'exception de la déformation limite. Les paramètres identifiés sont présentés dans la tableau 2. Une régularisation énergétique est considérée afin de diminuer les phénomènes de dépendance au maillage.

E (GPa)	ϵ_0	B_0 (kJ ⁻¹ .m ³)	k_0	α_0	μ_0
22	1.5×10^{-4}	4	4.5	6.5	2.82

Table 2: Paramètres matériaux identifiés pour la simulation du voile en béton armé.

Les armatures sont décrites géométriquement à l'aide d'éléments poutres Timoshenko dans le but de prendre en compte leur résistance en cisaillement (orange, rouge et violet - cf. figure 11). Le comportement des renforts en acier est décrit par une loi élasto-plastique avec écrouissage isotrope. Leur modèle d'Young est égal à 180 GPa, la limite d'élasticité à 550 MPa et la déformation ultime à 10%. L'interface acier/béton est supposée parfaite.

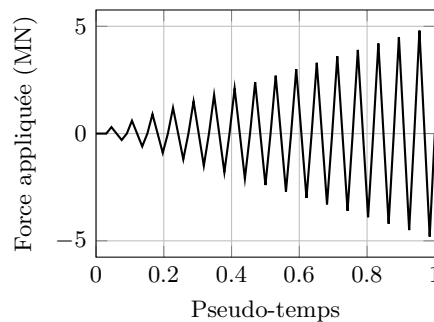


Figure 10: Force appliquée en fonction du pseudo-temps - description du chargement cyclique.

Les efforts horizontaux sont appliqués de manière alternée sur les surfaces extrêmes de la longrine supérieure (bleu foncé - cf. figure 11) dans le but de créer uniquement de la compression au voisinage des zones d'application des efforts.

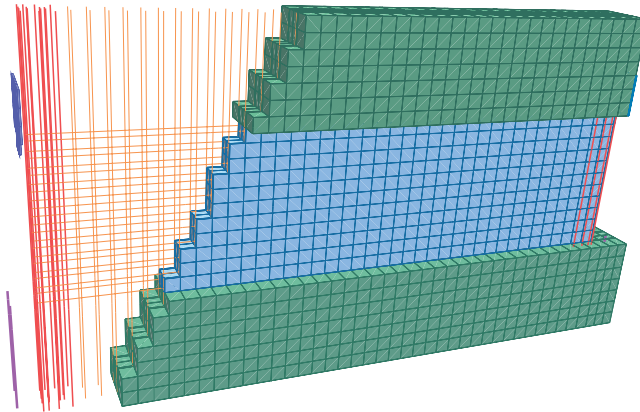


Figure 11: Maillage du voile (avec $h^c = 0.1$ m).

6.2 Simulation

Les résultats de la simulation sont présentés sur la figure 12b. On peut noter la bonne adéquation entre les résultats numériques et expérimentaux. De plus, aucune difficulté de convergence des schémas d'intégration globaux ou locaux n'a été constatée lors de la simulation. La robustesse numérique constatée provient de la gestion régularisée de l'effet unilatéral grâce à l'introduction de la fonction ϑ . De plus, le caractère explicite-implicite du schéma local renforce la robustesse de l'intégration locale. Concernant les effets hystérétiques, on peut noter que l'énergie dissipée par frottements internes est sous-estimée. En effet, l'effet de pincement au voisinage de l'origine n'est pas bien décrit. Plusieurs raisons peuvent être évoquées : (i) la non prise en compte de la fissuration au jeune âge impliquant des phénomènes de glissement frottant au sein de fissures initialement ouvertes ou encore (ii) le caractère parfait de l'interface acier/béton [5, 23, 2].

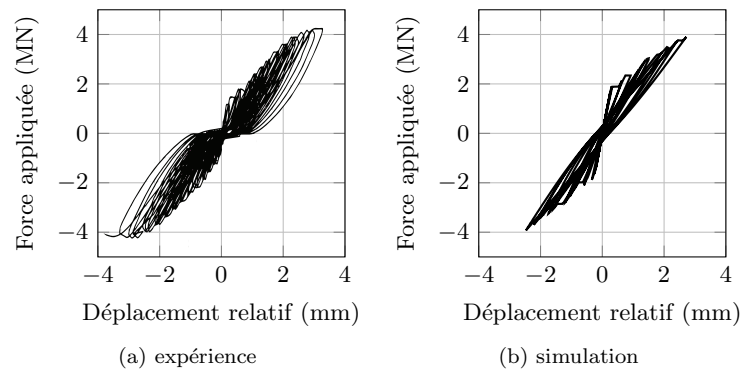


Figure 12: Réponse globale en force appliquée - déplacement relatif.

Concernant les faciès de fissuration, une comparaison qualitative est présentée sur la figure 13. Les zones de localisation sont comparées en termes de déformation horizontale. On peut noter que le faciès numérique exhibe moins de fissures que le faciès expérimental. De plus, lorsque le chargement s'inverse, les fissures ouvertes préalablement se referment. Bien que qualitative, cette comparaison représente un élément de validation supplémentaire de la loi de comportement proposée et de la démarche d'identification adoptée.

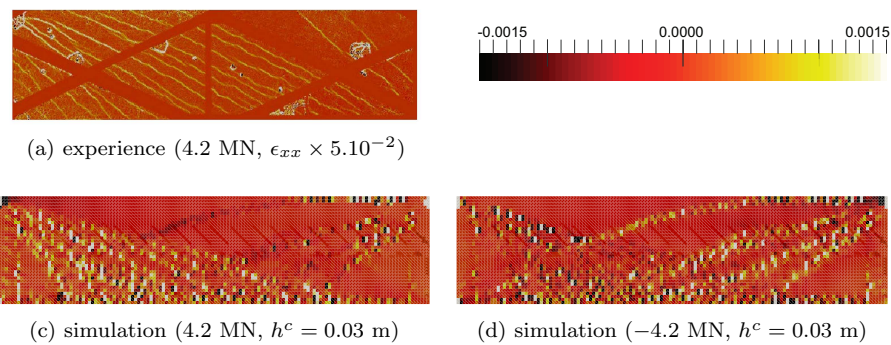


Figure 13: Champ de déformation horizontale ϵ_{xx} dans le voile - chargement cyclique alterné.

7. Conclusions

Dans cet article, une nouvelle loi constitutive visant à décrire le comportement cyclique des matériaux quasi-fragiles a été présentée. La formulation de cette loi de comportement repose en partie sur une approche par expérimentation numérique. En effet, un modèle fin de type lattice a été utilisé en raison de la

finesse de description des mécanismes locaux qu'il permet d'atteindre. Cette approche s'est montrée particulièrement efficace pour identifier certains paramètres matériaux qui auraient nécessité des essais mécaniques dont la réalisation reste délicate. L'identification de la fonction de répartition d'une fissure fermée au sein du VER justifie pleinement le recours à cette approche. Le cadre de formulation de la loi de comportement présentée dans cet article est fondé sur les développements proposés par [21]. La continuité et la régularité de la réponse contrainte-déformation en phase de refermeture de fissure sont maintenant assurées grâce à l'approche régularisée permettant la description de l'effet unilatéral. L'identification de la fonction de régularisation ainsi que son sens physique ont été justifiés. Par ailleurs, les effets hystérétiques ont également été introduits à l'aide d'une approche fondée sur la plasticité parfaite. Les boucles d'hystérésis résultantes présentent une concavité en accord avec les quelques résultats disponibles dans la littérature. Un cas test à l'échelle de la structure a été éprouvé afin d'apporter des éléments de validation de la démarche proposée (identification et simulation). Les résultats obtenus sont apparus en adéquation avec les résultats expérimentaux. De plus, le caractère robuste du schéma d'intégration locale de la loi de comportement proposée a été mis à l'épreuve avec succès du fait du chargement cyclique alterné considéré.

La démarche présentée dans cet article permet d'apporter des éléments de réponse aux questions de l'identification des paramètres et de la robustesse du schéma d'intégration locale lorsque le cas de chargement cyclique alterné est considéré. La robustesse numérique n'aurait clairement pas pu être obtenue si l'effet unilatéral n'avait pas été introduit de manière régularisée, à l'aide d'une fonction dont le sens physique et la forme analytique ont été justifiés par expérimentation numérique.

Remerciements

Les travaux exposés dans cet article ont été réalisés dans le cadre du projet FUI-ILMAB en collaboration entre l'ENS CACHAN et le CEA sous l'égide de l'Institut SEISM. Les auteurs remercient également Ludovic Jason, Ingénieur-Chercheur au CEA, pour avoir fourni le maillage du voile en béton armé.

References

- [1] L. BUFFO-LACARRIERE, C. ROSPARS, A. DELAPLACE, A. DUONG, AND L. JASON, *International benchmark concrack: Synthesis of the results*, in Proceeding of ConCrack 2 Workshop, ACI, 2011.

-
- [2] A. CASANOVA, L. JASON, AND L. DAVENNE, *Bond slip model for the simulation of reinforced concrete structures*, Engineering Structures, 39 (2012), pp. 66–78.
- [3] R. DE BORST AND H.-B. MÜHLHAUS, *Gradient-dependent plasticity: Formulation and algorithmic aspects*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 35 (1992), pp. 521–539.
- [4] P. H. FEENSTRA AND R. DE BORST, *A composite plasticity model for concrete*, International Journal of Solids and Structures, 33 (1996), pp. 707–730.
- [5] F. C. FILIPPOU AND A. ISSA, *Nonlinear analysis of reinforced concrete frames under cyclic load reversals*, vol. 88, Earthquake Engineering Research Center, University of California, 1988.
- [6] J. GEORGIN, J. REYNOUARD, AND O. MERABET, *Modeling of concrete at high strain rate*, Computational Modeling of Concrete Structures, 2 (1998), pp. 593–601.
- [7] C. GIRY, F. DUFOUR, AND J. MAZARS, *Stress-based nonlocal damage model*, International Journal of Solids and Structures, 48 (2011), pp. 3431–3443.
- [8] K. GYLLTOFT, *A fracture mechanics model for fatigue in concrete*, Matériaux et Construction, 17 (1984), pp. 55–58.
- [9] A. HILLERBORG, M. MODÉER, AND P.-E. PETERSSON, *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*, Cement and concrete research, 6 (1976), pp. 773–781.
- [10] D. A. HORDIJK, *Local approach to fatigue of concrete*, PhD thesis, T.U. Delft, The Netherlands, 1991.
- [11] C. LA BORDERIE, *Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable: modélisation et application à l'analyse de structures en béton*, PhD thesis, 1991.
- [12] M. MATALLAH AND C. LA BORDERIE, *Inelasticity–damage-based model for numerical modeling of concrete cracking*, Engineering Fracture Mechanics, 76 (2009), pp. 1087–1108.
- [13] J. MAZARS, *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*, PhD thesis, 1984.

-
- [14] J. MAZARS, F. HAMON, AND S. GRANGE, *A new 3d damage model for concrete under monotonic, cyclic and dynamic loadings*, Materials and Structures, (2013), pp. 1–15.
- [15] J. MAZARS AND G. PIJAUDIER-CABOT, *Continuum damage theory-application to concrete*, Journal of Engineering Mechanics, 115 (1989), pp. 345–365.
- [16] W. NECHNECH, F. MEFTAH, AND J. REYNOUARD, *An elasto-plastic damage model for plain concrete subjected to high temperatures*, Engineering structures, 24 (2002), pp. 597–611.
- [17] G. PIJAUDIER-CABOT AND Z. P. BAZANT, *Nonlocal damage theory*, Journal of Engineering Mechanics, 113 (1987), pp. 1512–1533.
- [18] F. RAGUENEAU, C. LA BORDERIE, AND J. MAZARS, *Damage model for concrete-like materials coupling cracking and friction, contribution towards structural damping: first uniaxial applications*, Mechanics of Cohesive-frictional Materials, 5 (2000), pp. 607–625.
- [19] H. W. REINHARDT, H. A. W. CORNELISSEN, AND D. A. HORDIJK, *Tensile tests and failure analysis of concrete*, Journal of Structural Engineering, 112 (1986), pp. 2462–2477.
- [20] B. RICHARD AND F. RAGUENEAU, *Continuum damage mechanics based model for quasi brittle materials subjected to cyclic loadings: Formulation, numerical implementation and applications*, Engineering Fracture Mechanics, 98 (2013), pp. 383–406.
- [21] B. RICHARD AND F. RAGUENEAU, *Continuum damage mechanics based model for quasi brittle materials subjected to cyclic loadings: Formulation, numerical implementation and applications*, Engineering Fracture Mechanics, 98 (2013), pp. 383–406.
- [22] B. RICHARD, F. RAGUENEAU, C. CREMONA, AND L. ADELAIDE, *Isotropic continuum damage mechanics for concrete under cyclic loading: stiffness recovery, inelastic strains and frictional sliding*, Engineering Fracture Mechanics, 77 (2010), pp. 1203–1223.
- [23] B. RICHARD, F. RAGUENEAU, C. CREMONA, L. ADELAIDE, AND J. L. TAILHAN, *A three-dimensional steel/concrete interface model including corrosion effects*, Engineering Fracture Mechanics, 77 (2010), pp. 951–973.
- [24] P. RIVILLON AND A. GABS, *Projet national de recherche ceos.fr, axe 2 – expérimentations, rapport n°eem 09 26023877-c*, tech. report, Technical Report, CSTB, 2011.

-
- [25] C. ROSPARS AND D. CHAUVEL, *Ceos. fr experimental programme and reference specimen tests results*, European Journal of Environmental and Civil Engineering, 18 (2014), pp. 738–753.
- [26] A. SELLIER, G. CASAUX-GINESTET, L. BUFFO-LACARRIÈRE, AND X. BOURBON, *Orthotropic damage coupled with localized crack reclosure processing. part i: Constitutive laws*, Engineering Fracture Mechanics, 97 (2013), pp. 148–167.
- [27] M. VASSAUX, B. RICHARD, F. RAGUENEAU, A. MILLARD, AND A. DELAPLACE, *Lattice models applied to cyclic behavior description of quasi-brittle materials: advantages of implicit integration*, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, (2014).
- [28] P. VERPEAUX, A. MILLARD, T. CHARRAS, AND A. COMBESURE, *A modern approach of large computer codes for structural analysis*, in Transactions on the 10th international conference on structural mechanics in reactor technology, 1989.
- [29] D. Z. YANKELEVSKY AND H. W. REINHARDT, *Uniaxial behavior of concrete in cyclic tension*, Journal of Structural Engineering, 115 (1989), pp. 166–182.