

Estimation de sources de chaleur dans les matériaux minces

A. Castillo^a, J-L. Gardarein^a, C. Rodiet^a, F. Rigollet^a, C. Le Niliot^a

a. IUSTI, CNRS UMR 7343, Aix Marseille Université

anthony.castillo@etu.univ-amu.fr

christophe.rodiet@univ-amu.fr

jean-laurent.gardarein@univ-amu.fr

fabrice.rigollet@univ-amu.fr

christophe.leniliot@univ-amu.fr

Abstract :

In this work, a source estimation method is developed and it is associated with a filtering method of the data by singular value decomposition. This method tested initially on digital data, is then applied to temperature measurements by infrared thermography obtained through a dedicated experiment where the position and intensity of the sources are known. The final objective of this study (not detailed in this paper) is to use this method on temperature measurements obtained during tensile tests on polymers.

Résumé :

Dans ce travail, une méthode d'estimation de source est mise au point et elle est associée à une méthode de filtrage des données par décomposition en valeurs singulières. Cette méthode testée dans un premier temps sur des données numériques, est ensuite appliquée à des mesures de températures par thermographie infrarouge obtenues lors d'une expérience dédiée où la position et l'intensité des sources sont connues. L'objectif final de cette étude (non détaillée dans ce papier) sera d'utiliser cette méthode sur des mesures de températures obtenues lors de tests de traction sur des polymères.

Mots clefs : Estimation de sources, Problèmes Inverses, Filtrage par SVD, Thermographie IR.

1 INTRODUCTION

Les matériaux composites à matrice en résine renforcée par des fibres de verre sont conçus pour leurs propriétés mécaniques remarquables et trouvent de nombreuses applications notamment en aéronautique. Leur comportement mécanique est fortement couplé à leur comportement thermique lorsqu'ils sont en service : on parle alors d'une loi de comportement thermomécanique du matériau et il est important de connaître cette loi notamment pour comprendre les mécanismes d'endommagement. L'auto-échauffement de tels matériaux est par exemple présent lorsqu'ils sont soumis à une déformation anélastique (par exemple en traction), que ce soit en régime quasi-statique ou en régime de fatigue. 'L'observation' thermique d'un tel matériau pendant une sollicitation mécanique peut ainsi être une aide à la compréhension des mécanismes de son endommagement (frottements fibres/matrice, création de fissures dans la matrice, rupture de fibres, etc..).

Cette observation n'est cependant pas suffisante si elle n'est pas associée à une méthode d'estimation de sources de chaleur permettant de déterminer précisément les énergies mises en jeu lors de ces tests. Ces estimations consistant à déterminer une cause (la source) à partir de la conséquence (le champ de température mesuré par thermographie IR) ne sont pas aisées et rentrent dans la catégorie des problèmes inverses en conduction de la chaleur. Certaines méthodes ont déjà été mises au point dans un cadre 1D principalement, sur des matériaux homogènes et estimant (aux ordres de grandeur) les sources de chaleurs mises en jeu lors d'essais de traction [1, 5, 9].

Aujourd'hui cette thématique est de nouveau relancée avec un ciblage de matériaux composites (matrice polymère et fibres de carbone), d'une généralisation bi voire tridimensionnelle amenant donc de nouvelles complexités. De plus, la corrélation d'images entre champ des déformations et champ de températures reste encore complexe et les phénomènes mécaniques responsables des échauffements très incompris.

Par conséquent, il apparaît essentiel d'améliorer les méthodes d'estimation de sources, connaissant une partie du champ de température ainsi que les propriétés physiques du matériau.

On propose dans ce travail d'associer une méthode d'inversion par identification de chaque terme (dérivées spatiales et temporelles) de l'équation de diffusion au sein du matériau associée à une méthode de filtration des données par décomposition en valeurs singulières. La méthode est testée dans un premier temps sur des données numériques bruitées puis sur des données expérimentales.

D'autres méthodes sont employées couramment dans la communauté des 'inverseurs', elles se classent selon 3 grandes familles :

- Méthodes basées sur le calcul de dérivées (régularisation par filtrage de données) [5]
- Méthodes basées sur la recherche de 'quasi-solutions' (régularisation des opérateurs inverses) [2], [12]
- Méthodes basées sur des optimisations successives (algorithmes itératifs sur problème direct) [13]

Dans tous les cas, la solution du problème inverse doit répondre aux critères d'Hadamard pour être bien posée (existence, unicité, stabilité).

2 Présentation du modèle

On présente dans un premier temps un modèle de génération d'un signal thermique bidimensionnel bruité numériquement suivi de la résolution du problème inverse afin d'estimer la position, l'allumage ainsi que l'intensité des termes sources de chaleur imposés au préalable ; ce modèle est basé sur une discrétisation selon un schéma implicite aux différences finies (Ordre 1 en temps et Ordre 2 en espace), et l'estimation du champ de termes sources se fait par identification des termes dérivées premières et secondes de la température.

L'équation régissant la diffusion de la chaleur dans le matériau est donc :

$$\rho C_p \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T(x, y, z, t)) = S(x, y, z, t)$$

$\rho C_p \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t}$ le terme de stockage

$\vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T(x, y, z, t))$ les échanges thermiques

$S(x, y, z, t)$ le terme de production volumique de chaleur

La génération d'un champ de température au cours du temps se fait donc de manière relativement simple et rapide. La discrétisation implicite permet la stabilité du schéma numérique et l'obtention d'une matrice 'opérateur' liant les entrants (C.A.L et Sources) avec les sortants (Champs de température). La discrétisation est faite de manière à ce que les sources recherchées soient ponctuelles, ou plutôt à l'échelle du pixel. On travaille ici avec un milieu linéaire (propriétés thermophysiques ne dépendant pas de la température), isotrope et thermiquement mince (épaisseur selon l'axe z non prise en compte).

La discrétisation de l'équation de diffusion de la chaleur donne alors : [3], [6]

$$[A] \{T\}^{N+1} = \{T\}^N + \{S\}^N$$

$[X]$ – Représentation matricielle ; $\{X\}$ – Représentation vectorielle

Pour retrouver les termes sources imposés au cours du temps dans le matériau, il faut réaliser l'opération inverse, à savoir inverser l'opérateur matriciel $[A]$ et l'appliquer au champ de température. Concrètement, avec ce type de schéma, c'est le calcul dit 'direct' qui demande une inversion de cette matrice, et le calcul dit 'inverse' qui demande le moins d'opération de calcul.

Le calcul du champ de termes sources 2D connaissant le champ de température s'exprime de la manière suivante [3], [6] :

$$\{S\}^N = [A] \cdot \{T\}^{N+1} - \{T\}^N$$

L'avantage de cette méthode réside à priori dans sa simplicité de codage et sur ses faibles besoins en temps de calcul. Cependant, le conditionnement des matrices, couplé à certaines perturbations extérieures peuvent poser de nombreux problèmes. C'est pour cette raison qu'il est indispensable de coupler cette méthode à une méthode préalable de filtrage de données.

3. Tests sur des données numériques

Les données numériques ont été réalisées avec un matériau dont les propriétés thermiques géométriques sont les suivantes :

Rho = 1200 kg/m³
Cp = 1213 J/kg.K
k = 5.8 W/m².K

Temps = 60 s / Dt = 1 s / Nt = 61 pts
Lx = 0.04 m / Nx = 64 pts
Ly = 0.06 m / Ny = 96 pts

Les données « numériques » sont générées à partir d'un code commercial par éléments finis et ensuite bruitées avec un bruit blanc gaussien d'amplitude + ou - 0,5°C (supérieur à celui des caméras IR actuelles). Des exemples de termes sources de chaleur imposées sont présentés sur la figure 1, les températures numériques bruitées sont présentées sur la figure 2.

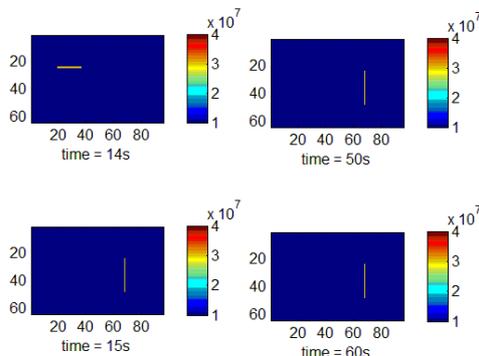


Figure 1 – Termes sources de chaleur imposés (en W/m³ pour un pixel)

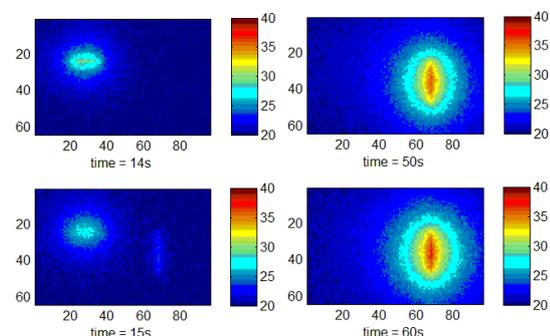


Figure 2 - Champ de température 2D associé bruité (en °C)

On remarque bien que même lorsque la source horizontale s'éteint et que la verticale s'active, le champ de température conserve pendant une durée donnée (~temps diffusif 2D) les effets thermiques de la précédente source de chaleur.

Les données sont ensuite filtrées en utilisant une décomposition en valeurs singulières. La décomposition en valeurs singulières d'une matrice rectangulaire $A(M,N)$ (à savoir ici le champ de température 2d à un instant donné) est donnée par l'expression :

$$A = U S V^T$$

Cette décomposition mathématique [11] est une factorisation matricielle qui donne une matrice rectangulaire S diagonale contenant les coefficients propres du signal A (dans l'ordre décroissant), ainsi il est possible de mettre en place un filtre passe-bas en tronquant ces modes à partir d'un certain

rang. Les matrices U et V contiennent un ensemble de vecteurs orthonormés : U est la matrice des vecteurs propres de $A^T A$ et V est la matrice des vecteurs propres de AA^T

Cette décomposition est une manière de compresser les données d'entrée (matrice A).

Dans cet exemple, on ne conserve que les 3 premiers modes fréquentiels du signal. On peut remarquer sur la figure 3 que le bruit semble fortement atténué et le signal fondamental relativement peu biaisé, même au niveau de l'apparition de la source de la chaleur. L'écart (en valeur absolue) montre que la valeur maximale tronquée reste de l'ordre de grandeur du bruit de mesure ajouté précédemment. Le filtre agit sur les gradients de température et cette action se visualise nettement avec l'apparition (assez typique de la SVD) d'un tissage régulier du champ de température. [11]

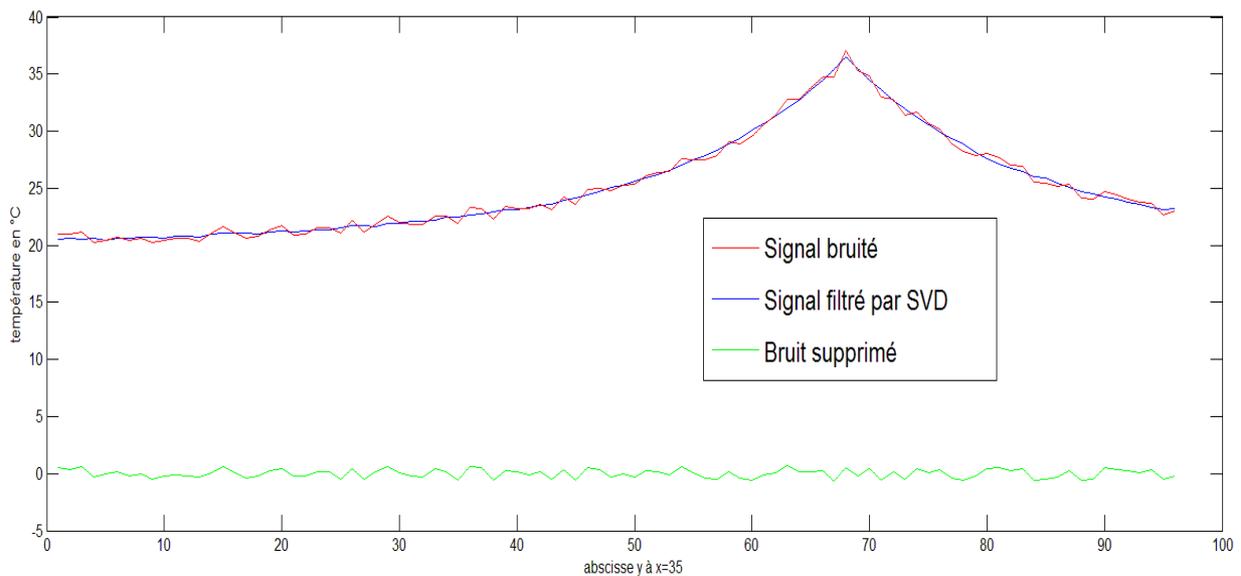


Figure 3 – Coupe 1D du champ de température $T(x=35, y, t=60)$

Avec un filtrage conséquent le champ de termes sources apparaît relativement bien reconstruit, tant en position, en temps, qu'en intensité. L'ordre de grandeur est relativement bien respecté, ainsi que la position, cependant des zones de perturbation persistent.

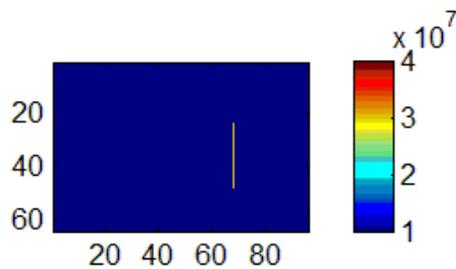


Figure 4 – Source imposée à $t=50s$

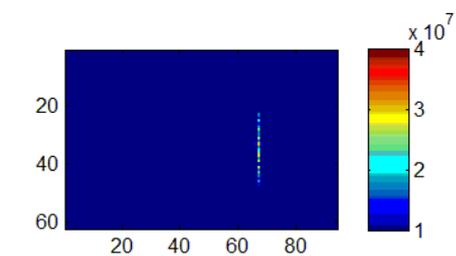


Figure 5 – Source estimée à $t=50s$
Après filtrage Mode 3 OFF

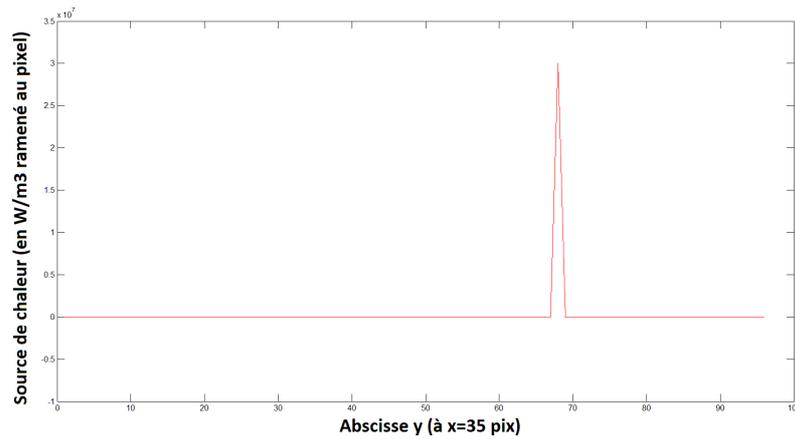


Figure 6 – Coupe 1D source imposée ponctuelle (1 pixel)

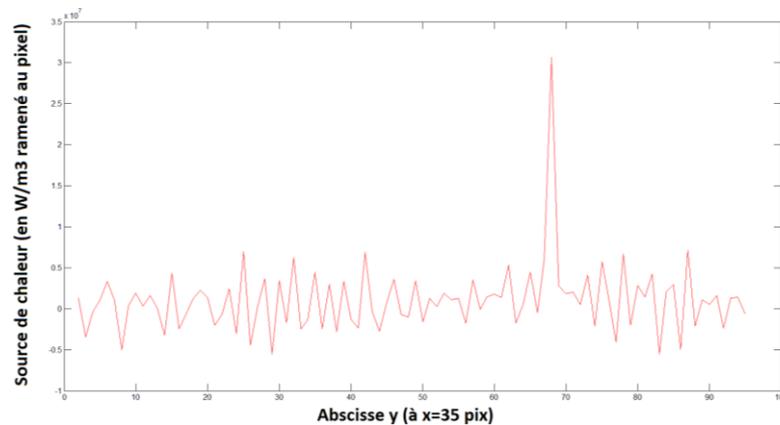


Figure 7 – Coupe 1D source estimée $S=f(y)$

4. Application aux données expérimentales

Dans ce travail, l'objectif est de tester une méthode d'inversion couplée à une méthode de filtrage sur des données expérimentales. Il est donc indispensable de travailler avec des sources connues en position, dimensions et intensité dissimulées dans un matériau connu.

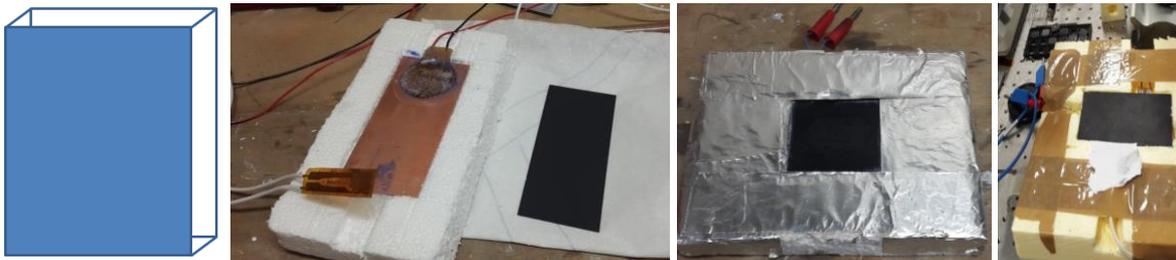


Figure 8 – Banc expérimental thermique simple

Le banc expérimental mis en place comprend : 2 plaques de Plexiglas assemblées en 'sandwich'. Des résistances chauffantes planes isolées de différentes tailles et puissances sont placées au sein du matériau (entre les deux plaques) ; le but étant de simuler des échauffements plus ou moins localisés dans la matière. Les écarts de température obtenus étant assez faibles les pertes convecto-radiatives en faces avant/arrière ont pu être négligées. Un exemple de champ de température mesuré est présenté sur la figure 9 avant filtrage et sur la figure 10 après filtrage.

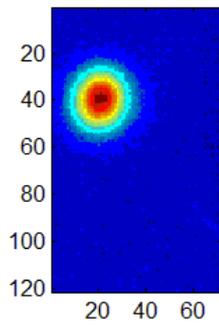


Figure 9 – Signal relevé en face avant

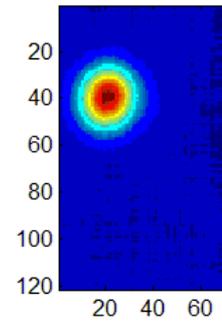
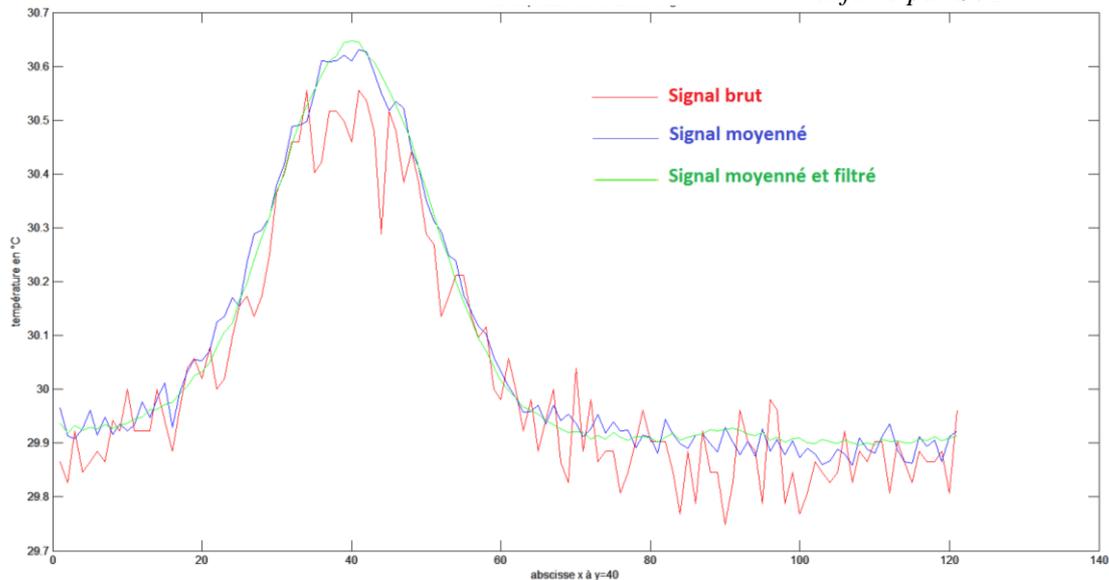


Figure 10 – Signal moyenné sur 30 frames et filtré par SVD

Figure 11 - Evolution de la température selon x à l'ordonnée y passant par la source

Le filtrage par SVD est ici effectué par troncature des modes supérieurs au n°2. On remarque que le fait de moyenner (en décentré avant) sur 30 images (1s) biaise la solution en la surestimant un peu, le filtrage par troncature ne fait que lisser la courbe en supprimant les dernières perturbations hautes-fréquences.

Estimation de sources

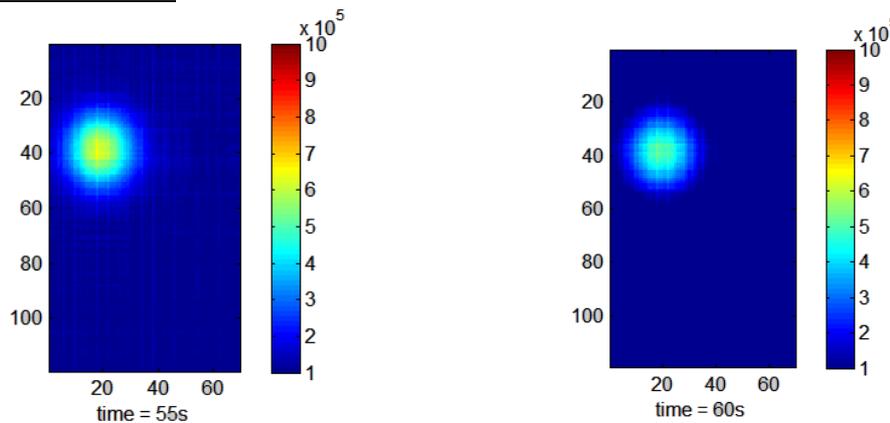


Figure 12 – Sources expérimentales estimées par le modèle numérique à deux temps différents

Le modèle inverse appliqué à nos mesures donne des résultats intéressants. La position centrale de la source placée est respectée ; cependant quelques problèmes apparaissent, notamment à cause du temps caractéristique de diffusion dans le plexiglas. En effet, l'hypothèse de corps 'thermiquement mince'

n'est pas valide dans cette expérimentation : la diffusion de la chaleur dans la direction z provoque une estimation à la fois déphasée dans son apparition temporelle mais également biaisée par son étalement bidimensionnel.

Ces résultats prêtent à une analyse physique, cependant une nouvelle campagne d'expérimentations (en cours) amènera certainement des résultats plus probants. Les matériaux testés seront plus représentatifs des matériaux attendus lors des tests de traction, meilleur conductivité et plus faible épaisseur.

5. CONCLUSION

Les tests réalisés sur données numériques permettent de mettre en évidence l'efficacité et la simplicité du modèle choisi ; ces tests dans différentes configurations montrent également les faibles besoins en puissance de calcul de cette méthode (car elle est directe).

Les premiers tests expérimentaux mettent en avant des contraintes supplémentaires qu'il est nécessaire de maîtriser afin d'appliquer la méthode dans son domaine de validité.

L'objectif principal résidera, lors de la nouvelle campagne d'expérimentations, dans le choix de la bonne configuration et l'utilisation des matériaux adéquats. Dans le cadre d'éventuels comparatifs avec d'autres méthodes d'estimation de sources, les contraintes et les besoins expérimentaux devront être adaptés en fonction.

Références

- [1] A. Chrysochoos. Infrared thermography applied to the analysis of material behavior: a brief overview, *Quantitative InfraRed Thermography* 9 (2) pp 193-208, 2012
- [2] S. André, N. Renault, Y. Meshaka, and C. Cunat. From the thermodynamics of constitutive laws to thermomechanical experimental characterization of a semicrystalline polymer from IR imaging, *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, vol. 24-1, pp 1-20, 2012.
- [3] C-Y. Yang (1997) *International journal of heat and mass transfer* « The determination of two heat sources in an inverse heat conduction problem »
- [4] H.Louche (1999) - Thèse de l'université de Montpellier II « Analyse par thermographie infrarouge des effets dissipatifs de la localisation dans des aciers »
- [5] A.Chrysochoos, H.Louche (1999) *International journal of engineering science* « An infrared image processing to analyze the calorific effects accompanying strain localization »
- [6] C-Y. Yang (2005) *Applied mathematical modelling* « The determination of two moving heat sources in two-dimensional inverse heat problem »
- [7] N.Renault (2007) Thèse Institut National Polytechnique de Lorraine « Etude du couplage thermomécanique du PEHD par essais mécaniques et inversion d'images infrarouges »
- [8] S.Andre, C.Baravian, N.Renault, C.Cunat (2007) *Applied physics letters* « In situ mechanical characterization of polymers with the association of three optical techniques »
- [9] H.Louche, B.Wattrisse (2014) TICQ 2014 BORDEAUX « Identification de sources thermomécaniques »
- [10] C.Rodiet (2015) Société Française de Thermique – La Rochelle « Estimation par méthodes spectrales régularisées de sources thermomécaniques localisées: validation numérique »
- [11] T. Workalemahu (2008) « Singular value decomposition in image noise filtering and reconstruction »
- [12] J-L Gardarein (2007) – Thèse - « Analyse par thermographie infrarouge de la puissance déposée sur des surfaces recouvertes de carbone dans les tokamaks »
- [13] J. Gaspar (2013) – Thèse - « Fluxmétrie et caractérisation thermiques instationnaires des dépôts des composants face au plasma du Tokamak JET par techniques inverses »