

Effets thermiques et fissuration en mode mixte dans le matériau bois

R. MOUTOU PITTI^{a, b, e}, S.E. HAMDI^{a, b}, Hassen RIAHI^c, F. DUBOIS^d,

a. Université Clermont Auvergne, Université Blaise Pascal, Institut Pascal, BP 20206,
F-63000 Clermont-Ferrand, France

b. CNRS, UMR 6602, Institut Pascal, F-63171 AUBIERE, France

c. LARIS, Université d'Angers, F-49000 Angers, France

d. GEMH, Université de Limoges, Centre Universitaire, UMR 6602, 19300, Egletons, France

e. CENAREST, IRT, 14070, Libreville, Gabon

Rostand.MOUTOU_PITTI@univ-bpclermont.fr

Seif.eddine@univ-bpclermont.fr

Résumé :

La rupture en mode mixte couplant des charges mécaniques et thermiques pour les matériaux isotropes et orthotropes comme le bois est étudiée. La formulation analytique du taux de restitution d'énergie est introduite par les intégrales T et A qui couplent la rupture en mode mixte, les effets thermiques et la pression appliquée sur les lèvres de la fissure. Cette nouvelle formulation est basée sur les lois de conservation énergétique et les champs mécaniques et thermiques réels et virtuels issus des configurations Lagrangiennes, Eulérienne et Arbitraire. Le modèle proposé est implémenté dans le code par éléments finis Cast3m. Grâce à l'éprouvette Compact Tension Shear (CTS), des résultats numériques sont proposés pour illustrer la précision du modèle en configuration orthotrope. Ainsi, l'indépendance du domaine d'intégration est vérifiée en mode d'ouverture, en mode de cisaillement et en mode mixte.

Abstract:

The rupture in mixed mode coupling mechanical and thermal loads for isotropic and orthotropic materials such as wood is studied. The analytical formulation of the energy release rate is introduced by the integral T and A which couple rupture in mixed mode, thermal effects and the pressure applied on the crack lips. This new formulation is based on the laws of energy conservation and real and virtual mechanical and thermal fields based on the Arbitrary, Lagrangian and Eulerian configurations. The proposed model is implemented in the finite element code Cast3m. According to Compact Tension Shear (CTS) specimen, several exemplary are provided to illustrate the accuracy of the model for orthotropic configuration. Also, the independence of the integration domain is verified in opening mode, shear mode and mixed mode configuration

Mots clefs : Rupture; Intégrales indépendantes; Champs thermiques; Orthotropie; Bois

1 Introduction

Les microfissures se produisent couramment dans de nombreux ouvrages de génie mécanique et civil soumis à différentes charges. Mais le principal fait important pour l'intégrité structurale reste les conditions de propagation de ces microfissures au cours de la durée de vie. La combinaison avec des sollicitations mécaniques comme la fatigue, la surcharge ou le fluage, les chargements environnementaux comme les variations hydriques ou de la température jouent un rôle important dans la propagation de ces microfissures dans le matériau. Dans le cas du bois, en raison de son origine naturelle, son caractère orthotrope et hétérogène avec différents défauts tels que les nœuds, l'étude de ces différentes approches semble indispensable.

Pour prédire le processus de croissance des fissures, plusieurs méthodes numériques ont été développées pour caractériser les champs mécaniques autour de la pointe de la fissure. Parmi eux, les méthodes énergétiques, comme l'intégrale J Rice [1], qui permettent d'évaluer les forces motrices de la fissure loin de la perturbation introduite par la singularité en pointe de fissure. Mais cette méthode n'est pas adaptée à résolution des problèmes de croissance de la fissure en mode mixte. Pour contourner cette difficulté, Destuynder et al. [2] ont développé l'intégral M afin de séparer les modes de rupture par une approche basée sur une forme bilinéaire de la densité d'énergie de déformation avec des champs mécaniques virtuels.

Dans ce travail, une nouvelle formulation analytique de l'intégral A initialement proposée par Bui et Proix [3], développé par Moutou Pitti et al. [4] pour les matériaux orthotropes, est mis en œuvre dans le logiciel des éléments finis. Elle prend en compte les effets des chargements thermiques et mécaniques complexes en fissuration stationnaire. La première partie de ce document présente la formulation mathématique de l'intégrale A généralisée au comportement viscoélastique en fissuration stationnaire. Simultanément, le taux de restitution d'énergie en mode mixte est proposé en fonction des facteurs réels et virtuels intensité de contrainte. Dans la deuxième partie, l'éprouvette Compact Tension Shear (CTS), est proposée. La troisième section est consacrée à étudier l'efficacité de l'approche proposée dans le cas de matériau orthotrope, où l'analyse de la croissance des fissures sur l'éprouvette en bois MMGC est effectuée.

2 Formulation analytique de intégrales invariant A

Dans cette section, nous rappelons les expressions mathématiques des intégrales de T et A. Selon le théorème de Noether [5], si l'on considère un corps Ω fissuré et Γ un chemin qui entoure la pointe de la fissure orientée par la normale \vec{n} de composante n_j , comme le montre la figure 1 (a), sans pression sur les lèvres de la fissure, l'intégrale T est donnée par l'expression suivante:

$$T = \int_{\Gamma} \frac{1}{2} [\sigma_{ij,k}^v u_i - \sigma_{ij}^u v_{i,k}] n_j d\Gamma - \int_{\Gamma} \frac{1}{2} [\vartheta_i \delta_{ij} v_{i,jk} \Delta T_{,j}] n_j d\Gamma + \int_L \frac{1}{2} [p v_{1,1} - q v_{2,1}] dx_1 \quad (1)$$

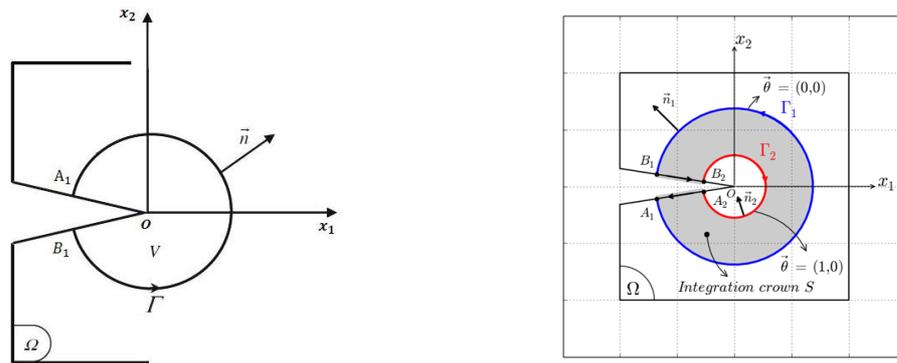


Figure 1. (a) Domaine d'intégration curviligne, (b) Domaine d'intégration surfacique

La première expression est le terme classique de l'intégrale M [6] qui représente l'effet des charges mécaniques appliquées loin de la fissure. Le second terme représente l'effet de la charge thermique induite par une variation de température ΔT [5] et $\vartheta_i = \alpha_i E_i / (1 - 2\nu_{ij})$ prend en compte les effets thermiques dans chaque direction d'orthotropie. Le troisième terme intègre l'action éventuelle d'une pression ($F = p + q$) appliquée sur les lèvres de la fissure. Pour des besoins d'implémentation numérique, le chemin curviligne se transforme en domaine d'intégration surfacique en introduisant un champ de vecteurs $\vec{\theta}$ [6], la figure 1. (b). L'application du théorème de Gauss-Ostrogradsky nous permet d'obtenir l'intégrale A donnée par:

$$A = \int_{\Omega} \frac{1}{2} [\sigma_{ij,k}^v u_i - \sigma_{ij}^u v_{i,k}] \theta_{k,j} dS - \int_{\Omega} \frac{1}{2} [\gamma \vartheta_i \delta_{ij} v_{i,jk} \Delta T_{,j}] \theta_{k,j} dS + \int_L \frac{1}{2} F_i v_{i,j} \theta_j dx_1 \quad (2)$$

σ_{ij}^v est la contrainte virtuelle proportionnelle aux facteurs d'intensité de contraintes virtuelles thermiques ${}^A K_I^v$ et ${}^A K_{II}^v$ respectivement en mode I et II. En outre, l'intégrale A, peut être physiquement interprétée comme une définition des facteurs d'intensité de stress réel ${}^A K_I^u$ et ${}^A K_{II}^u$. La séparation des modes mixtes peut-être obtenue en réalisant deux calculs distincts de façon à isoler chaque mode, tel que:

$${}^A K_I^u = 8 \frac{A({}^A K_I^v=1, {}^A K_{II}^v=0)}{C_1}; \quad {}^A K_{II}^u = 8 \frac{A({}^A K_I^v=0, {}^A K_{II}^v=1)}{C_2} \quad (3)$$

C_1 et C_2 désignent les complaisances élastiques respectivement en mode I et II. Dans ce cas, les taux de restitution d'énergie thermique ${}^A G_I$ et ${}^A G_{II}$ sont finalement donnés par les expressions suivantes

$${}^A G_I = C_1 \frac{({}^A K_I^u)^2}{8} \quad \text{et} \quad {}^A G_{II} = C_2 \frac{({}^A K_{II}^u)^2}{8} \quad (4)$$

Dans les résultats numériques qui suivent, la pression sur les lèvres de la fissure est totalement négligée, le troisième terme de l'intégrale (2) est donc nul.

3 Eprouvette CTS

La figure 2 (a) présente l'éprouvette carrée CTS permettant de simuler numériquement et expérimentalement le mode mixte de rupture. L'éprouvette bois a 50 mm de côté et de fissure initiale de longueur 25 mm. On désigne les points A_i et B_i , $i = \{1, \dots, 7\}$ correspondant à des lieux d'application des forces symétriquement opposées, dirigées par les angles

$\beta_i = \{0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ\}$ et orientées dans le sens trigonométrique selon l'axe de la fissure. A titre d'exemple, le mode I est obtenu en appliquant des forces opposées aux points A_7 et B_7 avec un angle $\beta = 0^\circ$. Un chargement identique, selon un angle $\beta = 90^\circ$, aux points A_1 et B_1 correspond à un mode II. Tous les autres angles génèrent un taux de mixité variable. Dans la réalité, l'échantillon en bois est connecté à deux éléments métalliques dit « Arcan » sur lesquels sont percés les points d'application des différents chargements [6]. Le maillage de l'éprouvette CTS est présenté à la figure 2 (b).

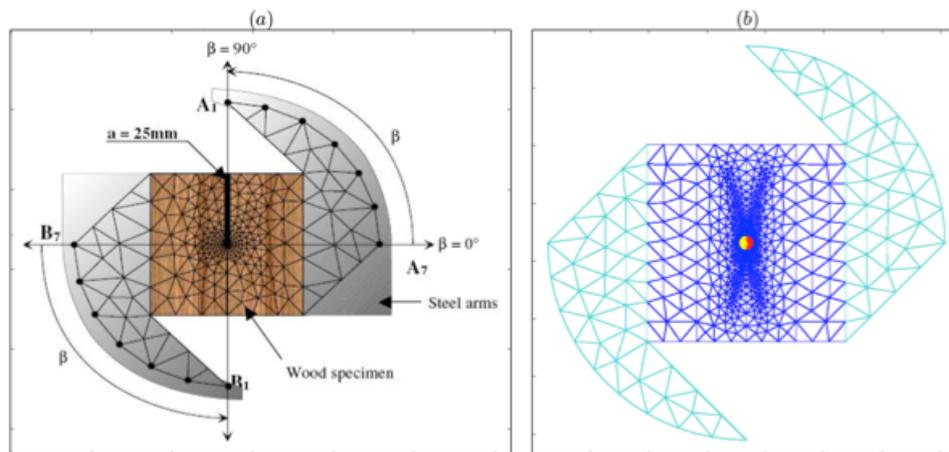


Figure 2. Dispositif expérimental

4 Résultats et discussions

Afin d'étudier la résistance à la rupture du matériau bois, un modèle d'éléments finis est développé et implémenté dans Cast3m. Malheureusement, il est difficile de trouver des solutions analytiques pour ce type de problème. C'est pourquoi, la précision de la mise en œuvre par éléments finis est évaluée via la vérification de la convergence des résultats numériques en ce qui concerne le nombre de couronnes d'intégration autour de la pointe de fissure introduite par l'intégrale A. L'analyse numérique est effectuée selon les conditions de chargements décrites à la figure 2. Les constantes élastiques de l'éprouvette bois, présentées dans le Tableau 1, sont celles du Pin maritime avec :

Tab 1. Constantes élastiques du Pin maritime

Constante élastique		Valeur de constantes élastiques
Module transversal	$E_1(MPa)$	1500
Module longitudinale	$E_2(MPa)$	600
Module de cisaillement	$G_{12}(MPa)$	700
Coefficient de Poisson	ν_{12}	0,5

4.1 Résultats sans effets thermiques

Les figures 3 (a) et (b) illustrent l'évolution de K_I et K_{II} en fonction du nombre de couronnes et pour différentes orientations de chargement β . On remarque que la convergence de K_I et K_{II} est bien vérifiée en fonction de l'augmentation de la taille de la couronne. En plus, une bonne précision est observée pour toutes les orientations du chargement lorsque le chemin d'intégration est supérieur à la troisième couronne. Ce résultat valide les modèles analytiques et numériques proposés pour l'intégrale A en orthotropie. Parallèlement, nous avons également montré que la singularité des champs

mécaniques induits une imprécision sur les résultats numériques. Cette perturbation est clairement observée lorsque le processus d'intégration est proche de la pointe de la fissure. Par ailleurs, le découplage des modes mixtes de rupture est clairement démontré puisque dans le cas de la part du mode I (figure 3 (a)), le mode II $\beta = 90^\circ$ est presque nul. La même remarque est faite pour la part du mode II (figure 3 (b)) puisque le mode I $\beta = 0^\circ$ est faible.

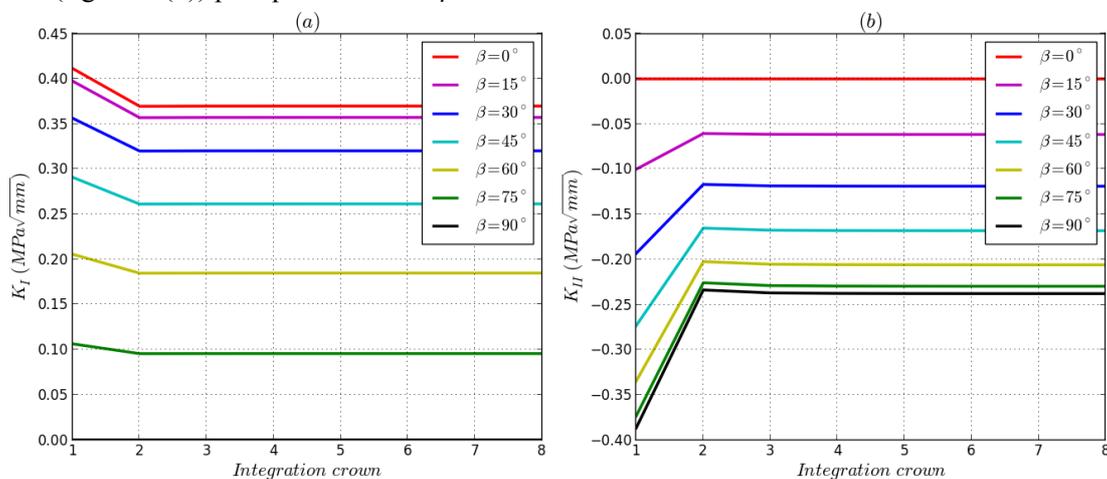


Figure 3. Indépendance du domaine d'intégration: (a) – Part du mode I K_I , (b) – part du mode II K_{II} .

4.2 Résultats avec effets thermiques

En plus de la charge mécanique, on suppose maintenant que l'éprouvette bois de la figure 2 (a) est soumise à une variation de température ΔT qui peut être induit par des changements climatiques. L'idée est d'étudier l'effet de la charge thermique sur les facteurs d'intensité des contraintes dans le cas d'un matériau orthotrope comme le bois tout en vérifiant la précision des résultats numériques.

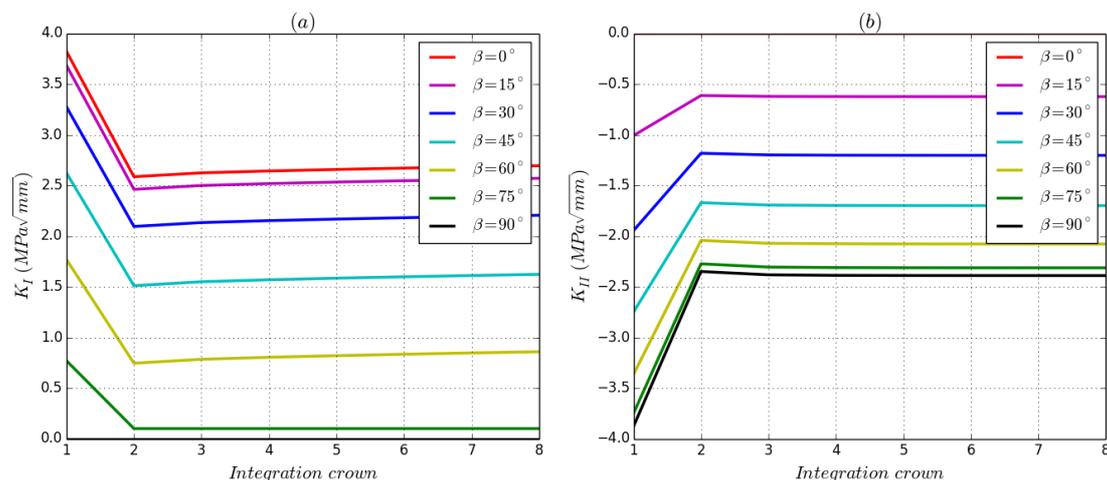


Figure 4. Indépendance du domaine pour $\Delta T = +10^\circ\text{C}$: part du mode I (a); part du mode II (b)

Les figures 4 (a) et (b) illustrent les évolutions de K_I et K_{II} en fonction du nombre de couronnes respectivement pour différentes orientations de chargement β et pour $\Delta T = 10^\circ\text{C}$. On constate que la convergence des facteurs d'intensité de contrainte en mode 1 K_I et mode 2 K_{II} est assurée puisque la stabilisation est observée lorsque le domaine d'intégration est supérieur ou égal à la couronne 4. Cette observation est aussi confirmée pour $\Delta T = -10^\circ\text{C}$, comme le montre les figures 5 (a) et (b). Par

ailleurs, comme pour le paragraphe précédent, le découplage des modes mixtes de rupture est aussi démontré dans le cas d'action thermique.

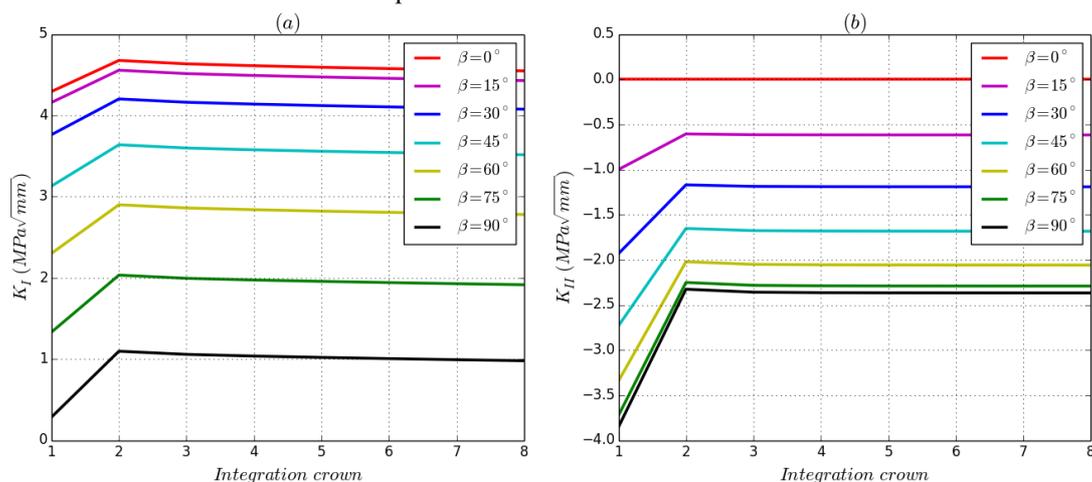


Figure 5. Indépendance du domaine pour $\Delta T = -10$ °C: part du mode I (a); part du mode II (b)

5 Conclusions

Une nouvelle formulation de l'intégrale A prenant en compte les effets de variation des chargements thermiques et mécaniques appliqués sur les lèvres de la fissure ou loin de celles-ci est développée. La mise en œuvre numérique via le logiciel par éléments finis Cast3M est effectuée par la validation de nombreux problèmes portant sur les matériaux orthotropes. La convergence est bien réalisée car les valeurs des FIC sont stabilisées lorsque la couronne d'intégration, englobant la pointe de la fissure, est supérieure à la troisième pour les températures positive et négative. En outre, l'indépendance du domaine est justifiée pour tous les rapports de mixités intégrant les effets environnementaux. Les résultats précédents sont établis dans l'hypothèse d'un matériau élastique orthotrope. Or, le bois a un comportement viscoélastique qui peut être facilement représenté dans un modèle analytique viscoélastique incrémental prenant en compte les effets temporels dans les amortisseurs. Ce travail est en cours de réalisation et devra être généralisé au comportement hydromécanique. Les travaux à venir seront consacrés à la prise en compte des effets des incertitudes des paramètres matériaux et des actions mécaniques sur la fiabilité des matériaux et structure bois fissurés.

Références

- [1] J.R. Rice, A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks, *J Appl Mech* (1968) 35, 379-386.
- [2] P. Destuynder, M. Djaoua, S. Lescure. Some remarks on elastic fracture mechanics, *J de Mécanique Théorique Appliquée* (1983) 2, 113-135.
- [3] D. Bui, M. Proix, Découplage des modes mixtes de rupture en thermoélasticité linéaire par des intégrales indépendantes du contour, *Acte du Troisième Colloque Tendances Actuelles en Calcul de Structure*, Bastia (1985) 631-643.
- [4] R. Moutou Pitti, F. Dubois, C. Petit, Generalization of T and A integrals to time-dependent materials: analytical formulations, *Int J Fract* (2010) 161, 187-198.
- [5] E. Noether, Invariant variations problem. *Transport Theory Stat Phys* (1918) 1, 183-207.
- [6] R. Moutou Pitti, F. Dubois, P. Octavian, A proposed mixed-mode fracture for wood under creep loadings, *Int J Fract* (2011) 167, 195-205.