

# Contribution à la modélisation de matériaux agrégataires : Proposition d'une loi d'évolution de l'endommagement avec prise en compte de la viscoélasticité

M. CHATTI, M. GRATTON, A. FRACHON, M. CALIEZ,  
N. AITHOCINE

INSA Centre Val de Loire, Laboratoire de Mécanique et Rhéologie, 3 rue de la Chocoloaterie,  
CS23410, 41034 Blois Cedex  
E-mail : marwen.chatti@insa-cvl.fr

## Résumé :

*Ce papier traite la modélisation du comportement anisotrope induit par endommagement au moyen de la décomposition V-D-T appartenant à la famille des modèles Microplans. Le matériau étudié est un matériau agrégataire énergétique. Le modèle utilisé est habituellement appliqué aux matériaux fragiles. Ce modèle prend en considération la viscoélasticité du matériau dans un contexte Microplans, initialement anisotrope élastoplastique endommageable. Une identification pour un matériau énergétique est proposée.*

## Abstract :

*This papers deals with the modeling of the damage induced anisotropy using a Microplanes model with V-D-T decomposition. The studied material is an aggregate energetic material. The used model is generally applied to brittle materials. In the framework of Microplanes concept, this model accounts for the viscoelastic behavior of the energetic material exhibiting initially anisotropic damagable elastoplastic behaviour.*

**Mots clefs : Microplans, Endommagement, Anisotropie, Viscoélasticité.**

## 1 Introduction

La modélisation de l'anisotropie induite par l'endommagement reste complexe en raison de la difficulté d'obtenir des résultats expérimentaux permettant d'identifier un modèle multiaxial généralisé. Sur le plan de la modélisation, le choix de l'évolution pilotant la ou les variables d'endommagement est difficile, surtout lorsque l'objectif est de simuler des chargements complexes, et non uniquement de type proportionnels. C'est par exemple l'effet d'une pression de confinement ou

d'une contrainte de compression qui module l'évolution de l'endommagement aussi bien que la reprise de rigidité endommagée due à la refermeture des fissures. L'unilatéralité éventuelle du dommage pourrait être prise en compte dans un contexte d'anisotropie induite de manière saine sur le plan de la thermodynamique, ce qui est le cas avec les modèles Microplans [1] [2], au moyen de paramètres d'effectivité.

Les origines de ces modèles datent de 1938 [3]. Ils ont d'abord été appliqués à la plasticité des métaux [4], et depuis, ont été appliqués aux matériaux fragiles (béton, céramique, etc.). Dans ce contexte, on propose d'analyser la capacité de la base tensorielle d'ordre 4 de Walpole [5] à fournir des variables dans la base de chaque famille de fissures (propre aux modèles Microplans), variables pouvant se combiner pour piloter une ou plusieurs variables d'endommagement.

Une seconde partie de cette étude, consiste à introduire la viscoélasticité au sein du modèle anisotrope élastoplastique endommageable dans ce cadre Microplans, et de l'identifier pour un matériau énergétique.

La viscosité et le temps de relaxation peuvent être soit isotropes, soit anisotropes. Le terme anisotrope spécifie ici une évolution des paramètres de viscosité au cours du temps sous l'effet de l'évolution du module endommagé. Un modèle de Maxwell généralisé est utilisé.

Les travaux précédents [1], [2] et [3], présentent un matériau dont la forte viscosité doit être prise en considération, ce qui n'a pas été le cas dans le modèle anisotrope VDT développé par Benelfellah [4].

Dans ce dernier travail, l'auteur a montré le fort potentiel de la base tensorielle de Walpole utilisée pour comparer plusieurs modèles de comportement et choisir le plus adapté pour ce type de matériau. Il a utilisé pour le modèle choisi la décomposition VDT afin de décrire à la fois l'évolution et l'unilatéralité anisotropes complexes de l'endommagement. Ces deux dernières raisons nous ont motivé donc à approfondir l'apport de la base de Walpole pour proposer des variables pilotant l'évolution de l'endommagement.

Le domaine d'étude se situe, pour la vitesse de déformation, entre  $10^{-8}$  et  $10^{-3}\text{s}^{-1}$ , et pour la pression de confinement, entre 0 et 10MPa.

## 2 Le comportement du matériau étudié

Durant la manipulation, le stockage et le transport, les structures pyrotechniques subissent des chargements susceptibles de les endommager, dommages pouvant affecter la capacité de combustion et de détonation [6]. La connaissance du niveau de dommage au cours de la durée de vie de ces structures est donc essentielle [7]. Elle passe par une modélisation robuste de la viscoélasticité compte tenu notamment des chargements complexes auxquels est soumis le matériau, notamment des chargements cycliques thermomécaniques.

Le matériau étudié est un matériau énergétique à poudre polymérisé (PBX : Plastic Bonded Explosives). Quelques données déjà publiées sur le PBX sont brièvement rappelées. Il est composé de plus de 95% en masse des cristaux (HMX) mélangés avec une faible quantité de liant polymérique. Son élaboration passe par des cycles de compaction isostatique conduisant à une porosité résiduelle de l'ordre de 5%. La taille des charges varie de quelques centaines de microns à quelques microns avec une taille moyenne de  $200\mu\text{m}$ . Les particules sont orientées aléatoirement et aucune orientation privilégiée n'apparaît [8].

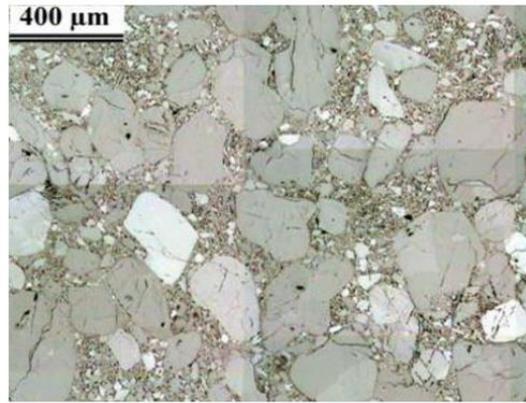


Figure 1. Microstructure du matériau étudié. Microfissures obtenues après compaction [9]

A cause du caractère énergétique des PBXs, un matériau de simulation inerte dont les propriétés mécaniques sont similaires à celles des matériaux énergétiques [10] et [9] est utilisé pour développer les protocoles expérimentaux. Les fractions massiques des composants sont, pour les cristaux : 29.3% de Sulfate de Baryum  $BaSO_4$  et 65.2% de Mélatmine, et pour le liant polymérique, 5.5%. Ce dernier est à base d'une résine époxy et d'un pigment bleu. Le processus de mise en œuvre donne un matériau compact avec une densité moyenne de 1.73 et une porosité importante de 28% [11].

Les grandes lignes du comportement thermomécanique quasi-fragile de ce matériau peuvent se résumer par son isotropie initiale, l'anisotropie induite par une sollicitation, une microstructure pré-endommagée, l'unilatéralité de l'endommagement visible par exemple lors de sollicitations alternées et l'effectivité anisotrope qui en résulte, la dépendance à la pression hydrostatique, à la vitesse de déformation et à la température, et la présence de déformations irréversibles à caractère dilatant. Les deux courbes ci-dessous illustrent certains de ces points.

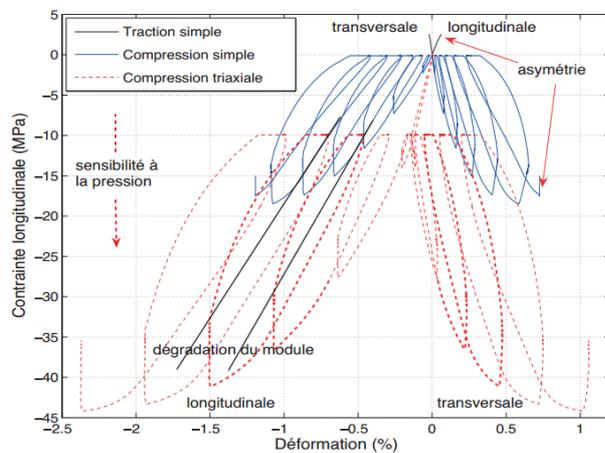


Figure 2. Effet de la pression de confinement et du mode de sollicitation (chargement cyclique avec des phases de relaxation et de recouvrance) sur le comportement du matériau à  $3,3 \cdot 10^{-5} s^{-1}$  [12]

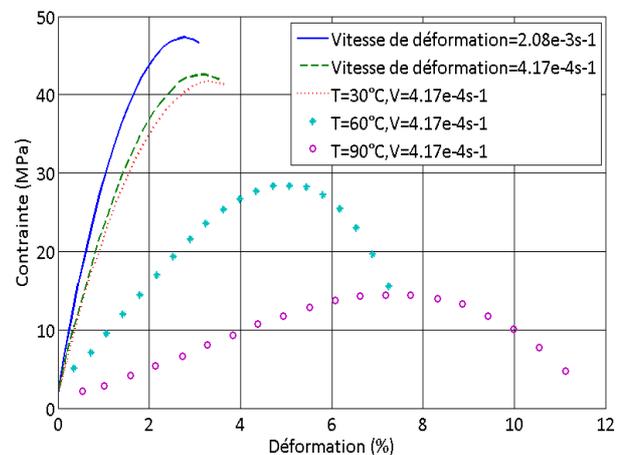


Figure 3. Courbes contrainte-déformation sous chargements thermiques et mécaniques combinés [3]

### 3 Modélisation dans le cadre des modèles Microplans

Benelfellah [8] a retenu plusieurs modèles de comportement adaptés à la fois à la modélisation de l'endommagement anisotrope induit par des familles de fissures à effet orthotrope de révolution, mais permettant également une introduction saine de l'effectivité de l'endommagement. Ainsi, après une

uniformisation des modèles dans la base de Walpole [5], cet auteur a montré que la projection V-D-T [2] du modèle Microplans, bien que n'étant pas basé sur une approche multi-échelle, est la seule apte à permettre une croissance du coefficient de Poisson au cours de l'évolution de l'endommagement, et de manière « indépendante ».

Un microplan peut être associé une famille de microfissures ou un plan fragile au sein de la microstructure [13]. Chaque famille de microfissures est supposée indépendante des autres, et caractérisée par sa direction et une densité ou un niveau de dommage. Carol et al. [2] et Kuhl et al. [14] ont proposé des formulations Microplans thermodynamiquement consistantes. Pour décrire l'anisotropie induite du matériau, l'angle solide est discrétisé par exemple en 42 (minimum pour reproduire isotropie élastique) secteurs angulaires équipartis. Dans ces modèles, l'énergie libre globale est définie comme la somme des énergies associées chacune à une direction donnée, et s'exprime sous forme intégrée :

$$\psi^{glo} = \frac{3}{4\pi} \int_{\Omega} \psi^{loc}(\underline{t}_{\varepsilon}, q) d\Omega, \text{ (Eq.1)}$$

où le vecteur de déformation :  $\underline{t}_{\varepsilon} = \underline{\varepsilon} \cdot \underline{n}$  et  $q$  est une variable dissipative. Carol et al. [2] et Kuhl et al. [14] ont proposé de décomposer le tenseur de déformation suivant une direction  $\underline{n}$  en une partie tangentielle et une partie normale. Cette dernière est décomposée à son tour en une partie volumique et déviatorique.

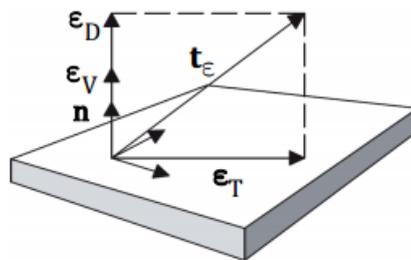


Figure 4. Modèle à composantes volumique, déviatorique et tangentielle (V-D-T) [2]

Avec :

$$\varepsilon_V = \underline{\underline{V}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad \varepsilon_D = \underline{\underline{D}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad \varepsilon_T = \underline{\underline{T}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad \text{(Eqs.2)}$$

Et :

$$\underline{\underline{V}} = \frac{1}{3} \underline{\underline{1}} \quad \underline{\underline{D}} = \underline{\underline{n}} \otimes \underline{\underline{n}} - \frac{1}{3} \underline{\underline{1}} \quad \underline{\underline{T}} = \underline{\underline{n}} \cdot \underline{\underline{I}} - \underline{\underline{n}} \otimes \underline{\underline{n}} \otimes \underline{\underline{n}} \quad \text{(Eqs.3)}$$

La contrainte globale se reconstruit aisément par intégration :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{3}{4\pi} \int_{\Omega} \left\{ \sigma_V \cdot \underline{\underline{V}} + \sigma_D \cdot \underline{\underline{D}} + \sigma_T \cdot \underline{\underline{T}} \right\}, \text{ (Eq.4)}$$

### 3.1 Exploitation de la base de Walpole : évolution de l'endommagement

Bennellah [8] associe trois variables d'endommagement au sein de la décomposition V-D-T,  $d_V$  (endommagement volumique),  $d_D$  (endommagement déviatorique) et  $d_T$  (endommagement tangential). Des fonctions d'effectivité sont également introduites aussi bien dans la partie volumique que

déviatorique notamment pour représenter à la fois l'asymétrie de comportement entre la traction et la compression, la dépendance à la pression, mais aussi pour pondérer l'évolution de l'endommagement en fonction du mode de sollicitation. Ces fonctions assurent la récupération totale ou partielle de module de rigidité du matériau dans le cas de fermeture des microfissures (compression) et l'activation de l'endommagement dans le cas d'ouverture des microfissures (traction) en fonction de la direction de la sollicitation par rapport à la normale associée à chaque microplan. La contrainte s'exprime :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{3}{4\pi} \int_{\Omega} [k_V(1 - \alpha_V(\varepsilon_V)d_V)\varepsilon_V] \underline{\underline{V}} + [\mu_D(1 - \alpha_D(\varepsilon_D)d_D)\varepsilon_D] \underline{\underline{D}} + [\mu_T(1 - d_T)\varepsilon_T] \underline{\underline{T}} d\Omega, \text{ (Eq.5)}$$

Avec  $\alpha_i$  les fonctions d'effectivité,  $k_V$  le module de compressibilité,  $\mu_D$  le module de cisaillement déviatorique et  $\mu_T$  le module de cisaillement tangentiel.

La base de Walpole offre une décomposition physiquement compréhensible et permet de partitionner 5 contributions différentes de contrainte ou de déformation. Les tenseurs de la base de Walpole sont :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{E}}_1 &= \frac{1}{2} \underline{\underline{a}} \otimes \underline{\underline{a}} ; \underline{\underline{E}}_2 = \underline{\underline{N}} \otimes \underline{\underline{N}} ; \underline{\underline{E}}_3 = \underline{\underline{a}} \otimes \underline{\underline{a}} - \frac{1}{2} \underline{\underline{a}} \otimes \underline{\underline{a}} ; \underline{\underline{E}}_4 = \underline{\underline{N}} \otimes \underline{\underline{a}} + \underline{\underline{a}} \otimes \underline{\underline{N}} \\ \underline{\underline{E}}_5 &= \underline{\underline{N}} \otimes \underline{\underline{a}} ; \underline{\underline{E}}_6 = \underline{\underline{a}} \otimes \underline{\underline{N}} \end{aligned}$$

(Eqs.6)

Avec :

$$\underline{\underline{N}} = \underline{\underline{n}} \otimes \underline{\underline{n}} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{a}} = \underline{\underline{1}} - \underline{\underline{n}} \otimes \underline{\underline{n}}$$

(Eqs.7)

On peut interpréter les tenseurs de la base de Walpole de la manière suivante :

- $E_1$  porte l'effet sphérique dans le plan d'isotropie
- $E_2$  porte l'effet suivant la normale au plan d'isotropie
- $E_3$  porte l'effet de cisaillement dans le plan d'isotropie
- $E_4$  porte l'effet de cisaillement dans le plan normal au plan d'isotropie
- $E_5$  et  $E_6$  correspondent à l'effet Poisson entre le plan d'isotropie et sa normale.

Dans ce contexte, nous proposons ici d'analyser la capacité de la base de Walpole à construire, avec un sens physique bien que sans changement d'échelle, une ou plusieurs variables pilotant l'endommagement. La capacité à décrire également un critère de rupture à partir de l'endommagement est également étudiée. Les résultats sont présentés sous la forme de critères dans le plan des contraintes principales, dans le plan des déformations principales, et dans le plan (pression-déviateur). La simulation de réponses pour des essais (traction, compression, compression confinée, torsion, torsion confinée, etc.) monotones, cycliques et alternés est présentée.

## 3.2 Viscoélasticité dans les modèles Microplans

Le modèle le plus connu pour modéliser les PBXs est le modèle ViscoScram [15]. Il combine un modèle viscoélastique linéaire de type Maxwell généralisé et une loi d'évolution isotrope de l'endommagement. Le modèle était initialement développé pour des chargements dynamiques. Pour le cas de chargements quasi-statiques, deux modèles phénoménologiques isotropes ont été développés par Gratton et *al.* [16] qui ont introduit une viscoplasticité endommageable additive et par Caliez et *al.* [17] qui ont introduit de la viscoélasticité endommageable de type Maxwell généralisé adjoint à une branche élastoplastique endommageable.

Pour le modèle Microplans, la prise en compte de la viscosité a été faite à plusieurs reprises pour la modélisation du comportement du béton avec comme objectif essentiel de simuler le comportement viscoélastique vieillissant et l'endommagement visqueux. Les modèles rhéologiques utilisés sont de type Maxwell ou Kelvin généralisés. La viscosité est formulée soit au sein de chaque microplan [13], [18], [19] et [20], soit sous forme globale - au sens de l'angle solide - en série avec la branche élastique à endommagement anisotrope construite au moyen de Microplans [21] et [22].

Le modèle Microplans développé et identifié par Benelfellah [8] permet de reproduire des déformations irréversibles au travers de la plasticité en contrainte effective au moyen d'un opérateur d'endommagement anisotrope obtenu à partir de Microplans. Les résultats très encourageants obtenus nous incitent à le compléter en y introduisant de la viscoélasticité endommageable de type Maxwell généralisé. Dans le modèle développé, la viscosité du matériau est considérée isotrope et le temps de relaxation est considéré anisotrope. Les différentes architectures possibles sont analysées au regard des coûts de calcul et de la complexité d'intégration.

## 4 Conclusions

Dans le contexte l'endommagement anisotrope induit, ce papier a permis de prospecter l'apport de la base tensorielle de Walpole pour décrire un critère de rupture multiaxial.

Pour la deuxième partie du travail, les premiers résultats obtenus sur la modélisation du comportement viscoélastique anisotrope sont encourageants. L'introduction du modèle Maxwell généralisé au sein des Microplans reproduit le comportement expérimental de façon satisfaisante. Une comparaison entre l'introduction de la viscoélasticité dans les Microplans et la mettre en série avec le modèle VDT est en cours.

## Références

- [1] Z.P. Bazant, P.G. Gambetta. Crack shear in concrete: Crack band microplane model. 1984, Journal of structural engineering, Vol. 110, pp. 2015-2035.
- [2] I. Carol, M. Jiràsek, Z. Bazant. A thermodynamically consistent approach to microplane theory. Part I. Free energy and consistent microplane stresses. 2001, International journal of solids and structures, Vol. 38, pp. 2921-2931.
- [3] G.I. Taylor. Plastic strain in metals. 1938, Journal institute of metals, Vol. 62, pp. 307-324.
- [4] S. Batdorf, B. Budiansky. A mathematical theory of plasticity based on the concept of slip. National Advisory Committee for Aeronautics, 1949.
- [5] L. Walpole. Elastic behavior of composite materials: Theoretical foundations. 1981, Advances in applied mechanics, Vol. 21, pp. 169-242.
- [6] X. Wang, S. Ma, Y. Zhao, Z. Zhou, P. Chen. Observation of damage evolution in polymer bonded explosives using acoustic emission and digital image correlation. 2011, Polymer testing, pp. 861-866.
- [7] Z.W. Liu, H.M. Xie, K.X. Li, P.W. Chen, F.L. Huang. Fracture behavior of PBX simulant subject to combined thermal and mechanical loads. 2009, Polymer testing, pp. 627-635.
- [8] A. Benelfellah. Contribution à la modélisation de l'anisotropie induite par endommagement d'un matériau agrégataire énergétique. Thèse de doctorat: Université François Rabelais de Tours, 2013.
- [9] V.D. Le, M. Gratton, M. Caliez, A. Frachon, D. Picart. Experimental mechanical characterization of plastic-bonded explosives. 2010, Journal of materials science, Vol. 45, pp. 5802-5813.
- [10] D. Picart, J.L. Brigolle. Characterization of the viscoelastic behaviour of a plastic bonded explosives. 2010, Materials science and engineering: A, Vol. 527, pp. 7826-7831.
- [11] P. Bailly, F. Delvare, J. Vial, J.L. Hanus, M. Biessy, D. Picart. Dynamic behavior of an aggregate material at simultaneous high pressure and strain rate: SHPB triaxial tests. 2011, International journal of impact engineering, Vol. 38, pp. 73-84.

- [12] S. Rja Fi Allah. Modélisation du comportement mécanique d'un matériau agrégataire. Thèse de doctorat: Université François Rabelais, 2006.
- [13] J. Ozbolt, Z.P. Bazant. Microplane model for cyclic triaxial behavior of concrete. 1992, Journal of engineering mechanics, Vol. 118, pp. 1365-1386.
- [14] E. Kuhl, P. Steinmann, I. Carol. A thermodynamically consistent approach to microplane theory. Part II. Dissipation and inelastic constitutive modeling. 2001, International journal of solids and structures, Vol. 38, pp. 2933-2952.
- [15] J.G. Bennett, K.S. Haberman, J.N. Johnson, B.W. Asay, B.F. Henson. A constitutive model for the non shock ignition and mechanical response of high explosives. 1998, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 46, pp. 2303-2322.
- [16] M. Gratton, C. Gontier, S. Rja Fi Allah, A. Bouchou, D. Picart. Mechanical characterization of a viscoplastic material sensitive to hydrostatic pressure. 2009, European journal of mechanics, Vol. 28, pp. 935-947.
- [17] M. Caliez, M. Gratton, A. Frachon, A. Benelfellah, D. Picart. Viscoelastic plastic model and experimental validation for a granular energetic material. 2014, International journal of energetic materials and chemical propulsion, Vol. 13, pp. 339-371.
- [18] T. Hasegawa, Z.P. Bazant. Nonlocal Microplane concrete model with rate effect and load cycles. I: General formulations. 3, 1993, Journal of materials in civil engineering, Vol. 5, pp. 372-393.
- [19] Z.P. Bazant, F.C. Caner, M.D. Adley, S.A. Akers. Fracturing rate effect and creep in Microplane model for dynamics. 2000, Journal of engineering mechanics, Vol. 126, pp. 962-970.
- [20] G. Zi, Z.P. Bazant. Continuous relaxation spectrum for concrete creep and its incorporation into Microplane model M4. 2002, Journal of engineering mechanics, Vol. 128, pp. 1331-1336.
- [21] J. Ozbolt, H-W. Reinhardt. Sustained loading strength of concrete modelled by creep-cracking interaction. 2001, Otto-Graf-Journal, Vol. 12, pp. 9-20.
- [22] G. Di Luzio. Numerical model for time-dependent fracturing of concrete. 2009, Journal of engineering mechanics, Vol. 135, pp. 632-640.