

22<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique

Lyon, 24 au 28 Août 2015

# Modélisation par la méthode X-FEM de la propagation de fissure sur des structures minces, soumises à des solllicitations intenses et rapides.

Y. JAN<sup>a,b</sup>, B. LEBLÉ<sup>a</sup>, T. ELGUEDJ<sup>b</sup>, A. COMBESURE<sup>b</sup>.

a. D<sup>2</sup>S, DCNS Research, {yannick.jan,bruno.leble}@dcnsgroup.com

b. LaMCoS, INSA de Lyon, {yannick.jan,thomas.elguedj,alain.combescure}@insa-lyon.fr

## Résumé :

*Dans l'industrie navale, les méthodes classiques pour analyser la tenue des structures sous des chargements extrêmes sont très dépendantes de la taille de maille du modèle. De plus, la propagation sur de grandes longueurs avec des modèles volumiques demande une puissance de calcul importante, souvent inaccessible dans ce cadre. Face à ces problématiques et compte tenu de la géométrie des structures à étudier, un couplage entre les éléments finis de coque et l'utilisation de la méthode des éléments finis étendus utilisant un critère de propagation adapté est proposé.*

## Abstract :

*In shipbuilding industry, classical methods to analyze the behavior of structures under extreme loadings are very dependent on the size of the mesh. Moreover, propagation over long lengths with volumetric models requires huge processing power, often inaccessible within this framework. In order to manage these issues and due to the geometry to be considered, a coupling between shell finite element and the extended finite element method (X-FEM) using an adapted propagation criterion is proposed.*

**Mots clefs : X-FEM, Coques, Dynamique.**

## 1. Introduction

La méthode des éléments finis étendus développée au début des années 2000 par Moës *et al.* [11] commence à avoir une certaine maturité et apparaît peu à peu dans les codes de calcul utilisés dans l'industrie. Ce modèle basé sur la partition de l'unité [2] consiste à enrichir la base polynomiale d'approximation de manière à rendre possible la prise en compte d'une discontinuité au sein d'un élément. De nombreux travaux ont été menés pour traiter des cas de propagation de fissure en dynamique rapide sur des modèles 2D plans ou 3D volumiques. Cependant, le maillage doit être relativement fin pour décrire correctement les différents champs dans le voisinage de la fissure pour ensuite être utilisés dans un critère de propagation. Mener de tels calculs à l'échelle d'une structure navale dans un contexte de bureau d'étude paraît délicat. Ces structures étant élancées (assemblages de plaques et de coques), il est pertinent d'utiliser des modèles coques qui permettent de diminuer considérablement le nombre de degrés de liberté d'un modèle et de gagner en temps de calcul.

## 2. Méthode X-FEM appliquée aux coques de Mindlin-Reissner

Certains travaux traitent le cas de plaques fissurées en flexion [9] ou de coques fissurées [1] en se basant sur la théorie de Kirchhoff-Love des coques fines. Toutefois, les épaisseurs conséquentes des coques qui forment des navires comme les sous-marins impose le choix d'une autre formulation plus adaptée aux coques dites "épaisses" ; c'est la théorie de Mindlin-Reissner. Celle-ci permet la prise en compte du cisaillement transverse mais nécessite un traitement particulier pour éviter le phénomène dit de "verrouillage" lorsque l'élancement (longueur/épaisseur) de la coque devient trop important. La méthode X-FEM a été utilisée avec cette théorie par Dolbow *et al.* [5] à l'aide de l'élément MITC4 pour traiter le cas des plaques en élasticité bidimensionnelle.

Afin de traiter tous les cas de coque tridimensionnelle fissurée basée sur la théorie de Mindlin-Reissner, le choix a été fait d'enrichir le quadrangle Q4 $\gamma$ 24, ainsi que le triangle DKT18, tous deux décrits dans [3]. Seules les fonctions sauts de Heaviside sont utilisées pour décrire la discontinuité à la fois en déplacement (eq.??) et en rotation (eq.??). Il a été montré dans [7] que les fonctions singulières pour mieux décrire le champ de déplacement en pointe de fissure ne sont pas indispensables, pourvu que le maillage soit suffisamment fin au voisinage du front.

$$u_i(x) = \sum_{A \in \mathcal{N}} N_A(x) u_{iA} + \sum_{B \in \mathcal{N}^e} N_B(x) H(x) u_{iB}^*, \quad (1)$$

$$\theta_i(x) = \sum_{A \in \mathcal{N}} N_A(x) \theta_{iA} + \sum_{B \in \mathcal{N}^e} N_B(x) H(x) \theta_{iB}^*. \quad (2)$$

Les calculs sont réalisés en dynamique explicite (schéma de différence centré) ce qui permet de ne pas avoir à inverser la matrice de rigidité. Pour profiter pleinement de ce schéma temporel et ne travailler que sur une résolution vectorielle, la matrice masse est diagonalisée et le système à résoudre est décrit dans l'équation (??). Les masses associées aux degrés de liberté enrichis sont prises égales à celles des degrés de liberté classiques [6] et [10].

$$M_{diag}\ddot{u} = F_{ext} - F_{int}(u). \quad (3)$$

En ce qui concerne l'intégration numérique, plutôt que de sous découper les éléments tranchés de manière compatible avec la fissure, ce qui nécessite une projection des champs élémentaires et peut entraîner une non conservation de l'énergie, c'est la méthode présentée par Elguedj *et al.* [6] qui est préférée. Elle consiste à subdiviser au préalable par un nombre fixe de sous-éléments de forme similaire, tous les éléments enrichis. L'intégration n'est plus exacte mais l'erreur est minimisée en utilisant un nombre accru de points de Gauss (64 dans le plan par exemple) comme présenté figure ??.

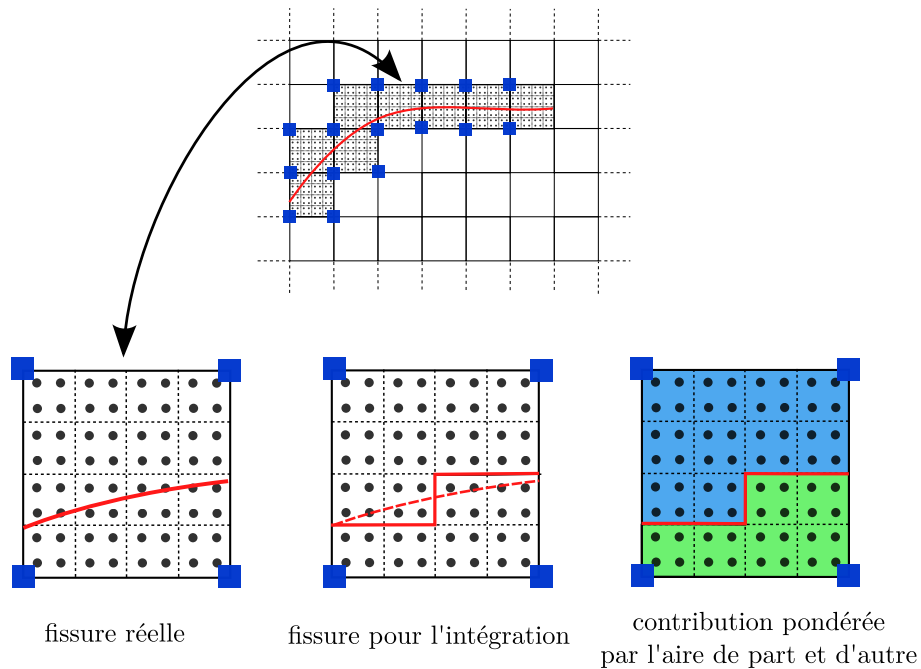


Figure 1: Intégration numérique par sous-découpage régulier.

### 3. Description de la fissure

L'expérience montre qu'en général une fissure présente sur une des peaux de la coque se propage dans un premier temps dans l'épaisseur pour devenir débouchante, puis se propage à l'ensemble de la coque. Pour simplifier l'étude, l'hypothèse de fissure traversante dans l'épaisseur est faite. Ainsi, l'utilisation de segments sur le plan moyen de la coque présenté figure ?? permet de connaître complètement la position de la fissure.

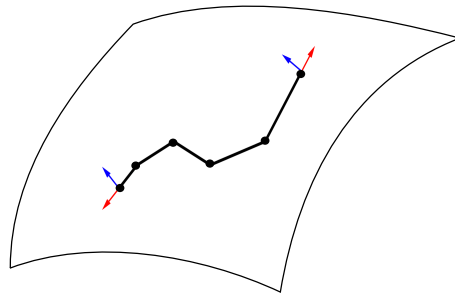


Figure 2: Fissure représentée sous forme de segments sur le plan moyen de la coque.

### 4. Cas test fissure fixe

Un cas test à fissure fixe est réalisé en comparant une fissure explicitement maillée avec des éléments de coque classique d'une part et une fissure dans des éléments de coque X-FEM implémentés d'autre part. La structure est d'abord soumise à un chargement en membrane puis à un force hors plan en une de ses extrémité. Ces essais numériques présentés figure ?? affichent des résultats identiques en terme de déplacement.

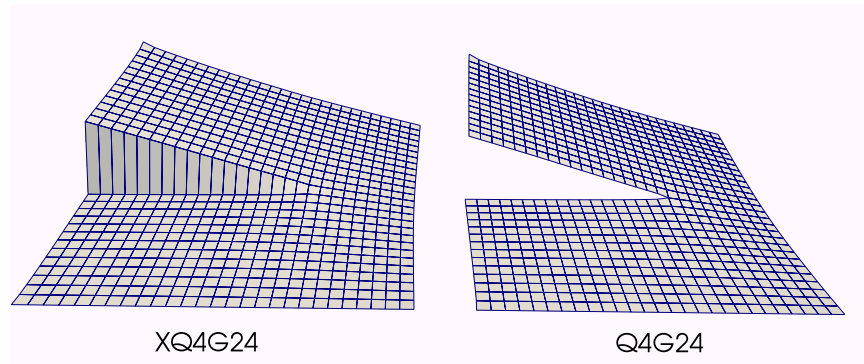


Figure 3: Essai de traction hors plan à fissure fixe sur coque X-FEM et coque classique.

## 5. Critère de propagation

Les aciers utilisés sur les coques de navires ont un comportement qualifié de ductile et le choix d'un critère de propagation adapté est primordial. La première piste est de se baser sur les travaux de Haboussa *et al.* [8] en adaptant le critère 2D déjà implémenté aux coques. C'est un modèle qui utilise une loi de comportement de matériau elasto-plastique avec un critère de rupture en cisaillement. Ce critère est basé sur une contrainte équivalente avec un algorithme de bascule automatique de traction/cisaillement selon la déformation plastique au voisinage de la la pointe de fissure. Une autre piste développée par Crété [4] utilise un critère basé sur un modèle d'endommagement type GTN qui vient au préalable identifier les direction potentielles de propagation via une analyse de bifurcation.

## Références

- [1] P. M. A. Areias, T. Belytschko. *Non-linear analysis of shells with arbitrary evolving cracks using XFEM*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 62, p. 384-415, 2004.
- [2] I. Babuska, J. Melenk. *The partition of unity method*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 40, p. 245-261, 1997.
- [3] J. L. Batoz, G. Dhatt. *Modélisation des structures par éléments finis - Coques*. vol. 3, Hermes, p. 361-373, 1992
- [4] J.P. Crété, P. Longère. *Traitement numérique de la fissuration d'une structure navale*, Materials and Structures in Mechanics. Université de Bretagne Sud, 2013.
- [5] J. Dolbow, N. Moës, T. Belytschko. *Modeling fracture in Mindlin-Reissner plates with the extended finite element method*, International Journal of Solids and Structures, vol. 37, p. 7161-7183, 2005.
- [6] T. Elguedj, A. Gravouil, A. Combescure. *Appropriate extended functions for X-FEM simulation of plastic fracture mechanics*, Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, vol. 198, p. 2318-2328, 2006.
- [7] D. Grégoire, H. Maigre, A. Combescure. *Dynamic crack propagation under mixed-mode loading - Comparison between experiments and X-FEM simulations*, International Journal of Solids and Structures, vol. 44, p. 6517-6534, 2007.
- [8] D. Haboussa, T. Elguedj, B. Leblé, A. Combescure. *Simulation of the shear-tensile mode transition on dynamic crack propagation*. International Journal of Fracture, p. 195-213, 2012.
- [9] J. Lasry. *Calculs de plaques fissurées en flexion avec la méthode des éléments finis étendue (XFEM)*, PhD thesis, Université de Toulouse, 2009.
- [10] T. Menouillard, J. Réthoré, A. Combescure, H. Bung. *Efficient explicit time stepping for the eXtended Finite Element Method (X-FEM)*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 68, 2006.

[11] N. Moës, J. Dolbow, T. Belytschko. *A finite element method for a crack growth without remeshing*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 46, p. 131-150, 1999.