# Dynamiques de compaction d'un milieu granulaire fragile

### F. GUILLARD^{a,c} , P. GOLSHAN^{\rm b} , L. SHEN^a , J. VALDES^{\rm b} , I. EINAV^a

a. Particles and Grains Laboratory, University of Sydney

b. San Diego State University

 $c.\ francois.guillard@sydney.edu.au$ 

# Résumé :

Lors de la compression d'un matériau poreux fragile, différents modes de compaction peuvent apparaître, en particulier une densification du milieu en bandes stationnaires ou en mouvement. Ce type de bandes oscillant dans le matériaux poreux ont été mises en évidence récemment lors de la compaction de céréales soufflées [1] ou de neige [2]. Nous présentons ici de nouveaux motifs de compaction observés expérimentalement dans un milieu composé de grains de riz soufflé, qui sont ensuite étudiés par un modèle numérique de ressorts sur réseau pouvant se briser. Selon les paramètres physiques de l'expérience, le milieu peut ainsi présenter une compaction erratique, où le matériau se densifie en différents endroit aléatoirement; une ou plusieurs bandes de compaction se propageant dans le milieu; ou encore une compaction diffuse. Les domaines d'existences de ces différents régimes dépendent de deux nombres sans dimensions caractérisant le système. Cette étude offre une meilleur compréhension des phénomènes microscopiques à l'œuvre dans les matériaux poreux fragiles, voire dans d'autres matériaux comme les alliages métalliques qui peuvent présenter des phénomènes comparables (phénomène de Portevin-Le Châtelier).

# Abstract :

Brittle porous media exhibit a variety of compaction patterns during densification, including moving or stationary compaction bands. The existence of moving compaction bands in such materials has been shown during the compression of puffed rice [1] and recently in snow [2]. Here we present newly discovered patterns of compaction in puffed riced, then we explain these new and previous patterns using a lattice spring model undergoing repeated crushing events. Depending on the physical parameters, the medium exhibits erratic compaction, with densification occurring at random location in space; one or several oscillatory propagating bands; or diffused compaction. The manifestation of the different regimes is shown to depend on two dimensionless numbers, providing a better understanding of microscopic effects in brittle porous media, and in other materials like metallic alloys that can exhibit similar phenomena (jerky flow or Portevin-Le Châtelier effect).

# Mots clefs : Milieu poreux fragiles; Compaction; Rhéologie; Ressorts sur réseau

Keywords : Brittle porous media; Compaction; Rheology; Spring lattice model

1. Introduction



FIGURE 1 – (a) Schéma de l'expérience. (b) Schéma du modèle de ressorts sur réseau. (c) Courbe force-déplacement des ressorts.

Le comportement des milieux poreux fragiles sous compression a des répercussions importantes tant au niveau industriel que scientifique. Ce type de matériaux est en effet omniprésent naturellement (neige [2], roches perméables jouant un rôle important des l'exploitation pétrolière [3]...) et artificiellement (mousses métalliques [4], matériaux en nid d'abeille [5], poudres pharmaceutiques [6]...).

Il a été montré que de ce type de matériaux sous compaction présente principalement deux types de comportements, à savoir des zones de compaction stationnaires dans les roches ou les mousses par exemple, ou des bandes de compaction oscillant dans le milieu. Ce dernier comportement a été mis en évidence récemment par Valdes *et al.* [1] lors de la compression uniaxiale de riz soufflé. Dans ce cas, des bandes de compaction, correspondant au lieu où les grains se brisent et où les pores du matériau se ferment, se déplacent dans tout le milieu. Ce type de bandes oscillant dans le matériau a aussi été observé très récemment sur une expérience similaire utilisant de la neige [2].

Ces différentes observations amènent à s'interroger sur les conditions d'apparition de ces bandes de compaction oscillantes, et sur leur généralité pour d'autres classes de milieux poreux fragiles. Nous présentons ici des expériences mettant en évidence l'existence de nouveaux motifs de compaction dans les milieux fragiles, que nous étudierons à l'aide d'un modèle numérique de ressorts sur réseaux. Finalement, les conditions d'apparition des différents comportements observés seront détaillées à l'aide des nombres sans dimensions caractéristiques du système et du matériau.

### 2. Compaction expérimentale d'un milieu poreux fragile

La figure 1a présente un schéma des expériences de compaction de céréales effectuées. Il s'agît d'un cylindre transparent rempli jusqu'à une hauteur  $H_0$  de grains de riz soufflé, compressés à vitesse constante V jusqu'à environ 50% de la hauteur initiale. Lors de la compression, le côté du réservoir est filmé à l'aide d'une caméra haute définition  $(1440 \times 1080 \text{ pixels} à 30 \text{ fps})$ . Pour les vitesses de compression les plus élevées, une caméra rapide à 1500 fps,  $500 \times 1000 \text{ pixels}$  est utilisée. Dans tous les cas, les vidéos sont rééchantillonnées de manière à obtenir un déplacement constant de la paroi supérieure de 0.2 mm entre deux images successives, indépendamment de la vitesse de compaction. Finalement, la vitesse verticale à la paroi est reconstruite en utilisant une méthode de Particle Image Velocimetry (PIV) lagrangienne. La partie centrale de l'image initiale est découpée en boîtes de  $32 \times 32$  pixels sur 3 colonnes de 30 lignes. Chaque boîte est corrélée avec des zones de taille identiques dans l'image suivante, le maximum de corrélation correspondant au déplacement le plus probable de la zone considérée, ce qui fournit la vitesse de



FIGURE 2 – Graphes spatio-temporels de la vitesse locale v(z) normalisée par V. (a,c,e) Expériences sur des céréales soufflées à  $V = 0.013 \text{ mm.s}^{-1}$ ,  $1.3 \text{ mm.s}^{-1}$ , et  $300 \text{ mm.s}^{-1}$ . (b,d,f) Modèle numérique avec  $V = 5 \cdot 10^{-6}$ ,  $2 \cdot 10^{-5}$ ,  $7 \cdot 10^{-5}$  respectivement (avec  $k_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ ,  $F_0^{\text{br}} = 2 \cdot 10^{-6}$ ,  $\eta = 1 \cdot 10^{-3}$ ).

la boîte. Celle-ci est alors déplacée en accord avec cette vitesse, et le processus est répétée. La compression étant unidimensionnelle, la vitesse est supposée constante sur un plan horizontale, et les vitesses mesurées à une altitude données sont moyennées ensembles.

La figure 2(a,c,e) présente la vitesse verticale expérimentale v(z) à une altitude données zen fonction de le déformation totale  $\epsilon = 1 - H/H_0$ , où H est la hauteur de matériau à un instant donnée, pour trois vitesse de compression V différentes. Le matériau présente ainsi 3 comportements très différents en fonction de V. À vitesse intermédiaire (Fig. 2c), comme indiqué précédemment [1], on observe la séparation du matériel en deux zones distincte, la zone inférieure étant à l'arrêt tandis que la zone supérieure se déplace à la vitesse V. Ces deux régions sont séparées par une bande de compaction, où la majorité des déformations ont lieu, qui se déplace du bas du matériau vers le haut, avant de réémerger au fond lorsqu'elle atteint la paroi supérieure. Lorsque V est plus faible, le comportement du milieu est très différent, les zones où le milieu se compacte variant de manière erratique en temps et en espace. À V élevé au contraire, le milieu se compacte de manière diffuse dans la hauteur malgré les nombreuses brisures de grains dans le matériau, avec  $v(z) \sim \frac{V}{H}z$ .

#### 3. Modélisation par un réseau de ressorts

Il est intéressant de noter que les expériences précédentes à faible et grande vitesses ont été motivées à la suite du développement d'un modèle de ressorts sur réseau destiné à expliquer l'existence des bandes de compaction oscillantes précédemment observées. Ce modèle a en effet montré l'émergence de nouveaux comportements à des vitesses de compression qui n'avaient pas été étudiées expérimentalement. Il est basé sur un réseau carré bidimensionnel constitué de noeuds de masse m reliés par des ressorts de longueur  $l_i$  pouvant se briser (figure 1b) [7]. La dynamique de chaque noeud est calculée à partir des forces exercées par les ressorts reliés à lui, et par une force de dissipation visqueuse  $\eta v$  proportionnelle à la vitesse v du noeud, avec  $\eta$  la viscosité. La force exercée par chaque ressort est de type Hookeen de raideur  $k_i$ . Cependant, si la force dépasse un certain seuil  $F_i^{\text{br}}$ , le ressort se « brise », ce qui correspond à annuler la force qu'il transmet et à augmenter sa raideur et résistance  $k_{i+1} = k_i + \alpha k_0$  et  $F_{i+1}^{br} = F_i^{br} + \alpha F_0^{br}$ , où *i* est le nombre de fractures subies par le ressort ( $\alpha = 0.01$  dans toutes les simulations présentées). Toutes les simulations sont adimensionnées par *m* pour les masses, par  $l_0$  pour les longueurs et pour le temps par  $\Delta t$  le pas de temps de l'algorithme de Verlet utilisé pour la résolution. Les paramètres initiaux de la simulation (en particulier  $k_0$ ,  $F_0^{br}$ ,  $\eta$ ) sont choisis sur de larges gammes, leur valeur expérimentale étant difficile à établir sur un matériau aussi fragile que les grains de riz soufflé. Dans tous les cas, leur influence sur les comportements observés n'intervient qu'au travers des nombres sans dimensions détaillés ci-dessous.

Initialement, la longueur d'équilibre du ressort correspond au pas du réseau; il n'y a donc pas de force dans le réseau en début de simulation. La compression s'effectue en imposant une vitesse constante aux noeuds du haut du réseau, tandis que ceux du fonds sont maintenus fixes, et que les noeuds des côtés sont contraints de se déplacer verticalement. Il est alors possible d'extraire la vitesse moyenne à une altitude donnée au cours du temps, ce qui est représenté figure 2(b,d,f)pour différentes vitesses de compression V. Il apparaît clairement que le modèle numérique parvient à reproduire qualitativement les comportements observés dans les expériences, et que différentes vitesses de compaction amènent à différents comportements du milieu aussi bien pour le matériau réel composé de céréales soufflé que pour le modèle numérique de réseau de ressorts.

À partir des simulations, il est possible d'étudier bien plus aisément qu'expérimentalement à quel endroit les grains se brisent. À V élevée, les grains se brisent sur toute la hauteur du milieu, menant à une compression diffuse. En revanche, à V faible les brisures sont localisées dans l'espace et sont intermittentes, les brisures à des instants différents ayant lieu à des endroits non corrélés, ce qui explique le champ de vitesse erratique dans ce régime. Dans le régime intermédiaire avec la présence d'une bande oscillante, les brisures sont localisées seulement dans la bande où la déformation est maximale. Ces observations suggèrent ainsi que les différents comportements du milieu sont issus d'une compétition entre les brisures successives des particules, et les phénomènes de relaxation et de dissipation de l'énergie dans le milieu. Pour mettre cela en évidence, il est possible de construire trois temps caractéristiques basés sur les paramètres physiques employés. On définit le temps de brisure  $\tau_{\rm br}$  correspondant au temps typique entre deux cassures successives d'un ressort. Dans notre modèle, les ressorts se brisent toujours à déformation constante  $\frac{F_{\rm br}}{k_{\rm il}}$ , que l'on compare avec la déformation macroscopique V/H. Le temps élastique  $\tau_{\rm el}$  correspond au temps de propagation d'une onde élastique à l'ensemble du milieu, tandis que le temps visqueux  $\tau_{\eta}$  est le temps nécessaire à un noeud de masse m pour ralentir sous l'effet des forces visqueuses. Ainsi :

$$\tau_{\rm br} = \frac{F_{\rm br}}{kl} \frac{H}{V} \; ; \; \tau_{\rm el} = \frac{H}{l} \sqrt{\frac{m}{k}} \; ; \; \tau_{\eta} = \frac{m}{\eta} \tag{1}$$

où les indices i ont été omis dans un but de simplification. Cela amène à définir deux nombres sans dimension :

$$B_{\rm el} = \frac{\tau_{\rm br}}{\tau_{\rm el}} = \frac{F_{\rm br}}{V\sqrt{km}} ; \ B_{\eta} = \frac{\tau_{\rm br}}{\tau_{\eta}} = \frac{F_{\rm br}H\eta}{klVm}$$
(2)

Notons que ces temps caractéristiques sont amenés à évoluer au cours de la simulation, ce qui peut amener le matériau à changer de comportement macroscopique au fur et à mesure de la compaction. Pour simplifier on considère dans la suite la valeur initiale de  $B_{\rm el}$  et  $B_{\eta}$ , et on ne s'intéresse qu'au premier comportement identifiable du milieu.

Il est alors possible de tracer les conditions d'existence des différents comportements en fonction de  $B_{\rm el}$  et  $B_{\eta}$ , indiquées figure 3. Deux comportements supplémentaires que nous n'avons pas décrits précédemment y sont visibles, correspondant à la propagation de 2 voire 3 bandes de compaction dans le milieu, au lieu d'une seule dans la figure 2d. Ces comportements n'ont pas (encore) été observés expérimentalement, probablement en raison du champ de paramètre restreint menant à leur émergence. Cet espace des phases montre que le comportement erratique



FIGURE 3 – Diagramme de phase en fonction des nombres sans dimension  $B_{\rm el}$  et  $B_{\eta}$ .

apparaît lorsque la viscosité est élevée, ce qui s'explique par le fait que l'énergie libérée lors de la brisure est rapidement dissipée, la brisure suivante pouvant alors avoir lieu n'importe où étant donné que la contrainte est globalement uniforme dans le milieu. À faible  $B_{\eta}$  en revanche, l'énergie n'a pas le temps d'être dissipée et tout le milieu se fracture en même temps. Entre ces deux extrêmes apparaissent les régimes avec la propagation de bandes de compaction, plus ou moins nombreuses selon les valeurs de  $B_{\rm el}$  et  $B_{\rm eta}$ .

### 4. Conclusion

En conclusion, nous avons mis en évidence l'existence de nombreux comportements différents lors de la compaction d'un milieu poreux fragile, qui ont été expliqués à l'aide d'un modèle de ressorts sur réseau capable de se briser. Nous avons ainsi pu définir les domaines d'existence de ces différents régimes en fonction des propriétés physiques du matériau, et géométriques de l'expériences. En outre, le modèle présenté a aussi permis de montrer que le mécanisme de dissipation utilisé a une influence faible sur les régimes observés, une dissipation visqueuse au niveau des ressorts ou de la friction sur les noeuds du réseau amenant aussi à l'observation de bandes de compaction oscillantes dans une certaine gamme de paramètres. Si les expériences présentées ici ont été effectuées sur des céréales soufflées, les comportements observés sont ainsi attendus dans d'autres matériaux poreux fragiles, et des bandes de compaction oscillantes ont déjà été mis en évidence lors de la compression de neige [2]. Enfin, ce modèle pourrait permettre d'ouvrir la voie à de nouvelles interprétations microscopiques du phénomène similaire de Portevin-Le Châtelier dans les alliages métallique [8].

### Références

- J. R. Valdes, F. L. Fernandes, & I. Einav, Periodic propagation of localized compaction in a brittle granular material. *Granular Matter*, 14, 71–76 (2011).
- [2] W. Barraclough, J. R. Blackford, S. Liebenstein, S. Sandfeld, T. J. Stratford, G. Weinländer, and M. Zaiser, Propagating compaction bands in confined compression of snow : Experiment and Modelling. arXiv :1501.0218 (2015).
- [3] W. A. Olsson, Theoretical and experimental investigation of compaction bands in porous rock. *Journal of Geophysical Research*, **104** (1999).

- [4] A. F. Bastawros, H. Bart-Smith, A. G. Evans, Experimental analysis of deformation mechanisms in a closed-cell aluminium alloy foam, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48 301–322 (1999).
- [5] S. D. Papka, S. Kyriakides, Experiments and full-scale numerical simulations of in-plane crushing of a honeycomb, *Acta Materialia*, **46**(8), 2765–2776 (1998).
- [6] C. Y. Wu, O. M. Ruddy, A. C. Bentham, B. C. Hancock, S. M. Best, and J. A. Elliott. Modelling the mechanical behaviour of pharmaceutical powders during compaction. *Powder Technology*, 152, 107?117. (2005).
- [7] R. Katsman, E. Aharonov, H. Scher, A numerical study on localized volume reduction in elastic media : Some insights on the mechanics of anticracks, *Journal of Geophysical Research*, 111 (2006).
- [8] L. P. Kubin, Y. Estrin, The Portevin-Le Chatelier Effect in Deformation With Constant stress rate. Acta Metallica, 33(3), 397-407 (1985).