

Contrôle des oscillations libres horizontales d'un câble par un amortisseur non linéaire : théorie, expériences et robustesse

M. WEISS^{a,b}, B. VAURIGAUD^a, A. TURE SAVADKOOHI^b et C.-H. LAMARQUE^b

- a. Cerema, Direction territoriale Sud-Ouest DLB, 24 rue carton, CS 41635 33073 Bordeaux Cedex - mathieu.weiss@cerema.fr - bastien.vaurigaud@cerema.fr
- b. Université de Lyon, École Nationale des Travaux Publics de l'État LGCB et LTDS UMR CNRS 5513, rue Maurice Audin 69518, Vaulx-en-Velin Cedex - alireza.turesavadkoohi@entpe.fr - claude.lamarque@entpe.fr

Résumé :

Ce travail s'intéresse à la problématique du contrôle des oscillations libres horizontales d'un câble par un amortisseur à non linéarité cubique. Il retrace une démarche complète : l'analyse du comportement du système réel initial à contrôler, le dimensionnement théorique de l'amortisseur, les essais de mise en évidence du bon fonctionnement du prototype et de ses différents comportements. Il s'agit également de tester la robustesse du dispositif en faisant varier la rigidité du couplage.

Abstract :

This work deals with the design of a non linear cubic absorber to control the free horizontal oscillations of a cable. The first step is the analysis of the dynamical behaviour of our cable. The theoretical design of the absorber is described. The next step is to test experimentally a prototype of non linear absorber to prove its efficiency to control the cable and tracing different behaviours. Some variations on the cubic rigidity are also experimentally tested to show the robustness of the designed device.

Mots clefs : NES, cubique, contrôle, échelles multiples, câble

1 Introduction

Le contrôle vibratoire des structures les protège contre les phénomènes dynamiques : les chocs, comme les brusques coups de vent, ou les vibrations dues à une excitation harmonique extérieure, comme le trafic routier. Leur contrôle est habituellement assuré par des amortisseurs linéaires, les Tuned Mass Damper (TMD), ou des dispositifs frottants pour augmenter l'amortissement. L'objet de ces travaux est d'évaluer si des amortisseurs non linéaires, ou Nonlinear Energy Sink (NES), peuvent être plus efficaces, limiter la masse ajoutée ou encore effectuer un contrôle plus robuste.

Ce travail se découpe en trois parties, une approche expérimentale pour déterminer le comportement réel du câble, une partie théorique déterminant les paramètres d'un NES à utiliser pour contrôler ce câble et une dernière partie pour vérifier le fonctionnement réel du NES. Cette étude se concentre sur le contrôle vibratoire des oscillations horizontales — ou hors-plan — libres du câble. Elle a également pour but de tester la robustesse du contrôle vis-à-vis des variations de rigidité cubique.

2 Présentation et analyse du système réel

L'étude se concentre sur le contrôle en régime transitoire des vibrations horizontales — ou hors plan — d'un câble de caractéristiques constructeurs suivantes : Longueur $L \approx 21,8 \text{ m}$, diamètre $D = 0,026 \text{ m}$, taux de remplissage de 76 %, aire d'acier $A = 0,76 \times \frac{D^2}{4\pi} = 4,04 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, inertie de section $I = \frac{A^2}{4\pi} = 2,243 \times 10^{-8} \text{ m}^4$, module de Young $E = 160 \text{ GPa}$ et masse linéique $m_l = 3,35 \text{ kg.m}^{-1}$.

Ce câble est monté sur un banc d'essai permettant sa mise en tension jusqu'à 400 kN à l'aide d'un vérin. Nous l'étudions dans une plage de tension T entre 50 kN et 200 kN correspondant à une longueur entre les ancrages variant de 21,67 m à 21,72 m. Ce banc est équipé d'une chaîne d'acquisition mettant en œuvre des capteurs de grandeurs quasi-statiques (tension du câble, température extérieure, longueur entre ancrages) et dynamique (accéléromètres et capteurs de déplacements). Il a donc été possible d'effectuer une analyse modale [1] du câble seul. Cela a permis d'extraire les fréquences des 9 premiers modes propres horizontaux et verticaux à différentes tensions.

L'objectif est de comparer les fréquences modales réelles du câble aux théoriques issues du modèle de câbles d'Irvine [2] avec les paramètres constructeurs. Il a été nécessaire de recalibrer légèrement la masse linéique du câble aux tensions d'utilisation, i.e. $\sim 100 \text{ kN}$. Nous utiliserons par la suite la valeur $m_l = 3,25 \text{ kg.m}^{-1}$, soit $-0,1 \text{ kg.m}^{-1}$, qui donne une erreur relative inférieure à 3% sur ces modes aux tensions proche de 100 kN.

3 Réduction de modèle et dimensionnement

Sur la base du modèle d'Irvine [2] recalibré dans la première partie, il s'agit ici de réduire la dynamique de notre câble à celle d'un seul degré de liberté en projetant le modèle sur l'un de ses modes. Comme les essais envisagés consisteront à agir sur le câble par décalage latéral de son centre pour créer une condition initiale en déplacement, nous allons limiter sa dynamique au premier mode horizontal. Elle est alors régie en oscillations libres par le système d'Eqs. (1).

$$M \frac{d^2 X}{dt^2} + \Lambda \frac{dX}{dt} + KX = 0 \quad (1)$$

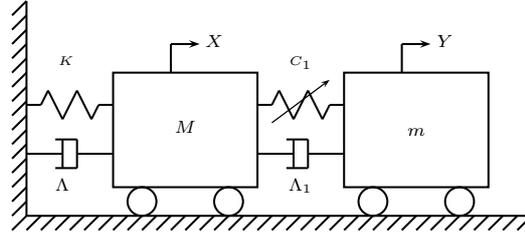


FIGURE 1 – Schéma du câble réduit à un mode couplé au NES cubique

X correspond alors au déplacement du centre du câble réduit à son premier mode. $M = 35,25 \text{ kg}$, $K = 22759 \text{ N.m}^{-1}$ et $\Lambda = 1,25 \text{ kg.s}^{-1}$ sont les paramètres modaux et d'amortissement correspondant à ce mode de fréquence $4,04 \text{ Hz}$ pour une tension $T = 100 \text{ kN}$.

Le couplage du NES au centre du câble correspond au schéma de la Fig. 1 où Y est le déplacement du NES, C_1 la rigidité cubique est associée à la force de rappel cubique $\alpha \rightarrow C_1\alpha^3$ et Λ_1 à l'amortissement du couplage. La dynamique de ce système est résumé dans le système d'Eqs. (2), adimensionné.

$$\begin{cases} x'' + \epsilon\lambda x' + \epsilon\lambda_1(x' - y') + x + \epsilon c_1(x - y)^3 = 0 \\ \epsilon y'' - \epsilon\lambda_1(x' - y') - \epsilon c_1(x - y)^3 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

où $\epsilon = \frac{m}{M} \ll 1$ est un petit paramètre, $\tau = \sqrt{\frac{K}{M}}t$ est le temps adimensionné avec la notation V' pour $\frac{dV}{d\tau}$, les distances sont adimensionnées par une longueur X_0 donnée, i.e. $x = \frac{X}{X_0}$ et $y = \frac{Y}{Y_0}$ et enfin $\epsilon\lambda = \frac{\Lambda}{\sqrt{KM}}$, $\epsilon\lambda_1 = \frac{\Lambda_1}{\sqrt{KM}}$ et $\epsilon c_1 = \frac{C_1 X_0^2}{K}$.

Vaurigaud [3] et Vaurigaud et al [4] ont étudié ces types de systèmes pour la problématique de contrôle pour des non linéarités régulières. D'autres types de non linéarités ont été étudiées où le mode principal a été perturbé, comme par exemple dans [5, 6]. Il s'agit d'étudier le système sous l'hypothèse de résonance 1 : 1, i.e. le mode du câble impose sa fréquence de vibration $\sqrt{\frac{K}{M}}$ au système couplé. Il s'agit d'une fréquence $\omega_0 = 1$ dans notre système adimensionné. Nous introduisons alors les variables $v = x + \epsilon y$, déplacement du centre de masse du système, et $w = x - y$, déplacement relatif du NES par rapport au centre du câble, qui permettent d'écrire les variables de Manevitch [7], séparant les variations lentes de l'enveloppe des amplitudes de la variation rapide à fréquence $\omega_0 = 1$ des mouvements :

$$\begin{cases} \phi_1 e^{i\omega_0\tau} = \dot{v} + i\omega_0 v \\ \phi_2 e^{i\omega_0\tau} = \dot{w} + i\omega_0 w \end{cases} \quad (3)$$

Nous séparons alors amplitude et phase, $\phi_1 = N_1 e^{i\delta_1}$ et $\phi_2 = N_2 e^{i\delta_2}$. Pour ϵ faible, $\frac{N_1}{\omega_0} = N_1$ est proche de l'amplitude de vibration du câble et $\frac{N_2}{\omega_0} = N_2$ est l'amplitude relative du NES par rapport au câble. L'étude en échelles multiples de temps, $\tau_0 = \tau$ le temps rapide, $\tau_1 = \epsilon\tau$, $\tau_2 = \epsilon^2\tau$, etc les temps lents, exposées dans [3, 4, 5, 6] montre qu'il existe un lien entre N_1 et N_2 quand le temps rapide τ_0 tend vers l'infini. Cette relation est appelée invariant en temps rapide et est égale à $N_1 = N_2 \sqrt{(1 + \frac{3\epsilon_1}{4} N_2^2)^2 + \lambda_1^2}$. Cette courbe, tracée sur la Fig. 2, attire rapidement la dynamique du système

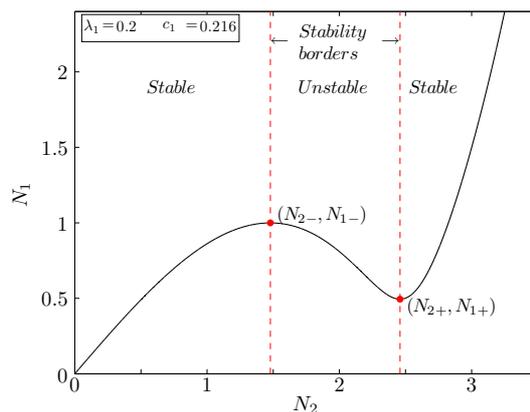


FIGURE 2 – Invariant en temps rapide pour $c_1 = 0,216$ et $\lambda_1 = 0,2$

qui oscille autour d'elle. Elle laisse apparaître deux branches stables et une instable séparées par un couple de maximum/minimum. Ils séparent deux types de comportements. Lorsque que la condition initiale est assez haute, le système rejoint la branche stable de droite, la suit jusqu'au minimum et ne pouvant pas remonter sur la branche instable, bifurque vers la branche stable de gauche et rejoint le point $(0, 0)$, l'équilibre statique. Si la condition initiale est basse, elle rejoint directement le branche stable de gauche et va vers le point $(0, 0)$. La première typologie de comportement est plus efficace pour le contrôle [3, 4]. Le maximum de cette courbe sépare donc les deux typologies de comportement et sert de valeur de dimensionnement. Il est le niveau d'amplitude minimal à contrôler. Dans notre cas, le seuil est théoriquement choisi à $X_0 = 0$ et donc à 1 dans le système adimensionné. Il suffit alors de trouver un couple de valeur c_1 et λ_1 menant à un maximum de l'invariant à 1 pour obtenir un dimensionnement valable pour tout seuil X_0 . Sous hypothèse d'une liaison relativement dissipative à $\lambda_1 = 0,2$, la valeur $c_1 = 0,216$ convient. En faisant le choix pour nos essais d'un rapport de masse $\epsilon = 0,01$ et d'un seuil d'activation $X_0 = 0,015 m$, nous obtenons $C_1 = \frac{\epsilon c_1 K}{X_0^2} = 218486,4 N.m^{-3}$ et un ratio d'amortissement de couplage $\zeta_1 = \frac{\lambda_1}{2\sqrt{KM}} = \frac{\epsilon \lambda_1}{2} = 0,001$. Le prototype crée une rigidité géométrique cubique grâce à deux ressorts de rigidité K_r et de longueur à vide $L_r = 0,07 m$ perpendiculaire au mouvement du NES par la formule $K_r = L_r^2 C_1$, donc $K_r = 1070 N.m^{-1}$.

4 Mise en évidence expérimentale du phénomène et de sa robustesse

Le NES mis en place se rapproche au mieux des paramètres prévus, il possède une masse embarquée de $m = 0,370 kg$, des ressorts $K_r = 1000 N.m^{-1}$ et son amortissement est abaissé au maximum par lubrification. L'essai consiste à tirer moins haut que le seuil — ici $0,01 m$ — et plus haut que le seuil — ici $0,025 m$ — et laisser le système retourner à l'équilibre statique pour vérifier le dimensionnement. La Fig. 3 compare le déplacement du centre du câble avec et sans NES dans ces cas. S'il y a contrôle dans les deux cas, sur la Fig. 3(a) il est faible, alors que le système retourne en environ $7 s$ à l'équilibre sur la Fig. 3(b), montrant une excellente efficacité. La Fig. 4 remontre l'effet de seuil et l'intérêt du comportement avec bifurcation pour le contrôle. Elle montre également que l'amortissement du couplage a été surestimé dans notre dimensionnement. Enfin la Fig. 5 montre que faire varier la valeur de la rigidité ne change pas drastiquement le fonctionnement du NES. Ce système est donc robuste.

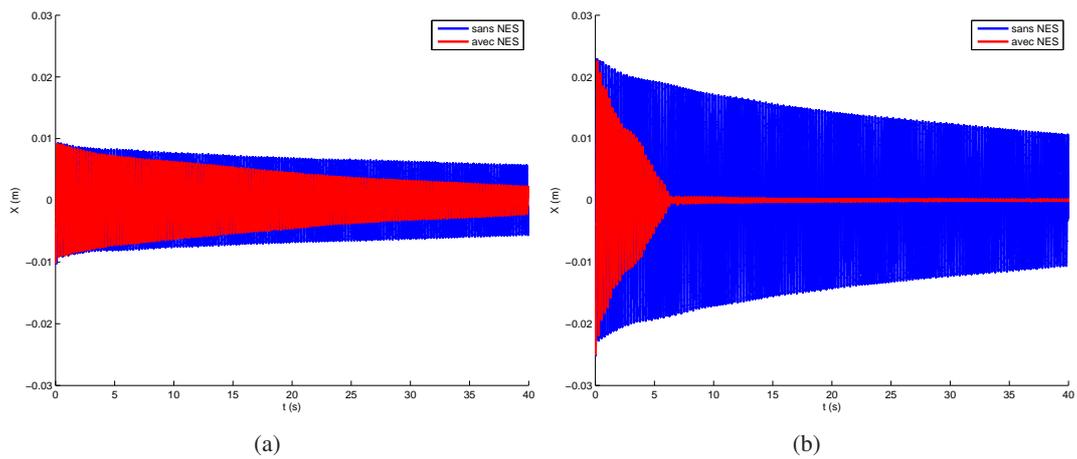


FIGURE 3 – Déplacement du centre du câble en fonction du temps (—) sans NES, (—) avec NES : déplacement initial de (a) 0,01 m et (b) 0,025 m

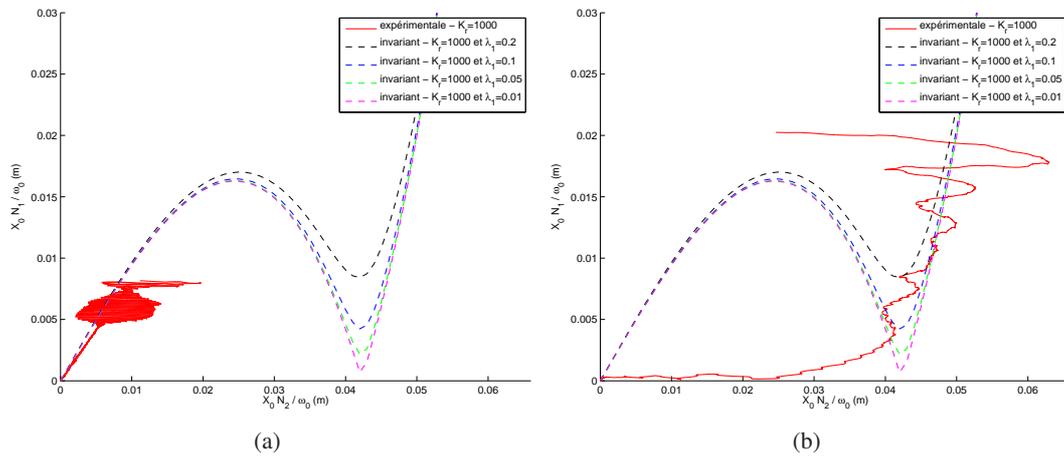


FIGURE 4 – Comparaison entre la courbe N_1 en fonction de N_2 expérimentale et les invariants théoriques variant selon l’amortissement du couplage, pour (a) 0,01 m et (b) 0,025 m

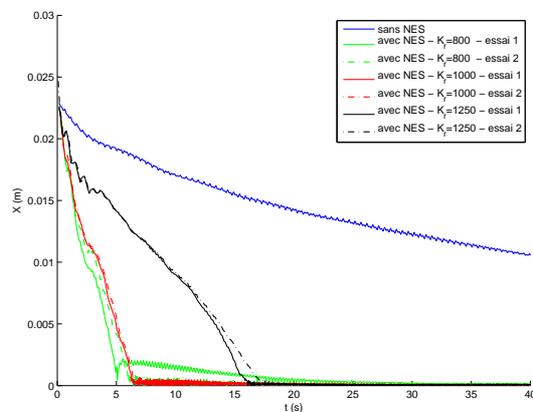


FIGURE 5 – Enveloppes expérimentales du câble (—) sans NES, (—) avec NES et $K_r = 800$, (—) avec NES et $K_r = 1000$ et (—) avec NES - $K_r = 1250$

5 Conclusion

Ce travail montre une démarche complète de dimensionnement d'un NES cubique pour le contrôle des oscillations libres et horizontales d'un câble, de l'analyse du système initial jusqu'aux essais. Ils mettent en évidence les comportements prévus, l'efficacité du contrôle mais aussi la robustesse du système vis-à-vis d'une variation de rigidité du NES. Ils sont à poursuivre en vérifiant le maintien de l'efficacité après une variation des fréquences propres du système à contrôler. Un dispositif de contrôle des oscillations verticales est à l'étude.

6 Remerciements

Ces travaux sont soutenus par le Ministère de l'Écologie, du Développement Durable et de l'Énergie.

Références

- [1] Ewins D. J. : Modal Testing : Theory, Practice and Application, Second Edition, Research Studies Press Ltd, 2000.
- [2] Irvine M. : Cable Structures, Dover Publications, Inc., New York, 1981.
- [3] Vaurigaud B. : Contrôle vibratoire passif par assemblage d'absorbeurs non-linéaires : théorie et expérience, *thèse de doctorat*, école doctorale MEGA, n° d'ordre : 2011-ENTP-0001, 2011.
- [4] Vaurigaud B., Ture Savadkoohi A., Lamarque C.-H. : Targeted energy transfer with parallel nonlinear energy sinks. Part I : Design theory and numerical results, *Nonlinear Dynamics*, **66**, 763-780, 2011.
- [5] Lamarque C.-H., Gendelman O.V., Ture Savadkoohi A., Etcheverria E. : Targeted energy transfer in mechanical systems by means of non-smooth nonlinear energy sink, *Acta Mechanica*, **221**, 175-200, 2011.
- [6] Weiss M., Ture Savadkoohi A., Gendelman O.V., Lamarque C.-H. : Dynamical behavior of a mechanical system including Saint-Venant component coupled to a non-linear energy sink, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **63**, 10-18, 2014.
- [7] Manevitch L. I. : The description of localized normal modes in a chain of nonlinear coupled oscillators using complex variables, *Nonlinear Dynamics*, **25**, 95-109, 2001.