

22^{ème} Congrès Français de Mécanique

Lyon, 24 au 28 Août 2015

Une approche thermomécanique 2D pour la simulation du procédé FSW

S. MESMOUDI^a, A. TIMESLI^{a,b}, B. BRAIKAT^a, H. LAHMAM^a,
H. ZAHROUNI^{c,d}

a. Laboratoire d'Ingénierie et Matériaux LIMAT, Faculté des Sciences Ben M'Sik, Université Hassan II de Casablanca, Sidi Othman, B.P 7955 Casablanca, Maroc.

mesmoudisaid@gmail.com, braikat@gmail.com, lahmam.hassane@gmail.com

b. Département de Génie Civil et Environnement, Ecole Nationale des Sciences Appliquées (ENSA), BP 03, Ajdir Al Hoceima Maroc.
abdelaziz.timesli@gmail.com

c. Laboratoire d'Etude des Microstructures et de Mécanique des Matériaux LEM3, CNRS UMR 7239, Université de Lorraine, Metz, Ile du Saulcy, 57045 Metz Cedex 01, France.

d. DAMAS, Laboratory of Excellence on Design of Alloy Metals for low-mAss Structures, Université de Lorraine, Metz, France
hamid.zahrouni@univ-lorraine.fr

Résumé :

L'objectif de notre travail est la modélisation thermomécanique du malaxage d'un matériau viscoplastique observé lors du procédé de soudage par friction et malaxage FSW. Nous proposons un algorithme basé sur le couplage d'une approche sans maillage et une technique implicite d'ordre élevé. Une comparaison des résultats est effectuée dans le cas bidimensionnel avec une approche itérative.

Abstract :

The aim of this work is to develop a themomechanical model to simulate viscoplastic material mixing observed during friction stir welding process FSW. We propose an algorithm based on the coupling of a meshless approach and a high order implicit technique. A comparison of our results with those obtained within an iterative approach is considered in a bidimensional case.

Mots clefs : Soudage, FSW, Méthode sans maillage, Algorithme d'ordre élevé

1 Introduction

Notre travail est une contribution à la modélisation du procédé industriel FSW. Ce procédé, inventé en 1991 par l'institut de soudage britannique pour souder des tôles minces, se fait par friction et malaxage et sans apport de matière. La modélisation numérique de ce procédé doit prendre en compte les grandes déformations et le couplage thermomécanique dus au malaxage du matériau. Des simulations numériques basées sur des méthodes sans maillage ont été faites pour le procédé FSW [6].

Nous proposons, dans ce travail, un algorithme basé sur le couplage d'une méthode sans maillage, pour gérer les grandes déformations, et une technique implicite d'ordre élevé permettant de réduire considérablement le temps de calcul. La méthode sans maillage est basée sur la technique des moindres carrés mobiles MLS [5] introduite sur une formulation forte du modèle thermomécanique évitant l'intégration numérique utilisée dans le cas de la méthode des éléments finis. La technique implicite d'ordre élevé utilise un schéma en temps d'Euler implicite classique, une transformation homotopique, un développement en séries de Taylor et une méthode de continuation. La transformation homotopique consiste à introduire un paramètre et un pré-conditionneur arbitraire en modifiant le problème à résoudre. Lorsque ce paramètre d'homotopie est nul, on obtient un problème linéaire facile à résoudre et lorsqu'il est égal à un, on recouvre le problème initial. L'algorithme proposé a été appliqué au problème purement mécanique dans la contribution [1]. Ce travail représente une extension au cas du couplage thermomécanique.

Afin de montrer l'efficacité de la modélisation proposée en comparaison avec un algorithme itératif couplé avec un schéma en temps de type Euler [3], nous avons traité la simulation du malaxage bidimensionnel d'un matériau en alliage d'aluminium avec une loi de comportement thermo-viscoplastique.

2 Equations du problème

Dans ce paragraphe, nous rappelons les équations gouvernant le modèle thermomécanique à savoir les équations de conservation de quantité de mouvement, de l'énergie et une loi de comportement thermo-viscoplastique en négligeant les déformations élastiques. Comme nous cherchons la solution sous la forme d'un développement en séries de Taylor, nous écrivons les différentes équations

régulières sous une forme quadratique [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \text{div}(\bar{\sigma}) \\ \rho \frac{dT}{dt} = \frac{1}{C_p} \text{div}(k_c \nabla T) + q_v \\ \bar{\sigma} = \lambda \text{trace}(\bar{\dot{\epsilon}}) I + 2\mu \bar{\dot{\epsilon}} \\ \bar{\dot{\epsilon}} = \frac{1}{2}({}^t \nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}) \\ \dot{\epsilon}_{eq}^2 = \frac{2}{3} \bar{\dot{\epsilon}} : \bar{\dot{\epsilon}} \\ \mu = \frac{K}{3} \alpha \gamma \\ T d\alpha = A \alpha dT \\ \dot{\epsilon}_{eq} d\gamma = (m-1) \gamma d\dot{\epsilon}_{eq} \\ q_v = 3 \frac{\beta}{C_p} \mu \varphi \\ \varphi = \frac{2}{3} \bar{\dot{\epsilon}} : \bar{\dot{\epsilon}} \end{array} \right. \quad (1)$$

où \vec{V} est le vecteur vitesse, T est la température absolue, $\bar{\sigma}$ et $\bar{\dot{\epsilon}}$ sont respectivement les tenseurs des contraintes et de vitesses de déformation, $\dot{\epsilon}_{eq}$ est la vitesse de la déformation équivalente, ρ est la masse volumique, C_p est la chaleur spécifique, λ est un paramètre de pénalisation, μ est la viscosité dynamique, k_c est la conductivité thermique du matériau, A , K , m et β sont les caractéristiques du matériau. Les variables additionnelles α , γ et φ sont introduites pour mettre le problème sous forme quadratique. Elles sont données par: $\alpha = T^A$, $\gamma = \dot{\epsilon}_{eq}^{m-1}$ et $\varphi = \dot{\epsilon}_{eq}^2$. Le problème (1) est complété par les conditions aux limites et initiales.

3 Algorithme proposé

Pour résoudre le problème (1), nous proposons de suivre les étapes suivantes: schéma en temps de type Euler implicite, approximation par la méthode des moindres carrés mobiles MLS, transformation homotopique et développement en séries de Taylor suivi d'une procédure de continuation.

a- Schéma en temps de type Euler implicite

En utilisant le schéma d'Euler implicite et en introduisant par la suite les incréments $\Delta \vec{V}$, ΔT , $\Delta \bar{\sigma}$, $\Delta \bar{\dot{\epsilon}}$, $\Delta \dot{\epsilon}_{eq}$, $\Delta \mu$, Δq_v , $\Delta \alpha$, $\Delta \gamma$ et $\Delta \varphi$, le problème vérifié

par ces nouvelles variables s'écrit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \Delta \vec{V} = \Delta t \operatorname{div}(\vec{\sigma}^k) + \Delta t \operatorname{div}(\Delta \vec{\sigma}) \\ \rho \Delta T = \frac{1}{C_p} (\operatorname{div}(k_c \nabla T^k) + \operatorname{div}(k_c \nabla \Delta T)) + q_v^k + \Delta q_v \\ \Delta \vec{\sigma} = \lambda \operatorname{Tr}(\Delta \vec{\epsilon}) I + 2\mu^k \Delta \vec{\epsilon} + 2\vec{\epsilon}^k \Delta \mu + 2\Delta \mu \Delta \vec{\epsilon} \\ \Delta \vec{\epsilon} = \frac{1}{2} ({}^t \nabla \Delta \vec{V} + \nabla \Delta \vec{V}^t) \\ \Delta \mu = \frac{K}{3} (\alpha^k \Delta \gamma + \gamma^k \Delta \alpha + \Delta \alpha \Delta \gamma) \\ T^k d\Delta \alpha = A \alpha^k d\Delta T + A \Delta \alpha d\Delta T - \Delta T d\Delta \alpha \\ \dot{\epsilon}_{eq}^k d\Delta \gamma = (m-1) \gamma^k d\Delta \dot{\epsilon}_{eq} + (m-1) \Delta \gamma d\Delta \dot{\epsilon}_{eq} - \Delta \dot{\epsilon}_{eq} d\Delta \gamma \\ \Delta q_v = 3 \frac{\beta}{C_p} (\mu^k \Delta \varphi + \varphi^k \Delta \mu + \Delta \mu \Delta \varphi) \\ \Delta \varphi = 2\dot{\epsilon}_{eq}^k \Delta \dot{\epsilon}_{eq} + \Delta \dot{\epsilon}_{eq}^2 \\ 2\dot{\epsilon}_{eq}^k \Delta \dot{\epsilon}_{eq} = \frac{2}{3} \left(2\vec{\epsilon}^k : \Delta \vec{\epsilon} + \Delta \vec{\epsilon} : \Delta \vec{\epsilon} \right) - \Delta \dot{\epsilon}_{eq}^2 \end{array} \right. \quad (2)$$

où Δt est le pas du temps, $(\cdot)^k$ désigne la variable (\cdot) évaluée à l'instant $t^k = k\Delta t$. Dans la suite, on considère le vecteur inconnu principal mixte défini par: $\{\Delta X\} = {}^t \langle \Delta u, \Delta v, \Delta T \rangle$ avec Δu et Δv sont les composantes du vecteur ΔV suivant les directions x et y . La solution du problème (1) à l'instant t^{k+1} est donnée par: $\{X^{k+1}\} = \{X^k\} + \{\Delta X\}$.

b- Approximation par la méthode des moindres carrés mobiles MLS

Le vecteur inconnu principal mixte $\{\Delta X\}$ est approximé par la méthode des moindres carrés mobiles MLS [1,3] et après substitution et assemblage, le problème s'écrit sous la forme condensée suivante:

$$[K_T^k] \{\Delta X\} + \Delta t \{F_Q(\{\Delta X\}, \{\Delta X\})\} = \Delta t \{F^k\} \quad (3)$$

où $[K_T^k]$ est la matrice tangente dépendante de la solution à l'instant précédent $t^k = k\Delta t$, $\{F_Q(\{\Delta X\}, \{\Delta X\})\}$ est une forme quadratique et $\{F^k\}$ est un second membre connu qui dépend de la solution à l'instant $t^k = k\Delta t$.

c- Transformation homotopique

Afin de surmonter la difficulté liée à la non linéarité dans la formulation du problème posé, on introduit un pré-conditionneur arbitraire $[K^*]$ dans l'équation (3) via la transformation homotopique suivante:

$$[K^*] \{\Delta \chi(a)\} + a([K_T^k] - [K^*]) \{\Delta \chi(a)\} + a \Delta t \{F_Q(\{\Delta \chi\}, \{\Delta \chi\})\} = a \Delta t \{F^{k+1}\} \quad (4)$$

où "a" est le paramètre d'homotopie, $\{\Delta \chi(a)\}$ est la nouvelle inconnue du problème (4) telle que si $a = 1$, elle coïncide avec la solution du problème (3). La solution du problème (3) est obtenue en écrivant:

$$\{X^{k+1}\} = \{X^k\} + \{\Delta \chi(a = 1)\} \quad (5)$$

d- Développement en séries de Taylor

Les inconnues du problème artificiel (4) sont cherchées sous forme de développement en séries de Taylor tronquées à l'ordre p par rapport au paramètre d'homotopie

"a". En injectant ces développements dans le problème artificiel (4) et en identifiant les coefficients suivant les puissances de "a", on obtient une suite de problèmes linéaires de même matrice tangente $[K^*]$ donnés par:

Problème à l'ordre 1:

$$\begin{cases} [K^*]\{\Delta\chi_1\} &= \Delta t\{F^k\} \\ \Delta\Sigma_1 &= \lambda tr(\Delta\dot{E}_1)\delta + 2\mu^k \Delta\dot{E}_1 + 2\dot{\epsilon}^k \Delta M_1 \\ \Delta\dot{E}_1 &= \frac{1}{2}(\bar{\nabla}\Delta U_1 + {}^t\bar{\nabla}\Delta U_1) \\ \Delta M_1 &= \frac{k}{3}(\alpha^k \Delta\Gamma_1 + \gamma^k \Delta\Lambda_1) \\ T^k \Delta\Lambda_1 &= A\alpha^k \Delta T_1 \\ \bar{\epsilon}^k \Delta\Gamma_1 &= (m-1)\gamma^k \Delta\bar{E}_1 \\ \Delta\Phi_1 &= 2\bar{\epsilon}^k \Delta\dot{E}_1 \\ 2\bar{E}^k \Delta\bar{E}_1 &= \frac{4}{3}(\dot{\epsilon}^k \Delta\dot{E}_1) \end{cases} \quad (6)$$

Problème à l'ordre $1 < j \leq p$:

$$\begin{cases} [K^*]\{\Delta\chi_j\} &= ([K^*] - [K_T^k])\{\Delta\chi_{j-1}\} + \Delta t\{F_j^{nl}\} \\ \Delta\Sigma_j &= \lambda tr(\Delta\dot{E}_j)\delta + 2\mu^k \Delta\dot{E}_j + 2\dot{\epsilon}^k \Delta M_j + \Delta\Sigma_j^{nl} \\ \Delta\dot{E}_j &= \frac{1}{2}(\bar{\nabla}\Delta U_j + {}^t\bar{\nabla}\Delta U_j) \\ \Delta q_{vj} &= 3\frac{\beta}{C_p}(M^k \Delta\varphi_j + \varphi^k \Delta M_j + \Delta q_{vj}^{nl}) \\ \Delta M_j &= \frac{k}{3}(\alpha^n \Delta\Gamma_j + \gamma^k \Delta\Lambda_j) + \Delta M_j^{nl} \\ T^k \Delta\Lambda_j &= A\alpha^k \Delta T_j + \Delta\Lambda_j^{nl} \\ \bar{\epsilon}^k \Delta\Gamma_j &= (m-1)\gamma^k \Delta\bar{E}_1 + \Delta\Gamma_j^{nl} \\ \Delta\varphi_j &= 2\bar{\epsilon}^k \Delta\dot{E}_j + \Delta\varphi_j^{nl} \\ 2\bar{E}^k \Delta\bar{E}_j &= \frac{4}{3}(\dot{\epsilon}^k \Delta\dot{E}_j) + \Delta\bar{E}_j^{nl} \end{cases} \quad (7)$$

où $\{F_j^{nl}\}$, $\Delta\Sigma_j^{nl}$, Δq_{vj}^{nl} , ΔM_j^{nl} , $\Delta\Lambda_j^{nl}$, $\Delta\Gamma_j^{nl}$, $\Delta\varphi_j^{nl}$ et $\Delta\bar{E}_j^{nl}$ sont des termes qui dépendent des solutions aux ordres inférieurs. Le critère du domaine de validité des séries est donné par la relation définie dans la référence [4]. La solution complète est obtenue par une procédure de continuation [3].

4 Application numérique

Considérons une plaque circulaire trouée, faite d'un matériau viscoplastique en alliage d'aluminium AA7075, de rayon extérieur $r_p = 6mm$ et de rayon intérieur $r_t = 1.5mm$. Le rayon intérieur r_t correspond ici au rayon de l'outil de soudage supposé rigide. Les propriétés du matériau considéré sont: $A = -3,3155$, $m = 0,1324$, $K = 2.6910^{10} N/mm^2$, $\rho = 2780 kg/m^3$, $C_p = 920 J/kgK$ et $k_c = 140 W/mK$. Les propriétés de l'outil en acier sont: $\rho_{outil} = 7800 kg/m^3$, $C_{p_{outil}} = 450 J/kgK$ et $k_{c_{outil}} = 36 W/mK$. Pour le schéma en temps d'Euler implicite, on choisit le pas de temps $\Delta t = 10^{-4} s$. Le domaine occupé par la plaque et l'outil est remplacé par 846 points. L'équation de la chaleur est résolue sur le domaine de la pièce et de l'outil. En ce qui concerne les conditions aux

limites mécaniques, on suppose que l'outil est animé d'une vitesse de rotation $\omega = 20\text{rad/s}$ et les points situés sur le contour extérieur de la plaque sont fixés. Pour les conditions aux limites thermiques, on suppose un transfert de chaleur par convection ($-k_c \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_a)$); n étant la normale extérieure; $T_a = 300\text{K}$ étant la température ambiante et $h = 1000\text{W/m}^2\text{K}$ étant le coefficient de transfert. À l'instant $t^0 = 0$, le champ de vitesse est nul et la température est égale à la température ambiante.

Pour visualiser le malaxage de la matière, nous représentons sur la figure 1 la plaque circulaire par deux couleurs différentes.

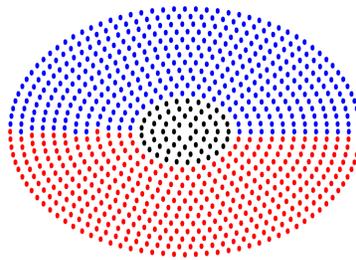


Figure 1: Configuration du modèle discret

La figure 2 représente l'évolution des composantes u (voir figure 2a) et v (voir figure 2b) du vecteur vitesse le long de l'axe y et x respectivement à l'instant $t = 0.314\text{s}$. Les résultats obtenus par l'algorithme proposé coïncident parfaitement avec ceux de l'algorithme itératif.

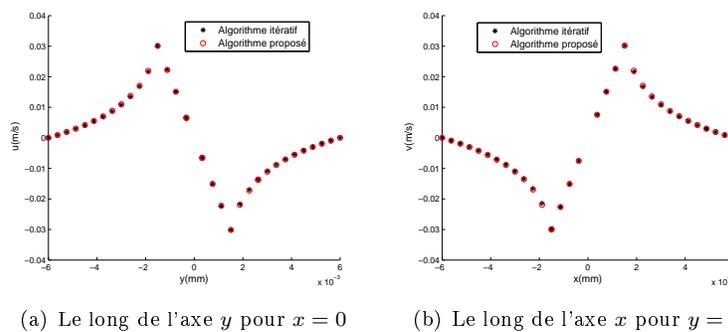


Figure 2: Evolution des composantes du vecteur vitesse à l'instant $t = 0.314\text{s}$

La figure 3 représente l'évolution de la température suivant une coupe passant par l'origine ainsi que les isovaleurs de la température à l'instant $t = 0.314\text{s}$.

Nous pouvons remarquer que les deux algorithmes donnent des résultats analogues.

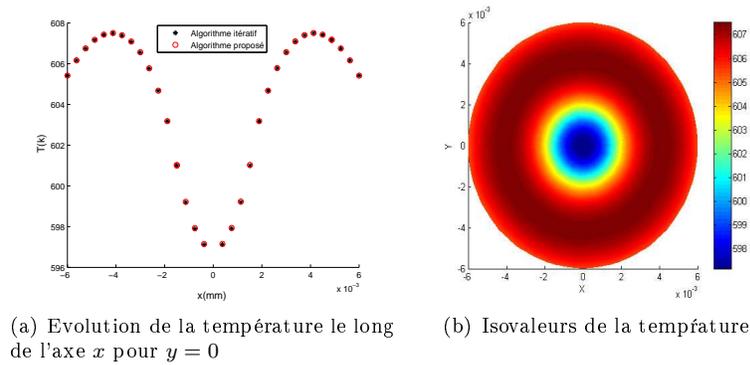


Figure 3: Champ de température à l'instant $t = 0.314s$

La figure 4 montre le malaxage de la matière autour de l'outil de soudage à l'instant $t = 0.314s$.

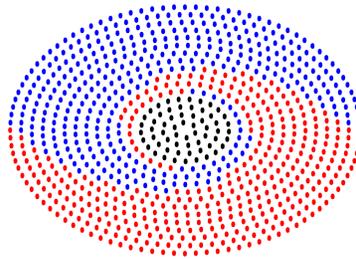


Figure 4: Malaxage de la matière autour de l'outil de soudage à l'instant $t = 0.314s$

D'après les tests numériques, nous pouvons confirmer que notre algorithme donne les mêmes résultats que l'algorithme itératif mais avec un coût de calcul réduit. En effet, l'algorithme itératif demande une inversion de la matrice tangente à chaque pas de temps et à chaque itération. En revanche, l'algorithme proposé, grâce à son ordre élevé et à l'introduction du pré-conditionneur à l'aide de la technique d'homotopie, permet de réduire considérablement le nombre d'inversions de cette matrice. À titre d'exemple, avec un ordre de troncature $p = 20$, la solution complète nécessite seulement 19 inversions de matrices à comparer avec les 9420 inversions exigées par l'algorithme itératif.

5 Conclusion

Dans ce travail, nous avons proposé un algorithme d'ordre élevé pour la simulation du malaxage observé lors du procédé FSW. Cet algorithme combine la technique implicite d'ordre élevé et l'approche sans maillage MLS. Une formulation thermomécanique a été utilisée sous une forme forte. Les résultats obtenus sont convaincants. L'algorithme proposé ne nécessite aucune correction et une seule inversion nous permet d'obtenir une bonne partie de la solution.

Nous travaillons sur l'extension de cet algorithme au cas tridimensionnel avec la prise en compte de l'épaulement de l'outil et les conditions de contact frottant.

Références

- [1] A. Timesli, B. Braikat, H. Lahmam, H. Zahrouni. A new algorithm based on Moving Least Square method to simulate material mixing in friction stir welding, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 50(2015), 372-380.
- [2] A. Timesli, B. Braikat, H. Zahrouni and H. Lahmam, An Implicit Algorithm Based on Continuous Moving Least Square to Simulate Material Mixing in Friction Stir Welding Process, *Modelling and Simulation in Engineering*, volume 2013, Article ID 716383, 14 pages.
- [3] B. Cochelin, Apath-following technique via an asymptotic numerical method, *Computer & Structures*, 53(1994), 81-92.
- [4] M. Jamal, B. Braikat, S. Boutmir, N. Damil, M. Potier-Ferry, A high order implicit algorithm for solving instationary non-linear problems, *Computational Mechanics*, 28(2002), 375-380.
- [5] B. Nayroles, G. Touzot, P. Villon, The diffuse approximation, *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences Serie II*, 313(1991), 293-296.
- [6] I. Alfaro, G. Racineux, A. Poitou, E. Cueto, F. Chinesta, Numerical simulation of friction stir welding bay natural element methods, *International Journal of Material forming*, 1(2008), 1079-1082.