

# Instabilités convectives dans un modèle thermique du séchage d'une solution

L.-H. BAUDEY-LAUBIER, E. CHÉNIER

Université Paris-Est Marne-la-Vallée, laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle,  
UMR 8208 CNRS, 77454 Marne-la-Vallée cedex 2  
{Louis-Henri.Baudey-laubier, Eric.Chenier}@u-pem.fr

## Résumé :

*L'apparition de la convection dans les procédés de séchage peut engendrer des inhomogénéités non désirées dans les dépôts. Dans les travaux précédents, la transition du régime diffusif au régime convectif s'est appuyée sur l'utilisation de perturbations aléatoires de faible amplitude autour de la condition initiale de repos [5, 6]. Dans l'étude que nous proposons, les perturbations sont de nature physique puisqu'elles sont engendrées par le transfert de chaleur à travers les parois latérales de la coupelle contenant la solution fluide. Avec ce choix de modélisation, nous étudierons le mécanisme de déstabilisation du mélange fluide en examinant des diagrammes spatio-temporels du champ de vitesse à la surface libre. Finalement, nous montrerons que nos seuils caractérisant le changement du régime d'écoulements sont conformes à ceux déjà obtenus dans les travaux antérieurs.*

## Abstract :

*The onset of flow patterns during the drying of solvent/solute solutions can lead to non-homogeneous deposits. In previous works, transitions from diffusive to convective regimes were studied using low magnitude random perturbations around the initial state at rest [5, 6]. In this study, the origin of the perturbations is more physics, since they result from a thermal exchange between the fluid and the surroundings through the lateral boundaries of the small dish. The destabilization mechanism of the fluid mixture is analyzed with the help of spatiotemporal diagrams of the velocity at the liquid-gas interface. Finally, we show that the diffusive-convective thresholds are in good agreement with earlier works.*

**Mots clefs : Évaporation, Rayleigh-Bénard-Marangoni, Séchage, Échange convectif**

## 1 Introduction

L'utilisation de dépôts sur les matériaux est un moyen de modifier les propriétés des surfaces, par exemple pour les rendre non mouillantes ou changer leurs propriétés radiatives. Une technique particulière pour obtenir ce dépôt consiste à laisser évaporer une solution contenant un mélange soluté/solvant, comme dans le cas d'un verni ou d'une peinture. Ce procédé est également couramment rencontré dans

des applications industrielles, par exemple dans le domaine du photovoltaïque [9] où un dépôt de polymère est utilisé pour protéger les modules.

Le phénomène de séchage, qui se traduit par l'évaporation du solvant, engendre des transferts massiques et thermiques à l'interface entre la solution et l'environnement extérieur gazeux. Les variations de la concentration en solvant et de la température diffusent ensuite au sein de la solution liquide et peuvent, sous certaines conditions, induire une instabilité qui donnera naissance à des écoulements convectifs. Ces instabilités sont pilotées, soit par les variations de tension de surface de la solution (instabilités de Bénard-Marangoni), soit par la convection naturelle induite par les inhomogénéités de densité dans la zone fluide (instabilités de Rayleigh-Bénard).

Depuis l'identification de ce type d'instabilités par Henri Bénard en 1898, de très nombreux travaux ont été menés pour mieux les comprendre et les caractériser [3]. Parmi les travaux précurseurs de référence, nous pouvons citer les contributions de Pearson en 1958 [4] et de Blair et Quinn en 1969 [1] qui ont respectivement étudié les cellules de Bénard-Marangoni et de Rayleigh-Bénard. Dans la très grande majorité des travaux menés précédemment, les régimes d'écoulements convergent soit vers une solution stationnaire ou périodique, soit vers un écoulement plus complexe mais pour lequel il est possible d'identifier un comportement moyen (écoulements chaotiques ou turbulents). Rares sont les études portant sur les instabilités de Rayleigh-Bénard-Marangoni pour un régime transitoire (sans attracteur pour la dynamique) comme cela peut être le cas pour les écoulements induits par évaporation dans une ambiance d'un solvant contenu dans une solution. L'écoulement évolue alors d'une solution homogène, isotherme au repos vers un autre équilibre statique dans lequel le solvant a totalement disparu.

Notre contribution propose l'étude du régime thermique du séchage d'une solution binaire Polyisobutylène/toluène dans l'atmosphère [5]. Le régime thermique est caractérisé par des temps courts pour lesquels la solution fluide reste homogène (temps de diffusion massique très grand par rapport au temps de diffusion thermique). La faible durée du régime thermique permet donc de négliger les transferts de masse au sein de la zone fluide et de supposer que le volume du film liquide ne varie pas.

Le caractère transitoire des écoulements et des transferts complique l'étude des transitions entre les solutions diffusives et convectives. En effet, l'apparition de la convection est liée à la croissance d'une perturbation infinitésimale qui déstabilise l'écoulement diffusif. Pour un processus transitoire, il y a donc compétition entre le temps caractéristique de croissance de cette perturbation et la durée du processus transitoire. Lors de simulations numériques, le déclenchement et l'intensité de la perturbation ne doivent être ni contrôlés par les erreurs associées au schéma de discrétisation, ni par les solveurs, sous peine de ne pas représenter les phénomènes physiques. Pour contourner cette difficulté, Touazi *et al.* [5] ont introduit des perturbations initiales aléatoires, du champ de vitesse ou de température, pour engendrer une déstabilisation de la solution transitoire diffusive thermique. Leurs travaux montrent que les seuils de transition ainsi déterminés, sont relativement peu sensibles à l'amplitude de la fluctuation initiale. Ce problème a été repris par Trouette *et al.* [6] lorsque les perturbations thermiques introduites à l'instant initial sont situées sur la surface libre et sont définies par une fonction d'auto-corrélation. Les conclusions indiquent que les seuils de transition diffusif/convectif sont finalement assez peu sensibles à la façon de perturber les conditions initiales.

Nos travaux sont dans la continuité des études citées ci-dessus et visent à caractériser les transitions entre les régimes diffusifs et convectifs, puis de comparer nos résultats à ceux publiés précédemment. Dans l'approche que nous proposons, les perturbations ne sont plus introduites par l'intermédiaire des

conditions initiales, mais par le biais des conditions aux limites thermiques appliquées sur les parois latérales de la coupelle contenant la solution. Ce transfert de chaleur va alors induire un gradient thermique local dans le mélange et créer une instabilité de convection naturelle aux voisinages des surfaces latérales. C'est cet écoulement qui joue maintenant le rôle de perturbations vis-à-vis de l'écoulement diffusif. L'avantage de ce modèle est qu'il permet de s'affranchir du choix arbitraire de la forme de la perturbation et, dans une moindre mesure, de son amplitude.

## 2 Modèle thermique

On considère une faible épaisseur d'une solution soluté/solvant (PIB/toluène) contenue dans une coupelle 2D en contact avec l'atmosphère (Fig. 1). Compte tenu de la durée de l'intégration temporelle des équations gouvernant les transferts de masse, de quantité de mouvement et de l'énergie, la variation de la concentration en solvant sera négligée lors de l'évaporation du solvant. Il en résulte que les propriétés de la solution restent constantes, notamment la viscosité du fluide qui est une grandeur particulièrement sensible à la concentration en solvant. La variation de l'épaisseur du film étant très faible, elle peut également être négligée. Enfin, les faibles vitesses induites par la convection permettent de choisir une interface libre plane [5].

Les champs de température, vitesse et pression sont régis par les équations adimensionnelles de Navier-Stokes et de l'équation de l'énergie exprimées sous l'approximation de Boussinesq

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = -\vec{\nabla} p + Pr \nabla^2 \vec{v} + Ra Pr \theta \vec{e}_y \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \theta = \nabla^2 \theta \quad (3)$$

où les échelles de longueur, de temps, de vitesse et de pression sont définies par l'épaisseur du film fluide  $e$ , le temps de diffusion thermique  $e^2/\alpha$ , la vitesse de diffusion thermique  $\alpha/e$  et la pression dynamique  $\rho\alpha^2/e^2$ . La température réduite  $\theta = (T(x, y) - T_0)/\Delta T$  mesure l'écart adimensionnel entre la température locale et la température de l'air ambiant. L'échelle de température  $\Delta T$  correspond à l'écart de température à l'ambiance lorsque l'équilibre thermique en surface libre est atteint : la chaleur latente perdue par évaporation compense exactement la chaleur gagnée par le transfert convectif de l'environnement [5]. En notant  $L$  la chaleur latente massique,  $\Phi_{\text{evap}}$  la densité massique du flux d'évaporation et  $H_{\text{ther}}$  le coefficient d'échange global avec l'environnement, on obtient  $\Delta T = L\Phi_{\text{evap}}/H_{\text{ther}}$ . Les paramètres sans dimension qui apparaissent dans les équations sont les nombres de Prandtl,  $Pr = \nu/\alpha$ , et de Rayleigh  $Ra = g\beta\Delta T e^3/\nu\alpha$ , avec  $\nu$  la viscosité cinématique et  $\beta$  le coefficient d'expansion thermique.

Les conditions aux limites sont reportées sur la figure 1, pour une coupelle de rapport de forme  $A$ . Le fluide adhère aux parois solides et la composante normale de la vitesse du mélange à l'interface est nulle [6]. La continuité de la contrainte à l'interface engendre un cisaillement du fluide, proportionnel au gradient de température le long de la surface libre et au nombre de Marangoni  $Ma = -e\Delta T/(\mu\alpha) \times (d\sigma/dT)_{T_0}$  où  $\sigma(T)$  est la tension de surface et  $\mu = \rho\nu$  est la viscosité dynamique du fluide. La paroi inférieure de la coupelle est adiabatique alors que les surfaces latérales subissent un échange de chaleur caractérisé par un nombre de Biot,  $Bi_{\text{lat}} = h_{\text{lat}}e/k$ . Les transferts de chaleur à la surface libre dépendent d'un nombre de Biot,  $Bi_{\text{evap}} = H_{\text{ther}}e/k$ , et modélisent le flux convectif échangé avec l'environnement ainsi que le flux de chaleur perdue par évaporation.

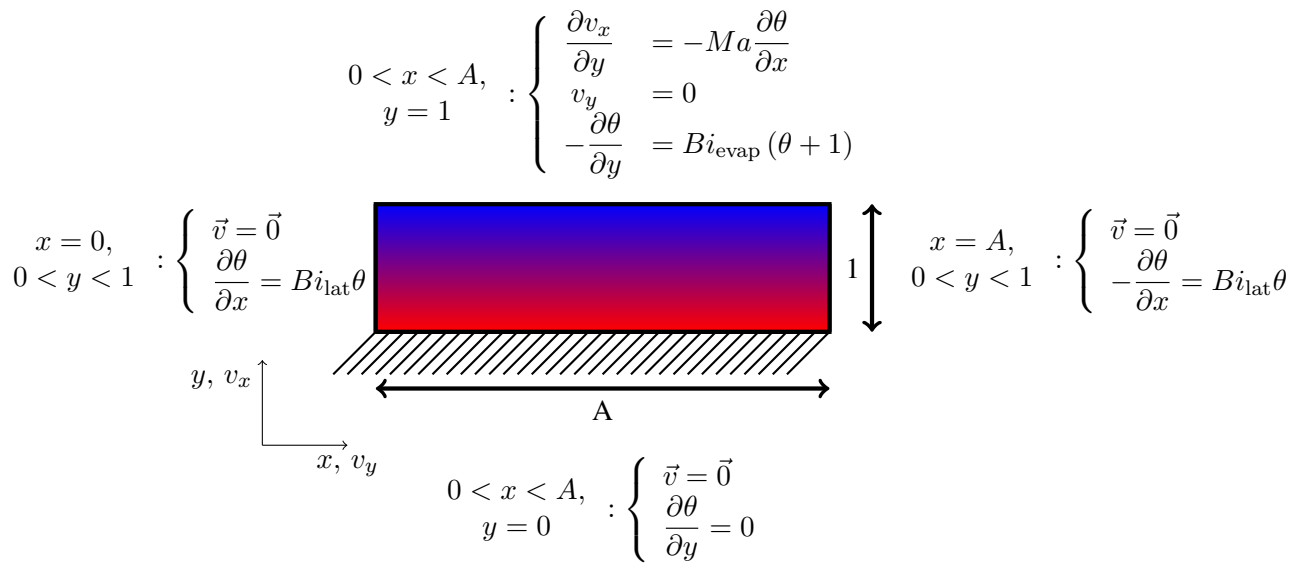


FIGURE 1 – Schéma expérimental

Les conditions initiales sont la solution de repos homogène isotherme à  $T_0$ .

Les équations (1)-(3), munies des conditions initiales et des conditions aux limites reportées sur la figure 1, sont discrétisées par une méthode de Volumes Finis du second ordre pour les dérivées temporelles et spatiales. Les termes de diffusion sont exprimés de façon implicite tandis que les termes d'advection et de convection sont explicités par un schéma d'Adams-Bashforth. Le couplage des champs de vitesse et de pression est obtenu par une méthode de projection.

### 3 Résultats

La solution étudiée est un mélange polyisobutylène/toluène dont les caractéristiques sont données dans la référence [5]. La viscosité dynamique de la solution peut être modifiée en ajustant la concentration initiale de solvant dans le mélange. Les nombres de Prandtl, Marangoni, Rayleigh et Biot deviennent alors des fonctions de l'épaisseur du film,  $e$ , et de la viscosité dynamique initiale de la solution  $\mu$  :  $Pr = 12 \times \mu$ ,  $Ma = 5850 \times e/\mu$ ,  $Ra = 451 \times e^3/\mu$  et  $Bi_{\text{evap}} = 0,2 \times e$  avec  $[e] = mm$  et  $[\mu] = mPa \cdot s$  [6].

#### 3.1 Phénoménologie de la déstabilisation de la solution diffusive transitoire

Contrairement aux travaux mentionnés dans la littérature, qui introduisent des perturbations initiales aléatoires [5, 6], nous avons opté pour la prise en compte d'un transfert thermique aux parois latérales pour contrôler la déstabilisation des solutions diffusives.

Les calculs réalisés dans cette section sont effectués pour une épaisseur du film fluide de  $e = 1 mm$  et une viscosité du mélange de  $\mu = 3,25 mPa \cdot s$  ( $Ra = 139$ ,  $Ma = 1800$ ,  $Pr = 39$ ,  $Bi_{\text{evap}} = 0,2$ ) et un nombre de Biot sur les parois latérales  $Bi_{\text{lat}} = 0,07$ . Comme nous le verrons dans la section 3.3, ces paramètres correspondent à des valeurs légèrement au-delà du seuil d'apparition de la convection

au centre du film fluide.

L'évolution transitoire de l'écoulement et des transferts thermiques est illustrée par des champs instantanés de la température (Fig. 2) et la variation au cours du temps de la différence des températures  $\Delta\theta(t)$

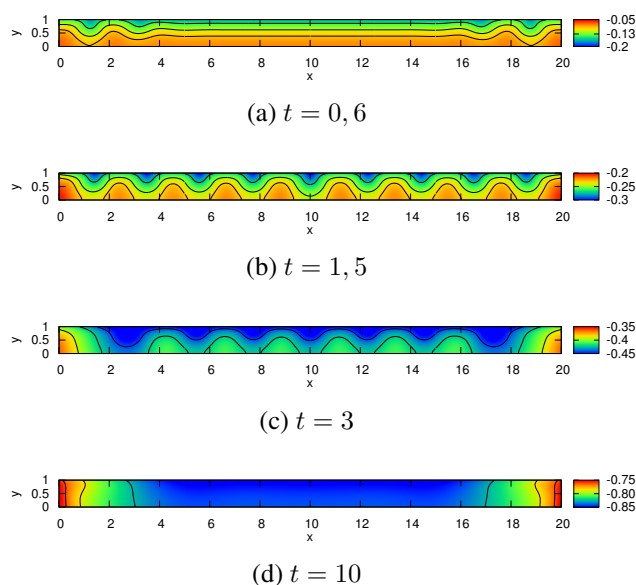


FIGURE 2 – Champs de température à différents instants,  $e = 1\text{ mm}$  et  $\mu = 3,25\text{ mPa}\cdot\text{s}$ .

entre le fond de la coupelle ( $y = 0$ ) et la surface libre ( $y = 1$ ) pour une abscisse médiane  $x = A/2$  (Fig. 3). L'évaporation du solvant à la surface libre provoque un transfert de chaleur latente qui refroidit l'interface (Fig. 1). Cette chute de température se propage par diffusion thermique dans l'épaisseur du film liquide et accroît la différence de température entre l'interface et le fond de la coupelle (Fig. 3). Le refroidissement du fluide engendre alors un transfert de chaleur du gaz environnant vers la solution, à travers les parois latérales du récipient. Ce faible gradient thermique a pour effet de déstabiliser la solution diffusive par la mise en mouvement du fluide sous l'action des forces de pesanteur et/ou de tension de surface (Fig. 2a). Cette perturbation due à la convection naturelle et/ou capillaire se propage ensuite au cours du temps dans le cœur du fluide qui devient à son tour instable (Fig. 2b). Cette déstabilisation se traduit par une variation soudaine de l'écart des températures  $\Delta\theta$  pour un temps voisin de l'unité (courbe rouge, Fig. 3). Enfin pour les temps longs, le fluide situé au centre du récipient relaxe vers une situation de repos, à une température quasi-homogène (Figs. 2c, 2d et Fig. 3 pour  $t \gtrsim 5$ ).

Afin d'étudier plus en détails l'évolution de la convection dans le récipient, nous avons relevé et reporté dans un diagramme spatio-temporel le profil de la vitesse le long de la surface libre au cours du temps, pour deux rapports de forme  $A = 20$  et  $A = 80$  (Fig. 4). La succession des lignes horizontales colorées, représentant des valeurs algébriques de vitesses de signes opposés, sont la trace des cellules convectives du fluide dans la coupelle. L'apparition plus tardive d'un écoulement au cœur de la zone fluide illustre la propagation des perturbations des parois vers le centre du récipient. Cependant pour les grands allongements ( $A = 80$ , Fig. 4b), le temps d'apparition de la convection au centre de la coupelle ne semble plus être régi par la vitesse de propagation des perturbations issues des parois latérales. En effet dans la région définie par  $30 \leq x \leq 50$ , les cellules convectives naissent quasiment au même instant. Ce

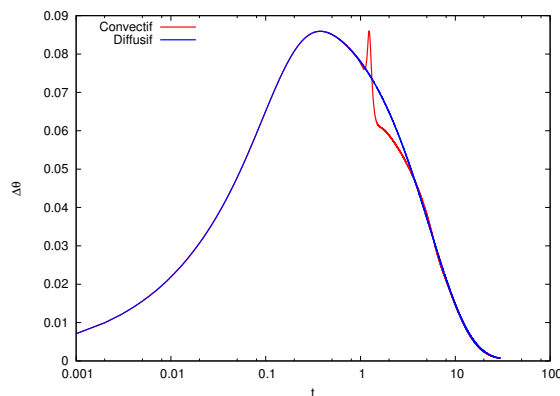


FIGURE 3 – Évolution de l'écart de température  $\Delta\theta = \theta(A/2, 0) - \theta(A/2, 1)$  dans les cas convectif et diffusif (vitesse nulle),  $e = 1\text{ mm}$ ,  $\mu = 3,25\text{ mPa}\cdot\text{s}$  et  $A = 20$ .

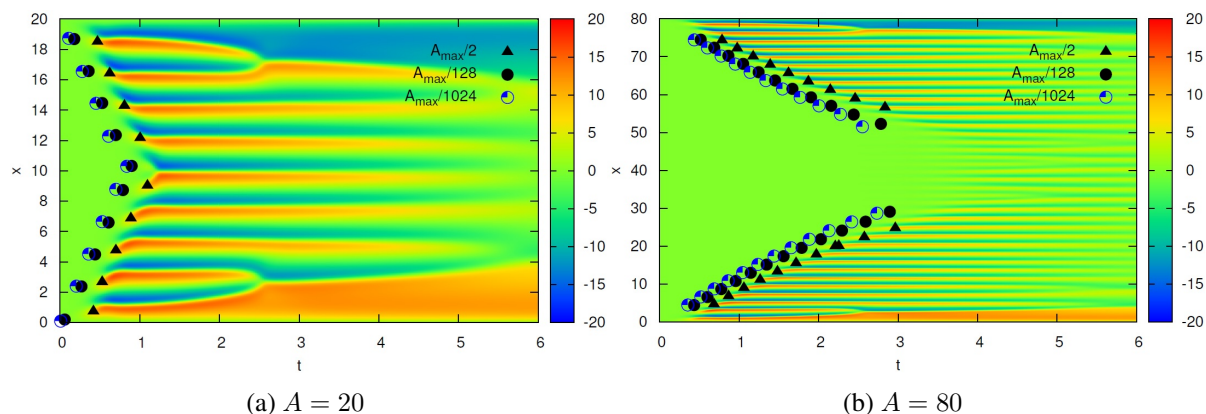


FIGURE 4 – Diagrammes spatio-temporels de la vitesse en surface libre,  $e = 1 \text{ mm}$  et  $\mu = 3,25 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ .

comportement singulier est lié à la compétition entre deux sources de déstabilisation. La première est d'origine physique et est pilotée par la convection naturelle engendrée aux voisinages des parois latérales. La seconde est purement numérique et est associée à la croissance des perturbations relatives au schéma numérique (discrétisations, solveur, erreurs numériques, ...). Ainsi lorsque l'allongement est très important, ce sont les erreurs numériques locales qui croissent le plus rapidement et crée un écoulement, et cela bien avant que les perturbations issues des parois latérales n'aient le temps d'atteindre le centre de la coupelle.

### 3.2 Caractérisation des cellules convectives

La vitesse de propagation des cellules convectives est évaluée en relevant sur les diagrammes spatio-temporels les positions pour lesquelles l'intensité de la vitesse est constante, égale à  $U_{\max}/2^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Sur la figure 4 sont indiquées par des symboles les positions des vitesses égales à  $U_{\max}/2$  ( $n = 1$ ),  $U_{\max}/128$  ( $n = 7$ ) et  $U_{\max}/1024$  ( $n = 10$ ). Pour une valeur d'intensité donnée, les points sont quasiment alignés ce qui suggère que la vitesse de propagation est quasi-constante. Des approximations de cette vitesse sont calculées pour différentes intensités  $U_{\max}/2^n$  par la méthode des moindres carrés puis reportées sur la figure 5 pour différents allongements  $A$ . Les barres verticales englobent l'ensemble des

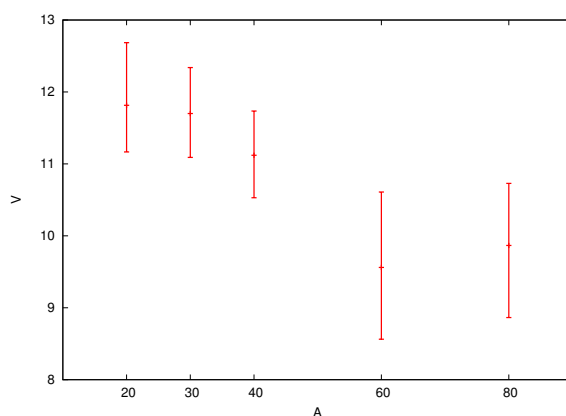


FIGURE 5 – Vitesses de propagation des perturbations issues des parois latérales en fonction de l'allongement  $A$ ,  $e = 1 \text{ mm}$  et  $\mu = 3,25 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ .

vitesses obtenues pour les valeurs de  $n$  ( $1 \leq n \leq 10$ ) et les symboles indiquent les valeurs moyennes. Pour les petits allongements, la vitesse de propagation semble légèrement décroître avec  $A$  avant de de-

venir constante pour  $A \gtrsim 60$ , valeur qui correspond à l'apparition d'une déstabilisation de l'écoulement par le schéma numérique.

L'analyse des diagrammes spatio-temporels permet également de caractériser les cellules de convection au cours du temps. L'identification d'une cellule de convection s'effectue entre deux zéros successifs de la vitesse à la surface libre, et uniquement si les intensités maximales des vitesses de part et d'autre de ces zéros excèdent l'unité ( $Pe \geq 1$ ). Cette dernière condition permet de garantir que l'écoulement est réellement convectif, c'est-à-dire que cette vitesse est supérieure à la vitesse de diffusion thermique. Les isovalues nulles de la vitesse qui satisfont aux conditions précédentes sont tracées sur les diagrammes spatio-temporels de la figure 6. Dans un premier temps, et conformément à l'analyse précédemment

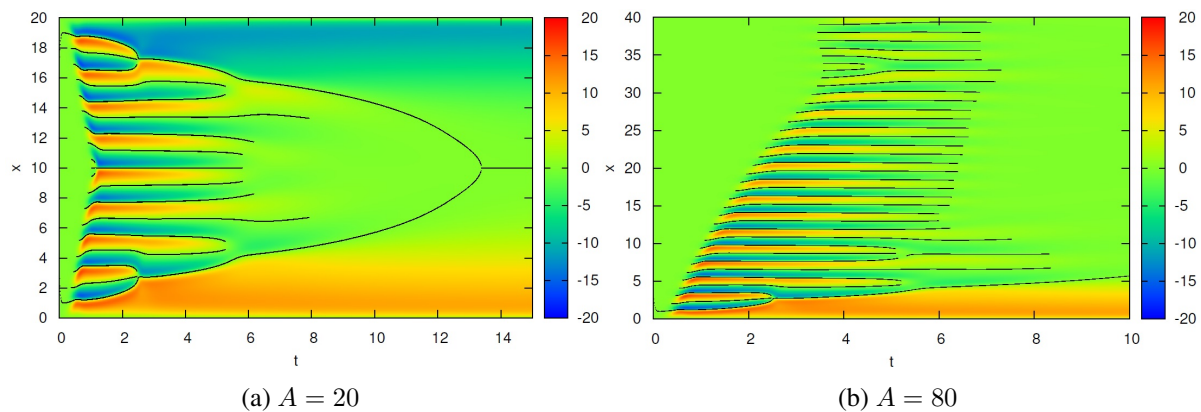


FIGURE 6 – Diagrammes spatio-temporels de la vitesse en surface libre et identification des cellules de convection,  $e = 1 \text{ mm}$  et  $\mu = 3,25 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ .

réalisée, le nombre de cellules augmente du fait de la propagation de la déstabilisation de l'écoulement diffusif à partir des parois latérales. Dans le cas des grands allongements, des cellules peuvent également apparaître soudainement au milieu de la surface libre (instabilité d'origine numérique). Cette convection fluide, qui est due aux gradients thermiques dans la couche fluide, s'atténue lentement au cours du temps avec la mise à l'équilibre du transfert thermique au niveau de la surface libre (Figs. 3 et 2d) : la quantité de chaleur perdue par évaporation finit par être compensée par la quantité de chaleur gagnée de l'environnement.

Sur la figure 7 sont présentées les évolutions du nombre de cellules (Fig. 7a) et leur longueur moyenne (Fig. 7b) pour différents allongements. D'après la figure 7a et pour  $t \lesssim 2$ , le nombre de cellules augmente quasi-linéairement avec le temps jusqu'à ce qu'elles occupent la totalité de la coupelle lorsque  $A \leq 40$  (vitesse de propagation constante). Pour le plus grand allongement, le soudain accroissement du nombre de cellules est dû à l'apparition de la convection au centre du film fluide dont l'origine est liée à la croissance des erreurs du schéma numérique (voir les diagrammes spatio-temporels 4b et 6b). Les longueurs moyennes des cellules sont de l'ordre de  $\lambda_m = 1,05 \pm 0,15$  (Fig. 7b) tant que le nombre de cellules ne décroît pas, c'est-à-dire pour  $t \lesssim 5$  (Fig. 7a). Pour les temps ultérieurs, l'affaiblissement de la convection engendre une diminution du nombre de cellules et une augmentation de leur longueur moyenne.

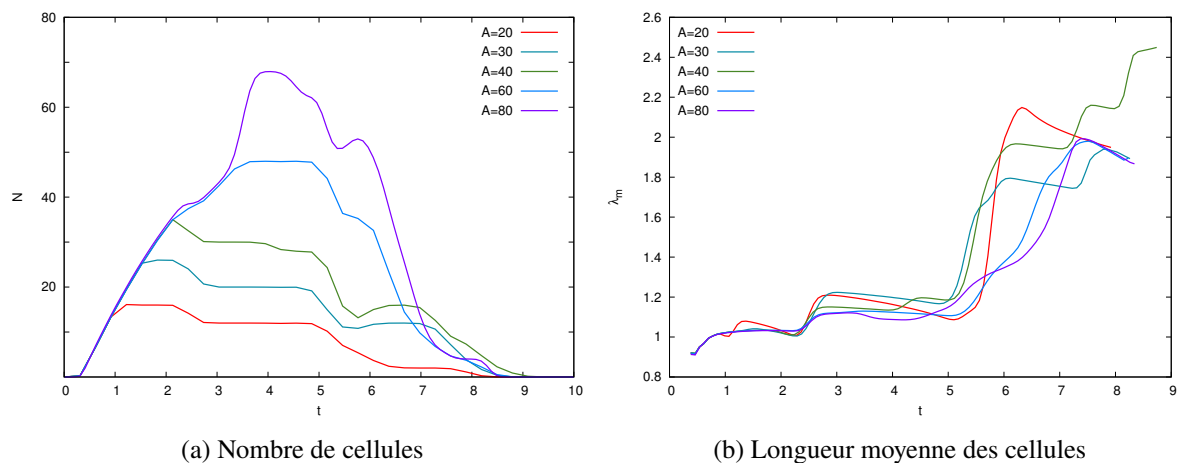


FIGURE 7 – Évolution des cellules convectives,  $e = 1 \text{ mm}$  et  $\mu = 3,25 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ .

### 3.3 Transitions entre solutions diffusives et écoulements convectifs

L'objectif de cette section est d'étudier les transitions entre les solutions diffusives et les écoulements convectifs en fonction de la viscosité dynamique du mélange, pour trois épaisseurs de fluide  $e = 1 \text{ mm}$ ,  $e = 8 \text{ mm}$  et  $e = 20 \text{ mm}$ . Ces trois épaisseurs sont choisies pour parcourir les 3 types d'instabilités que sont les instabilités de Bénard-Marangoni (tension de surface dominante,  $e = 1 \text{ mm}$ , Fig. 8), de Rayleigh-Bénard-Marangoni (tension de surface et poussée d'Archimède du même ordre,  $e = 8 \text{ mm}$ , Fig. 9) et Rayleigh-Bénard (poussée d'Archimède dominante  $e = 20 \text{ mm}$ , Fig. 10) [5]. L'origine de la déstabilisation étant due aux transferts thermiques le long des parois latérales, nous étudierons les seuils de transition pour les trois nombres de Biot latéral suivants :  $Bi_{\text{lat}} = 0,035$ ,  $Bi_{\text{lat}} = 0,07$  et  $Bi_{\text{lat}} = 0,14$ .

Le critère retenu pour définir cette transition est basé sur le nombre de Péclet  $Pe = Ue/\alpha$ , avec  $U = \|\vec{v}\| \times \alpha/e$ , soit  $Pe = \|\vec{v}\|$ . Ce nombre de Péclet est relevé au cours du temps par des sondes placées dans la région centrale du film fluide, à la surface libre et à mi-profondeur, telles que leurs coordonnées soient  $(x_k, y_l) = (A/2 + k/4, 1/2 + l/2)$ ,  $(k, l) \in \mathbb{Z}^2$  avec  $-4 \leq k \leq 4$  et  $0 \leq l \leq 1$ . La localisation des sondes loin des parois latérales permet de s'affranchir de la convection naturelle engendrée par les conditions aux limites  $\pm(\partial\theta)/(\partial x) = Bi_{\text{lat}}\theta$  en  $x = 0$  et  $x = A$  (voir Fig. 2a) et de garantir que la totalité du film fluide est bien en régime convectif. L'écoulement est qualifié de diffusif si les nombres de Péclet mesurés par toutes les sondes ne dépassent jamais l'unité au cours du temps ( $\forall t > 0, \forall (k, l) \in \mathbb{Z}^2([-4; 4] \times [0; 1]), Pe(x_k, y_l, t) < 1$ ); dans le cas contraire, l'écoulement est considéré comme convectif, c'est-à-dire il existe  $t_0 > 0$  tel que pour  $\frac{d \max_{k,l}[Pe(x_k, y_l, t)]}{dt}|_{t=t_0} \geq 0$  et  $\max_{k,l}[Pe(x_k, y_l, t_0)] \geq 1$ . Par la suite, toutes les mentions portant sur les nombres de Péclet se rapporteront aux valeurs relevées sur les sondes mentionnées ci-dessus.

Les figures 8, 9 et 10 fournissent les intervalles des viscosités et les temps associés pour lesquels les écoulements transitent d'un régime diffusif à convectif en fonction de l'allongement, pour trois épaisseurs et nombres de Biot latéral. Les intervalles de transition (Figs. 8a, 9a et 10a) sont limités par des valeurs supérieures  $\mu_{\text{max}}$  et inférieures  $\mu_{\text{min}}$  de viscosité engendrant respectivement des solutions diffusives et des écoulements convectifs. Les extrémités de chaque barre reportées sur les graphes des temps



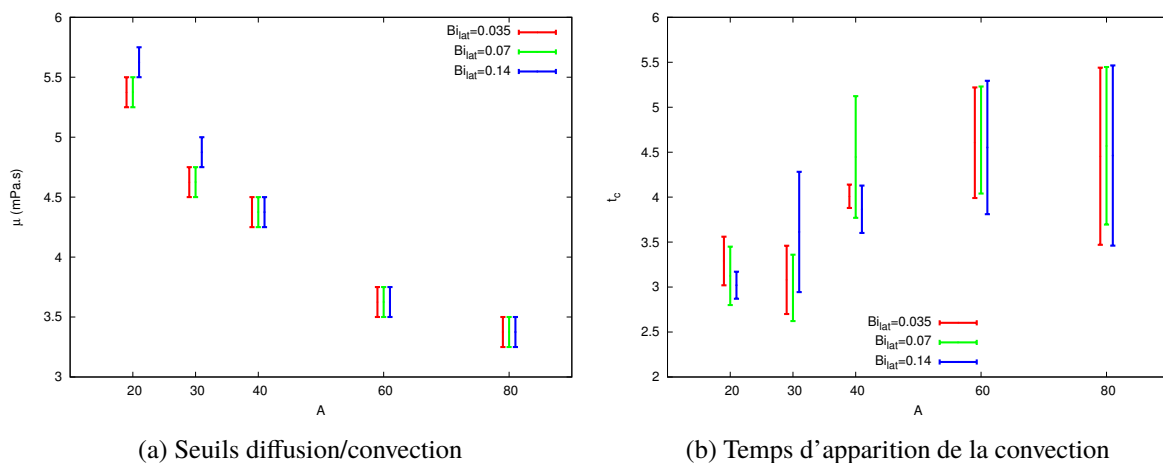


FIGURE 8 – Caractéristiques des transitions en fonction de l'allongement et du nombre de Biot latéral,  $e = 1 \text{ mm}$ .

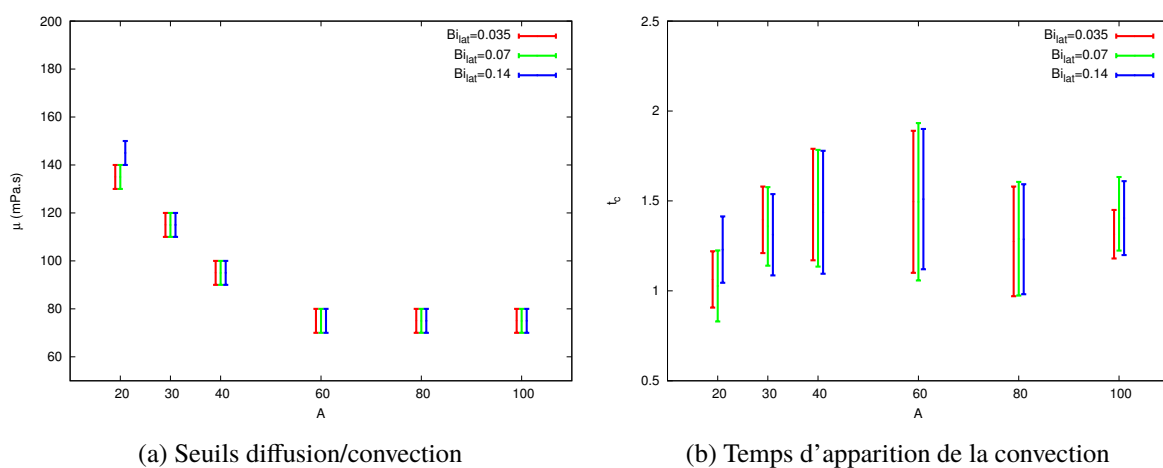


FIGURE 9 – Caractéristiques des transitions en fonction de l'allongement et du nombre de Biot latéral,  $e = 8 \text{ mm}$ .

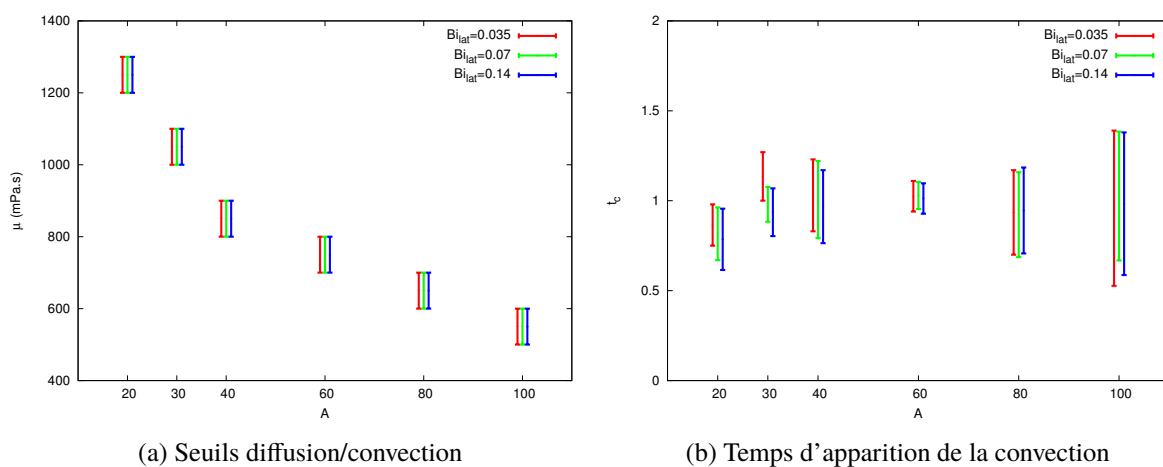


FIGURE 10 – Caractéristiques des transitions en fonction de l'allongement et du nombre de Biot latéral,  $e = 20 \text{ mm}$ .

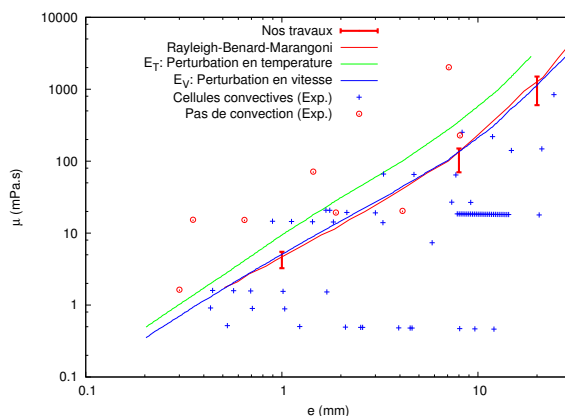


FIGURE 11 – Synthèse des résultats numériques et expérimentaux portant sur la détermination de la transition entre solutions diffusives et écoulements convectifs.

de déclenchement (Figs. 8b, 9b et 10b) indiquent l'instant  $t_{\min}$  d'apparition des cellules convectives pour  $\mu = \mu_{\min}$  et l'instant  $t_{\max}$  pour lequel le nombre de Péclet atteint son maximum au cours du temps lorsque  $\mu = \mu_{\max}$ .

L'étude des résultats montre que le nombre de Biot latéral, à l'origine de la perturbation qui se propage dans le film liquide, n'a quasiment aucune influence sur les viscosités et les temps associés aux changements de régime. En revanche, l'allongement de la coupelle intervient de façon non négligeable sur la détermination des seuils de transition. L'explication de cette dépendance est relative au rôle joué par les parois latérales qui se comportent comme des perturbateurs de l'écoulement transitoire diffusif : plus  $A$  est grand, plus l'intensité de la perturbation latérale doit être importante pour avoir le temps d'atteindre le cœur du film liquide avant que l'écart de température diffusif entre l'interface et le fond de la coupelle ne devienne trop faible pour engendrer encore des conditions d'instabilité (voir Fig 3). Comme l'intensité de la perturbation dépend du nombre de Rayleigh et de Marangoni, lesquels varient inversement à la viscosité du mélange, les seuils de transition diminuent avec l'augmentation de  $A$ . Lorsque l'allongement est suffisamment grand, la déstabilisation du centre de la zone fluide ne dépend plus des perturbations latérales, mais des erreurs liées au schéma numérique (voir Sec. 3.1 et la figure 4b). Dans ce cas, les seuils deviennent quasiment insensibles à la valeur de  $A$ .

Contrairement aux seuils de transition, les temps de déclenchement de la convection  $t_c$  dépendent relativement peu de l'allongement de la coupelle : ils sont de l'ordre de  $t_c = 4 \pm 25\%$ ,  $t_c = 1, 25 \pm 25\%$  et  $t_c = 1 \pm 50\%$  pour respectivement  $e = 1 \text{ mm}$  (Fig. 8b),  $e = 8 \text{ mm}$  (Fig. 9b) et  $e = 20 \text{ mm}$  (Fig. 10b).

Les valeurs des viscosités déterminées dans nos travaux ont été comparées à des données de la littérature (Fig. 11). Les intervalles décrits par les barres traduisent la dépendance des seuils de transition avec l'allongement  $A$  de la coupelle (voir Figs. 8a, 9a et 10a). Les croix et cercles correspondent à des résultats expérimentaux, identifiés respectivement comme des solutions diffusives et des écoulements convectifs [2, 5]. Les courbes continues verte et bleue sont issues d'analyses non-normales de stabilité dans lesquelles des perturbations en vitesse ( $E_v$ ) ou en température ( $E_T$ ) sont appliquées [2]. Enfin la courbe rouge indique la zone de transition obtenue en résolvant les équations de Navier-Stokes et de l'énergie pour des perturbations initiales aléatoires, et en utilisant un critère d'apparition de la convection basé sur le maximum du nombre de Péclet dans tout l'écoulement [5]. Bien que nos résultats soient conformes aux travaux antérieurs, nos régions de transition sont relativement étendues vers les faibles viscosités. Cet étalement est évidemment lié à la conjonction du critère retenu pour distinguer les solu-

tions diffusives des écoulements convectifs (nombre de Péclet au centre du film fluide) et l'utilisation de grands allongements.

## 4 Conclusion

Un modèle thermique bidimensionnel et instationnaire de l'évaporation d'un mélange polyisobutylène/toluène est étudié numériquement par une méthode des Volumes Finis. Contrairement aux travaux antérieurs où la génération des perturbations était imposée à l'instant initial par l'ajout d'un champ aléatoire, nous avons opté pour un modèle plus physique dans lequel la déstabilisation est engendrée par la convection naturelle qui apparaît spontanément au voisinage des parois latérales soumises à un échange convectif avec l'environnement extérieur. En s'appuyant sur des diagrammes spatio-temporels de l'évolution de la vitesse en surface libre, la naissance puis la propagation des perturbations des parois latérales vers le cœur du film fluide ont été étudiées. La taille des cellules de circulation reste de l'ordre de l'épaisseur du film fluide tant que la convection reste importante. Alors que le temps de déclenchement de la convection au milieu de la région liquide est relativement peu sensible à l'allongement de la coupelle, la viscosité de transition décroît notablement avec le facteur de forme du film fluide. Finalement, les paramètres des transitions sont en bon accord avec les travaux antérieurs.

## Références

- [1] L. M. Blair, J. A. Quinn, The onset of cellular convection in a fluid layer with time-dependent density gradients, *Journal of Fluid Mechanics*, 36 (1969) 385–400.
- [2] F. Doumenc, T. Boeck, B. Guerrier, M. Rossi, Transient Rayleigh-Bénard-Marangoni convection due to evaporation : a linear non-normal stability analysis, *Journal of Fluid Mechanics*, 648 (2010) 521–539.
- [3] I. Mutabazi, J. E. Wesfreid, E. Guyon, *Dynamics of Spatio-Temporal Cellular Structures*, Springer, New York, 2005.
- [4] J. R. A. Pearson, On convection cells induced by surface tension, *Journal of Fluid Mechanics*, 4 (1958) 489–500.
- [5] O. Touazi, E. Chénier, F. Doumenc, B. Guerrier, Simulation of transient Rayleigh-Bénard-Marangoni convection induced by evaporation, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53 (2010) 656–664.
- [6] B. Trouette, E. Chénier, C. Delcarte, B. Guerrier, Numerical study of convection induced by evaporation in cylindrical geometry, *The European Physical Journal Special Topics*, 192 (2011) 83–93.
- [7] K. E. Uguz, R. Narayanan, Instability in evaporative binary mixtures. I. The effect of solutal Marangoni convection, *Physics of Fluids*, 24 (2012) 094101.
- [8] K. E. Uguz, R. Narayanan, Instability in evaporative binary mixtures. II. The effect of Rayleigh convection, *Physics of Fluids*, 24 (2012) 094102.
- [9] G. Vériot, M. Firon, Les cellules photovoltaïques organiques : vers le tout polymère, *Clefs CEA*, 50–51 (2004–2005) 122–125.