Instabilités aux grandes ondes d'écoulements axisymétriques coaxiaux

N. MEHIDI-BOUAM[a], N. AMATOUSSE[a]

a. Université A. Mira Laboratoire de Physique Théorique, Département de Physique, 06000 BEJAIA (ALGERIE)
mail : nadbouam@yahoo.fr

Résumé :

Nous présentons un modèle théorique décrivant l'écoulement par gravité de deux fluides immiscibles à l'intérieur d'une conduite cylindrique. Un développement en gradient combiné à une méthode de Galerkin est utilisé pour réduire le problème à un système de deux équations d'évolution de l'interface. Les prédictions de l'étude de stabilité linéaire sont en bon accord avec les données disponibles dans la littérature.

Abstract :

This paper present a theoretical study of two immiscible fluids arranged in a concentric geometry. A simplified model is derived by using a gradient expansion combined with a Galerkin method. The predictions of the linear stability are in good agreement with other published data.

Mots clefs : instabilité capillaire ; fluides visqueux ; écoulements coaxiaux.

1 Introduction et formulation du problème

Depuis plusieurs années, un grand nombre d'auteurs ont étudié le problème de l'instabilité de l'interface entre deux fluides visqueux. Quel que soit le domaine d'application, la forme et la régularité de l'interface sont d'une grande importance. Ceci a engendré de nombreuses études théoriques et expérimentales sur la stabilité de ces écoulements dans diverses géométries. L'objet de cette étude est de présenter un modèle 2D décrivant l'écoulement par gravité de deux fluides visqueux, newtoniens et incompressible à l'intérieur d'une conduite cylindrique inclinée d'un angle θ, et prenant en compte les effets de la tension superficielle, la dissipation visqueuse et l'inertie. Le modèle développé est basé sur un développement en gradient et une méthode aux résidus pondérés, basé sur l'hypothèse de grande longueur d'onde et valable pour de grands nombres de Reynolds et de Weber. Nous avons pour cela suivi la démarche initiée par [1] dans le cas des films liquides tombants et étendue aux cas de deux couches de fluides dans le cas plan [2]. Les fonctions tests employées sont de la forme de l'écoulement de base. Ainsi le champ de vitesse dans chaque couche de fluide est projeté sur une base de forme polynomiale pour le fluide interne et de forme logarithmique pour le fluide pariétal. Cette théorie valable aussi bien au voisinage que loin du seuil de l'instabilité est une amélioration de l'approche 'intégrale couche limite de Shkadov.

2 Modélisation et analyse de stabilité linéaire

Pour résoudre ce problème, la méthode utilisée est en trois étapes :

i) Nous réduisons les équations de Navier-Stokes à l'équation de couche limite à l'ordre deux en ε pour chaque fluide auxquelles on adjoint les conditions aux limites. $\varepsilon \ll 1$ représente le rapport entre l'épaisseur du fluide interne et la longueur d'onde.

ii) On développe la vitesse longitudinale sur un ensemble de fonctions tests vérifiant les conditions aux limites.

iii) Application d'une méthode aux résidus pondérés. En annulant les résidus, on obtient un système d'équations d'évolution couplées pour l'épaisseur $h(x,t)$ et le débit local $q(x,t)$.

L'équation obtenue peut être mise formellement sous la forme suivante :

$$F_0(q,h) + \varepsilon R\{F_1(q,h)q_t + \tilde{F}(\partial_x, q, h)\} + \varepsilon^2 F_2(\partial_{xx}, q, h) = 0 \qquad (1)$$

La condition cinématique sous la forme intégrale est représentée par :

$$q_x/2\pi + hh_t = 0 \qquad (2)$$

Les équations (1) et (2) forment le modèle développé. La stabilité linéaire de ces équations mène à une relation de dispersion analytique donnée par (3) à partir de laquelle les courbes de la figure 1 sont obtenues.

$$D(k, \omega, d, \rho, \mu, \mathrm{R}, \mathrm{W}, cot\theta) = 0 \qquad (3)$$

L'équation (3) fait apparaître les nombres adimensionnels suivants: le nombre de Reynolds R, le nombre de Weber $W = J^*/Rd$ dont l'ordre de grandeur est $O(\varepsilon^{-2})$, les rapports des viscosités μ, des densités ρ et des épaisseurs d des fluides.

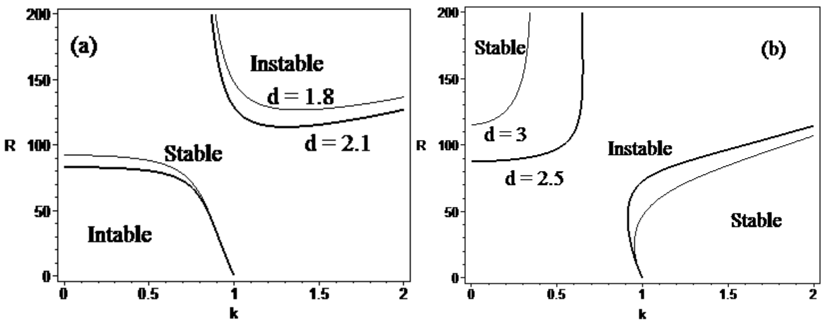

FIG. 1 – Courbes de stabilité marginale pour $J^* = 930$, ρ=0.548, $\mu = 5.48$, θ=10° .

Les résultats de la figure 1(a) mettent en évidence une instabilité capillaire aux grands nombres d'ondes $k < 1$ causée par la tension superficielle et une instabilité qualifiée d'onde courte pour $k > 1$. La forme des courbes change en fonction des paramètres voir figure1(b).

A des nombres de Reynolds modérés, les prédictions du modèle sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux et les calculs numériques effectués par Preziosi et al [3].

Références

[1] Ruyer-Quil, P. Treveleyan, F. Giorgiutti, C. Duprat and S. Kalliadasis, Modelling film flows down fibre J. Fluid Mech. **603,** 431-462, 2008.

[2] M. Amaouche, N. Mehidi, N. Amatousse, Linear stability of a two layer film flow down an inclined channel : A second-order weighted residual approach, Phys. Fluids **19,** 2007.

[3] L. Preziosi, K. Chen, D.D. Joseph, Lubricated pipelining: stability of core-annular flow, J. Fluid Mech. **201**, 1989.