

Résistance du mortier en flexion dynamique approche non parfaitement fragile

X. RÉGAL^a, J.-L. HANUS^a, P. BAILLY^a

a. INSA-CVL, Univ. Orléans, PRISME, EA 4229

xavier.regal@insa-cvl.fr, jean-luc.hanus@insa-cvl.fr, patrcie.bailly@insa-cvl.fr

Résumé :

La rupture des géo-matériaux, tel le mortier, est souvent considérée comme fragile et sensible à la vitesse de déformation. Pour caractériser cette rupture en traction, des essais de flexion trois points à différentes vitesses de déformation sont réalisés. Nous nous intéressons particulièrement à une gamme de vitesse peu documentée (entre 5 et 15 s⁻¹). Différentes approches sont mises en oeuvre pour dépouiller les essais afin de déterminer la contrainte de rupture ainsi que son évolution en fonction de la vitesse de déformation. La prise en compte d'un comportement avec endommagement permet une nouvelle estimation de la contrainte en rupture.

Abstract :

The mortar failure behavior is often considered as brittle and rate-sensitive. This behavior is investigated through three point bending test at different strain rates. A particular attention is paid to an understudied speed range (between 5 and 15 s⁻¹). Several different analysis, either purely elastic or taking into account the non linear response of concrete, are performed in order to evaluate the tensile strength and its strain rate dependency.

Mots clefs : Rupture fragile, Flexion trois points, Dynamique, Mortier

Nomenclature

Paramètre	Unité	Signification
a	sans unité	Paramètre d'endommagement
b	sans unité	Paramètre d'endommagement
C	m.s^{-1}	Célérité de l'onde
χ	m^{-1}	Rayon de courbure
D	sans unité	Variable d'endommagement
\dot{D}_∞	s^{-1}	Paramètre d'endommagement
E	GPa	Module d'Young
e	m	Excentrement de la fibre neutre
ϵ	sans unité	Déformation
F	N	Force
Γ	sans unité	Fonction seuil d'endommagement
h	m	Hauteur de l'éprouvette
I	m^4	Moment quadratique de la poutre
κ_0	sans unité	Seuil d'endommagement initial
L	m	Demi-longueur de l'éprouvette
l	m	Portée de l'éprouvette
λ	sans unité	Paramètre d'endommagement
M_f	N.m	Moment fléchissant
m	sans unité	Paramètre d'endommagement
n	sans unité	Paramètre d'endommagement
ν	sans unité	Coefficient de Poisson
Q	m.s^{-2}	Chargement modal
ρ	kg.m^{-3}	Masse volumique
S	m^2	Section des barres
σ	MPa	Contrainte
U	m	Déplacement
V	m.s^{-1}	Vitesse
ω	s^{-1}	Pulsation propre

1 Introduction

La résistance en traction de matériaux au comportement quasi-fragile comme le béton ou le mortier est réputée très sensible à la vitesse de déformation. Des données expérimentales existent dans le domaine quasi-statique ($\dot{\epsilon} < 10^{-1} s^{-1}$) et dans celui des vitesses de déformation relativement élevées ($\dot{\epsilon} > 100 s^{-1}$) [8][14]. Dans les premiers cas on utilise des machines d'essais classiques et dans le second, le système des barres de Hopkinson. La gamme de vitesses «moyennes» ($1 < \dot{\epsilon} < 20^{-1} s^{-1}$) est peu documentée. L'objet de la présente étude est donc de réaliser des essais dans lesquels ces vitesses sont atteintes. La réalisation d'essais de flexion trois points dynamiques au moyen de barres de Hopkinson de faible impédance (nylon) permet de remplir cet objectif. Par ailleurs, il convient de noter que la détermination d'une valeur de la résistance à partir de résultats d'essais dynamiques n'est pas évidente. La méthode la plus courante, identique à celle normalisée de dépouillement des essais statiques NF EN 12390-5 [2], est de considérer le comportement du matériau parfaitement élastique jusqu'à l'instant de rupture.

En complément des mesures par jauges de déformations sur les barres, l'instrumentation usuelle est complétée par l'acquisition d'images de l'échantillon au cours de l'essai qui permettent d'accéder à des mesures du champ de déplacement par corrélation d'images. L'analyse de l'essai de flexion a pour objet de déterminer une caractéristique du matériau et repose donc sur des modélisations du corps d'éprouve. Les résultats d'essais peuvent alors être confrontés aux résultats de simulations numériques s'appuyant sur ces modélisations. Dans la mesure où il apparaît clairement et surtout en dynamique que la perte de linéarité du comportement, se produit avant la rupture, il est proposé d'étendre la modélisation de l'essai, à sa phase non linéaire, afin de mieux appréhender l'état de contrainte à l'instant de rupture.

L'estimation de la résistance peut alors se faire classiquement avec l'hypothèse d'un matériau au comportement parfaitement élastique-fragile ou de manière plus élaborée, comme cela est présenté ici, en considérant un endommagement progressif et préalable à la rupture. Ces différentes hypothèses permettent ainsi d'encadrer l'estimation de la résistance en flexion.

2 Dispositif expérimental

Les différents essais sont réalisés à la fois en statique et en dynamique, les éprouvettes de mortier, non entaillées, de dimensions normalisées $40 \times 40 \times 160 mm^3$ (NF EN 12390-5[1]). Sur chaque corps d'éprouve une jauge de déformation de 10 mm est apposée au centre de la face inférieure de l'éprouvette (zone en extension). Pour les essais, une configuration standard de flexion trois point à l'aide de rouleaux conformément à la norme NF EN 12390-5 [2] est réalisée, l'écart entre les deux appuis étant pris égal aux $3/4$ de la longueur. Nous utilisons pour les essais dynamiques un dispositif des barres de Hopkinson permettant la flexion trois points [7] [10](cf. figure (1)). Le jeu de barres est en nylon ($E = 3,3$ GPa, $\nu = 0,39$, $\rho = 1150$ kg.m⁻³), il s'agit donc de barres de faibles impédances. Ces dernières ont deux avantages, le premier d'avoir une sollicitation plus faible qu'avec un jeu de barre en aluminium ou en acier et le second d'avoir une onde réfléchiée d'avantage modifiée par la réponse du corps d'éprouve. La détermination de la force exercée sur l'échantillon s'en trouve facilitée. La mesure des déformations incidentes et réfléchiées sur la barre entrante et les mesures des déformations transmises sur les barres sortantes permettent d'accéder aux forces et vitesses aux extrémités des barres à l'aide des formules classiques (1 et 2).

$$V_e = C(\epsilon_i - \epsilon_r) \quad V_s = C(\epsilon_t) \quad (1)$$

$$F_e = SE(\epsilon_i + \epsilon_r) \quad F_s = SE(\epsilon_t) \quad (2)$$

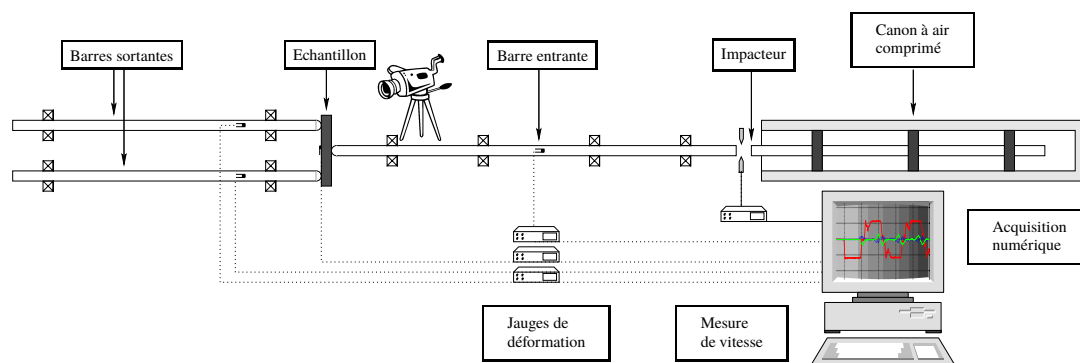


FIGURE 1 – Dispositif des barres de Hopkinson pour la flexion trois points

Dans l'ensemble des cas, en plus des moyens de mesure habituels évoqués au dessus, chacun des essais est suivi à l'aide d'une caméra rapide (Photron SA5). A partir des films enregistrés, la technique de corrélation d'images numériques (CIN) permet d'accéder aux champs de déplacement sur nos échantillons. En effet sur l'ensemble des échantillons est appliquée une couche de peinture blanche recouverte aléatoirement de points noirs à l'aide de bombes de peinture, ceci afin de créer un mouchetis nécessaire à la CIN. La figure 2 schématise la vue de face lors des deux configurations, statique et dynamique. La partie hachurée correspond à la partie visible par la caméra, il s'agit donc de la partie pour laquelle le champ de déplacement mesuré à l'aide de la CIN est disponible. Sur la caméra on fixe un objectif 105 mm Micro-Nikkor et on se place à environ 50 cm de l'éprouvette. La fréquence d'acquisition est de 50 images par seconde avec une taille de $1024 \times 1024 \text{ px}$ en statique, tandis qu'en dynamique les essais sont filmés à 75 000 images par seconde avec une taille de $320 \times 264 \text{ px}$. Les images 3(a) et 3(b) nous montrent des exemples de vues en statique et en dynamique. L'ordre de grandeur de la taille d'un pixel varie de 0,1 mm à 0,2 mm en fonction des essais. Pour la CIN, des motifs de 20 px^2 sont choisis. Ainsi nous disposons à la fois, de suffisamment de motifs le long de l'épaisseur de l'éprouvette, et d'une mesure du déplacement précise à $2 \cdot 10^{-2} \text{ px}$. Nous avons dans cette disposition un déplacement connu avec une précision de $\pm 4 \text{ } \mu\text{m}$ à $\pm 2 \text{ } \mu\text{m}$ en fonction des essais. Les flèches atteintes lors de nos essais varient de $20 \text{ } \mu\text{m}$ à $60 \text{ } \mu\text{m}$. Dans le cadre des essais dynamiques nous avons donc une redondance de la mesure du déplacement à proximité de la barre entrante. D'une part les mesures de déformations sur les barres nous permettent de calculer le déplacement de l'interface et d'autre part la CIN nous permet de mesurer l'ensemble du champs de déplacement dont le déplacement de l'interface du coté de l'éprouvette.

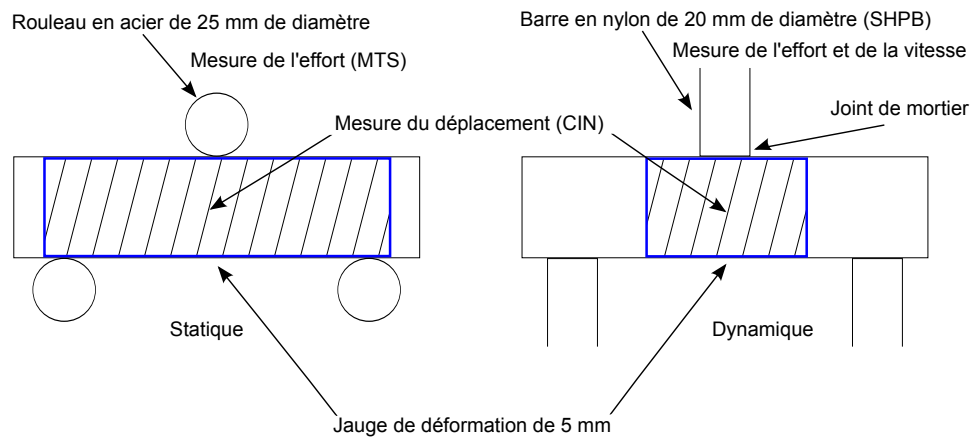
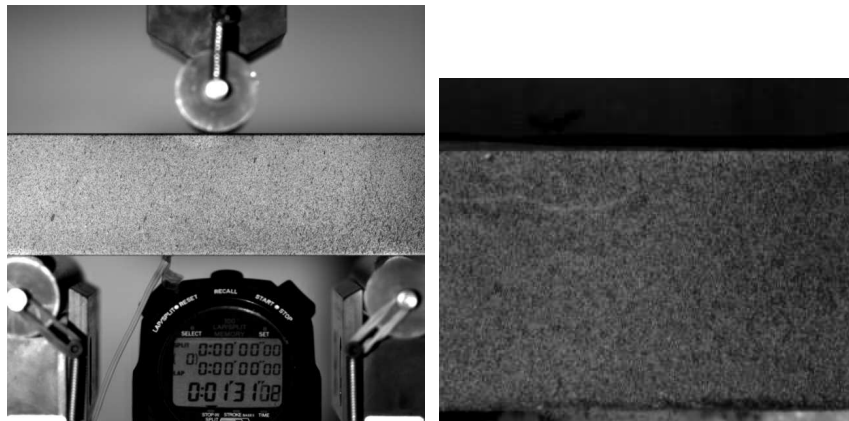


FIGURE 2 – Configurations des essais



(a) Vue lors d'un essai statique

(b) Vue lors d'un essai dynamique

FIGURE 3 – Prises de vue lors des essais

3 Modélisation et analyse de l'essai

3.1 Comportement élastique

Nous cherchons à déterminer la contrainte de rupture des échantillons de nos différents essais. Pour cela nous devons modéliser leur comportement, en effet nous ne disposons que des mesures de l'effort, de la déformation et du champ de déplacement. Il nous faut interpréter le déroulement de l'essai afin de déterminer le moment fléchissant et l'état de contrainte. Dans un premier temps une modélisation élastique sera réalisée, à la fois à l'aide d'un calcul éléments-finis et à l'aide de la théorie des poutres. Le calcul éléments finis est réalisé en 2D dans l'hypothèse des déformations planes, avec 20 éléments QUA8 dans l'épaisseur afin d'être suffisamment précis.

En statique dans le cadre de la flexion trois points nous rappelons :

$$M_f = \frac{F.l}{4} \quad (3)$$

et si le comportement est élastique linéaire :

$$\sigma = \frac{3Fl}{2.h^3} \quad (4)$$

Dans les essais dynamiques, le corps d'épreuve n'est pas dans un état de 'quasi équilibre'. Pour s'en persuader il suffit de regarder l'évolution des efforts appliqués sur l'éprouvette (figure 3.1), il n'y a pas équilibre des forces. La rupture intervient alors que les réactions d'appuis sont encore négligeables. La détermination de la sollicitation du matériau (moment fléchissant ou contrainte) ne peut se faire qu'en utilisant un modèle permettant le calcul de la réponse transitoire du corps d'épreuve.

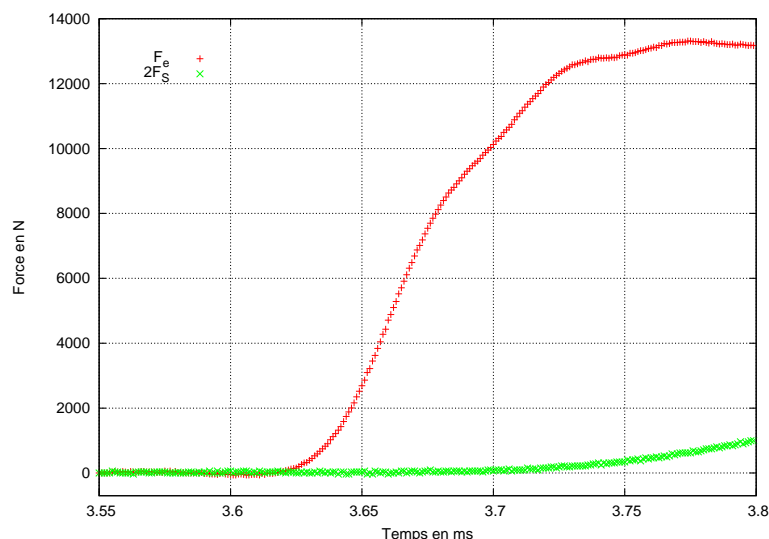


FIGURE 4 – Efforts mesurés à l'aide des barres de Hopkinson

Lorsqu'on utilise la méthode de la superposition modale le mouvement est décrit de la manière suivante :

$$u(x, t) = \sum \phi_n(x) \times \psi_n(t) \quad (5)$$

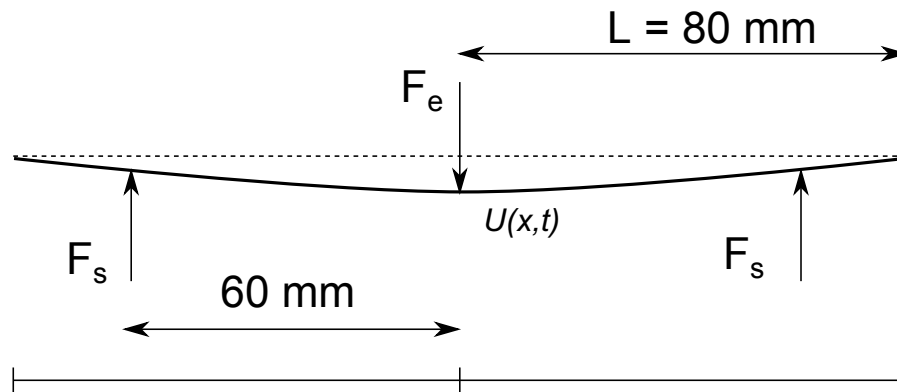


FIGURE 5 – Poutre et efforts appliqués

Les équations modales sont :

$$\ddot{\psi}_n(t) + \omega_n^2 \psi(t) = Q_n(t) \quad (6)$$

Étant donnée la symétrie du chargement, les modes sont de la forme :

$$\phi_n(x) = a_n \cos(K_n x) + b_n \cosh(K_n x) \quad \text{avec} \quad K_n^4 = \omega_n^2 \frac{\rho S}{EI} \quad (7)$$

Les paramètres des 4 premiers modes sont détaillés dans le tableau 1.

Mode	$K_n.L$	a_n	b_n
0	0	1	0
1	2,3650	1	-0,1329
2	5,4978	1	0,005792
3	8,6394	1	-0,00025

TABLE 1 – Paramètres des différents modes

Le chargement modal est défini par :

$$Q_n = \frac{\phi_n(0) * Fe(t) + 2 * \phi_n(60) * Fs(t)}{\rho S \int_{-L/2}^{L/2} \phi_n^2(x) dx} \quad (8)$$

L'équation pour le mode rigide (mode 0) est :

$$2L\rho S\phi_0''(t) = Fe(t) + 2Fs(t) \quad (9)$$

A partir des forces imposées, on détermine le moment fléchissant dans la section médiane :

$$M_f(t) = EI \sum \psi_n(t) \left(\frac{\partial^2 \phi_n}{\partial x^2} \right)_0 \quad (10)$$

On détermine aussi l'état de déformation sur la fibre la plus tendue :

$$\epsilon(x, t) = \frac{h}{2} \sum \psi_n(t) \left(\frac{\partial^2 \phi_n}{\partial x^2} \right)_0 \quad (11)$$

3.2 Comportement non linéaire

Limite de linéarité Nous pouvons déterminer la perte de la linéarité par un écart entre les déplacements ou déformations calculés élastiquement à partir des efforts et les mesures. Dans le cadre statique un décalage de $5 \mu def$ entre la déformation déduite d'un modèle (e.g. : $\epsilon = \frac{3Fl}{2Eh^3}$) et celle mesurée avec la jauge est jugé significatif.

La corrélation d'images nous permet de mettre en évidence le comportement en flexion élastique (champ de déplacement longitudinal antisymétrique, cf. figure (6)) avant la rupture.

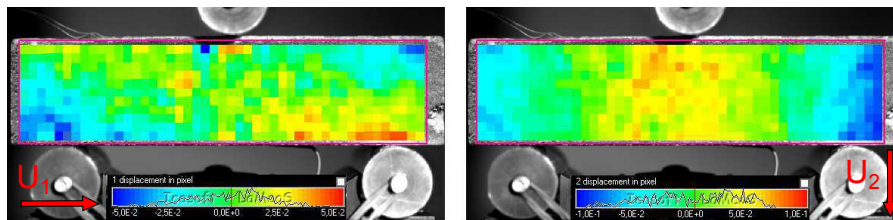


FIGURE 6 – Champs de déplacement obtenus à l'aide de la CIN. Déplacement longitudinal à gauche et déplacement transversal à droite

Ce dernier peut également servir à détecter la fin de la phase linéaire. On considère que la fissuration ou l'endommagement va débiter avec la fin du comportement élastique du matériau. Celle-ci va se traduire par la perte d'antisymétrie observée sur le champ de déplacement longitudinal (U_1). Il est donc proposé de suivre l'évolution de l'indicateur suivant, portant sur la différence des champs de déplacement longitudinaux entre fibre supérieure et fibre inférieure, au cours du chargement [12] :

$$Ind = \frac{1}{n_c} \sum_1^{n_c} |U_1(i, 1) - U_1(i, n_l)| \quad (12)$$

où n_c et n_l représentent respectivement le nombres de motifs dans les directions longitudinales et transversales.

Phase non élastique Dans le cas statique, nous avons directement accès à la valeur du moment fléchissant via l'effort ($M_f = \frac{FL}{4}$), ce qui permet de tracer à l'aide de la mesure de la déformation sur la fibre inférieure les évolutions moments-déformations. En dynamique nous n'avons pas accès directement à la valeur du moment. Le modèle élastique n'est plus pertinent. Nous supposons que le mouvement du solide endommagé est accessible en considérant un mode supplémentaire défini comme :

$$\phi_d(x) = \frac{1}{2} - \frac{|x|}{L} \quad (13)$$

Ce mode traduit bien la déformation en 'V' liée à l'endommagement au centre de notre poutre. Ce mode n'étant pas orthogonal aux précédents, les différentes équations différentielles ne sont plus découplées. Afin de contourner ce problème on pose un autre mode d'endommagement égal à :

$$\phi_t(x) = \phi_d(x) - \sum q_{dn} \phi_n(x) \quad (14)$$

avec q_{dn} égal à :

$$q_{dn} = \frac{\int_{-L}^L \phi_d \phi_n dx}{\int_{-L}^L \phi_n^2 dx} = \frac{2(a_n - b_n)}{K_n^2 \int_{-L}^L \phi_n^2 dx} \quad (15)$$

Ainsi ce mode présente l'avantage d'être orthogonal aux modes propres. La figure 7 montre la forme des différents modes.

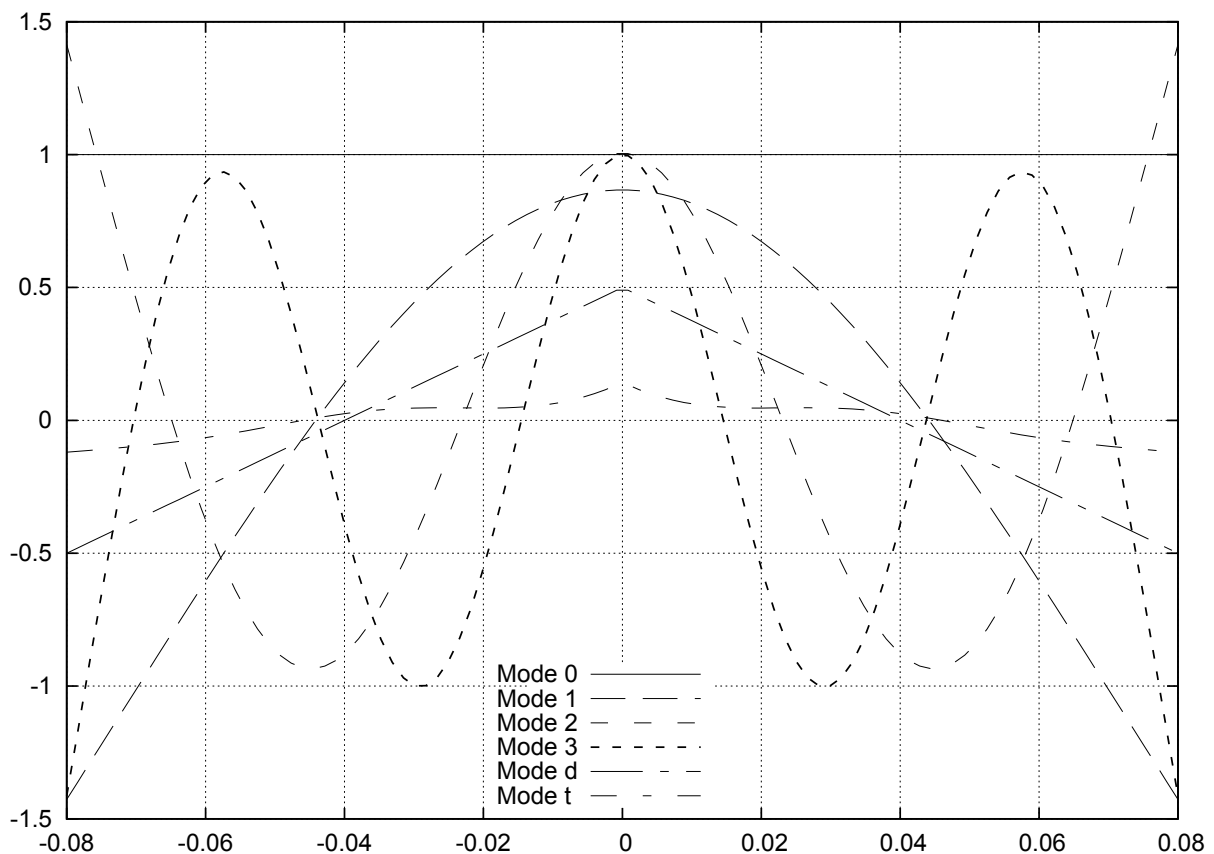


FIGURE 7 – Fonctions de formes utilisées dans le cadre de la superposition modale

Le déplacement est donc égal au déplacement dû à la déformation élastique et au déplacement dû au mouvement selon le mode ϕ_t .

$$U(x, t) = \psi_t(t)\phi_d(x) + \sum \psi_n(t)\phi_n(x) \quad (16)$$

On détermine $\psi_t(t)$ à l'aide de la mesure du déplacement obtenue par la caméra rapide. (Le déplacement de la caméra étant mesuré à 75 000 Hz contre 1 000 000 Hz pour la mesure venant des jauges, une interpolation du mouvement sous forme polynomiale à été effectuée afin d'utiliser ce déplacement.)

$$\psi_t = \frac{U_{mesu}(0, t) - \sum \psi_n(t)\phi_n(0)}{\phi_t(0)} \quad (17)$$

Désormais on détermine le moment en prenant en compte les modes élastiques mais aussi la forme ϕ_t :

$$M_f(t) = EI \left(\psi_t(t) \left(\frac{\partial^2 \phi_t}{\partial x^2} \right)_0 + \sum \psi_n(t) \left(\frac{\partial^2 \phi_n}{\partial x^2} \right)_0 \right) \quad (18)$$

4 Résultats

4.1 Essais statiques

Les courbes effort-déformation montrent que l'essai semble parfaitement linéaire jusqu'à une déformation comprise entre 1.10^{-4} et 2.10^{-4} . Au delà le comportement cesse d'être linéaire et un endommagement doit se produire sur la partie inférieure de notre éprouvette. Pour chacun de ces deux essais l'écart à $5 \mu def$ se produit respectivement pour une déformation mesurée de $1,54.10^{-4}$ et $1,57.10^{-4}$

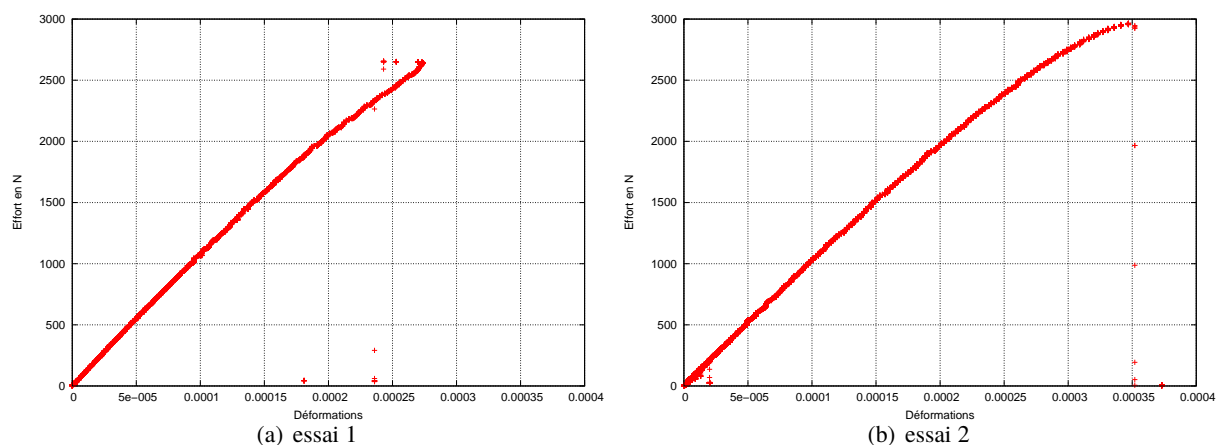


FIGURE 8 – Courbes effort déformation essais statiques

4.2 Essais dynamiques

Les figures (9(a) à 11(b)) montrent l'évolution en fonction du temps des modélisations élastiques en comparaison avec les mesures effectuées (déplacement et déformation) pour trois essais de flexion dy-

namique.

Concernant les déplacements nous avons :

- l'intégration de la vitesse mesurée par SHPB ;
- le déplacement mesuré par la CIN ;
- le déplacement issu du calcul EF ;
- le déplacement élastique de la superposition modale (i.e. : sans le mode d'endommagement).

Concernant les déformations nous avons :

- la déformation mesurée par la jauge ;
- la déformation issue du calcul EF en effort imposé ;
- la déformation issue du calcul EF en déplacement imposé ;
- la déformation issue du calcul par superposition modale.

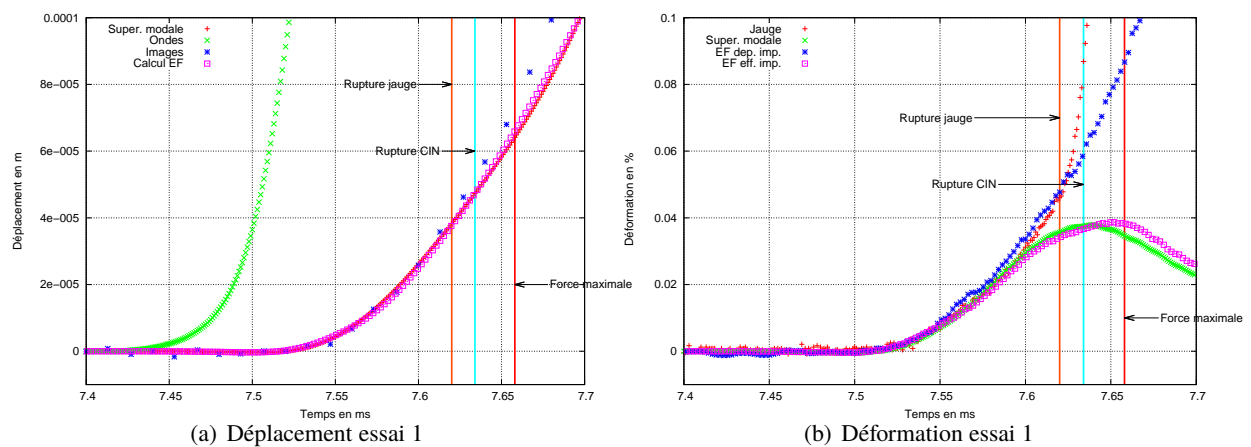


FIGURE 9 – Évolutions temporelles de la déformation et du déplacement

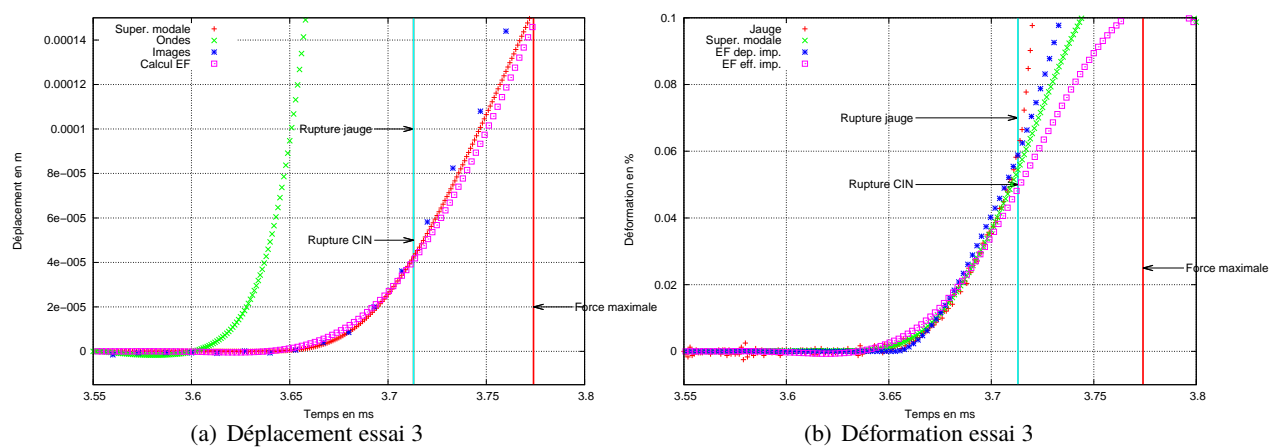


FIGURE 10 – Évolutions temporelles de la déformation et du déplacement

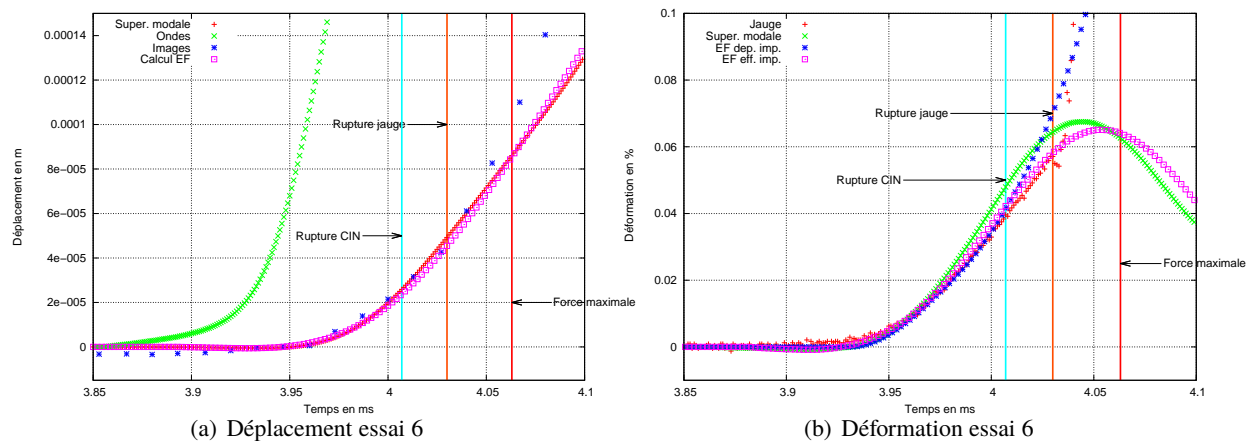


FIGURE 11 – Évolutions temporelles de la déformation et du déplacement

Nous observons ici la bonne similitude des différents modèles élastiques avec les mesures expérimentales jusqu'à un certain point. Il est à noter que sur le calcul du déplacement seuls les modes 0 et 1 sont prépondérants, tandis que pour le calcul de la déformation seuls les modes 1 et 2 le sont. L'utilisation du mode 3 est là pour vérifier que nous avons convergé en nombre de modes. Sur l'ensemble de ces figures nous observons deux traits verticaux, l'un est une indication de la jauge (soit une décharge lorsque l'éprouvette s'est brisée dans une autre région que celle de la jauge, soit une brusque augmentation de sa pente), l'autre indique la perte d'antisymétrie sur le champ de déplacement (cf. équation 12).

Nous remarquons que le déplacement obtenu par l'intégration de la vitesse issue des barres et le déplacement issu du champ de déplacement mesuré par la caméra sont différents. En effet l'interface entre la barre entrante et l'échantillon n'est pas parfaite, le déplacement relatif dû à la "mise en place de l'essai" n'est ni insignifiant, ni antérieur à la phase utile de l'essai. La valeur de la vitesse issue des barres est donc inexploitable dans notre configuration. Une amélioration du dispositif a été réalisée en effectuant un scellement à l'aide d'un joint de ciment entre la barre entrante et l'éprouvette. Ce changement a permis de réduire l'influence de cette mise en place mais pas de manière à la rendre négligeable dans notre cas.

Il n'est pas évident de mettre en avant l'instant précis où le comportement cesse d'être élastique. En effet dans certains cas les modèles sont cohérents avec la mesure de la jauge jusqu'à rupture de cette dernière (cf. 11(b)) dans d'autres cas ces deux évolutions divergent avant la rupture de la jauge ou l'apparition de la fissure à l'aide la caméra. Nous remarquons aussi que la détection de l'endommagement à l'aide de l'indicateur de perte d'antisymétrie du champ de déplacement est pertinent.

A partir d'un certain seuil de non linéarité on peut estimer la différence entre le déplacement mesuré et le déplacement issu du calcul élastique et alors calculer le moment fléchissant à l'aide de la méthode décrite en 3.2. Ces résultats sont présentés en figure 12(a), ainsi chaque essai à une estimation du moment fléchissant maximal. Ici sont présentés deux essais dynamiques (D#) et deux essais statiques (S#). La figure 12(b) reprend l'évolution des moments issus des essais dynamiques non plus en fonction de la déformation mais du déplacement.

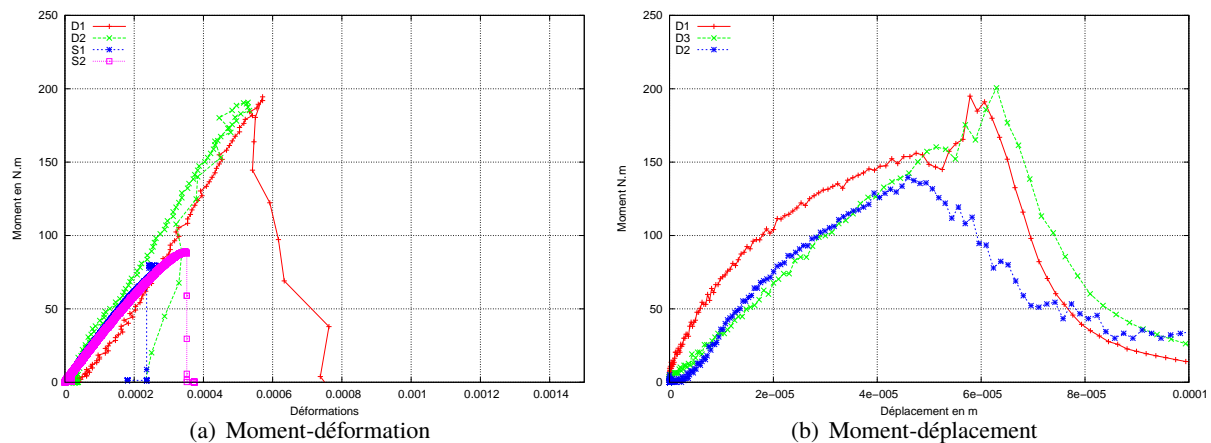


FIGURE 12 – Évolution des différents moments mesurés

4.3 Modèles d'endommagement

Il nous apparait ici qu'une prise en compte de l'endommagement est nécessaire à l'estimation des contraintes. Pour cela nous allons déterminer les paramètres de lois d'endommagement à l'aide des courbes moments-déformations obtenues précédemment. Nous mettrons en avant deux modèles, celui de Gatuings [9] et celui de Allix-Deü [3]. Une fois que les différents paramètres de ces lois ont été définis, on peut déterminer un nouveau profil de contraintes-déformations, et alors estimer la contrainte maximale atteinte sur la fibre en traction.

Modèle de Gatuings Il s'agit d'un modèle pensé pour le béton, l'endommagement est donné en fonction de la déformation pour $\epsilon > \kappa_0$ par :

$$D = \frac{a^b(\epsilon - \kappa_0)^b}{1 + a^b(\epsilon - \kappa_0)^b} \quad (19)$$

Pour étudier l'endommagement dynamique on définit une fonction Γ dépendante de ϵ et D .

$$\Gamma = \epsilon - \kappa_0 - \frac{1}{a} \left(\frac{D}{1 - D} \right)^{1/b} \quad (20)$$

La vitesse d'évolution de l'endommagement est une fonction de Γ .

$$\dot{D} = \left(\frac{\Gamma}{m} \right)^n \quad (21)$$

Modèle de Alix et Deü Il s'agit d'un modèle développé pour les composites par Olivier Allix et Jean-François Deü [3] et étendu par Marion Chambart [5] dans sa thèse pour l'étude du béton. l'endommagement est donné en fonction de la déformation pour $\epsilon > \kappa_0$ par :

$$D = a \times b \times \arctan \left(\frac{\epsilon}{a} - \arctan \left(\frac{\kappa_0}{a} \right) \right) \quad (22)$$

La fonction seuil :

$$\Gamma = a \times b \times \arctan \left(\frac{\epsilon}{a} - \arctan \left(\frac{\kappa_0}{a} \right) \right) - D \quad (23)$$

La vitesse d'endommagement :

$$\dot{D} = \dot{D}_\infty (1 - e^{-\lambda \Gamma}) \quad (24)$$

Détermination de l'état de contrainte Les mesures de nos essais nous permettent de calculer le moment fléchissant à l'aide des modèles d'endommagement et de la déformation. On cherche dans un premier temps à déterminer la position de la fibre neutre, en effet la position de celle-ci, centrale au début de l'essai, évolue au fur et à mesure de l'endommagement des fibres inférieures. On détermine alors la courbure de notre poutre : $\chi = \frac{\epsilon_{mesu}}{h/2 + e}$ (où e est l'excentrement de la fibre neutre), celle-ci obtenue on peut déterminer :

- la déformation en chaque fibre : $\epsilon(y, t) = -\chi(h/2 - y)$;
- l'endommagement : $D(y, t) = D(\epsilon(y, t))$;
- la contrainte en chaque fibre : $\sigma(y, t) = \epsilon(y, t).E.(1 - D(y, t))$.

On vérifie que $\int_0^h \sigma(y, t) dy = 0$ à chaque instant. Le moment fléchissant est défini par :

$$M_f = h \int_0^h \sigma(d/2 - e - y) dy \quad (25)$$

Ainsi on peut tracer les courbes moment-déformation afin de déterminer les différents paramètres des lois d'endommagement.

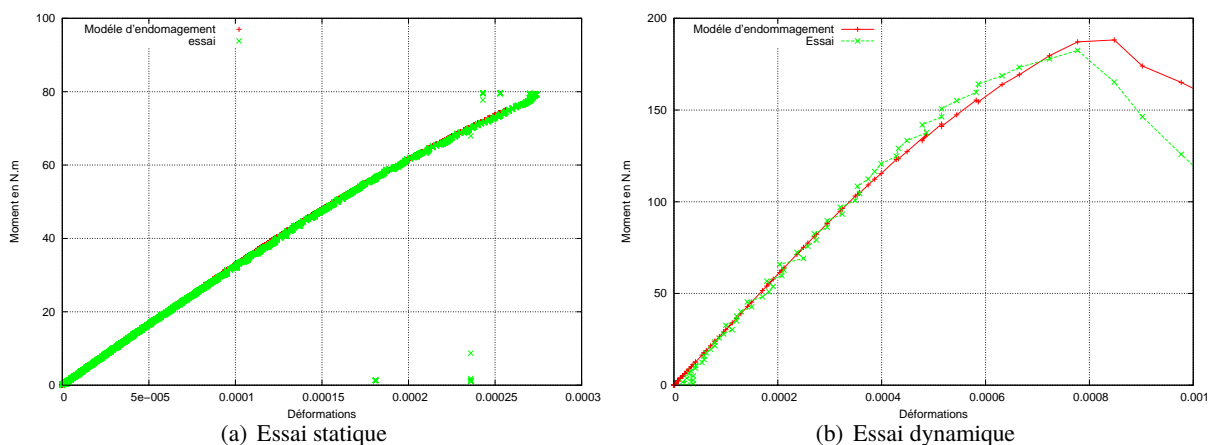


FIGURE 13 – Moment en fonction de la déformation dans le cadre du modèle de Gatingt

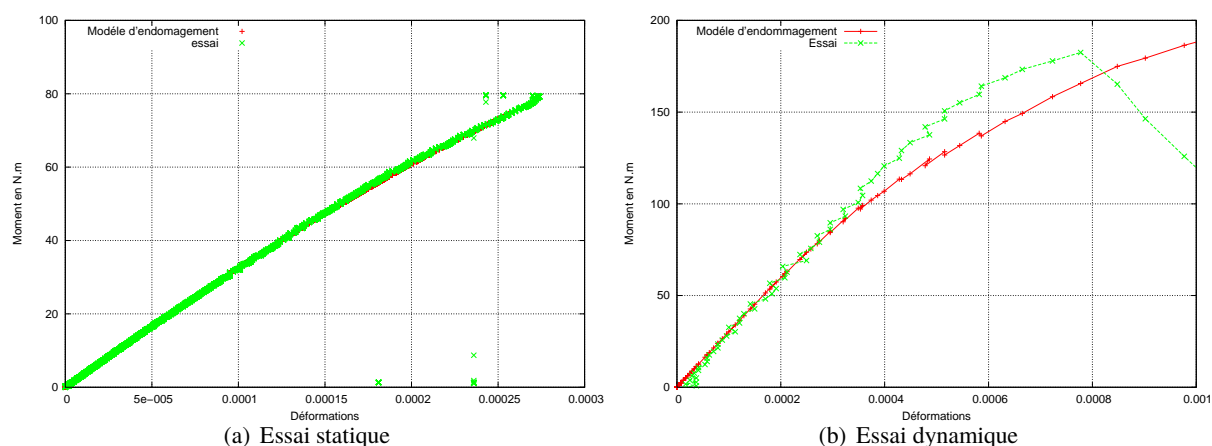


FIGURE 14 – Moment en fonction de la déformation dans le cadre du modèle de Allix Deü

Les figures (13(a) et 14(a)) nous montrent, d'une part le moment obtenu à l'aide de l'effort mesuré et d'autre part ceux obtenus à l'aide de la mesure de la jauge via les modèles de Gatuingt et d'Allix-Deü dans les cas statiques. On remarque une très bonne similitude entre les courbes, ce qui nous permet de valider les paramètres utilisés pour les lois. Les figures (13(b) et 14(b)) montrent l'évolution des moments-déformation en dynamique. Pour déterminer les paramètres dynamiques on conserve les paramètres déduits en statique et on ajuste uniquement ceux jouant sur la vitesse d'endommagement.

Modèle Gatuingt : $\kappa_0 = 5.10^{-5}$, $b = 1,6$ et $a = 2500$

Paramètres dynamiques : $m = 10^{-6}$ et $n = 3$

Modèle Allix Deü : $\kappa_0 = 5.10^{-5}$, $a = 2,93.10^{-3}$ et $b = 2100$

Paramètres dynamiques : $\dot{D}_\infty = 100000$ et $\lambda = 0,5$

Ces paramètres sont très proches de ceux déterminés par Marion Chambart dans sa thèse [5] pour des matériaux similaires.

5 Détermination de la contrainte

5.1 Statique

Il est d'usage d'utiliser la norme NF EN 12390-5 [2] afin de déterminer la contrainte en rupture d'un essai de flexion trois points sur du béton, cette approche par la RDM (cf equation 4) considère une rupture élastique fragile de l'essai or les différents profils de contraintes-déformations (cf. figure (15(a))) montrent que ce n'est pas le cas. La figure 15(b) montre l'utilisation du modèle d'endommagement,

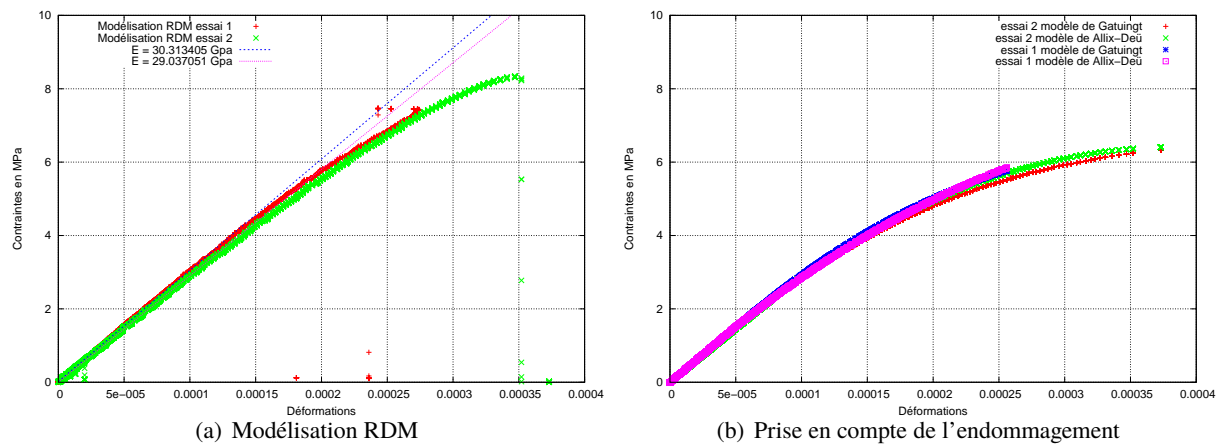


FIGURE 15 – Contraintes en fonction des déformations : essais statiques

La prise en compte de l'endommagement amène à estimer une diminution de plus de 10 % de la contrainte en rupture par rapport à l'estimation élastique fragile parfaite.

Les différentes déterminations de contraintes caractéristiques envisagées en statique sont les suivantes (cf. tableau 2) :

- la contrainte estimée au moment de la perte de linéarité (décalage de $5 \cdot 10^{-6}$) ($\sigma_{elas.}$);
- la contrainte RDM pour la force maximale ($\sigma_{el.fr.}$);
- la contrainte maximale lors d'un calcul avec endommagement ($\sigma_{endo.}$).

5.2 Dynamique

La détermination de la contrainte en dynamique est délicate, dans un premier temps nous considérons une rupture fragile, c'est à dire un comportement élastique jusqu'à la rupture. Dans ce cas une modélisation élastique est effectuée le temps de l'essai, et il s'agit de déterminer l'instant de rupture. Une approche est de prendre l'instant de force maximale, mais la rupture de la jauge et la caméra rapide nous ont permis de mettre en avant que la rupture se produit avant que la force maximale ne soit atteinte. Cette différence de temps est supérieure au temps de parcours des ondes au sein de l'éprouvette. ($t = h\sqrt{\frac{\rho}{E}} = 11\mu s$). Les forces d'inerties sont telles que l'effort continue d'augmenter une fois l'éprouvette facturée. Ainsi l'instant d'effort maximal n'est pas celui où la contrainte est maximale.

Les figures 16(a) et 16(b) montrent les profils contraintes-déformations issus d'un calcul élastique en comparaison avec ceux obtenus en prenant un endommagement à l'aide du modèle de Gatingt.

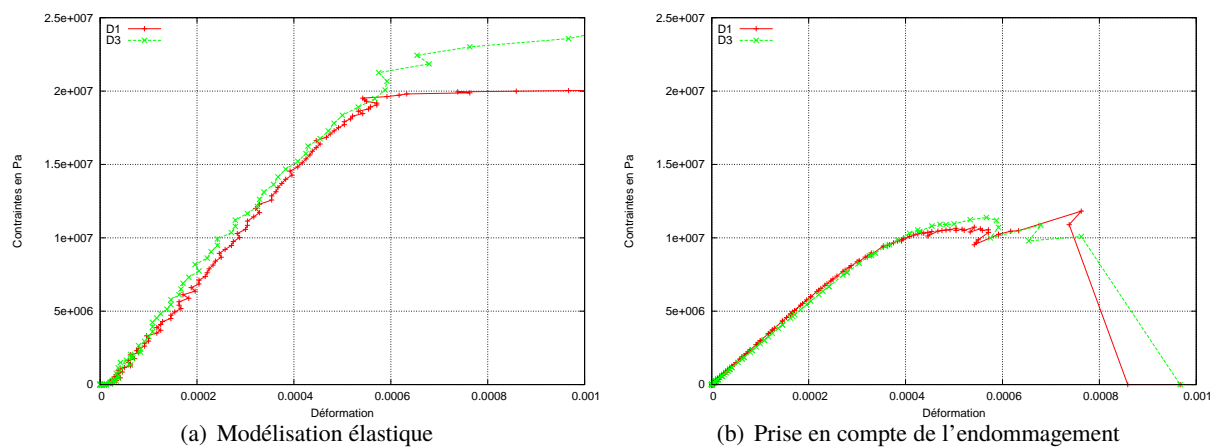


FIGURE 16 – Contraintes en fonction des déformations : essais dynamiques

Les différentes déterminations de contraintes caractéristiques envisagées en dynamique sont les suivantes (cf. tableau 2) :

- la contrainte estimée à l'aide du signal de jauge ($\sigma_{jaug.} = E\epsilon$) ;
- la contrainte issue d'un calcul élastique dynamique au moment où la force est maximale ($\sigma_{el.as.fra.}$) ;
- la contrainte maximale lors d'un calcul avec endommagement ($\sigma_{endo.}$).

Essai	$\dot{\epsilon}$ [s^{-1}]	$\sigma_{el.as.}$ [MPa]	$\sigma_{el.fr.}$ [MPa]	$\sigma_{endo.}$ [MPa]
S1	$2,6 \cdot 10^{-6}$	4,67	7,43	5,95
S2	$5,9 \cdot 10^{-6}$	4,56	8,34	6,23
Essai	$\dot{\epsilon}$ [s^{-1}]	$\sigma_{jaug.}$ [MPa]	$\sigma_{el.fr.}$ [MPa]	$\sigma_{endo.}$ [MPa]
D1	5,9	16,01	19,38	10,62
D2	6,3	14,11	18,54	10,48
D3	9,2	16,75	35,78	11,38
D4	11,7	16,19	27,66	11,51
D5	15,5	22,15	32,10	11,28

TABLE 2 – Synthèse des essais sur mortier

Tout comme en statique la prise en compte de l'endommagement amène à reconsidérer à la baisse la

contrainte en rupture. La figure 17 reprend la position de chacune des contraintes déterminées en fonction de la vitesse de déformation.

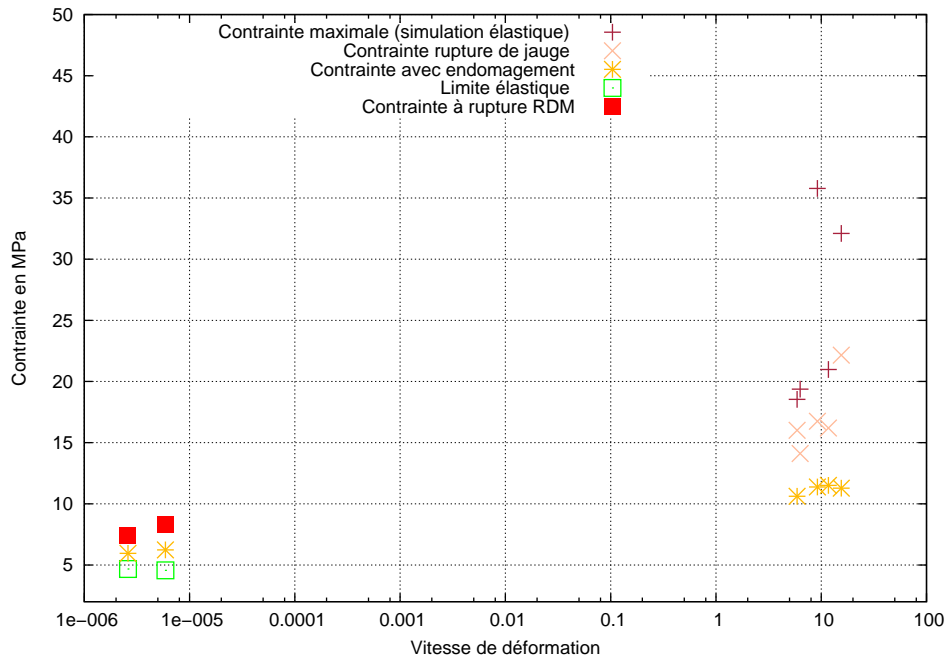


FIGURE 17 – Evolution de la contrainte de rupture en fonction de $\dot{\epsilon}$

6 Discussion et conclusion

L'approche classique, c'est à dire l'analyse élasto-fragile, conduit à estimer une première valeur de résistance. La prise en compte de l'endommagement nous permet d'avoir une deuxième valeur pour la contrainte en rupture. Cette dernière est plus faible et permet probablement d'encadrer le résultat cherché. Une approche classique nous amène un facteur d'impact dynamique compris entre 2,34 et 4,07 pour cette gamme de vitesse (i.e. entre 5 et 15 s⁻¹). Alors que la prise en compte de l'endommagement réduit ce facteur à une valeur proche de 2.

De plus les contraintes déterminées avec les modèles d'endommagement sont beaucoup moins dispersées. Dans le cas du modèle de Gatuingt pour 5 essais nous avons une moyenne de 11,05 MPa avec un écart type de 0,47 MPa (les résultats obtenus avec l'un ou l'autre des modèles d'endommagement sont très proches), contre une moyenne de 26,69 avec un écart type de 7,63 MPa dans le cadre d'une approche élastique fragile. Ainsi la disparité entre les essais serait due plus à une mauvaise interprétation de l'essai qu'à une véritable disparité entre les différents échantillons.

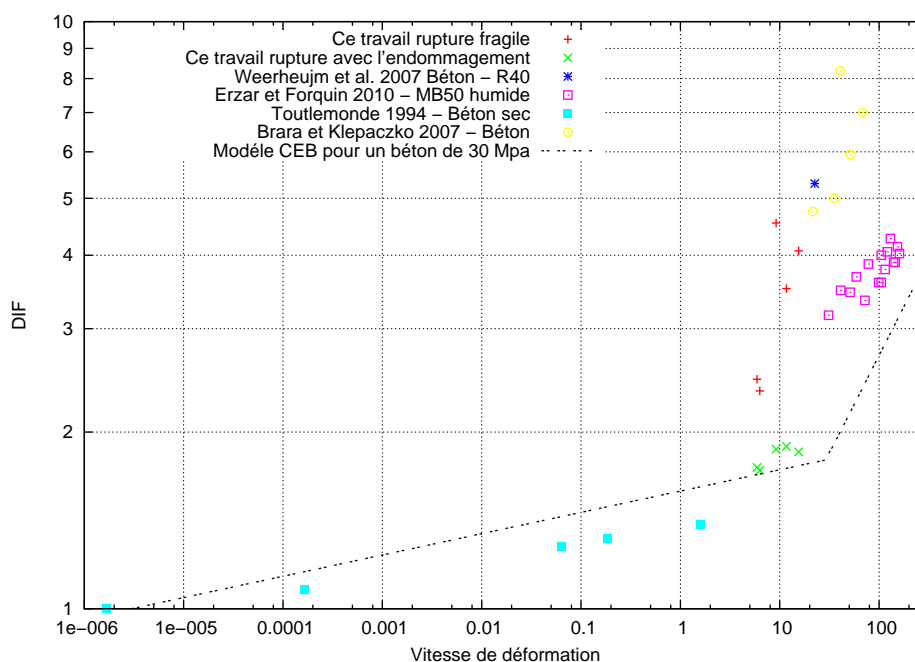


FIGURE 18 – Evolution du facteur d'impact dynamique en fonction de $\dot{\epsilon}$

La figure 18 nous montre l'évolution du facteur d'impact dynamique en fonction de la vitesse de déformation tel que présenté par Malvar et Crawford [11] pour des essais réalisés par différents auteurs [13][14][8][4]. Concernant nos essais la contrainte en rupture de référence est prise égale à la moyenne de nos deux essais statiques soit 7,89 MPa pour l'approche fragile et 6,09 MPa pour l'approche avec endommagement.

Le modèle du CEB [6] propose une évolution sous forme de fonction puissance en deux temps, une évolution lente sur la plage de 10^{-6} à 30 s^{-1} et une évolution rapide entre 30 et 300 s^{-1} . On remarque que nos essais sont cohérents avec ce modèle.

La suite de cette étude portera sur autre matériau, le micro-béton R30A7. La maîtrise de l'essai pourra permettre de réaliser en nombre suffisant pour aborder l'aspect aléatoire attaché à la résistance de ces matériaux.

Remerciements

La région Centre est remerciée pour le soutien financier à cette étude dans le cadre du projet IMFRA2.

Références

- [1] AFNOR. *NF EN 12390-1 Essai pour béton durci, Partie 1 : Forme, dimensions et autres exigences relatives aux éprouvettes et aux moules*, 2001.
- [2] AFNOR. *NF EN 12390-5 Essai pour béton durci, Partie 5 : Résistance à la flexion sur éprouvettes*, 2001.
- [3] Olivier ALLIX and Jean-François DEÛ. Delayed-damage modelling for fracture prediction of laminated composites under dynamic loading. *Engineering Transactions/Rozprawy Inzynierskie*, 45(1) :29–46, 1997.

- [4] Ahmed BRARA and Janusz R. KLEPACZKO. Fracture energy of concrete at high loading rates in tension. *International Journal of Impact Engineering*, 34(3) :424 – 435, 2007.
- [5] Marion CHAMBART. *Endommagement anisotropique et comportement dynamique des structures en béton armé jusqu'à la ruine*. Thèse de doctorat, ENS Cachan, 2009.
- [6] Comité euro-international du béton. *CEB-FIP model code 1990 : design code*. T. Telford, London, 1993.
- [7] Franck DELVARE, Jean-Luc HANUS, and Patrice BAILLY. A non-equilibrium approach to processing hopkinson bar bending test data : Application to quasi-brittle materials. *International Journal of Impact Engineering*, 37(12) :1170–1179, 2010.
- [8] Benjamin ERZAR and Pascal FORQUIN. An experimental method to determine the tensile strength of concrete at high rates of strain. *Experimental Mechanics*, 50(7) :941–955, 2010.
- [9] Fabrice GATUINGT. *Prévision de la rupture des ouvrages en béton sollicités en dynamique rapide*. Thèse de doctorat, École normale sup'erieure de Cachan - ENS Cachan, December 1999.
- [10] Jean-Luc HANUS, Benoît MAGNAIN, Bastien DURAND, Javier ALANIS-RODRIGUEZ, and Patrice BAILLY. Processing dynamic split hopkinson three-point bending test with normalized specimen of quasi-brittle material. *Mechanics & Industry*, 13 :381–393, 1 2012.
- [11] L. Javier MALVAR and John E. CRAWFORD. Dynamic increase factors for concrete. Technical report, DTIC Document, 1998.
- [12] Xavier RÉGAL and Jean-Luc HANUS. Étude du comportement dynamique du béton en traction indirecte. In *Colloque National MECAMAT AUSSOIS 2015*, 2015.
- [13] François TOUTLEMONDE. *Résistance au choc des structures en béton - du comportement du matériau au calcul des ouvrages*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1995.
- [14] J. WEERHEIJM and J.C.A.M. VAN DOORMAAL. Tensile failure of concrete at high loading rates : new test data on strength and fracture energy from instrumented spalling tests. *International Journal of Impact Engineering*, 34(3) :609–626, 2007.